

УДК: 534.2+534-18

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ СПЕКТРА АКУСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ ГАЗА ЧЕРЕЗ ОБРАЗЦЫ ГОРНЫХ ПОРОД НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ АНСАМБЛЯ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ПОРОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ

© 2019 г. Э. А. Иванова<sup>2\*</sup>, Д. Н. Михайлов<sup>1\*\*</sup>

<sup>1</sup>Московский научно-исследовательский центр Шлюмберже, г. Москва, Россия

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Россия

\*E-mail: [elvira.alekseevna3@gmail.com](mailto:elvira.alekseevna3@gmail.com),

\*\*E-mail: [DMikhailov2@slb.com](mailto:DMikhailov2@slb.com)

Поступила в редакцию 28.04.2017 г.

Принята в печать 28.05.2018 г.

Предложена новая модель, описывающая поровое пространство в виде ансамбля взаимосвязанных резонаторов Гельмгольца. С помощью этой модели удалось улучшить воспроизведение особенностей спектра экспериментально зарегистрированного шума при фильтрации газа через пористую среду. Представлены результаты расчета собственных частот на примере модели порового пространства известняка Indiana Limestone. В качестве основного механизма генерации акустического шума газовым потоком рассматриваются микровихри в порах. Приведены численные расчеты на COMSOL Multiphysics, показывающие, что микровихри начинают генерироваться при числах Рейнольдса в порах порядка 1–10.

*Ключевые слова:* акустический шум, течение флюида, пористая среда, математическая модель

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-333720193126-134>

### ВВЕДЕНИЕ

Анализ акустических шумов, генерируемых фильтрационным потоком в образцах горных пород, активно изучается последние десятилетия [Заславский, 2005; Заславский, 2012; Ипатов, 2004; Коротаев, 1991; Красновидов, 2005; Метелев, 2016; Николаев, 1992]. Интерес к данной теме обусловлен, в частности, развитием новых методов контроля разработки месторождений на основе регистрации акустических шумов в скважине [Ипатов, 2006; Ghalem, 2012]. В литературе предложены различные модели формирования спектра такого шума. Модели основаны на таких механизмах генерации шума, как формирование вихрей в поровом пространстве, осцилляция гранул породы, пульсация жидкости при течении по порам со случайно меняющейся формой сечения, мобилизация несвязной (остаточной) фазы. Тем не менее, вопрос о выборе физической модели и получении однозначного набора ее параметров остается открытым.

Многие экспериментальные данные свидетельствуют о том, что характерные особенности спектра фильтрационного потока слабо зависят

от скорости фильтрации и определяются только структурой породы. Данные эффекты объясняются или резонансом колебаний частиц породы или формированием стоячих волн в длинных поровых каналах. Например, согласно модели из работы [Овчинников, 2004], акустический шум генерируется колебаниями отдельных гранул скелета породы, а спектр шума соответствует набору частот колеблющихся гранул. В работе [Красновидов, 2005], поровое пространство представляется в виде пучка извилистых капилляров и предполагается, что спектр акустического шума определяется частотами их собственных колебаний. Однако типичные частоты акустического шума в диапазоне 5–20 кГц [Ипатов, 2004; Метелев, 2016; Николаев, 1992] могут быть воспроизведены только длинными поровыми каналами около 1.5–3 см.

С другой стороны, активно разрабатываются модели [Blunt, 2002; van Dijke, 2002], основанные на представлении порового пространства породы как совокупности тел пор, связанных между собой горлышками с некоторой идеализированной геометрией. Такое сочетание тела поры и горлышка соответствует резонатору

Гельмгольца [Rayleigh, 1896; Lamb, 1910], который при эквивалентной эффективной длине имеет резонансные частоты ниже, чем собственные частоты труб. Ранее модель пористой среды с одиночными внутренними резонаторами Гельмгольца рассматривалась автором [Boutin, 2013]. Однако все резонаторы в этой модели предполагались гидродинамически несвязанными, и исследовалось только влияние резонаторов на дисперсию акустических волн.

В данной работе предложена новая модель, основанная на рассмотрении порового пространства как ансамбля взаимосвязанных внутренних резонаторов Гельмгольца, с помощью которой удалось лучше воспроизвести особенности спектра экспериментально зарегистрированного шума при фильтрации газа через пористые среды.

Приведено сравнение спектра акустического шума, измеренного в лабораторном эксперименте по фильтрации азота через образец известняка Indiana Limestone, и результатов расчета спектра собственных частот порового пространства данного известняка.

