

ШИРОТНЫЕ ВАРИАЦИИ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

© 2023 г. М. Ю. Решетняк^{1, 2, *}

¹Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия

²Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), г. Москва, г. Троицк, Россия

*E-mail: m.reshetnyak@gmail.com

Поступила в редакцию 27.04.2022 г.

После доработки 17.05.2022 г.

Принята к публикации 12.09.2022 г.

Рассмотрена модель вариаций геомагнитного поля со случайными коэффициентами Гаусса. Показано, что при небольших амплитудах случайной недипольной компоненты поля σ разброс направления виртуального геомагнитного полюса растет с увеличением широты. При больших значениях σ изменения разброса малы, и его максимум находится в средних широтах.

Ключевые слова: недипольное магнитное поле, геомагнетизм, геодинамо.

DOI: 10.31857/S0002333723020102, **EDN:** LPIBQH

ВВЕДЕНИЕ

На поверхности Земли магнитное поле с точностью до 90% описывается полем геоцентрического диполя. Оставшаяся часть поля, недипольная, имеет убывающий пространственный спектр $s(l) \sim \exp(-0.1l)$, $l > 1$ [Lowes, 1974], где l – степень сферической функции. Вариации поля наблюдаются как в пространстве, чему собственно и соответствует спектр $s(l)$, так и во времени, с характерными временами $\tau_l \sim 535/l$ на масштабе $d_l = L/l$, L – масштаб жидкого ядра [Christensen, Tilgner, 2004]. Учитывая, что характерное время диполя $\tau_1 \sim 10^4$ лет, можно сделать вывод, что дипольное поле существенно отличается от недипольного характерным временем и амплитудой. Насколько недипольные вариации магнитного поля на поверхности Земли (или после несложного пересчета – для поверхности жидкого ядра), далекие от известных турбулентных скейлингов, отражают турбулентное состояние жидкого ядра, сказать сложно. С большей степенью уверенности можно утверждать, что структуры (d_l, τ_l) скорее соответствуют релаксационным процессам, чем строгим периодичностям, что подтверждается результатами вейвлет анализа [Бураков и др., 1998].

На палеомагнитных временах, много больших характерного времени вариации диполя τ_1 , вариации полного поля, включая дипольное, можно считать случайными. Последнее следует как из представления о случайном распределении инверсий геомагнитного поля, так и выше приведенных свойств недипольного поля. Более того, корреляция между вариациями для разных l так-

же равна нулю [Hulot, Mouël, 1994]. С другой стороны, на небольших временах $\sim 10^3$ лет, например, во время инверсий, когда дипольное поле уменьшается в несколько раз, амплитуда более высоких гармоник магнитного поля увеличивается, т.е. существует антикорреляция дипольного и недипольного полей. Данный эффект следует из закона сохранения энергии магнитного поля и хорошо известен в моделях геодинамо. Помимо обмена энергиями между дипольной и недипольной компонентами, увеличение напряженности диполя приводит к подавлению гидродинамических флуктуаций максвелловскими напряжениями, и, как следствие, к дополнительному уменьшению недипольной составляющей.

Приведенная выше картина соответствует физическим представлениям о геомагнитных вариациях, согласующимся с теорией и подтверждаемым наблюдениями. По мере увеличения возраста изучаемых пород точность наблюдений ухудшается, и в наблюдениях происходит переход от покомпонентных записей магнитного поля к угловым элементам: наклонению I , склонению D , для которых абсолютная напряженность не важна, а также к записям полярности и положению виртуального геомагнитного полюса (ВГП). Фактически, задача палеомагнетизма редуцируется к восстановлению поведения дипольного магнитного поля в прошлом по измерениям, для которых недипольная компонента и ошибки измерения становятся неразличимыми. Поскольку упомянутый переход, диктуемый скудностью имеющейся информации, производится на основе нелинейного преобразования над компо-

нентами магнитного поля, возможно появление неоднозначностей при интерпретации полученных результатов.

