

## КРИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ИДЕЙ И МЕТОДОВ ЛОКАЛЬНОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ ТЕКТОНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ ПО ДАННЫМ О РАЗРЫВНЫХ СДВИГАХ

© 2019 г. Ш. А. Мухамедиев

*Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия*

*E-mail: sh\_mukhamediev@inbox.ru*

Поступила в редакцию 26.11.2018 г.

Принята в печать 03.12.2018 г.

*Наша главная проблема, похоже, заключается в том, что мы совершенствуем методы, но при этом путаемся в целях.*

*А. Эйнштейн “Common Language of Science”, 1941.*

В последние десятилетия при попытках определения тектонических напряжений по разрывным сдвигам (по сейсмологическим данным о механизмах землетрясений, по геологическим данным о бороздах скольжения и т. д.) доминирующим стал подход, который мы называем методом локальной кинематической реконструкции (МЛКР) напряжений и палеонапряжений. В МЛКР авторы, пренебрегая условиями равновесия, приписывают исследуемому блоку (макрообъему  $x$ ) некий симметричный тензор  $T$ , который они без объяснения называют тензором напряжений и который, по их мнению, является единственной причиной наблюдающихся подвижек. Ориентацию главных осей и отношение разностей главных значений тензора  $T$  (так называемый редуцированный тензор  $T_R$ ) реконструируют локально, без учета взаимодействия  $x$  с контактирующими блоками, т. е. так, как если бы макрообъем  $x$  был изолированным. Тензор  $T_R$  определяют на основе анализа  $N$  ( $N \geq 4$ ) событий, произошедших в  $x$  за промежуток времени  $\Delta t$ , используя лишь данные о направлении подвижек и об ориентации площадок скольжения. При этом игнорируются скорость изменения напряжений, предыстория деформирования блока, его механические свойства и отношение  $\Delta t$  ко времени релаксации напряжений в блоке.

В настоящем обзоре обсуждаются основные идеи МЛКР и показывается, что концепция этого метода порочна по своей сути и способна приводить к результатам, как угодно не соответствующим действительности вследствие того, что при изменении игнорируемых факторов, тензор  $T_R$  может оказаться почти любым при одной и той же совокупности подвижек. Согласно механике твердого деформируемого тела (МТДТ) однородные напряжения в квазистатически деформируемом макрообъеме  $x$  генетически связаны с уравновешенными поверхностными силами, действующими на  $x$ , и абсолютно не зависят от деформаций. В МЛКР, напротив, «напряжения» генетически обусловлены деформациями и абсолютно не связаны с поверхностными силами. В результате этого, в МЛКР пропадает возможность уравновесить  $x$ , т. е. удовлетворить неизбытым законам сохранения импульса и момента импульса. Помимо этого, объект  $T_R$ , реконструируемый в МЛКР, необъективен — он зависит от выбора системы отсчета. В попытках достичь поставленной цели приверженцам МЛКР приходится неявно возвращаться к представлениям, отвергнутым еще Коши, — они не разделяют универсальные законы динамики от механических свойств конкретной среды, а именно, они постулируют некоторые априорные субъективные взаимосвязи между элементами искомого тензора  $T_R$  и направлениями подвижек, формулируя тем самым «определяющие соотношения» среды, которые отличаются от автора к автору, но которым придается смысл универсальных. Из этих соотношений, а не из законов механики, и черпается информация о  $T_R$ . Вследствие этого понятия «напряжения» и «определяющие соотношения» в МЛКР принципиально отличаются от соответствующих понятий в МТДТ. Приверженцы МЛКР постоянно упускают из вида, что в наблюдаемой картине подвижек запечатлены не только искомые напряжения, но и другие факторы — как минимум, механические свойства конкретной среды, которые также следует реконструировать из наблюдений, а не постулировать умозрительно. В Приложении к обзору на примере идеально-пластической среды воспроизведена предложенная нами ранее схема, в которой задача реконструкции поля равновесных

напряжений и задача реконструкции определяющих соотношений (в данном случае вида пластического потенциала среды) разделены и решаются последовательно. В средах, не являющихся идеально-диссипативными, разделение этих задач проблематично. Вкупе, они образуют совершенно новую задачу, не имеющую аналогов в МТДТ и ждущую для своего решения амбициозных и грамотных исследователей.

*Ключевые слова:* активизированный разлом, подвижка, оси главных напряжений, вид напряженного состояния, определяющие соотношения, условия равновесия

**DOI:** <https://doi.org/10.31857/S0002-3337201933-40>

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение .....	5
2. Модель эффективной сплошной среды .....	9
2.1. Кинематика .....	9
2.2. Динамика .....	10
2.3. Определяющие соотношения.....	11
2.4. Макроскопические напряжения и определяющие соотношения при учете кинематики на микро- и мезомасштабах .....	13
3. Основные представления МЛКР.....	14
3.1. Исходные данные .....	14
3.2. «Определяющие соотношения» и «напряжения» в МЛКР .....	15
3.3. Некоторые способы практической реализации подхода МЛКР.....	17
3.4. О концепции МЛКР и ее отличии от концепции пластичности .....	18
3.5. О понимании напряжений в МЛКР .....	20
4. О переходе с мезо- на макроуровень в МЛКР .....	21
4.1. Общие замечания.....	21
4.2. Неявные предположения в МЛКР при переходе на макроуровень.....	22
4.3. Искажение физического смысла исходных предположений МЛКР при переходе на макроуровень .....	23
4.3.1. Нестесненная подвижка .....	23
4.3.2. Стесненная подвижка .....	23
4.3.3. Компенсирующая подвижка .....	25
4.4. Обсуждение.....	26
5. Нарушение законов механики и теории определяющих соотношений в МЛКР .....	27
5.1. Нарушение условий равновесия .....	28
5.2. Нарушение принципа объективности .....	30
6. Заключение .....	32
Приложение. Схема реконструкции поля напряжений и вида пластического потенциала.....	34
Список литературы.....	36

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Наиболее распространенным способом в попытках определения напряженного состояния (НС) земной коры по данным натуральных индикаторов является анализ кинематики сдвигов по уже существующим разломам и/или трещинам. НС пытаются реконструировать по сейсмологическим данным о механизмах очагов землетрясений и по геологическим индикаторам о подвижках на плоскостях трещин и разломов. Исходными данными для анализа, как правило, являются современная ориентация плоскости разрыва  $\Delta s = \mathbf{n}\Delta s$ , задаваемая вектором единичной нормали к ней  $\mathbf{n}$  ( $|\mathbf{n}| = 1$ ), и направление вектора относительной подвижки  $\mathbf{h}$  ( $|\mathbf{h}| = 1$ ) по этой плоскости. По геологическим данным вектор  $\mathbf{n}$  определяется однозначно, а возраст подвижки относится к неопределенному (или ненадежно определенному) времени в прошлом. По фокальным механизмам землетрясений выявляются две возможные взаимно-ортогональные ориентации плоскости истинного разрыва, соответствующие нодалным плоскостям с нормальными  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{h}$ . Но в сейсмологии неопределенность в геометрии «компенсируется» точным знанием времени подвижки. Соответственно этому, по сейсмологическим наблюдениям пытаются реконструировать современные напряжения, а по геологическим — палеонапряжения. В геологии возникает дополнительная проблема разделения исходных данных на подмножества, соответствующие разным фазам тектонического развития.

В последние десятилетия возобладало мнение о том, что отмеченных структурно-кинематических данных о некоторой совокупности пар векторов  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{h}$  достаточно, чтобы на их основе судить о динамическом процессе в среде без привлечения собственно законов динамики и без выполнения требований теории определяющих (реологических) соотношений. Более точно сложились неявные, но устойчивые представления о том, что

– исследуемому блоку горной породы, не учитывая действующие на него внешние силы, и не заботясь о выполнении условий его равновесия с контактирующими блоками, можно *a-priori* приписать существование симметричного тензора напряжений  $\mathbf{T}$  второго ранга, отражающего однородное НС в блоке;

– этот тензор  $\mathbf{T}$  является единственной причиной возникновения наблюдаемой совокупности разновозрастных разрывных деформаций в блоке;

– зная лишь векторы  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{h}$  для  $N$  ( $N \geq 4$ ) подвижек внутри блока, можно локально<sup>1</sup> реконструировать ориентацию осей главных напряжений и коэффициент вида НС, связывая в блоке наблюдаемые направления подвижек с элементами искомого НС;

– скорость изменения напряжений, предыстория деформирования блока и его механические свойства не влияют на искомые напряжения;

– результат реконструкции напряжений не зависит от отношения времени наблюдения ко времени релаксации напряжений в блоке.

Обширную группу способов, исходящих из перечисленных представлений и известных как инверсия данных о подвижках (fault-slip inversions), в данном обзоре мы назовем методом локальной кинематической реконструкции (МЛКР) напряжений и палеонапряжений по разрывным сдвигам.<sup>2</sup> Отметим, что в рамках МЛКР отдельные авторы, добавляя еще несколько гипотез, частично основанных на статистических закономерностях, полагают возможным локально определять и полный тензор напряжений.

Основная цель МЛКР — локально извлечь информацию о напряжениях из данных о подвижках, основываясь на перечисленных выше представлениях, — в значительной мере предопределяет процедуру получения желаемого результата. Эта процедура заключается:

– в постулировании неких соотношений, согласно которым каждая отдельная подвижка определенным образом влияет на некоторые характеристики искомого НС;

– в преобразовании этих характеристик в то, что авторы называют ориентацией осей главных напряжений и коэффициентом вида НС.

Так как в МЛКР индивидуальные механические свойства блока, а также особенности его развития и взаимодействия с соседями значения не имеют, то разработанные процедуры реконструкции напряжений (отличающиеся от автора к автору) предполагаются универсальными. Они

<sup>1</sup> Термин «локально» здесь и далее означает, что реконструкция в блоке земной коры однородных напряжений или построение макроскопических определяющих соотношений (см. разделы 2.3, 3.2) производится за конечный промежуток времени  $\Delta t$  без учета предыстории деформирования и любых взаимодействий блока с окружающей средой.

<sup>2</sup> В работе [Мухамедиев, 2018] аббревиатура МЛКР применялась для обозначения метода локальной реконструкции напряжений по кинематическим данным любой природы.

применяются без изменения при исследовании, скажем, платформенных областей, высокогорных регионов или зон субдукции.

Из ранних зарубежных работ по развитию методических основ и использованию МЛКР при инверсии геологических данных, среди других, отмечаются [Carey, Brunier 1974; Angelier, 1979; Etchecopar et al., 1981; Angelier et al., 1982; Armijo et al., 1982]. В бывшем СССР разработка МЛКР на основе сейсмологических и геологических наблюдений начиналась в работах [Гущенко, 1975, 1979; Никитин, Юнга, 1977; и др.]. С годами сообщество пользователей МЛКР значительно разрослось. В этом сообществе появились лидеры по количеству предложенных разновидностей метода, теоретики, в задачу которых входят обоснование принимаемых в МЛКР предположений и разработка различного рода методологических ухищрений, а также практики, непосредственно занятые приложениями. Вряд ли на Земном шаре остался достаточно активный в тектоническом отношении регион, для которого, при наличии хотя бы минимального набора необходимых данных, не проводились попытки рассчитать напряжения и палеонапряжения на основе МЛКР.

МЛКР-сообщество чрезвычайно активно в плане продвижения своих идей и результатов. По вопросам развития МЛКР проводятся конференции, публикуются монографии и многочисленные статьи, защищаются диссертации, читаются лекции для молодых ученых. Общая философия, алгоритмы и модификации МЛКР описываются в современных солидных руководствах по структурной геологии, сейсмологии и тектонофизике [Ramsay, Lisle, 2000; Yamaji, 2007; Fossen, 2010], приводятся в пособиях для геологов [Ребецкий и др., 2017], сейсмологов [Kassaras, Kapetanidis, 2018] и студентов [Родыгин, 2006; Rowland et al., 2007], включаются в энциклопедии [Vavručuk, 2015]. Для различных территорий составляются карты ориентации осей тектонических «напряжений», рассчитанных на основе МЛКР.

Достаточно большой запас накопленных данных о разрывных сдвигах в земной коре и назревшая необходимость в информации о тектонических напряжениях обусловили широкую область приложений МЛКР. С момента своего зарождения МЛКР был ориентирован на реконструкцию региональных полей напряжений и/или палеонапряжений. Помимо этого МЛКР или отдельные его предположения стали применяться для:

- выделения тектонических фаз в прошлые эпохи;
- исследования изменения НС при землетрясениях и в течение сейсмического цикла;
- выбора «истинной» площадки разрушения из двух нодальных плоскостей фокального механизма землетрясения;
- оценки прочности разломов и запасов месторождений полезных ископаемых;
- а также для решения других прикладных проблем.

Простота рецептов, с помощью которых в МЛКР «напряжения» определяются по данным о сдвиговых разрывах в земной коре, в последние десятилетия привлекла к обсуждаемой теме многочисленных исследователей. Доступности получения результатов в этой области способствовала разработка большого количества компьютерных программ, рассчитывающих «напряжения» в рамках МЛКР [Gephart, 1990; Taboada et al., 1991; Lisle, Orife, 2002; Orife et al., 2002; Delvaux, Sperner, 2003; Pascal, 2004; Shan et al., 2011; Ребецкий и др., 2017; и др.]. Определять «напряжения» стали геологи и геофизики, многие из которых в иных обстоятельствах не рискнули бы делать количественные расчеты напряжений. Действительно, для проведения корректных расчетов необходимо моделировать силы и задавать граничные условия, составлять балансовые соотношения (часто выражаемые в виде дифференциальных уравнений в частных производных), понимать и уметь использовать теорию определяющих соотношений и т. д. Все-му этому надо долго учиться, а в рамках МЛКР такой багаж знаний оказывается невостребованным. «Реконструкция» сил и напряжений превратилась в рутинную задачу, решаемую специалистами.

МЛКР в значительной мере монополизировал исследования НС на основе кинематических данных, вытеснив на обочину другие подходы. Не исключена возможность того, что в скором будущем МЛКР из области научных изысканий перейдет в такую область приложений, где по результатам его использования будут приниматься ответственные решения. Поэтому на первый план следует выдвинуть вопросы обоснованности основополагающих постулатов МЛКР и оценки корректности и достоверности реконструкции НС в рамках этого подхода.

Именно под этим углом зрения основные положения МЛКР обсуждаются в данном обзоре, что отличает его от других обзоров



на данную тему (см., например, [Célérier et al., 2012; Hippolyte et al., 2012; Maury et al., 2013]). Мы, главным образом, интересуемся не как производятся те или иные процедуры в МЛКР, а на каких идеях они основаны. Сделанные нами выводы контрастируют и с теми заключениями, которые приводятся в работах, призванных критически изучить методологические основы МЛКР [Pollard et al., 1993; Yamaji, 2003; Lacombe, 2012]. В этих работах сомнений в правильности постулатов подхода МЛКР не высказывается. Как правило, сформулированные заключения сводятся к тому, что предположения МЛКР в принципе верны, но имеют незначительные изъяны и в отдельных ситуациях недостаточно обоснованы. Так, авторы работы [Pollard et al., 1993] отмечают, что в МЛКР не учитываются возмущения НС, вызванные неоднородностями среды и взаимодействием разломов, а в работе [Yamaji, 2003] указывается на отсутствие надежных алгоритмов выделения напряжений по совокупности геологических данных, отражающих несколько фаз тектонического развития. Часто авторы критикуют частные недостатки предшествовавших алгоритмов МЛКР с тем, чтобы обосновать предлагаемые улучшения.

Мы в данном обзоре показываем, что, вопреки отмеченным мнениям, **некорректными являются не отдельные частные предположения в алгоритмах МЛКР, а исходная концепция подхода в целом.** Способы интерпретации данных о направлении подвижек в этом подходе кардинально противоречат тем принципам, которые используются в механике твердого деформируемого тела (МТДТ) при определении сил и напряжений. В частности, связывая локально направления подвижек с элементами искомого НС и извлекая из этих гипотетических связей информацию об искомом «тензоре напряжений», авторы, не замечая этого, фактически постулируют свойства среды, отражаемые ее «определяющими соотношениями» (см. разделы 2.3, 3.2), и, одновременно и неразрывно с этим, пытаются из этих соотношений выявить динамические характеристики процесса.

В связи со сказанным приходится напомнить, что еще Коши (1789–1857 гг.) отделил общую динамику сплошного тела от свойств материала, составляющего это тело. В частных случаях, связанных с задачей изгиба, это делалось ранее Якобом Бернулли (1654–1705 гг.) и Эйлером (1707–1783 гг.), но в 18-м и начале 19-го столетий на указанное обстоятельство не обращалось должного внимания [Truesdell, 1992]. **В МЛКР фактически осуществлен возврат**

**к представлениям, существовавшим до Коши – динамика (а именно, определение напряжений) и механические свойства конкретной среды (а именно, формулировка определяющих соотношений, связывающих динамику с кинематикой) вновь слились в единое целое.** Между тем, отнюдь не случайно в современных руководствах по МТДТ сначала, независимо от свойств материала и процессов его деформирования, на основе законов сохранения вводятся напряжения, а свойства материала изучаются позже в разделах, посвященных реологическим соотношениям. Определение механических свойств среды и реконструкция напряжений не совмещаются ни в экспериментальных, ни в теоретических исследованиях локального деформирования. Так, лабораторные испытания однородного деформирования образцов направлены либо на выявление реологических соотношений (но в этом случае известны напряжения, отвечающие каждой стадии деформирования), либо на реконструкцию напряжений (но в этом случае *a-priori* известны определяющие соотношения и должны выполняться некоторые дополнительные требования, отмеченные в работе [Мухамедиев, 2018]).

Анализ МЛКР в данном обзоре может рассматриваться как своеобразная конкретизация выводов работы [Мухамедиев, 2018] на примере специального типа индикаторов деформации – разрывных сдвиговых смещений. В цитированной работе некорректность локального подхода к реконструкции напряжений по кинематическим данным была продемонстрирована в общем виде, для любых индикаторов, позволяющих рассчитать в исследуемом материальном макрообъеме  $x$  деформацию  $\Delta E$ , накопленную за время наблюдения  $\Delta t$ . Было показано, что в условиях Земли даже при точно известном малом приращении деформаций  $\Delta E$  и при наличии информации о механических свойствах среды при нулевых начальных напряжениях на основе локального подхода можно «реконструировать» в  $x$  любую наперед заданную ориентацию осей главных напряжений, точно также, как малому смещению тела можно сопоставить любое направление силы, действующей на него. Причина подобного обстоятельства кроется в том, что получаемые результаты непосредственно вытекают из принимаемых субъективных предположений. Последние неэквивалентным образом замещают собой законы сохранения и аксиомы теории определяющих соотношений, отражающие объективные законы природы. В результате этого законы механики и термодинамики нарушаются. К тому же, искомым тензор напряжений  $T$

безосновательно назначается единственной причиной («импетусом») возникновения деформации  $\Delta E$ , а также игнорируется влияние на получаемый результат отношения  $\Delta t/\Delta t^*$ , где  $\Delta t^*$  – время релаксации напряжений.

В случае, рассматриваемом в настоящей статье, ситуация существенно усугубляется тем, что по исходным данным о необратимых разрывных сдвиговых смещениях пропадает возможность рассчитать полное приращение деформации  $\Delta E$ . Во-первых, отсутствует экспериментальная информация об обратимой (в том числе, упругой) части приращения деформации, о поведении которой можно выдвигать лишь субъективные предположения. Но именно, эта часть деформации обуславливает изменение упругой энергии  $U$  и зависит не от одного тензора напряжений, как постулируется в МЛКР, а от двух – существовавших в макрообъеме  $x$  в начальный ( $t=0$ ) и конечный ( $t=\Delta t$ ) моменты времени. В частности, упругая часть деформации отвечает за явление разгрузки, при которой, например, ось максимального макроскопического сжатия  $T_3$  может оказаться направленной вдоль оси максимального удлинения [Мухамедиев, 2018]. Получение такого и целого ряда других реальных результатов запрещено в рамках МЛКР. Во-вторых, как правило, пользователи МЛКР не прилагают усилий к выявлению амплитуды подвижки  $\Delta[u]$  и площади  $\Delta s$ , охваченной ею. Их беспокоят только ориентация плоскости разрыва  $\mathbf{n}$  и направление подвижки  $\mathbf{h}$ , что исключает из числа исходных данных не только упругую, но и макроскопическую необратимую часть приращения деформации.

В тексте данного обзора показывается, какие субъективные предположения выдвигаются в МЛКР, как они замещают игнорируемые законы природы и как при этом нарушаются законы механики и термодинамики. В разделе 2 рассматривается вариант построения модели эффективной сплошной среды (ЭСС) на основе данных о разрывных сдвиговых смещениях. Представительный элемент  $x$  этой среды и период наблюдения  $\Delta t$  задают макроскопический масштаб, на котором реконструируются напряжения и строятся определяющие соотношения. Примеры, приводимые в разделе 2.4, иллюстрируют невозможность одновременного локального определения макронапряжений и построения определяющих соотношений по одним и тем же данным на микро- и мезоуровнях. Говоря о микро- и мезоуровнях применительно к рассматриваемой проблеме, мы имеем в виду, соответственно, уровни зерен породы

и уровень площадок разрыва. Во всей остальной части обзора мы ограничиваемся рассмотрением 2-х масштабной среды (мезо- и макро-).

В разделе 3 обсуждаются идеи, алгоритмы и понятия МЛКР. Для нашего анализа различие между многочисленными модификациями МЛКР не имеет значения, тем не менее, мы рассматриваем и некоторые частные предположения (разделы 3.2, 3.3). Приводится критика как основ МЛКР, так и отдельных широко используемых гипотез. Центральным местом раздела 3 является табл. 2, в которой сравниваются введение тензора напряжений и построение определяющих соотношений в МТДТ и МЛКР. По всем рассмотренным пунктам выявляются принципиальные разногласия. Это свидетельствует о том, что в рамках МЛКР реконструируется объект, не имеющий отношения к напряжениям. Сказанное подтверждается и тем, что понимают под напряжениями и сами авторы МЛКР (раздел 3.5).

Раздел 4 посвящен проблеме перехода на макроуровень. В МЛКР этот переход совершается заменой на площадках разрыва направлений касательных напряжений мезоуровня на соответствующие направления макроуровня. Переход к макроскопическим деформациям не совершается, искомые напряжения в МЛКР зависят не от накопленной деформации, как в МТДТ, а определяются тем, по какой системе подвижек эта деформация реализуется. Исходя из ошибочно поставленных целей – локально определить напряжения по деформациям, исследователи в рамках подхода МЛКР вынуждены *a-priori* постулировать некие универсальные взаимосвязи между макроскопическими ориентациями напряжений и направлениями подвижек на мезоуровне, хотя на самом деле таких взаимосвязей не существует. Произвольность принятых допущений и избыточность налагаемых «запретов» приводят в МЛКР к невозможности удовлетворить уравнения равновесия (раздел 5.1). Дополнительно к этому, при реконструкции напряжений по сейсмологическим данным в рамках МЛКР нарушается принцип независимости от выбора системы отсчета (раздел 5.2).

В Заключении сделан вывод о том, что в исходных данных о разрывных сдвигах содержится информация не только о напряжениях, но и о ряде факторов, игнорируемых в МЛКР, и, в первую очередь, о реальных механических свойствах среды. Обратная задача заключается в том, чтобы одновременно с напряжениями реконструировать эти свойства. Схема решения

такой задачи в классе моделей идеально-пластической среды приведена в Приложении.

В статье мы ограничиваемся механическим приближением, не рассматривая, в частности, тепловые эффекты. Из-за обилия литературы по МЛКР приводятся ссылки только на минимальное количество работ, затрагивающих методологические аспекты подхода. Система обозначений совпадает с той, которая принята в работе [Мухамедиев, 2018].

## 2. МОДЕЛЬ ЭФФЕКТИВНОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

### 2.1. Кинематика

Необходимым этапом реконструкции напряжений в реальной геосреде является явное или неявное введение модели ЭСС, в которой структурные неоднородности гомогенизированы вплоть до некоторого размера  $l_{\max}$ . Бездефектный репрезентативный элемент (макрообъем  $x$  с характерным линейным размером  $\Delta l < l_{\max}$ ) такой среды задает пространственный масштаб ЭСС, который мы называем макроскопическим независимо от величины  $\Delta l$  в ее абсолютном выражении. Макроскопические величины характеризуют дисторсию или динамическое состояние макрообъема  $x$  как целого. Способ построения модели ЭСС зависит от типа исходных данных на мезо- и микроуровнях. Если в качестве исходных фигурируют кинематические данные, то построение модели ЭСС естественно начинать с определения макроскопических характеристик деформирования.

