

ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ, ВОЗБУЖДАЕМОГО ЗАЗЕМЛЕННОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ В ВОЛНОВОДЕ ЗЕМЛЯ–ИОНОСФЕРА

© 2019 г. Е. Д. Терещенко¹, П. Е. Терещенко^{2,1*}

¹Полярный геофизический институт РАН, г. Мурманск, Россия

²Санкт-Петербургский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН, г. Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: tereshchenko@gmail.com

Поступила в редакцию 11.12.2017 г.

Принята в печать 10.09.2018 г.

Получены аналитические формулы для тангенциальных составляющих низкочастотного электромагнитного поля в плоском волноводе Земля–ионосфера, возбуждаемом заземленной линейной горизонтальной антенной. Исследовано поведение поверхностного импеданса в зависимости от электродинамических характеристик волновода и расстояния от источника. Показано, что поверхностный импеданс совпадает с импедансом плоской волны на земной поверхности на расстояниях от источника, превышающих толщину скин-слоя, при малости скин-слоя по сравнению с удвоенной высотой волновода. Теоретически обосновано влияние ионосферы на амплитуду магнитного поля крайне низкочастотного и более низкого диапазона, а соответственно и на импеданс, на расстоянии меньше двух высот ионосферы. Такого рода эффект наблюдался в экспериментах, выполненных на Кольском полуострове, которые позволили из-за низкой проводимости Земли обнаружить влияние ионосферы на амплитуду магнитного поля в низкочастотном диапазоне.

Ключевые слова: волновод Земля–ионосфера, поверхностный импеданс, заземленная антенна

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-333720192181-189>

ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитные методы наряду с сейсмическими играют значительную роль как в исследованиях литосферы, так и в геологоразведке [Жданов, 2012]. Наиболее часто в экспериментальных работах в качестве источника электромагнитного поля используются естественные магнитосферно-ионосферные электромагнитные шумы. В то же время, в связи с развитием в последнее время технических средств излучения и приема, в практику исследований начинают внедряться активные эксперименты с применением сигналов от мощных низкочастотных передающих устройств [Велихов, 1997]. Использование волн крайне низкочастотного (3–30 Гц) – КНЧ, и более низкого диапазона, глубоко проникающих в исследуемую среду, позволяет надеяться на получение новой важной информации о структуре Земли и происходящих в ней процессах. Основным при работе с естественными полями является импедансный подход,

использующий отношение тангенциальных составляющих электрического поля к магнитным [Тихонов, 1950; Cagniard, 1953; Ковтун, 2009]. Такой путь удобен при регистрации естественных полей, так как не требует информации как об источнике, так и о трассе распространения поля от источника к точке приема. Естественно, в методе используется ряд предположений, в частности, что поверхностный импеданс на границе раздела определяется электромагнитными параметрами среды под границей раздела и расстоянием от источника до точки наблюдения и совпадает с импедансом плоской волны [Бреховских, 1957] на расстояниях, превышающих величину скин-слоя. Кроме того, в литературе, посвященной анализу полей в волноводе Земля–ионосфера [Wait, 1970], сложилось физическое представление, что на расстояниях меньше двух высот ионосферного волновода для длинных волн можно пренебречь влиянием ионосферы на поле, а, соответственно, и на величину

импеданса. Такой вывод неявно предполагает, что величина скин-слоя значительно меньше двойной высоты ионосферного волновода. Однако при использовании волн КНЧ и более низкого диапазонов при работе на кристаллических щитах при зондированиях полями искусственных возбуждателей (типа длинных электрических линий) величина скин-слоя может превышать двойную высоту волновода, и вопрос о влиянии ионосферы не очевиден. Это показали эксперименты с длинным, заземленным на концах электрическим кабелем в качестве источника поля [Терещенко, 2007], в которых было установлено влияние ионосферы на амплитуду низкочастотного магнитного поля, регистрируемую на расстоянии, сопоставимом с высотой ионосферного волновода.

Ниже на примере плоского волновода Земля–ионосфера оценим влияние ионосферы на поверхностный импеданс при низкой проводимости подстилающей поверхности.

ПОЛЕ ЗАЗЕМЛЕННОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ АНТЕННЫ В ВОЛНОВОДЕ ЗЕМЛЯ–ИОНОСФЕРА

Рассмотрим возбуждение плоского волновода горизонтальной заземленной антенной. Определим поле в трехслойной среде (рис. 1), формируемое заземленной на концах горизонтальной линией длиной $2L$, питаемой током с гармонической зависимостью от времени $\exp(-i\omega t)$ и находящейся на границе раздела $z = 0$.

При этом будем считать проводимость Земли σ_g и ионосферы σ_i постоянными и изотропными. Систему координат выбрали следующим образом. Центр декартовых координат поместили в середину антенны, ось z направили вверх, ось x – вдоль антенны, а y – поперек антенны. Расстояние от центра антенны до произвольной точки наблюдения (x, y, z) обозначили R , а расстояние на плоскости $(x, y, 0)$ от центра антенны обозначили ρ и ρ_η – расстояние от произвольной точки антенны.