### 1. МОДЕЛЬ ПОРОВОГО ПРОСТРАНСТВА КАК АНСАМБЛЬ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ВНУТРЕННИХ РЕЗОНАТОРОВ

Общепринятая теория резонатора Гельмгольца разработана [Rayleigh, 1896; Lamb, 1910] в предположениях, что вся кинетическая энергия сосредоточена в горлышке, а длина звуковой волны много больше длины резонатора. Последнее предположение позволяет считать, что сжатие флюида происходит равномерно во всем объеме тела поры, а флюид в горлышке резонатора несжимаем. Тогда кинетическая энергия флюида в горлышке резонатора равна [Rayleigh, 1896; Lamb, 1910]:

$$T = \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{K} (\dot{q})^2, \quad (1.1)$$

где:  $\dot{q}$  – объемный поток (расход) флюида через горлышко резонатора;  $K$  – проводимость горлышка, зависящая от его геометрии и шероховатости стенок;  $\rho_0$  – плотность флюида.

Приток флюида объема  $q$  в тело резонатора ведет к приращению  $\delta p$ -давления находящегося в нем флюида:

$$\delta p \approx \beta^{-1} \frac{q}{V_0} = C_s^2 \rho_0 \frac{q}{V_0}, \quad (1.2)$$

где:  $\beta$  – сжимаемость флюида;  $V_0$  – объем тела резонатора;  $C_s$  – скорость звука.

Потенциальная энергия резонатора приближенно определяется как [Rayleigh, 1896]:

$$U = \frac{1}{2} \delta p \delta V = \frac{1}{2} C_s^2 \rho_0 \frac{q^2}{V_0}. \quad (1.3)$$

Вязкое демпфирование введем в предположении, что в горлышке имеет место ламинарное течение несжимаемого ньютоновского флюида, используя условие прилипания флюида на стенке горлышка. Тогда сила вязкого трения в горлышке записывается в виде:

$$F^{vis} = -\frac{\chi \mu}{SK} \dot{q}, \quad (1.4)$$

где:  $\mu$  – вязкость флюида,  $\chi$  – коэффициент, зависящий от геометрии горлышка (для цилиндрического горлышка  $\chi = 8\pi$ );  $S$  – эффективная площадь его поперечного сечения.

Используя уравнение Лагранжа [Стрелков, 1964]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F^{vis}, \quad L = T - U, \quad (1.5)$$

получаем дифференциальное уравнение движения вида:

$$\ddot{q} + 2\dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad 2\gamma = \frac{\chi \mu}{\rho_0 S}, \quad \omega_0^2 = C_s^2 \frac{K}{V_0}. \quad (1.6)$$

Обратим внимание, что коэффициент затухания  $\gamma$  зависит не только от вязкости флюида, но и от его средней плотности, которая, в свою очередь, определяется средним давлением в резонаторе  $\rho_0 = \rho_0(p_0)$ .

Далее, по аналогии с «сеточной моделью» [Blunt, 2002; van Dijke, 2002], воспроизведем поровое пространство в виде системы взаимосвязанных резонаторов Гельмгольца. Пусть  $N$  – общее число горлышек. Для исследования собственных колебаний в системе резонаторов воспользуемся методом Лагранжа [Стрелков, 1964], в качестве обобщенных координат примем объемы флюидов  $q_i$ , прошедших через горлышки.

Предполагая скорость флюида в теле пор пренебрежимо малой, представим общую кинетическую энергию и обобщенную силу трения системы как суммы соответствующих значений в каждом горлышке:

$$T = \sum_{i=1}^N T_i, \quad F^{vis} = \sum_{i=1}^N F_i^{vis}. \quad (1.7)$$

Общая потенциальная энергия системы зависит от величины и направления смещений флюида во входящих и исходящих горлышках каждой поры и может быть вычислена по следующей форме:

$$U = \frac{1}{2} C_s^2 \rho_0 \sum_{i,j=1}^N \Lambda_{ij} q_i q_j, \quad (1.8)$$

где: коэффициенты  $\Lambda_{ij} = V_m^{-1}$ , если оба горлышка  $i$  и  $j$  связаны с телом поры  $m$ ;  $\Lambda_{ij} = 0$ , если  $i \neq j$  и горлышки  $i, j$  не связаны одним телом поры.

Подставляя (1.7) и (1.8) в уравнение Лагранжа получаем систему из  $N$  дифференциальных уравнений второго порядка, определяющих  $N$  переменных  $q_i$ :

$$\sum_{j=1}^N k_{ij} \ddot{q}_j + \gamma_{ij} \dot{q}_j + \alpha_{ij} q_j = 0, \quad i = \overline{1, N}. \quad (1.9)$$

Подстановка в (1.9) решения вида:

$$q_i = A_i e^{\lambda t}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (1.10)$$

дает систему из  $N$  линейных уравнений для амплитуд  $A_i$ :

$$\sum_{j=1}^N (k_{ij} \lambda^2 + \gamma_{ij} \lambda + \alpha_{ij}) A_j = 0, \quad i = \overline{1, N}. \quad (1.11)$$

Условие согласованности системы (1.11):

$$D(\lambda) = |k\lambda^2 + \gamma\lambda + \alpha| = 0, \quad (1.12)$$

определяет набор из  $2N$  величин  $\lambda_s$  («собственные моды»), которые, в общем случае имеют комплексную форму:

$$\lambda_s = -\delta_s \pm i\omega_s. \quad (1.13)$$

Амплитуды колебаний  $A_{si}$  в каждом горлышке, соответствующие  $s$ -й собственной моде, рассчитываются из (1.11) при подстановке  $\lambda = \lambda_s$ .

