

УДК 550.334

КВАНТИЛИ $M_{\max}$ И ДРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЕЙСМИЧЕСКОГО ПОЛЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ СОСТАВЛЕНИИ КАРТ ОБЩЕГО СЕЙСМИЧЕСКОГО РАЙОНИРОВАНИЯ (ОСР)

© 2024 г. **В. Ф. Писаренко**

Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН, г. Москва, Россия

Поступила в редакцию 16.02.2024 г.

После доработки 12.03.2024 г.

Принята к публикации 27.04.2024 г.

Предложен новый вероятностный подход к задаче оценки региональной максимальной возможной магнитуды и некоторых параметров сейсмического воздействия. Изложена методика его применения, основанная на рассмотрении максимальной магнитуды в будущем интервале времени T как случайной величины и использовании в качестве региональной максимальной магнитуды ее квантиля с заданным уровнем доверия.

Ключевые слова: региональная максимальная магнитуда, квантили распределения, пиковое горизонтальное ускорение грунта, пиковая горизонтальная скорость грунта, интенсивность, картирование параметров, общее сейсмическое районирование.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002333724050093>, **EDN:** EJULLF

ВВЕДЕНИЕ

Недавно появившаяся работа [Шебалин и др., 2022] называется “Почему необходимы новые подходы к оценке сейсмической опасности?”. Авторы считают новые подходы необходимыми и убедительно подтверждают это утверждение примерами. Настоящую работу можно считать продолжением исследований в этом направлении.

Первая карта Общего Сейсмического Районирования (ОСР) территории СССР была создана в 1937 г. и базировалась на детерминистском подходе к оценке сейсмической опасности. Такой подход оказался несостоятельным, и в настоящее время общепринятым считается подход, основанный на вероятностных принципах (Probabilistic Seismic Hazard Assessment, PSHA), [Giardini, 1999]. При этом, однако, в практике составления карт ОСР нашей страны ОСР-78, ОСР-97, ОСР-2012, ОСР-2014, ОСР-2015, ОСР-2016 сохраняются некоторые рудименты старого детерминистского подхода.

Важнейшее в задачах оценки сейсмического риска понятие максимальной возможной магнитуды $M_{\max}$ моделируют как неизвестный, не связанный со временем, детерминированный параметр, который надо оценить по доступным

конечным каталогам землетрясений, и затем использовать эту оценку для решения задач минимизации сейсмического риска. Во многих недавних работах [Писаренко, Родкин, 2009; Писаренко и др., 2020; 2021] было показано, что такой подход неадекватен и перечислялись конкретные его недостатки. Тем не менее, он продолжает использоваться благодаря своей кажущейся простоте и долгой истории его применения на практике.

В настоящей работе мы предложим в духе PSHA новый вероятностный подход, который свободен от упомянутых недостатков, к задаче оценки региональной максимальной возможной магнитуды и некоторых параметров сейсмического воздействия. В настоящей статье кратко изложена методика его применения, в том числе с описанием результатов, полученных ранее.

Если резюмировать кратко, эта методика основана на рассмотрении максимальной магнитуды в будущем интервале времени T как случайной величины и использовании в качестве максимальной магнитуды ее квантиля с заданным уровнем доверия.