Среду в области $0 \leq z \leq h$ считаем практически непроводящей ($\sigma = +0$, при этом наличие $+0$ у нуля указывает на небольшое поглощение) с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_0 \simeq 10^{-9}/36\pi$ Ф/м и магнитной проницаемостью $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м. Предполагаем, что в области $z < 0$ имеем электромагнитные параметры $\epsilon_g, \mu_0, \sigma_g$, а при $z > h - \epsilon_i, \mu_0, \sigma_i$.

Задача возбуждения электромагнитного поля сторонним током \mathbf{J} сводится к решению уравнений

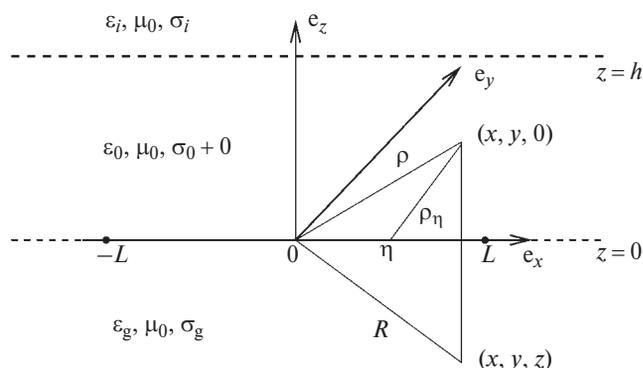


Рис. 1. Геометрия задачи.

Гельмгольца для электрического вектор-потенциала \mathbf{A} с соответствующими граничными условиями [Wait, 1970; Вешев, 1980]. В дальнейшем удобно использовать уравнения для комплексных амплитуд соответствующих монохроматических компонент ($\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} \exp(-i\omega t)$, $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E} \exp(-i\omega t)$, $\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{H} \exp(-i\omega t)$, где \mathbf{E} и \mathbf{H} – электрическое и магнитное поле, соответственно).

Принимая во внимание, что источник направлен вдоль оси x (рис. 1), представим \mathbf{A} в виде двух составляющих:

$$\mathbf{A}^{(j)} = A_x^{(j)} \mathbf{e}_x + A_z^{(j)} \mathbf{e}_z,$$

где $j = g, 0, i$ указывает на среду, \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_z – единичные орты, направленные вдоль осей x и z – соответственно.

Дальнейшие шаги аналогичны сделанным в работе [Терещенко, 2017]. Это решение уравнения Гельмгольца для компонент вектора-потенциала с соответствующими граничными условиями, но в отличие от работы [Терещенко, 2017] с добавлением дополнительных условий на потенциал на границе ионосферы.

В результате, опуская промежуточные преобразования и вычисления, можем представить $A_x^{(j)}$ и $A_z^{(j)}$ для точечного заземленного горизонтального источника с дипольным моментом $j\Delta_x$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} A_x^{(i)} &= \frac{j\Delta_x}{4\pi} \int_0^\infty \alpha_i \exp(-v_i z) J_0(\lambda \rho) d\lambda, \\ A_x^{(0)} &= \frac{j\Delta_x}{4\pi} \int_0^\infty \left[\left(\frac{\lambda}{v_0} + \alpha_0 \right) \exp(-v_0 z) + \beta_0 \exp(v_0 z) \right] J_0(\lambda \rho) d\lambda, \\ A_x^{(g)} &= \frac{j\Delta_x}{4\pi} \int_0^\infty \left(\frac{\lambda}{v_g} + \beta_g \right) \exp(v_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda. \end{aligned} \tag{1}$$

Подобные выражения имеем и для $A_z^{(j)}$:

$$\begin{aligned} A_z^{(i)} &= -\frac{J\Delta_x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \eta_i \exp(-v_i z) \frac{J_0(\lambda\rho)}{\lambda} d\lambda, \\ A_z^{(0)} &= -\frac{J\Delta_x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty (\eta_0 \exp(-v_0 z) + \gamma_0 \exp(v_0 z)) \frac{J_0(\lambda\rho)}{\lambda} d\lambda, \\ A_z^{(g)} &= -\frac{J\Delta_x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \gamma_g \exp(v_g z) \frac{J_0(\lambda\rho)}{\lambda} d\lambda, \end{aligned} \quad (2)$$

где:

$$\sqrt{k_j^2 - \lambda^2} = i\sqrt{\varkappa_j^2 + \lambda^2} \equiv iv_j, \quad \varkappa_j = -ik_j,$$

$$k_j = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_0} + i \frac{\sigma_j}{\omega\varepsilon_0}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\tilde{\varepsilon}_j},$$

$$j = [g, 0, i], \quad c - \text{скорость света.}$$

Так как в процессе вычислений фиксировали ветвь корня таким образом, что $\text{Im}\sqrt{k_j^2 - \lambda^2} > 0$, то $\text{Re}v_j > 0$. Система уравнений для неизвестных $\alpha_i, \alpha_0, \beta_0, \beta_g, \eta_0, \eta_i, \gamma_0, \gamma_g$ получается в результате использования граничных условий.