Ниже, в качестве примера влияния недипольных флуктуаций именно на расчет (!) положения ВГП, рассмотрен известный наблюдательный факт — широтная зависимость вариаций ВГП [Сох, 1970]. Напомним, что ВГП — это полюс магнитного поля, полученный по измерению в точке в предположении, что измеренное поле соответствует геоцентрическому диполю. Обратим внимание, что данная характеристика, часто используемая в палеомагнетизме, не отражает физическую связь дипольной и недипольных компонент, хотя бы потому, что при постоянном во времени положении диполя, широтная зависимость может меняться при изменении недипольной компоненты. В то же время, ценность оценки вариаций положения ВГП состоит в возможности отфильтровать большое по амплитуде дипольное поле от недипольного, и тем самым, увеличить точность измерения недипольной компоненты (или ошибки измерения). В работе рассмотрено при каких условиях широтная зависимость существует, какие еще вариации поля демонстрируют зависимость от широты. Для этой цели магнитное поле представлено в виде ансамбля случайных сферических функций с варьируемой амплитудой случайной компоненты. Увеличение амплитуды вариаций недипольного поля ассоциируется с уменьшением величины дипольного магнитного поля. Остается надеяться, что проведенные численные эксперименты будут полезны для понимания и интерпретации палеомагнитных наблюдений.

ВАРИАЦИИ ПОЛЯ

Геомагнитное поле $\mathbf{B}$ на поверхности Земли потенциально и может быть представлено в виде градиента скалярного потенциала $\mathbf{B} = -\nabla U$. В свою очередь потенциал U удовлетворяет уравнению Лапласа и записывается в виде ряда по сферическим функциям:

$$U = \sum_{l=1}^{l_{\max}} \frac{a^{l+2}}{r^{l+1}} \sum_{m=0}^l (g_l^m \cos m\varphi + h_l^m \sin m\varphi) P_l^m(\cos \theta), \quad (1)$$

где: (r, θ, φ) — сферические координаты; P_l^m — присоединенные полиномы Лежандра; коэффициенты Гаусса (g, h) рассчитаны на поверхности Земли $r = a$, $a = 6381$ км; $l_{\max}$ — максимальный номер гармоник.

Коэффициенты Гаусса находятся из решения обратной задачи так, чтобы удовлетворить имеющимся наблюдениям магнитного поля на поверхности Земли. Использование интерполяции по времени коэффициентов позволяет вычислить магнитное поле в произвольной точке Земли в заданный момент времени. В настоящее время с разной степенью точности существуют ряды ко-

эффициентов за последние 12 тыс. лет [Korte et al., 2011; Решетняк, 2020].

Наиболее простой характеристикой вариаций направления дипольного поля является угол отклонения магнитного диполя от оси вращения

$$\theta_d = \arctg \frac{\sqrt{(g_1^1)^2 + (h_1^1)^2}}{g_1^0}. \quad \text{Среднее значение } \theta_d \text{ за}$$

12 тыс лет составляет порядка 6° , максимальное — не превышает 10° , рис. 1а. Эта величина вдвое меньше угла между осью вращения и границей Тейлоровского цилиндра на поверхности Земли.

Более того, значение θ_d в несколько раз меньше типичных вариаций положения виртуального магнитного диполя в прошлом, находящихся в диапазоне $15\text{--}25^\circ$ (см. подробнее историю вопроса в работах [Irving, Ward, 1964; Johnson, McFadden, 2007]).

Согласно определению ВГП, если измеряемое поле совпадает с осесимметричным диполем, то положение виртуального полюса совпадает с географическим. Если магнитное поле представляет собой геоцентрический диполь, то положение виртуального диполя вычисляется по значениям коэффициентов g_1^0, g_1^1, h_1^1 (как выше для θ_d), и соответственно, зависимость от широты отсутствует. В общем случае, когда поле содержит недипольную компоненту, широта виртуального полюса определяется выражением:

$$\phi_0 = \arcsin(\sin \phi \cos \Theta + \cos \phi \sin \Theta \cos D), \quad (2)$$

$$\tg \Theta = 0.5 \tg I,$$

где: ϕ — широта точки измерения поля; D и I — склонение и наклонение магнитного поля в этой

точке: $\tg D = -\frac{B_\varphi}{B_\theta}$, $\tg I = -\frac{B_r}{\sqrt{B_\theta^2 + B_\varphi^2}}$. Как следует

из анализа палеомагнитных наблюдений, достаточно учитывать только широтные вариации положения виртуального полюса ϕ_0 , пренебрегая долготными. Последнее следует из того, что на больших временах магнитный и географический полюса совпадают. В этом случае разброс (дисперсия) положения виртуального магнитного полюса запишется в виде:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\phi_0^i - \bar{\phi}_0)^2, \quad (3)$$

где $\bar{\phi}_0$ — среднее значение, N — количество измерений. Выражение (3) является простейшим определением S , не учитывающим кластеризацию точек измерения, связанную со спецификой палеомагнитных наблюдений. Нашей задачей является выяснить как среднеквадратическое отклонение S зависит от широты точки измерения $\phi = 90 - \theta$.