РЕГИОНАЛЬНАЯ МАКСИМАЛЬНАЯ ВОЗМОЖНАЯ МАГНИТУДА

Понятие *региональной максимальной возможной магнитуды* $M_{\max}$ часто используется в различных задачах, связанных с оценкой сейсмического риска [Kijko, Graham, 1998; Kijko, 2004; Kijko, Singh, 2011; Zoller, Holschneider, 2016]. Несмотря на это, оно не имеет строгого формального определения. Во-первых, не всегда оговаривается предположение о стационарности сейсмического процесса (которая, строго говоря, довольно часто не соблюдается в реальных условиях) и не всегда указаны точные координаты региона, к которому относится эта максимальная магнитуда. Но гораздо существенней то, что не указывается интервал времени, на котором должна наблюдаться $M_{\max}$. Если считать, что $M_{\max}$ — это верхняя граница тех магнитуд, которые могут произойти в данном регионе в будущем, то сразу возникает вопрос о продолжительности этого будущего интервала времени. Часто его считают неограниченным, что предполагает полную стационарность сейсмического режима, противоречащую реальным фактам. Кроме того, максимальная магнитуда на интервалах порядка 50–500 лет имеет другие физические причины и способы ее регистрации по сравнению с максимальной магнитудой на интервалах порядка 1000–100 000 лет. В такой ситуации вполне естественно рассматривать *конечный интервал* T , для которого максимальная магнитуда является вполне реальной *случайной величиной*. Наш метод основан именно на таком подходе.

Для оценивания случайной величины требуются вероятностные методы и статистические оценки. Все эти соображения неизбежно приводят к тому, что региональную максимальную возможную магнитуду нужно рассматривать на конечном будущем интервале времени T , который может принимать любые значения $0 < T < \infty$ [Писаренко, Родкин, 2009; Pisarenko et al., 2010; Pisarenko, Rodkin, 2015; Писаренко и др., 2021]. Мы будем обозначать эту случайную величину $M_{\max}(T)$. В качестве ее статистической оценки предлагается квантиль $Q_T(q)$ случайной величины $M_{\max}(T)$ с уровнем значимости q . q -квантиль $Q(q)$ функции распределения $F(x)$ является функцией, обратной по отношению к $F(x)$, и определяется уравнением:

$$F(Q(q)) \equiv q, 0 \leq q \leq 1. \quad (1)$$

Для $q = 0.5$ квантиль равен медиане распределения $F(x)$. Для значений q , близких к 1, квантиль может служить верхней границей

доверительного интервала для магнитуд с уровнем доверия q . По этой причине мы и предлагаем использовать его в качестве региональной максимальной возможной магнитуды на будущий отрезок времени T .

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ ИНТЕРВАЛА T И УРОВНЕМ ЗНАЧИМОСТИ КВАНТИЛЯ Q

Будем предполагать, что поток землетрясений по времени в рассматриваемом регионе является стационарным Пуассоновским процессом с интенсивностью ω , причем $\omega T \gg 1$ (число событий намного больше 1). Пусть $Q_T(q)$ — квантиль случайной величины $M_{\max}(T)$ с уровнем значимости q , а $Q(q)$ — q -квантиль одиночной случайной магнитуды. В работе [Pisarenko, Rodkin, 2022] доказано, что:

$$Q_T(q) = Q \left(1 - \frac{\ln \left(\frac{1}{q} \right)}{\omega T} \right), 0 \leq q \leq 1, T \geq 0, \quad (2)$$

где ω — число событий в данном регионе и в рассматриваемом диапазоне магнитуд за единицу времени. Равенство (2) устанавливает соотношение между квантилями распределения одиночной магнитуды и квантилями максимальной возможной магнитуды за время T для произвольного распределения магнитуд и Пуассоновского потока событий. Величины T и q входят в (2) только в виде отношения

$$\frac{\ln \left(\frac{1}{q} \right)}{\omega T}, \quad (3)$$

а не по отдельности. Изменение величины q можно компенсировать изменением величины T , при этом квантиль $Q_T(q)$ не изменится. Соотношение (2) полезно иметь в виду при оценивании сейсмического риска. Оно уменьшает на единицу число параметров, по которым минимизируется функция потерь, что весьма существенно.