Граничные условия при $z = h$ дают следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \alpha_i \exp(-v_i h) - \alpha_0 \exp(-v_0 h) - \beta_0 \exp(v_0 h) &= \frac{\lambda}{v_0} \exp(-v_0 h), \\ \eta_i \exp(-v_i h) - \eta_0 \exp(-v_0 h) - \gamma_0 \exp(v_0 h) &= 0, \\ -\alpha_i v_i \exp(-v_i h) + \alpha_0 v_0 \exp(-v_0 h) - \beta_0 v_0 \exp(v_0 h) &= \\ &= -\lambda \exp(-v_0 h), \\ \eta_i v_i k_0^2 \exp(-v_i h) - \eta_0 v_0 k_0^2 \exp(-v_0 h) + \gamma_0 v_0 k_0^2 \exp(v_0 h) &= \\ = \lambda \left[k_0^2 \left(\left(\frac{\lambda}{v_0} + \alpha_0 \right) \exp(-v_0 h) + \beta_0 \exp(v_0 h) \right) - \alpha_i k_0^2 \exp(-v_i h) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

а при $z = 0$:

$$\alpha_0 + \beta_0 - \beta_g = \lambda \frac{v_0 - v_g}{v_0 v_g}, \quad \alpha_0 - \beta_0 + \beta_g \frac{v_g}{v_0} = 0,$$

$$\eta_0 + \gamma_0 - \gamma_g = 0,$$

$$\eta_0 v_0 k_g^2 + \gamma_g v_g k_0^2 = \lambda \left[k_0^2 \left(\frac{\lambda}{v_g} + \beta_g \right) - k_g^2 \left(\frac{\lambda}{v_0} + \alpha_0 \right) \right]. \quad (4)$$

В дальнейшем нам понадобятся коэффициенты α_0 и β_0 , поэтому ниже приведем их явные выражения:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{\lambda(v_0 - v_g)}{v_0} \times \\ &\times \frac{(v_0 + v_i) + (v_0 - v_i) \exp(-2v_0 h)}{(v_0 + v_g)(v_0 + v_i) - (v_0 - v_g)(v_0 - v_i) \exp(-2v_0 h)}, \\ \beta_0 &= \frac{2\lambda(v_0 - v_i) \exp(-2v_0 h)}{(v_0 + v_g)(v_0 + v_i) - (v_0 - v_g)(v_0 - v_i) \exp(-2v_0 h)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Имея результат вычисления для вектора-потенциала, можно определить электромагнитное поле и, соответственно, импеданс. Чтобы не усложнять расчетов, будем рассматривать составляющую импеданса $Z_{yx} = E_y / H_x$. Она имеет более простой вид по сравнению с другими, но в то же время отражает основные закономерности в поведении импеданса. Рассмотрим величину импеданса в нижней среде. Отметим, что в силу непрерывности горизонтальных составляющих полей импеданс на границе при подходе к ней снизу будет равен импедансу при подходе сверху.

Используя связь полей с вектором-потенциалом:

$$\mathbf{H}^{(g)} = \text{rot } \mathbf{A}^{(g)}, \quad \mathbf{E}^{(g)} = i\omega\mu_0 \mathbf{A}^{(g)} - \frac{i\omega\mu_0}{\varkappa_g^2} \text{grad div } \mathbf{A}^{(g)}.$$

можно получить

$$H_x^{(g)} = \frac{\partial}{\partial y} A_z^{(g)}, \quad E_y^{(g)} = -\frac{i\omega\mu_0}{\varkappa_g^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial A_x^{(g)}}{\partial x} + \frac{\partial A_z^{(g)}}{\partial z} \right].$$

Подставляя выражения для $A_x^{(g)}$ и $A_z^{(g)}$ из (1) и (2), находим:

$$\begin{aligned} E_y^{(g)} &= \\ &= -\frac{J\Delta_x}{4\pi} i\omega\mu_0 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \left(\frac{\lambda}{v_g} + \beta - v_g \frac{\gamma_g}{\lambda} \right) \exp(v_g z) J_0(\lambda\rho) d\lambda, \\ H_x^{(g)} &= -\frac{J\Delta_x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \frac{\gamma_g}{\lambda} \exp(v_g z) J_0(\lambda\rho) d\lambda. \end{aligned}$$

Выразив коэффициенты β_g, γ_g через $\alpha_0, \beta_0, \eta_0$ и γ_0 с помощью (3) и (4) получим:

$$E_y^{(g)} = -\frac{J\Delta_x i \omega \mu_0}{4\pi \varkappa_g^2} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \left[\frac{\lambda}{v_0} + \alpha_0 + \beta_0 - \frac{v_g}{\lambda} (\eta_0 + \gamma_0) \right] \exp(v_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda, \quad (6)$$

$$H_x^{(g)} = -\frac{J\Delta_x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \frac{(\eta_0 + \gamma_0)}{\lambda} \exp(v_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda.$$

При возбуждении волн низкочастотного диапазона (КНЧ и СНЧ, частоты менее 300 Гц) хорошим приближением при рассмотрении поля является квазистационарное приближение [Терещенко, 2017], в рамках которого полагают

$\varkappa_0 \rightarrow 0$. Воспользуемся условием $\varkappa_0 = 0$. Тогда из систем уравнений (3) и (4) получаем следующие соотношения:

$$\eta_0|_{\varkappa_0 \rightarrow 0} = -(1 + \alpha_0|_{\varkappa_0 \rightarrow 0}), \quad \gamma_0|_{\varkappa_0 \rightarrow 0} = \beta_0|_{\varkappa_0 \rightarrow 0}.$$