Декремент затухания  $s$ -й моды [Стрелков, 1964]:

$$\theta_s = 2\pi \frac{\delta_s}{\omega_s}. \quad (1.14)$$

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО ИЗМЕРЕННОГО АКУСТИЧЕСКОГО ШУМА

С целью исследования особенностей акустического фильтрационного шума, в лаборатории Московского научно-исследовательского центра Шлюмберже проведена серия экспериментов по фильтрации азота через цилиндрические образцы известняка Indiana Limestone (пористость 0.16, проницаемость  $\sim 100$  мД). Радиус образцов 3.1 см, а длина – 6.8 см.

Типичный спектр акустического шума, зарегистрированного при расходе азота 60 л/мин (стандартные условия) и среднем поровом давлении 18 атм, представлен на рис. 1.

Как следует из рис. 1, типичные частоты акустического шума находятся в диапазоне 10–17 кГц. Резкие пики на частотах до 10 кГц обусловлены резонансами и шумом экспериментальной установки. Особенности спектра до 10 кГц имеют место и при низком расходе, что отличается от спектра в диапазоне от 10 до 17 кГц, которого нет при низких расходах. Причем, согласно полученным экспериментальным данным, частотный диапазон акустического шума слабо зависит от расхода, что согласуется с литературными данными [Метелев, 2016; Николаев, 1992].

Расчет спектра акустического шума на основе модели ансамбля взаимосвязанных резонаторов Гельмгольца может быть выполнен при различной геометрии как тел, так и горлышек пор. Для упрощения, предположим, что все горлышки имеют цилиндрическую форму с длиной  $l_i$  и радиусом  $r_i$  и что все поры имеют сферическую форму с радиусом  $R_k$  (рис. 2). Тогда

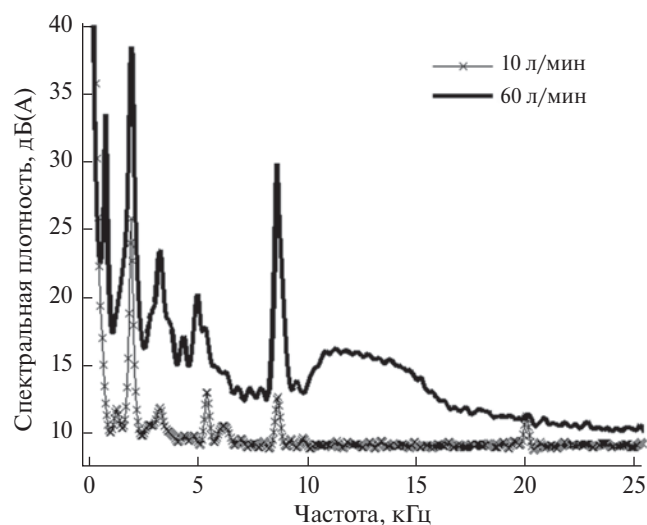


Рис. 1. Спектры акустического шума, зарегистрированного при фильтрации азота через образец известняка Indiana Limestone.

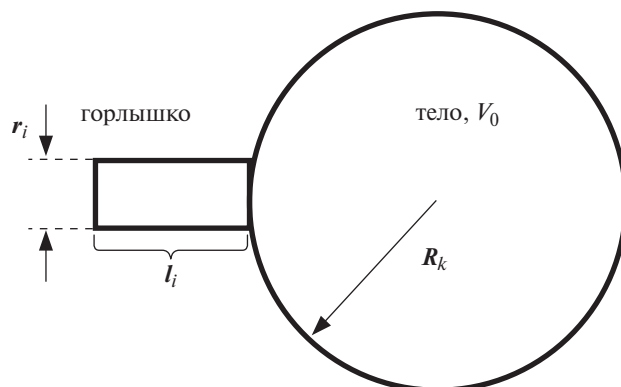


Рис. 2. Резонатор Гельмгольца.

гидравлическая проводимость цилиндрических горлышек  $K_i$  и объем пор  $V_i$ :

$$K_i = \frac{S_i}{l_i}, \quad S_i = \pi r_i^2, \quad V_i = \frac{4}{3} \pi R_i^3. \quad (2.1)$$

В общем случае на каждое тело приходится более одного горлышка.