Пусть в некотором выделенном блоке геосреды с объемом  $\Delta V \sim (\Delta l)^3$  в течение промежутка времени  $\Delta t$  регистрируется  $N$  сдвиговых подвижек.<sup>3</sup> Они происходят по активизированным ориентированным площадкам  $\Delta s_{(j)} = \Delta s_{(j)} \mathbf{n}_{(j)}$ , где  $\Delta s_{(j)}$  – та часть площади разрыва, которая попадает в  $\Delta V$ ,  $\mathbf{n}_{(j)}$  – единичная нормаль к площадке, задающая ориентацию  $\Delta s_{(j)}$ ,  $j = 1, \dots, N$ . Каждой подвижке отвечает осредненный по  $\Delta s_{(j)}$  скачок тангенциальных смещений  $\Delta[\mathbf{u}]_{(j)} = \Delta[u]_{(j)} \mathbf{h}_{(j)}$ , реализующийся при переходе в направлении нормали  $\mathbf{n}_{(j)}$  через плоскость разрыва. Здесь и далее  $\mathbf{h}_{(j)}$  – единичный вектор направления относительной подвижки, ортогональный вектору  $\mathbf{n}_{(j)}$  ( $\mathbf{n}_{(j)} \cdot \mathbf{h}_{(j)} = 0$ ,  $\cdot$  – символ скалярного произведения).

<sup>3</sup> В случае геологических данных под временем наблюдения  $\Delta t$  понимается период времени, в течение которого предположительно произошли зарегистрированные палеосдвиги.

В модели ЭСС подвижки являются характеристиками мезоуровня. Макроскопические характеристики деформирования изучаемого блока, интерпретируемого как макрообъем  $x$ , можно частично получить, если для регистрируемых подвижек доступна информация о полном наборе их структурно-кинематических данных, а именно, о  $\Delta s_{(j)}$  и  $\Delta[\mathbf{u}]_{(j)}$ ,  $j = 1, \dots, N$ . Тогда единичная мезомасштабная дисторсия на макромасштабе записывается в виде:

$$\Delta \mathbf{G}_{(j)} = \Delta s_{(j)} \otimes \Delta[\mathbf{u}]_{(j)} / \Delta V. \quad (1)$$

Чем больше  $\Delta V$ , тем меньше влияет данная  $J$ -тая подвижка на искажение первоначального макрообъема. Суммируя  $\Delta \mathbf{G}_{(j)}$ , имеем:

$$\Delta \mathbf{G}^* = \sum_{j=1}^N \Delta \mathbf{G}_{(j)}, \quad \Delta \mathbf{E}^* = \frac{1}{2} (\Delta \mathbf{G}^* + \Delta \mathbf{G}^{*T}),$$

$$\Delta \mathbf{W}^* = \frac{1}{2} (\Delta \mathbf{G}^* - \Delta \mathbf{G}^{*T}), \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{E}}^* = \Delta \mathbf{E}^* / \Delta t, \quad \dot{\mathbf{W}}^* = \Delta \mathbf{W}^* / \Delta t,$$

где: тензор второго ранга  $\Delta \mathbf{G}^*$  является приращением макродисторсии за время  $\Delta t$ ;  $\Delta \mathbf{E}^*$  и  $\Delta \mathbf{W}^*$  – деформационная и ротационная части  $\Delta \mathbf{G}^*$ , которые в дальнейшем предполагаются малыми ( $\|\Delta \mathbf{E}^*\| \ll 1$ ,  $\|\Delta \mathbf{W}^*\| \ll 1$ ); тензоры  $\dot{\mathbf{E}}^*$  и  $\dot{\mathbf{W}}^*$  – это скорость макродеформации и спин; символы  $T$  и  $\otimes$  означают транспонирование и тензорное умножение. Приращение деформации  $\Delta \mathbf{E}^*$  с учетом  $\Delta s_{(j)} \cdot \Delta[\mathbf{u}]_{(j)} = 0$  изохорично, т. е. происходит без изменения объема,  $\mathbf{I} : \Delta \mathbf{E}^* = 0$  ( $\mathbf{I}$  – единичный тензор второго ранга,  $:$  – символ двойного скалярного произведения). Все кинематические величины в (1)–(2) можно рассчитать тогда, когда достоверно известно, что  $\Delta s_{(j)}$  являются истинными площадками скольжения. Если орты  $\mathbf{n}_{(j)}$  и  $\mathbf{h}_{(j)}$  неотличимы друг от друга, что имеет место в сейсмологии, то расчету подлежит лишь тензор  $\Delta \mathbf{E}^*$ , называемый иногда тензором сейсмотектонических деформаций, или, что то же, тензор  $\dot{\mathbf{E}}^*$ , описывающий «сейсмическое течение горных масс» [Костров, 1974]. Информация о макроскопическом вращении  $\Delta \mathbf{W}^*$  или  $\dot{\mathbf{W}}^*$  в этом случае теряется.

Интервал времени  $\Delta t$ , который зависит от числа  $N$  подвижек, принимаемых к рассмотрению, с позиций ЭСС является мгновением. В пределах  $\Delta t$  порядок следования подвижек друг за другом и их индивидуальные скорости безразличны. Подвижки в этом интервале могут рассматриваться как одновременные, происходящие с относительными скоростями  $\Delta[\mathbf{v}]_{(j)} = \Delta[\mathbf{u}]_{(j)} / \Delta t$ . Интервал  $\Delta t$  определяет временной масштаб ЭСС, т. е., «медленное



время», за которым мы оставляем обозначение  $t$  и которое является параметром (а не переменной, увеличивающей размерность задачи). Для простоты в формулах параметр  $t$  далее часто не учитывается. **В построении корректной модели ЭСС подвижкам отводится роль кинематических, а не динамических факторов. Хотя подвижке по шероховатому разлому можно сопоставить некоторые элементы НС на мезоуровне (например, из закона Кулона–Мора), на макроскопическом масштабе ни отдельная подвижка, ни их некоторая совокупность, сами по себе, не несут однозначной информации о силах, действующих на макрообъем  $x$ .** К этому тезису мы с разных позиций будем неоднократно обращаться далее (см. разделы 2.3, 2.4, 4, 5.1).

Полные макроскопические кинематические характеристики  $\Delta E$  и  $\Delta W$  (в силу их малости) для макрообъема  $x$  представимы в виде:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta E^* + \Delta E^{**} = \Delta E^* + \Delta E^{el} + \Delta E^{irr} \quad (I: \Delta E^* = 0), \\ \Delta W &= \Delta W^* + \Delta W^{**}, \end{aligned} \quad (3)$$

где индексом  $**$  отмечены характеристики, возникающие вследствие нерегистрируемых смещений (слишком слабых или пропущенных разрывных подвижек, а также непрерывного поля микроскопических смещений). В свою очередь, тензор  $\Delta E^{**}$  представляется суммой своей обратимой (упругой)  $\Delta E^{el}$  и необратимой (неупругой)  $\Delta E^{irr}$  частей. Соотношения (3) можно записать не в приращениях, а в скоростях изменения соответствующих величин. Если исследуемую область  $\Omega$ , имеющую характерный размер  $L \gg \Delta l$ , разбить на макрообъемы,  $\Omega = \cup x$ , то можно говорить о квазистатических кинематических полях  $\Delta E(x, t)$ ,  $\Delta W(x, t)$  (или  $\dot{E}(x, t)$ ,  $\dot{W}(x, t)$ ), определенных на пространственно-временном масштабе ЭСС. Здесь и далее мы отождествляем идентификаторы  $x$  макрообъемов с их актуальным местоположением (т. е., с их макроскопическими пространственными координатами) в ЭСС.

## 2.2. Динамика

На пространственно-временном масштабе ЭСС в области  $\Omega$  вводится в рассмотрение поле макроскопического тензора напряжений  $T(x, t)$ . В МТДТ понятие напряжения возникает из рассмотрения сил, приложенных к материальному элементу  $x$ , вне какой-бы то ни было связи с деформацией этого элемента. В квазистатическом случае эти силы и их моменты должны быть уравновешены, что вытекает, соответственно, из законов сохранения импульса и момента импульса. Из баланса сил следует, что напряжение

является тензором второго ранга. Если принять постулат Коши, согласно которому поверхностная плотность контактных сил, действующих на уравновешенные элементы в их актуальной конфигурации, зависит лишь от ориентации площадки контакта, то ЭСС предстает континуумом Коши, а возникающий тензор называется тензором напряжений Коши  $T$ . Совместное использование балансов сил и моментов сил позволяет доказать, что этот тензор является симметричным,  $T = T^T$ . Полевое соотношение равновесия в терминах тензора  $T$  записывается в виде:

$$\nabla \cdot T(x, t) + \rho(x, t)g = 0, \quad (4)$$

где:  $\nabla \cdot$  – символ дивергенции (дифференцирование проводится по макроскопическим координатам  $x$ ),  $\rho$  – плотность,  $g$  – ускорение свободного падения.

В связи с проблемой реконструкции поля  $T(x, t)$  по натурным индикаторам в области  $\Omega$ , возникает вопрос: какую информацию о поле  $T(x)$  можно задать априорно так, чтобы еще оставалась возможность это поле уравновесить? Тензорное поле  $T(x)$  представляет собой совокупность 6 скалярных полей, а векторное условие (4) эквивалентно трем скалярным уравнениям. Отсюда следует правило, которое мы назовем правилом трех функций – **для возможности удовлетворить условию равновесия в трехмерной (3D) области  $\Omega$  можно произвольно задать максимум 3 независимые скалярные пространственные функции напряжений.** Предпочтительнее (с точки зрения экспериментального определения) в качестве этих функций выбрать три угла  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , задающие ориентацию триэдра собственных осей тензора  $T$ . Три функции  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x)$  определяют в области  $\Omega$  поле траекторий главных макроскопических напряжений, при наличии которого условие (4) предстает замкнутой системой дифференциальных уравнений гиперболического типа [Мухамедиев, 1991]. Интегрирование этой системы относительно собственных значений  $T_1, T_2, T_3$  тензора  $T$ , называемых главными напряжениями и принимаемых в МТДТ положительными при растяжении, позволяет реконструировать равновесное поле  $T(x)$  (см. Приложение).

Через спектр значений  $T_1, T_2, T_3$  симметричный тензор  $T$  представляется как

$$\begin{aligned} T &= T_1 m_1 \otimes m_1 + T_2 m_2 \otimes m_2 + T_3 m_3 \otimes m_3, \\ &\quad (T_1 \geq T_2 \geq T_3), \end{aligned} \quad (5)$$



где  $\mathbf{m}_j \otimes \mathbf{m}_j$ ,  $j = 1, 2, 3$  – диады собственных векторов  $\mathbf{m}_j$ , составляющих правый ортонормированный базис и задающих направления осей главных напряжений. Для тензора напряжений  $\mathbf{T}$  общего вида справедливы неравенства  $T_1 \neq T_2 \neq T_3 \neq T_1$ .

Рассмотрим отображение  $\mathbf{T} \rightarrow \mathbf{T}'$  тензора Коши (5), производимое согласно правилу

$$\mathbf{T}' = a\mathbf{I} + b\mathbf{T}, \quad (6)$$

где:  $b$  – произвольный положительный,  $a$  – произвольный скаляры. Преобразование (6) определяет класс эквивалентности  $\mathbf{T}^*$  тензоров  $\mathbf{T}'$ , подобных исходному тензору  $\mathbf{T}$  (обозначение  $\mathbf{T}' \sim \mathbf{T}$ ) [Мухамедиев, 2014]. В частности, тензор  $\mathbf{T}$  подобен своему девиатору,  $\mathbf{T} \sim \mathbf{T}^{dev} = \mathbf{T} + P\mathbf{I}$ , где  $P = -(\mathbf{I} : \mathbf{T})/3$  – давление. Все тензоры напряжений, принадлежащие одному классу эквивалентности  $\mathbf{T}^*$ , отличаются друг от друга только давлением  $P$  и/или нормировкой девиатора  $\mathbf{T}^{dev}$  и подобны так называемому редуцированному тензору  $\mathbf{T}_R$ ,

$$\begin{aligned} \mathbf{T} \sim \mathbf{T}_R &= (1-R)\mathbf{m}_1 \otimes \mathbf{m}_1 - R\mathbf{m}_3 \otimes \mathbf{m}_3, \\ R &= (T_2 - T_3)/(T_1 - T_3), \quad 1 \geq R \geq 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $R$  – коэффициент вида НС.<sup>4</sup> Тензор  $\mathbf{T}_R$  определяется четырьмя скалярными величинами: уже упомянутыми тремя углами  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , фиксирующими в пространстве триэдр  $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{m}_3$  осей главных напряжений, и значением параметра  $R$ . Здесь и далее мы исключаем из рассмотрения класс эквивалентности  $\mathbf{I}^*$  шаровых ( $\mathbf{T}^{dev} = 0$ ) тензоров напряжения. В разделе 3.2 будет показано, что в МЛКР реконструируется некоторая функция, отождествляемая с  $\mathbf{T}_R$ . Поэтому, реконструируя в области  $\Omega$  не три, а четыре скалярные функции  $\varphi_1(\mathbf{x}), \varphi_2(\mathbf{x}), \varphi_3(\mathbf{x}), R(\mathbf{x})$ , приверженцы МЛКР нарушают правило трех функций и заведомо лишают себя возможности уравновесить поле напряжений (подробнее см. раздел 5.1).

В реальном блоке геосреды действуют неоднородные и изменяющиеся в течение периода  $\Delta t$  мезо- и микронапряжения, которые могут претерпевать скачки на разрывах сплошности. Однако тензор макронапряжений  $\mathbf{T}$  является однородной в  $\mathbf{x}$  и неизменяющейся за время  $\Delta t$  величиной, отражающей силовые взаимодействия между макрообъемами ЭСС. Эти взаимодействия передаются через элементарные площадки.

<sup>4</sup> Форма записи редуцированного тензора неединственна. Например, через коэффициент Лоде–Надаи  $\mu_\sigma = 2R - 1$  ( $-1 \leq \mu_\sigma \leq 1$ ) его можно записать как  $\mathbf{T}_{\mu_\sigma} = \mathbf{m}_1 \otimes \mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_3 \otimes \mathbf{m}_3 + \mu_\sigma \mathbf{m}_2 \otimes \mathbf{m}_2$ .

На площадке  $\Delta s_{(j)} = \Delta s_{(j)} \mathbf{n}_{(j)}$  определены следующие макроскопические силовые факторы: вектор напряжения  $\mathbf{t}_{(j)}(\mathbf{T}, \mathbf{n}_{(j)})$ , нормальное напряжение  $t_{n(j)}(\mathbf{T}, \mathbf{n}_{(j)})$ , вектор касательного напряжения  $\mathbf{t}_{\tau(j)}(\mathbf{T}, \mathbf{n}_{(j)})$  и единичный вектор направления касательного напряжения  $\mathbf{p}_{(j)}(\mathbf{T}, \mathbf{n}_{(j)})$ , которые выражаются в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_{(j)} &= \mathbf{n}_{(j)} \cdot \mathbf{T} = t_{n(j)} \mathbf{n}_{(j)} + \mathbf{t}_{\tau(j)}, \quad t_{n(j)} = \mathbf{n}_{(j)} \cdot \mathbf{t}_{(j)}, \\ \mathbf{t}_{\tau(j)} &= \mathbf{t}_{(j)} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{n}_{(j)} \otimes \mathbf{n}_{(j)}), \quad \mathbf{p}_{(j)} = \mathbf{t}_{\tau(j)} / |\mathbf{t}_{\tau(j)}|. \end{aligned} \quad (8)$$

### 2.3. Определяющие соотношения

Кинематика ЭСС описывает изменение геометрии материальной среды во времени, в то время как напряжения отражают законы сохранения импульса и момента импульса, т. е. собственно динамику. Кинематика и динамика в классической МТДТ не связаны на фундаментальном уровне, между ними нет причинно-следственных отношений. В предположении, что меры деформации и корректное (удовлетворяющее законам сохранения) понятие напряжений уже введены независимо друг от друга, эти отношения, называемые определяющими, устанавливаются на уровне конкретного материала. Они отражают специфический динамический отклик того или иного материала на происходящие в нем процессы деформирования. В МТДТ определяющие соотношения иногда интерпретируются как паспортная характеристика материала. Для гомогенизируемой среды такая интерпретация уже не точна, т. к. на соотношения влияет не только вещественный состав материала, но и его структура на микро- и мезоуровнях. Полностью представление о «паспортной характеристике» теряет свой смысл для наук о твердой Земле, т. к. соотношения, связывающие континуальную динамику и кинематику, начинают дополнительно зависеть от неизвестного начального НС, которое для земных недр всегда является ненулевым. Как показано в работе [Мухамедиев, 2018], информация о механических свойствах материала на макроуровне при отсутствии начального напряжения  $\mathbf{T}_0$  (например, добытая с помощью процедуры апскейлинга) становится бесполезной при реконструкции напряжений по деформациям при  $\mathbf{T}_0 \neq 0$ .

Определяющие соотношения так называемых простых материалов устанавливают локальную взаимосвязь тензора напряжений  $\mathbf{T}$  в материальном элементе с историей его деформирования. Для подкласса определяющих соотношений дифференциального типа тензор  $\mathbf{T}(\mathbf{x}, t)$  и, быть может, некоторые его производные по времени

связываются с тензорами  $\dot{\mathbf{E}}(\mathbf{x}, t)$ ,  $\dot{\mathbf{W}}(\mathbf{x}, t)$  и с их производными по времени. Обычно в определяющие соотношения вводятся макроскопические внутренние параметры, отражающие особенности строения и деформирования на мезо- и микромасштабах. Величины этих параметров находят непосредственно из экспериментов, либо для них составляются дополнительные (эволюционные) уравнения. Важно, что в МТДТ определяющие соотношения формулируются на едином для динамических и кинематических характеристик макроскопическом масштабе, что диктуется принципом макроскопической определенности и необходимо хотя бы в целях экспериментальной проверки модельных представлений.

В современной теории определяющих соотношений существуют и другие принципы (аксиомы), которые отражают законы природы и нарушение которых считается достаточным основанием для безоговорочной отбраковки моделей среды, не удовлетворяющих этим принципам. Отметим принцип объективности, согласно которому свойства материала не должны зависеть от выбора системы отсчета (т. е. от наблюдателя), и принцип термодинамической согласованности, требующий, чтобы в любом допустимом процессе определяющие соотношения не приводили к нарушению второго начала термодинамики.

Коснемся кратко вопроса о роли определяющих соотношений в проблеме реконструкции напряжений в макрообъеме  $x$  и в области  $\Omega$ . Этот вопрос, которому обычно уделяется мало внимания в литературе, имеет значение для рассматриваемой проблемы. Между тензором напряжений Коши  $\mathbf{T}$ , заданным в материальном элементе  $x$  (который мы, без ограничения общности, полагаем кубом с гранями  $(\Delta l)^2 \mathbf{n}_{(J)}$ ,  $J=1, \dots, 6$ ,  $\mathbf{n}_{(J)} = -\mathbf{n}_{(J+3)}$ ,  $I=1, 2, 3$ ) и совокупностью  $\{\mathbf{t}_{(J)}\}$  уравновешенных векторов напряжения, приложенных к его граням, существует взаимно-однозначное соответствие:

$$\mathbf{T} \leftrightarrow \{\mathbf{t}_{(J)}\}. \quad (9)$$

Действительно, если тензор  $\mathbf{T}$  задан (например, в форме (5)), то векторы  $\mathbf{t}_{(J)}$  определяются по формулам  $\mathbf{t}_{(J)} = \mathbf{n}_{(J)} \cdot \mathbf{T}$ , причем из условия  $\mathbf{t}(\mathbf{T}, -\mathbf{n}) = -\mathbf{t}(\mathbf{T}, \mathbf{n})$  следует уравновешенность системы этих векторов. Напротив, если задана уравновешенная система векторов напряжения (необходимое условие существования тензора  $\mathbf{T}$ ), то тензор  $\mathbf{T}$  можно выразить в виде:

$$\mathbf{T} = \mathbf{n}_{(1)} \otimes \mathbf{t}_{(1)} + \mathbf{n}_{(2)} \otimes \mathbf{t}_{(2)} + \mathbf{n}_{(3)} \otimes \mathbf{t}_{(3)}, \quad (10)$$

где из условия равенства нулю момента сил справедливы соотношения  $\mathbf{n}_{(J)} \cdot \mathbf{t}_{(J)} = \mathbf{n}_{(J)} \cdot \mathbf{t}_{(J)}$ . Один из способов вывода соотношения (10) представлен в Приложении к работе [Мухамедиев, 2018]. Соответствие (9) означает, что напряжения в  $x$  однозначно определяются уравновешенными усилиями, оказываемыми на  $x$  со стороны смежных макрообъемов, и, в свою очередь, однозначно определяют усилие, с которым  $x$  воздействует на каждый из смежных макрообъемов. **При определении тензора  $\mathbf{T}$  в макрообъеме  $x$  по внешним усилиям определяющие соотношения никакой роли не играют. В частности, не требуется никаких гипотез о взаимосвязи  $\mathbf{T}$  с локальной кинематикой на микро- и мезоуровнях.**

Сказанное относится и к реконструкции в области  $\Omega$  однородного поля напряжений ( $\nabla \otimes \mathbf{T}(\mathbf{x}) = 0$ ,  $\nabla \otimes$  – символ градиента), для реализации которого необходимым условием является возможность пренебречь объемной силой  $\rho \mathbf{g}$ . Однородное поле  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$  при  $\rho \mathbf{g} = 0$  автоматически является равновесным и однозначно определяется усилиями  $\mathbf{t}_{\partial\Omega}(\mathbf{x})$  на границе  $\partial\Omega$ . Функция  $\mathbf{t}_{\partial\Omega}(\mathbf{x})$  должна быть совместимой с условием существования однородного поля  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ , задача реконструкции которого в этом случае является статически определенной, т. е. не зависящей от определяющих соотношений. Этот факт отражает важнейшее следствие из постулатов континуальной механики – **однородное поле  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$  при отсутствии объемных сил осуществимо в среде с любой реологией.**

Определяющие соотношения начинают играть роль при реконструкции в области  $\Omega$  равновесного неоднородного поля напряжений. Эта роль заключается в том, что в среде, имеющей вполне определенные реологические свойства, могут быть реализованы не любые равновесные поля  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ . **При неоднородном НС определяющие соотношения обладают свойствами «фильтра», не допускающего существование некоторых классов динамических состояний среды.** Так, например, упругая среда допускает поля траекторий главных напряжений только вполне определенного типа, исследованного в работе [Mukhamediev, Galybin, 2007].

**2.4. Макроскопические напряжения и определяющие соотношения при учете кинематики на микро- и мезомасштабах**

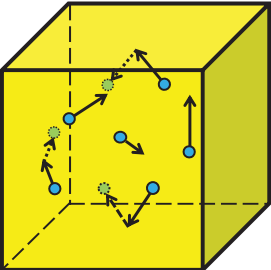
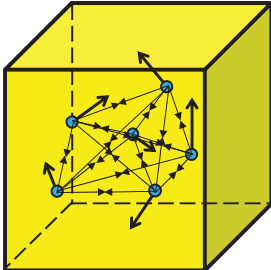
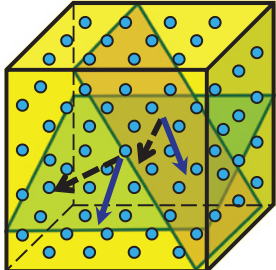
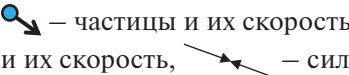
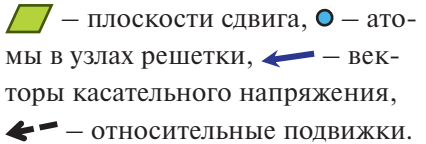
В предыдущем разделе были рассмотрены некоторые особенности реконструкции напряжений при задании исходных данных (в частности, граничных условий) в терминах динамических величин. В данном разделе на примерах, представленных в табл. 1, иллюстрируются идеи и способы, используемые в физике и МТДТ при введении напряжений и при формулировке определяющих соотношений в объеме  $\Delta V$  (материальном элементе х ЭСС) по данным о кинематике изменяющейся микро- и мезоструктуры.