Подставляя эти выражения в (6) с учетом (5) имеем:

$$E_y^{(g)}|_{\varkappa_0 \rightarrow 0} = -\frac{J\Delta_x i \omega \mu_0}{2\pi \varkappa_g^2} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left[\int_0^\infty \exp(v_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda + \int_0^\infty f(\lambda, \varkappa_g, \varkappa_i, h) \exp(v_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda \right], \quad (7)$$

$$H_x^{(g)}|_{\varkappa_0 \rightarrow 0} = \frac{J\Delta_x}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left[\int_0^\infty \frac{1}{\lambda + v_g} \exp(v_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda + \int_0^\infty \frac{v_g}{\varkappa_g^2} f(\lambda, \varkappa_g, \varkappa_i, h) \exp(v_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda \right],$$

где

$$f(\lambda, \varkappa_g, \varkappa_i, h) = \frac{2(\lambda - v_g)(\lambda - v_i) \exp(-2\lambda h)}{(\lambda + v_g)(\lambda + v_i) - (\lambda - v_g)(\lambda - v_i) \exp(-2\lambda h)}.$$

Формула (7) – это представление полей в виде суммы поля в двухслойной среде и дополнения, отражающего влияние ионосферы. При $h \rightarrow \infty$, т. е. в отсутствие ионосферы, второе слагаемое в квадратных скобках стремится к нулю. Первые слагаемые в квадратных скобках несложно вычислить, используя два интеграла Ватсона [Терещенко, 2017]:

$$\int_0^\infty \frac{\exp(v_g z)}{v_g} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda = \frac{\exp(-\varkappa_g R)}{R},$$

$$\int_0^\infty \frac{\exp(v_g z)}{v_g} J_0(\lambda \rho) d\lambda = I_0(r_+) K_0(r_-),$$

где

$$R = \sqrt{\rho^2 + z^2}, \quad r_+ = \frac{\varkappa_g(R+z)}{2}, \quad r_- = \frac{\varkappa_g(R-z)}{2},$$

I_0, K_0 – модифицированные функции Бесселя. В результате получим

$$E_y^{(g)}|_{\varkappa_0 \rightarrow 0} = -\frac{J\Delta_x i \omega \mu_0}{2\pi \varkappa_g^2} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial}{\partial z} I_0(r_+) K_0(r_-) + \int_0^\infty f(\lambda, \varkappa_g, \varkappa_i, h) \exp(v_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda \right],$$

$$H_x^{(g)}|_{\varkappa_0 \rightarrow 0} = -\frac{J\Delta_x}{2\pi \varkappa_g} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\varkappa_g} \frac{\partial \exp(\varkappa_g R)}{\partial z} - \frac{1}{\varkappa_g} \frac{\partial^2}{\partial z^2} I_0(r_+) K_0(r_-) - \int_0^\infty \frac{v_g}{\varkappa_g} f(\lambda, \varkappa_g, \varkappa_i, h) \exp(v_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda \right]. \quad (8)$$

После того, как получили выражения для полей горизонтального заземленного вибратора (8), можно перейти к рассмотрению импеданса.

ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС ПОЛЯ ЗАЗЕМЛЕННОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ АНТЕННЫ

Прежде чем преобразовать формулы (8), рассмотрим падение плоской монохроматической волны на границу раздела двух сред [Бреховских, 1957]. Ее импеданс Z_g равен:

$$Z_g = \frac{E_\tau}{H_\tau} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{1}{1 + i\sigma_g / (\omega\varepsilon_0)},$$

где E_τ и H_τ – тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей, соответственно. При $\sigma / (\omega\varepsilon_0) \gg 1$ импеданс будет равен

$$Z_g = \sqrt{-\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_g}}. \quad (9)$$

Рассмотрим поведение поля и, соответственно, импеданса при z , стремящемся к нулю, т.е. на поверхности Земли. Из (8), учитывая (9), получаем при $z \rightarrow 0$:

$$E_y^{(g)}|_{z_0 \rightarrow 0, z \rightarrow 0} = \frac{J\Delta_x}{2\pi\chi_g} Z_g \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \times \left[\frac{1}{\rho} + \int_0^\infty f(\lambda, \chi_g, \chi_i, h) \exp(v_g z) J_0(\lambda\rho) d\lambda \Big|_{z \rightarrow 0} \right],$$

$$H_x^{(g)}|_{z_0 \rightarrow 0, z \rightarrow 0} = \frac{J\Delta_x}{2\pi\chi_g} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \times \left[\frac{\chi_g}{2} \left[I_0\left(\frac{\rho\chi_g}{2}\right) K_0\left(\frac{\rho\chi_g}{2}\right) + I_1\left(\frac{\rho\chi_g}{2}\right) K_1\left(\frac{\rho\chi_g}{2}\right) \right] + \int_0^\infty \frac{v_g}{\chi_g} f(\lambda, \chi_g, \chi_i, h) \exp(v_g z) J_0(\lambda\rho) d\lambda \Big|_{z \rightarrow 0} \right].$$

