

АНАЛИЗ ГИПОТЕЗЫ БОЛЬШОГО ГАУССОВА ПРОЦЕССА КАК СПОСОБА ОПИСАНИЯ ВЕКОВЫХ ВАРИАЦИЙ ВЕКТОРА ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

© 2019 г. В. П. Щербаков^{1,2*}, А. В. Хохлов^{1,3}, Н. К. Сычева¹

¹ГО «Борок» ИФЗ им. О.Ю. Шмидта РАН, п. Борок, Ярославская область, г. Москва, Россия

²Казанский (Приволжский) Федеральный Университет, г. Казань, Россия

³Международный институт теории прогноза землетрясений
и математической геофизики РАН, г. Москва, Россия

*E-mail: shcherbakovv@list.ru

Поступила в редакцию 10.07.2018 г.

Принята в печать 15.08.2018 г.

Проведена оценка соответствия эмпирических данных по палеонапряженности и палеонаклонениям, содержащихся в мировой базе данных по палеонапряженности МБД BOROKPINT, гипотезе центрального осевого диполя (GAD) и модели Большого Гауссовского Процесса (GGP) описания вековых вариаций геомагнитного поля в эпохе Брюнеса. Методика расчета основана на представлении потенциала геомагнитного поля в виде суммы сферических функций от пространственной координаты со случайными коэффициентами, что позволяет организовать компьютерную симуляцию данных, отвечающих заданным статистическим характеристикам коэффициентов. Выполненные оценки показали, что согласно тестам Колмогорова–Смирнова и Андерсона–Дарлинга гипотеза GAD в ее канонической форме должна быть отвергнута. Расширение GAD до GGP с ненулевыми средними по времени квадрупольными и октупольными членами, приводит данные по палеонаклонениям и палеонапряженности к согласию с модельными реализациями GGP, но эти модели оказываются взаимно исключаящими, поскольку их параметры не согласуются друг с другом. Тестирование данных по палеонаклонениям по модели GGP показало необходимость введения небольшой поправки к чисто дипольной составляющей геомагнитного поля. в то же время анализ данных по палеонапряженности показал, что они с очень большой вероятностью соответствуют моделям GGP с высоким вкладом квадруполь, составляющим 1/3 от дипольного коэффициента, что сильно отличается от параметров модели, соответствующей данным для палеонаклонений. Наиболее вероятной причиной такого противоречия могут быть артефакты, связанные с ошибочными определениями палеонапряженности, но и при такой интерпретации остается нерешенным вопрос о причинах столь сильной широтной зависимости интенсивности виртуального осевого диполя (VADM), фиксируемой по эмпирическим данным.

Ключевые слова: геомагнитное поле, палеонапряженность, палеонаклонение, мировая база данных, Большой Гауссов процесс, вековые вариации, гипотеза центрального осевого диполя, эпоха Брюнеса

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-333720191214-228>

ВВЕДЕНИЕ

Краеугольным камнем палеомагнетизма является так называемая гипотеза центрального осевого диполя (GAD), гласящая, что для любой точки наблюдения «*геомагнитное поле, осредненное за любые промежутки времени порядка 100 тысяч лет (кроме эпох инверсий) является полем диполя, помещенного в центр Земли*

и ориентированного по ее оси вращения» [Храмов и др., 1982], аналогичная формулировка дана ранее в статье [Hospers, 1954]. Эта гипотеза играет очень большую роль в практике палеомагнетизма, поскольку именно она лежит в основе всех современных палеотектонических построений. Гипотеза GAD получила некоторое обоснование в начале 50-х годов благодаря заложенным

основам статистики на сферах [Fisher, 1953]. В общих чертах исходный метод обоснования сводился к изучению распределения вокруг географических полюсов Земли семейства наблюдаемых виртуальных геомагнитных полюсов (VGP) [Merrill et al., 1996]. Благодаря применению статистических оценок на сферах было показано, что при усреднении за очень большой промежуток времени единичных векторов направлений на VGP-приближением первого порядка служит вектор, совпадающий по направлению с направлением оси вращения Земли [Hospers, 1953; 1954a]. Поскольку этот метод исходно опирался на использование именно VGP, то здесь на первый взгляд имеется некоторый логический круг, заключающийся в использовании самой гипотезы для ее обоснования. Однако (особенно в позднейшей аккуратной формулировке) нет особенных причин сомневаться в том, что для блока данных магнитных наклонений за 600 миллионов лет земная ось вращения является очень хорошим приближением для глобального осреднения VGP-направлений [Merrill et al., 1996].

Однако только того факта, что глобальное осреднение VGP-направлений дает среднее положение VGP, практически совпадающее с географическим полюсом, недостаточно для того, чтобы утверждать, что соответствующее дипольное приближение для поля является наилучшим и гипотеза GAD в ее канонической форме, сформулированной выше, действительно справедлива. Напротив, вычисления средних направлений виртуальных палеомагнитных полюсов для последних десяти миллионов лет указывают на необходимость привлечения серии зональных гармоник для объяснения особенностей распределения VGP [Wilson, Ade-Hall, 1970]. Дальнейшие исследования [Wilson, 1970; 1971; McElhinny, 1973; Wilson, McElhinny, 1974; Merrill, McElhinny, 1977; 1983; Quidelleur et al., 1994; McElhinny et al., 1996] показали, что для наилучшей оценки среднего по долготным секторам положения VGP необходимо ввести важные поправки второго порядка малости (квадрупольный и октупольный члены). Иными словами, каноническая форма гипотезы GAD на самом деле неверна и требует некоторой модификации.

Как было отмечено в книге [Merrill et al., 1996, раздел 6.2.1], прежде чем пытаться определить и рассчитать поправки к дипольной геометрии геомагнитного поля, необходимо ответить на основной вопрос — а что же такое усредненное по времени поле? Представляющийся наиболее

общим подход к этой проблеме был предложен в работе [Constable, Parker, 1988] и заключался в рассмотрении поведения во времени членов сферического разложения потенциала поля по сферическим гармоникам в терминах случайных величин — так называемый Большой Гауссовский Процесс (GGP). Действительно, усреднение подразумевает некий случайный процесс, лежащий в основе изучаемых явлений, и для получения обоснованных средних величин необходимо представлять характеристики этого процесса. В геомагнетизме роль случайного процесса играют, прежде всего, вековые вариации, то есть изменения вектора геомагнитного поля \mathbf{V} за время стационарной полярности. Непрерывная версия модели Большого Гауссова Процесса для земного магнетизма была предложена в работе [Hulot, Le Mouel, 1994], разнообразные приложения этой модели в рамках статистики случайных процессов были развиты в работах [Khohlov et al., 2006; Khohlov, Hulot, 2013]. Суть этого подхода заключается в предположении, что вековые вариации представляют собой реализацию некоего многомерного стационарного гауссовского процесса, который определяет поведение во времени коэффициентов g_l^m и h_l^m сферического разложения потенциала поля Y :

$$Y = \frac{R_E}{\mu_0} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{R_E}{r} \right)^{l+1} P_l^m(\cos \theta) \times (g_l^m \cos m\varphi + h_l^m \sin m\varphi). \quad (1)$$

Здесь R_E — радиус Земли; r — расстояние от центра Земли до точки, где вычисляется величина потенциала Y ; μ_0 — магнитная постоянная; P_l^m — присоединенные полиномы Лежандра; φ и θ — угловые сферические координаты с полярной осью, направленной вдоль оси вращения Земли. Иными словами, в этом подходе предполагается, что все коэффициенты g_l^m и h_l^m являются случайными величинами, при этом они статистически независимы, а эволюция каждого коэффициента во времени должна рассматриваться как стационарный гауссовский процесс с заданными автокорреляционными функциями $\kappa_l(t)$. При этой записи предполагается, что автокорреляционные функции не зависят от номера тессеральной гармоники. В такой формулировке гипотеза осевого диполя эквивалентна утверждению, что все коэффициенты Гаусса, кроме g_1^0 , являются случайными величинами с некой дисперсией и нулевыми математическими ожиданиями E .

Для версии дискретного времени стационарный гауссов процесс $\xi(t)$ удобно определяется через соотношение [Хохлов, 2011]:

$$\xi(m) = \sum R(m-n)\alpha_n. \quad (2)$$

В уравнении (2) α_n есть последовательность независимых случайных величин, распределенных по стандартному нормальному закону, а $R(x)$ – некоторая быстро убывающая четная функция, связанная с корреляционной функцией процесса уравнением свертки:

$$k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} R(t-s)R(s)ds. \quad (3)$$

Таким образом, формулой (2) можно задать эволюцию каждого коэффициента разложения потенциала (1) (в предположении отсутствия их кросскорреляций и конкретной формы корреляционной функции $k(t)$), что приводит к реализации стационарного многомерного гауссовского процесса, или GGP в нашей терминологии. Форма корреляционной функции $k(t)$, вообще говоря, неочевидна, использовалась как гауссова, так и экспоненциальная форма, пропорциональная $\exp(-t/\tau_1)$, где τ_1 – время релаксации, зависящее только от номера зональной гармоники l . Тогда можно показать, что

$R_l(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} K_0\left(\frac{|x|}{\tau_1}\right)$, где K_0 есть модифицированная функция Бесселя [Хохлов, 2011]. Из экспоненциального характера спада автокорреляций и табл. 1 следует, что в достаточно разнесенные по времени моменты наблюдений $t_{i+1} - t_i > \tau_1$ все коэффициенты зададут выборки значений случайной величины, характеризующейся своим (гауссовым) распределением. Значения τ_1 согласно этой модели приведены в табл. 1.