На рис. 1 показана зависимость квантилей $Q_T(q)$ от времени для 4-х регионов Байкальской рифтовой зоны (БРЗ) для $0 < T \leq 300$ лет [Писаренко и др., 2022]. Такие графики дают возможность судить о том, насколько быстро растет квантиль, что может дать полезную информацию о сейсмическом режиме в данном регионе. Вместо интервала $0 < T \leq 300$ лет

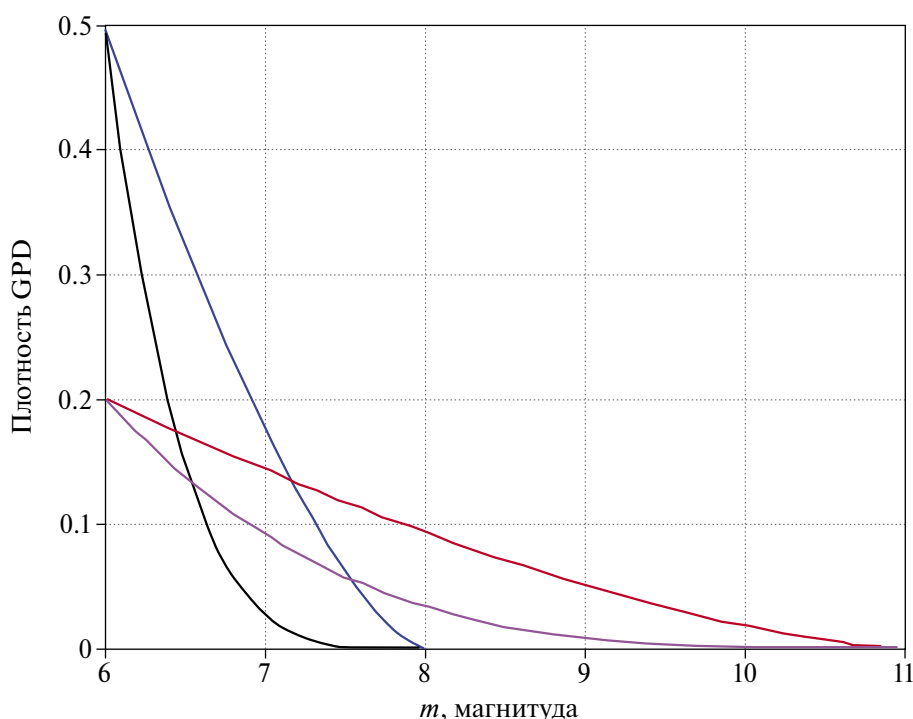


Рис. 1. Квантили $Q_T(0.95)$. Снизу вверх: Байкал, Северомуйский регион, Саяны, БРЗ. Уровень значимости квантиля $q = 0.95$.

можно брать любой интересующий нас интервал. На рис. 1 показано, что 0.95-квантиль региона Саяны (второй сверху) еще не исчерпал возможности увеличения региональной максимальной возможной магнитуды до 8.1–8.2 при $T > 300$ лет, в то время как Северомуйский регион почти вышел на предельные значения 7.6–7.7. Напомним, что квантиль $Q_T(q)$ служит q -процентной верхней доверительной границей для случайной магнитуды $M_{\max}(T)$.

КВАНТИЛИ $Q_T(q)$ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРЕТО

Мы уже отмечали недостатки моделей, где региональную максимальную возможную магнитуду $M_{\max}$ моделируют как неизвестный детерминированный параметр, который надо оценить по каталогам землетрясений. При этом, в качестве модели распределения магнитуд обычно используют Усеченное распределение Гутенберга–Рихтера [Holschneider et al., 2011; Писаренко, 2022]. В предлагаемом нами подходе используется случайная максимальная магнитуда $M_{\max}(T)$ на конечном интервале времени T , а в качестве распределения магнитуд берется основанное на общих предельных теоремах теории экстремальных

значений [Gumbel, 1958] Обобщенное Распределение Парето (Generalized Pareto Distribution, GPD). Приведем функцию распределения, плотность и квантили этого распределения в удобной для нас параметризации. Функция распределения $F(m)$ имеет вид:

$$F(m) = 1 - [1 - (m - h)/(M_T - h)]^{(M_T - h)/s}, \quad h \leq m \leq M_T, \quad (4)$$

где: m – магнитуда; h – левый конец распределения (назначается пользователем, считается известным); M_T – правый конец распределения случайной величины $M_{\max}(T)$ (оценивается методом максимального правдоподобия по выборке); s – параметр, масштабирующий магнитуду (оценивается методом максимального правдоподобия по выборке).