Если воспользоваться асимптотическими разложениями модифицированных функций Бесселя при $|\rho\chi_g/2| \gg 1$ [Градштейн, 1962], то несложно заметить, что внеинтегральный член в $H_x^{(g)}|_{z_0 \rightarrow 0, z \rightarrow 0}$ стремится к $1/\rho$ и совпадет с аналогичным в $E_y^{(g)}|_{z_0 \rightarrow 0, z \rightarrow 0}$. Следующий шаг преобразования формул для полей – дифференцирование по y . Учтем, что

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{y}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho},$$

и после дифференцирования по ρ получим:

$$E_y^{(g)}|_{z_0 \rightarrow 0, z \rightarrow 0} = -\frac{J\Delta_x}{2\pi\chi_g} Z_g \frac{\partial}{\partial x} \frac{y}{\rho} \times \left[\frac{1}{\rho^2} + \int_0^\infty f(\lambda, \chi_g, \chi_i, h) \exp(v_g z) J_1(\lambda\rho) d\lambda \Big|_{z \rightarrow 0} \right],$$

$$H_x^{(g)}|_{z_0 \rightarrow 0, z \rightarrow 0} = -\frac{J\Delta_x}{2\pi\chi_g} \frac{\partial}{\partial x} \frac{y}{\rho} \left[\frac{\chi_g}{\rho} I_1\left(\frac{\rho\chi_g}{2}\right) K_1\left(\frac{\rho\chi_g}{2}\right) + \int_0^\infty \frac{v_g}{\chi_g} f(\lambda, \chi_g, \chi_i, h) \exp(v_g z) J_1(\lambda\rho) d\lambda \Big|_{z \rightarrow 0} \right]. \quad (10)$$

От переменной интегрирования λ в формуле (10) перейдем к безразмерной переменной $\zeta = \lambda\rho$ и введем новые обозначения:

$$\rho\chi_j = (1-i)\rho\sqrt{\pi f\mu_0\sigma_j} \equiv (1-i)D_j,$$

$$\chi_j = \rho v_j = \sqrt{\zeta^2 + D_j^2}, \quad j = [g, i]. \quad (11)$$

Нетрудно заметить, что D_j – это отношение расстояния от антенны до точки наблюдения к толщине скин-слоя среды. В новых переменных получаем следующее выражение для поля:

$$E_y^{(g)}|_{z_0 \rightarrow 0, z \rightarrow 0} = -\frac{J\Delta_x}{2\pi\chi_g} Z_g \frac{\partial}{\partial x} \frac{y}{\rho^3} F_E, \quad (12)$$

$$H_x^{(g)}|_{z_0 \rightarrow 0, z \rightarrow 0} = -\frac{J\Delta_x}{2\pi\chi_g} \frac{\partial}{\partial x} \frac{y}{\rho^3} F_H,$$

где:

$$F_E = 1 + \int_0^\infty \Phi(\zeta) \exp(-2\zeta h/\rho) d\zeta,$$

$$F_H = (1-i)D_g I_1\left(\frac{D_g}{1+i}\right) K_1\left(\frac{D_g}{1+i}\right) + \int_0^\infty \sqrt{1+i\frac{\zeta^2}{2D_g^2}} \Phi(\zeta) \exp(-2\zeta h/\rho) d\zeta, \quad (13)$$

$$\Phi(\zeta) = \frac{2\zeta(\zeta - \chi_g)(\zeta - \chi_i)}{(\zeta + \chi_g)(\zeta + \chi_i) - (\zeta - \chi_g)(\zeta - \chi_i) \exp(-2\zeta h/\rho)} J_1(\zeta).$$

Формулы (12) и (13) описывают поле горизонтального заземленного диполя. Поле линейной антенны определяется суммой полей, излучаемых источниками, относящимися к антенне. В частности, если обозначим $\mathcal{H}^{(g)}(\rho, z)$ магнитное поле, возбуждаемое линейной заземленной антенной в нижнем полупространстве, то

$\mathcal{H}(\rho, z=0) = \sum \mathbf{H}^{(g)}(\rho, z \rightarrow 0)$, то есть равно сумме полей источников, находящихся в точке η на антенне (рис. 1). Устремляя Δ_x к нулю, можно суммирование заменить на интегрирование по η :

$$J\Delta_x \rightarrow Jd\eta,$$

после чего получим:

$$\mathcal{H}(\rho, z=0) = \int_{-L}^L H_x^{(g)}(\rho_\eta, z \rightarrow 0) |_{J\Delta_x \rightarrow J} d\eta,$$

где $\rho_\eta = \sqrt{(x-\eta)^2 + y^2}$.

