

## ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РЕЗОНАНСА ЖИДКОГО ЯДРА ЗЕМЛИ НА ОСНОВЕ МНОГОЛЕТНИХ НАБЛЮДЕНИЙ ДЕФОРМАЦИЙ ЛИТОСФЕРЫ В СУТОЧНОМ ПРИЛИВНОМ ДИАПАЗОНЕ

© 2019 г. В. К. Милюков<sup>1,3\*</sup>, А. Аморусо<sup>2</sup>, Л. Кресчетини<sup>2</sup>, А. П. Миронов<sup>1</sup>, А. В. Мясников<sup>1</sup>, А. В. Лагуткина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга (ГАИШ МГУ), г. Москва, Россия

<sup>2</sup>Университет Салерно, г. Фишано, Италия

<sup>3</sup>Владикавказский научный центр РАН, г. Владикавказ, Россия

\*E-mail: vmilyukov@yandex.ru

Поступила в редакцию 17.08.2017 г.

Принята в печать 03.12.2018 г.

Свободная нутация ядра (Free Core Nutation, FCN) — это одна из собственных мод вращения Земли, обусловленная ретроградным движением жидкого ядра относительно мантии. Период и добротность свободной нутации ядра определяются упругими свойствами границы жидкого ядра и мантии, а также их электромагнитным взаимодействием. В небесной системе координат период FCN порядка 430 дней, в земной системе отсчета свободная нутация ядра проявляется в виде резонанса жидкого ядра Земли (Free Core Resonance, FCR), частота которого лежит в суточном приливном диапазоне. Наблюдение резонанса жидкого ядра требует очень точных измерений амплитуд и фаз близсуточных приливных волн. В частности, оценки параметров минорных волн  $K1$ ,  $P1$ ,  $\Psi1$  и  $\Phi1$  имеют решающее значение для оценки эффекта резонанса жидкого ядра, то есть, периода и затухания этой резонансной моды. Прогресс в экспериментальном изучении резонанса жидкого ядра, в основном, связан с накоплением данных сверхпроводящих гравиметров и РСДБ, но также были использованы данные прецизионных лазерных стрейнметров. В данной работе эффект FCR исследуется по многолетним прецизионным записям деформаций на двух европейских станциях: Баксан, Россия (лазерный интерферометр-деформограф с измерительным плечом 75 м [Милюков и др., 2005; Милюков и др., 2007]) и Гран-Сассо, Италия (два перпендикулярных лазерных интерферометра-деформографа, ВА и ВС, с измерительным плечом 90 м каждый [Amoruso, Crescentini, 2009]).

*Ключевые слова:* деформация, приливные параметры, резонанс жидкого ядра, свободная нутация ядра

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-33372019341-50>

### ВЕДЕНИЕ

Свободная нутация ядра (Free Core Nutation, FCN) [Wilhelm et al., 1997] представляет собой вращательные собственные колебания Земли, возникающие из-за динамического взаимодействия вращающегося внешнего жидкого ядра и вращающейся, упругой эллиптической мантии. Колебания жидкого ядра относительно мантии проявляются в виде добавочного члена к хорошо известным Чандлеровским колебаниям, так как оси вращения мантии и ядра слегка смещены относительно друг друга. В небесной системе координат значения периода свободной нутации  $T_{FCN}$ , согласно экспериментальным

данным, лежат в диапазоне от 410 до 432 сидерических дней. Оценка добротности определяется значительно хуже, ее величина имеет разброс в несколько порядков. В земной системе отсчета этот эффект проявляется в виде резонанса жидкого ядра Земли (Free Core Resonance, FCR), частота которого может быть выражена как  $f_{FCR} = 1 + 1/T_{FCN}$  и находится в суточном приливном диапазоне. В результате этого эффекта искажаются как амплитуды, так и фазы суточных приливных волн, частоты которых близки к  $f_{FCR}$  (главным образом,  $P1$ ,  $K1$ ,  $\Psi1$  и  $\Phi1$ ). Большинство экспериментальных исследований эффекта резонанса жидкого ядра базируются на данных сверхпроводящих гравиметров [Neuberg

et al., 1987; Sato et al., 2004; Ducarme et al., 2009] и данных РСДБ [Defraigne et al., 1994; Lambert, Dehant, 2007; Koot et al., 2010]. Определения, основанные на совместном анализе данных сверхпроводящих гравиметров и РСДБ [Rosat, Lambert, 2009] дают, соответственно, следующие оценки:  $T_{FCN} = (426.9 \pm 1.2)$  сидерических дней,  $Q = 16\,630 \pm 3562$ ; и  $T_{FCN} = (429.6 \pm 0.6)$  сидерических дней,  $Q = 16\,683 \pm 884$ .

Однако лишь немногие исследования основаны на приливных деформационных данных. В частности, в работе [Mukai et al., 2004] анализ основывался на семилетних данных 15-метрового лазерного интерферометра на подземной станции Rokko-Такао в Японии. Были получены значения периода FCN, равное  $427.5 (\pm 11.1)$  сидерических суток, и добротности, равное  $5000 (\pm 2000)$ . В работе [Amoruso et al., 2012] анализ был выполнен по восьмилетним данным двух 90-метровых лазерных интерферометрах-деформографах, работающих в подземной обсерватории Gran Sasso, Италия. Получена оценка  $T_{FCN} = (429 \pm 10)$  сидерических дней.

Цель данной работы – оценка параметров близсуточного резонанса жидкого ядра Земли (и, соответственно, свободной нутации ядра) по совместному анализу деформационных данных, полученных на деформационных станциях Баксан (Россия) и Гран Сассо (Италия). Специальная предварительная подготовка данных регистрации приливной деформации для трех интерферометров была проведена и подробно изложена в работе [Милюков и др., 2018]. Учет влияния океанической нагрузки и надежная оценка локальных и метеорологических искажений как для Гран-Сассо так и для Баксанской станции позволяют выделить влияния свободного резонанса ядра в суточном приливном диапазоне и выполнить оценку его параметров.

### ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА FCR НА ПРИЛИВНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ

Суточные гармоники приливных деформаций в азимутальном направлении  $\eta$  могут быть представлены выражением [Mukai et al., 2004; Amoruso et al., 2012]

$$\varepsilon(\eta) = F(\theta) \left\{ \left[ h - 2l(1 + \cos^2 \eta) \right] \cos(2\pi ft + \phi - \varphi) - l \frac{\sin 2\eta}{\cos \theta} \sin(2\pi ft + \phi - \varphi) \right\}, \quad (1)$$

где:  $f$  – частота приливной гармоники;  $F(\theta)$  – функция, зависящая от местоположения станции и пропорциональная амплитуде приливного потенциала данной гармоники;  $\theta$  и  $\varphi$  – широта и долгота деформационной станции;  $\phi$  – фаза, зависящая от гармоники и начала отсчета времени;  $h$  и  $l$  – числа Лява и Шида, соответственно.

Поскольку резонанс жидкого ядра Земли возбуждает приливы в твердой Земле, числа  $h$  и  $l$  зависят от частоты  $f$  [Wahr, Sasao, 1981]:

$$h = h_0 + h_1 \frac{f - f_0}{f_{FCR} - f}, \quad l = l_0 + l_1 \frac{f - f_0}{f_{FCR} - f}, \quad (2)$$

где:  $f_0$  – частота волны O1 и  $f_{FCR}$  – частота FCR. Параметры  $h_1$  и  $l_1$  определяют величину эффекта. Наибольшую роль играют «номинальные» значения чисел Лява  $h_0 = 0.6078$  и Шида  $l_0 = 0.0847$ , соответствующие модели PREM [Dziewonski, Anderson, 1981]. Параметры  $h_1$  и  $l_1$  имеют порядок  $10^{-4}$  и относятся к небольшим дополнительным смещениям, вызванным эллиптичностью Земли и силами Кориолиса [McCarthy, Petit, 2004]. Если считать, что диссипация приливной энергии происходит за счет неупругих свойств Земли, то числа  $h_0$ ,  $h_1$ ,  $l_0$ , и  $l_1$  являются комплексными. Частота  $f_{FCR}$  будет также комплексной величиной и, следовательно, в (2) должна быть заменена выражением

$$f_{FCR} \Rightarrow f_1 \left( 1 + j \frac{1}{2Q} \right), \quad (3)$$

где:  $f_1 = \text{Re}(f_{FCR})$ ;  $Q$  – добротность моды резонанса жидкого ядра;  $j$  – мнимая единица.

Мы можем переписать уравнение (1) в виде:

$$\varepsilon(\eta) = \left\{ C(f) \cos(2\pi ft + \phi - \varphi) + D(f) \sin(2\pi ft + \phi - \varphi) F(\theta) \right\}, \quad (4)$$

$$\text{где: } C(f) = a_0 + f_2 \left\{ a_1(f_1 - f) + b_1 \frac{f_1}{2Q} \right\}; \quad (5)$$

$$D(f) = b_0 + f_2 \left\{ b_1(f_1 - f) - a_1 \frac{f_1}{2Q} \right\}; \quad (6)$$

$$f_2 = (f - f_0) / \left\{ (f_1 - f)^2 + (f_1 / 2Q)^2 \right\}. \quad (7)$$

Коэффициенты  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$ ,  $b_1$  могут быть представлены в виде:

$$a_0 \equiv \text{Re} \left\{ h_0 - 2l_0(1 + \cos^2 \eta) \right\} + \text{Im} \left\{ l_0 \sin 2\eta / \cos \theta \right\}; \quad (8)$$

$$a_1 \equiv \operatorname{Re} \left\{ h_1 - 2l_1 (1 + \cos^2 \eta) \right\} + \operatorname{Im} \left\{ l_1 \sin 2\eta / \cos \theta \right\}; \quad (9)$$

$$b_0 \equiv \operatorname{Im} \left\{ h_0 - 2l_0 (1 + \cos^2 \eta) \right\} - \operatorname{Re} \left\{ l_0 \sin 2\eta / \cos \theta \right\}; \quad (10)$$

$$b_1 \equiv \operatorname{Im} \left\{ h_1 - 2l_1 (1 + \cos^2 \eta) \right\} - \operatorname{Re} \left\{ l_1 \sin 2\eta / \cos \theta \right\}. \quad (11)$$

### ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РЕЗОНАНСА ЖИДКОГО ЯДРА ЗЕМЛИ

Для оценки параметров FCR были использованы 8 суточных приливных волн ( $Q1$ ,  $O1$ ,  $P1$ ,  $K1$ ,  $\Psi1$ ,  $\Phi1$ ,  $J1$ ,  $OO1$ ). Совместный анализ данных, полученных на Баксанском лазерном интерферометре-деформографе и двух интерферометрах-деформографах Гран Сассо (ВА и ВС), выполнялся методом сравнения измеренных значений приливных параметров с их теоретическими значениями.

Следует отметить, что ошибки экспериментального определения приливных параметров существенно разнятся для разных приливных волн (могут отличаться на 1–2 порядка). Предварительная подготовка данных (в первую очередь, учет влияния температуры) также по-разному учитывается в разных приливных волнах. Все это приводит к нелинейному распределению ошибок. В работе [Amoruso et al., 2012], был детально исследован вопрос разрешающей способности приливных параметров, полученных по деформационным и гравитационным данным, для оценки эффекта FCR. Было показано, что распределение ошибок приливных параметров соответствуют двустороннему экспоненциальному распределению (распределению Лапласа), и решение задачи по методу наименьших модулей ( $\mathcal{L}^1$ ) дает существенно лучший результат, чем по методу наименьших квадратов ( $\mathcal{L}^2$ ).

Поэтому в данной работе оценка параметров FCR проводилась по минимизации функции  $\mathcal{L}^1$ .

$$\mathcal{L}^1 = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^{16} \left| \frac{x_n^{(m)} - z_n^{(m)}(a)}{\sigma_n^{(m)}} \right|, \quad (12)$$

где: индекс  $m = 1, 2, 3$  соответствует трем интерферометрам, по данным которых ищется совместное решение;  $x_n^{(m)} (n = 1 \dots 16)$  – амплитуды синусоидальных и косинусоидальных членов в каждом наборе восьми основных суточных

приливных волн;  $z_n^{(m)}(a)$  – модельные (теоретические) значения  $x_n^{(m)}$ , заданные набором модельных параметров  $\mathbf{a}$ , часть которых подлежит определению в результате минимизации  $\mathcal{L}^1$ ;  $\sigma_n^{(m)}$  – ошибки определения  $x_n^{(m)}$ .