В левом столбце таблицы показан изолированный жесткими стенками макрообъем, содержащий  $N$  невзаимодействующих микрочастиц (молекул) массы  $m$ , которые поступательно движутся с различными скоростями  $\mathbf{v}$ . В молекулярно-кинетической теории идеальных газов показывается, что при учете закона сохранения импульса макроскопическое давление  $P$  в сосуде выражается как  $P = nm \langle \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \rangle / 3$ , где  $n = N/\Delta V$  – концентрация микрочастиц, угловые скобки означают осреднение по объему. Способ определения динамической характеристики  $P$  при  $\Delta V = const$  исключает одновременное нахождение макроскопического определяющего соотношения. Это соотношение для постоянной массы газа в изотермических условиях (в данном случае закон Бойля–Мариотта  $P\Delta V = const$  при  $\Delta V \neq const$ ) устанавливается принципиально независимым способом.

Для ансамбля взаимодействующих (микро)частиц, совершающих финитные движения в объеме  $\Delta V$  (средний столбец табл. 1), тензор напряжений  $\mathbf{T}^{vir}$  обычно определяется со ссылками на теорему вириала Клаузиуса. Известное из механики выражение для  $\mathbf{T}^{vir}$ , обсуждение интерпретации  $\mathbf{T}^{vir}$  и ссылки на литературные источники приведены, например, в работе [Мухамедиев, 2016]. Для изолированного ансамбля потенциальная часть тензора  $\mathbf{T}^{vir}$  определяется диадами  $(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \otimes \mathbf{f}_{ij} / 2\Delta V$ , суммируемыми по всем парам частиц. Здесь  $\mathbf{r}_i$  – радиус-вектор центра масс  $i$ -й частицы в актуальном состоянии;  $\mathbf{f}_{ij}$  – сила, с которой частица  $j$  воздействует на частицу  $i$ . Внутренние силы  $\mathbf{f}_{ij} = -\mathbf{f}_{ji}$ , ориентированы параллельно векторам  $\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$  и являются дальнедействующими (для разделенных частиц) или контактными (например, для гранулированной среды). Если макрообъем  $\chi$  не изолирован, то на частицы дополнительно действуют внешние силы, влияющие на  $\mathbf{T}^{vir}$  и, быть может, на кинематику частиц в  $\Delta V$ , но не определяющиеся этой кинематикой.

В рамках физической теории пластичности, изучающей неупругость моно- и поликристаллов, на мезоуровне часто используется закон Шмида, согласно которому краевые дислокации активизируются по некоторой кристаллографической плоскости, если касательное напряжение  $\tau_{rss}$  (см. раздел 3.4) вдоль направления потенциально возможного скольжения дислокаций превышает критический порог  $\tau_c$  (правый столбец

**Таблица 1.** Переход на макроскопический уровень в средах с микро- и мезоструктурой

Определение макроскопических динамических характеристик в дискретной системе микрочастиц		Построение макроскопических определяющих соотношений
		
Замкнутый объем идеального газа	Ограниченная система взаимодействующих микрочастиц	Среда со сдвигами вдоль кристаллографических плоскостей
		



в табл. 1).<sup>5</sup> Предположение об увеличении  $\tau_c$  с ростом накопленных деформаций призвано моделировать упрочняющиеся материалы. Для перехода на макроуровень привлекаются различные варианты гипотез Фойгта (предположение об однородности деформаций в макрообъеме  $x$ ) или Рейсса (предположение об однородности напряжений). Та характеристика напряженно-деформированного состояния, которая не предполагалась однородной, переводится на макроуровень с помощью осреднения (подобно тому, как это сделано в разделе 2.1 для  $\Delta E^*$  и  $\Delta W^*$ ). Значения параметров, возникающих при теоретическом анализе, уточняются в ходе последующих экспериментальных испытаний. С техническими подробностями процедур можно ознакомиться по многочисленным руководствам и обзорам (см., например, [Asaro, Lubarda, 2006; Трусов, Волегов, 2011]). Важно отметить, что эти процедуры направлены не на определение напряжений, а на построение макроскопических реологических соотношений. Напряжения определяются впоследствии на основе интегрирования уравнений равновесия с использованием уже полученных реологических соотношений.

Основываясь на рассмотренных примерах и, частично, на мысленных экспериментах, предложенных в работе [Мухамедиев, 2018], можно сформулировать некоторые **общие правила корректной локальной реконструкции макроскопических напряжений или построения макроскопических определяющих соотношений в материальном элементе  $x$  по информации о локальной кинематике**, т. е. по данным о движениях и деформациях на микро- и/или мезоуровнях внутри  $x$ . При этом мы различаем случаи частично изолированного макрообъема (обозначение  $x^{closed}$ ), который в течение периода наблюдений  $\Delta t$  не обменивается через свою поверхность импульсом и моментом импульса с окружающей средой, и неизолированного (обозначение  $x^{open}$ ), являющегося открытой системой и контактирующего со смежными макроэлементами.<sup>6</sup> Наблюдаемая локальная кинематика в макрообъеме  $x^{closed}$  осуществляется за счет накопленного ранее запаса потенциальной и кинетической энергий. Если в  $x^{closed}$  реализуются диссипативные процессы, то этот запас уменьшается. В случае диссипативного квазистатического деформирования уменьшается потенциальная энергия, складывающаяся из уп-

ругой и гравитационной. Сформулируем правила для макрообъема  $x$  в квазистатически деформирующейся ЭСС в следующем виде:

– данные о локальной кинематике позволяют судить либо о напряжениях, либо об определяющих соотношениях, но не одновременно о том и другом;<sup>7</sup>

– реконструировать макронапряжения локально можно в  $x^{closed}$ , при этом необходимо помимо информации о кинематике, использовать законы динамики на микро- и/или мезоуровнях и, быть может, определяющие соотношения на тех же уровнях;

– внешние силы, действующие на  $x^{open}$ , не определяются однозначно локальной кинематикой<sup>8</sup> (а тем более, неполными данными о кинематике), и, поэтому, для  $x^{open}$  речь может идти об установлении макроскопических определяющих соотношений, но не о локальной реконструкции макронапряжений;

– локальное построение определяющих соотношений для  $x^{open}$  не обязательно опирается на законы динамики, но эти законы в форме уравнений равновесия используются при последующей реконструкции поля макроскопических напряжений в ЭСС;

– в общем случае скорость макроскопической деформации  $\dot{E}$  в  $x^{open}$  определяется не только напряжениями (в частности, в макрообъеме  $x^{open}$ , способном изменять запас упругой энергии,  $\dot{E}$  с необходимостью зависит и от скорости изменения напряжений).

### 3. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МЛКР

#### 3.1. Исходные данные

Особенностью МЛКР является то, что в качестве входной информации обычно используется не полный набор данных  $\Delta s_{(J)}$  и  $\Delta [u]_{(J)}$ , позволяющий количественно описывать вызванную подвижками изохорическую часть  $\Delta E^*$  деформирования ЭСС, а лишь сведения об ориентации площадок  $n_{(J)}$  и направлении подвижек  $h_{(J)}$ ,  $J = 1, \dots, N$  (рис. 1a). Таким образом,  $J$ -й подвижке в МЛКР в случае геологических данных соответствует

<sup>5</sup> Для некоторых типов кристаллических решеток закон Шмида может нарушаться вследствие того, что движение дислокаций контролируется не только напряжением  $\tau_{rss}$  [Vitek et al., 2004].

<sup>6</sup> Примерами  $x^{closed}$  являются левый и средний столбцы в табл. 1, правый столбец соответствует случаю  $x = x^{open}$ .

<sup>7</sup> Сделанный вывод исходит из того, что неизвестны ни напряжения, ни определяющие соотношения. Если определяющие соотношения хотя бы с точностью до каких-либо функций или параметров постулируются, то возможность реконструкции  $T$  в  $x^{open}$  появляется при проведении специальных процедур.

<sup>8</sup> Это утверждение подтверждается мысленными экспериментами, рассмотренными в работе [Мухамедиев, 2018].

диада взаимно-ортогональных единичных векторов  $\mathbf{n}_{(J)} \otimes \mathbf{h}_{(J)}$ , а в случае сейсмологических – симметризованная диада  $(\mathbf{n}_{(J)} \otimes \mathbf{h}_{(J)} + \mathbf{h}_{(J)} \otimes \mathbf{n}_{(J)})/2$ . По аналогии с терминологией физической теории пластичности диады  $\mathbf{n}_{(J)} \otimes \mathbf{h}_{(J)}$  и  $(\mathbf{n}_{(J)} \otimes \mathbf{h}_{(J)} + \mathbf{h}_{(J)} \otimes \mathbf{n}_{(J)})/2$  мы назовем, соответственно, несимметричным и симметричным ориентационными тензорами  $\mathbf{O}_{(J)}$   $J$ -й подвижки.

**3.2. «Определяющие соотношения» и «напряжения» в МЛКР**

Как отмечено во Введении, авторы МЛКР неявно постулируют, что макрообъему  $x$  можно априорно приписать симметричный тензор второго ранга  $\mathbf{T}$ , который они называют «тензором напряжений».<sup>9</sup> По их мнению, соответствующий тензору  $\mathbf{T}$  редуцированный тензор  $\mathbf{T}_R$  (см. (7)) можно определить по данным о направлении  $N$  ( $N \geq 4$ ) подвижек, произошедших в  $x$  за время  $\Delta t$  (рис. 1б). Таким образом, в МЛКР для каждого  $x$  искомыми являются 4 скалярные величины:

– три угла  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  (например, углы Эйлера), фиксирующие в пространстве триэдр осей собственных значений  $T_1, T_2, T_3$  тензора  $\mathbf{T}$  общего вида;

<sup>9</sup> Мы не затрагиваем те разновидности метода, которые, оставаясь в рамках локальности, исходят из более изощренных предположений, в частности, о несимметричности искомого тензора, в том числе, в рамках континуума Коссера (например, [Hansen, 2013; Žalohar, 2015]).

– параметр  $R = (T_2 - T_3)/(T_1 - T_3)$  (в англоязычной литературе) или  $\mu_\sigma = 2R - 1$  (в русскоязычной), принимаемый за коэффициент вида НС.

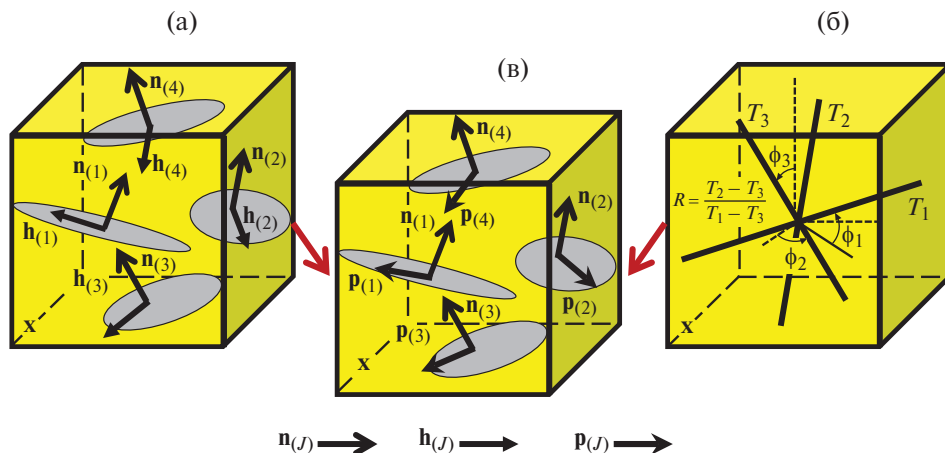
Т.к. объект  $\mathbf{T}_R$ , реконструируемый в рамках МЛКР, интерпретируется авторами как редуцированный тензор напряжений, то вектор  $\mathbf{p}_{(J)}$ , подсчитанный для площадки  $\Delta s_{(J)} = \Delta s_{(J)} \mathbf{n}_{(J)}$  по формуле

$$\mathbf{p}_{(J)} = \mathbf{n}_{(J)} \cdot \mathbf{T}_R \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{n}_{(J)} \otimes \mathbf{n}_{(J)}) / |\mathbf{n}_{(J)} \cdot \mathbf{T}_R \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{n}_{(J)} \otimes \mathbf{n}_{(J)})|, \tag{11}$$

в МЛКР принимается за единичный направляющий вектор касательного напряжения на этой площадке (рис. 1в). Заметим, что вектор  $\mathbf{p}_{(J)}$  одинаков для всего класса эквивалентности тензоров, подобных тензору  $\mathbf{T}_R$ , т.е.  $\mathbf{p}_{(J)} = \mathbf{p}(\mathbf{T}^*, \mathbf{n}_{(J)})$ .

Центральным моментом большинства модификаций МЛКР является постулирование некоей связи между наблюдаемыми направлениями  $\mathbf{h}_{(J)}$  относительных подвижек и направлениями  $\mathbf{p}_{(J)}$  на совокупности площадок разрыва с нормальными  $\mathbf{n}_{(J)}$ ,  $J = 1, \dots, N$ . На основе выдвигаемых при этом умозрительных гипотез, которые различны у разных авторов (см. раздел 3.3), определяются векторы  $\mathbf{p}_{(J)}$  и порождающий эти векторы класс эквивалентности  $\mathbf{T}^*$  подобных тензоров. Фактически, описанная процедура сводится к алгоритмическому заданию (точно или приближенному; см. раздел 3.3) в макрообъеме  $x$  неких «определяющих соотношений», выражающихся тензорным функционалом

$$\mathbf{T}_R = \mathbf{T}_R(\mathbf{O}_{(1)}, \dots, \mathbf{O}_{(N)}), \tag{12}$$



**Рис. 1.** Схема реконструкции редуцированного тензора  $\mathbf{T}_R$  для макрообъемов  $x$  в рамках МЛКР. Исходными являются данные о  $N$  направляющих ортах  $\mathbf{h}_{(J)}$  относительного движения по площадкам скольжения с единичной нормалью  $\mathbf{n}_{(J)}$  (а). Искомый тензор  $\mathbf{T}_R$  представлен ориентацией триэдра осей собственных значений  $T_1, T_2, T_3$  и параметром  $R$  ( $1 \geq R \geq 0$ ) полного тензора  $\mathbf{T}$  (б). Тензор  $\mathbf{T}_R$  согласно (11) порождает на площадках  $\mathbf{n}_{(J)}$  орты  $\mathbf{p}_{(J)}$  (в), которые в МЛКР трактуются как единичные направляющие векторы «касательного напряжения». На основе некоторых субъективных предположений между векторами  $\mathbf{h}_{(J)}$  и  $\mathbf{p}_{(J)}$  формулируется взаимосвязь, что приводит к «определяющему соотношению» (12), из которого рассчитывается редуцированный тензор  $\mathbf{T}_R$ .

который определен на множестве ориентационных тензоров  $\mathbf{O}_{(J)}$ ,  $J=1, \dots, N$ , не зависит явно от  $\mathbf{x}$  и имеет область значений величины  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  и  $R$ .

В отличие от механики материалов, где определяющие соотношения, характеризующие механические свойства среды, устанавливаются или уточняются опытным путем, экспериментально

проверить отмеченные гипотетические «определяющие соотношения» (12) невозможно. К тому же, в МТДТ каждый конкретный материал характеризуется собственными определяющими соотношениями. В МЛКР предполагается нечто совсем противоположное, а именно: каждый из авторов считает себя вправе без изменения использовать свой алгоритм нахождения  $\mathbf{T}_R$

**Таблица 2.** Сравнение способов введения тензора напряжений и построения определяющих соотношений в МТДТ и в МЛКР

	I. МТДТ	II. МЛКР
1	Существование тензора напряжений $\mathbf{T}$ и его симметричность ( $\mathbf{T} = \mathbf{T}^T$ ) в континууме Коши вытекают из условий равновесия материального элемента $\mathbf{x}$ .	Существование «тензора напряжений» и его симметричность постулируются неявно без всякого обращения к условиям равновесия.
2	Тензор напряжений $\mathbf{T}$ в континууме Коши вводится как линейный оператор, отображающий векторы ориентированных площадок в векторы поверхностных сил (или векторы единичных нормалей к площадкам – в векторы напряжений).	Под «тензором напряжений» $\mathbf{T}_R$ понимается объект, полученный в результате применения того или иного алгоритма обработки данных о кинематике. Вопрос о соответствии с тензором напряжений Коши не ставится.
3	Материальный элемент $\mathbf{x}$ среды не изолирован. Напряжения в нем определяются динамическим взаимодействием контактирующих элементов независимо от кинематики деформирования $\mathbf{x}$ .	Макроэлемент $\mathbf{x}$ изолирован. «Напряжения» в нем определяются неполными данными о его деформировании независимо от динамического взаимодействия контактирующих макроэлементов.
4	Поле напряжений для реальной или модельной среды определяется с использованием законов сохранения и, быть может, граничных условий.	«Поле напряжений» $\mathbf{T}_R(\mathbf{x})$ объявляется совокупностью тензоров $\mathbf{T}_R$ , полученных для множества контактирующих макрообъемов. «Поле» определяется без использования законов сохранения.
5	Зависимость напряжений от истории деформирования для реальной или модельной среды строится на основе аксиом теории определяющих соотношений и уточняется экспериментально.	Зависимость искомых «напряжений» от истории деформирования игнорируется.
6	Определяющие соотношения связывают макроscopicкие напряжения с макрохарактеристиками деформирования.	«Определяющие соотношения» связывают искомый тензор $\mathbf{T}_R$ со структурно-кинематическими характеристиками мезоуровня.
7	Построение определяющих соотношений и реконструкция тензора напряжений производятся раздельно на основе независимых принципов и процедур.	Построение «определяющих соотношений» (12) и реконструкция тензора $\mathbf{T}_R$ производятся одновременно на основе одних и тех же данных и процедур.
8	Реальные определяющие соотношения выявляются на основе лабораторных экспериментов и теоретических постулатов МТДТ.	«Определяющие соотношения» для ЭСС задаются умозрительно, без экспериментального подтверждения.
9	Реальные определяющие соотношения характеризуют конкретный материал и не зависят от наблюдателя (в том числе и от автора публикации по таким соотношениям).	«Определяющие соотношения» характеризуют автора публикации по МЛКР и не зависят от конкретного материала. В частности, они не зависят от тектоники региона исследований.
10	Реальные или модельные определяющие соотношения при расчете полей напряжений используются совместно с законами сохранения.	Расчет «напряжений» производится непосредственно по «определяющим соотношениям» (12). Законы сохранения в реконструированном поле $\mathbf{T}_R(\mathbf{x})$ не выполняются.
11	Скорость деформации в материальном элементе $\mathbf{x}$ , способном изменять упругую энергию, помимо напряжений определяется скоростью их изменения и механическими свойствами среды.	Постулируется, что скорость деформации в макрообъеме обусловлена лишь «напряжением». Влияние скорости изменения «напряжения» и механических свойств среды игнорируется.



при исследовании массивов горной породы любого состава, происхождения, структуры и истории тектонического развития. Другими словами, каждый из авторов без объяснений считает, что предложенное им «определяющее соотношение» (12) является универсальным, применимым к массиву любой природы. Более того, приверженцы МЛКР, вообще, трактуют (12) не как определяющее соотношение для изучаемой среды, а как источник информации о напряжениях (см. раздел 3.5). Как отмечалось во Введении, такое объединение в одно целое свойств среды и ее динамики свойственно ранним, существовавшим до Коши представлениям. Понятие «определяющие соотношения» просто выпадает из лексикона МЛКР.

Важнейшей особенностью всех модификаций МЛКР является отмеченная во Введении принципиальная временная и пространственная локальность определения величин  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, R$ . Исследуемый блок неявно предполагают изолированным макрообъемом  $x^{closed}$ , игнорируя события, которые имели место в нем до рассматриваемого периода времени  $\Delta t$ , а также те события, которые произошли в период  $\Delta t$  в среде, окружающей  $x^{closed}$ .

Заметим, что для использования МЛКР не нужно проводить никаких исследований, связанных с установлением эффективных реологических свойств блоков горных пород и условий их равновесия. Достаточно иметь лишь данные о тензорах  $\mathbf{O}_{(J)}, J=1, \dots, N$ , которые поставляют весьма скудную информацию о части приращений дисторсии (в случае геологических данных) или деформации (в случае сейсмологических данных) локального макрообъема  $x$  за время  $\Delta t$ . В связи с этим МЛКР предстает как способ реконструкции напряжений, резко контрастирующий с тем, как определяют напряжения в МТДТ (см. табл. 2). Поэтому характеристики напряжений, определенные в МЛКР, а также некоторые другие термины из МЛКР мы заключаем в кавычки, чтобы не возникало путаницы с корректными терминами теории напряжений.

### 3.3. Некоторые способы практической реализации подхода МЛКР

Авторы работ по МЛКР стремятся простейшим образом проинтерпретировать исходные кинематические данные в терминах напряжений. Так как система наблюдаемых сдвиговых разрывов и система элементов искомого «тензора напряжений» обладают геометрией, характеризующейся некоторыми направлениями,

то возникает искушение локально (для каждого макрообъема) совместить эти направления и, тем самым, решить проблему. Наиболее распространено представление о совпадении на каждой из  $N$  площадок скольжения направлений, задаваемых единичными векторами  $\mathbf{h}_{(J)}$  и  $\mathbf{p}_{(J)}$ , т. е.

$$\mathbf{p}_{(J)} \cdot \mathbf{h}_{(J)} = 1, J = 1, \dots, N. \quad (13)$$

Во многих работах по МЛКР процедура реконструкции тензора  $\mathbf{T}_R$  со ссылкой на (13) сводится к вариационной задаче поиска минимума невязок (misfits) между направлениями  $\mathbf{h}_{(J)}$  и  $\mathbf{p}_{(J)}$  на истинных площадках разрыва. Явно или неявно постулируемый при этом экстремальный принцип сформулируем в виде следующего принципа максимума:

$$D = \sum_{J=1}^N d(\mathbf{p}_{(J)}, \mathbf{h}_{(J)}) \rightarrow D^* = \max_{\mathbf{T}_R} D, \quad (14)$$

$$d(\mathbf{p}_{(J)}, \mathbf{h}_{(J)}) \leq d^* = d|_{\mathbf{p}_{(J)} \cdot \mathbf{h}_{(J)} = 1}, \quad d^* > 0.$$

В (14) требуется выбор в макроэлементе  $x$  такого класса эквивалентности  $\mathbf{T}^*$  подобных тензоров напряжения, чтобы функционал  $D$ , являющийся мерой близости по направлениям векторов подвижек и касательного напряжения на всем множестве  $N$  плоскостей скольжения в  $x$ , достигал своего максимального значения  $D^*$ . Функция  $d(\mathbf{p}_{(J)}, \mathbf{h}_{(J)})$  характеризует близость взаимной ориентации этих векторов на отдельной  $J$ -той плоскости. Максимальное значение  $d^*$  данной функции положительно и достигается при совпадении векторов  $\mathbf{p}_{(J)}$  и  $\mathbf{h}_{(J)}$ . Использование принципа (14) позволяет при точных исходных данных получить точные «определяющие соотношения» (12). Отдельные модификации МЛКР различаются между собой видом функции  $d(\mathbf{p}_{(J)}, \mathbf{h}_{(J)})$ . Мы не ставим перед собой цель дать полный обзор предлагавшихся модификаций. Поэтому ограничимся лишь приведением некоторых характерных примеров в наших обозначениях:

$$d = (\mathbf{p}_{(J)} \cdot \mathbf{h}_{(J)})^k \quad (k = 1, 2);$$

$$d = 1 - \frac{1}{4} (\mathbf{p}_{(J)} - \mathbf{h}_{(J)}) \cdot (\mathbf{p}_{(J)} - \mathbf{h}_{(J)});$$

$$d = \pi - \left| \arccos(\mathbf{p}_{(J)} \cdot \mathbf{h}_{(J)}) \right|; \quad (15)$$

$$d = \frac{\pi}{2} - \left| \arcsin \left| \mathbf{p}_{(J)} \times \mathbf{h}_{(J)} \right| \right|;$$

$$d = \begin{cases} 1, & \mathbf{p}_{(J)} \cdot \mathbf{h}_{(J)} > 0 \\ 0, & \mathbf{p}_{(J)} \cdot \mathbf{h}_{(J)} \leq 0. \end{cases}$$

Здесь  $\times$  – символ векторного умножения.