При интегрировании необходимо подставить под интеграл выражение для поля диполя, находящегося не в центре координат, а в точке $x = \eta, y = 0$. Произведем замену в выражении (12) для магнитного поля $x \rightarrow x - \eta, \rho \rightarrow \rho_\eta$ и $\partial/\partial x \rightarrow -\partial/\partial \eta$. Выполняя интегрирование по η , получим:

$$\mathcal{H}(\rho, 0) = \frac{J}{2\pi\kappa_g} \frac{y}{\rho_\eta^3} F_H \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L}.$$

Аналогичные преобразования можно выполнить и для электрического поля. Опуская их, можно написать для электрического поля линейной заземленной антенны $\mathcal{E}_y(\rho, 0)$ следующее выражение:

$$\mathcal{E}_y(\rho, 0) = \frac{J}{2\pi\kappa_g} Z_g \frac{y}{\rho_\eta^3} F_E \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L}.$$

Таким образом, поверхностный импеданс зависит от импеданса плоской волны и отношения функций F_E и F_H и только при $F_E = F_H$ равен Z_g . Функция F_H имеет более сложный вид по сравнению с F_E , и ее поведение меняется в зависимости от D_g . Рассмотрим поведение F_H при $D_g \gg 1$. Воспользовавшись асимптотическими представлениями для модифицированных функций Бесселя [Градштейн, 1962], получим:

$$I_1\left(\frac{D_g}{1+i}\right) K_1\left(\frac{D_g}{1+i}\right) \sim \frac{1+i}{2D_g}$$

и, соответственно,

$$F_H \approx 1 + \int_0^\infty \sqrt{1+i} \frac{\zeta^2}{D_g^2} \Phi(\zeta) \exp(-2\zeta h/\rho) d\zeta. \quad (14)$$

Так как $D_g \gg 1$, то выражение (14) будет отличаться от выражения (12) для F_E лишь при больших $\zeta \gg D_g$. Выражение, стоящее под знаком

интеграла, представляет собой произведение медленно меняющейся и экспоненциальной функции. В зависимости от показателя экспоненты будет изменяться вклад интегрального члена в функцию F_H . Чтобы оценить вклад в интеграл области с $\zeta \gg D_g$ рассмотрим экспоненту, входящую в интеграл $\exp(-2\zeta h/\rho)$. Учитывая, что $\zeta \gg D_g$, то $\exp(-2\zeta h/\rho) < \exp(-2D_g h/\rho)$. Из (11) следует, что D_g/ρ — это величина, обратная толщине скин-слоя. Следовательно, при отношении удвоенной высоты волновода к толщине скин-слоя много больше единицы имеем экспоненциально малую величину и, соответственно, вклад в интеграл, которым можно пренебречь. Таким образом, $F_E \approx F_H$ при $D_g \gg 1$ и удвоенной высоте волновода, превышающей длину скин-слоя, и, соответственно, при выполнении этих условий поверхностный импеданс будет равен импедансу плоской волны.

Перейдем теперь к случаю, когда $D_g < 1$. Здесь даже в отсутствии ионосферы поверхностный импеданс не совпадает с импедансом плоской волны. Рассмотрим H_x , имеющую более сложную структуру, чем E_y . Из формулы (13) при $D_g < 1$ следует, что:

$$F_H = \frac{1-i}{2} D_g \times \left[1 + \frac{2}{(1-i)D_g} \int_0^\infty \sqrt{1+i} \frac{\zeta^2}{D_g^2} \Phi(\zeta) \exp(-2\zeta h/\rho) d\zeta \right].$$

Наличие множителя, превышающего единицу, перед интегралом по ζ , показывает, что относительные изменения в магнитном поле, обусловленные влиянием ионосферы, могут быть более значительными, по сравнению с изменениями в F_E . На рис. 2 приведены результаты расчетов функции $|F_H|/D_g$ как функции параметра (частоты) для ряда значений электродинамических параметров волновода и отношения высоты волновода к расстоянию от источника. При этом проводимость Земли, используемая в расчетах $\sigma_g = 5 \cdot 10^{-5}$ См/м, соответствует проводимости Земли для Кольского полуострова. Из графиков следует, что для КНЧ и более низких частот, соответствующих $D_g < 1$ имеется заметное влияние ионосферы на величину магнитного поля. В область $D_g > 1$ при рассматриваемых отношениях высоты к расстоянию до антенны зависимость от проводимости ионосферы отсутствует, что совпадает с классическими представлениями о влиянии ионосферы лишь на расстояниях, превышающих двойную высоту ионосферного волновода.