Сгенерируем ансамбль взаимосвязанных пор с помощью метода Монте–Карло, используя макроскопические параметры и распределение пор по размерам известняка Indiana Limestone.

Распределение пор по размерам, полученным на основе обработки данных рентгеновской компьютерной микротомографии, аппроксимируется (рис. 3) нормальным распределением:

$$g(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left[ -\frac{(\zeta - \mu)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (2.2)$$

где:  $\zeta$  – размер пор;  $\mu = 231.8$  мкм;  $\sigma^2 = 4655$ .

Среднее число горлышек, приходящихся на одну пору, определяется координационным числом данной породы (2.6 для известняка Indiana Limestone, согласно [Freire-Gormaly, 2016]).

Для оценки среднего радиуса горлышка воспользуемся следующими допущениями. Предположим, что пористая среда состоит из цепочки двух чередующихся цилиндрических капилляров различных диаметров, но одинаковой длины. Нетрудно показать (см. Приложение), что гидравлическое сопротивление такой цепочки определяется в основном капиллярами малого радиуса (относительный вклад капилляров

обратно пропорционален отношению их радиусов в четвертой степени).

Полагая, что течение в капиллярах описывается формулой Пуазейля, объемный расход газа через  $M$  цепочек равен:

$$q = M \pi r^2 \frac{r^2 \Delta p}{8 \mu l_\Sigma}, \quad (2.3)$$

где  $r$  – радиус узких капилляров (горлышек),  $l_\Sigma$  – суммарная длина узких капилляров.

Сопоставив (2.3) с известной формулой закона Дарси:

$$q = A \frac{k \Delta p}{\mu L}, \quad (2.4)$$

найдем

$$k = \varphi_t \frac{r^2}{8\theta}, \quad (2.5)$$

где  $L$  – длина образца,  $\theta = l_\Sigma/L$ ,  $A$  – площадь сечения фильтрационного потока,  $\varphi_t = S_\Sigma/A$  – пористость, обусловленная наличием горлышек:  $S_\Sigma = M \pi r^2$  – суммарная площадь поперечного сечения горлышек.

В отличие от классической формулы Козени–Кармана (см., например [Dullien, 1992]), формула (2.5) включает не полную пористость образца, а только ту ее часть, которая формируется горлышками. Для оценки радиуса горлышек положим, что, с учетом извилистости пор,  $l_\Sigma \approx L$ . При равной длине узких и широких капилляров отношение пористостей, формируемых этими группами капилляров, равно отношению их площадей, т. е. квадрату радиусов:

$$\frac{\varphi_t}{\varphi_b} = \frac{S_t}{S_b} = \frac{r^2}{R^2}. \quad (2.6)$$

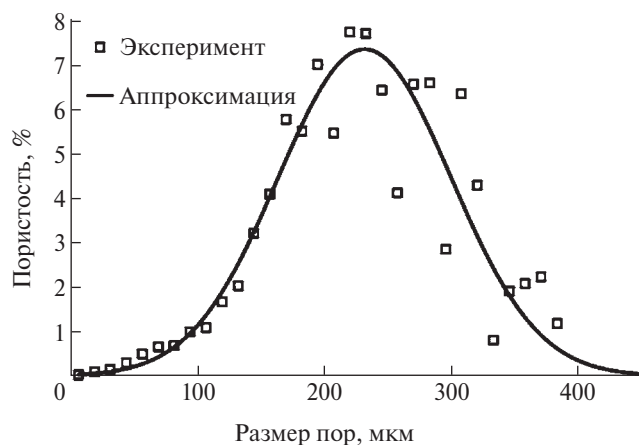
Комбинация (2.5) и (2.6) дает:

$$r = \sqrt[4]{\frac{8k}{\varphi_b} R^2}. \quad (2.7)$$

Из распределения пор по размерам следует, что средний размер пор  $\langle R \rangle = 231.8$  мкм; проницаемость 100 мД; пористость, формируемая широкими капиллярами, близка к общей пористости  $\varphi_b \approx \varphi_0 = 0.16$ . Тогда, согласно (2.7), средний радиус горлышек  $r = 22.7$  мкм, т. е. примерно 10% от среднего радиуса тел пор.