Представления в форме (15) применялись, в частности, в ранних работах [Carey, Brunier, 1974; Angelier, 1979; 1984; Etchecopar et al., 1981; Gephart, Forsyth, 1984; и др.], последняя из приведенных в (15) формул предлагалась в монографии [Юнга, 1990]. Количество примеров функции  $d(\mathbf{p}_{(j)}, \mathbf{h}_{(j)})$ , используемых в МЛКР и ныне, можно существенно увеличить. Для всех предлагавшихся видов функции  $d(\mathbf{p}_{(j)}, \mathbf{h}_{(j)})$  максимизируемый функционал  $D$  в (14) нелинеен, а для некоторых — даже недифференцируем, причем сам принцип (14) является безусловным (на искомые «напряжения» никаких ограничений не накладывается). Кроме того, принцип (14) не имеет термодинамического смысла — он не выражается в терминах работы, диссипации, энергии и т. д. Вид функции  $d(\mathbf{p}_{(j)}, \mathbf{h}_{(j)})$  авторы МЛКР выбирают из соображений удобства численных расчетов, не замечая, что этот выбор имеет физические последствия — он влияет на «определяющие соотношения» (12), т. е. на «универсальные» свойства ЭСС.

Приближенное задание «определяющих соотношений» (12) реализуется в графических способах реконструкции «напряжений», введенных в практику в работах [Гущенко, 1979; Angelier, 1979; Aleksandrowski, 1985; и др.] и активно применяющихся по настоящее время. Фактически здесь также используется принцип типа (14), но в качественном виде (вид функции  $d(\mathbf{p}_{(j)}, \mathbf{h}_{(j)})$  не формализован). При поиске экстремума авторы МЛКР накладывают некие «запреты» на ориентацию осей главных напряжений и величину параметра  $R$ , сужая с увеличением числа подвижек  $N$  «разрешенные» интервалы искоемых значений  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  и  $R$ . Некоторые из этих способов называются методами Right Dihedra [Angelier, 1984; и др.] и Right Trihedra [Lisle, 1992; D'Auria, Massa, 2015; и др.].

При формулировке «запретов» часто ссылаются на результаты работы [McKenzie, 1969], который, используя условие (13)<sup>10</sup> для единственной подвижки (а не для их совокупности), исследовал ориентацию осей напряжений в момент, предшествующий образованию сдвигового разрыва в неповрежденной среде. МакКензи выявил, что полюсы взаимноортогональных осей  $T_1, T_3$  не могут принадлежать, соответственно, квадрантам растяжения и сжатия на диаграмме механизма очага землетрясения. Впоследствии этот результат стали ошибочно использовать при реконструкции «напряжений» для подвижки по уже существующему разлому, для которого

искомого объекта (триэдра главных осей напряжений), вообще говоря, не существует. Речь может идти только о двух разноориентированных триэдрах, реализующихся с разных сторон разлома. Ограниченность решения МакКензи и необоснованность его применения в МЛКР (в основном, в методе Right Dihedra и, с некоторой модификацией, в методе Right Trihedra) подробно обсуждается в работе [Мухамедиев, 2014].

### 3.4. О концепции МЛКР и ее отличии от концепции пластичности

Как отмечалось в разделе 2.4, ключевым для МЛКР является постулирование в макрообъеме ЭСС некоторой локальной и геометрической по сути взаимосвязи исходных структурно-кинематических данных (тензоров  $\mathbf{O}_{(j)}$ ) с макроскопическими динамическими характеристиками — ориентациями векторов  $\mathbf{p}_{(j)}$  или главными осями искомого тензора  $\mathbf{T}_R$ . Взаимосвязь различна для разных модификаций МЛКР и обеспечивается удовлетворением различных соотношений («запретов», равенств, неравенств), связывающих рассчитываемые из наблюдений параметры и элементы искомого решения. Эти умоглядные соотношения и служат единственным источником информации о тензоре  $\mathbf{T}_R$ . Иногда геометрическая сущность решения подчеркивается явно [Fry, 2003; Shan, Li, 2008], иногда прикрывается риторикой, терминология которой заимствована из теории пластичности [Ребецкий, 2007; Ребецкий и др., 2017]. Подобный способ действий, когда по одним и тем же данным с помощью одних и тех же процедур в макрообъеме одновременно и локально строятся «определяющие соотношения» и реконструируются «макронапряжения», противоречит первому из правил, сформулированных в разделе 2.4.

Господствующая десятилетиями концепция МЛКР вызвала искаженные представления о взаимоотношении кинематических и динамических факторов в земной коре. Индивидуальные подвижки стали именоваться индикаторами напряжений и, даже, приборами и тензодатчиками для определения напряжений [Arnold, Townend, 2007; Ребецкий, 2007; Ребецкий и др., 2017]. При этом упускается из вида, что шкалу тензодатчика, который фактически измеряет деформации, принципиально нельзя проградуировать в напряжениях, если в исследуемом теле существуют неизвестные до начала измерений напряжения  $\mathbf{T}_0$ . Тем более, тензодатчик не приспособлен для выявления этих начальных напряжений. Но как раз условие  $\mathbf{T}_0 \neq 0$  и есть неустранимая

<sup>10</sup> Точнее, рассмотренное ниже условие (19).

особенность НС земных недр. Другим примером, идущим вразрез с представлениями механики, является мнение о том, что напряжения в Земле реконструировать легче, чем деформации [Angelier, 2005; Maury et al., 2013]. Это мнение «обосновывается» тем, что для расчета деформаций необходимо знать амплитуды  $\Delta[\mathbf{u}]_{(J)}$  относительных смещений (см. (1), (2)), а для определения напряжений, якобы, достаточно лишь направлений  $\mathbf{h}_{(J)}$  этих смещений.

Некоторые исследователи, явно или неявно осознавая недостатки МЛКР, пытаются развивать этот метод в сторону улучшения качества замеров и их трактовки [Sperner, Zweigel, 2010], иной интерпретации результатов (предлагается рассматривать реконструируемые характеристики не как напряжения, а как приращения деформаций [Twiss, Unruh, 1998] или напряжений [Smith, Heaton, 2011]). Можно также привести примеры применения нетрадиционных алгоритмов [Thakur et al., 2017], использования нетривиальных статистических подходов [Arnold, Townend, 2007], усложнения модельных представлений о континууме [Hansen, 2013; Žalohar, 2015]. Однако все эти ревизионистские попытки не затрагивают концепции локальности МЛКР. Основные противоречия с МТДТ, представленные в табл. 2, остаются неизменными. Лишь в очень редких случаях методика МЛКР подвергается обоснованному сомнению со ссылкой на невозможность проверки условий равновесия [Garais et al., 2000].

Приверженцы МЛКР иногда, чтобы усилить свои позиции, пытаются провести аналогии между своим подходом и подходом МТДТ. Из табл. 2 следует, что подобные попытки заведомо некорректны. Приведем один пример. С целью оправдать предположение (13), в русскоязычной литературе часто ссылаются на отчет NASA (до октября 1958 г. NACA) [Batdorf, Budiansky, 1949], в котором предлагался вариант пластической теории скольжения и который представляется чуть ли не обоснованием МЛКР. В частности, на с. 78 пособия [Ребецкий и др., 2017] читаем: «гипотеза о совпадении смещения на разрыве с направлением касательных напряжений ... лежит в основе теории дислокационной пластичности [Batdorf, Budiansky, 1949]». Почти дословно подобное утверждение при ссылке на цитированный отчет повторяется и в работах других авторов. Это вызывает недоумение по разным причинам. Во-первых, странно, что для цитирования всеми авторами (вслед за [Гущенко, 1975; 1979]) более 40 лет выбирается исключительно работа [Batdorf, Budiansky,

1949] 70-летней давности. За это время физическая теория пластичности (впрочем, как и науки о Земле) шагнула далеко вперед. Во-вторых, ссылка на работу [Batdorf, Budiansky, 1949] попросту неуместна – здесь авторы инкриминируемой им гипотезы не выдвигают. Используемое в этой работе условие скольжения связывает  $J$ -тую подвижку не с направлением вектора касательного напряжения  $\mathbf{t}_{\tau(J)}$  (см. соотношение (8)), а с историей изменения приведенного касательного напряжения  $\tau_{rss(J)}$  на этой площадке:

$$\tau_{rss(J)} = \mathbf{t}_{\tau(J)} \cdot \mathbf{h}_{(J)}, \tau_{rss(J)} \leq \tau_c. \quad (16)$$

Эта величина, называемая resolved shear stress в англоязычных работах по механике материалов, является проекцией вектора  $\mathbf{t}_{\tau(J)}$  на направление подвижки  $\mathbf{h}_{(J)}$ .<sup>11</sup> Согласно закону Шмида (см. раздел 2.4), система скольжения с ориентационным тензором  $\mathbf{O}_{(J)}$  активизируется при  $\tau_{rss(J)} = \tau_c$ , где критическое приведенное касательное напряжение  $\tau_c$  приобретает смысл сцепления, если использовать критерий Кулона–Мора.

И, наконец, как и вообще в физической пластичности, в работе [Batdorf, Budiansky, 1949] целью является не реконструкция напряжений, а построение определяющих соотношений (см. третий пример в табл. 1). Поэтому при предполагаемом однородном НС (согласно гипотезе Рейсса) реализующиеся подвижки определяются, а не являются заданными, как в МЛКР. Затем сдвиговые мезодеформации суммируются и рассчитывается макроскопическое приращение деформаций  $\Delta \mathbf{E}^*$ . Именно с  $\Delta \mathbf{E}^*$  (а не с  $\mathbf{O}_{(J)}$ , как требует соотношение (12) в МЛКР) связаны макроскопические динамические характеристики (см. раздел 4.1). Это заметно, если не полностью, снижает влияние промежуточных гипотез на получаемый результат. Законы механики и теории определяющих соотношений в теории Батдорфа и Будянского выполняются, что принципиально отличает ее от МЛКР, с которым эта теория не имеет никаких точек соприкосновения.

Вообще, попытки обоснования подхода МЛКР с общих позиций теории пластичности, как это делается, например, в работе [Гущенко, 1979; Ребецкий, 2007], являются плодом недоразумения, даже если термин «пластичность» заменить на необъяснимый термин «квазипластичность». Подходу МЛКР невозможно сопоставить никакую теорию сплошной среды, т. к. в этом

<sup>11</sup> Некоторые авторы работ по МЛКР под resolved shear stress понимают вектор  $\mathbf{t}_{\tau(J)}$ .



подходе в принципе не формулируется определяющее соотношение, связывающее тензор  $\mathbf{T}$  с термодинамически сопряженной ему величиной — тензором скоростей (или приращений) деформации. Что касается теории пластичности, то скорость деформации в пластическом состоянии, вообще говоря, определяется не только действующими напряжениями (как постулируется в МЛКР), но и скоростями их изменения. В частности, это верно и для теорий скольжения, типа теории Батдорфа и Будянского (см. пример построения конкретных определяющих соотношений в работе [Никитин, 2009]). Тем более, это справедливо, если среда является упругопластической. В такой среде возможна реализация состояний, в которых ось максимального сжатия (растяжения) направлена вдоль оси максимального удлинения (укорочения). Примеры таких состояний приведены в работе [Мухамедиев, 2018]; в МЛКР эти состояния «запрещены». Подход МЛКР следует воспринимать таким, каким он и является на самом деле, а именно: подходом, лишенным физического и термодинамического содержания (см. также раздел 5). Как отмечалось в разделе 3.3, экстремальный принцип МЛКР (14) даже не может быть выражен в физических или термодинамических терминах.

Еще одним важным отличием МЛКР от теории пластичности является игнорирование в МЛКР истории деформирования, которая принципиальным образом параметрически учитывается в определяющих соотношениях пластичности. Например, в теориях упрочняющегося пластического тела, основанных на концепции поверхности текучести  $\Pi$ , форма этой поверхности с необходимостью зависит от накопленной пластической деформации  $\varepsilon^p$  или от других параметров. В теориях скольжения, подобных теории Батдорфа и Будянского, принимается во внимание история изменения величин приведенного касательного напряжения  $\tau_{rs(j)}$ . Упрочнение в этих теориях моделируется увеличением критического напряжения  $\tau_c$  с ростом  $\varepsilon^p$ . Эффект памяти в пластичности исчезает только для идеально-пластической (неупрочняющейся) среды. Форма и положение поверхности  $\Pi$  в пространстве напряжений для такой среды остается неизменной в течение всего процесса. Поэтому, если оставаться в рамках представлений о пластических деформациях и того предположения МЛКР, согласно которому на напряжения не влияют подвижки, произошедшие до начала наблюдений, то единственно возможной моделью, которая может быть использована при корректной реконструкции напряжений, является модель

идеально-пластической ЭСС. Способ реконструкции поля напряжений и формы поверхности  $\Pi$  в рамках такой модели с использованием принципа максимума Мизеса был впервые предложен в работе [Мухамедиев, 1993]. В тезисном виде идея метода представлена в Приложении.

### 3.5. О понимании напряжений в МЛКР

Сравнение способов реконструкции напряжений и построения определяющих соотношений в МТДТ и МЛКР, приведенное в табл. 2, показывает, что по всем пунктам эти способы не только не соответствуют, но и в большинстве случаев принципиально противоречат друг другу. Однозначно вводимые в МТДТ понятия подменены совершенно иными и неопределяемыми. В результате этого, в МЛКР вводится объект неясного физического содержания, но совершенно точно не совпадающий с напряжением. Становится ясно, почему в многочисленных журнальных статьях по МЛКР не приводится строгая дефиниция тензора напряжений и почему авторы презентаций по МЛКР не могут ответить на вопрос, на каком основании они называют свой результат напряжением. Естественная логика научного исследования, согласно которой при реконструкции напряжений следует исходить из их определения и соотношений, которым они должны подчиняться, в этих работах нарушена. За «тензор напряжений» принимается конструкция, построенная непосредственно из сделанных предположений без всякого сопоставления полученного результата с тензором напряжений Коши  $\mathbf{T}$ . Между тем, такое сопоставление является общепринятой практикой при нестандартном введении тензора напряжений в моделях среды с микроструктурой.

В своих работах авторы МЛКР, как правило, ограничиваются названиями тех или иных элементов тензора напряжений  $\mathbf{T}$ , но ничего не сообщают о тензоре  $\mathbf{T}$  как о самостоятельном объекте, а если сообщают, то делают это с ошибками. Так, например, в статье [Сим, 1991] читаем: «Полная характеристика напряженного состояния описывается тензором напряжений, состоящим из 6 компонент — трех главных нормальных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  и трех главных касательных напряжений  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$ ». Очевидно, что это не «полная характеристика», т. к. величины  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  однозначно выражаются через  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  и, следовательно, до «6 компонент» описание не дотягивает. В статьях по МЛКР мы никогда не встречали объяснения того, чем в плане физического содержания, а не названий, тензор  $\mathbf{T}$

отличается от любого другого симметричного тензора второго ранга.

Представления о напряжениях в критикуемом подходе, проиллюстрируем на примере книги [Ребецкий, 2007], целиком посвященной МЛКР. Здесь нет и намека на то, что тензорный характер напряжений в макрообъеме  $x$  обусловлен балансом внешних сил, действующих на  $x$ . Уравнения равновесия не упоминаются вовсе, по крайней мере в главе 1, посвященной введению напряжений и обсуждению их свойств. В той же главе на с. 13 утверждается, что общим определением напряжений является соотношение  $\mathbf{T} = \partial U / \partial \mathbf{E}$ , где  $U$  – упругий потенциал, или соотношение  $\mathbf{T} = \partial \Phi / \partial \mathbf{E}$ , где  $\Phi$  – диссипативная функция, ошибочно называемая в работе [Ребецкий, 2007] пластическим потенциалом (обозначения наши). Другими словами, например, закон Гука предлагается рассматривать не как закон линейной упругости при нулевых начальных напряжениях, а как инструкцию для нахождения напряжений. Принципиальное заблуждение Ю.Л. Ребецкого заключается в том, что соотношения, приравнивающие тензор  $\mathbf{T}$  производным от  $U$  или  $\Phi$  и, таким образом, постулирующие связь напряжений с деформациями или их скоростями, на самом деле, определяют свойства конкретного материала, а не универсальные свойства напряжений. Как уже отмечалось, в МТДТ подразумевается, что при использовании этих соотношений тензор  $\mathbf{T}$  уже введен, причем способом, не зависящим от свойств материала и характера его деформирования. В монографии же [Ребецкий, 2007] отражено и последовательно проводится в жизнь иное, присущее как МЛКР-сообществу, так и тектонофизике в целом [Мухамедиев, 2018], понимание – любая информация о напряжениях (по крайней мере, об их осях) черпается только из воображаемой локальной связи напряжений с деформациями. Конкретно, в МЛКР функционал (12) трактуется не как определяющее соотношение для ЭСС, а как дефиниция и, одновременно, как универсальное правило для получения «напряжений». Требование равновесия становится в МЛКР обязательным и даже обременительным. Ведь при сформулированной связи напряжений с деформациями, условия равновесия накладывали бы недопустимые априорные ограничения на наблюдаемые деформации ЭСС (примеры см. в работе [Мухамедиев, 2015; 2016]).

## 4. О ПЕРЕХОДЕ С МЕЗО- НА МАКРОУРОВЕНЬ В МЛКР

### 4.1. Общие замечания

Переход на макроскопический масштаб описания деформаций, как это диктуется принципом макроскопической определенности, помимо утилитарного назначения – создания возможности лабораторной проверки теоретически построенных определяющих соотношений (см. раздел 2.3) – отражает собой и глубинный смысл модели ЭСС. Именно, макроскопическая динамическая реакция среды на кинематику ее структуры зависит не от каждого отдельного элементарного акта деформирования на микро- и мезоуровнях (в нашем случае – не от отдельной сдвиговой подвижки), а определяется их коллективным поведением. Последнее для рассматриваемого типа индикаторов выражается в том, что кинематические эффекты подвижек предварительно суммируются, и уже результирующий тензор  $\Delta \mathbf{E}^*$  (см. раздел 2.1 и Приложение), в зависимости от типа изучаемой среды, так или иначе сопоставляется с макроскопическим тензором напряжений  $\mathbf{T}$ . Один и тот же тензор  $\Delta \mathbf{E}^*$  может быть результатом совершенно разных совокупностей подвижек на мезоуровне. Отображение подвижек в тензор  $\mathbf{T}$  вырождено в том смысле, что **в принципе невозможно определить индивидуальный вклад в  $\mathbf{T}$  каждой из подвижек по отдельности. Подвижка сама по себе не связана с макроскопическим напряжением и, поэтому, не служит его индикатором. Для тензора  $\mathbf{T}$  безразлично, как и какими подвижками на мезоуровне сформировано макроскопическое приращение деформаций.**

Мы не рассматриваем в данной работе достоинства и недостатки такого подхода, в частности, не анализируем, насколько важны в прогностическом смысле, те или иные кинематические подробности, которые усредняются (и, следовательно, в определенной мере, теряются) при переходе от реальной геосреды к ЭСС. Мы не обсуждаем также вопросы интерпретации получаемых таким образом общих свойств (overall properties) среды. Отметим лишь, что согласно описанным воззрениям континуальной механики возможны любые типы подвижек на мезоуровне, и **никакие взаимоотношения отдельных подвижек с макроскопическим тензором напряжений  $\mathbf{T}$ , в отличие от МЛКР, априорно не запрещаются.**<sup>12</sup> Является ли это слабым местом подхода?

<sup>12</sup>Такие запреты могут возникнуть, если рассматривать напряжения на мезоуровне (см. раздел 4.2).

Может, здесь проявлена излишняя толерантность модели по отношению к возможности реализации подвижек того или иного типа? Ведь допустимы даже противоположно направленные подвижки, компенсирующие вклад друг друга в макродеформацию.

На поставленные вопросы следует дать отрицательный ответ. Разнонаправленность в последовательности наблюдаемых подвижек в полидисперсной среде может быть проявлением движений, компенсирующих несовместность деформаций и образование пустот. **У нас нет права диктовать природе, каким именно образом осуществляется тот или иной деформационный процесс, мы должны воспринимать особенности этого процесса как данность. Задача состоит в том, чтобы, ставя в соответствие наблюдаемым дисторсиям искомый динамический процесс, мы для ЭСС не допустили нарушения законов сохранения и аксиом теории определяющих соотношений.** Реализовавшаяся совокупность подвижек подчиняется именно этим объективным ограничениям, а не априорным субъективным представлениям об их поведении (в частности, о том, как каждая из подвижек должна быть ориентирована относительно макроскопического тензора напряжений).

Что касается перехода на макроуровень, то концепция МЛКР в корне противоречит концепции МТДТ, о чем было отмечено в пункте 6 табл. 2. Согласно соотношению (12), **на искомое макроскопическое напряжение влияет каждый из тензоров  $\mathbf{O}_{(J)}$ , т. е. не суммарный эффект всех наблюдаемых подвижек, а направление каждой из подвижек по отдельности.** Отсюда у авторов, использующих МЛКР, возникает иллюзия того, что, зная макроскопическое напряжение, они смогут прогнозировать направление подвижки на отдельных плоскостях, используя, в частности, предположения типа (13) [Yin, Ranalli, 1995; Alaniz-Alvarez et al., 1998; и многие другие]. В нижеследующих разделах 4.2–4.4 вопросы перехода на макроуровень в МЛКР будут рассмотрены подробнее.

#### 4.2. Неявные предположения в МЛКР при переходе на макроуровень

Напомним, что направления  $\mathbf{p}_{(J)}$  касательных напряжений  $\mathbf{t}_{\tau(J)}$  (рис. 1в) и порождающий их тензор  $\mathbf{T}_R$  (рис. 1б), как и любые другие характеристики ЭСС, являются макроскопическими объектами, в то время как исходные, гомогенизируемые впоследствии данные – векторы  $\Delta \mathbf{s}_{(J)}$  и  $\Delta [\mathbf{u}]_{(J)}$ , и, в частности, их направления  $\mathbf{n}_{(J)}$  и  $\mathbf{h}_{(J)}$

(рис. 1а) – следует рассматривать как величины мезомасштабного уровня.

Введем обозначение  $\mathbf{t}_{\tau(J)}^{meso}$  для вектора касательного напряжения, действовавшего на мезоуровне на площадке  $\Delta \mathbf{s}_{(J)}$  перед тем, как по ней произошла подвижка. Вектор  $\mathbf{t}_{\tau(J)}^{meso}$  является проекцией на площадку разрыва  $\Delta \mathbf{s}_{(J)}$  вектора  $\mathbf{t}_{(J)}^{meso} = \Delta \mathbf{f}_{(J)} / \Delta \mathbf{s}_{(J)}$ , где  $\Delta \mathbf{f}_{(J)}$  – средняя контактная сила на  $\Delta \mathbf{s}_{(J)}$ . Вектор  $\mathbf{t}_{\tau(J)}^{meso}$  (или его направление  $\mathbf{p}_{(J)}^{meso} = \mathbf{t}_{\tau(J)}^{meso} / |\mathbf{t}_{\tau(J)}^{meso}|$ ) и направление  $\mathbf{h}_{(J)}$  подвижки на площадке  $\Delta \mathbf{s}_{(J)}$  являются объектами одного масштабного уровня и, поэтому, могут быть подвергнуты сравнению. Можно утверждать, что

$$\tau_{rss(J)}^{meso} = \mathbf{t}_{\tau(J)}^{meso} \cdot \mathbf{h}_{(J)} > 0 \quad (\rightarrow \mathbf{p}_{(J)}^{meso} \cdot \mathbf{h}_{(J)} > 0). \quad (17)$$

Если воспользоваться критерием Кулона–Мора, то условие (17) конкретизируется в виде:

$$\tau_{rss(J)}^{meso} = -\mu \mathbf{t}_{(J)}^{meso} \cdot \mathbf{n}_{(J)} + \tau_c, \quad (\Delta \mathbf{f}_{(J)} \cdot \mathbf{n}_{(J)} < 0), \quad (18)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения,  $\tau_c > 0$  – сцепление. Частным случаем (17) является условие:

$$\mathbf{p}_{(J)}^{meso} \cdot \mathbf{h}_{(J)} = 1, \quad J = 1, \dots, N. \quad (19)$$

Это так называемая «гипотеза Уолласа–Ботта» о совпадении направления скорости на разрыве с направлением касательных напряжений. Она приписывается авторам работ [Wallace, 1951; Bott, 1959], хотя является просто перефразировкой доньютоновских представлений о совпадении направления силы с мгновенным направлением движения. Подробное обсуждение этого обстоятельства представлено в работе [Мухамедиев, 2014]. Отметим, что соотношения (17)–(19) отражают факт пассивности сил трения на каждой из поверхностей разрыва. До начала движения они уравнивают действующие активные силы, а в процессе скольжения направлены против движения, пытаясь тормозить его.