В качестве измеренных значений  $x_n^{(m)}$  были использованы амплитуды синусоидальных и косинусоидальных членов наблюдаемых приливных волн, полученные как выходные параметры приливной программы VAV03 [Venedikov et al., 2003]. Программа VAV03, как и приливная программа ETERNA [Wenzel, 1996], используется для анализа любого рода приливных данных. Основной алгоритм программы заключается в преобразовании данных из временной области в частотно-временную. После преобразования параметры приливов оцениваются методом наименьших квадратов. В результате для каждой приливной волны определяются амплитудный фактор  $\delta_\omega = \frac{H_\omega}{h_\omega}$  и фазовая задержка

$\alpha_\omega = \Phi_\omega - \varphi_\omega$ , где  $H_\omega$  и  $\Phi_\omega$  – известные теоретические значения амплитуд и фаз, а  $h_\omega$  и  $\varphi_\omega$  – наблюдаемые амплитуды и фазы. Теоретический прилив представляет композицию бесконечно-го числа гармонических колебаний. В программах VAV03 и ETERNA используется разложение приливного потенциала, содержащее 1200 приливных гармоник [Tamura, 1987].

С помощью VAV03 были обработаны предварительно обеленные деформационные данные каждого интерферометра. Океаническая нагрузка, вычисленная по океанической модели TPX07-atlas2011, была удалена из полученных значений амплитуд и фаз приливных волн  $Q1$ ,  $O1$ ,  $P1$  и  $K1$ , вычисленных с использованием модели Земли CONTAR [Милуков и др., 2018]. Однако поправки для волн  $\Psi1$ ,  $\Phi1$ ,  $J1$  и  $OO1$  не включены в океанические модели, поэтому поправки для этих волн были вычислены следующим образом. Так как частоты  $\Psi1$  и  $\Phi1$ , близки к частоте волны  $K1$  и близки к частоте FCR, для их оценки была применена линейная экстраполяция между волнами  $P1$  и  $K1$ . Волны  $J1$  и  $OO1$  далеки от частоты резонанса, поэтому мы использовали поворот фаз этих приливных волн, аналогично тем, которые были получены для  $Q1$ ,  $O1$ ,  $P1$  и  $K1$ . В целом повороты фаз для этих волн близки друг к другу ( $1^\circ$  против часовой стрелки,  $4^\circ$  против часовой стрелки, и  $2^\circ$  по часовой стрелке, для Баксана, ВА и ВС, соответственно).

В цитируемой работе были получены оценки возмущений деформаций, обусловленных локальными эффектами (локальная топография, эффекты полости и т. д.). Локальные эффекты деформации могут быть описаны для каждого интерферометра с помощью трех коэффициентов кросс-каплинга  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , и деформация может быть представлена в виде (уравнение (3) в работе [Милюков и др., 2018]):

$$\varepsilon = \alpha\varepsilon(\eta) + \beta\varepsilon(\eta) - \frac{1}{2}\gamma[\varepsilon(\eta - 45^\circ) - \varepsilon(\eta - 135^\circ)], \quad (13)$$

где:  $\eta$  – азимут интерферометра, равный  $-29.38^\circ$ ,  $-24^\circ$  и  $66^\circ$  для Баксана, ВА и ВС, соответственно. В цитируемой работе также получены значения коэффициентов кросс-каплинга для каждого интерферометра.

Подставляя уравнения (1)–(11) в (13), в конечном итоге для каждого интерферометра получим следующие значения коэффициентов

$$a_0 = \text{Re}\{(\alpha + \beta)(h_0 - 3l_0) - l_0[(\alpha - \beta)\cos(2\eta) + \gamma\sin(2\eta)]\} + \text{Im}\{l_0[(\alpha - \beta)\sin(2\eta) - \gamma\cos(2\eta)]/\cos\theta\}; \quad (14)$$

$$a_1 = \text{Re}\{(\alpha + \beta)(h_1 - 3l_1) - l_1[(\alpha - \beta)\cos(2\eta) + \gamma\sin(2\eta)]\} + \text{Im}\{l_1[(\alpha - \beta)\sin(2\eta) - \gamma\cos(2\eta)]/\cos\theta\}; \quad (15)$$

$$b_0 = \text{Im}\{(\alpha + \beta)(h_0 - 3l_0) - l_0[(\alpha - \beta)\cos(2\eta) + \gamma\sin(2\eta)]\} - \text{Re}\{l_0[(\alpha - \beta)\sin(2\eta) - \gamma\cos(2\eta)]/\cos\theta\}; \quad (16)$$

$$b_1 = \text{Im}\{(\alpha + \beta)(h_1 - 3l_1) - l_1[(\alpha - \beta)\cos(2\eta) + \gamma\sin(2\eta)]\} - \text{Re}\{l_1[(\alpha - \beta)\sin(2\eta) - \gamma\cos(2\eta)]/\cos\theta\}. \quad (17)$$

Теоретические (модельные) значения приливных параметров были вычислены по формулам (4)–(7) и (14)–(17).

Мы рассматриваем  $1/T_{\text{FCN}}$  и  $\log Q$  в качестве неизвестных параметров, которые должны быть определены методом наименьших модулей (12). Что касается комплексных чисел Лява и Шида, то  $\text{Re}(h_0 - 3l_0)$ ,  $\text{Re}(h_1 - 3l_1)$ ,  $\text{Re}(l_0)$  также определяются из минимизации  $\mathcal{L}^1$ . Но  $\text{Re}(l_1)$ ,  $\text{Im}(h_1 - 3l_1)$ ,  $\text{Im}(h_0 - 3l_0)$ ,  $\text{Im}(l_0)$  и  $\text{Im}(l_1)$  могут считаться как неизвестными, так и принимать фиксированные значения согласно IERS Conventions 2003 [McCarthy, Petit, 2004].