Плотность распределения GPD равна:

$$f(m) = \frac{1}{M_T - h} \cdot \left(1 - \frac{m - h}{M_T - h}\right)^{(M_T - h)/s - 1}. \quad (5)$$

На рис. 2 показаны 4 плотности распределения GPD с параметрами $(M_T, s) = (8, 0.800)$; $(8, 0.382)$; $(11, 2)$, $(11, 1.111)$.

Мы видим, что при различных параметрах GPD плотность может иметь разную скорость

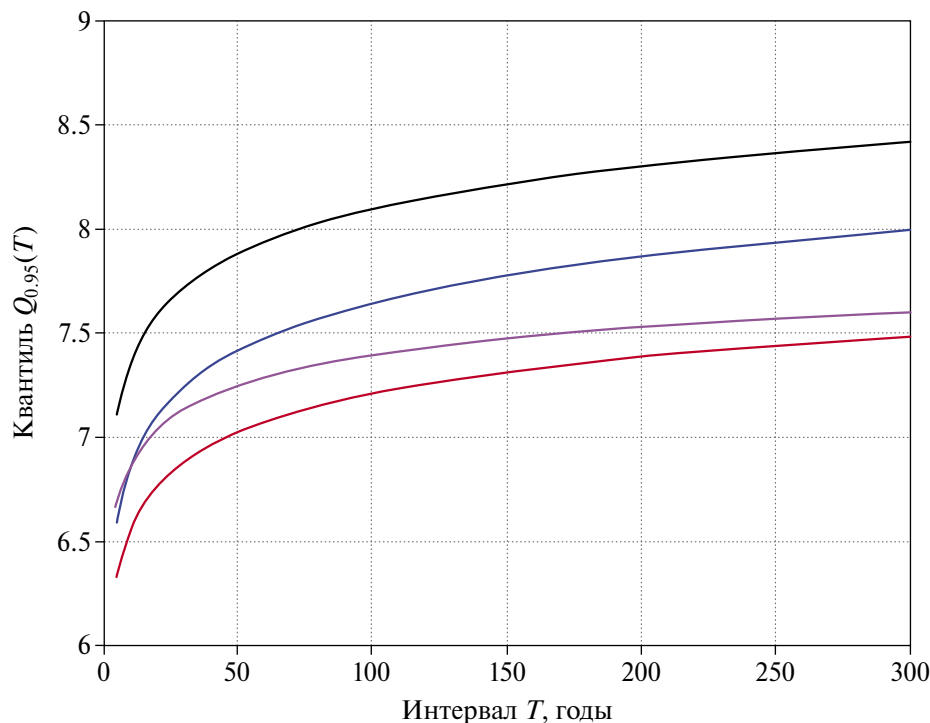


Рис. 2. Четыре плотности распределения GPD с параметрами $(M_T, s) = (8, 0.800)$ синий; $(8, 0.382)$ черный; $(11, 2)$ красный; $(11, 1.111)$ лиловый.

приближения к правому концу M_T . С точностью до линейного преобразования GPD – плотности представляют из себя степенную функцию: $(1-x)^\mu$, $\mu > 1$, $0 \leq x \leq 1$. На правом конце эти функции имеют форму клюва. Чем больше отношение $(M_T - h)/s$, тем острее этот клюв.