Имея в виду отмеченную выше необходимость привлечения зональных гармоник для объяснения особенностей распределения VGP (то есть вынужденный отход от канонической схемы GAD), модель GGP допускает появление коэффициентов разложения с ненулевыми средними E . На основе этой концепции и анализа эмпирических данных по палеонаправлениям в эпоху Брюнеса был предложен ряд моделей GGP [Quidelleur, Courtillot, 1996; Constable, Johnson, 1999; Johnson, Constable, 1996; Tauxe, Kent, 2004]. Эти модели были получены разными методами по разным базам данных, а также позже тестировались на основе сравнения их результатов по фиксированной достаточно большой базе данных [Khokhlov et al., 2006; Khokhlov, Hulot, 2013].

Таблица 1. Времена автокорреляции τ_l (в годах) для членов разложения (1) с индексом l .

l	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τ_l	667	150	133	119	105	93	83	73	65	51

Результаты этих тестирований показали, что наилучшим образом с эмпирическими распределениями положений VGP, полученными для эпохи Брюнеса, согласуется модель QC (табл. 2), предложенная [Quidelleur, Courtillot, 1996].

Существенно, что цитированные выше работы по модели GGP [Quidelleur, Courtillot, 1996; Constable, Johnson, 1999; Johnson, Constable, 1996; Tauxe, Kent, 2004] основывались на анализе лишь данных по палеонаправлениям, хотя разложение потенциала по гармоникам позволяет привлекать к рассмотрению и данные по палеонапряженности (B_{anc}) для выяснения соответствия моделей GGP и, в частности, модели GAD реальным данным. Первые такие исследования были выполнены в работах [Щербаков и др., 2015; Khokhlov, Shcherbakov, 2015] на основе анализа мировой базы данных по палеонапряженности (МБД BOROKPINT), <http://wwwbrk.adm.yar.ru/palmag/database.html>. На рис. 1 показано географическое расположение сайтов, использованное для этих расчетов. Как мы видим, распределение сайтов по пространству носит глобальный характер, хотя надо отметить и почти полное отсутствие определений палеонапряженности на обширных территориях Азии и Африки, а также в акваториях южного полушария.

В работах [Щербаков и др., 2015; Khokhlov, Shcherbakov, 2015] был выполнен статистический анализ данных по палеонапряженности и показано, что в МБД BOROKPINT содержится слишком много определений с низкими значениями палеонапряженности, число которых намного превышает их количество, ожидаемое по модели QC. Этот же, по существу, эффект был обнаружен ранее в работе [Щербаков и др., 2008], а затем независимо подтвержден в работах [Lawrence et al., 2009; Wang et al., 2015; Muxworthy, 2017], где было отмечено, что величины виртуального аксиального дипольного момента (VADM), рассчитанные по сайтам, отвечающих широтам $|\theta| > 45^\circ$, существенно меньше тех, которые фиксируются в широтах $|\theta| < 45^\circ$ (рис. 2). (Далее для краткости будем называть их «высокими» и «низкими» широтами соответственно.)

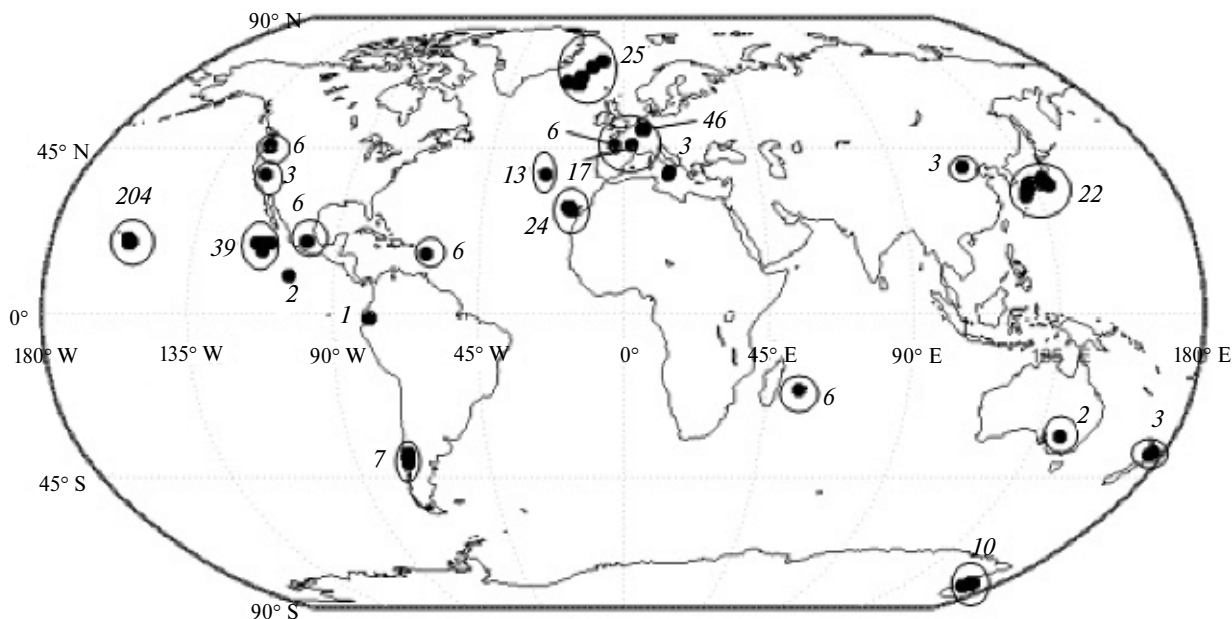


Рис. 1. Карта распределения сайтов, на которых получены данные по палеонапряженности в эпоху Брюнеса, возраст < 770 тыс. лет. Цифры на рисунке показывают число определений, сделанных в соответствующих сайтах.

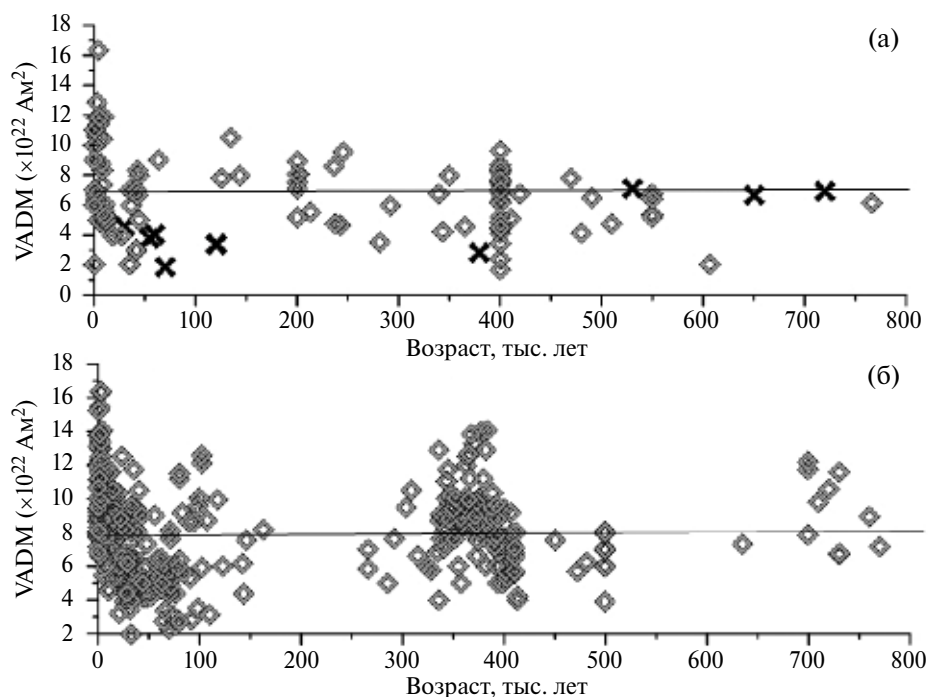


Рис. 2. Эпоха Брюнеса. Зависимость величины VADM от времени t согласно МБД PINT: (а) – распределение для сайтов с широтой $\theta > 45^\circ$ (ромбы) и $\theta < -45^\circ$ (крестики); (б) – величины VADM(t) для широт $-45^\circ < \theta < 45^\circ$. Среднее по всем данным значение VADM показано горизонтальной линией.