Минимизации функция  $\mathcal{L}^1$  осуществлялась с использованием программы Adaptive Simulated Annealing (ASA) [Ingber, 1993]. Мы также оценили предельную вероятность полученных решений с помощью алгоритмов NA и NAB. Алгоритм NA (Neighbourhood Algorithm) [Sambridge, 1999 a] генерирует ансамбли моделей, которые наилучшим образом соответствуют областям искомым параметров; алгоритм NAB (NA-Bayes) [Sambridge, 1999 b] использует весь спектр моделей, построенных алгоритмом NA, и получает из них информацию, в форме байесовских оценок решения, ковариации и функции плотности вероятности (ФПВ).

**Таблица 1.** Оценки амплитуд (нанострейн) и фаз (градусы) и их среднеквадратические ошибки наблюдаемых приливных деформаций для станций Баксан и Гран Сассо (ВА и ВС), полученные по предварительно обеленным деформационным записям с помощью программы VAV03. Баксанские данные скорректированы на влияние температуры штольни

Приливные гармоники	БАКСАН		ВА		ВС	
	амплитуда	фаза	амплитуда	фаза	амплитуда	фаза
$Q1$	$1.075 \pm 0.055$	$-26.346 \pm 2.933$	$0.872 \pm 0.017$	$-18.658 \pm 1.125$	$0.863 \pm 0.017$	$10.257 \pm 1.110$
$O1$	$5.807 \pm 0.053$	$-23.260 \pm 0.530$	$4.692 \pm 0.016$	$-18.833 \pm 0.198$	$4.588 \pm 0.016$	$11.747 \pm 0.198$
$P1$	$2.416 \pm 0.067$	$-46.823 \pm 1.598$	$1.977 \pm 0.017$	$-18.400 \pm 0.484$	$1.954 \pm 0.016$	$10.987 \pm 0.476$
$S1$	$0.951 \pm 0.190$	$90.349 \pm 11.394$	$0.534 \pm 0.024$	$-3.902 \pm 3.620$	$0.324 \pm 0.024$	$-58.430 \pm 4.783$
$K1$	$5.795 \pm 0.057$	$-31.245 \pm 0.567$	$4.918 \pm 0.016$	$-22.298 \pm 0.183$	$5.252 \pm 0.015$	$14.558 \pm 0.166$
$\Psi1$	$0.153 \pm 0.055$	$103.542 \pm 20.577$	$0.136 \pm 0.016$	$0.155 \pm 6.811$	$0.144 \pm 0.016$	$18.301 \pm 6.248$
$\Phi1$	$0.172 \pm 0.058$	$-49.873 \pm 19.329$	$0.129 \pm 0.017$	$-41.156 \pm 7.346$	$0.112 \pm 0.016$	$-2.205 \pm 8.328$
$J1$	$0.405 \pm 0.048$	$-35.291 \pm 6.716$	$0.340 \pm 0.015$	$-18.322 \pm 2.426$	$0.372 \pm 0.014$	$10.124 \pm 2.164$
$OO1$	$0.250 \pm 0.033$	$-23.552 \pm 7.510$	$0.222 \pm 0.011$	$-15.555 \pm 2.974$	$0.210 \pm 0.011$	$5.842 \pm 3.041$

## РЕЗУЛЬТАТЫ

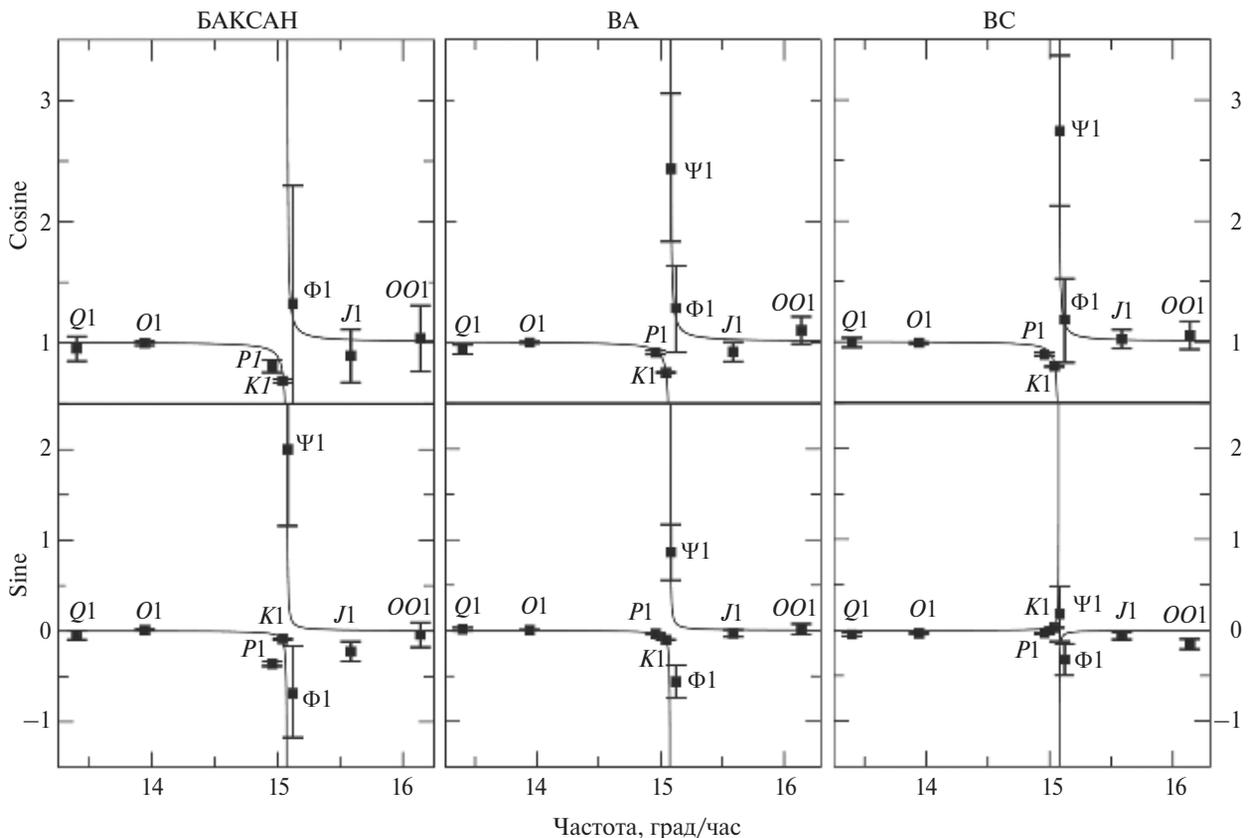
Оценка приливных параметров по предварительно обеленным деформационным записям лазерного интерферометра на станции Баксан и двух лазерных интерферометров на станции Гран Сассо была сделана с помощью программы VAV03. Баксанские данные были скорректированы на влияние температуры штольни, где установлен прибор. В полученные значения приливных параметров бы введены поправки за океаническую нагрузку. Результаты представлены в табл. 1.