Квантиль $Q_T(q)$ равен:

$$Q_T(q) = h + (M_T - h) \cdot [1 - (1 - q)^{s/(M_T - h)}]. \quad (6)$$

Оценки квантилей $Q_T(q)$ для значений q не слишком близких к единице ($q \cong 0.9-0.95$) гораздо устойчивее оценок параметра M_T . На рис. 3 показаны нормированные к единице гистограммы $Q_T(q)$ и M_T по 5000 генерированным каталогам с параметрами, равными оценкам максимального правдоподобия для реального каталога землетрясений вблизи Японского желоба $100^\circ \leq \lambda \leq 180^\circ$ с.ш.; $10^\circ \leq \phi \leq 60^\circ$ в.д.; $0 \leq h \leq 70$ км; $1976 \leq t \leq 2022$ годы. В этом эксперименте $n = 299$; $h = 6$; оценки: правая граница магнитуд $M_T = 9.5$; масштабный параметр $s = 0.5$; $q = 0.95$; $T = 50$ лет. Эти гистограммы при таком большом объеме выборки ($n = 5000$) служат хорошей оценкой плотностей распределения.

На рис. 3 показано, что оценка квантилей $Q_T(q)$ гораздо устойчивей оценки правого края распределения M_T .

ПРИМЕНЕНИЕ ИЗЛОЖЕННОЙ МЕТОДИКИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ МАКСИМАЛЬНЫХ РЕГИОНАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЕЙСМИЧЕСКОГО ПОЛЯ, ИСПОЛЪЗУЕМЫХ ПРИ СОСТАВЛЕНИИ КАРТ ОБЩЕГО СЕЙСМИЧЕСКОГО РАЙОНИРОВАНИЯ (ОСР)

Изложенную методику можно применять для оценивания различных характеристик воздействия землетрясений на грунт и сооружения, а также для составления соответствующих карт, в том числе и карт ОСР. Как справедливо отметил в своей монографии Ф.Ф. Аптикаев [Аптикаев, 2012], картировать можно все. В этой монографии детально изложены практические вопросы оценки и картирования характеристик воздействия и дан полезный обзор используемых формул перевода одних характеристик в другие. Мы остановимся на некоторых из них. Базовые характеристики поля сейсмичности даются стандартными сейсмическими каталогами и включают в себя пять параметров землетрясения: время t , широту λ , долготу ϕ , глубину очага h , магнитуду m .

Пиковое горизонтальное ускорение грунта (Peak Horizontal Acceleration, PGA). Предполагается, что