Как видно из сравнения рис. 2а и рис. 2б, значения VADM, полученные для сайтов с низкими широтами, систематически превышают таковые для сайтов с высокими широтами, так что средние величины VADM для этих распределений

составляют 8.03 и 6.7 соответственно. Интуитивно ясно, что разница между этими значениями слишком велика, чтобы данные для $|\theta| > 45^\circ$ и $|\theta| < 45^\circ$ генерировались случайным процессом, отвечающим гипотезе аксиального диполя,

при соблюдении которой средние VADM не должны зависеть от широты определения. Это соображение подтверждается и результатом теста Колмогорова–Смирнова (КС), который показывает, что вероятность такого события в данном случае практически нулевая.

Естественно предположить, что такое расхождение в данных по высоким и низким широтам отражает недооцененный вклад недипольных составляющих поля в его геометрию. Это соображение можно подкрепить наглядной иллюстрацией (рис. 3) того, насколько сильно сказывается недипольность геомагнитного поля при воображаемом определении VADM при современной конфигурации геомагнитного поля, геометрия которого довольно близка к дипольному полю, а недипольные члены зачастую рассматриваются лишь как относительно небольшие возмущения. Тем не менее, из представленной на рис. 3 диаграммы следует, что и в этой «мгновенной» конфигурации, даже без учета вековых вариаций, диапазон величин VADM, рассчитанных в предположении чисто дипольной геометрии поля, простирается от 4 (южно-атлантическая аномалия) до 11 (экваториальная часть Индийского океана) Z , где $Z = 10^{22} \text{ Am}^2$.

В дополнение к рис. 3 на рис. 4а представлена зависимость величины VADM от географической широты места отбора. Сплошная линия на этих рисунках представляет собой приближение

данных параболой, построенной по методу наименьших квадратов. Заметная выпуклость этой кривой может служить еще одним свидетельством избыточности низких значений VADM на средних и высоких широтах, однако доказательность такого утверждения невелика, поскольку коэффициент определения R^2 параметров этой параболы близок к нулю.

Поскольку определения B_{anc} обычно сопряжены с определением направлений палеополя, то в работах по определению палеонапряженности в большинстве случаев приводятся все три параметра вектора поля: интенсивность B_{anc} , наклонение I_{anc} и склонение D_{anc} , и для таких данных можно построить соответствующую кривую зависимости палеонаклонения I_{anc} от широты сайта (рис. 4б). Как видно из этого рисунка, данные по палеонаклонениям относительно неплохо ложатся на кривую, предписываемую аксиальным диполем (гипотеза GAD), что не согласуется с данными по интенсивности, в которых прослеживается очевидное несоответствие этой парадигме (рис. 2 и рис. 3).

Конечно, оценка соответствия данных гипотезе GAD «на глаз» может быть ошибочной и, как мы увидим ниже (раздел Результаты), так оно и есть. Однако ясно, что корректный учет вековых вариаций в рамках модели GGP, то есть введение ненулевых средних значений и дисперсий распределения мультипольных членов, всегда приведет к согласию эмпирических данных

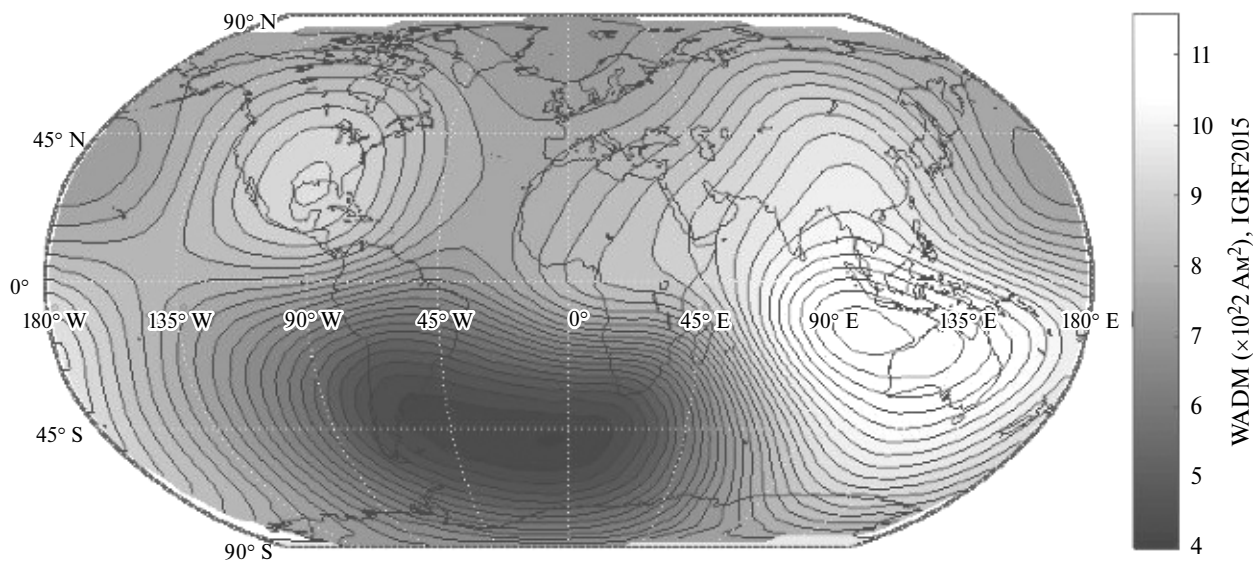


Рис. 3. Изолинии зависимости VADM от широты, рассчитанные для модели International Geomagnetic Reference Field (IGRF) для эпохи 2015 г., где представлены компоненты разложения потенциала современного геомагнитного поля на сферические гармоники. По их значениям рассчитывалась напряженность поля $\mathbf{B} = -\text{grad}(V)$ для 5000 точек, случайно распределенных на поверхности Земли. Расчет VADM велся по формуле (3).

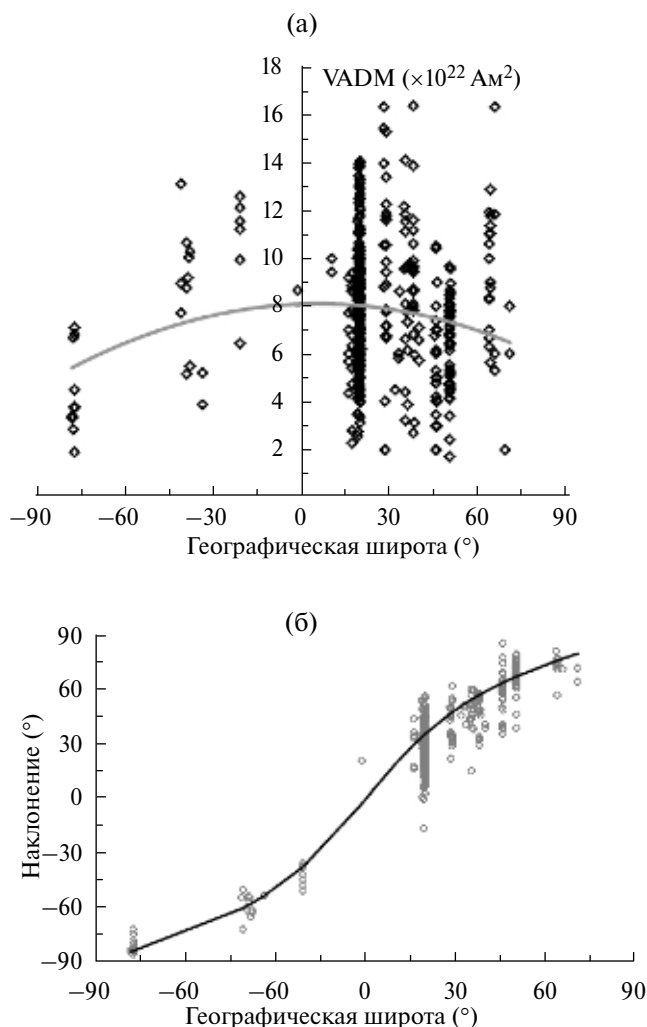


Рис. 4. (а) — зависимость величины VADM от географической широты места отбора. Сплошная линия — аппроксимация данных параболой; (б) — зависимость палеонаклонения I_{anc} от широты сайта θ по данным МБД BOROKPINT. Сплошная кривая представляет собой зависимость палеонаклонения I_{anc} от широты сайта θ для модели GAD (осевого центрального диполя).

с модельными кривыми как по палеонаклонениям, так и по палеонапряженности. Другое дело, что сама по себе задача поиска оптимальных параметров GGP является крайне громоздкой и трудозатратной, как это будет видно из дальнейшего изложения. К тому же и не факт, что в результате решения этой задачи мы получим согласующиеся схемы GGP для палеонаклонений и палеонапряженности. Скорее, как это видно из вышеизложенного, соответствующие модели могут сильно различаться, что потребует анализа причины таких расхождений.