На рис. 1 приведено сравнение измеренных приливных параметров для трех интерферометров в суточном диапазоне, исправленных на океаническую нагрузку, с расчетными кривыми. Значения амплитуд нормированы на соответствующие значения приливов модели Земли SNRE. Приливные параметры представлены в виде косинусоидальной (верхняя панель) и синусоидальной (нижняя панель) гармоник. В последнем случае расхождения между значениями

$\Phi 1$  и расчетной кривой превышает ошибку определения амплитуды  $\Phi 1$  по VAV03 для всех трех интерферометров. Для Баксана это расхождение превышает ошибку также для волны  $L1$ .

Приливные параметры волны  $P1$  для Баксана сильно искажены влиянием температуры, а значения параметров волны  $\Psi 1$  находятся ниже уровня шума, поэтому в оценке параметров FCR они не использовались.

Оценка параметров резонанса жидкого ядра проводилась минимизацией функции  $\chi^2$ , в которой в качестве измеренных величин  $x_n^{(m)}$  были использованы амплитуды синусоидальных и косинусоидальных членов приливных волн, вычисленные по значениям амплитуд и фаз этих волн, определенных VAV03 (табл. 1). Оценки параметров FCR были получены в двух вариантах. В первом случае параметры  $1/T_{\text{FNC}}$  и  $\log Q$ , а также все параметры с комплексными числами Лява и Шида, считались неизвестными. Во втором случае неизвестными считались только пять параметров:  $1/T_{\text{FNC}}$ ,  $\log Q$ ,  $\text{Re}(h_0-3l_0)$ ,  $\text{Re}(h_1-3l_1)$

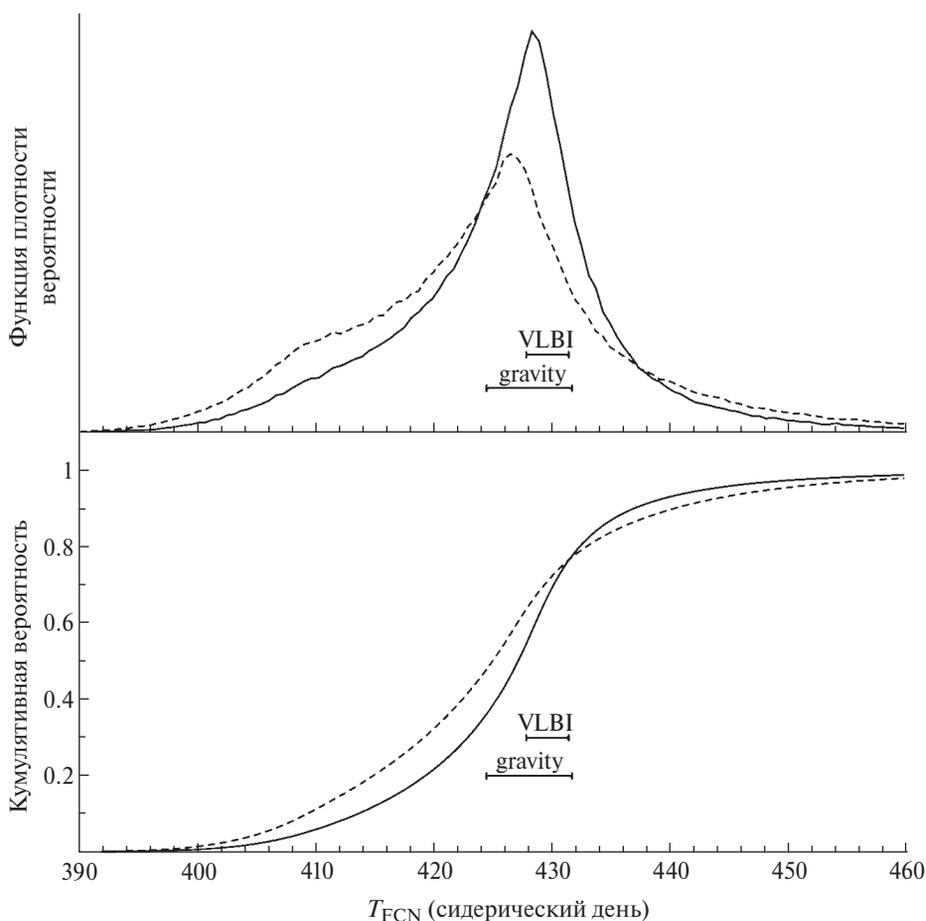


**Рис. 1.** Амплитуды приливных волн, нормированные на соответствующие значения приливов модели Земли SNRE для Баксана, BA и BC, полученные из анализа предварительно обеленных записей деформаций программой VAV03 (квадраты), и расчетные модельные значения амплитуд (сплошные кривые). Измеренные амплитуды приведены относительно модельных значений синфазно ("cosine", верхняя панель) и сдвинутые на  $90^\circ$  ("sine", нижняя панель). Вертикальные линии – удвоенные СКО амплитуд по VAV03.