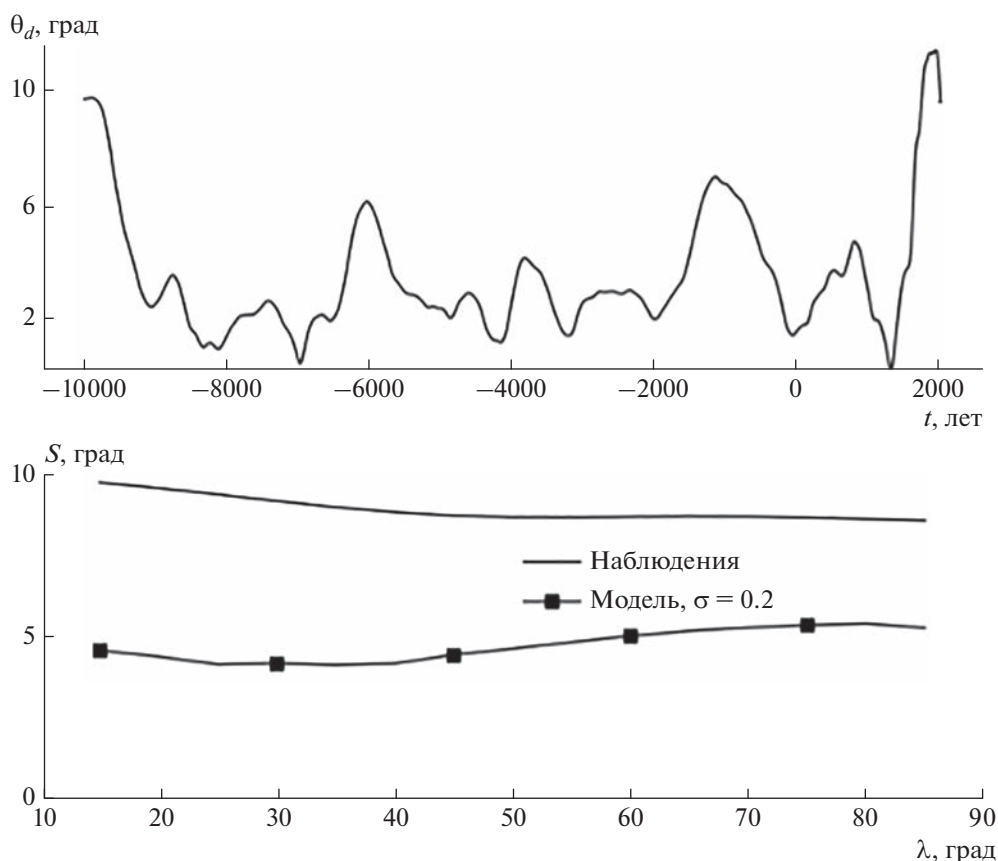


Рис. 1. Угол отклонения θ_d осевого диполя от географической оси (верхний рисунок). Широтная вариация положения ВГП S для последних 10 тыс лет и модели с $I_{\max} = 2$ (нижний рисунок).

Для решения поставленной задачи удобно использовать язык программирования, позволяющий быстро переключаться с аналитических операций, например дифференцирования, на численные алгоритмы. Выбор пал на легендарный язык Лисп в реализации SBCL, позволяющий экспериментировать в среде SLIME “на лету”.