Ключевым моментом в МЛКР является переход в напряжениях с мезо- на макроуровень. Обычно такой переход осуществляется неявной и необсуждаемой заменой

$$\mathbf{p}_{(J)}^{meso} \rightarrow \mathbf{p}_{(J)}, \quad J = 1, \dots, N, \quad (20)$$

где макроскопические векторы  $\mathbf{p}_{(J)}$  определены соотношением (11). В случаях, когда к анализу привлекаются и динамические условия скольжения по разлому, делаются более сильные предположения, а именно, неявно производится замена вектора напряжений:



$$\mathbf{t}_{\tau(J)}^{meso} \rightarrow \mathbf{t}_{\tau(J)}, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{t}_{\tau(J)}^{meso} \rightarrow \mathbf{n} \cdot \mathbf{t}_{\tau(J)}, \quad J = 1, \dots, N. \quad (21)$$

В части, касающейся кинематических характеристик, при реконструкции  $\mathbf{T}_R$  переход на макроуровень так и не совершается.

### 4.3. Искажение физического смысла исходных предположений МЛКР при переходе на макроуровень

С помощью отмеченных замен авторы добиваются возможности выразить силовые характеристики на поверхностях разрыва с параметрами искомого макроскопического тензора напряжений, что, в свою очередь, на основе принципа типа (14) позволяет связать с этими параметрами наблюдаемые направления разрывных смещений, т. е. построить «определяющие соотношения» (12). Но при этом упускается из вида, что простая подмена (20), (21) силовых характеристик мезоуровня на макроскопические характеристики в корне разрушает ту аргументацию, которая заложена в соотношения (17)–(19).

Отмеченное обстоятельство проиллюстрируем на примере «гипотезы Уолласа–Ботта» (19). Она при замене (20) превращается в «гипотезу» (13) и теряет тот смысл, который вкладывался в нее в работах [Wallace, 1951; Bott, 1959]. Авторы этих работ не могли предвидеть приписанной им впоследствии подмены (20). Именно в таком искаженном виде эта «гипотеза» активно используется в МЛКР, начиная с ранних и широко цитируемых работ [Гущенко, 1975; Angelier, 1979; Gephart, Forsyth, 1984; Michael, 1984], и постоянно обсуждается в литературе [Pascal, 2002; Lisle, 2013; Lejri et al., 2017].

#### 4.3.1. Нестесненная подвижка

Некоторые приверженцы МЛКР убеждены, что «гипотеза Уолласа–Ботта» точно выполняется для изотропной среды [Vavryšuk, 2015]. Покажем, что это не так даже в самых благоприятных для МЛКР условиях. С этой целью рассмотрим результаты работы [Kostrov, Das, 1984], в которой исследовалось распределение напряжений и смещений вблизи уединенной сдвиговой эллиптической трещины в бесконечной изотропной упругой среде. Среда на бесконечности подвергалась квазистатическому сдвигу параллельно плоскости трещины. Точнее, на бесконечности задавался тензор напряжений  $\mathbf{T}^\infty = \mathbf{n} \otimes \mathbf{t}^\infty + \mathbf{t}^\infty \otimes \mathbf{n}$ , причем  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{t}^\infty = 0$ , где  $\mathbf{n}$  – единичная нормаль к трещине (рис. 2). При отсутствии трения на трещине  $\mathbf{t}_\tau^{meso} = 0$ , но на макроуровне вектор

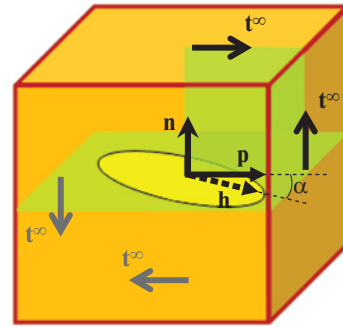


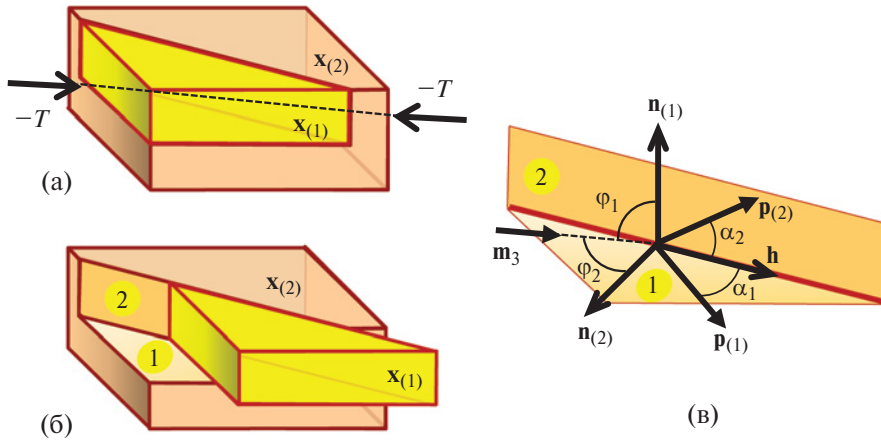
Рис. 2. Несовпадение направления  $\mathbf{p}$  макроскопического касательного напряжения с направлением  $\mathbf{h}$  подвижки на поверхности эллиптической трещины в изотропной упругой среде, подверженной сдвигу вдоль плоскости трещины.

касательного напряжения  $\mathbf{t}_\tau$  на трещине отличен от нуля. Для него выполняется условие  $\mathbf{t}_\tau = \mathbf{t}^\infty$ ,  $\mathbf{p} = \mathbf{t}^\infty / |\mathbf{t}^\infty|$ . Выражаясь терминами МЛКР, в работе [Kostrov, Das, 1984] показано, что искаженная «гипотеза Уолласа–Ботта» (13) для единичной трещины выполнится только тогда, когда на геометрию задачи будут наложены жесткие условия симметрии, а именно, тогда, когда вектор  $\mathbf{t}^\infty$  будет ориентирован вдоль одной из главных осей эллиптической трещины. В любых других случаях как при наличии, так и при отсутствии трения,  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{h} < 1$  (рис. 2). И хотя угол  $\alpha$  между направлениями подвижки ( $\mathbf{h}$ ) и касательного напряжения ( $\mathbf{p}$ ) в рассматриваемой задаче невелик ( $\alpha < 8^\circ$ ), рассмотренный пример показывает, что гипотезы МЛКР, выдвигаемые из соображений «здравого смысла», не выполняются даже для ничем не стесненного одиночного сдвига в изотропной среде.

#### 4.3.2. Стесненная подвижка

Для стесненного движения расхождение направления вектора подвижки с направлением касательного напряжения уже может быть весьма существенным. Так, для реального блокового строения земной коры направление  $\mathbf{h}$  подвижек в большей степени контролируется не напряжениями, а геометрией смежных блоков, накладывающей голоморфные связи на возможные носительные движения.

Рассмотрим пример макрообъема  $x$ , который состоит из 2-х блоков  $x_{(1)}$  и  $x_{(2)}$  и в котором реализуется макроскопическое одноосное сжатие  $\mathbf{T} = -T\mathbf{m}_3 \otimes \mathbf{m}_3$  (рис. 3а), приводящее к сдвигу (рис. 3б) вдоль направления, задаваемого единичным вектором  $\mathbf{h}$  (рис. 3в). Это направление



**Рис. 3.** В составном макрообъеме  $x = x_{(1)} \cup x_{(2)}$ , подверженном одноосному сжатию напряжением  $T = -Tm_3 \otimes m_3$  (а) взаимная подвижка блоков  $x_{(1)}$  и  $x_{(2)}$  (б) происходит по граням прямого двугранного угла в направлении  $h$ , совпадающим с направлением ребра (в). На гранях 1 и 2 этого угла направление  $h$  подвижки может существенно расходиться с направлениями  $p_{(1)}$  и  $p_{(2)}$  касательного напряжения.

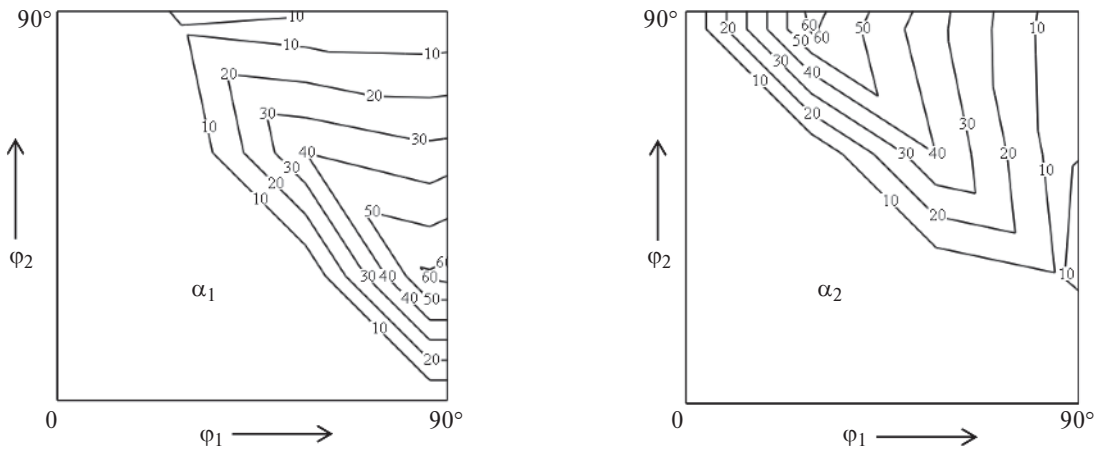
совпадает с ребром прямого двугранного угла, являющегося поверхностью раздела между блоками и образованного пересечением двух взаимно-ортогональных плоскостей 1 и 2 с единичными нормальными  $n_{(1)}$  и  $n_{(2)}$  (рис. 3в). Сдвиг предваряется выполнением критерия Кулона–Мора (18) на мезоуровне – на обеих плоскостях приведенное касательное напряжение  $\tau_{rss(J)}^{meso}$  преодолевает трение и сцепление.

Определим, каковы были ориентации  $p_{(1)}$  и  $p_{(2)}$  макроскопического касательного напряжения на плоскостях 1 и 2 непосредственно перед началом подвижки. Пусть  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – углы, составленные осью сжатия с нормальными к плоскостям (рис. 3в).

Векторы касательного напряжения  $t_{\tau(J)} = n_{(J)} \cdot T \cdot (I - n_{(J)} \otimes n_{(J)})$ ,  $J = 1, 2$ , на плоскостях 1 и 2 выражаются в виде  $t_{\tau(J)} = T \cos \varphi_J (-m_3 + n_{(J)} \cos \varphi_J)$ , откуда с учетом того, что  $n_{(J)} \cdot h = 0$  и  $(m_3 \cdot h)^2 = 1 - \cos^2 \varphi_1 - \cos^2 \varphi_2$ , для векторов  $p_{(J)} = t_{\tau(J)} / |t_{\tau(J)}|$  получаем

$$p_{(J)} \cdot h \triangleq \cos \alpha_J = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_1 - \cos^2 \varphi_2}}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_J}}, \quad J = 1, 2. \tag{22}$$

Зависимость углов  $\alpha_J = \arccos(p_{(J)} \cdot h)$  от ориентации оси сжатия для плоскостей 1 и 2 показана на рис. 4. Значения этих углов могут превышать  $60^\circ$ . Для более общего вида НС и более



**Рис. 4.** Рассогласованность направлений касательного напряжения  $p_{(J)}$  и перемещения  $h$  для сдвига, изображенного на рис. 3. Для плоскости 1 (слева) и 2 (справа) угол  $\alpha_J$  (в градусах) между векторами  $p_{(J)}$  и  $h$  показан в зависимости от углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , задающих ориентацию оси сжатия относительно плоскостей 1 и 2.

сложной геометрии разломов в макрообъеме  $x$  можно ожидать максимальные значения углов рассогласования направлений подвижки и касательного напряжения, близкие к  $90^\circ$ .

4.3.3. Компенсирующая подвижка

В рассмотренных выше примерах выполнялось условие:

$$\mathbf{p}_{(J)} \cdot \mathbf{h}_{(J)} > 0, \quad (23)$$

свидетельствующее о положительной работе макроскопического касательного напряжения на отдельной подвижке, как на элементарном акте деформирования. На самом деле, неравенство (23) ни из каких принципов не следует. Для необратимой подвижки можно требовать лишь выполнения условия (17), требующего положительности работы, совершаемой мезомасштабными напряжениями.

Пример нарушения условия (23) приведен на рис. 5. Здесь 2D-макрообъем  $x$ , к граням которого приложены главные сжимающие напряжения  $T_1, T_2$  ( $T_1 > T_2$ ), содержит сейсмогенный разлом  $AB$ , на части  $CD$  которого локальные напряжения близки к критическим, скажем, к выполнению условия Кулона–Мора (18). Вблизи разлома траектории главных напряжений на мезомасштабном уровне искажаются и преломляются. Траектории максимального сжатия подходят к линии  $CD$  со стороны II и IV квадрантов, если отсчитывать от верхнего берега разлома против часовой стрелки. В основном объеме выдерживается субвертикальность

и субгоризонтальность, соответственно, максимального и минимального сжатия на мезоуровне, что и определяет приближенно ориентацию осей макроскопического (осредненного по объему  $x$ ) тензора напряжений  $T_R$ . Направление  $\mathbf{p}_{(J)} = \mathbf{p}(T_R, \mathbf{n}_{(J)})$  касательного напряжения, которое рассчитано согласно (11), на площадках, параллельных разлому  $CD$ , ориентировано противоположно реальному направлению  $\mathbf{p}_{(J)}^{meso}$  касательных усилий на  $CD$ ,  $\mathbf{p}_{(J)}^{meso} \cdot \mathbf{p}_{(J)} = -1$ . Возмущение граничных напряжений  $T_1, T_2$  приведет к правостороннему сдвигу на  $CD$  (рис. 5). Этот сдвиг стремится уменьшить искажение траекторий в своей окрестности по сравнению с траекториями в основном объеме  $x$ . Поэтому мы называем его компенсирующим. В то же время в основном объеме  $x$  на площадках, параллельных  $CD$ , сдвиг будет левосторонний. Диаграммы механизмов очагов соответствующих землетрясений будут диаметрально противоположными – квадранты растяжения и сжатия меняются местами. Такие ситуации, начиная, видимо, со статьи [Eaton et al., 1970], неоднократно отмечались при изучении афтершоков.

Образование конфигурации траекторий вблизи разлома  $CD$ , показанной на рис. 5, ничем не запрещено и может иметь множество причин. Обратимся к одной из них. Часто авторы, рассуждая о сбросе напряжений при землетрясении, прибегают к понятию «проскока» (overshoot). При этом имеется в виду, что касательное напряжение на разломе в результате основного землетрясения становится по абсолютной величине меньше того, которое отвечало

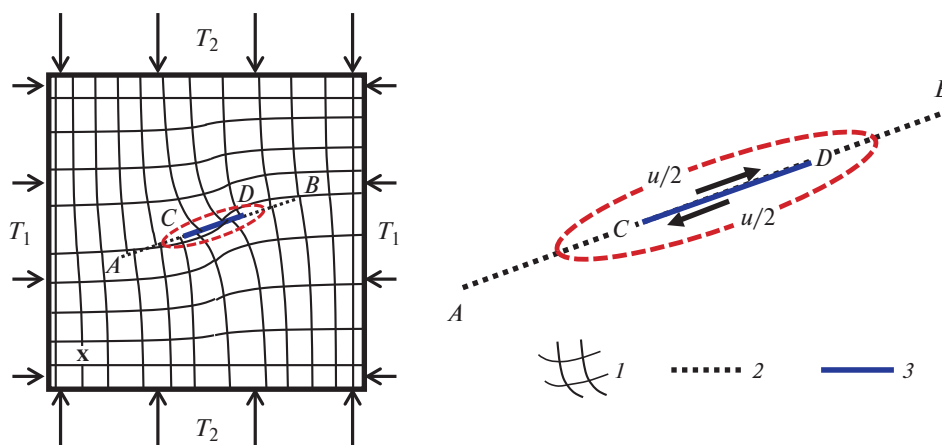


Рис. 5. Макрообъем  $x$  с приложенными к его граням напряжениями  $T_1, T_2$  и полем траекторий главных напряжений (1) на мезомасштабном уровне, содержит разлом (2). При возмущении величин  $T_1, T_2$  по активизированной части разлома (3), находящейся в состоянии предразрушения, произойдет правосторонний сдвиг с относительным смещением  $[u]$ , хотя макроскопическое осредненное напряженное состояние предсказывает левосторонний сдвиг.



процессу динамического скольжения с трением [Zúñiga, 1993]. Явление «проскока», обычно порождающее афтершоки, предполагается для многих сильных землетрясений, например, для Великого землетрясения Восточной Японии 11.03.2011 г. и для Суматранского землетрясения 26.12.2004 г. [Hardebeck, 2012]. Мы здесь расширяем существующее понятие «проскока». В примере на рис. 5 правостороннему сдвигу на участке  $CD$  мог предшествовать левосторонний, который, разгрузив берега разлома  $CD$  от касательных напряжений, не остановился, а динамически «проскочил» в новое состояние равновесия с изменившимся знаком этих напряжений. Приемлемости подобного предположения способствует накапливающийся объем информации об аномально низком трении на поверхностях реальных сейсмогенных разломов (по сравнению с результатами статических лабораторных испытаний образцов горных пород, приводящих к значениям коэффициента трения  $\mu = 0.6-0.85$  [Byerlee, 1978]). Так, оценки  $\mu$  приводят к следующим значениям: для землетрясения 26.12.2004 г. у о. Суматра  $\mu = 0.1-0.2$  [Мухамедиев, Галыбин, 2006], для Великого землетрясения Восточной Японии 11.03.2011 г.  $\mu = 0.08$  [Fulton et al., 2013], для Северо-Анатолийского разлома  $\mu = 0.05$  [Provost et al., 2003], для разлома Сан-Андреас  $\mu = 0.1-0.15$  [Lockner et al., 2011].

#### 4.4. Обсуждение

Главный вывод из анализа, проведенного в разделе 4, заключается в том, что направления  $\mathbf{h}_{(j)}$  подвижек на площадках разрыва  $\Delta s_{(j)}$  не имеют никаких универсальных детерминированных связей с направлениями  $\mathbf{p}_{(j)}$  макроскопического касательного напряжения. Условие (23) (и, тем более, условие (13)) может нарушаться, создавая ложное впечатление отрицательной работы усилий на необратимой подвижке. Другими словами, **кинематика отдельных разрывных сдвигов на мезоуровне не определяется напряжениями на макроуровне и может им противоречить**. Неискушенный исследователь, замечая нарушение условия (23) может заключить (и, как показывает наша практика, заключает), что макроскопические напряжения реконструированы неверно. Однако никакого дефекта в реконструкции напряжений здесь нет. **Отсутствие детерминированной взаимосвязи макроскопических касательных напряжений с направлениями индивидуальных подвижек — это плата за переход с одного масштабного уровня на другой**.

Подход МЛКР как раз и основывается на априорном постулировании этой несуществующей в действительности взаимосвязи. Некорректность подобных построений, опирающихся на условие (13), проиллюстрирована выше в разделе 4.3. Прокомментируем кратко недопустимость построений, основанных на, казалось бы, более общем условии (23). Требование выполнения этого условия для каждой из подвижек является одним из важнейших постулатов так называемого метода катакластического анализа [Ребецкий, 2007; Ребецкий и др., 2017]. Это требование Ю.Л. Ребецкий называет «принципом диссипации энергии для каждого скола». На самом деле, такого «принципа», основанного на (23), не только не существует, но и не может существовать. В механическом приближении диссипация энергии в элементарном макрообъеме  $x$  выражается в виде свертки тензора напряжений с некоторой тензорной мерой деформации (как, например, в принципе (П. 2)) и, быть может, дополнительно к этому, в виде некоторой скалярной конструкции из внутренних параметров, имеющей размерность энергии. Поэтому диссипацию нельзя определить, используя только направления смещений и напряжений на площадках. Что касается неравенства (23), то ничто не запрещает ему нарушаться, точно так же, как ничто не запрещает части слагаемых, формирующих положительную сумму, быть отрицательными. Например, для подвижки, рассмотренной в разделе 4.3.3,  $\mathbf{p}_{(j)} \cdot \mathbf{h}_{(j)} = -1$ , хотя  $\mathbf{p}_{(j)}^{meso} \cdot \mathbf{h}_{(j)} = 1$ . Отмеченный избыточный, ни на чем не основанный «запрет», вкуче с другими ошибочными постулатами<sup>13</sup>, приводит, как и, вообще, в МЛКР, к нарушению действительно незыблемых принципов и, по меньшей мере, к сомнительности результатов метода катакластического анализа.

Попытки непосредственно связать искомые макроскопические напряжения с направлениями подвижек приводят ко вполне определенным

<sup>13</sup>Помимо общих для МЛКР неявных ошибочных гипотез о независимости наблюдаемой картины разрывных нарушений от скорости изменения напряжений и от механических свойств среды, в обсуждаемом методе дополнительно выдвинут существенный постулат, который формулируется так: «Каждое разрывное смещение ... должно приводить только к уменьшению упругой энергии геосреды» [Ребецкий и др., 2017, с. 80]. Указанный «постулат» при некоторых условиях может оказаться справедливым для изолированного макрообъема  $x$  ( $x = x^{closed}$ ), но заведомо нарушается для неизолированного ( $x = x^{open}$ ), отвечающего условиям Земли (см. разделы 2.4, 5.1). Здесь под  $x$  понимается любой объем, охватывающий данное разрывное смещение.

особенностям в получаемых результатах. При ознакомлении с работами по МЛКР бросаются в глаза частые «переиндексации» осей напряжений во времени (см, например, [Hippolyte et al., 2012; Сим, 2013; Chaput et al., 2014]). Устойчивые в пространстве оси тензора  $T_R$  меняют свою нумерацию со временем не только перестановкой индексов между осями промежуточного и одного из экстремальных напряжений ( $T_1 \leftrightarrow T_2$ ,  $T_2 \leftrightarrow T_3$ ), но и перестановкой  $T_1 \leftrightarrow T_3$ . Другими словами, сохраняя направление главной оси в пространстве, авторы в рамках МЛКР со временем переназначают ее то осью максимального растяжения, то осью максимального сжатия. Таким переименованиям осей (заслужившим в работе [Сим, 2013] даже специального термина «вариация вида НС») авторы дают различные толкования. Не рассматривается лишь вариант, согласно которому, на самом деле, вариации подвергаются оси деформаций, а оси напряжений, не меняя своих индексов, остаются неизменными, что характерно для так называемого унаследованного режима напряжений [Мухамедиев, 2018], который в принципе не может быть отражен средствами МЛКР.

Сказанное о переиндексации осей напряжений — это лишь малая часть примеров потенциально неверных результатов МЛКР, получаемых при исследовании немонотонных по времени деформационных процессов. В геологии такие процессы возникают при смене тектонических фаз, в сейсмологии — в период афтершоковой активности. Результаты МЛКР при реконструкции  $T_R$  по последовательности афтершоков (например, [Michael, 1991; Zoback, Beroza, 1993; Smith, Dieterich, 2010; Hsu et al., 2010; Кучай, 2012; Maerten et al., 2016]), как и выше, в большинстве случаев указывают на кардинальную перестройку осей «напряжений» (вплоть до смены «сжатия» на «растяжение») по сравнению с теми, что существовали до основного землетрясения или реализовывались вдали от очага. Этот результат трактовался по-разному, в том числе и, как отмечалось в работе [Michael, 1991], наиболее тривиальным образом — как сильная зашумленность исходных данных. Но чаще аномальные результаты реконструкции «напряжений» по совокупностям афтершоков вынуждали авторов искать причины этого либо в природных явлениях, либо в алгоритмах МЛКР. Единственно незатронутой оставалась опция, согласно которой реконструируемый в МЛКР объект заведомо не является напряжением.

