ФИЗИКА ЗЕМЛИ, 2025, № 1, с. 3–12

УДК 550.382.3

ТЕОРИЯ БЕЗГИСТЕРЕЗИСНОЙ ОСТАТОЧНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ ДЛЯ ХАОТИЧЕСКИ ОРИЕНТИРОВАННЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ ОДНООСНЫХ ОДНОДОМЕННЫХ ЧАСТИЦ

© 2025 г. В. П. Щербаков[1], *, Н. К. Сычева[1], **

[1]*Геофизическая обсерватория "Борок" ИФЗ им. О.Ю. Шмидта РАН, п. Борок, Ярославская область, Россия*
**E-mail*: *shcherbakovv@list.ru*
***E-mail*: *sycheva@borok.yar.ru*

Поступила в редакцию 11.03.2024 г.
После доработки 18.03.2024 г.
Принята к публикации 19.03.2024 г.

Дано обобщение теории образования безгистерезисной остаточной намагниченности (ARM) для невзаимодействующих хаотически ориентированных в пространстве одноосных однодоменных (ОД) частиц. Показано, что при оценочных суждениях вполне допустимы приближенные выражения для интенсивности ARM, данные в работах [Щербаков, Щербакова, 1977; Victora, 1989; Egli, 2002]. Однако расчеты выявили разительное несоответствие между теоретическими выводами и экспериментальными результатами. Из теории следует, что интенсивность ARM в несколько раз превосходит интенсивность TRM, в то время как эксперимент свидетельствует об обратном соотношении между ARM и TRM. Для разрешения полученного парадокса и понимания механизма образования ARM в горных породах необходимо дополнить представленную здесь теорию учетом магнитостатического взаимодействия, а с экспериментальной стороны — провести эксперименты по созданию ARM и TRM в ансамблях невзаимодействующих зерен, то есть при предельной малой их концентрации в образце.

Ключевые слова: безгистерезисная остаточная намагниченность, термоостаточная намагниченность, метод псевдо-Телье, кинетические уравнения.

DOI: 10.31857/S0002333725010013, **EDN:** ADGHPJ

ВВЕДЕНИЕ

ARM представляет собой лабораторный вид остаточной намагниченности, широко используемый в магнетизме горных пород для анализа магнитных свойств минералов в природных образцах [Stacey, Banerjee, 1965; Shaw, 1974; Dunlop, Özdemir, 1997; Egli, Lowrie, 2002]. В палеомагнетизме ARM используется при оценке палеонапряженности древнего геомагнитного поля безнагревными методами [Shaw, 1974] и псевдо-Телье [Tauxe et al., 1995; Dekkers, Bőhnel, 2006; de Groot et al., 2013; Paterson et al., 2016]. Разница между методами Телье и псевдо-Телье заключается в том, что в методе Телье для разрушения естественной остаточной намагниченности (NRM) и ее постепенного замещения частичными TRM (pTRM) используется последовательность нагревов, а в методе псевдо-Телье разрушением NRM и последовательном замещении NRM частичными ARM (pARM) путем приложения к образцу переменного поля AF возрастающей амплитуды с последующим построением диаграммы псевдо-Араи (потеря TRM vs прироста pARM) по аналогии с построением диаграммы Араи при применении методики Телье (потеря TRM vs прироста pTRM).

В предыдущей нашей работе [Щербаков, Сычева, 2023] мы представили теорию безгистерезисной остаточной намагниченности (ARM) одноосных однодоменных (ОД) частиц, но при этом для относительной простоты анализа ограничились рассмотрением ориентированных частиц, когда внешнее магнитное поле **B** параллельно (либо антипараллельно) вектору легкой оси частицы **l.** На практике же, однако, легкие оси частиц **l** распределены хаотично в пространстве, что уменьшает интенсивности ARM и TRM. Если для TRM поправка сводится просто к появлению множителя 1/3 в формуле [Нагата, 1965]:

$$M = mn\tanh\frac{\mu_0 m(T_b)B}{kT_b}, \quad (1)$$

где: m — величина магнитного момента; n — плотность; T_b — блокирующая температура; k — постоянная Больцмана; B — внешнее поле, то для ARM ситуация оказывается намного более сложной, поскольку энергия частицы (формула (2), ниже), а вместе с ней и потенциальный барьер зависят от величины угла ψ между **B** и **l** (рис. 1а). Как результат, взаимоотношения ARM и TRM, полученные в предыдущей работе, могут существенно измениться, а от этого зависит и форма диаграммы псевдо-Араи, свойства которой являются ключевыми при оценке палеонапряженности методом псевдо-Телье.

В представленной работе дается обобщение теории образования ARM для невзаимодействующих, хаотически ориентированных в пространстве одноосных ОД частиц, на основе которой возможно будет рассчитать диаграммы псевдо-Араи и провести их сравнение с доступными экспериментальными данными.

КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО РЕШЕНИЕ ДЛЯ ХАОТИЧЕСКИ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ

Введем сферические координаты (θ, ϕ), где θ — полярный угол, а ϕ — азимут. Тогда энергия одноосной ОД частицы с магнитным моментом **m** и объемом v есть:

$$E = (mB_c/2)\sin^2(\theta) - (\mathbf{m}\cdot\mathbf{B}). \quad (2)$$

Здесь B_c — микрокоэрцитивная сила; **B** — внешнее магнитное поле. Пусть **l** — вектор, направленный вдоль легкой оси, совпадающий с направлением $\theta = 0$. В работе [Stoner, Wohlfarht, 1948] и позже в работе [Victora, 1989] авторы предположили, что для расчета величины потенциального барьера достаточно рассмотреть конфигурацию, когда вектор магнитного момента **m** лежит в плоскости (**l**, **B**), поскольку любое отклонение **m** от этой плоскости увеличивает энергию (на самом деле это не вполне верно, и строгий

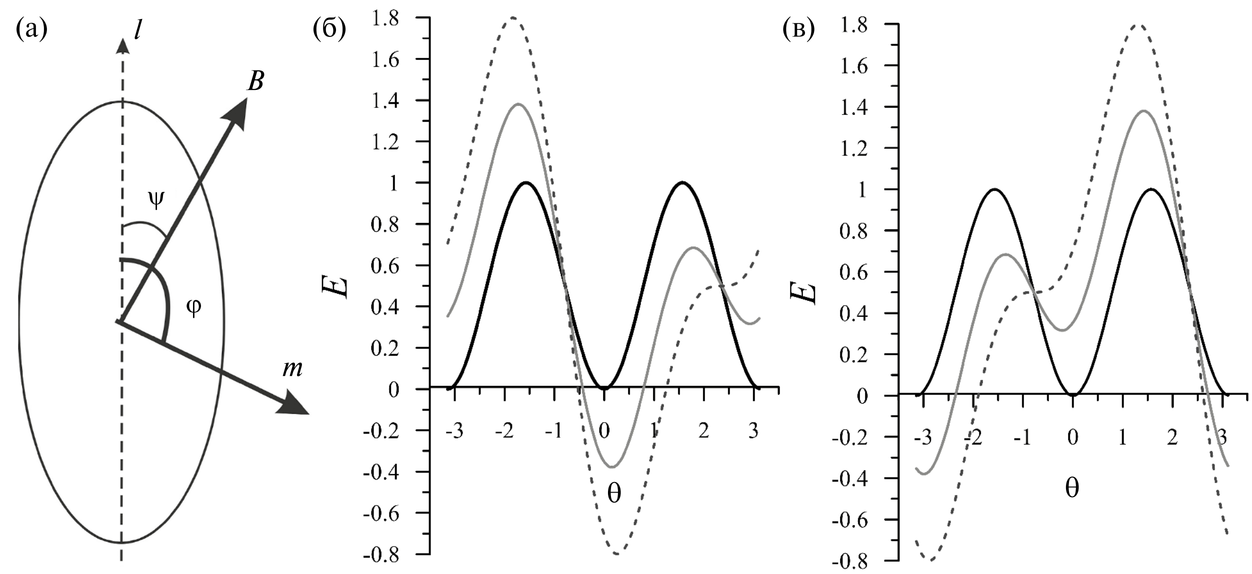

Рис. 1. (а) — Схема взаимного расположения векторов внешнего магнитного поля **B**, магнитного момента частицы **m** и легкой оси частицы **l**; (б) — $E(\theta)$ при $\psi = \pi/4$, $b = 0.0$ (черная линия), 0.25 (серая линия), 0.5 (пунктир); (в) — $E(\theta)$ при $\psi = \pi/4$, $b = 0.0$ (черная линия), -0.25 (серая линия), -0.5 (пунктир). Согласно (4), $b_{cr}(\pi/4) = 0.5$, так что кривые $E(\theta)$ при $b = 0.5$ и $b = -0.5$ на рис. 1б и 1в соответствуют ситуации перемагничивания (схлопывания метастабильного минимума и максимума в одну точку).

расчет предполагает решение диффузионного уравнения на всей сфере (θ, ϕ) аналогично тому, как это было сделано в работе [Brown, 1962] для случая **l** ‖ **B**, однако в такой строгой постановке эта задача слишком громоздка для наших целей). Положим, азимут этой плоскости $\phi = 0$, тогда нормированная энергия:

$$E_n = \frac{2E}{mB_c} = \sin^2\theta - 2b\cos(\psi - \theta), \qquad (3)$$

где для удобства введено безразмерное поле $b = B/B_c$; θ и ψ — полярные углы векторов **m** и **B** соответственно. При $b = 0$ возможны две конфигурации: **m** ‖ **l** ($\theta = 0$) и **m** ‖ -**l** ($\theta = \pi$). Пусть $\psi < \pi/2$, $b > 0$ и происходит рост величины поля b, что ведет к углублению минимума энергии частицы, изначально направленной вдоль оси $\theta = 0$ и к перемагничиванию магнитного момента частицы, изначально направленного вдоль оси $\theta = \pi$. Графики функции $E_n(\theta, \psi)$ при различных значениях b и фиксированном ψ показаны на рис. 1б. Положения минимумов и максимумов функции $E_n(\theta)$ при постоянных ψ и b находятся из условия $dE_n(\theta)/d\theta = \sin(2\theta) - -2b\sin(\psi\text{-}\theta) = 0$.