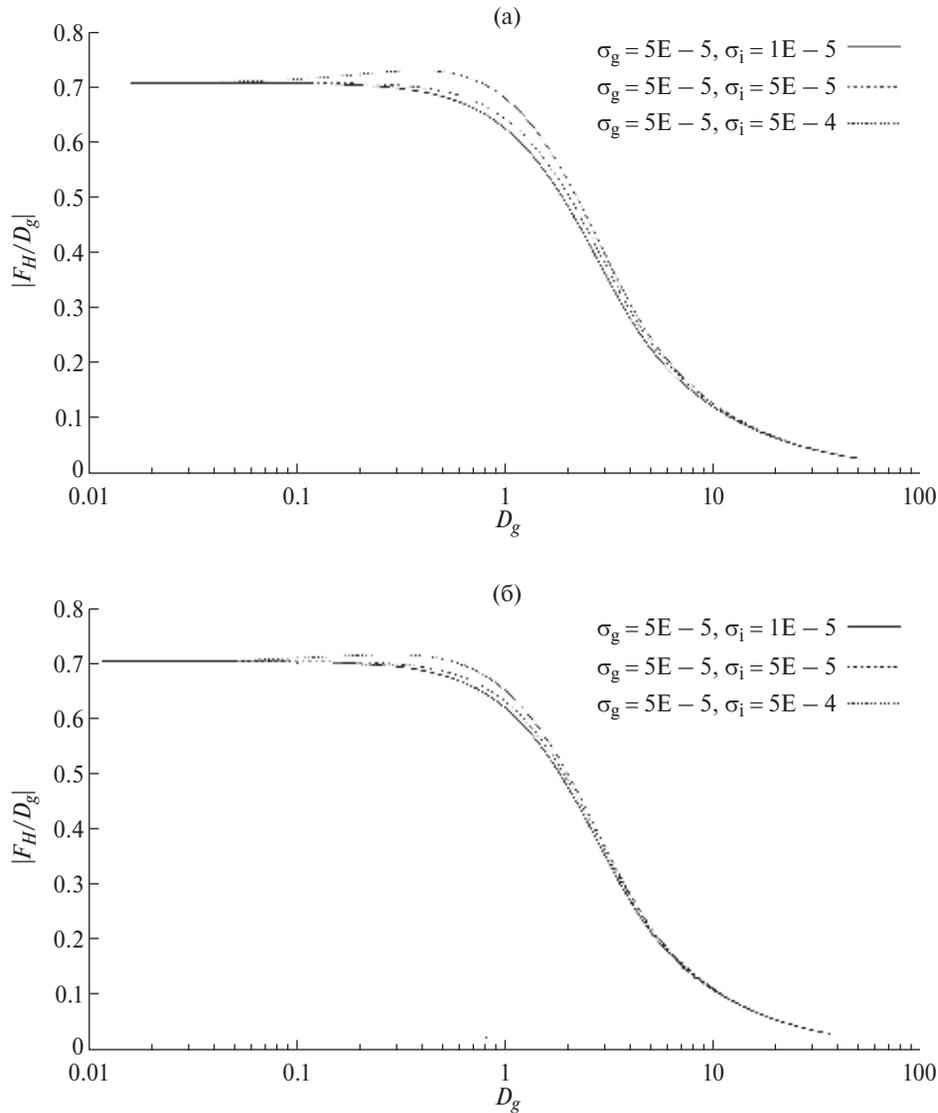


Рис. 2. Зависимость $|F_H|/D_g$ как функции параметра D_g для ряда значений электродинамических параметров волновода и отношения высоты волновода к расстоянию от источника: (а) – $h/\rho=0.8$, (б) – $h/\rho=1.1$.

Как уже указано выше, подобное явление наблюдается и в экспериментальных исследованиях [Терещенко, 2007]. Однако малая мощность используемого генератора низкочастотного электромагнитного поля не позволила получить хорошее отношение сигнала к шуму и сделать точные количественные оценки.

Хорошие экспериментальные данные были получены при проведении на Кольском полуострове измерений во время эксперимента FENICS-2014 в августе–сентябре 2014 г. [Колобов, 2015], где использовался более мощный передатчик, чем ранее применявшийся, а также более протяженная антенна. Это позволило пренебречь влиянием на принимаемый сигнал как внешних, так и внутренних шумов. В процессе измерений сигнал превышал шум на два порядка

и измерялся с точностью многократно превышающей суточные вариации. На рис. 3 представлены результаты измерения магнитного поля H_x 23–29 августа 2014 г. в обсерватории Ловозеро, находящейся на расстоянии около 100 км от излучающей антенны. Геомагнитные условия были спокойными в первой половине эксперимента, а 27–29 августа наблюдалось повышение магнитной активности, и соответственно изменения в ионосфере. Для сопоставления рис. 2 и рис. 3 оценим величину D_g для эксперимента, проведенного на Кольском полуострове. Подставив в (17), определяющую D_g , параметры, соответствующие эксперименту: $h = 80$ км – высоту волновода, $\rho = 100$ км – расстояние от одного из концов антенны и $\sigma_g = 5 \cdot 10^{-5}$ См/м, получим, что $f = 1$ Гц соответствует $D_g \approx 1.4$.

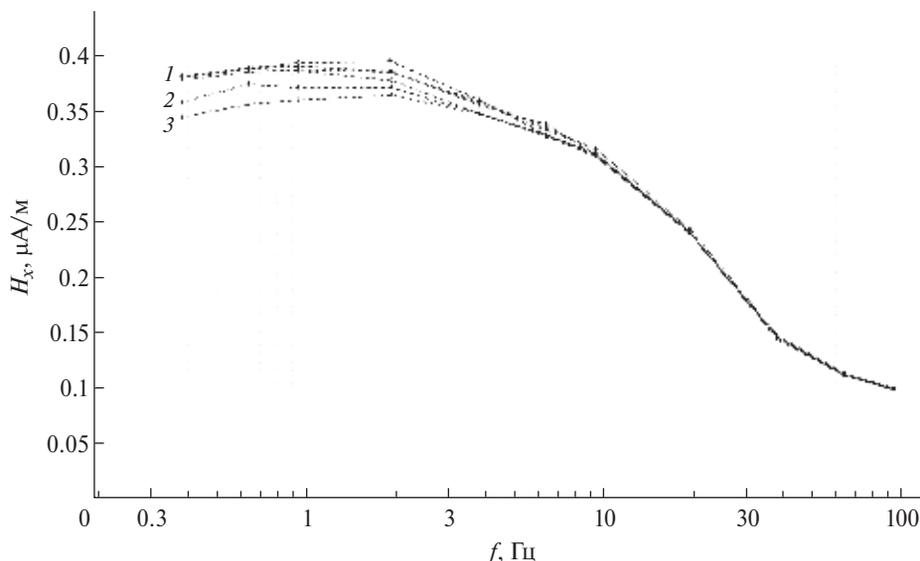


Рис. 3. Зависимость амплитуды магнитного поля от частоты при силе тока в передающей антенне 1 А в сеансах 23–29 августа 2014 г. (обс. Ловозеро) – компоненты H_x . Обозначения кривых: 1 – измерения 23–27.08.2014 г.; 2 – 28.08.2014 г.; 3 – 29.08.2014 г.