На рис. 1б приведена широтная зависимость S , полученная путем осреднения данных по времени t с шагом в 40 лет, по которым был получен график для θ_d . По пространству осреднение осуществлялось на сетке с шагом 5° по широте ϕ и долготе ϕ . Для каждой точки (t, ϕ, ϕ) по формулам (1)–(3) вычислялось значение ϕ_0 , и далее S , как функция ϕ . Конечный результат был осреднен по северному и южному полушариям. Величина S оказывается порядка 10° и практически не зависит от широты. С одной стороны, этот результат ожидаем и сопоставим с отношением напряженности недипольного поля к дипольному, составляющим $\sim 10\%$. С другой — полученное S близко к известным палеомагнитным оценкам на экваторе, но не обладает широтной зависимостью, согласно которой, на полюсах S в полтора раза больше, чем на экваторе [Johnson, McFadden, 2007]. Здесь стоит обратить внимание, что какое-либо сравнение S с

вариацией θ_d не имеет смысла, поскольку они имеют разный физический смысл: S — ответственно за недипольное поле, а вариации θ_d характеризуют дипольную компоненту.

Существование широтной зависимости, хоть и наблюдается в ряде работ, но не является палеомагнитной догмой. Поэтому далее представляется интересным не столько подгонка моделей под наблюдаемое значение, сколько исследование условий, при которых зависимость $S(\phi)$ может измениться. Такое изменение возможно, например, при увеличении как вариаций поля, так и ошибок измерения. Далее будет рассмотрен модельный расчет, в котором средний спектр магнитного поля постоянен, но каждый коэффициент Гаусса возмущается случайным шумом. Это отличается от численных экспериментов, проведенных в работе [Hulot, Gallet, 1996], в которых учитывались вариации во времени дипольных коэффициентов с $l = 1$ для подгонки профиля $S(\phi)$ для современного поля под палеомагнитные оценки за 5 млн лет. Такой подход к исследованию влияния шума на $S(\phi)$, конечно же, не единственный. Также можно было бы рассмотреть эволюционирующие во времени коэффициенты Гаусса. Предложенный выше более простой метод связан с тем, что точ-

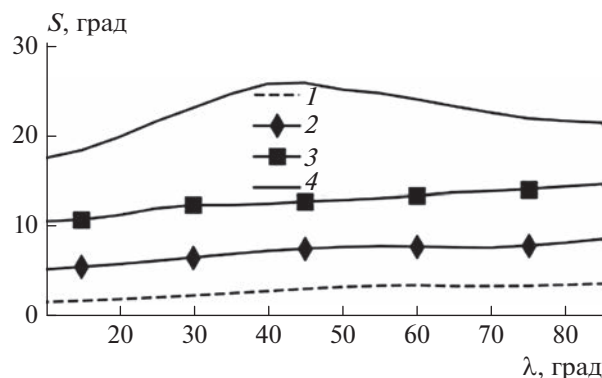


Рис. 2. Широтная вариация S для различных σ : 1 – 0.03 с; 2 – 0.1 с; 3 – 0.3 с; 4 – 0.9 с; $l_{\max} = 6$.

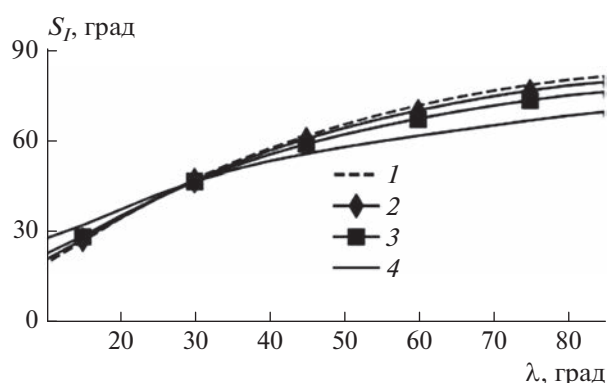


Рис. 3. Широтная вариация модуля наклона S_I для различных σ : 1 – 0.03 с; 2 – 0.1 с; 3 – 0.3 с; 4 – 0.9 с; $l_{\max} = 6$.