Если авторы исходили из отождествления реальной и реконструированной обстановки,

то для объяснения значительных изменений в «поле напряжений» им приходилось привлекать различные гипотезы, связанные, например, с существенными изменениями некоторых физических параметров. Так, в работе [Zoback, Beroza, 1993], где, как и в других работах, выявляется несовместность механизмов афтершоков с механизмом основного толчка, пришлось принять гипотезу об экстремально низком трении на площадках разрыва с тем, чтобы согласовать почти параллельную ориентацию этих площадок и реконструированной «оси сжатия». Уменьшение трения связывалось с повышением порового давления. Изменение порового давления в качестве одного из объяснений принималось и в работе [Hsu et al., 2010]. В качестве альтернативной интерпретации в работе [Hsu et al., 2010] предлагалось изменение величины коэффициента трения после основного землетрясения. Другие авторы причину резких изменений реконструированных «напряжений» искали не в природе, а в недостатках существующих алгоритмов МЛКР. Не меняя существа критикуемого подхода, они разрабатывали различные модификации этих алгоритмов [Michael, 1991; Maerten et al., 2016].

Наиболее радикальное решение, на наш взгляд, принято в работе [Smith, Heaton, 2011], в которой предложено интерпретировать результаты МЛКР не как напряжения, а как приращения напряжений. Это предложение ошибочно, что следует как из мысленных экспериментов, рассмотренных в работе [Мухамедиев, 2018], так и из того факта, что в поле приращений напряжений должны выполняться уравнения равновесия, чего в рамках МЛКР добиться невозможно. Весьма характерно, что упомянутое предложение вызвало резкую критику [Hardebeck, 2015], но не с позиций ошибочности предложения. Одним из аргументов критики было то, что если принять предложение, выдвинутое в работе [Smith, Heaton, 2011], то придется пересмотреть результаты огромного числа работ по МЛКР.

## 5. НАРУШЕНИЕ ЗАКОНОВ МЕХАНИКИ И ТЕОРИИ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ В МЛКР

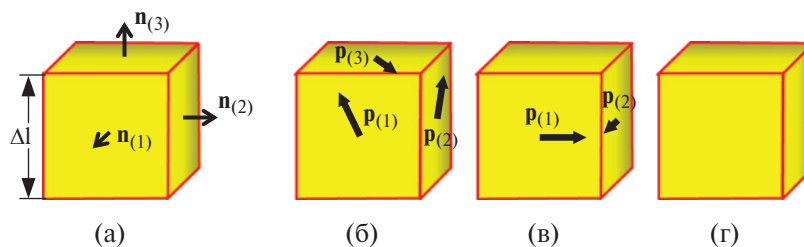
Ниже в разделах 5.1, 5.2 рассматриваются два примера. Другие примеры и неустойчивость процедуры реконструкции  $T_R$  в МЛКР исследованы в работе [Мухамедиев, 1997].

### 5.1. Нарушение условий равновесия

Тектонические напряжения в блоке горной породы иногда реконструируют по геометрии образующихся структур с привлечением критериев, сформулированных в терминах напряжений. При этом обращения к кинематике не требуется. Не обсуждая достоинства и недостатки такого «структурного» подхода, отметим, что результатом реконструкции НС по единичному структурному индикатору (например, по углу между сопряженными системами сдвиговых трещин), обычно, является определение лишь триэдра осей главных напряжений. Если оси в тетраэдре не ранжированы, то никаких ограничений на силы, действующие на поверхность блока, не возникает. В этом случае блок на этапе реконструкции осей напряжений можно считать изолированным макрообъемом  $x^{closed}$ . Если в реконструированном тетраэдре оси ранжированы по величинам напряжений  $T_1, T_2, T_3$  ( $T_1 \geq T_2 \geq T_3$ ), то поверхностные силы на гранях блока уже нельзя считать произвольными. Однако ограничение на эти силы относительно слабое – на каждой из граней направление вектора касательного напряжения должно принадлежать так называемому сектору сдвига, который однозначно определяется по триэдру осей  $T_1, T_2, T_3$  [Мухамедиев, 2014]. Два смежных блока с заданными триэдрами ранжированных главных осей выбором величин главных напряжений всегда можно уравновесить, если на их общей грани соответствующие секторы сдвига имеют непустое пересечение. Подробности построения секторов сдвига и вывод отмеченных необходимых условий равновесия приводятся в работе [Мухамедиев, 2014]. В «структурном» подходе обмен импульсом между взаимодействующими макрообъемами учитывается на последующем этапе решения краевой задачи. Действительно, по пространственно дискретным триэдрам осей можно с той

или иной точностью построить траектории главных напряжений. А по любому полю этих траекторий без использования определяющих соотношений реконструируется равновесное поле полного тензора напряжений  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ . Для этого необходимо решить корректную краевую задачу для гиперболической системы уравнений равновесия относительно неизвестных функций  $T_1(\mathbf{x}), T_2(\mathbf{x}), T_3(\mathbf{x})$  [Мухамедиев, 1991].

Приверженцы МЛКР преимущество своего подхода по отношению к «структурному» видят в том, что они «могут» определить не только ориентацию осей  $T_1, T_2, T_3$ , но и коэффициент  $R$  вида НС. При этом упускается из виду, что, реконструируя в  $\mathbf{x}$  тензор  $\mathbf{T}_R$ , исследователь неявно, но однозначно определяет направления  $\mathbf{p}_{(j)}$  вектора касательного напряжения на гранях  $\mathbf{x}$ , ориентированных единичными нормальными  $\mathbf{n}_{(j)}$  (см. (8)). Векторы  $\mathbf{p}_{(j)}$  одинаковы для всего класса тензоров напряжений  $\mathbf{T}$ , подобных  $\mathbf{T}_R$ , и явно отражают воздействие внешних сил на  $\mathbf{x}$ , т. е. обмен импульсом через поверхность между  $\mathbf{x}$  и вмещающей средой. Поэтому **макрообъем  $\mathbf{x}$ , вопреки концепции МЛКР, нельзя считать изолированным**. На рис. 6 показаны единичные векторы  $\mathbf{p}_{(j)}$  направлений касательных сил на гранях кубического блока для трех случаев, отражающих все возможные варианты ориентации главных осей  $\mathbf{T}_R$  относительно граней блока. Грани ориентированы внешними единичными нормальными  $\mathbf{n}_{(j)}$  (рис. 6а). Векторы  $\mathbf{p}_{(j)}$  являются ненулевыми либо на всех 6-и гранях блока (рис. 6б), либо на 4-х (рис. 6в), либо ни на одной (рис. 6г). В случае общего положения главных осей тензора  $\mathbf{T}_R$  на всех гранях векторы  $\mathbf{p}_{(j)}$  косо ориентированы к ребрам блока (рис. 6б). Если на какой-нибудь грани вектор  $\mathbf{p}_{(j)}$  станет параллельным двум ребрам, то на двух ортогональных гранях, для которых эти ребра являются сторонами, касательные силы исчезнут (рис. 6в). Это



**Рис. 6.** Возможные конфигурации направлений вектора касательного напряжения на гранях элементарного блока (а), в котором известен редуцированный тензор  $\mathbf{T}_R$ ; (б) – общий случай ориентации главных осей тензора  $\mathbf{T}_R$ ; (в) – одна из главных осей  $\mathbf{T}_R$  ортогональна одной из граней блока (в данном случае – верхней); (г) – каждая из главных осей  $\mathbf{T}_R$  ортогональна одной из граней блока. Грани, на которых орты  $\mathbf{p}_{(j)}$  не показаны, являются главными площадками.



означает, что вектор  $\mathbf{p}_{(J)}$  стал ортогональным одной из главных осей тензора  $\mathbf{T}_R$ .

Условимся считать, что  $\mathbf{p}_{(J)} = 0$  на грани, для которой внешняя нормаль  $\mathbf{n}_{(J)}$  является собственным вектором тензора  $\mathbf{T}_R$ . Тогда из симметричности тензора  $\mathbf{T}_R$  системы единичных векторов  $\mathbf{n}_{(J)}$  и  $\mathbf{p}_{(J)}$  подчиняются условию  $\text{sign}(\mathbf{p}_{(J)} \cdot \mathbf{n}_{(J)}) = \text{sign}(\mathbf{p}_{(J)} \cdot \mathbf{n}_{(J)})$ ,  $I, J = 1, 2, 3$ , которое справедливо для всех трех конфигураций, изображенных на рис. 6. Здесь  $\text{sign}(a) = 1$ , если  $a > 0$ ,  $\text{sign}(a) = -1$ , если  $a < 0$ ,  $\text{sign}(0) = 0$ .

Пусть макрообъем  $x$  контактирует по одной из граней с другим макрообъемом  $\tilde{x}$ . Тогда тензор  $\mathbf{T}_R(x)$  статически совместим с редуцированным тензором  $\tilde{\mathbf{T}}_R = \mathbf{T}_R(\tilde{x})$ , определенным в  $\tilde{x}$ , если на их общей грани  $ds_{(K)}$  (ориентированной в одну и ту же сторону для  $x$  и  $\tilde{x}$ ) выполняется равенство  $\mathbf{p}_{(K)}(\mathbf{T}_R) = \mathbf{p}_{(K)}(\tilde{\mathbf{T}}_R)$ , являющееся необходимым условием взаимного равновесия элементов  $x$  и  $\tilde{x}$ . Подробнее этот вопрос обсуждается в работе [Мухамедиев, 2014]. Независимая друг от друга реконструкция тензоров  $\mathbf{T}_R$  и  $\tilde{\mathbf{T}}_R$ , практикуемая в МЛКР, вообще говоря, приводит к нарушению условий равновесия, что недопустимо. На это обстоятельство было впервые указано в работе [Мухамедиев, 1993] со следующих позиций. Если в области  $\Omega$  задано поле  $\mathbf{T}_R(x)$ , то поле полного тензора  $\mathbf{T}(x) = a(x)\mathbf{I} + b(x)\mathbf{T}_R(x)$  в общем случае уравновесить не удастся, т. к. двумя функциями  $a(x)$  и  $b(x)$  ( $b > 0$ ) невозможно удовлетворить трем скалярным уравнениям равновесия.

Важно то, что отображение  $\mathbf{T}_R \rightarrow \mathbf{p}_{(J)}$ ,  $J = 1, \dots, 6$ , редуцированного тензора в направления касательных напряжений на гранях не является обратимым. Для реконструкции  $\mathbf{T}_R$  недостаточно знать векторы  $\mathbf{p}_{(J)}$ , которые определены на гранях  $(\Delta l)^2 \mathbf{n}_{(J)}$  макрообъема  $x$  (рис. 6). Необходимо иметь информацию о векторах  $\mathbf{p}_{(J)}$ , как минимум на четырех площадках с нормальными  $\mathbf{n}_{(J)}$ , причем любые три нормали из этой совокупности должны быть линейно независимыми. Для шести граней макрообъема  $x$  это требование не выполняется. Поэтому в МЛКР для реконструкции  $\mathbf{T}_R$  приходится искомому объекту приписывать те свойства, которых не бывает у истинных напряжений, а именно, постулировать некую изначальную универсальную зависимость  $\mathbf{T}_R$  от кинематики внутри макрообъема  $x$ .

Для большинства приложений значение имеет не  $\mathbf{T}_R$ , а полный тензор напряжений  $\mathbf{T}$ . Поэтому в рамках МЛКР проводятся попытки добавить к четырем реконструируемым параметрам редуцированного «тензора напряжений» один или

оба из двух недостающих параметров — максимальное касательное напряжение  $\tau_{\max}$  и давление  $P$  [Reches, 1987; Angelier, 1989; Yin, Ranalli, 1995; Ребецкий, 2007; Wesson, Boyd, 2007; и др.]. «Достраивание» до полного тензора  $\mathbf{T}$  проводится либо одновременно с реконструкцией тензора  $\mathbf{T}_R$ , либо выделяется в отдельные этапы исследования. Способы увеличения числа реконструируемых параметров «напряжений» различны. Они опираются на представления о выполнении критерия Кулона–Мора, как при образовании новых разломов, так и при скольжении по уже заготовленным ослабленным поверхностям, на учет веса пород, вышележащих по отношению к макрообъему  $x$ , а также на некоторые другие эмпирические закономерности или умозрительные заключения.

Все отмеченные способы фактически являются одной и той же процедурой, а именно, попыткой выделить какого-то одного конкретного представителя из класса  $\mathbf{T}^*$  подобных тензоров, задаваемых правилом (6). Для нас безразлична разница между предлагавшимися способами, и мы не будем здесь обсуждать допускаемые в них заблуждения. Важно другое — то, что процедура достраивания редуцированного тензора до «полного тензора напряжений», как и первоначальная процедура реконструкции  $\mathbf{T}_R$ , производится локально, без учета индивидуальных свойств макрообъема  $x$  и его взаимодействия с контактирующими макрообъемами. А такие попытки некорректны. Если совокупность контактирующих макрообъемов, в каждом из которых определен свой тензор  $\mathbf{T}_R$ , не уравновешена, то никакими преобразованиями подобия (6) (независимыми для каждого из макрообъемов) эту совокупность уравновесить невозможно.

Как же следует трактовать невыполнение условия равновесия в МЛКР? Было бы ошибкой считать, что «напряжения» в МЛКР просто не удовлетворяют еще одному требованию, которое выдвигают докучливые ригористы и на которое «практики», заинтересованные в получении осязаемого результата, пусть и не совсем точного, могут пока закрыть глаза в надежде на то, что со временем «теоретики» МЛКР косметическими средствами исправят досадное положение. Ошибка заключается в том, что в рамках постулатов МЛКР о локальности положения с невыполнением уравнений равновесия неисправимо в принципе. Но основным заблуждением является недооценка важности условий равновесия, вытекающих из законов сохранения. **Если выбор реологической модели ЭСС или оценка влияния предыстории деформирования на результат**

могут (и должны) быть предметом для дискуссии, то выполнение законов сохранения, представляющих законы природы, является абсолютным и непререкаемым требованием. Их нарушение выводит теорию или подход из разряда физических и не дает возможности интерпретировать получаемый в МЛКР результат, как имеющий отношение к напряжениям, даже если не обращать внимания на сравнительный анализ в табл. 2.

## 5.2. Нарушение принципа объективности

В сейсмологии по квадрантному распределению знаков первых вступлений  $P$ -волн определяется механизм очага землетрясения, представленный двумя взаимно ортогональными и сопряженными друг другу нодальными плоскостями. Одна из них,  $\Delta s = \mathbf{n}\Delta s$ , является плоскостью подвижки, а другая перпендикулярна направлению подвижки  $\mathbf{h}$ . Идентифицировать  $\Delta s$  из двух возможных вариантов невозможно, если использовать только отмеченные сейсмологические данные. Для выбора плоскости разрыва, не выходящего на поверхность, необходимы дополнительные исследования, в частности, проходка траншей (в основном, при выявлении палеодислокаций со смещением вдоль простирания), бурение скважин, изучение пространственного распределения афтершоков. Предлагались и теоретические способы выбора  $\Delta s$ , например, с привлечением представлений о том, что симметризованный ориентационный тензор  $\mathbf{O} = (\mathbf{n}\otimes\mathbf{h} + \mathbf{h}\otimes\mathbf{n})/2$  описывает механизм очага землетрясения лишь в первом приближении и для идентификации  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{h}$  необходимы последующие приближения [Букчин, 2017].

Авторы МЛКР утверждают, что при использовании сейсмологических данных площадку разрыва без всяких дополнительных исследований можно идентифицировать лишь на основе реконструированных ими «напряжений». Для этого, по их мнению, из двух возможных площадок с нормальными  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{h}$  следует выбрать ту, на которой лучше выполняется субъективный локальный критерий автора о взаимосвязи направлений  $\mathbf{h}$  подвижки и элементов искомого «напряжения», и назначить ее истинной площадкой разрыва. Прежде, чем приводить примеры таких критериев, рассмотрим взаимосвязь  $\mathbf{h}$  и вектора касательного напряжения  $\mathbf{t}_\tau$  на нодальных плоскостях.

Пусть в макрообъеме  $x$  определен симметричный тензор напряжений  $\mathbf{T}$ . Выделим в  $x$  две любые взаимно-перпендикулярные площадки 1 и 2 с единичными векторами нормали  $\mathbf{n}_{(1)}$

и  $\mathbf{n}_{(2)}$  (рис. 7). На площадках действуют векторы касательного напряжения  $\mathbf{t}_{\tau(1)}$  и  $\mathbf{t}_{\tau(2)}$ . Используя приведенное в (8) выражение для  $\mathbf{t}_{\tau(J)}$ ,  $J=1, 2$ , и условие ортогональности плоскостей,  $\mathbf{n}_{(1)} \cdot \mathbf{n}_{(2)} = 0$ , легко получаем следующие соотношения  $\mathbf{t}_{\tau(1)} \cdot \mathbf{n}_{(2)} = \mathbf{n}_{(1)} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}_{(2)}$ ,  $\mathbf{t}_{\tau(2)} \cdot \mathbf{n}_{(1)} = \mathbf{n}_{(2)} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}_{(1)}$ . В силу симметричности тензора  $\mathbf{T}$  выполняется равенство  $\mathbf{n}_{(1)} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}_{(2)} = \mathbf{n}_{(2)} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}_{(1)}$ , откуда

$$\mathbf{t}_{\tau(1)} \cdot \mathbf{n}_{(2)} = \mathbf{t}_{\tau(2)} \cdot \mathbf{n}_{(1)}. \quad (24)$$

В МТДТ равенство (24), фактически вытекающее из условий равновесия  $x$ , обычно трактуется как элементарное следствие симметричности тензора напряжений Коши  $\mathbf{T}$ .

Если плоскости с нормальными  $\mathbf{n}_{(1)}$ ,  $\mathbf{n}_{(2)}$  являются нодальными плоскостями механизма землетрясения, то один из векторов  $\mathbf{n}_{(1)}$ ,  $\mathbf{n}_{(2)}$  является нормалью к площадке разрыва, а другой совпадает с направлением  $\mathbf{h}$  подвижки. В этом случае соотношение (24) означает равенство на нодальных плоскостях приведенных касательных напряжений,  $\tau_{rss(1)} = \tau_{rss(2)}$ , и допускает дополнительную интерпретацию, связанную с кинематикой. Пусть  $\varphi_I$  – угол между вектором  $\mathbf{t}_{\tau(I)}$  и нормалью  $\mathbf{n}_{(J)}$ ,  $I, J=1, 2$ ,  $I \neq J$ , подчиняющийся условию  $\pi/2 \geq \varphi_I \geq 0$  (рис. 7). Выполнения последнего условия всегда можно добиться выбором соответствующего направления нормалей к площадкам. Из (24) имеем:

$$|\mathbf{t}_{\tau(1)}| \cos \varphi_1 = |\mathbf{t}_{\tau(2)}| \cos \varphi_2, \quad (25)$$

откуда следует, что, чем ближе направление вектора касательного напряжения  $\mathbf{t}_\tau$  к направлению предполагаемой подвижки, тем ниже величина  $|\mathbf{t}_\tau|$  максимального касательного напряжения на площадке. По отношению к НС нодальные плоскости неравноправны. Отметим, что равенство (25) справедливо и тогда, когда

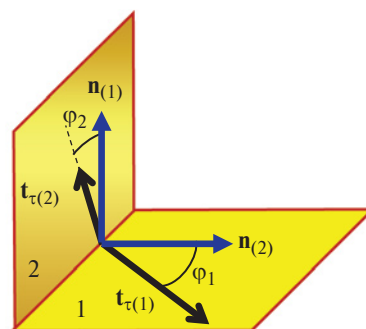


Рис. 7. Векторы касательного напряжения  $\mathbf{t}_{\tau(1)}$  и  $\mathbf{t}_{\tau(2)}$  на нодальных плоскостях, имеющих единичные векторы нормалей  $\mathbf{n}_{(1)}$  и  $\mathbf{n}_{(2)}$ .

одна из площадок, скажем, площадка 2, является главной, т. е.  $|\mathbf{t}_{\tau(2)}|=0$ . Тогда площадка 1 либо тоже является главной, т. е.  $|\mathbf{t}_{\tau(1)}|=0$ , либо вектор  $\mathbf{t}_{\tau(1)}$  параллелен линии пересечения площадок, т. е.  $\varphi_1 = \pi/2$ . Равенство (25) не зависит от выбора представителя класса подобных тензоров, и, поэтому, может использоваться на этапе реконструкции редуцированного тензора  $\mathbf{T}_R$ .

Итак, если руководствоваться геометрическим критерием (13) о совпадении направления подвижки с направлением вектора  $\mathbf{t}_\tau$ , то в качестве «истинной» плоскости разрыва следует предпочесть ту из двух нодальных плоскостей, для которой угол  $\varphi_J$  ( $J = 1, 2$ ) минимален. Напротив, если придерживаться представлений теории прочности и пренебречь влиянием нормального к площадке напряжения, то площадкой разрыва следует назначить ту, для которой больше величина  $|\mathbf{t}_{\tau(J)}|$  ( $J = 1, 2$ ). Отмеченные варианты выбора являются взаимоисключающими, т. к. критерий максимальности касательного напряжения требует большей величины угла  $\varphi_J$ . Заметим, что гипотетическое использование закона Шмида (16) с изотропной величиной критического приведенного касательного напряжения  $\tau_c$  вследствие  $\tau_{rss(1)} = \tau_{rss(2)}$  не дало бы предпочтения ни одной из сравниваемых нодальных плоскостей.<sup>14</sup> В рамках прочностного подхода можно учесть и влияние нормального напряжения, если задаться величиной коэффициента трения  $\mu$ .<sup>15</sup> Для этого достаточно сравнить величины эффективных касательных напряжений  $\tau_{eff(1)} = \mathbf{t}_{\tau(1)} \cdot \mathbf{n}_{(2)} + \mu \mathbf{n}_{(1)} \cdot \mathbf{T}_R \cdot \mathbf{n}_{(1)}$  и  $\tau_{eff(2)} = \mathbf{t}_{\tau(2)} \cdot \mathbf{n}_{(1)} + \mu \mathbf{n}_{(2)} \cdot \mathbf{T}_R \cdot \mathbf{n}_{(2)}$ , достигающих, согласно критерию Кулона–Мора, критического значения при начале скольжения по плоскостям 1 и 2. В отличие от  $\tau_{rss(J)}$  напряжения  $\tau_{eff(J)}$ ,  $J = 1, 2$ , на нодальных плоскостях уже не равны друг другу. Однако неравенство  $\tau_{eff(1)} > \tau_{eff(2)}$  или  $\tau_{eff(1)} < \tau_{eff(2)}$ , будучи установленным для редуцированного тензора

напряжений  $\mathbf{T}_R$ , остается в силе для любого тензора  $\mathbf{T} \sim \mathbf{T}_R$ .

Среди многочисленных авторов, пытающихся в рамках МЛКР идентифицировать «истинную» плоскость разлома из двух нодальных плоскостей, можно выделить группу сторонников геометрического подхода и группу, предпочитающую прочностной подход и получающую противоположный результат. К первой группе относятся, например, авторы работы [Gephart, Forsyth, 1984], ко второй – [Reches, 1987]. Здесь приведены примеры ранних работ. В более поздних работах используются сходные критерии, быть может, с несколько иными обоснованиями. Для нас безразличен разноречивый во мнениях среди МЛКР-сообщества, т. к. способ реализации любого из них в рамках МЛКР противоречат принципу материальной независимости от выбора системы отсчета.