На кривых $E_n(\theta)$, приведенных на рис. 1б, имеются два минимума E_{n1} и E_{n2} и два максимума. Очевидно, что для определения потенциального барьера достаточно рассмотреть только меньший из максимумов E_{nm}. Зарезервируем обозначение E_{n1} для более глубокого, стабильного энергетического минимума, а E_{n2} — для метастабильного минимума. При положительном b положение стабильного энергетического минимума находится вблизи точки $\theta = 0$, а метастабильного — вблизи $\theta = \pi$ (рис. 1б). Потенциальные барьеры для взаимных переходов находятся как $\Delta E_{n1}(\psi, b) = E_{nm} - E_{n1}$ и $\Delta E_{n2}(\psi, b) = E_{nm} - E_{n2}$.

Критическое поле перемагничивания из метастабильного состояния $b_{cr}(\psi)$ определяется из условий $dE_n/d\theta = \sin(2\theta) - 2b\sin(\psi\text{-}\theta) = 0$, $d^2E_n/d\theta^2 = \cos(2\theta) + b\cos(\psi\text{-}\theta) = 0$. Как показано в работах [Stoner, Wohlfarht, 1948; Victora, 1989], решение этих уравнений дает:

$$b_{cr}(\psi) = \frac{\sqrt{1 - t^2 + t^4}}{1 + t^2}, \ 0 < \psi < \pi/2, \qquad (4)$$

где $t = \tan(\psi)^{1/3}$.

Примеры численного расчета потенциальных барьеров ΔE_{n1} и ΔE_{n2} как функции b при $b < b_{cr}(\psi)$ при фиксированных ψ и $n = 1000$ приведены на рис. 2. Согласно работе [Victora, 1989] зависимость величины энергетического барьера $\Delta E_{n2}(\psi, b)$ для перехода из метастабильного состояния в стабильное аппроксимируется формулой:

$$\Delta E_{n2}(\psi,b) = [1 - b/b_{cr}(\psi)]^{3/2}, \ b < b_{cr}(\psi). \qquad (5)$$

Наш расчет показал, что это соотношение выполняется с очень хорошей точностью (рис. 2).

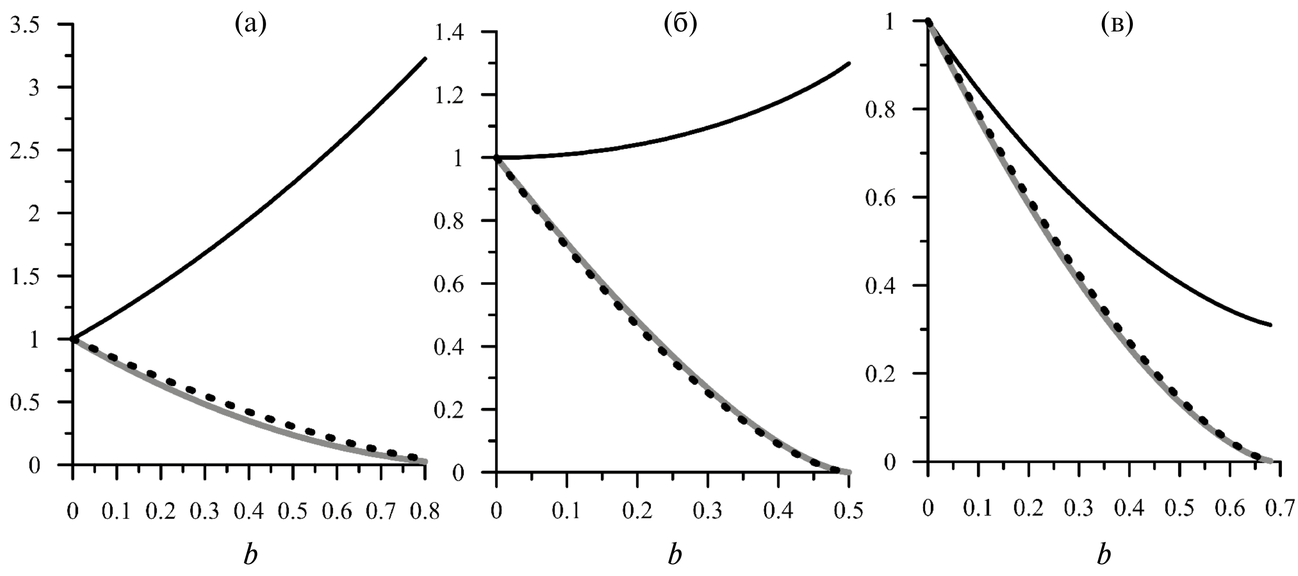

Рис. 2. Величины потенциальных барьеров $\Delta E_{n1}(\psi,b)$ (черная линия) и $\Delta E_{n2}(\psi,b)$ (серая линия) как функции приложенного поля b при $b > 0$: (а) $\psi = (1/20)\pi$; (б) $\psi = (1/4)\pi$; (в) $y = (9/20)\pi$. Пунктиром показан результат $\Delta E_{n2}(\psi,b)$ расчета по приближению (5).