Поэтому сравнивая рис. 3 с теоретическим поведением функции F_H (рис. 2), видим, что они подобны. Таким образом, при низкой проводимости подстилающей поверхности наблюдается влияние ионосферы на магнитное поле и соответственно поверхностный импеданс КНЧ и более низком диапазоне.

ВЫВОДЫ

Полученное в работе решение задачи о поле заземленной линейной антенны в трехслойной среде позволяет оценить как поведение электромагнитного поля, так и поверхностного импеданса на Земле в зависимости от электродинамических параметров и высоты плоского волновода Земля–ионосфера. Показано, что при отношении расстояния от точки наблюдения до излучающей антенны, превышающего величину скин-слоя Земли, необходимым условием для совпадения поверхностного импеданса электромагнитной волны и импеданса плоской волны является малость скин-слоя по сравнению с высотой волновода.

Теоретически показано и экспериментально подтверждено влияние ионосферы на расстояниях, меньших скин-слоя, при низкой проводимости подстилающей поверхности на магнитное поле и поверхностный импеданс волн КНЧ и более низкого диапазона.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-05-00823)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: изд-во АН СССР. 1957. 502 с.
- Велихов Е.П., Кононов Ю.М., Шорин В.И. и др.* Способ электромагнитного зондирования земной коры с использованием нормированных источников поля. Патент РФ 2093863 от 20.10.1997 г.
- Вешев А.В.* Электропрофилирование на постоянном и переменном токе. 2-е изд., перераб. и дополн. Л.: Недра. 1980. 301 с.
- Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз. 1962. 1100 с.
- Жданов М.С.* Геофизическая магнитная теория и методы. М.: Научный Мир. 2012. 680 с.
- Тихонов А.Н.* Об определении электрических характеристик глубоких слоев земной коры // Докл. АН СССР. 1950. Т. 73. № 2. С. 295–297.
- Ковтун А.А., Успенский Н.И.* Геоэлектрика: поля естественных источников. Учебное пособие. Санкт-Петербург: изд-во СПбГУ. 2009. 171 с.
- Колобов В.В., Баранник М.Б., Жамалетдинов А.А.* Опыт применения КНЧ-генератора Энергия-2 для электромагнитных зондирований в ходе международного эксперимента FENICS-2014 // Вестник КНЦ. 2/2015 (28). Вып. 10. С. 52–64.
- Терещенко Е.Д., Григорьев В.Ф., Сидоренко А.Е., Милчиченко А.Н., Молоков А.В., Собчаков Л.А., Васильев А.В.* О возможности квазивертикального радиозондирования ионосферы в крайне низкочастотном

диапазоне // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 85. Вып. 8. С. 471–473.

Терещенко Е.Д., Терещенко П.Е. Электромагнитное поле горизонтальной линейной заводненной антенны // ЖТФ. 2017. Т. 87. Вып. 3. С. 453–457.

Cagniard L. Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting // *Geo-phys.* 1953. V. 18. P. 605–535.

Wait J.R. Electromagnetic waves in stratified media. N.Y.: Elmsford. Pergamon press. 1970. 620 p.

Surface Impedance of Electromagnetic Field Excited by a Grounded Horizontal Antenna in the Earth–Ionosphere Waveguide

E. D. Tereshchenko^a and P. E. Tereshchenko^{a,b,*}

^a*Polar Geophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Murmansk, 183010 Russia*

^b*St. Petersburg Branch of the Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere, and Radio Wave Propagation, St. Petersburg, 199034 Russia*

*E-mail: tereshchenko@gmail.com

Received December 11, 2017

Analytical formulas for the tangential components of extremely-low-frequency (ELF) electromagnetic field in the Earth–ionosphere plane waveguide excited by a grounded linear horizontal antenna are obtained. The behavior of surface impedance is studied as a function of electrodynamic characteristics of the waveguide and the distance from the source. It is shown that surface impedance coincides with the plane wave impedance on the Earth’s surface at distances from the source larger than the skin depth provided that the skin layer is thinner than double the waveguide’s height. The influence of the ionosphere on the amplitude of the ELF and lower-frequency magnetic field and, thus, on the impedance at the distances shorter than two ionospheric heights is theoretically substantiated. This type of effect was observed in the experiments conducted on the Kola Peninsula where the low conductivity of the Earth allowed the detection of the effect of the ionosphere on the amplitude of the magnetic field in the low-frequency band.

Keywords: Earth–ionosphere waveguide, surface impedance, grounded antenna