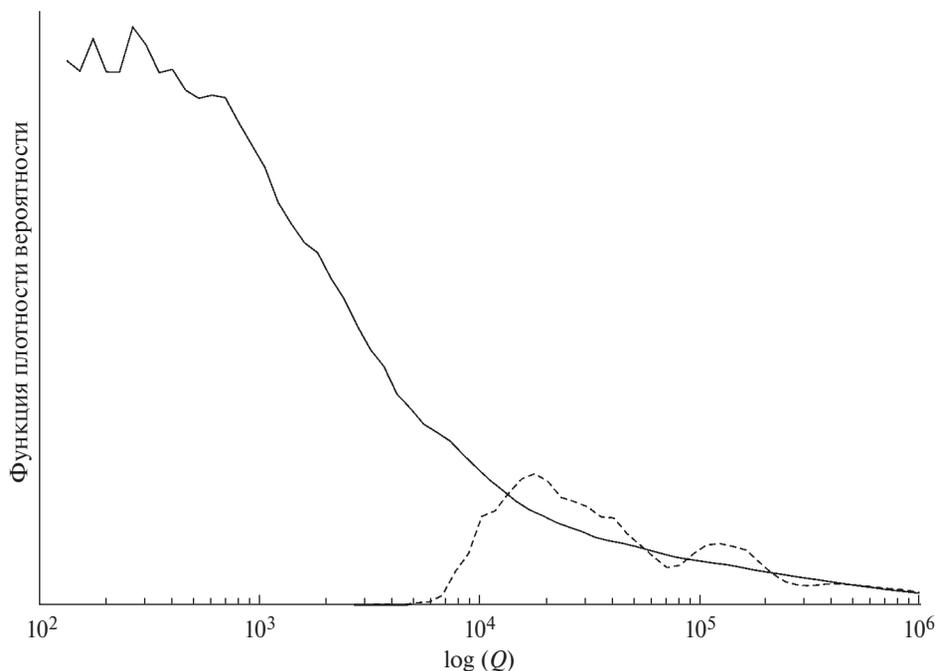
и  $\text{Re}(l_0)$ , остальные пять параметров комплексных чисел Лява и Шида были фиксированы согласно IERS Conventions 2003. Для каждого варианта с помощью программы ASA определялись наиболее вероятные параметры FCR. На рис. 2 (верхняя панель) представлено распределение функции плотности вероятности для периода свободной нутации ядра  $T_{\text{FCN}}$ . В первом варианте решения (все параметры считаются неизвестными) распределение ФПВ имеет максимум для значения 428.5 сидерических дней; во втором варианте (5 параметров неизвестны) распределение ФПВ достигает максимума в области 426.5 сидерических дней. В первом случае наш результат хорошо согласуется с оценками, полученными из анализа данных РСДБ, во втором с оценками по гравиметрическим данным [Rosat, Lambert, 2009].

Кумулятивные распределения (рис. 2, нижняя панель) показывают, что на уровне достоверности 90 % значение  $T_{\text{FCN}}$  не превосходит 436.8 сидерических дней в случае, когда все параметры считались неизвестными, и не превосходит 440.2 сидерических дней при фиксированных параметрах  $\text{Re}(l_1)$ ,  $\text{Im}(h_1-3l_1)$ ,  $\text{Im}(h_0-3l_0)$ ,  $\text{Im}(l_0)$  и  $\text{Im}(l_1)$ .

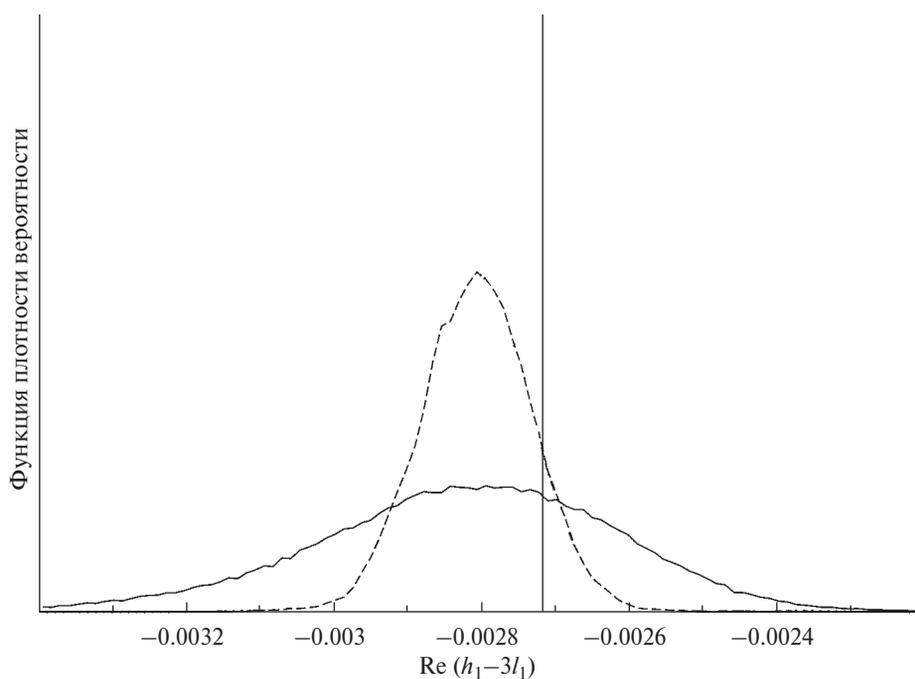
Оценка добротности  $Q$  определяется хуже. Значения  $Q$ , полученные в результате решения с помощью программы ASA, как правило, большие ( $> 10^6$ ). Функция плотности вероятности  $Q$ , построенная с использованием NAB, имеет максимум около 18000 для решения, в котором пять параметров фиксированы:  $\text{Re}(l_1)$ ,  $\text{Im}(h_1-3l_1)$ ,  $\text{Im}(h_0-3l_0)$ ,  $\text{Im}(l_0)$  и  $\text{Im}(l_1)$ , (рис. 3, пунктирная кривая). Из рис. 3 видно, что  $Q$ , вероятно, лежит между  $10^4$  и  $2 \cdot 10^5$ .



**Рис. 2.** Распределение функции плотности вероятности (верхняя панель) и кумулятивная вероятность (нижняя панель) для  $T_{\text{FCN}}$ . Сплошные линии – все параметры в решении считались неизвестными; пунктирные линии – пять параметров в решении были фиксированы. Функции плотности вероятности имеют максимумы соответственно для 428 и 426 сидерических дней. Горизонтальные отрезки – результаты, полученные по гравиметрическим и РСДБ данным [Rosat, Lambert, 2009].



**Рис. 3.** Распределение функции плотности вероятности добротности  $Q$ , полученной для двух вариантов решения с использованием NAB: все параметры неизвестны (сплошная линия); пять параметров фиксированы (пунктирная линия).