Как видно из (5), $\Delta E_{n2}(\psi,b)$ зависит от ψ лишь через величину критического поля, сохраняя общую форму кривой при росте b. В то же время поведение $\Delta E_{n1}(\psi,b)$ в зависимости от величины поля b сильно изменяется с ростом ψ, переходя от резко возрастающей функции b при $\psi = (1/20)\pi$ к почти плоской при $\psi = (1/4)\pi$ и к спадающей при $\psi = (9/20)\pi$ (рис. 2).

В работе [Щербаков, Сычева, 2023] при анализе приобретения ARM для одинаковых ориентированных частиц использовалось известное кинетическое уравнение [Brown, 1963; Методы..., 1973]:

$$\frac{dy}{dt} = -\lambda(t)\left[y - \mu(t)\right], \lambda(t) = A_{1,2}(t) + A_{2,1}(t),$$

$$\mu(t) = \frac{A_{1,2}(t) - A_{2,1}(t)}{A_{1,2}(t) + A_{2,1}(t)}. \qquad (6)$$

Здесь: $y = M/M_sV$ в зависимости от амплитуды приложенного переменного поля h_{af} — нормированная намагниченность; M_s — намагниченность насыщения; V — объем изолированной частицы. Пусть символ 1 означает состояние с магнитным моментом, направленным в параллельную **l** полусферу (формально это соответствует условию $\mathbf{m} \cdot \mathbf{l} > 0$), а для символа 2 справедливо обратное утверждение. Кинетические коэффициенты перехода из состояния 1 в состояние 2 (и наоборот) имеют вид [Brown, 1963]:

$$A_{1,2} = f_0\sqrt{\frac{g}{\pi}}\left[1-b^2\right](1+b)\exp\left(-\frac{\Delta E_{1,2}}{kT}\right),$$

$$A_{2,1} = f_0\sqrt{\frac{g}{\pi}}\left[1-b^2\right](1-b)\exp\left(-\frac{\Delta E_{1,2}}{kT}\right), \qquad (7)$$

где: k — постоянная Больцмана; T — температура окружающей среды; $f_0 \sim 10^9$ с$^{-1}$ — характерная частота попыток преодоления потенциального барьера; параметр коэрцитивности $g = \mu_0 m B_c/2kT$. Очевидно, эти же уравнения можно использовать и для хаотически ориентированных частиц с той разницей, что теперь коэффициенты $A_{1,2}$ и $A_{2,1}$ являются функциями не только t, но и ψ, поскольку потенциальные барьеры $\Delta E_{1,2}$ и $\Delta E_{2,1}$ также зависят от ψ, а во-вторых, поле b в предэкспоненциальных множителях следует заменить на $b/b_{cr}(\psi)$ [Egli, Lowrie, 2002].

При создании ARM величина переменного поля со временем t меняется по закону $B = B_{af}\alpha(t)\sin(2\pi t/t_0) + B_{dc}$, где B_{af} — начальная амплитуда переменного поля (AF); $\alpha(t)$ — закон спада амплитуды AF во времени; $t_0 \sim 10^{-2}$ с — период AF. Ниже при расчетах полной ARM полагается $B_{af} = B_c b_{cr}(\psi)$, поскольку при $B_{af} > B_c b_{cr}(\psi)$ полный разворот **m** происходит мгновенно и анализ кинетических уравнений здесь теряет смысл. Полагая для определенности $\alpha(t) = 1 - t/a$ и переходя к безразмерным переменным $\tau = 2t/t_0$, $b = B/B_c$ и $h = B_{dc}/B_c$, получим:

$$b(\tau) = h + b_{cr}(\psi)(1 - \tau/n)\sin(\pi\tau). \qquad (8)$$

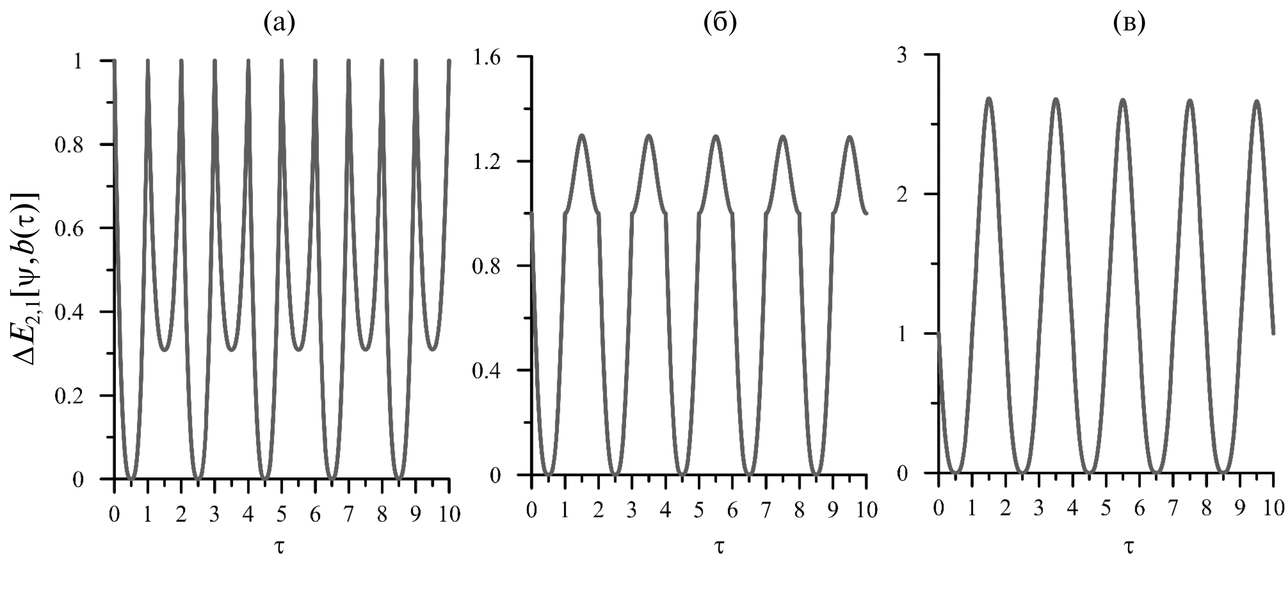

Рис. 3. Величина нормированного потенциального барьера D$E_{2,1}$[y,b(τ)]$/mB_c$ как функции времени τ для первых 5 периодов: (а) $\psi = (1/20)\pi$; (б) $\psi = (1/4)\pi$; (в) $\psi = (9/20)\pi$.

Здесь $n = (2a/t_0)$ — общее число полупериодов AF в течение всего процесса намагничивания. Из структуры формул (3), (8) и определения g видно, что:

$$\frac{\Delta E_{1,2}}{kT} = g\Delta E_{n1},\ \frac{\Delta E_{2,1}}{kT} = g\Delta E_{n2},$$

если Integer(τ) = 0,2,4...(рис. 1б),

$$\frac{\Delta E_{1,2}}{kT} = g\Delta E_{n2},\ \frac{\Delta E_{2,1}}{kT} = g\Delta E_{n1}, \tag{9}$$

если Integer (τ) = 1,3,5...(рис. 1в).

С учетом этого замечания на рис. 3 представлен график величины нормированного на mB_c потенциального барьера $\Delta E_{2,1}$ как функции τ на интервале τ < 10 при фиксированных ψ и $n = 1000$. Для нормированного потенциального барьера $\Delta E_{1,2}$ справедливы эти же графики, но сдвинутые на полпериода.

РАСЧЕТ ВЕЛИЧИНЫ ARM

Общее решение уравнения (6) есть [Щербаков, Сычева, 2023]:

$$y(\tau) = y(0)\exp\left[-f(\tau)\right] +$$
$$+\int_0^\tau \exp[-f(\tau) + f(x)]\lambda(x)\mu(x)dx,$$
$$f(x) = \int_0^x \lambda(z)dz, \tag{10}$$

где $\lambda(x)$ определяется формулами (6), (7) и (9). Подчеркнем, что параметр g в выражениях (9) и (10) всегда >25, поскольку при меньших g зерно является суперпарамагнитным при комнатной температуре T_r и, соответственно, не вносит вклада в ARM [Neel, 1955]. Тогда, как было показано в работе [Щербаков, Сычева, 2023], практически везде выполняется также неравенство $2gb >> 1$, что, в свою очередь, обеспечивает с высокой точностью выполнения условия $\mu(\tau) = \pm 1$. Последнее обстоятельство дает возможность построить быструю и эффективную схему численного расчета функции $y(\tau)$ согласно следующему алгоритму.

Рассмотрим некоторый интервал времени $\tau = (i - 1, i)$. Как показали авторы работы [Щербаков, Сычева, 2023], при условии $\mu(\tau) = \pm 1$ решение уравнения (10) на этом интервале принимает вид:

$$y(\tau) = y(i-1)\exp\left[-z(\tau, i-1)\right] + (-1)^{n-1} \times$$
$$\times\left\{1 - \exp\left[-z(\tau, i-1)\right]\right\}. \tag{11}$$

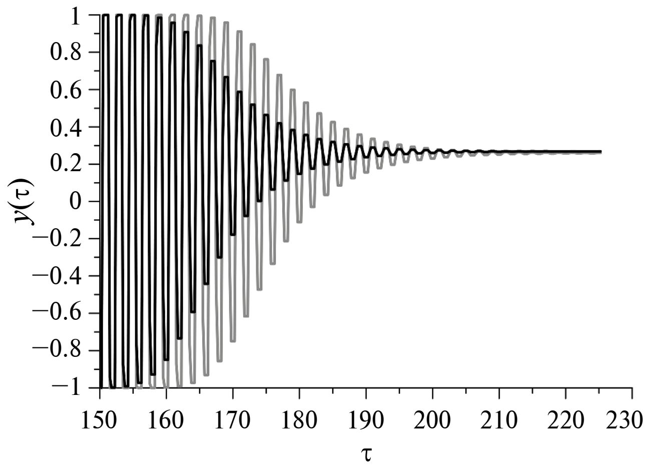

Рис. 4. $h = 0.001$, $n = 1000$, $g = 200$, $\psi = \pi/4$. Графики $y(\tau)$, рассчитанные по формуле (11) с величиной потенциального барьера, определяемого по формуле (9). Серая линия представляет решение (11) с использованием приближения (5) для величины потенциального барьера.