Реализация этой задачи, то есть оценка соответствия эмпирических данных реальностям

гипотезы GAD и моделям GGP вместе с анализом причин аномального поведения данных по палеонапряженности в эпохе Брюнеса и является целью настоящего исследования.

МЕТОДИКА РАСЧЕТОВ

Представление потенциала в виде суммы функций от пространственной координаты со случайными коэффициентами легко позволяет организовать компьютерную симуляцию данных, отвечающих заданным статистическим характеристикам коэффициентов. При этом такие искусственные магнитные данные можно симулировать в любых географических точках, получая тем самым своего рода каталог данных, заведомо отвечающих модели. Отметим, что статистические свойства сконструированных таким образом векторов поля будут изменяться в зависимости от географической точки, поэтому статистические свойства сразу всего каталога — вещь не слишком очевидная. Если мы хотим проверить, насколько реальные данные соответствуют модели, то нам понадобится сравнение свойств реальных данных и симуляционных, но никак не вычисление каких-то глобальных статистических характеристик одного каталога: такие характеристики в сильной степени зависят от представительности данных в той или иной географической точке.

Сказанное выше находится в видимом несоответствии с практикой палеомагнетизма, поскольку в ней, напротив, широко используется идея перерасчета реальных данных в какую-либо «инвариантно заданную» величину вроде VDM или виртуального аксиального дипольного момента (VADM). К этой же категории относятся и вычисления VGP, но эта тема лежит вне рамок настоящей статьи. Подчеркнем, что идея редукции эмпирических данных, полученных в одной (или нескольких) точках, и возникла, собственно говоря, с целью избавления зависимости от географических координат, поскольку непосредственно полученные палеомагнитные данные (B_{anc} , I_{anc} , D_{anc}) сильно зависят от местоположения соответствующего сайта. В основе идеи редукции лежит гипотеза GAD, дополненная тем предположением, что геомагнитное поле представляется доминирующим осевым диполем, а недипольные члены, то есть все остальные члены разложения (1) вносят только некоторые возмущения в эту дипольную геометрию и которыми при практических палеомагнитных исследованиях можно пренебречь. Действитель-

но, для идеального случая чисто дипольного поля измерение напряженности

$$B_{\text{anc}} = \mu_0 M / 4\pi \cdot R_E^3 \sqrt{1 + 3 \cdot \sin^2 \theta_{\text{anc}}}, \quad (4)$$

в любой точке земного шара однозначно определяет величину магнитного момента M Земли независимо от точки наблюдения. Здесь $\theta_{\text{anc}} = \pi/2 - \theta$ есть палеоширота места наблюдения, μ_0 — магнитная постоянная. И, наоборот, знание лишь одного скаляра M позволяет предсказать интенсивность палеополя B_{anc} в любой точке глобуса. Эта процедура определения M для заданной в пространстве — времени точки широко используется в археомагнетизме, где зачастую величину палеонаклонения (I_{anc}) невозможно определить в силу того, что образцы неориентированы в пространстве, но зато известна точная географическая широта θ места отбора образца, так что для определения M можно использовать формулу (4). Отметим, что в этом случае величина M носит название виртуального аксиального дипольного момента:

$$VADM = \frac{4\pi B_{\text{anc}} R_E^3}{\mu_0 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \theta_{\text{anc}}}}, \quad (5)$$

где: R_E — радиус Земли, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума. Процедура определения VADM может применяться и к данным, полученным в эпоху Брюнеса и в последние 3–5 млн лет, когда движением континентов или платформ можно с определенной точностью пренебречь.

Однако при переходе к более древним временам концепция VADM теряет смысл, поскольку нам неизвестна географическая широта места как независимая величина. Мы, конечно, можем определить условную палеошироту θ_{anc} из соотношения:

$$\text{tg}(I_{\text{anc}}) = 2\text{tg}(\theta_{\text{anc}}), \quad (6)$$

но ее определение опирается на знание тех же магнитных данных, в данном случае — палеонаклонения I_{anc} . По этой причине естественной заменой VADM для данных, полученных на древних породах, возраста от 5 млн лет, служит VDM, вычисляемый с помощью (4) и (5) по формуле:

$$VDM = 2\pi B_{\text{anc}} R_E^3 \sqrt{1 + 3 \cos^2 I_{\text{anc}}} / \mu_0. \quad (7)$$

Подобная редукция двумерной совокупности палеомагнитных измерений (B_{anc} , I_{anc}) в одномерный скаляр (VDM или VADM) используется практически при любом анализе параметров палеополя в далеком геологическом прошлом. Такой подход, конечно, удобен, например, при

рассмотрении палеотектоники или эволюции величины палеонапряженности во времени, но, как говорилось выше, он оправдан лишь при явном или молчаливом предположении о доминирующей дипольной геометрии палеополя. Из сказанного становится ясно, что внесение в модель квадрупольного и/или октупольного членов делает скаляры VDM или VADM неинвариантными по географическому параметру. Поскольку наша задача как раз и состоит в оценке роли этих членов, то простой анализ всего каталога данных по B_{anc} , VDM или VADM без учета географических характеристик анализируемых данных, никак не может помочь в решении этой задачи и, более того, должен вести к ложным выводам.

Однако идея сравнения симуляционных данных с реальными вполне реализуема: только при этом надо позаботиться о том, чтобы симуляционный каталог был бы устроен как реальный в смысле географических привязок измерений. Непосредственное сравнение симуляционного каталога с реальными данными можно провести с помощью статистического теста Колмогорова–Смирнова (КС), либо более сложного теста Андерсона–Дарлинга (АД), которые дают вполне определенный ответ на вопрос «различимы ли статистические свойства двух выборок из генеральной совокупности или нет». Как известно, эти критерии могут либо искать разницу между двумя выборками (т. е. отвечать на вопрос, принадлежат ли обе выборки одному закону распределения или нет), либо проверять, отвечает ли конкретная выборка заданному закону распределения. В первом варианте применения этих тестов мы имеем дополнительный фактор случайности со стороны смоделированной нами модельной выборки. Однако, используя методику, описанную в работах [Khokhlov, Hulot, 2013; Khokhlov, Shcherbakov, 2015], можно так преобразовать реальную выборку, что в случае соответствия модели и реального каталога преобразованные данные будут равномерными на отрезке $[0,1]$. Проверка этого соответствия опять-таки потребует применения статистического теста КС или АД, но теперь уже во второй формулировке, что снимает фактор случайности со стороны смоделированной модельной выборки.

Данные по палеонапряженности отбирались из Мировой Базы по палеонапряженности (МБД BOROKPINT, <http://www.wbrk.adm.yar.ru/palmag/database.html>), содержащей всего на настоящий момент 4629 записей (4139 из них содержат и определения VDM). На эпоху Брюнеса приходится 1404 определений B_{anc} , по которым можно по формуле (5) определить VADM.

После удаления определений с обратной и переходной полярностью осталась 1331 запись. Далее из этого каталога были оставлены только те, что удовлетворяют минимальным критериям отбора, предложенным в работе [Perrin, Shcherbakov, 1997]: определения палеонапряженности получены методом Телье с использованием процедуры “check-points”, при этом требовалось не менее 3 определений на интервал, а также относительная ошибка определения палеонапряженности не должна превышать 15%, в итоге для дальнейшего анализа осталось 454 определения VADM (из них 390 содержат значение палеонаклонения).

Для корректной реализации тестирования по КС или АД необходимо быть уверенным, что анализируемые данные можно считать выборкой из *генеральной совокупности* независимых, одинаково распределенных случайных величин. На этом пути возникают некоторые сложности, поскольку в реальном каталоге могут существовать зависимости между измерениями, возникающие вследствие того, что некоторые данные были получены на сайтах, времена образования которых (t_i и t_j) очень близки. И если разница во времени образования NRM этих сайтов $t_i - t_j < t_c$, где $t_c \sim 1000$ лет – характерное время корреляции интенсивности геомагнитного поля (табл. 1), то эти данные могут быть сильно коррелированы. К сожалению, эффективно исключить корреляции удастся лишь ценой сокращения количества записей; сам же метод исключения записей состоит в том, чтобы не оказалось пар, стоящих близко во времени и пространстве. Таким образом, для корректной статистической проверки соответствия данных и модели необходимо вначале подготовить каталог для статистического теста, исключив из него внутренние корреляции – процедура, которая отсутствовала во всех цитированных выше работах по анализу поведения палеонапряженности и палеонаправлений в прошлом.

Надежным способом будет, например, введение следующих ограничений: сайты, по которым производились измерения, должны быть разделены во времени на величину не менее 1000 лет, то есть характерного времени корреляций. На практическом уровне второе требование иногда трудно проверить, так как точность определения возраста пород зачастую невелика, поэтому мы оставляли формально одновозрастные данные, ошибка определения которых, однако, превышала 1000 лет. В конечном счете, из 454 записей, прошедших минимальные критерии отбора, после фильтрации в каталоге осталось 367 определений.