В классической физике система отсчета выбирается наблюдателем субъективно, объективные свойства изучаемой системы (в том числе, и тензор напряжений) от этого выбора зависеть не должны. В частности, напряжения в теле  $B$  не зависят от того, как вращается наблюдатель относительно  $B$ . Сказанное эквивалентно тому, что в теле  $B$ , которое вращается как жесткое целое относительно наблюдателя (и, следовательно, покоится в системе отсчета, индуцированной самим этим телом), напряжения (и, в частности, главные оси напряжений) остаются неизменными, как бы замороженными в  $B$ . Пусть тело  $B$  представляет собой макрообъем  $\mathbf{x}$ , кинематика которого за период наблюдения  $\Delta t$  целиком определяется регистрируемыми сейсмическими дисторсиями  $\Delta s_{(J)} \Delta u_{(J)} \mathbf{n}_{(J)} \otimes \mathbf{h}_{(J)} / \Delta V$ ,  $J = 1, \dots, N$  (см. раздел 2.1). Если для событий  $J = 1, \dots, K$  ( $K \leq N$ ) векторы  $\mathbf{n}_{(J)}$  и  $\mathbf{h}_{(J)}$  спутаны друг с другом (т. е., произведена ошибочная идентификация плоскости разрыва из двух нодальных плоскостей), то к концу наблюдения истинное состояние тела  $B$  от ошибочно определенного будет отличаться поворотом  $B$  как жесткого целого ( $\Delta \mathbf{E}^* = 0$ ). Поворот описывается антисимметричным тензором:

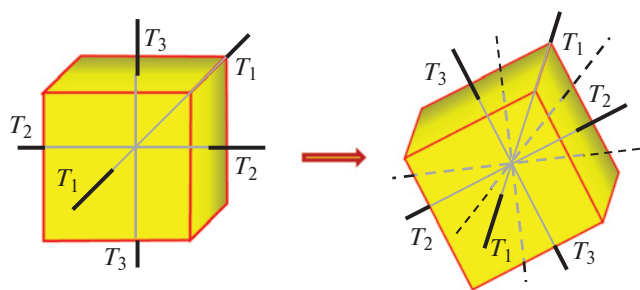
$$\Delta \mathbf{W}^* = \frac{1}{2\Delta V} \sum_{J=1}^K \Delta s_{(J)} \Delta u_{(J)} (\mathbf{n}_{(J)} \otimes \mathbf{h}_{(J)} - \mathbf{h}_{(J)} \otimes \mathbf{n}_{(J)}), \quad (26)$$

связанным с вектором поворота  $\Delta \mathbf{w}^*$  макроэлемента  $\mathbf{x}$  соотношением  $\Delta \mathbf{W}^* = \Delta \mathbf{w}^* \times \mathbf{I}$ . На такой же угол должны повернуться оси тензора напряжений, если он корректно определен. В рамках МЛКР это требование не выполняется

<sup>14</sup> Не все авторы МЛКР осознают этот простейший факт. Так в монографии [Ребецкий, 2007] на с. 160 читаем: «в работах [Никитин, Юнга, 1977; Gephart, Forsyth, 1984] предлагалось в качестве разлома выбирать ту из нодальных плоскостей, для которой проекция касательного напряжения на направление предполагаемого вектора скольжения максимальна». Непонимание того, что приведенные касательные напряжения на нодальных плоскостях равны ( $\tau_{rss(1)} = \tau_{rss(2)}$ ) и среди них не существует максимального, Ребецкий приписывает авторам цитируемых им работ.

<sup>15</sup> Из обсуждения в разделе 4.3.3 следует, что при исследовании природных процессов априорное задание  $\mu$  со ссылкой на результаты лабораторных исследований является весьма сомнительной процедурой.





**Рис. 8.** При повороте материального элемента среды как жесткого целого оси главных напряжений  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  поворачиваются вместе с элементом. Это требование не выполняется для осей тензора  $\mathbf{T}_R$ , реконструированного в МЛКР (пунктирные линии).

(рис. 8), оси тензора  $\mathbf{T}_R$  поворачиваются по другому закону, зависящему от используемой модификации МЛКР.

В корректном способе реконструкции напряжений проблемы выбора истинной площадки скольжения из двух нодальных плоскостей не возникает (см. Приложение) и принцип объективности не нарушается.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Когда в блоке земной коры регистрируется некоторое множество одновозрастных структурно-кинематических индикаторов (в данном обзоре – разрывных сдвигов, реализовавшихся за период времени  $\Delta t$ ), то естественно задать вопрос: информацию о чем несут эти данные в своей совокупности? В последние десятилетия в науках о твердой Земле сложилось неявное безальтернативное мнение – регистрируемые индикаторы поставляют информацию исключительно о напряжениях соответствующего этим индикаторам возраста, т. к., якобы, только под воздействием этих напряжений наблюдаемая совокупность подвижек возникла и только эти напряжения она отражает. Это мнение полностью следует логике геологов, которые совокупность индикаторов, наблюдаемых в обнажении горных пород или в нескольких близко расположенных обнажениях, называют структурно-деформационным парагенезом, сформировавшимся в единой динамической обстановке: сжатия, растяжения, сдвига, транспрессии, транстенсии. Сложившееся представление о взаимно-однозначном соответствии между макроскопическим тензором напряжений  $\mathbf{T}$  и совокупностью индикаторов (фактически, об их генетической взаимосвязи) возводит эту взаимосвязь в ранг универсальной и отторгает возможность влияния

на нее таких факторов, как скорость изменения напряжений, предыстория развития изучаемого блока земной коры, механические свойства, присущие ему при искомым напряжениях, в том числе и отношение периода наблюдений  $\Delta t$  ко времени релаксации напряжений  $\Delta t^*$ .

Между тем, как показано в работе [Мухамедиев, 2018], влияние игнорируемых факторов таково, что их изменение может привести к любой наперед заданной ориентации осей главных напряжений при одних и тех же наблюдаемых за период  $\Delta t$  деформациях блока. Например, совокупность индикаторов, указывающая на удлинение в некотором направлении и интерпретируемая как признак (парагенез) растяжения, на самом деле может отвечать просто ослаблению существовавшего до начала наблюдений сжатия. Блок остается сжатым в направлении удлинения с тем большей вероятностью, чем меньше скорость уменьшения напряжения и чем меньше отношение времен  $\Delta t/\Delta t^*$ . Поэтому метод локальной кинематической реконструкции (МЛКР) напряжений и палеонапряжений ставит перед собой заведомо невыполнимую цель – однозначно определить в блоке ориентацию осей главных напряжений  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  и коэффициент вида напряженного состояния (НС)  $R$  (т. е., макроскопический редуцированный тензор  $\mathbf{T}_R$ ) без учета отмеченных игнорируемых факторов и без учета динамического взаимодействия блока со вмещающей средой.

В данном обзоре мы обсуждаем, как эта цель «достигается» в рамках подхода МЛКР на основе весьма неполной информации о деформациях, а именно, по данным о нескольких единичных векторах  $\mathbf{n}_{(j)}$ ,  $\mathbf{h}_{(j)}$ ,  $j = 1, \dots, N$ , задающих ориентацию площадок разрыва и направление подвижек по ним. В числе прочих затронуты следующие вопросы. Определяют ли исходные данные усилия, действующие на блок, и не несут ли они дополнительную информацию, отличную от информации о напряжениях? Можно ли динамические характеристики, а именно, напряжения в макрообъемах эффективной сплошной среды (ЭСС), определять так, как это делается в МЛКР, т. е., в частности, без обращения к собственно уравнениям динамики? Какие предположения выдвигаются в МЛКР, чтобы реконструировать макронапряжения, и как соотносятся эти предположения с воззрениями классической физики и с концепцией механики твердого деформируемого тела (МТДТ)?

Ответ на последний из поставленных вопросов заключается в том, что определяемая

в МЛКР конструкция («тензор»  $T_R$ ) является объектом с неясным (по крайней мере, для нас) физическим смыслом. Мы просто можем перечислить те свойства, которыми этот объект обладает и не обладает в отличие от напряжения, вводимого в механике твердого деформируемого тела (МТДТ). В частности,  $T_R$  в МЛКР реконструируется в макрообъеме  $x$  так, как если бы  $x$  был изолированным ( $x = x^{closed}$ ), вследствие чего  $T_R(x)$  не удовлетворяет уравнениям равновесия.

Эти и другие противоречия между МТДТ и МЛКР суммированы в табл. 2 (см. раздел 3.2). Дополнительно к табл. 2 мы в разделе 5.2 показываем, что реконструируемый в МЛКР объект, в отличие от тензора напряжений Коши, не является объективным. Оси этого объекта не следят за поворотом макрообъема  $x$  как жесткого целого. Как следует из табл. 2, действия, применяемые в рамках МЛКР, по всем приведенным пунктам прямо противоположны тем, которые выработаны за 2 века развития МТДТ. **В МТДТ тензор напряжений — это объект, генетически связанный с поверхностными силами, действующими на материальный элемент, а в МЛКР — с теми особенностями деформации элемента, которые с точки зрения МТДТ являются случайными и несущественными.** Не все противоречия с МТДТ имеют одинаковое значение. Некоторые из них можно частично преодолеть, сузив область приложений МЛКР или изменив трактовку получаемых результатов. Но игнорирование динамического взаимодействия между блоками, является принципиально неустранимым дефектом, не поддающимся никакой разумному объяснению. **Невозможность выполнить условия равновесия — несоразмерно высокая цена за произвольные предположения и избыточные запреты, практикуемые в МЛКР. В настоящее время не существует никаких предпосылок для пересмотра фундаментальных законов классической физики, а именно, — законов сохранения импульса и момента импульса, тем более, на основе такой частной задачи, как реконструкция напряжений в земной коре. В этой задаче единственным запретом должен быть запрет на нарушение законов сохранения и аксиом теории определяющих соотношений. Называть реконструируемый в МЛКР объект напряжением нет никаких оснований. При отсутствии возможности удовлетворить условия равновесия авторы работ по МЛКР, строго говоря, даже не имеют права предполагать, что напряжения в блоке описываются тензором второго ранга.**

Для достижения своих целей в рамках МЛКР исследователям приходится отказываться от одного из важнейших достижений Коши, который

разъединил универсальные законы динамики и механические свойства конкретного тела. В МЛКР специфические свойства среды и ее динамика фактически неразделимы. Информация о  $T_R$  черпается не из законов сохранения, а из умозрительно построенных «определяющих соотношений» (12), которые:

- трактуются как универсальные зависимости, не зависящие от свойств среды;
- не удовлетворяют требованиям, предъявляемым им в МТДТ;
- не могут быть подвергнуты проверке на достоверность.

Одним из важнейших различий между МЛКР и корректным подходом МТДТ к реконструкции напряжений является переход на макроуровень и взаимосвязь макроскопических характеристик с характеристиками мезоуровня. В МТДТ принцип макроскопической определенности выдерживается, при этом направления  $h_{(j)}$  подвижек на площадках разрыва  $\Delta s_{(j)}$  не имеют никаких универсальных связей с направлениями  $p_{(j)}$  макроскопического касательного напряжения (хотя с направлениями  $p_{(j)}^{meso}$  такая связь имеется). В МЛКР, напротив, переход к макродеформациям не совершается, а между системами направлений  $h_{(j)}$  и  $p_{(j)}$  постулируется некоторая априорная взаимосвязь субъективного характера. **Для корректных определяющих соотношений безразлично, какой именно системой подвижек на мезоуровне сформирован тензор приращения макродеформации  $\Delta E^*$ . В МЛКР, напротив, тензор  $T_R$  не зависит от  $\Delta E^*$ , а определяется как раз реализовавшейся системой подвижек.** В результате этого, например, для корректной модели ЭСС в рамках континуума Коши две противоположные компенсирующие друг друга подвижки дают нулевой вклад в макроскопическое напряжение.<sup>16</sup> Для МЛКР, наоборот, наличие такой пары подвижек создает серьезные затруднения, по разному преодолеваемые и интерпретируемые в разных модификациях (от гипотезы о «зашумленности» исходных кинематических данных до вывода о наступлении новой фазы тектонического развития).

Что касается той информации, которая содержится в совокупности наблюдаемых кинематических данных, то мы утверждаем, что **в этой совокупности внешние усилия**, действующие на поверхность макрообъема  $x$  и определяющие существующий в  $x$  тензор напряжений,

<sup>16</sup> В более сложных моделях континуума в этом случае возможен вклад, например, в моментные напряжения.

отражены, но способом, недостаточным для решения обратной задачи реконструкции этих усилий только по деформациям, тем более, — по существенно неполным данным о деформации, как это делается в МЛКР. Для определения этих усилий необходимо привлекать уравнения равновесия ЭСС. В то же время, **исходные кинематические данные**, если они полно и подробно изучены по пространству и времени и обеспечивают возможность рассчитать как поле макроскопических деформаций, так и, быть может, его эволюцию, **поставляют информацию не только о напряжениях**. Так, кинематические индикаторы, будучи преобразованными в неоднородное поле мгновенных (с позиций ЭСС) скоростей деформаций в исследуемой области  $\Omega$ , позволяют, помимо напряжений на макроскопическом уровне, реконструировать и определяющие соотношения в некотором классе идеально-диссипативных сред с мгновенно затухающей памятью. Здесь проблема реконструкции напряжений и определяющих соотношений расщепляется на две последовательно решаемые задачи. В Приложении такая схема реконструкции приведена для класса изотропных идеально-пластических сред. В общем случае в наблюдаемом поле деформаций, видимо, невозможно *a-priori* выявить по отдельности эффекты, вызванные напряжениями и вызванные механическими свойствами среды, что существенно осложняет проблему реконструкции. Возникает совершенно новая амбициозная задача на стыке механики и наук о Земле, ждущая для своего решения заинтересованных и грамотных исследователей. Резюмируя, отметим, что вопрос о том, **какие напряжения действуют в массиве горных пород, корректен, а вопросы о том, какие напряжения привели к наблюдаемой картине деформирования этого массива или парагенезом каких напряжений является эта картина, напротив, некорректны**.<sup>17</sup> Такие глубоко укоренившиеся термины, как обстановка сжатия, режим растяжения и многие другие, если они используются лишь на основе локального анализа кинематических индикаторов, могут привести к принципиальным заблуждениям. То, что по своим внешним проявлениям предстает, например, как обстановка сжатия, может быть замаскированной обстановкой сдвига или растяжения. Следует четко уяснить себе, что помимо напряжений в картину деформирования в разной мере вносят вклад и другие факторы.

<sup>17</sup> Если ответы на эти вопросы подразумевают лишь анализ кинематических индикаторов.

И все-таки анализ основ МЛКР выявляет одно положительное значение этого метода. Он демонстрирует, что стройное здание механики сплошной среды, созданное двухвековыми усилиями великих ученых, обеспечено надежным фундаментом. Попытки замены фундамента на некондиционный приводят к обрушению всего здания.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ. СХЕМА РЕКОНСТРУКЦИИ ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ВИДА ПЛАСТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Рассмотрим кратко схему подхода, идеи которого были впервые предложены в работах [Мухамедиев, 1993; 1997] в качестве корректной альтернативы МЛКР. В этом подходе было учтено неявное предположение МЛКР о том, что на результат реконструкции НС не влияют подвижки, произошедшие в макрообъеме  $x$  при  $t < 0$  (т. е. принято предположение о мгновенно затухающей памяти ЭСС). Это предположение, дополненное гипотезой о пластическом характере деформаций  $\Delta E^*$  (см. раздел 2.1), с необходимостью приводит к модели идеально-пластической (неупрочняющейся) ЭСС. В отличие от МЛКР, где ссылки на пластичность ошибочны (см. раздел 3.4) и переход к макроскопическим деформациям так и не произведен (см. раздел 4), корректность предложенного способа обеспечивается выполнением физических законов, причем используемая в нем вариационная постановка проблемы на макроуровне соответствует принципу Мизеса (т. е., принципу максимума работы, лежащему в основе построения теории пластичности [Hill, 1948]). Заметим без обсуждения, что принятие идеально-пластической модели может быть оправдано, например, для монотонно нагружаемой ЭСС при большом периоде наблюдений  $\Delta t$ , охватывающем цикл  $\Delta t^c$  накопления и высвобождения упругой энергии  $U$ . При этом реконструированное НС имеет смысл осредненного за время  $\Delta t^c$ .

Для процесса активного нагружения макрообъема  $x$  однородной по механическим свойствам ЭСС локально сформулируем следующий экстремальный принцип:

$$D = \frac{1}{\Delta V} \sum_{j=1}^N \Delta s_{(j)} \mathbf{t}_{\tau(j)} \cdot \Delta [\mathbf{u}]_{(j)} \rightarrow D^* = \max_{\mathbf{T}^{dev}} D,$$

$$\text{при } \Pi(\mathbf{T}^{dev}) = c > 0, \quad c = \text{const.} \quad (\text{П.1})$$



Принцип (П.1) внешне похож на принцип МЛКР (14), но отличается от последнего тем, что имеет ясный физический смысл. Т. к.  $\Delta s_{(j)} \mathbf{t}_{\tau(j)}$  – это касательная сила, приложенная к площадке  $\Delta s_{(j)}$ , то принцип (П.1) требует выбора в макроробъем  $x$  такого девиатора напряжений  $\mathbf{T}^{dev}$ , который максимизирует суммарную работу в  $x$  макроскопических касательных усилий на разрывных сдвигах  $\Delta[\mathbf{u}]_{(j)}$  мезоуровня. При этом искомым (истинным) тензор  $\mathbf{T}^{dev}$  принадлежит выпуклой поверхности  $\Pi(\mathbf{T}^{dev}) = c$ , которая в рассматриваемом случае имеет смысл поверхности текучести в пространстве напряжений. Выдвинутое ограничение, превращающее принцип (П.1) в условный (в отличие от безусловного принципа (14)), существенно. При его отсутствии функционал  $D$  в (П.1) неограниченно увеличивался бы при росте касательных напряжений  $|\mathbf{t}_{\tau(j)}|$ . В отличие от вариационного принципа МЛКР (14) функционал в (П.1) линеен по смещениям на разрывах, что является принципиально важным. Это позволяет перейти на уровень макроскопических деформаций простым суммированием (см. ниже) и не накладывать никаких априорных ограничений на возможность осуществления той или иной подвижки из-за ее ориентации относительно осей  $\mathbf{T}^{dev}$  (дополнения к сказанному см. в разделе 4.1).

Преобразуем функционал  $D$  с тем, чтобы он был выражен через макроскопические приращения деформации. С учетом (8) и условия  $\mathbf{n}_{(j)} \cdot \Delta[\mathbf{u}]_{(j)} = 0$  запишем цепочку равенств  $\Delta s_{(j)} \mathbf{t}_{\tau(j)} \cdot \Delta[\mathbf{u}]_{(j)} = \Delta s_{(j)} \mathbf{t}_{\tau(j)} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{n}_{(j)} \otimes \mathbf{n}_{(j)}) \cdot \Delta[\mathbf{u}]_{(j)} = \Delta s_{(j)} \mathbf{t}_{\tau(j)} \cdot \Delta[\mathbf{u}]_{(j)} = \Delta s_{(j)} \cdot \mathbf{T} \cdot \Delta[\mathbf{u}]_{(j)} = \mathbf{T} : (\Delta[\mathbf{u}]_{(j)} \otimes \Delta s_{(j)})$ . Далее, принимая во внимание соотношения (1), (2), а также условия  $\mathbf{T} = \mathbf{T}^T$ ,  $\mathbf{I} : \Delta \mathbf{E}^* = 0$ , принцип (П.1) представим в виде:

$$D = \mathbf{T}^{dev} : \Delta \mathbf{E}^* \rightarrow D^* = \max_{\mathbf{T}^{dev}} D, \quad (П.2)$$

при  $\Pi(\mathbf{T}^{dev}) = c > 0$ ,  $c = const$ .

А это и есть принцип Мизеса максимума работы, записанный в приращениях деформации. Примем, что приращения макроскопической деформации  $\Delta \mathbf{E}^*$  необратимы и представляют собой полные приращения деформации (т. е. в соотношениях (3) положено  $\Delta \mathbf{E}^{**} = 0$ ). Тогда работа  $\mathbf{T}^{dev} : \Delta \mathbf{E}^*$  полностью рассеивается, и принцип (П.2) приобретает эквивалентный смысл принципа максимума диссипации энергии.

Учитывая условие текучести, составим выражение  $\mathbf{T}^{dev} : \Delta \mathbf{E}^* - \lambda(\Pi(\mathbf{T}^{dev}) - c)$ , достигающее максимума на истинном НС ( $\lambda$  – неопределенный множитель Лагранжа). Тогда для диффе-

ренцируемой функции  $\Pi(\mathbf{T}^{dev})$  из (П.2) вытекает соотношение

$$\Delta \mathbf{E}^* = \lambda \partial \Pi / \partial \mathbf{T}^{dev}, \quad (П.3)$$

причем  $\lambda > 0$  из принципа термодинамической согласованности (фактически, из условия положительности диссипации). Поверхность  $\Pi(\mathbf{T}^{dev})$  приобретает смысл пластического потенциала, а тензор  $\Delta \mathbf{E}^*$  ортогонален этой поверхности в пространстве напряжений, т. е. ассоциирован с поверхностью  $\Pi(\mathbf{T}^{dev})$ . Ниже рассмотрим случай изотропной функции  $\Pi = \Pi(I_2, I_3)$ , где  $I_2, I_3$  – второй и третий инварианты девиатора  $\mathbf{T}^{dev}$ . Тогда из (П.3) имеем:

$$\Delta \mathbf{E}^* = \lambda \frac{\partial \Pi}{\partial I_3} (\mathbf{T}^{dev} \cdot \mathbf{T}^{dev} + \frac{2}{3} I_2 \mathbf{I}) - \lambda \frac{\partial \Pi}{\partial I_2} \mathbf{T}^{dev}. \quad (П.4)$$

Как обсуждалось в разделах 2.2, 5.1, принципиально важно, чтобы известному в исследуемой области  $\Omega$  полю приращений деформаций  $\Delta \mathbf{E}^*(\mathbf{x})$  соответствовало поле напряжений  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ , удовлетворяющее уравнениям равновесия (4). Из (П.4) следует, что тензоры  $\mathbf{T}$  и  $\Delta \mathbf{E}^*$  соосны – при любом потенциале  $\Pi(I_2, I_3)$  в каждой точке  $x$  области  $\Omega$  известна ориентация главных осей тензора  $\mathbf{T}$ . Поэтому в  $\Omega$  заданы 3 скалярных поля  $\phi_1(\mathbf{x}), \phi_2(\mathbf{x}), \phi_3(\mathbf{x})$ , а, следовательно, и поле траекторий главных напряжений (см. раздел 2.2). Однако при выборе частной модели идеально-пластической ЭСС (т. е. при задании конкретной функции  $\Pi(I_2, I_3)$ ), помимо этого, в каждой точке  $x$  по известному тензору  $\Delta \mathbf{E}^*$  из (П.4) определяется и коэффициент вида НС:

$$R_{\Pi}(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x}, \Pi(I_2, I_3)). \quad (П.5)$$

Функция  $R_{\Pi}(\mathbf{x})$ , являясь динамической характеристикой, отражает особенности поля деформаций  $\Delta \mathbf{E}^*(\mathbf{x})$  при априорно выбранной функции  $\Pi = \Pi(I_2, I_3)$  частного вида.

Таким образом, в области  $\Omega$ , как и в МЛКР, реконструируется поле  $\mathbf{T}_R(\mathbf{x}, \Pi(I_2, I_3))$  редуцированного тензора напряжений (см. (7)). Согласно сказанному в разделах 2.2, 5.1, выполнить уравнения равновесия становится, вообще говоря, невозможным. Это обстоятельство связано с тем, что наблюдаемое поле  $\Delta \mathbf{E}^*(\mathbf{x})$  может быть реализовано далеко не в каждой конкретной изотропной идеально-пластической среде. Даже корректный и физически осмысленный вариационный принцип (П.1) терпит неудачу при реконструкции равновесного поля напряжений, будучи сформулирован с использованием априорных представлений о конкретных механических свойствах среды.

Однако, в отличие от МЛКР, в предложенном подходе существует выход из создавшейся ситуации. Он заключается в том, что вид пластического потенциала  $\Pi(I_2, I_3)$  на первом этапе реконструкции равновесного поля  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$  в изотропной идеально-пластической ЭСС не конкретизируется. Используется лишь тот факт, что для любого изотропного потенциала по наблюдаемым в  $\Omega$  главным осям тензора  $\Delta \mathbf{E}^*$  можно однозначно реконструировать поле траекторий главных напряжений. Тем самым, опуская информацию о величинах приращения деформаций, можно реконструкцию поля напряжений свести к статически определимой задаче интегрирования гиперболической системы уравнений равновесия [Мухамедиев, 1991]. В результате решения определяются три скалярных поля величин главных напряжений  $T_1(\mathbf{x}), T_2(\mathbf{x}), T_3(\mathbf{x})$ , а, следовательно, и равновесное поле  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ , включая и функцию вида НС  $R(\mathbf{x})$ . Неиспользованные ранее кинематические данные, а именно, информация о полях главных значений тензора  $\Delta \mathbf{E}^*$  привлекается на втором этапе для конкретизации вида пластического потенциала  $\Pi(I_2, I_3)$ . Зависимость функции  $\Pi$  от инвариантов  $I_2, I_3$  выбирается из условия минимума функционала невязки  $f$  между двумя полями коэффициента вида НС – полем  $R(\mathbf{x})$ , индуцированным равновесием, и полем  $R_{\Pi}(\mathbf{x})$ , индуцированным кинематикой:

$$f = \|\mathbf{R}(\mathbf{x}) - R_{\Pi}(\mathbf{x})\| \rightarrow f^* = \min_{\Pi(I_2, I_3)} f. \quad (\text{П.6})$$

Здесь коэффициент  $R_{\Pi}$  определен в (П.5), а  $\|\cdot\|$  означает норму в пространстве функций. Выбор наилучшей нормы представляет собой отдельную задачу.