Здесь введено обозначение $z(\tau, i-1) = \int_{i-1}^{\tau} \lambda(x)dx$. Уравнение (11) представляет собой рекуррентное соотношение для реализации расчета функции $y(\tau)$ последовательно для интервалов $i < \tau < i + 1$, $i = 0, 1, 2, ..., n$, что позволяет получить решение задачи на всем интервале $\tau = (0,\ n)$. Примеры такого расчета представлены на рис. 4.

Автор работы [Victora, 1989] дал приближенное выражение (5) при оценке величины потенциального барьера. На рис. 5б дано сравнение величины намагниченности как функции времени, рассчитанной с помощью формул (11) и (5). Как видно, между этими кривыми наблюдается некоторая разница, обусловленная тем, что выражение (5) плохо аппроксимирует величину потенциального барьера $\Delta E_{n1}(\psi, b)$ (рис. 2). Тем не менее конечные значения ARM достаточно близки, поэтому предыдущие оценки интенсивности ARM, данные в цитированных работах [Victora, 1989; Egli, 2002], можно применять при оценочных суждениях.

Очевидно, значение $y(n,h,\psi,g)$ равно $ARM(h,\psi,g)$ (нормированной на $M_s v$) рассматриваемой изолированной частицы, характеризуемой параметрами ψ и g. Результаты такого расчета представлены на рис. 5а, где y дана как функция ψ при фиксированном g. На рис. 5б сплошной линией показана усредненная по всем ориентациям легкой оси зависимость $ARM(g) = \int_0^\pi y(h, \psi, g)\cos(\psi)\sin(\psi)d\psi$. Пунктиром пока-

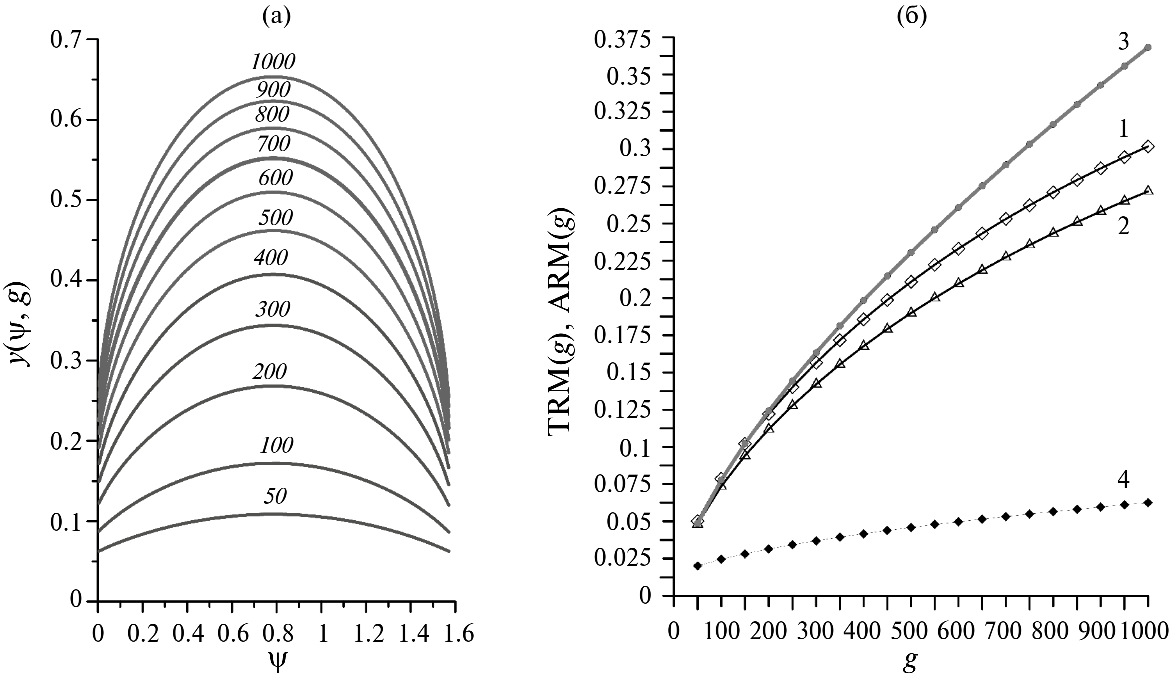

Рис. 5. $h = 0.001$, $n = 1000$. (а) — график интенсивности $y(\psi,g)$ как функции y, рассчитанной по формулам (11) и (9) для различных значений параметров коэрцитивности g; (б) *1* — интенсивность ARM(g), полученная усреднением $y(\psi, g)$ по ψ (кривая *1*); *2* — ARM(g), рассчитанная с использованием приближения (5) для величины потенциального барьера; *3* — ARM(g), полученная по приближенной формуле (15); *4* — зависимость TRM(g).