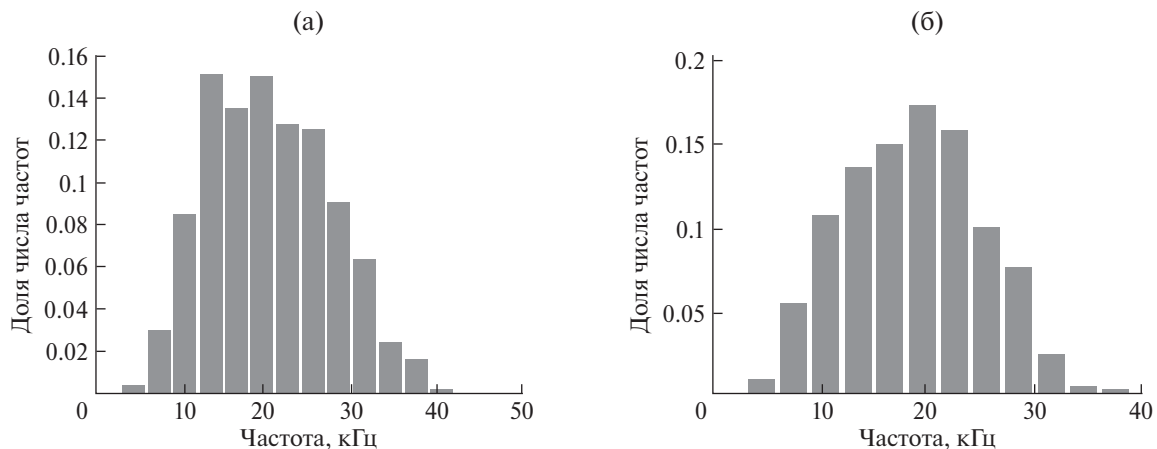
Далее при генерации ансамбля пор полагается, что радиус горлышка равен 10% от радиуса минимальной из двух соединяемых им пор.

Расчет собственных частот производится согласно (1.12) в предположении, что поры



**Рис. 3.** Распределение пор по размерам известняка Indiana Limestone, определенное на основе данных рентгеновской компьютерной микротомографии и аппроксимированное нормальным распределением (2.2).





**Рис. 4.** Распределение числа собственных колебаний по частотам (шаг 3 кГц), рассчитанное по нормальному распределению пор (2.2): (а) – среднее число горлышек, соединенных с одной порой, равно 2.6; (б) – среднее число горлышек, соединенных с одной порой, равно 2.1.

заполнены азотом, вязкость и плотность которого соответствует условиям лабораторного эксперимента (среднее поровое давление 18 атм, температура 25 °С):  $\mu = 18.15$  мкПа·с,  $\rho = 20.4$  кг/м<sup>3</sup>.

Для расчета сгенерировано два ансамбля взаимосвязанных пор, отличающихся только средним числом горлышек, соединенных с одной порой (2.1 и 2.6). Оба ансамбля состоят из 2580 пор. Результат расчетов представлен в виде гистограммы распределения числа собственных колебаний по частотам (рис. 4а, 4б). В обоих случаях учтены только собственные колебания с декрементом затухания  $\theta_s < 0.35$ , рассчитанным согласно (1.14).

Расчеты по обоим ансамблям показывают, что большинство собственных частот ансамбля пор лежит в диапазоне 10–25 кГц, что соответствует типичному частотному диапазону шумов фильтрационного потока.

Более точный результат может быть получен с использованием сеточных моделей («pore-scale networks») порового пространства, генерируемых на основе анализа трехмерного изображения исследуемой пористой среды (см., например, [Blunt, 2002; van Dijke, 2002]).

### 3. ВЯЗКО-ИНЕРЦИОННЫЙ ЭФФЕКТ КАК МЕХАНИЗМ ГЕНЕРАЦИИ АКУСТИЧЕСКОГО ШУМА

Следуя результатам акустико-гидродинамических исследований пористых сред [Коротаяев, 1991], рассмотрим микровихри, образующиеся в порах за счет инерционных эффектов, как основной

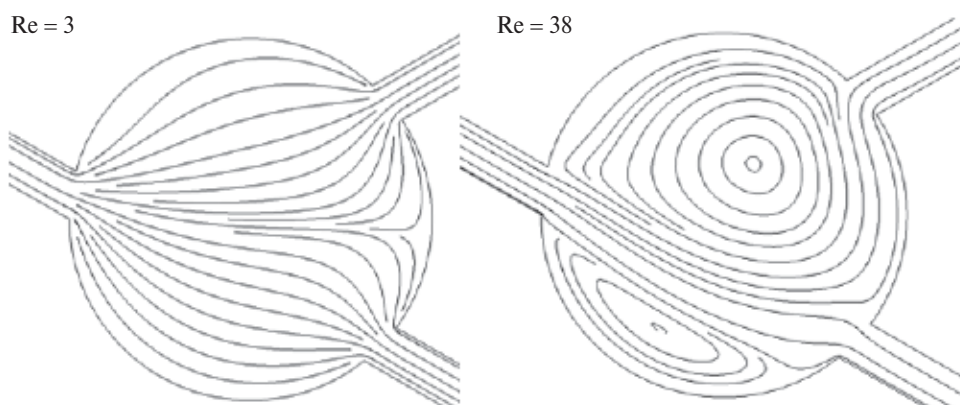
источник акустического шума при течении газа. Акустический шум, генерируемый микровихрями в порах, имеет широкий спектр частот, но усиливаются только частоты, соответствующие собственным частотам порового пространства. Однофазное вязко-инерционное течение в пористой среде описывается уравнением Форхгеймера [Басниев, 1993; Dullien, 1992]:

$$-\nabla p = \frac{\mu}{k} w + \beta \rho w^2, \quad (3.1)$$

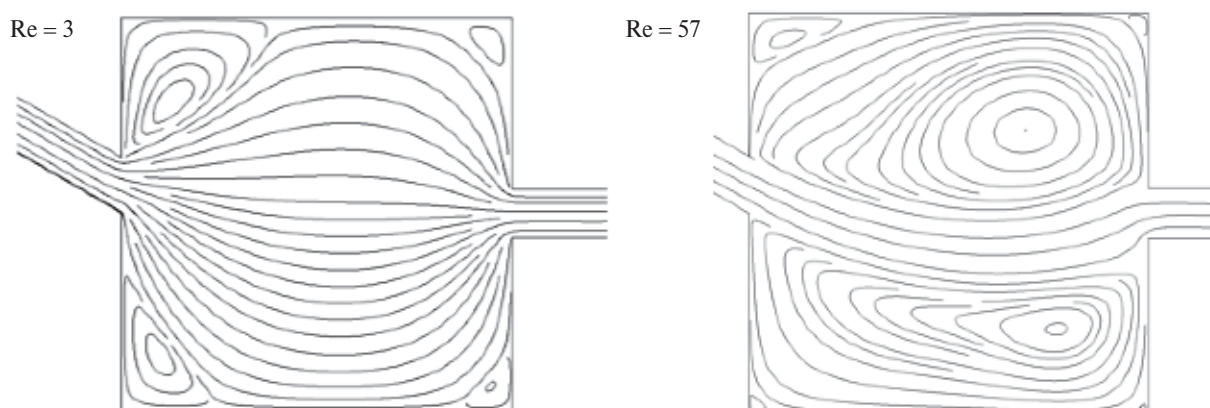
где:  $\nabla p$  – градиент давления;  $w$  – скорость фильтрации;  $\mu$  – вязкость флюида;  $\rho$  – плотность флюида;  $k$  – проницаемость породы;  $\beta$  – коэффициент Форхгеймера; гравитационные эффекты в уравнении (3.1) не учитываются.

В правой части (3.1) первый член соответствует режиму фильтрации Дарси, второй член определяет микроскопические инерционные эффекты. Возникновение дополнительного перепада давления в (3.1) объясняется образованием микровихрей, что обосновано [Dullien, 1992] с помощью численного решения на модели трубы с переменным диаметром и продемонстрировано в ряде экспериментальных работ с течением в прозрачных пористых средах, например [Nakajo, 2009].

Нами проведен расчет (COMSOL multiphysics) течения азота в двух различных двумерных геометриях пор: круглой (рис. 5) и квадратной (рис. 6) (с целью анализа влияния прямого угла на формирование вихрей). В качестве граничных условий задан профиль скорости на левой



**Рис. 5.** Результаты численных расчетов (COMSOL Multiphysics) течения азота в двумерной круглой геометрии пор ( $R_b = 220$  мкм,  $r_{th} = 27$  мкм).



**Рис. 6.** Результаты численных расчетов (COMSOL Multiphysics) течения азота в двумерной квадратной геометрии пор ( $L_b = 440$  мкм,  $r_{th} = 27$  мкм).

границе левого горлышка и постоянное давление на правой границе правого горлышка. Число Рейнольдса вычислено исходя из диаметра левого горлышка, как характерного размера геометрии течения, и скорости потока в нем. Численные расчеты показывают, что микровихри формируются в порах при малых значениях Рейнольдса порядка  $\sim 1-10$ , что соответствует условиям течения в призабойной зоне газовой скважины. Критическое число Рейнольдса в значительной степени зависит от геометрии пор.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена новая модель, описывающая поровое пространство как ансамбль взаимосвязанных внутренних резонаторов. Ансамбль сгенерирован методом Монте–Карло на основе распределения пор по размерам и макроскопическим параметрам породы. В качестве модельного примера рассмотрен известняк Indiana Limestone. Приведены

расчеты собственных частот при различных координатных числах. Показано, что большая часть собственных частот находится в диапазоне от 10 до 30 кГц, что соответствует типичному частотному диапазону шумов фильтрационного потока.

С помощью COMSOL Multiphysics проведены численные расчеты течения газа через единичные поры. Расчеты показали, что при числах Рейнольдса  $\sim 1-10$  в порах начинают формироваться микровихри, которые могут являться источниками акустического шума. Также установлено, что критическое значение числа Рейнольдса в значительной степени зависит от геометрии пор.