ОПИСАНИЕ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Выше было, в общих чертах, рассказано, как сравнивать модель вековых вариаций, представленную GGP-схемой, с каталогом, представляющим из себя выборку в статистическом смысле. В этом разделе собраны детальные описания всех действий. Поскольку оба теста КС и АД лучше всего работают на равномерных распределениях, то для начала нами было выполнено так называемое выравнивание эмпирических и модельных распределений.

Конкретная статистическая модель позволяет воспроизвести с помощью случайного генератора выборку векторов поля в заданной географической точке (сайте). В частности, таким образом можно получить большую выборку модельных интенсивностей в этом сайте и для любой величины z_α определить долю $q(z_\alpha)$ модельных интенсивностей z меньших z_α . Здесь $q(z)$ – кумулятивная функция распределения z . Таким образом, каждая величина z_α является (нижним) квантилем, отвечающим вероятности $q(z_\alpha)$. Напомним, что α -квантиль однозначно задается уравнением $q(z_\alpha) = \alpha$. Несложно видеть, что сгенерированная модельная выборка, будучи преобразована от случайной переменной z к $q(z)$, задает выборку из равномерно распределенной на отрезке $[0,1]$ случайной величины $q(z)$. Если теперь рассматривать значения интенсивностей z из каталога с учетом их географического положения и заданной вероятностной ошибки их измерения, то соответствующее преобразование от z к $q(z)$ (доля вычисляется, естественно, по модельной выборке) называется *выравниванием относительно модели*, при этом получившийся набор значений статистическим тестом следует сравнить с равномерным на отрезке $[0,1]$ распределением.

Далее алгоритм сравнения распределений сводился к следующему:

а) график экспериментальной ступенчатой функции (кумулянты) исследуемой выборки сравнивается с теоретическим графиком, то есть с графиком функции $y = x$ на отрезке $[0,1]$. Сравнение дает максимальное значение разности двух графиков (для теста КС) и взвешенное значение площади между графиками (для теста АД);

б) каждый из этих тестов выдает значение вероятностей $P_{КС}$ и $P_{АД}$, вероятностей того, что за наблюдаемым различием стоит лишь фактор случайности, а исследуемая выборка на самом деле равномерна;

в) в естествознании принято считать, что если $P_{\text{КС}}$ или $P_{\text{АД}}$ меньше 5%, то это свидетельствует о том, что выборка достоверно не является равномерной или, в нашем случае, интенсивности в каталоге достоверно не такие как в модели. Напротив, с возрастанием $P_{\text{КС}}$ и $P_{\text{АД}}$ растут шансы на то, что исходная выборка является равномерной и, соответственно, что интенсивности в каталоге близки к модельным. В качестве выходного параметра сравнения нами рассматривалась величина $P = \min(P_{\text{КС}}, P_{\text{АД}})$, вычисленная для серии GGP-моделей, отличающихся величиной зональных членов g_2^0 и g_3^0 .

РЕЗУЛЬТАТЫ

Прежде всего отметим, что в соответствии с тем, что говорилось в предыдущем разделе, все статистические оценки, приведенные ниже, выполнены по фильтрованным каталогам.

Рассмотрим вначале зависимость палеонаклонение — широта, которая, на первый взгляд, более или менее соответствует аксиальной геометрии поля (рис. 4). Однако, как говорилось выше, доказательное суждение может быть вынесено лишь после прямого сравнения реальных данных с их имитацией по модели GGP.

На рис. 5а представлены результаты тестов КС — АД по сравнению этих данных (после фильтрации их число сократилось с 390 до 296) с их имитацией по модели GGP. Черная область отвечает значениям $P < 0.05$, то есть интенсивности в каталоге достоверно не такие, как в соответствующих этой области моделях. Подчеркнем, что в эту область входит и точка с $g_2^0 = g_3^0 = 0$, отвечающая гипотезе GAD, то есть данные по наклонениям, занесенным в МБД BOROKPINT, противоречат этой гипотезе в соответствии с выводами предшествующих работ (см. Введение). Ярким цветом на рис. 5а

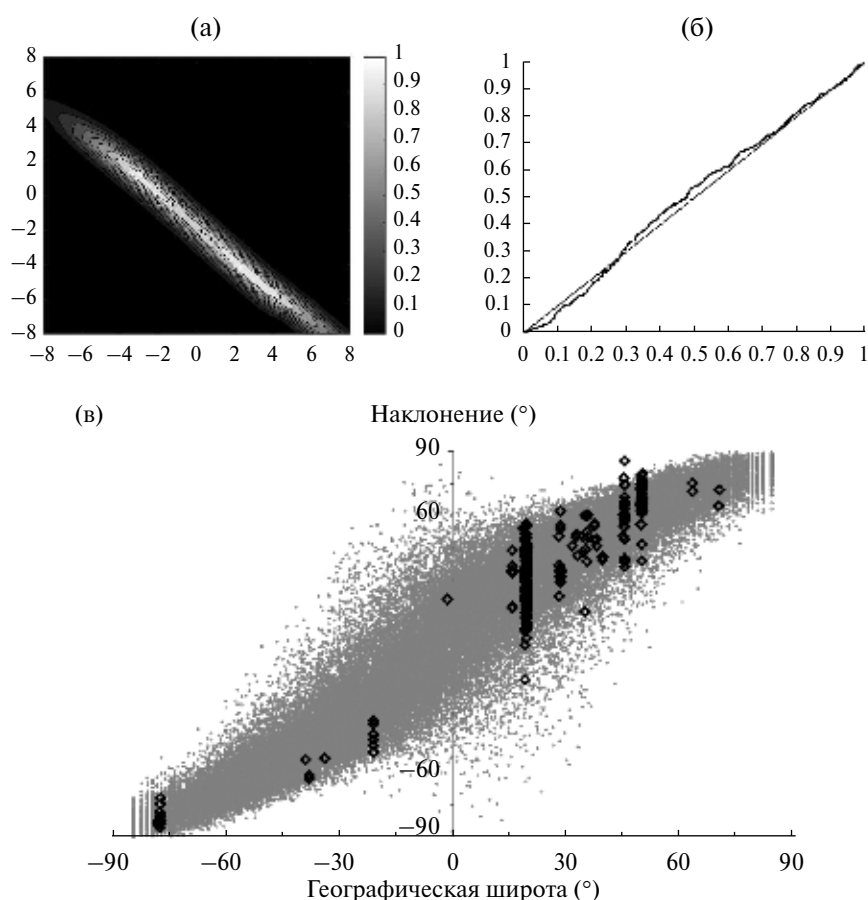


Рис. 5. Оценка соответствия данных по палеонаклонению модели GGP: (а) — величины вероятностей РАД в цветовой шкале для серии GGP-моделей в зависимости от интенсивности квадрупольного g_2^0 (по горизонтали) и октупольного g_3^0 (по вертикали) членов; (б) — сравнение кумулятивных функций эмпирического и модельного (равномерного) распределений при $g_1^0 = -30$, $g_2^0 = -2.25$ и $g_3^0 = 0.25$ мкТ, отвечающей наибольшей вероятности $P_{\text{АД}} = 0.999$; (в) — диаграмма значений наклонений $I_{\text{анс}}$ в зависимости от широты для этой же модели GGP (серым цветом) и данными для $I_{\text{анс}}$ по каталогу PINT (ромбы).

Таблица 2. Параметры модели QC (мкТ).

$E(g_1^0)$	$E(g_2^0)$	σ_1^0	σ_1^1	σ_2^0	$\sigma(g_2^1)$	$\sigma(h_2^1)$	σ_2^2	α
-30.0	-1.2	3.0	3.0	1.3	4.3	4.3	1.3	27.7

выделена область, где исследуемые модели GGP более или менее правдоподобно описывают палеонаклонения, записанные в каталоге МБД BOROKPINT, при этом максимум вероятности $P=0.999$ практически не отличается от единицы и достигается при $g_2^0 = -2.25$ и $g_3^0 = 0.25$ мкТ, что несколько (но не критично) отличается от параметров модели QC, используемой для анализа ранее в работах [Щербаков и др., 2015; Khokhlov, Shcherbakov, 2015] (табл. 2). Отметим, однако, неоднозначность выбора области наиболее вероятных параметров, поскольку практически равновысокие значения P находятся вокруг точки $g_2^0 = 1.5, g_3^0 = -3.5$ мкТ.

Рис. 5б наглядно демонстрирует близость кумулятивных функций эмпирического и модельного (равномерного) распределений наклонений,

а рис. 5в иллюстрирует соответствие эмпирических данных по палеонаклонениям и расчетных наклонений для модели GGP, отвечающей максимуму вероятности $P=0.999$. Модель была реализована на 500 равномерно распределенных точек на глобусе, для каждой из которых было рассчитано 500 независимых определений вектора $\mathbf{B}_{\text{анс}}$.