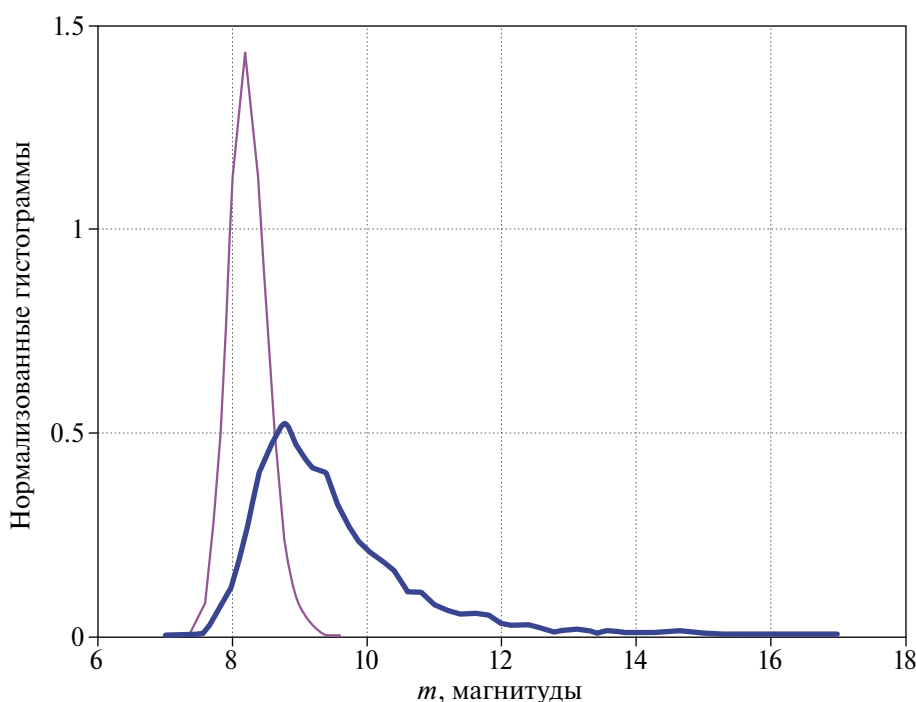


Рис. 3. Нормализованные по площади к единице гистограммы оценок $Q_T(q)$ (тонкая линия) и M_T (жирная линия).

поток землетрясений является стационарным по времени Пуассоновским потоком. Для оценки PGA в произвольной точке (это может быть точка выбранной пользователем координатной сетки данного региона или же важный объект инфраструктуры) определяется гипоцентральное расстояние от каждого землетрясения каталога до выбранной точки и по формуле (7) вычисляется лог-ускорение PGA. Таким образом, в каждой точке сетки имеется столько значений PGA, сколько землетрясений в выбранном диапазоне магнитуд данного региона. Следует отметить, что для определения лог-ускорений с помощью трех параметров (r , h , m), где r — эпицентральное расстояние, предложено большое количество формул (содержательный обзор этих формул см. в работах [Штейнберг и др., 1993; Аптикаев, 2012]), учитывающих особенности изучаемого региона. В монографии [Аптикаев, 2012] рекомендуется формула, предложенная автором:

$$\begin{aligned} \lg \text{PGA}, \text{ см/с}^2 &= \\ &= 0.95 - 1.80 \lg(r^2 + h^2), \text{ км} + 0.65 \cdot m \pm 0.20; \\ &\text{PGA} < 140 \text{ см/с}^2; \\ \lg \text{PGA}, \text{ см/с}^2 &= \\ &= 1.90 - 0.36 \lg(r^2 + h^2), \text{ км} + 0.13 \cdot m \pm 0.20; \\ &\text{PGA} \geq 140 \text{ см/с}^2. \end{aligned} \quad (7)$$

По этим формулам можно перевести каталог землетрясений данного региона в исследуемом

диапазоне магнитуд в величины $\lg \text{PGA}$, см/с² для любой координатной сетки. Затем для полученных лог-ускорений нужно оценить методом максимального правдоподобия параметры GPD и применить формулы (4)–(6) для нахождения q -квантиля $Q_T(q)$ максимальных лог-ускорений $\lg \text{PGA}$, за время T .

Пиковая горизонтальная скорость грунта (Peak Horizontal Velocity, PGV). Для PGV в монографии [Аптикаев, 2012] приводится формула:

$$\lg \text{PGV}, \text{ см/с} = -1.15 - 2.20 \lg(r^2 + h^2), \text{ км} + 0.88 \cdot m \pm 0.28. \quad (8)$$

По этой формуле можно перевести каталог землетрясений данного региона в исследуемом диапазоне магнитуд в величины $\lg \text{PGV}$ см/сек. Затем, для полученных лог-скоростей оценить методом максимального правдоподобия параметры GPD и применить формулы (4)–(6) для нахождения q -квантиля $Q_T(q)$ максимальных лог-скоростей $\lg \text{PGA}$ за время T .

Максимальное сотрясение грунта (максимальная сейсмическая интенсивность) в баллах. Для оценки максимального сотрясения грунта в баллах I имеется классическая формула Николая Виссарионовича Шебалина, так называемое “уравнение макросейсмического поля” [Шебалин, 1961]:

$$I, \text{ баллы} = 4.0 - 2.0 \cdot \lg(r^2 + h^2) + 1.5 m. \quad (9)$$

В работе [Ризниченко, 1966] был предложен метод расчета сотрясаемости грунта, использующий понятие повторяемости землетрясений. Было предложено также большое количество поправок к коэффициентам (9), учитывающих региональные особенности [Шебалин, 1961; 1968; Шебалин и др., 1986; Уломов, Шумилина, 1998; 1999].