Авторы выражают благодарность компании Шлюмберже за разрешение на публикацию данного материала, эксперту SMR В.В. Шако за ценные комментарии и обсуждения, старшему научному сотруднику Бурухину А.А и научным

сотрудникам А.В. Жарниковой и Н.И. Рыжикову за помощь при анализе экспериментальных данных, а также И.В. Якимчуку и Н.А. Аношиной за обработку рентгеновской компьютерной микротомографии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выведем выражение для гидравлического сопротивления при течении газа для системы из трех капилляров, представленной на рис. П1: один капилляр радиуса  $R$  и длины  $H$  соединен с двумя капиллярами («горлышками») меньшего радиуса  $r$  и длины  $h$ . Пусть на левом конце системы ( $x=0$ ) задано давление  $p_1$ , а на правом конце ( $x=2h+H$ ) – давление  $p_4$ .

Положим, что течение в капиллярах ламинарное и описывается формулой Пуазейля:

$$q^v(x) = -\frac{\pi \zeta^4(x)}{8\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (\text{П. 1})$$

где:  $\zeta$  – радиус капилляра;  $\mu$  – вязкость флюида (газ).

При стационарном течении в силу сохранения массы:

$$q^m = \rho(x)q^v(x) = \text{const}, \quad \forall x, \quad (\text{П. 2})$$

где: верхний индекс « $m$ » обозначает массовый расход, а верхний индекс « $v$ » обозначает объемный расход;  $\rho$  – плотность флюида

Предположим также, что газ идеальный, а процесс течения – изотермический. Тогда уравнение состояния имеет вид:

$$\rho(p) = \rho_{ref} \frac{p_{ref}}{p}, \quad (\text{П. 3})$$

где:  $\rho_{ref}$  – плотность газа при некотором опорном давлении  $p_{ref}$  (например, атмосферном  $p_{ref} = p_{амм}$ ).

Подстановка (П. 1) и (П. 3) в (П. 2) и последующее интегрирование в пределах от  $x=0$  до  $x=x^*$  дает:

$$q^m = \frac{\pi \rho_{амм}}{8\mu} \left[ \int_0^{x^*} \frac{dx}{\zeta^4(x)} \right]^{-1} \frac{p^2(x^*) - p_1^2}{2p_{амм}}, \quad (\text{П. 4})$$

где  $p_1 = p(x=0)$ .

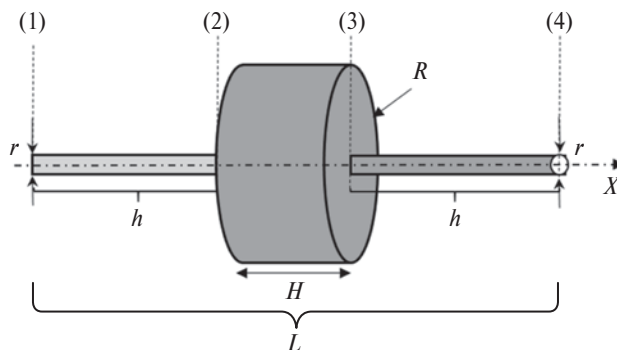


Рис. П. 1. Упрощенная геометрия пор: капилляр большого диаметра («тело» поры) соединен с двумя капиллярами меньшего радиуса («горлышками») пор.

Сохранение массового расхода в сечениях (2) и (3) дает систему двух уравнений для двух неизвестных давлений  $p_2$  и  $p_3$ :

$$\begin{aligned} (p_2^2 - p_1^2) &= \alpha (p_3^2 - p_2^2), \\ (p_4^2 - p_3^2) &= \alpha (p_3^2 - p_2^2), \end{aligned} \quad (\text{П. 5})$$

где  $\alpha = \left(\frac{R}{r}\right)^4 \frac{h}{H}$ .

Итоговое соотношение между массовым расходом и давлениями на левом и правом концах системы капилляров имеет вид:

$$q^m = \frac{\pi \rho_{амм}}{8\mu} \frac{r^4}{h} \frac{\alpha}{1+2\alpha} \frac{p_4^2 - p_1^2}{2p_{амм}}. \quad (\text{П. 6})$$

В случае  $2\alpha \gg 1$  выражение (П. 6) упрощается:

$$q^m = \frac{\pi \rho_{амм}}{8\mu} \frac{r^4}{2h} \frac{p_4^2 - p_1^2}{2p_{амм}}. \quad (\text{П. 6*})$$