ность измерений коэффициентов Гаусса за рассматриваемые 12 тыс. лет сильно менялась, и учет этого изменения строго провести сложно. С другой стороны, использование современных коэффициентов приводит к некоторой асимметрии потенциала U , имеющего отклонение от сферически симметричного распределения. Обратим внимание, что вариации диполя, большие по амплитуде вариаций недипольных компонент, могут оказывать существенное влияние на вариации направления диполя [Hulot, Gallet, 1996]. В данной же работе предлагается сделать акцент на изменение формы $S(\phi)$, связанной исключительно с нелинейным преобразованием (2). Возвращаясь к теме данной работы, были взяты современные коэффициенты Гаусса с $0 < l < l_{\max}$, $m \leq l$ со случайной добавкой, распределенной по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией $\sigma_l^2 = \sigma_l(1 + 2l)$ [Hulot, Mouël, 1994]. Далее, используя (1)–(3), была получена зависимость $S(\phi)$. После осреднения по ϕ и числу случайных реализаций с $\sigma = 0.2$ результаты вычислений $S(\phi)$ для $l_{\max} = 2$ приведены на рис.1б. Выбор значения σ

связан с тем, что вблизи этого значения меняется характер зависимости $S(\phi)$ (см. рис. 2) для $l_{\max} = 6$. При меньших σ рост S слабо выражен, а при больших составляет порядка 14% ($\sigma = 0.3$), что сопоставимо с наблюдениями. Что еще примечательно, так это появление максимума у $S(\phi)$ в средних широтах при увеличении σ , см. рис. 2 ($\sigma = 0.9$).

Уникальность S обусловлена выделением влияния недипольной компоненты поля, амплитуда которой на порядок меньше дипольной, на положение виртуального диполя. Величину S можно рассматривать как своеобразный фильтр, отделяющий дипольную компоненту от полного поля. На рис. 3 для сравнения приведена широтная зависимость среднеквадратического отклонения S_I модуля наклона I для тех же значений σ , что и на рис. 2. Как видно из рис. 3, поведение S_I повторяет известное широтное поведение наклона и не несет новой информации о недипольной компоненте поля. Изменение σ в 30 раз приводит к изменениям S_I , сравнимым по амплитуде с ошибкой измерения. Обратим внимание на существование области в районе $\phi \sim 30^\circ$, в которой S_I (но не его производная по ϕ) не зависит от σ .

Возвращаясь к S , которое чувствительно к малым по амплитуде вариациям недипольной компоненты поля, мы можем надеяться, что возможна идентификация смены режимов генерации магнитного поля как по амплитуде S , так и по форме кривой широтной зависимости.

ОБСУЖДЕНИЕ

Вариации геомагнитного поля являются проявлением процессов турбулентного динамо, генерирующего магнитное поле в ядре Земли. Ядро, как и вся Земля, эволюционировала во времени: менялся тепловой поток на границе ядро–мантия, появилось твердое ядро, за счет чего изменилась геометрия конвективной зоны, а также энергобюджет планеты. Все эти факторы не могли не отразиться и на поведении вариаций геомагнитного поля на геологических временах, в том числе и на угловых вариациях ВГП. Разброс известных результатов по поведению S весьма велик – от быстро увеличивающихся с широтой значений S [McFadden et al., 1991] в интервале 10 – 17° , до медленно растущих значений или даже постоянных значений в работе [Biggin et al., 2008]. И более того, не ясно насколько палеомагнитные оценки применимы для современного поля, поскольку амплитуды S современного поля приблизительно в 1.5–2 раза меньше, чем для древнего. Последнее может быть связано как с уменьшением точности наблюдений, так и с объективным увеличением S на больших временах, в том числе, например, и за счет вклада экскурсов и инверсий, а также поправок на кластеризацию, приводящих к дополнительным трендам [Biggin et al., 2008]. В работе, на примере простейшего определения

разброса положений виртуального полюса, была сделана попытка устранить возникшие противоречия путем введения дополнительного параметра — амплитуды случайной компоненты вековой вариации, которая в свою очередь, могла меняться на геологических временах. Использование случайных полей в геомагнетизме является нетривиальным само по себе, и для компенсации недостающих данных, требует специальных методов [Хохлов, 2012]. Обратим внимание, что выбор формы случайной функции, вообще говоря, не однозначен, и в приведенной выше модели был определен “физическими” предпочтениями¹, сводящимися к возмущению потенциала U [Hulot, Mouël, 1994], а не его нелинейных производных, используемых в палеомагнетизме, например, случайными поворотами вектора магнитного поля на малых масштабах [Baag, Helsley, 1974]. В результате удалось показать, что увеличение случайной составляющей, вводимой в виде флуктуаций коэффициентов Гаусса, приводит к изменению широтной зависимости S . Полученный в работе результат весьма неожиданный, поскольку, по иронии, он связан с тем же нелинейным преобразованием компонент вектора магнитного поля при вычислении вариаций положения ВГП. Существование нелинейности приводит к заметному изменению поведения $S(\phi)$ при изменении σ . Приведенные оценки изменения S могут быть полезными для диагностирования вариаций в зонах спокойного и прединверсионного или инверсионного геомагнитного поля. Обратим внимание, что переход от режима без инверсий к режиму частых инверсий в моделях динамо сопровождается изменением широтного поведения S от монотонно растущего к мало меняющемуся с широтой значению [Biggin et al., 2008].