По формуле (9) можно перевести каталог землетрясений данного региона в величины I (в баллах) в любой точке или в точках любой сетки. Затем для полученных I оценить методом максимального правдоподобия параметры GPD и применить формулы (4)–(6) для нахождения q -квантиля $Q_T(q)$ максимальной интенсивности I на будущее время T . Заметим, что во всех трех перечисленных случаях PGA, PGV, I оценки параметров GPD будут разные, поскольку они относятся к разным массивам данных.

Максимальные интенсивности, рассчитанные по изложенной методике, можно использовать на картах ОСР для выявления зон соответствующей балльности с уровнем доверия q . Описанная процедура дает четкие, статистически корректные формулировки методики построения карт ОСР с учетом надежности оценки баллов q и длительности прогнозируемого интервала времени T .

ВЫВОДЫ

1. В качестве региональной максимальной возможной магнитуды предлагается брать q -квантиль случайной максимальной магнитуды $M_{\max}(T)$ на конечном будущем интервале времени T , а в качестве распределения магнитуд использовать основанное на общих предельных теоремах теории экстремальных значений распределение GPD. В качестве основного варианта значений (q , T) при картировании можно предложить $q = 0.90$, $T = 50$ лет. Аналогичную методику можно применять и к другим характеристикам сейсмического поля.

2. В формулах (7)–(9) желательно использовать имеющиеся региональные поправки к коэффициентам, которые могут значительно увеличить эффективность оценивания соответствующего параметра. Желательно также: привлечение дополнительной информации, от которой зависит сейсмическое воздействие на грунт и сооружения (длительность сейсмического сигнала, его спектральные характеристики, свойства грунта и т.д., (см. работы [Аптикаев, 2012; Штейнберг и др., 1993; и др.])).

Отметим, что остается открытой задача объективного, статистически обоснованного совместного использования палеогеологических, исторических и инструментальных данных по сейсмичности конкретного региона с целью получения наиболее эффективной оценки региональной максимальной магнитуды. В настоящее время эта проблема фактически решается субъективно.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках Государственного задания ИТПЗ РАН.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит Д.В. Писаренко за ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аптикаев Ф.Ф. Инструментальная шкала сейсмической активности. М.: Наука и образование. 2012. 175 с.
- Писаренко В.Ф. Оценка параметров усеченного распределения Гутенберга–Рихтера // Физика Земли. 2022. № 1. С. 1–10.
- Писаренко В.Ф., Любушин А.А., Родкин М.В. Максимальные землетрясения в будущих интервалах времени // Физика Земли. 2021. № 2. С. 1–19.
- Писаренко В.Ф., Родкин М.В. Неустойчивость параметра $M_{\max}$ и альтернатива его применению // Физика Земли. 2009. № 12. С. 48–59.
- Писаренко В.Ф., Родкин М.В., Рукавишников Т.А. Стабильная модификация закона повторяемости землетрясений и перспективы ее применения в сейсморайонировании // Физика Земли. 2020. № 1. С. 62–76.
- Писаренко В.Ф., Ружич В.В., Скоркина А.А., Левина Е.А. Структура сейсмического поля Байкальской рифтовой зоны // Физика Земли. 2022. № 3. С. 1–19.
- Ризниченко Ю.В. Расчет сотрясаемости точек земной поверхности от землетрясений в окружающей области // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1966. № 5. С. 16–32.
- Уломов В.И., Шумилина Л.С. Комплект новых карт ОСР территории Российской Федерации // Сейсмостойкое строительство. 1998. № 1. С. 30–34.
- Уломов В.И., Шумилина Л.С. Проблемы сейсмического районирования территории России. Всероссийский НИИ проблем научно-технического прогресса и информации в строительстве Госстроя России. 1999.
- Шебалин Н.В. Балльность, магнитуда и глубина очага землетрясений. Землетрясения в СССР. М.: Наука. 1961. С. 126–138.
- Шебалин Н.В. Методы использования инженерно-сейсмологических данных при сейсмическом

районировании. Сейсмическое районирование СССР. М.: Наука. 1968. С. 95–121.