**Рис. 4.** Распределение функции плотности вероятности параметра  $\text{Re}(h_1 - 3l_1)$ , определяющего величину эффекта FCR, полученной с использованием NAB. Сплошная линия – все параметры неизвестны; пунктирная линия – пять параметров фиксированы. Вертикальная линия – значение  $\text{Re}(h_1 - 3l_1)$  из IERS Conventions 2003 [McCarthy, Petit, 2004].

Согласно выражениям (2), параметры  $h_1$  и  $l_1$  определяют величину эффекта FCR. Поэтому величина резонанса определяется главным образом параметром  $\text{Re}(h_1 - 3l_1)$ , который считается неизвестным во всех решениях (этот параметр

входит в выражение для коэффициента  $a_1$  (14) и, соответственно, в выражение для коэффициента  $C$  (5)). На рис. 4 показаны распределения функции плотности вероятности для параметра  $\text{Re}(h_1 - 3l_1)$ , полученных в результате решения

уравнения (12) с использованием реальных данных. Эти оценки ФПВ совместимы друг с другом и согласуются со значением из работы [McCarthy, Petit, 2004] (вертикальная линия).

### ВЫВОДЫ

Исследован эффект влияния резонанса жидкого ядра Земли на приливные деформации на основе долговременных деформационных данных, полученных на лазерных интерферометрах на станциях Баксан (Россия) и Гран Сассо (Италия), и сделана оценка периода  $T_{\text{FCN}}$  и добротности  $Q$  свободной нутации ядра, а также параметра  $\text{Re}(h_1 - 3l_1)$ , определяющего величину эффекта FCR. Небольшой вклад океанической нагрузки и надежная оценка локальных искажений как на станции Баксан, так и на станции Гран Сассо делают возможным выявить и оценить указанные эффекты. Для совместного анализа данных были использованы шестилетняя запись деформаций на Баксанском лазерном интерферометре-деформографе и восьмилетняя запись деформаций на двух лазерных интерферометрах-деформографах в Гран Сассо. Приливный анализ был выполнен программным пакетом VAV03. Наблюдаемые амплитуды приливных деформаций хорошо согласуются с теоретическими (расчетными) амплитудами для большинства гармоник в суточном и полусуточном диапазонах без учета эффекта FCR. Однако расхождения между измеренными и расчетными значениями амплитуд становятся значительными в частотной области  $f \approx 1/\text{сидерический день}$ , особенно, для амплитуд волн  $K_1$  и  $\Psi_1$ . Это расхождение, в основном, обусловлено влиянием эффекта FCR.

Оценка параметров свободной нутации ядра получена минимизацией совместной для всех интерферометров функции  $\chi^2$  модулей разности измеренных (скорректированных с учетом океанической нагрузки) и расчетных (скорректированных с учетом локальных искажений деформаций) значений параметров восьми суточных приливных волн  $Q_1, O_1, P_1, K_1, \Psi_1, \Phi_1, J_1$  и  $OO_1$ . Минимизация функции  $\chi^2$  проводилась в двух вариантах. В первом варианте неизвестными считались десять параметров:  $T_{\text{FCN}}$  и  $Q^{-1}$ , а также восемь параметров, определяемых различной комбинацией комплексных чисел Лява и Шида. Во втором варианте неизвестными считались только пять параметров, пять параметров комп-

лексных чисел Лява и Шида были фиксированы согласно IERS Conventions 2003.

В первом варианте получена оценка периода свободной нутации  $T_{\text{FCN}} = (428.5 \pm 8.3)$  сидерических дней на уровне достоверности 90 %, во втором варианте  $T_{\text{FCN}} = (426.5 \pm 13.7)$  сидерических дней на том же уровне достоверности. В первом случае наш результат хорошо согласуется с оценками, полученными из анализа данных РСДБ:  $T_{\text{FCN}} = (429.6 \pm 0.6)$  сидерических дней; во втором с оценками по гравиметрическим данным:  $T_{\text{FCN}} = (426.9 \pm 1.2)$  сидерических дней [Rosat, Lambert, 2009]. Наш результат также подтверждает два предыдущих результата, полученных по деформационным данным (табл. 2).

**Таблица 2.** Оценки периода свободной нутации ядра Земли по деформационным данным

	$T_{\text{FCN}}$ (сидерические сутки)	Публикация
1	$427.5 \pm 11.1$	[Mukai et al., 2004]
2	$429 \pm 10$	[Amoruso et al., 2012]
3	$428.5 \pm 8.3$	Настоящая работа

Добротность  $Q$  определяется значительно хуже в силу большой ошибки в оценке фазы волны  $\Psi_1$ . Тем не менее, оценка добротности в решении, в котором определялись только пять параметров, дает значение  $Q \approx 18\,000$ , что также согласуется с результатами работы [Rosat, Lambert, 2009]  $Q \approx 16\,700$ .

Получена также независимая оценка параметра  $\text{Re}(h_1 - 3l_1)$ , который является доминирующим в выражении, определяющим величину резонанса. Наш результат находится в согласии с результатами работы [McCarthy, Petit, 2004].

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 16-05-00122, № 19-05-00341.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Милюков В.К., Клячко Б.С., Мясников А.В., Стриганов П.С., Янин А.Ф., Власов А.Н. Лазерный интерферометр-деформограф для мониторинга движений земной коры // Приборы и техника эксперимента. 2005. № 6. С. 87–103.