зана зависимость *TRM*(g), рассчитанная согласно формуле (17) работы [Shcherbakov et al., 2021]. Отметим, что при этих расчетах было учтено, что хаотическое распределение осей легкого намагничивания ОД частиц ведет к уменьшению величины TRM, полученной для ориентированных частиц, ровно в три раза [Нагата, 1965].

ДИСКУССИЯ

Хотя представленное выше решение (11) кинетических уравнений позволяет быстро и с достаточной степенью точности описать процесс приобретения ARM в ОД частицах, для понимания физики процесса полезно иметь простое приближенное выражение для интенсивности ARM. Для ориентированных частиц вывод такого приближение был дан в работе [Щербаков, Сычева, 2023], ниже мы его обобщаем на случай хаотического распределения легких осей. Для этого запишем кинетическое уравнение (6) в виде:

$$\frac{dy}{d\tau} = -\left[A_{1,2}(\tau) + A_{2,1}(\tau)\right]y + A_{1,2}(\tau) - A_{2,1}(\tau). \qquad (12)$$

Далее опустим в выражениях (7) для кинетических коэффициентов $A_{1,2}$ и $A_{2,1}$ предэкспоненциальные множители $[1 - (b/b_{cr})]^2(1 \pm b/b_{cr})$ как несущественные и положим для простоты, что потенциальный барьер при любых τ аппроксимируется формулой (5). В результате мы получим следующее упрощенное соотношение для кинетических коэффициентов:

$$A_{1,2}(\tau,\psi) = \exp\{q - g[1 + h\,/\,b_{cr}(\psi) + h_{af}(\tau)]^{3/2}\},$$

$$A_{2,1}(\tau,\psi) = \exp\left\{q - g[1 - h\,/\,b_{cr}(\psi) + h_{af}(\tau)]^{3/2}\right\}. \qquad (13)$$

В этой формуле $h_{af}(\tau) = (1 - \tau/n)\sin(\pi\tau)$, $q = \ln(f_0 t_0/2) + (1/2)\ln(g/\pi) \approx 20$. Напомним, что параметр g в (12) всегда >25, соответственно, коэффициент $A_{2,1} = \exp\{q - g\left[1 - h_{af}(\tau)\sin(\pi\tau)\right]^{3/2}\}$ имеет острый максимум при $\tau = i - 1/2$ ($i = 1, 3, 5, ..$), а $A_{1,2} = \exp\{q - g\left[1 + h_{af}(\tau)\sin(\pi\tau)\right]^{2}\}$ — при $\tau = i - 1/2$ ($i = 2, 4, 6, ..$). Оба эти максимума соответствуют минимуму потенциального барьера $\Delta E_{n2}(\psi, b)$, определяющему частоту перехода из метастабильного состояния в стабильное. Иными словами, точная форма потенциального барьера $\Delta E_{n1}(\psi, b)$, определяющего частоту обратного перехода, оказывается малосущественной, поскольку вероятность такого перехода мала. С физической точки зрения это означает, что частота перехода частиц из одного состояния в другое $A_{1,2} + A_{2,1}$ имеет острый максимум в узкой окрестности значений $\tau = i - 1/2$ ($i = 1,2,3...$). Мы здесь воспользуемся указанным свойством только для того, чтобы попросту проигнорировать быстро осциллирующий множитель sin(pi). Отсюда с учетом неравенства $h \ll 1$ получим:

$$\frac{dy}{d\tau} \propto \exp\left[q - g\left(\frac{\tau}{n}\right)^{\frac{3}{2}}\right]\left[y - \frac{3}{2}gh / b_{cr}(\psi)\left(\frac{\tau}{n}\right)^{1/2}\right]. \quad (14)$$

Знак пропорциональности вместо знака равенства здесь поставлен потому, что при принятых приближениях мы заведомо теряем какие-то множители в коэффициентах.

Отметим, что при таком упрощении под функцией $y(\tau)$ следует понимать ее среднюю величину по периоду, поскольку все изменения $y(\tau)$ внутри периода игнорируются. Тем не менее, несмотря на столь радикальные упрощения, этот эмпирический подход приводит к тому же результату, что и более детальный анализ, основанный на реальном усреднении коэффициентов уравнения (12) по периодам с применением метода Лапласа [Щербаков, Щербакова, 1977; Egli, Lowrie, 2002]. На первой стадии процесса, при высокой амплитуде $b(\tau)$, что соответствует малым τ/n, частота спонтанных перескоков магнитного момента $f \approx \exp\left[q - g\left(\frac{\tau}{n}\right)^{3/2}\right]$ еще очень велика, и поэтому единственным способом сохранить величину $dy/d\tau$ в левой части уравнения (12) в разумных пределах является приравнивание нулю правой части этого уравнения, то есть положить:

$$y(\tau,\psi) \approx \frac{3}{2}gh / b_{cr}(\psi)\left(\frac{\tau}{n}\right)^{1/2}. \quad (15)$$

При росте τ/n и соответствующем спаде амплитуды AF частота перескоков f резко замедляется и при $q << g(\tau/n)^2$ становится близка к нулю, что означает блокировку состояния магнитного момента частицы. Соответственно, условие $q = g(\tau/n)^{3/2}$ можно принять за условие блокировки, откуда $y(\tau_b,\psi) = \frac{3}{2}\frac{h}{b_{cr}(\psi)}q^{\frac{1}{3}}g^{\frac{2}{3}}$. После усреднения по ψ получим:

$$y(\tau_b) = ARM = \frac{3}{2}hq^{\frac{1}{3}}g^{\frac{2}{3}} \times \\ \times\int_0^{\psi}\frac{\cos(\psi)\sin(\psi)}{b_{cr}(\psi)}d\psi = 1.38hq^{\frac{1}{3}}g^{\frac{2}{3}}. \quad (16)$$

Результат расчета по формуле (16) приведен на рис. 5б (кривая *2*).