Шебалин Н.В., Ершов И.А., Шестоперов Г.С. и др. Улучшенный вариант шкалы сейсмической интенсивности (ММСК-86) на базе шкал MSK-64 и МСССС-73 (заключительный). М.: МСССС, ИФЗ. 1986. 61 с.

Шебалин П.Н., Гвишиани А.Д., Дзобоев Б.А., Скоркина А.А. Почему необходимы новые подходы к оценке сейсмической опасности? // Докл. РАН. Науки о Земле. 2022. Т. 507. № 1. С. 91–97.

Штейнберг В.В., Сакс М.В., Антикаев Ф.Ф. и др. Методы оценки сейсмических воздействий // Вопросы инженерной сейсмологии. 1993. Вып. 34. С. 5–93.

Giardini D. The Global Seismic Hazard Assessment Program (GSHAP) 1992–1999 // Annali di Geofisica. 1999. V. 42. № 6. P. 957–974.

Gumbel E.J. Statistics of extremes. New York: Columbia University Press. 1958.

Holschneider M., Zoller G., Hainzl S. Estimation of the maximum possible magnitude in the framework of the doubly truncated Gutenberg–Richter model // Bull. Seismol. Soc. Am. 2011. V. 101. № 4. P. 1649–1659.

Kijko A. Estimation of the maximum earthquake magnitude $M_{\max}$ // Pure Appl. Geophys. 2004. V. 161. № 8. P. 1655–1681.

Kijko A., Graham G. Parametric-historic procedure for probabilistic seismic hazard analysis part I: Estimation of maximum regional magnitude $M_{\max}$ // Pure Appl. Geophys. 1998. V. 152. № 3. P. 413–442.

Kijko A., Singh M. Statistical tools for maximum possible earthquake estimation // Acta Geophys. 2011. V. 59. № 4. P. 674–700.

Pisarenko V.F., Rodkin M.V. Approaches to solving maximum possible earthquake magnitude ($M_{\max}$) problem // Surveys in Geophysics. 2022. V. 43. № 2. P. 561–595.

Pisarenko V.F., Rodkin M.V. The maximum earthquake in future T years: Checking by a real catalog // Chaos, Solitons & Fractals. 2015. V. 74. P. 89–98.

Pisarenko V.F., Sornette D., Rodkin M.V. Distribution of maximum earthquake magnitudes in future time intervals: application to the seismicity of Japan (1923–2007) // Earth Planets Space. 2010. V. 62. P. 567–578.

Zoller G., Holschneider M. The maximum possible and the maximum expected earthquake magnitude for production-induced earthquakes at the gas field in Groningen, The Netherlands // Bull. Seismol. Soc. Am. 2016. V. 106. № 6. P. 2917–2921.

Quantiles of $M_{\max}$ and Other Characteristics of the Seismic Field Used in the Compilation of General Seismic Zoning (GSZ) Maps

V. F. Pisarenko^{a, *}

^aInstitute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997 Russia

*e-mail: pisarenko@mail.ru

Received February 16, 2024

revised March 12, 2024

accepted April 27, 2024

Abstract – A new probabilistic approach to the problem of estimating the regional maximum possible magnitude and some parameters of seismic impact is proposed. The methodology of its practical application is described, which is based on considering the maximum magnitude in the future time interval T as a random quantity and using its quantile with a given level of confidence as the regional maximum magnitude.

Keywords: regional maximum magnitude, quantiles of distribution, horizontal peak ground acceleration, horizontal peak ground velocity, intensity, parameter mapping, general seismic zoning