На рис. 6 представлены результаты теста КС – АД по сравнению данных по палеонапряженности с их имитацией по модели GGP. Как и в предыдущем случае, светлая центральная область на этом рисунке отвечает моделям, которые с высокой вероятностью описывают реальные данные, при этом максимум вероятности $P=0.999$ достигается при $g_2^0 = 9.25 \div 10.25$ мкТ и $g_3^0 = -0.75$ мкТ, и при $g_2^0 = 9.25$ мкТ и $g_3^0 = -1$ мкТ (на рис. 6 результаты расчетов представлены для $g_2^0 = 9.75$ мкТ и $g_3^0 = -0.75$ мкТ). Обращает на себя внимание высокое значение квадрупольного члена g_2^0 , который оказывается весьма значительным даже по сравнению с дипольным коэффициентом $g_1^0 = -30$ мкТ. Причины такого явления ясны

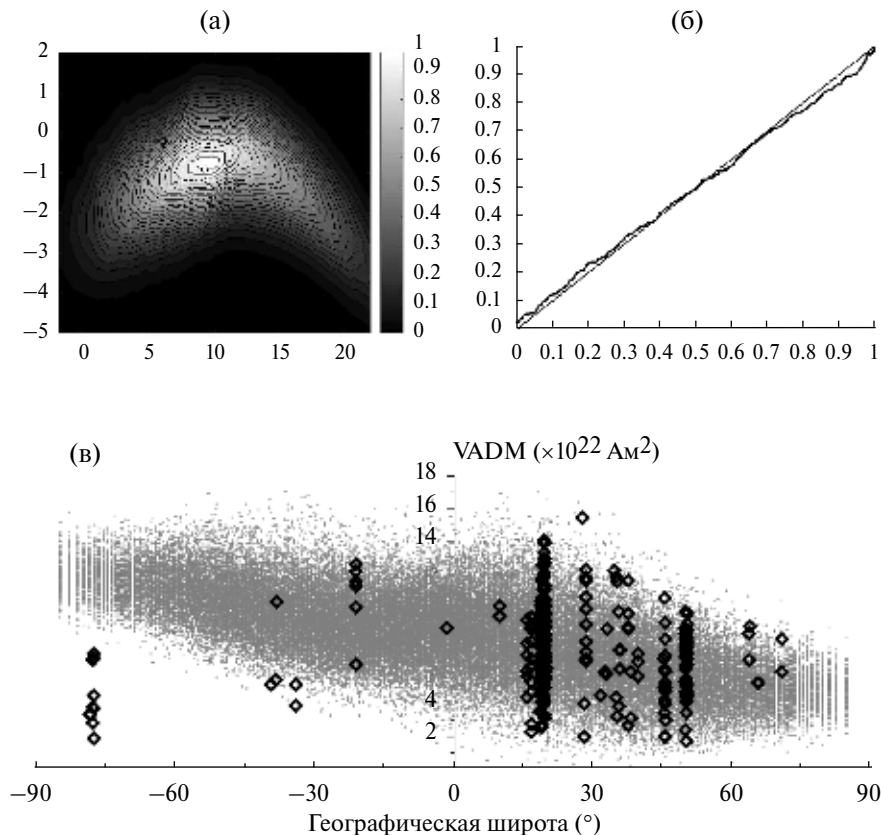


Рис. 6. Оценка соответствия данных по палеонапряженности GGP: (а) – величины вероятностей P в цветовой шкале для серии GGP-моделей в зависимости от интенсивности квадрупольного g_2^0 (по горизонтали) и октупольного g_3^0 (по вертикали) членов; (б) – сравнение кумулятивных функций эмпирического и модельного (равномерного) распределений; (в) – диаграмма значений VADM в зависимости от широты для модели GGP (серым цветом) с параметрами $g_1^0 = -30, g_2^0 = 9.5, g_3^0 = -0.75$ мкТ, отвечающей наибольшей вероятности $P=0.999$.

из рис. бв, на котором показано распределение модельных VADM для этой реализации (серые точки) совместно с эмпирическими данными (ромбы). Как видно, фактически тест работает на основании массива данных по северному полушарию и приэкваториальной области, где выполнено большинство определений, а данные, полученные на высоких широтах южного полушария, тест как бы игнорирует. Тем не менее результирующая вероятность соответствия данных и модели оказывается очень высокой. Что же касается большой величины квадрупольного члена, то его появление обязано тому самому эффекту занижения интенсивности палеополя на высоких широтах, о котором говорилось во Введении.

ДИСКУССИЯ

Выполненные нами оценки соответствия гипотезе GAD эмпирических данных по палеонапряженности и палеонаклонениям, полученным исключительно по МБД BOROKPINT, показали, что согласно тесту КС – АД гипотеза GAD в ее канонической форме должна быть отвергнута, поскольку точка $g_2^0 = g_3^0 = 0$ находится на темной периферии обоих рисунков 5а и 6а и отвечает очень низкому значению $\min(P_{\text{АД}}, P_{\text{КС}}) < 5\%$. Таким образом, гипотеза GAD определенно требует модификации, и это заключение целиком согласуется с выводами предшествующего анализа гипотезы GAD по данным о палеонаклонениях, содержащихся в палеомагнитных базах данных [Merrill et al., 1996], и подтверждает желательность учета вклада недипольных, прежде всего квадрупольного и октупольного, членов в геометрию геомагнитного поля при использовании палеотектонических построений. Конечно, для практики палеомагнетизма на настоящий момент эту рекомендацию достаточно сложно исполнить, поскольку реальное определение вклада недипольных составляющих в конфигурацию поля для геологического прошлого старше 5 млн лет получить пока невозможно, а для периода < 5 млн лет такой необходимости для выполнения палеотектонических построений, в общем, нет. Тем не менее, такая задача остается актуальной и ее решение в будущем будет одной из основных задач палеомагнетизма.

Однако анализ роли недипольных составляющих как в усредненную по некоторому временному интервалу времени, так и в мгновенную конфигурацию геомагнитного поля составляет суть исследований вековых вариаций геомагнитного поля, поскольку знание их характеристик

необходимо для построения реалистичной модели геодинамо, с одной стороны, и для возможности прогнозирования поведения геомагнитного поля в ближайшем будущем, с другой стороны.

Таким образом, гипотеза GAD определенно требует корректной и по мере возможности, обоснованной модификации, по крайней мере, в рамках модели GGP. Здесь надо указать на недавно вышедшую статью [Muxworthy, 2017], в которой ее автор попытался дать количественную оценку величины недипольных составляющих путем построения диаграмм распределения палеонапряженности в зависимости от географической широты определения за последние 5 тысяч лет. При этом автор объединил данные по северному и южному полушариям, тем самым как бы предполагая симметричную в среднем по времени геометрию поля и усреднил их по окнам в 10 градусов. Полученные диаграммы сравнивались с таковыми же, построенными на основе сильно упрощенной модели GGP (cap model) с целью подбора таких параметров осевого диполя и недипольных составляющих поля, чтобы минимизировать расхождения между сравниваемыми диаграммами. В результате такого подхода в статье [Muxworthy, 2017] получены следующие оценки средних по времени коэффициентов разложения $g_1^0 \approx -33$, $g_2^0 \approx 3.3$, $g_3^0 \approx 5$ мкТ. Однако приближенный и нестрогий характер рассмотрения не позволяет считать полученные выводы обоснованными.

Обращаясь теперь к результатам нашего статистического анализа данных по палеонапряженности и палеонаклонениям, мы видим, что он дал интересную, но в то же время противоречивую информацию об особенностях поведения вековых вариаций в эпоху Брюнеса. Так, тестирование данных по палеонаклонениям из МБД BOROKPINT привело к наиболее вероятным моделям GGP с параметрами $g_1^0 \approx -30$, $g_2^0 \approx -2.25$ и $g_3^0 \approx 0.25$ мкТ, что близко предложенной ранее модели QC и предсказывает достаточно небольшие поправки к чисто дипольной составляющей геомагнитного поля. Однако анализ данных по палеонапряженности показал, что они с очень высокой вероятностью соответствуют моделям GGP с параметрами $g_1^0 \approx -30$, $g_2^0 \approx 9.5$ и $g_3^0 \approx -0.75$ мкТ, которые сильно отличаются от приведенных выше параметров моделей, построенных по данным для палеонаклонений.

Поиск причин такого расхождения лежит вне методов настоящей работы, поскольку даже самый тщательный статистический анализ дает

только формальную оценку надежности той гипотезы, что анализируется по данным, представленным в том или ином каталоге. Иными словами, в рамках модели GGP здесь нет объяснения. Но поскольку обсуждение этой проблемы представляет большой интерес как для палеомагнетизма, так и для магнетизма горных пород, ниже мы дадим наше краткое видение этого вопроса.