Итак, предложенный подход, в противоположность подходу МЛКР, удовлетворяет всем необходимым постулатам механики и термодинамики. Во-первых, поле  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$  удовлетворяет уравнениям равновесия. Во-вторых, соблюдаются аксиомы теории определяющих соотношений. Они обеспечиваются:

- термодинамическая согласованность – неотрицательностью диссипации  $\mathbf{T}^{dev} : \Delta \mathbf{E}^* \geq 0$ ;
- макроскопическая определимость – переходом на макроуровень по деформациям  $\Delta \mathbf{E}^*$ ;
- объективность – отсутствием ротационной части  $\Delta \mathbf{W}^*$  в соотношении (П.3).<sup>18</sup>

<sup>18</sup>Напомним (раздел 5.2), что в МЛКР принцип объективности нарушается при выборе истинной площадки разрыва из двух нодальных плоскостей фокального механизма землетрясения, когда  $\Delta \mathbf{W}^*$  начинает влиять на выбор  $\mathbf{T}$ .

К сказанному добавим, что предложенный подход обеспечивает устойчивость реконструкции  $\mathbf{T}$  по отношению к ошибкам изменений входных кинематических индикаторов, чего нельзя утверждать относительно МЛКР [Мухамедиев, 1993; 1997]. Оба этапа подхода полностью идентичны этапам определения напряжений и реологических характеристик в мысленном эксперименте по нагружению стержней, предложенном в разделе 4.1 работы [Мухамедиев, 2018]. Но самое главное заключается в том, что предложенный подход явным образом исходит из принципиально иных, чем МЛКР, представлений, а именно, в исходных кинематических данных содержится информация не только о динамическом состоянии среды, но и о ее механических свойствах. В классе идеально-пластических сред, как и в охватывающем его классе идеально-диссипативных сред с мгновенно затухающей памятью, за динамическое состояние ответственен только тензор  $\mathbf{T}$ . В рассматриваемом случае проблему реконструкции НС и определения механических свойств (т.е., выявления вида пластического потенциала  $\Pi(I_2, I_3)$ ) можно разделить на две последовательно решаемые задачи, что обнажает суть взаимосвязи кинематики, динамики и механических свойств ЭСС. Изотропность ЭСС позволяет по ориентациям осей тензора  $\Delta \mathbf{E}^*(\mathbf{x})$  реконструировать напряжения, а особенности полей величин деформаций позволяют судить о свойствах ЭСС. В общем случае возможность расщепления задачи проблематична.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Букчин Б.Г.* Описание очага землетрясения в приближении вторых моментов и идентификация плоскости разлома // Физика Земли. 2017. № 2. С. 76–83.
- Гущенко О.И.* Кинематический принцип реконструкции направлений главных напряжений (по геологическим и сейсмическим данным) // Докл. АН СССР. 1975. Т. 225. С. 557–560.
- Гущенко О.И.* Реконструкция поля мегарегиональных тектонических напряжений сейсмоактивных областей Евразии. Поля напряжений и деформаций в литосфере. М.: Наука. 1979. С. 26–51.
- Костров Б.В.* Сейсмический момент, энергия землетрясений и сейсмическое течение горных масс // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1974. № 1. С. 23–40.
- Кучай О.А.* Особенности поля напряжений афтершоковых процессов землетрясений Алтае-Саянской горной области // Геодинамика и тектонофизика. 2012. Т. 3. № 1. С. 59–68.

- Мухамедиев Ш.А.* К проблеме восстановления поля тензора напряжений в блоках земной коры // *Физика Земли*. 1991. № 5. С. 29–38.
- Мухамедиев Ш.А.* Реконструкция тектонических напряжений по разрывным сдвиговым смещениям: математические и физические ограничения // *Докл. РАН*. 1993. Т. 331. С. 500–503.
- Мухамедиев Ш.А.* Процессы разрушения и напряженное состояние литосферы Земли. Дис... на соискание учен. степени докт. физ.-мат. наук. М.: ИФЗ РАН. 1997. 68 с.
- Мухамедиев Ш.А.* Преломление траекторий главных напряжений на разломах и поверхностях раздела. 1. Несгесненные регулярные траектории // *Физика Земли*. 2014. № 5. С. 65–104.
- Мухамедиев Ш.А.* Какую информацию о напряжениях и реологии поставляют процессы разрушения в земной коре? // *Докл. РАН*. 2015. Т. 461. С. 93–97.
- Мухамедиев Ш.А.* О дискретном строении геосреды и континуальном подходе к моделированию ее движения // *Геодинамика и тектонофизика*. 2016. Т. 7. № 3. С. 347–381.
- Мухамедиев Ш.А.* Методы локальной реконструкции тектонических напряжений по кинематическим данным: физическая несостоятельность и ложные цели. Ч. I // *Физика Земли*. 2018. № 6. С. 1–33.
- Мухамедиев Ш.А., Галыбин А.Н.* Где и как зародились разрывы землетрясений 26.12.04 и 28.03.05 у о. Суматра // *Докл. РАН*. 2006. Т. 406. С. 95–98.
- Никитин И.С.* Упругопластическая модель и теория скольжения для трехмерного напряженного состояния // *Мех. тверд. тела*. 2009. № 3. С. 171–182.
- Никитин Л.В., Юнга С.Л.* Методы теоретического определения тектонических деформаций и напряжений в сейсмоактивных областях // *Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли*. 1977. № 11. С. 54–67.
- Ребецкий Ю.Л.* Тектонические напряжения и прочность природных массивов. М.: ИКЦ «Академкнига», 2007. 406 с.
- Ребецкий Ю.Л., Сим Л.А., Маринин А.В.* От зеркал скольжения к тектоническим напряжениям. Методы и алгоритмы. М.: изд-во ГЕОС, 2017. 234 с.
- Родыгин А.И.* Методы стрейн-анализа. Учеб. пособие. Томск: изд-во Томского университета. 2006. 168 с.
- Сим Л.А.* Изучение тектонических напряжений по геологическим индикаторам (методы, результаты, рекомендации) // *Геология и разведка*. 1991. № 10. С. 3–22.
- Сим Л.А.* Краткий обзор состояния изученности палеотектонических напряжений и их значение для решения геологических задач // *Геодинамика и тектонофизика*. 2013. Т. 4. С. 341–361.
- Трусов П.В., Волегов П.С.* Физические теории пластичности: теория и приложения к описанию неупругого деформирования материалов. Ч. 1: Жесткопластические и упругопластические модели // *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2011. № 1. С. 5–45.
- Юнга С.Л.* Методы и результаты изучения сейсмотектонических деформаций. М.: Наука. 1990. 191 с.
- Alaniz-Alvarez S.A., Nieto-Samaniego A.F., Tolson G.* A graphical technique to predict slip along a pre-existing plane of weakness // *Eng. Geol.* 1998. V. 49. P. 53–60.
- Aleksandrowski P.* Graphical determination of principal stress directions for slickenside lineation populations: an attempt to modify Arthaud's method // *J. Struct. Geol.* 1985. V. 7. P. 73–82.
- Angelier J.* Determination of the mean principal directions of stresses for a given fault population // *Tectonophysics*. 1979. V. 56. P. T17–T26.
- Angelier J.* Tectonic analysis of fault slip data sets // *J. Geophys. Res.* 1984. V. 89 (B7). P. 5835–5848.
- Angelier J.* From orientation to magnitudes in paleostress determinations using fault slip data // *J. Struct. Geol.* 1989. V. 11. P. 37–50.
- Angelier J.* Do stress-paleostress and deformation analyses provide similar or complementary information in brittle tectonics? // *Geophysical Research Abstracts*. 2005. V. 7. 01407. <http://www.cosis.net/abstracts/EGU05/01407/EGU05-J-01407.pdf>
- Angelier J., Tarantola A., Valette B., Manoussis S.* Inversion of field data in fault tectonics to obtain the regional stress, I, Single phase fault populations: A new method of computing the stress tensor // *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 1982. V. 69. P. 607–621.
- Armijo R., Carey E., Cisternas A.* The inverse problem in microtectonics and the separation of tectonic phases // *Tectonophysics*. 1982. V. 82. P. 145–160.
- Arnold R., Townend J.* A Bayesian approach to estimating tectonic stress from seismological data // *Geophys. J. Int.* 2007. V. 170. P. 1336–1356.
- Asaro R., Lubarda V.* *Mechanics of solids and materials*. N.-Y.: Cambridge University Press. 2006. 860 p.
- Batdorf S.B., Budiansky B.* A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip. Technical Note 1871, Nat. Adv. Committee on Aeronautics. Washington: NASA, 1949. 33 p. Русский перевод: *Батдорф С.Б., Будянский Б.* Математическая теория пластичности, основанная на концепции скольжения // *Механика. Сб. переводов иностранных статей*. 1962. № 1. С. 135–155.
- Bott M.H.P.* The mechanics of oblique slip faulting // *Geological Magazine*. 1959. V. 96. P. 109–117.
- Byerlee J.* Friction of Rocks // *Pageoph.* 1978. V. 116. P. 615–626.
- Carey E., Brunier B.* Analyse théorique et numérique d'un modèle mécanique élémentaire appliqué à l'étude d'une population de failles // *C. R. Acad. Sci. Paris*. 1974. V. 279. P. 891–894.
- Célérier B., Etchecopar A., Bergerat F., Vergely P., Arthaud F., Laurent P.* Inferring stress from faulting: From early concepts to inverse methods // *Tectonophysics*. 2012. V. 581. P. 206–219.



- Chaput M., Famin V., Michon L.* Deformation of basaltic shield volcanoes under cointrusive stress permutations // *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 2014. V. 119. P. 274–301.
- D'Auria L., Massa B.* Stress inversion of focal mechanism data using a Bayesian approach: a novel formulation of the Right Trihedra method // *Seismol. Res. Lett.* 2015. V. 86. P. 968–977.
- Delvaux D., Sperner B.* New aspects of tectonic stress inversion with reference to the TENSOR program. Nieuwland D.A. (ed.). *New Insights into Structural Interpretation and Modelling*, Geological Society, London, Special Publications. 2003. V. 212. P. 75–100.
- Eaton J.P., O'Neill M.E., Murdock J.N.* Aftershocks of the 1966 Parkfield-Cholame, California, earthquake: A detailed study // *Bull. Seism. Soc. Am.* 1970. V. 60. P. 1151–1197.
- Etchecopar A., Vasseur G., Daignieres M.* An inverse problem in microtectonics for the determination of stress tensors from fault striation analysis // *J. Struct. Geol.* 1981. V. 3. P. 51–65.
- Fossen H.* *Structural Geology*. N.-Y.: Cambridge University Press, 2010. 463 p.
- Fry N.* Direction of resolved shear stress: a construction and discussion // *J. Struct. Geol.* 2003. V. 25. P. 903–908.
- Fulton P.M., Brodsky E.E., Kano Y., et al.* Low coseismic friction on the Tohoku-Oki fault determined from temperature measurements // *Science*. 2013. V. 342. P. 1214–1217.
- Gapais D., Cobbold P.R., Bourgeois O., Rouby D., Urreiztieta M.* Tectonic significance of fault-slip data // *J. Struct. Geol.* 2000. V. 22. P. 881–888.
- Gephart J.W.* FMSI: A FORTRAN program for inverting fault/slickenside and earthquake focal mechanism data to obtain the regional stress tensor // *Computers, Geosciences*. 1990. V. 16. P. 953–989.
- Gephart J.W., Forsyth D.W.* An improved method for determining the regional stress tensor using earthquake focal mechanism data: Application to the San Fernando earthquake sequence // *J. Geophys. Res.* 1984. V. 89. P. 9305–9320.
- Hansen J.-A.* Direct inversion of stress, strain or strain rate including vorticity: A linear method of homogenous fault-slip data inversion independent of adopted hypothesis // *J. Struct. Geol.* 2013. V. 51. P. 3–13.
- Hardebeck J.L.* Coseismic and postseismic stress rotations due to great subduction zone earthquakes // *Geophys. Res. Lett.* 2012. V. 39, L21313, doi:10.1029/2012 GL053438.
- Hardebeck J.L.* Comment on «Models of stochastic, spatially varying stress in the crust compatible with focal-mechanism data, and how stress inversions can be biased toward the stress rate» by Deborah Elaine Smith and Thomas H. Heaton // *Bull. Seismol. Soc. Am.* 2015. V. 105. P. 447–451.
- Hill R.* A variational principle of maximal plastic work in classical plasticity // *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1948. V. 1. P. 18–28.
- Hippolyte J.-C., Bergerat F., Gordon M.B., Bellier O., Espurt N.* Keys and pitfalls in mesoscale fault analysis and paleostress reconstructions, the use of Angelier's methods // *Tectonophysics*. 2012. V. 581. P. 144–162.
- Hsu Y.-J., Rivera L., Wu Y.-M., Chang C.-H., Kanamori H.* Spatial heterogeneity of tectonic stress and friction in the crust: new evidence from earthquake focal mechanisms in Taiwan // *Geophys. J. Int.* 2010. V. 182. P. 329–342.
- Kassaras I.G., Kapetanidis V.* Resolving the tectonic stress by the inversion of earthquake focal mechanisms. A tutorial // *Moment tensor solutions. A useful tool for seismotectonics/ed. by S. D'Amico*. Springer. 2018. P. 405–452.
- Kostrov B.V., Das S.* Evaluation of stress and displacement fields due to an elliptical plane shear crack // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1984. V. 78. P. 19–33.
- Lacombe O.* Do fault slip data inversions actually yield “paleostresses” that can be compared with contemporary stresses? A critical discussion // *C. R. Geoscience*. 2012. V. 344. P. 159–173.
- Lejri M., Maerten F., Maerten L., Soliva R.* Accuracy evaluation of both Wallace-Bott and BEM-based paleostress inversion methods // *Tectonophysics*. 2017. V. 694. P. 130–145.
- Lisle R.J.* New method of estimating regional stress orientations: application to focal mechanism data of recent British earthquakes // *Geophys. J. Int.* 1992. V. 110. P. 276–282.
- Lisle R.J.* A critical look at the Wallace-Bott hypothesis in fault-slip analysis // *Bull. Soc. géol. France*. 2013. T. 184. P. 299–306.
- Lisle R.J., Orife T.* STRESSTAT: a Basic program for numerical evaluation of multiple stress inversion results // *Computers, Geosciences*. 2002. V. 28. P. 1037–1040.
- Lockner D.A., Morrow C., Moore D., Hickman S.* Low strength of deep San Andreas fault gouge from SAFOD core // *Nature*. 2011. V. 472. P. 82–85.
- Maerten F., Madden E. H., Pollard D. D., Maerten L.* Incorporating fault mechanics into inversions of aftershock data for the regional remote stress, with application to the 1992 Landers, California earthquake // *Tectonophysics*. 2016. V. 674. P. 52–64.
- Maury J., Cornet F. H., Dorbath L.* A review of methods for determining stress fields from earthquakes focal mechanisms: application to the Sierentz 1980 seismic crisis (Upper Rhine graben) // *Bull. Soc. Geol. Fr.* 2013. V. 184. P. 319–334.
- McKenzie D.P.* The relation between fault plane solutions for earthquakes and the directions of the principal stresses // *Bull. Seismol. Soc. Am.* 1969. V. 59. P. 591–601.
- Michael A.J.* Determination of stress from slip data: faults and folds // *J. Geophys. Res.* 1984. V. 89. P. 11,517–11,526.
- Michael A.J.* Spatial variations in stress within the 1987 Whittier narrows, California, aftershock sequence: new techniques and result // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. P. 6303–6319.
- Mukhamediev Sh.A., Galybin A.N.* Determination of stresses from the stress trajectory pattern in a plane elastic domain // *Math. Mech. Solids*. 2007. V. 12. P. 75–106.
- Orife T., Arlegui L., Lisle R.J.* DIPSLIP: a QuickBasic stress inversion program for analyzing sets of faults without

- slip lineations // *Computers, Geosciences* 2002. V. 28. P. 775–781.
- Pascal C.* Interaction of faults and perturbation of slip: influence of anisotropic stress states in the presence of fault friction and comparison between Wallace-Bott and 3D Distinct Element models // *Tectonophysics*. 2002. V. 356. P. 307–322.
- Pascal C.* SORTAN: a Unix program for calculation and graphical presentation of fault slip as induced by stresses // *Computers, Geosciences*. 2004. V. 30. P. 259–265.
- Pollard D.D., Saltzer S.D., Rubin A.M.* Stress inversion methods: are they based on faulty assumptions? // *J. Struct. Geol.* 1993. V. 15. P. 1045–1054.
- Provost A.-S., Chéry J., Hassani R.* 3D mechanical modeling of the GPS velocity field along the North Anatolian fault // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2003. V. 209. P. 361–377.
- Ramsay J. G., Lisle R.* The techniques of modern structural geology, Volume 3: Applications of continuum mechanics in structural geology. London: Academic Press, 2000. P. 701–1061.
- Reches Z.* Determination of the tectonic stress tensor from slip along faults that obey the Coulomb yield condition // *Tectonics*. 1987. V. 6. P. 849–861.
- Rowland S.M., Duebendorfer E.M., Schiefelbein I.M.* Structural analysis and synthesis: a laboratory course in structural geology. Singapore: Blackwell Publishing, 2007. 301 p.
- Shan Y., Li Z.* Feasibility of graphic determination of stress from fault/slip data // *J. Struct. Geol.* 2008. V. 30. P. 739–745.
- Shan Y., Tian Y., Xiao W.* Inversion of stresses from polyphase fault/slip data with high or low diversity: An updated version of INVSFS // *Computers, Geosciences*. 2011. V. 37. P. 1045–1053.
- Smith D.E., Dieterich J.H.* Aftershock sequences modeled in 3-D stress heterogeneity and rate-state seismicity equations: Implications for crustal stress estimation // *Pure Appl. Geophys.* 2010. V. 167. P. 1067–1085.
- Smith D.E., Heaton T.H.* Models of stochastic, spatially varying stress in the crust compatible with focal-mechanism data, and how stress inversions can be biased toward the stress rate // *Bull. Seismol. Soc. Am.* 2011. V. 101. P. 1396–1421.
- Sperner B., Zweigel P.* A plea for more caution in fault-slip analysis // *Tectonophysics*. 2010. V. 482. P. 29–41.
- Taboada A., Tourneret C., Laurent P.* An interactive program for the graphical representation of striated faults and applied normal and tangential stresses // *Computers, Geosciences*. 1991. V. 17. P. 1281–1310.
- Thakur P., Srivastava D.C., Gupta P.K.* The genetic algorithm: A robust method for stress inversion // *J. Struct. Geol.* 2017. V. 94. P. 227–239.
- Truesdell C.A.* Cauchy and the modern mechanics of continua // *Revue d'histoire des sciences*. 1992. T. 45. P. 5–24.
- Twiss R.J., Unruh J.R.* Analysis of fault slip inversions: do they constrain stress or strain rate? // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103 (B). P. 12,205–12,222.
- Vavryčuk V.* Earthquake mechanisms and stress field. *Encyclopedia of Earthquake Engineering*/ed. by M. Beer et al. Berlin Heidelberg: Springer. 2015. P. 728–746.
- Vitek V., Mrovecna M., Bassani J.L.* Influence of non-glide stresses on plastic flow: from atomistic to continuum modeling // *Mat. Sci. Eng.* 2004. V. A365. P. 31–37.
- Wallace R.E.* Geometry of shearing stress and relation to faulting // *J. Geol.* 1951. V. 59. P. 118–130.
- Wesson R.L., Boyd O.S.* Stress before and after the 2002 Denali fault earthquake // *Geophys. Res. Lett.*, 2007. V. 34. L07303, doi:10.1029/2007 GL029189
- Yamaji A.* Are the solutions of stress inversion correct? Visualization of their reliability and the separation of stresses from heterogeneous fault-slip data // *J. Struct. Geol.* 2003. V. 25. P. 241–252.
- Yamaji A.* An introduction to tectonophysics: theoretical aspects of structural geology. Tokyo: TERRAPUB, 2007. 400 p.
- Yin Z.M., Ranalli G.* Estimation of the frictional strength of faults from inversion of fault-slip data: a new method // *J. Struct. Geol.* 1995. V. 17. P. 1327–1335.
- Žalohar J.* On a new law of faulting along tectonic wedges: Cosserat explanation of the preferred (paleo)stress states in the Earth's crust // *J. Struct. Geol.* 2015. V. 77. P. 107–125.
- Zoback M.D., Beroza G.C.* Evidence of near-frictionless faulting in the 1989 (M 6.9) Loma Prieta, California, earthquake and its aftershocks // *Geology*. 1993. V. 21. P. 181–185.
- Zúñiga F.R.* Frictional overshoot and partial stress drop. Which one? // *Bull. Seismol. Soc. Am.* 1993. V. 83. P. 939–944.

## Ideas and Methods for Local Recovery of Tectonic Stresses from Fault-Slip Data: A Critical Review

Sh. A. Mukhamediev<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>*Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123242 Russia*

<sup>\*</sup>*E-mail: sh\_mukhamediev@inbox.ru*

November 26, 2018

In the research aimed at determining tectonic stresses from fault-slip data (the seismological data on the focal mechanisms of earthquakes, geological data on slickensides, etc.), in the past few decades, it has become a predominant practice to use the approach that we refer to as the method of the local kinematic reconstruction (MLKR) of stresses and paleostresses. In the MLKR, ignoring the equilibrium conditions, the authors assign a studied block (macrovolume  $\mathbf{x}$ ) a certain symmetric tensor  $\mathbf{T}$  which they call without explanation a stress tensor and which is, in their opinion, the only cause of the observed slips. In the MLKR, the principal axes and the ratio of the differences of the principal values of tensor  $\mathbf{T}$  (the so-called reduced tensor  $\mathbf{T}_R$ ) are reconstructed locally, without taking into account the interaction of  $\mathbf{x}$  with the contacting blocks, i.e., in such a manner as if macrovolume  $\mathbf{x}$  were isolated. Tensor  $\mathbf{T}_R$  is determined based on the analysis of  $N$  events ( $N \geq 4$ ) that occurred in  $\mathbf{x}$  over the time span  $\Delta t$  using only the data on the slip directions and on the orientation of the slickensided planes. This approach ignores the rate of change of the stresses, previous deformation history, and mechanical properties of the block, as well as the ratio of  $\Delta t$  to the stress relaxation time in the block.

In this review, the key ideas of MLKR are discussed and it is shown that the underlying concept of this method is fundamentally fallacious and can lead to results that are arbitrarily inconsistent with reality since under a change in the ignored factors, tensor  $\mathbf{T}_R$  can become almost arbitrary with the same set of slips. According to the mechanics of deformable solids (MDS), uniform stresses in a quasi-statically deformed macrovolume  $\mathbf{x}$  are genetically related to the self-equilibrated surface forces acting on  $\mathbf{x}$  and are completely independent of deformations. In contrast, the “stresses” in MLKR are genetically caused by strains and not related to surface forces. As a result, MLKR misses the possibility to balance  $\mathbf{x}$ , i.e., to satisfy the inviolable conservation laws of momentum and angular momentum. Besides, the  $\mathbf{T}_R$  object that is reconstructed in MLKR is not objective: frame indifferent. In the attempts to achieve the desired objective, followers of the MLKR have to implicitly return to the representations that have been rejected as early as in Cauchy’s works: they do not separate the universal laws of dynamics from the mechanical properties of a particular medium. Specifically, they postulate some a priori subjective interrelations between the elements of the sought tensor  $\mathbf{T}_R$  and the slip directions, thus formulating the constitutive relations of the medium which differ from author-to-author but are attributed a meaning of the universal laws. The information about  $\mathbf{T}_R$  in the MLKR is derived from these relations rather than from the laws of mechanics. Due to this, the notions of stresses and constitutive laws in the MLKR fundamentally differ from the respective notions in the MDS. The followers of the MLKR constantly neglect the fact that the observed slip pattern not only reflects the sought stresses but also the other factors – at least, the mechanical properties of a particular medium, which should also be reconstructed from the observations rather than postulated speculatively. In the Appendix to the review, by the example of a perfectly plastic medium, we recapitulate our previously suggested scheme in which the problem of reconstructing the field of equilibrium stresses and the problem of reconstructing the constitutive relations (in this case, it is the form of the plastic potential of the medium) are separated and solved sequentially. In media that are not perfectly dissipative, separating these problems is problematic. Together, these problems constitute an absolutely new problem that has no analogs in the MDS and waits for its solution from ambitious and competent researchers.

*Keywords:* activated fault, slip, principal stress axes, type of stress state, constitutive relations, equilibrium conditions