- Миллюков В.К., Конаев А.В., Лагуткина А.В., Миронов А.П., Мясников А.В. Наблюдения приливных деформаций земной коры в Приэльбрусье // *Физика Земли*. 2007. № 11. С. 21–29.
- Миллюков В.К., Аморусо А., Кресчентини Л., Миронов А.П., Мясников А.В., Лагуткина А.В. Океаническая нагрузка и локальные возмущения на деформационных станциях Баксан (Россия) и Гран-Сассо (Италия) // *Физика Земли*. 2018. № 2. С. 151–163.
- Amoruso A., Crescentini L. Inversion of levelling data: how important is error treatment? // *Geophys. J. Int.* 2007. V. 171. P. 1352–1362.
- Amoruso A., Crescentini L. The geodetic laser interferometers at Gran Sasso, Italy: recent modifications and correction for local effects // *J. Geodyn.* 2009. V. 48. P. 120–125. doi:10.1016/j.jog.2009.09.025
- Amoruso A., Botta V., Crescentini L. Free Core Resonance parameters from strain data: sensitivity analysis and results from the Gran Sasso (Italy) extensometers // *Geophys. J. Int.* 2012. V. 189. P. 923–936.
- Defraigne P., Dehant V., Hinderer J. Stacking gravity tide measurements and nutation observations in order to determine the complex eigenfrequency of the nearly diurnal free wobble // *J. Geophys. Res.* 1994. V. 99 (B5). P. 9203–9213.
- Ducarme B., Rosat S., Vandercoilden L., Xu J.Q., Sun H.P. European tidal gravity observations: comparison with Earth Tides models and estimation of the Free Core Nutation (FCN) parameters. *Observing Our Changing Earth*. International Association of Geodesy Symposia/Ed. Sideris M.G. Springer-Verlag. Berlin. 2009. V. 133. P. 523–532. doi:10.1007/978-3-540-85426-5
- Dziewonski A.M., Anderson D.L. Preliminary reference Earth model // *Phys. Earth Plan. Int.* 1981. V. 25. P. 297–356.
- Ingber L. Simulated Annealing: Practice Versus Theory // *J. of Mathematical and Computer Modeling*. 1993. V. 18. P. 29–57.
- Koot L., Dumberry M., Rivoldini A., de Viron O., Dehant V. Constraints on the coupling at the core-mantle and inner core boundaries inferred from nutation observations // *Geophys. J. Int.* 2010. V. 182. P. 1279–1294. doi:10.1111/j.1365-246X.2010.04711.x
- Lambert S.B., Dehant V. The Earth's core parameters as seen by the VLBI // *Astron. Astrophys.* 2007. V. 469. P. 777–781.
- McCarthy D.D., Petit G. IERS Conventions (2003). IERS Technical Note 32. Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie. Frankfurt am Main. 2004. 127 p.
- Mukai A., Takemoto S., Yamamoto T. Fluid core resonance revealed from a laser extensometer at the Rokko-Takao station, Kobe // *Japan. Geophys. J. Int.* 2004. V. 156. P. 22–28.
- Neuberg J., Hinderer J., Zürn W. Stacking gravity tide observations in Central Europe for the retrieval of the complex eigenfrequency of the nearly diurnal free wobble // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1987. V. 91. P. 853–868.
- Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical recipes in C: The art of scientific computing. 2-nd Ed. Cambridge University Press. Cambridge. 1992.
- Rosat S., Lambert S.B. Free core nutation resonance parameters from VLBI and super-conducting gravimeter data // *Astron. Astrophys.* 2009. V. 503. P. 287–291.
- Tamura Y. A harmonic development of the tide-generating potential // *Bulletin d'Information Marees Terrestres, Bruxelles*. 1987. № 99. P. 6813–6855.
- Sambridge M. Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm-I. Searching a parameter space // *Geophys. J. Int.* 1999 a. V. 138. P. 479–494.
- Sambridge M. Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm-II. Appraising the ensemble // *Geophys. J. Int.* 1999 b. V. 138. P. 727–746.
- Sato T., Tamura Y., Matsumoto K., Imanishi Y., Mac Queen H. Parameters of the fluid core resonance inferred from superconducting gravimeter data // *J. Geodyn.* 2004. V. 38. P. 375–389.
- Venedikov A.P., Arnosio J., Vieira R. VAV: a program for tidal data processing. // *Computers and Geosciences*. 2003. V. 29. P. 487–502.
- Wahr J.M., Sasao T. A diurnal resonance in the ocean tide and in the Earth's load response due to the resonant free 'core nutation' // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1981. V. 64. P. 747–765.
- Wenzel H.-G. The nanogal software: Earth tide data processing package Eterna 3.30 // *Bulletin d'Information Marees Terrestres, Bruxelles*. 1996. V. 124. P. 9425–9439.
- Wilhelm H., Zürn W., Wenzel H.G. (Eds.). *Tidal Phenomena. Lecture Notes in Earth Sciences*. V. 66. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg. 1997. 397 p.

## Estimation of Free Core Resonance Parameters Based on Long-Term Strain Observations in the Diurnal Frequency Band

V. K. Milyukov<sup>a,\*</sup>, A. Amoruso<sup>b</sup>, L. Crescentini<sup>b</sup>, A. P. Mironov<sup>a</sup>,  
A. V. Myasnikov<sup>a</sup>, and A. V. Lagutkina<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Sternberg Astronomical Institute, Moscow State University, Moscow, 119992 Russia*

<sup>b</sup>*University of Salerno, Fisciano, 84084 Italy*

\*E-mail: vmilyukov@yandex.ru

Received August 17, 2017

The free core nutation (FCN) is one of the Earth's rotational eigenmodes, which is caused by the retrograde motion of the liquid core relative to the mantle. The FCN period and  $Q$ -factor are determined by the elastic properties of the core/mantle boundary (CMB) and their electromagnetic interaction. In the celestial coordinate system, the FCN period is about 430 days; in the Earth-fixed reference frame this effect manifests itself in the form of the free core resonance (FCR) whose frequency falls in the diurnal tidal band. FCR observation requires highly accurate measurement of the amplitudes and phases of the near-diurnal tidal waves. In particular, the parameter estimates for minor waves  $K1$ ,  $P1$ ,  $\Psi1$ , and  $\Phi1$  are critically important for evaluating the FCR effect, i.e., the period and decay of this resonant mode. The progress in the experimental study of FCR is mainly due to the accumulation of the data from superconducting gravimeters and VLBI; at the same time, also the data of the precision laser strainmeters were used. In this work, the FCR effect is studied based on the long-term strain precision records by two European stations: Baksan, Russia (laser interferometer-strainmeter with a measuring armlength of 75 m [Milyukov et al., 2005; 2007] and Gran Sasso, Italy (two perpendicular laser interferometer-strainmeters, BA and BC, each with a measuring armlength of 90 m [Amoruso and Crescentini, 2009]).

*Keywords:* deformation, tidal parameters, free core resonance, free core nutation