Корни расхождения между результатами анализа по палеонапряженности и палеонаклонениям лежат именно в факте заметного занижения палеонапряженности на высоких широтах, которое имеет место как в южном, так и в северном полушариях (рис. 2 и рис. 3), что и ведет к необходимости введения значительного квадрупольного члена. Отметим, кстати, что возможно и зеркальное объяснение этого эффекта завышением палеонапряженности на высоких широтах, но здесь мы для определенности будем придерживаться первой трактовки. При этом нижняя граница пониженных значений VADM доходит до $2Z$ (рис. 2 и рис. 3), что значительно меньше условной границы устойчивого дипольного поля, равной $4Z$ [Guyodo, Valet, 1999], поскольку при интенсивности поля ниже $4Z$ считается, что в это время имеет место экскурс.

В то же время поведение палеонаклонений не имеет таких особенностей и их значения лежат вблизи кривой, предписанной чисто дипольным полем. При этом обе эти серии параметров, для палеонапряженности и палеонаклонений, несовместимы друг с другом, поскольку они взаимно отвергают друг друга с вероятностью, превышающей 95%.

Естественно, встает вопрос — что же является причиной столь несогласующегося поведения данных по палеонапряженности и палеонаклонений. Здесь может быть два объяснения. 1). Модель GGP не учитывает каких-то особенностей в конфигурации геомагнитного поля, приводящих к тому, что распределение VADM резко отличается от дипольного и имеет сильную широтную зависимость, в то время как распределение угловых параметров остается близким к дипольному и роль недипольных членов здесь невелика. 2). Экспериментальные данные содержат много ошибочных определений и поэтому они сильно искажают истинную картину поведения геомагнитного поля в эпоху Брюнеса.

Первый вариант фактически предполагает поиск новой модели описания геометрии геомагнитного поля в геологическом прошлом и его вековых вариаций, которая могла бы объяснить отмеченные здесь особенности распределения палеонапряженности и палеонаклонений.

Ясно, что такая задача требует больших усилий и выходит далеко за рамки настоящей статьи. Тем не менее, отметим одно существенное обстоятельство, которое может помочь в формулировке такой модели, а именно: специфика пространственно-временного распределения величин VADM может быть следствием нестационарности процесса геодинамо. Действительно, согласно [Bouligand et al., 2016; Хохлов и др., 2017] вековые вариации можно считать стационарным гауссовским процессом (как того требует модель GGP) лишь на относительно коротких временных сегментах, поскольку на достаточно большом интервале времени проявляется нестационарность процесса генерации геомагнитного поля. Как показал анализ статистических характеристик геомагнитного поля, генерируемого в численных моделях геодинамо [Хохлов и др., 2017], вековые вариации следует описывать скорее в терминах перемежаемости, когда процесс генерации разбивается на сегменты длительностью порядка 100 тысяч лет, так как параметры соответствующих стационарных гауссовских процессов на них отличаются. Однако схема GGP, вообще говоря, игнорирует перемежаемость, обеспечивая стационарность распределений коэффициентов на всех интервалах времени, при том, что параметры могут (и, скорее всего, так и делают) изменяться.

Однако надо признать, что в любом случае остаются большие сомнения, что на этом пути можно получить требуемый результат, поскольку как напряженность поля, так и его угловые элементы являются производными от одного и того же потенциала и, стало быть, коррелируют между собой. По этой причине трудно себе представить такую геометрию поля, в которой распределение напряженностей по глобусу резко отличается от дипольного, в то время как распределение угловых параметров остается близким к нему [Khokhlov, Shcherbakov, 2015].

Намного более вероятной причиной обсуждаемого противоречия, по нашему мнению, могут быть артефакты, связанные с ошибочными определениями палеонапряженности [Khokhlov, Shcherbakov, 2015]. Мы говорим здесь именно о палеонапряженности, поскольку определения палеонаправлений, особенно на молодых породах, несут в себе намного меньшие опасности получения неверного результата. Здесь, прежде всего, следует отметить опасность ошибочной идентификации природы остаточной намагниченности (NRM). Дело в том, что для корректного определения палеонапряженности по методу Телье абсолютно необходимо, чтобы

ВЫВОДЫ

порода несла термоостаточную намагниченность (TRM). Однако, как было предположено в работах [Smirnov, Tarduno, 2005; Draeger et al., 2006], TRM может иметь схожую температурную стабильность и, стало быть, близкие спектры блокирующих температур с химической остаточной намагниченностью (CRM). Это предположение было позже подтверждено в работах [Грибов и др., 2016; 2017; Щербаков и др., 2017], где было экспериментально и теоретически доказано, что методика Телье в применении к CRM дает заниженные величины B_{anc} (а стало быть и VADM). Все сказанное позволяет предположить, что отмеченное здесь явление занижения VADM как раз и связано с ложной идентификацией NRM как TRM, хотя на самом деле исследуемые породы несли CRM. Именно такая интерпретация была предложена в работе [Khokhlov, Shcherbakov, 2015], где на основе анализа, сходного с тем, что был предпринят в данной работе, было указано на наличие в МБД свыше 40 избыточно низких значений VADM в эпохе Брюнеса. Однако, если принять эту интерпретацию за рабочую гипотезу, то возникает законный вопрос: почему занижение VADM носит избирательный характер и проявляется преимущественно на высоких широтах, что и влечет за собой необходимость введения аномально высокого квадрупольного вклада в геометрию магнитного поля. Это обстоятельство плохо объяснимо, если предположить полную случайность ложного определения палеонапряженности в той или иной работе, поскольку список работ, которые потенциально содержат аномально низкие значения VADM, согласно оценке, данной в работе [Khokhlov, Shcherbakov, 2015], состоит из 16 публикаций.

Таким образом, надо признать, что в настоящее время мы не можем предложить непротиворечивого удовлетворительного объяснения отмеченных здесь особенностей распределения палеонапряженности в эпоху Брюнеса, и эта проблема остается загадкой для будущих исследований. Ее решение, несомненно, представляет собой крайне актуальную задачу, от которой зависит достаточно много при интерпретации данных по палеонапряженности на всех геологических эпохах. В качестве возможного инструмента ее решения может быть переход от отдельного анализа палеонаправлений и палеонапряженности к развитию методики их совместного анализа.

1. Гипотеза центрального осевого диполя (GAD) в своей канонической форме противоречит экспериментальным данным по палеонаклонениям и палеонапряженности, содержащимся в международной базе данных BOROKPINT. При этом распределение VADM резко отличается от дипольного и имеет сильную широтную зависимость, в то время как распределение палеонаклонений остается относительно близким к дипольному.

2. Расширение GAD до модели Большого Гауссовского Процесса (GGP), допускающего существование вековых вариаций с ненулевыми средними по времени квадрупольными и октупольными членами, приводит данные по палеонаклонениям и палеонапряженности к согласию с модельными реализациями GGP, но эти модели оказываются взаимно исключяющими, поскольку их параметры не согласуются друг с другом.

3. Наиболее вероятной причиной обсуждаемого противоречия могут быть артефакты, связанные с ошибочными определениями палеонапряженности, но и при такой интерпретации остается нерешенным вопрос о причинах столь сильной широтной зависимости интенсивности VADM.

Работа выполнена в рамках госзадания ИФЗ РАН № 0144-2014-00117 и при поддержке гранта Министерства образования (договор № 14.Z50.31.0017).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Грибов С.К., Долотов А.В. Особенности поведения химической остаточной намагниченности при окислении природного титаномагнетита в изотермических условиях. «Палеомагнетизм и магнетизм горных пород: теория, практика, эксперимент». Всероссийский школа-семинар по проблемам палеомагнетизма и магнетизма горных пород, Санкт-Петербург, 3–7 октября 2016 г. [материалы] Ярославль: Филигрань. 2016. С. 35–39.
- Грибов С.К., Долотов А.В., Щербаков В.П. Экспериментальное моделирование химической остаточной намагниченности и методики Телье на титаномагнетитсодержащих базальтах // Физика Земли. 2017. № 2. С. 109–128. doi: 10.7868/S0002333717010069
- Хохлов А. Моделирование вековых геомагнитных вариаций. Принципы и реализация // Геофизические исследования. 2011. Т. 13. № 2. С. 50–61.