Как следует из (П. 6), относительный вклад капилляров в общее гидравлическое сопротивление системы обратно пропорционален отношению их радиусов в четвертой степени и прямо пропорционален отношению их длин. Тем самым, при близких длинах капилляров, гидравлическое сопротивление системы практически полностью определяется капиллярами малого радиуса.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М.* Подземная гидромеханика. М.: Недра. 1993. 416 с.
- Заславский Ю.М.* К теории акустической эмиссии при фильтрации газа частично флюидонасыщенной средой // Техническая Акустика. 2005. Вып. 5.
- Заславский Ю.М., Заславский В.Ю.* Исследование акустического излучения при фильтрации воздушного потока сквозь пористую среду // Акустический журнал. 2012. Том 58. № 6. С. 756–761.
- Ипатов А.И., Городнов А.В., Ипатов С.И., Марьенко Н.Н., Петров Л.П., Скопинцев С.П.* Исследование амплитудно-частотных спектров сигналов акустического и электромагнитного шума при фильтрации флюидов в породах // Геофизика. 2004. № 2. С. 25–30.
- Ипатов А.И., Кременецкий М.И.* Геофизический и гидродинамический контроль разработки месторождений углеводородов. М: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика. 2006. 780 с.
- Кортаев Ю.П.* Исследование и режимы эксплуатации скважин. М.: ВНИИЭгазпром. 1991. 74 с.
- Красновидов Е.Ю.* Создание методики акустико-гидродинамических исследований пористых сред и скважин. Дис... канд. тех. наук. М.: Российский Государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина. 2005. 171 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука. 1986. 736 с.
- Метелев И.С., Марфин Е.А., Гайфутдинов Р.Р.* Применение спектральной шумометрии при исследовании физических свойств коллекторов нефти и газа. Инженерная геофизика/12-я научно-практическая конференция и выставка. 2016.
- Николаев С.А., Овчинников М.Н.* Генерация звука фильтрационным потоком в пористых средах // Акустический журнал. 1992. Т. 38. Вып. 1. С. 114–118.
- Овчинников М.Н.* Реологические модели и эволюция физических полей в подземной гидросфере. Дис... док. физ.-мат. наук. Казань: Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова-Ленина. 2004. 291 с.
- Стрелков С.П.* Введение в теорию колебаний. М.: Наука. 1964. 440 с.
- Blunt M.J., Jackson M.D., Piri M., Valvatne P.H.* Detailed physics, predictive capabilities and macroscopic consequences for pore-network models of multiphase flow // Adv. Water Resour. 2002. V. 25. P. 1069–1089.
- Boutin, C.* Acoustics of porous media with inner resonators // J. Acoust. Soc. Am. 2013. V. 134. №. 6. P. 4717–4729.
- Dullien F.A.L.* Porous media: fluid transport and pore structure. San Diego: Academic Press. 1992. 574 p.
- Freire-Gormaly M., Ellis J.S., Bazylak A., MacLean H.L.* Pore Structure Characterization of Indiana Limestone and Pink Dolomite from Pore Network Reconstructions // IFP Energies nouvelles. 2016. V. 71. P 33.
- Ghalem S., Serry A.M., Al-felasi A., Berrim A., Keshtta O.M., Filenev M., Draoui E., Mohamed A., Abu Chaker H., Gabdrakhmanova A., Aslanyan A.* Innovative Logging Tool Using Noise Log and High Precision Temperature Help to Diagnoses Complex Problems // SPE 161712. 2012.
- Lamb H.* The dynamical theory of sound. London: E. Arnold. 1910. 238 p.
- Nakajo S., Shigematsu T., Tsujimoto G., Takehara K.* An experimental study on turbulence induced by porous media. Proceedings of the Coastal Engineering Conference. 2009. P. 4738–4750.
- Rayleigh Lord.* The Theory of Sound. V. II. London: Macmillan. 1896. 534 p.
- Van Dijke M.I.J., Sorbie K.S.* Pore-scale network model for three-phase flow in mixed-wet porous media // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. №. 4. P. 046302/1–046302/14.



## **Modeling the Spectral Features of Acoustic Noise Produced by Gas Flow in Rock Samples Based on the Theory of Ensemble of Interconnected Pore Resonators**

**E. A. Ivanova<sup>b,\*</sup> and D. N. Mikhailov<sup>a,\*\*</sup>**

<sup>a</sup>*Schlumberger Moscow Research Center, Moscow, 119285 Russia*

<sup>b</sup>*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudnyi, 141701 Russia*

*\*E-mail: elvira.alekseevna3@gmail.com*

*\*\*E-mail: DMikhailov2@slb.com*

Received April 28, 2017

A new model describing the pore space as an ensemble of interconnected Helmholtz resonators is proposed. This model makes it possible to improve the description of spectral peculiarities of the experimentally recorded acoustic noise during gas flow through a porous medium. The results of the resonance frequency calculation are presented by the example of the pore space model of the Indiana Limestone. Microvortexes in the pores are considered as the main mechanism of acoustic noise generation by gas flow. The presented numerical simulations on COMSOL Multiphysics show that the generation of microvortexes begins when the Reynolds number in the pores reaches 1 to 10.

*Keywords:* acoustic noise, fluid flow, porous medium, mathematical model