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках Госзадания ИФЗ РАН.

¹ Достаточно попытаться записать уравнения Максвелла в терминах D и I , чтобы понять, насколько эти величины неудобны для физики в силу, например нарушения принципа суперпозиции, появления паразитных частот во временных спектрах для D и I [Петрова, Решетняк, 1999] и т.д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бураков К.С., Галягин Д.К., Начасова И.Е., Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д., Фрик П.Г. Вейвлет анализ напряженности геомагнитного поля за последние 4000 лет // Физика Земли. 1988. № 9. С. 83–88.
- Петрова Г.Н., Решетняк М.Ю. О временном спектре поля вековой геомагнитной вариации и его источников // Физика Земли. 1999. № 6. С. 53–60.
- Решетняк М.Ю. Эволюция крупномасштабного геомагнитного поля за последние 12 тысяч лет // Геомагнетизм и Аэрономия. 2020. Т. 60. № 1. С. 126–136.
- Хохлов А.В. Моделирование вековых геомагнитных вариаций. Принципы и реализация // Геофизические исследования. 2012. Т. 13. № 2. С. 50–61.
- Baag C.G., Helsley C. Geomagnetic secular variation model E // J. Geophys. Res. 1974. V. 79. № 32. P. 4918–4922.
- Biggin A.J., van Hinsbergen D.J., Langereis C.G., Straathof G.B., Deenen M.H. Geomagnetic secular variation in the cretaceous normal superchron and in the Jurassic // Phys. Earth Planet. Int. 2008. V. 169. P. 3–19.
- Christensen U.R., Tilgner A. Power requirement of the geodynamo from ohmic losses in numerical and laboratory dynamos // Nature. 2004. V. 429. № 6988. P. 169.
- Cox A. Latitude dependence of the angular dispersion of the geomagnetic field // Geophys. J. Int. 1970. V. 20. P. 253–269.
- Hulot G., Mouël J. Le. A statistical approach to the earth's main magnetic field // Phys. Earth Planet. Int. 1994. V. 82. № 3–4. P. 167–183.
- Hulot G., Gallet Y. On the interpretation of virtual geomagnetic pole (VGP) scatter curves // Phys. Earth Planet. Int. 1996. V. 95. № 3–4. P. 37–53.
- Irving E., Ward M.A. A statistical model of the geomagnetic field // Pure Appl. Geophys. 1964. V. 57. № 1. P. 47–52.
- Johnson C., McFadden P. Time-averaged field and paleosecular variation. In Treatise on Geophysics. 2007. V. 5. P. 417–453.
- Korte M., Constable C., Donadini F., Holme R. Reconstructing the holocene geomagnetic field // Earth Planet. Sci. Lett. 2011. V. 312. № 3. P. 497–505.
- Lowes F.J. Spatial power spectrum of the main geomagnetic field // Geophys. J. R. Astr. Soc. 1974. V. 36. P. 717–725.
- McFadden P., Merrill R., McElhinny M., Lee S. Reversals of the Earth's magnetic field and temporal variations of the dynamo families // J. Geophys. Res. Solid Earth. 1991. V. 96. № B3. P. 3923–3933.

Latitudinal Variations of the Geomagnetic Field

M. Yu. Reshetnyak^{a, b, *}

^aSchmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123242 Russia

^bPushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation, Russian Academy of Sciences, Troitsk, Moscow, 108840 Russia

*E-mail: m.reshetnyak@gmail.com

The model of variations in the Earth's magnetic field with random Gaussian coefficients is considered. It is shown that at small amplitudes of random nondipole field component σ , the scatter of the direction of the virtual geomagnetic pole grows with increasing latitude. At large σ , the scatter does not change much and its maximum is located at middle latitudes.

Keywords: nondipole magnetic field, geomagnetism, geodynamo