- Хохлов А.В., Люлье Ф., Щербаков В.П.* Переменяемость и особенности статистических характеристик геомагнитного поля в моделях геодинamo // *Физика Земли*. 2017. № 5. С. 81–88. doi: 10.7868/S0002333717050076
- Храмов А.Н., Гончаров Г.И., Коммиссарова Р.А. и др.* Палеомагнитология. Л.: Недра. 1982. 321 с.
- Щербаков В.П., Сычева Н.К., Грибов С.К.* Экспериментальное и численное моделирование процесса образования химической остаточной намагниченности и методики Телье // *Физика Земли*. 2017. № 5. С. 30–43. doi: 10.7868/S0002333717040081
- Щербаков В.П., Сычева Н.К., Щербакова В.В.* Эволюция величины магнитного момента Земли в геологическом прошлом // *Геофизические исследования*. 2008. Т. 9. № 2. С. 7–24.
- Щербаков В.П., Хохлов А.В., Сычева Н.К.* О функции распределения величины геомагнитного поля по модели Большого Гауссова Процесса и эмпирическим данным // *Физика Земли*. 2015. № 5. С. 179–192. doi: 10.7868/S0002333715050117
- Bouligand C., Gillet N., Jault D., Schaeffer N., Fournier A. et al.* Frequency spectrum of the geomagnetic field harmonic coefficients from dynamo simulations // *Geophysical Journal International*. Oxford University Press (OUP). 2016. V. 207. P. 1142–1157.
- Constable C.G., Johnson, C.L.* Anisotropic paleosecular variation models: implications for geomagnetic field observables // *Earth Planet. Sci. Lett.* 1999. V. 115. P. 35–51.
- Constable C.G., Parker R.L.* Statistics of the Geomagnetic Secular Variation for the Past 5 m.y. // *J. Geophys. Res.* 1988. V. 93. № B10. P. 11569–11581.
- Draeger U., Prevot M., Poidras T., Riisager J.* Single-domain chemical, thermochemical and thermal remanences in a basaltic rock // *Geophys. J. Int.* 2006. V. 166. P. 12–32.
- Fisher R.* Dispersion on a sphere // *Proc. R. Soc. Lond.* 1953. A 217. P. 295–305.
- Guyodo Y., Valet J.P.* Global changes in intensity of the Earth's magnetic field during the past 800 kyr // *Nature*. 1999. V. 399. P. 249–252.
- Hospers J.* Reversals of the main geomagnetic field, I, II. *Proc. Kon. Neder. Akad. Welensch.* 1953. B56. P. 467–491.
- Hospers J.* Reversals of the main geomagnetic field, III, IV. *Proc. Kon. Neder. Akad. Welensch.* 1954. B57. P. 112–121.
- Hulot G., Le Mouel J.-L.* A statistical approach to the Earth's main magnetic field // *Phys. Earth Planet. Int.* 1994. V. 82. P. 167–183.
- Johnson C., Constable C.* Paleosecular variation recorded by lava flows over the last 5 Myr // *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* 1996. V. 354. P. 89–141.
- Khokhlov A., Hulot G.* Probability uniformization and application to statistical palaeomagnetic field models and directional data // *Geophys. J. Int.* 2013. V. 193. № 1. P. 110–121. doi:10.1093/gji/ggs118
- Khokhlov A., Hulot G., Bouligand C.* Testing statistical palaeomagnetic field models against directional data affected by measurement errors // *Geophys. J. Int.* 2006. V. 167. № 2. P. 635–648. doi:10.1111/j.1365–246X.2006.03133.x
- Khokhlov A., Shcherbakov V.* Palaeointensity and Brunhes palaeomagnetic field models // *Geophys. J. Int.* 2015. V. 202. № 2. P. 1419–1428. doi:10.1093/gji/ggv236.
- Lawrence K P., Tauxe L., Staudigel H., Constable C.G., Koppers A., McIntosh W., Johnson C.L.* Paleomagnetic field properties at high southern latitude // *Geochem. Geophys. Geosyst.* 2009. V. 10. P. 1–27.
- McElhinny M.W., McFadden P.L., Merrill R.T.* The time-averaged paleomagnetic field 0–5 Ma // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 25007–25027.
- McElhinny M.W.* Paleomagnetism and Plate Tectonics. Cambridge Univ. Press. Cambridge. U. K. 1973. 357 p.
- Merrill R.T., McElhinny M.W.* Anomalies in the time-averaged palcomagnetic field and their implications for the lower mantle // *Rev. Geophys.* 1977. V. 15. P. 309–323.
- Merrill R.T., McElhinny M.W.* The Earth's Magnetic Field: Its History, Origin and Planetary Perspective. Academic. San Diego. 1983. 401 p.
- Merrill Ronald T.* The magnetic field of the Earth: paleomagnetism, the core, and the deep mantle / By Ronald T. Merrill, Michael W. McElhinny, Phillip L. McFadden. Academic Press. International Geophysics Series. 1996. V. 63. 531 p.
- Muxworthy Adrian R.* Considerations for Latitudinal Time-Averaged-Field Palaeointensity Analysis of the Last Five Million Years // *Frontiers in Earth Science*. 2017. V. 5. Article 79. doi: 10.3389/feart.2017.00079
- Perrin M., Shcherbakov V.P.* Paleointensity of the Earth's Magnetic Field for the Past 400 Ma: Evidence for a Dipole Structure during the Mesozoic Low // *J. Geomag. Geoelectr.* 1997. V. 49. P. 601–614.
- Quideller X., Courtillot V.* On low-degree spherical harmonic models of paleosecular variation // *Phys. Earth Planet. Int.* 1996. V.95. P. 55–77.
- Quidelleur X., Valet J.P., Courtillot V., Hulot G.* Long-term geometry of the geomagnetic field for the last five million years: an updated secular variation database // *Geophys. Res. Lett.* 1994. V. 15. P. 1639–1642. doi: 10.1029/94GL01105
- Smirnov A.V., Tarduno J.A.* Thermochemical remanent magnetization in Precambria rocks Are we sure the geomagnetic field was weak? // *J. Geophys. Res.* 2005. V. 110. B06103. doi: 10.1029/2004JB003445
- Tauxe L., Kent D.V.* A simplified statistical model for the geomagnetic field and the detection of shallow bias in paleomagnetic inclinations: was the ancient magnetic field

dipolar? In *Timescales of the Paleomagnetic field*. 2004. V. 145. P. 101–115.

Wang H., Kent D.V., Rochette P. Weaker axially dipolar time averaged paleomagnetic field based on multidomain-corrected paleointensities from Galapagos lavas // *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* 2015. V. 112. P. 15036–15041. doi: 10.1073/pnas.1505450112

Wilson R.L. Dipole offset—the time-averaged paleomagnetic field over the past 25 million years // *Geophys. J.R. Astr. Soc.* 1971. V. 22. P. 491–504.

Wilson R.L. Permanent aspects of the Earth's non-dipole magnetic field over upper Tertiary times // *Geophys. J.R. Astr. Soc.* 1970. V. 19. P. 417–437.

Wilson R.L., Ade-Hall J.M., Paleomagnetic indications of a permanent aspect of the non-dipole field. In: *Paleogeophysics* / Ed.: Runcorn S.K. Academic Press. San Diego. 1970. P. 307–312.

Wilson R.L., McElhinny M.W. Investigation of the large scale palaeomagnetic field over the past 25 million years; eastward shift of the Icelandic spreading ridge // *Geophys. J.R. Astr. Soc.* 1974. V. 39. P. 570–586.

Analysis of the Hypothesis of a Giant Gaussian Process as a Means for Describing Secular Variations of the Geomagnetic Field Vector

V. P. Shcherbakov^{a,b,c,*}, A. V. Khokhlov^{b,d}, and N. K. Sycheva^a

^a*Borok Geophysical Observatory, Schmidt Institute of Physics of the Earth,
Russian Academy of Sciences, Borok, Yaroslavl oblast, 152742 Russia*

^b*Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123242 Russia*

^c*Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Republic of Tatarstan, 420008 Russia*

^d*Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics,
Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997 Russia*

*E-mail: shcherbakovv@list.ru

Received July 10, 2018

The consistency of the empirical data on paleointensity and paleoinclinations contained in the BOROKPINT paleointensity world database with the Geocentric Axial Dipole (GAD) hypothesis and Giant Gaussian Process (GGP) model describing the geomagnetic field variations in the Brunhes epoch is tested. The calculations are based on the geomagnetic field potential representation by the sum of spherical functions of spatial coordinates with random coefficients, enabling computer simulation of the data with the given statistical characteristics of the coefficients. The estimates show that the Kolmogorov–Smirnov and Anderson–Darling tests reject the GAD hypothesis in its canonical form. The extension of GAD to GGD with nonzero time-average quadrupole and octupole terms makes the paleointensity and paleoinclination data to comply with GGP model realizations; however, these models are mutually exclusive because of mutual inconsistency of their parameters. Testing the paleoinclination data against GDP model shows that a small correction to the purely dipole component of the geomagnetic field should be introduced. At the same time, the paleointensity data analysis suggests that these data highly probably agree with GGP models with a high quadrupole contribution making up 1/3 of the dipole coefficient, which is strongly at odds with the parameters of the model corresponding to paleoinclination data. This inconsistency is most likely to be due to the artifacts associated with incorrect paleointensity determinations; however, this interpretation does not explain the causes of the strong latitudinal dependence of the intensity of the Virtual Axial Dipole Moment (VADM) which follows from the empirical data.

Keywords: : geomagnetic field, paleointensity, paleoinclination, world database, Giant Gaussian Process, secular variations, Geocentric Axial Dipole hypothesis, Brunhes epoch