Что касается термоостаточной намагниченности, то ее величину можно оценить из широко известной формулы для средней во времени намагниченности суперпарамагнитной (СПМ) частицы $M = m(\mu_0(\mathbf{m}\cdot\mathbf{B})/kT)$ [Neel, 1965]. Блокировка положения в пространстве магнитного момента частиц происходит, когда время релаксации $t_r \approx (1/2f_0)\exp[\mu_0 mB_c/(2kT)]$ данной частицы становится равным характерному времени охлаждения $\lambda \sim 100$ с. Отсюда получаем известное условие блокировки $\exp[\mu_0 mB_c/(2kT)]|_{T=Tb} = 2f_0\lambda$ или $\mu_0 mB_c/(2kT)|_{T=Tb} = \ln(2f_0\lambda) = q_{\mathrm{TRM}}$ [Методы..., 1973; Shcherbakov et al., 2021]. В обычных лабораторных экспериментах $\lambda \sim 100$ с, откуда $q_{\mathrm{TRM}} \approx 25$ [Neel, 1955]. Вспоминая, что $g = \mu_0 mB_c/2kT|_{T=Tr}$, можно получить полезное соотношение $q_{\mathrm{TRM}} = g(\frac{j_{sb}}{j_{sr}})^2\frac{T_r}{T_b}$, где $j_s(T)$ — приведенная спонтанная намагниченность, $j_{sr} = j_s(T_r)$, а $j_{sb} = j_s(T_b)$. Вводя нормированную намагниченность $y = M/m$, получим:

$$\mathrm{TRM} = y(T_b) = (1/3)\mu_0 mB/kT|_{T=Tb} = \frac{2}{3}h\frac{j_{sr}}{j_{sb}}q_{\mathrm{TRM}}. \quad (17)$$

Множитель 1/3 появился здесь при учете хаотичности распределения легких осей частиц [Neel, 1955], а множитель j_{sr}/j_{sb} возник ввиду роста $M_s(T)$ при охлаждении частицы от T_b до T_r. Приняв для простоты, что магнитная анизотропия частиц обусловлена анизотропией формы, так что $B_c(T) = B_c(0)j_s(T)$, найдем из (16) и (17):

$$\frac{\mathrm{ARM}}{\mathrm{TRM}} = \frac{2.07q^{1/3}g^{2/3}}{q_{\mathrm{TRM}}}\frac{j_{sb}}{j_{sr}} = \frac{2.07q^{1/3}g^{2/3}}{q_{\mathrm{TRM}}} \times \\ \times\sqrt{\frac{q_{\mathrm{TRM}}}{g}\frac{T_b}{T_r}} = 2.07(g/q)^{1/6}\sqrt{\frac{q}{q_{\mathrm{TRM}}}\frac{T_b}{T_r}}. \quad (18)$$

Для ориентированных частиц аналогичный расчет давал $\mathrm{ARM/TRM} = \sqrt{\frac{q}{q_{\mathrm{TRM}}}\frac{T_b}{T_r}}$ — соотношение, которое было получено в работах [Jaep, 1968; Щербаков, Щербакова, 1977; Щербаков, Сычева, 2023]. Как мы видим, для неориентированных частиц это отношение выглядит заметно более сложным, но при этом неравенство ARM > TRM сохраняется и даже несколько возрастает по сравнению со случаем ориентированных ОД зерен, изменяясь в интервале от 1.2 (для частицы, близкой к СПМ с $T_b \approx T_r$ и $q_{\mathrm{TRM}} \approx g$) до 3.1 (для частицы с $T_b \approx 850$ K и $g \approx 1000$).

Однако проблема состоит в том, что в любом случае теоретические выводы резко контрастируют с экспериментальными результатами, свидетельствующими об обратном соотношении между ARM и TRM [Sugiura, 1979; Борисова, Шолпо, 1985; Paterson et al., 2016], — согласно этим работам, в среднем отношение TRM/ARM ≈ 2.7. Возможное объяснение этого противоречия лежит в неучете поля магнитостатического взаимодействия B_{int} [Sugiura, 1979; Щербаков, Сычева, 2023].

Как показали авторы работы [Щербаков, Щербакова, 1977], магнитостатическое взаимодействие приводит к тому, что в действительности не все ОД зерна принимают существенное участие в образовании TRM или ARM, а только те из них, на которых поле взаимодействия оказывается достаточно слабым. Условием слабости взаимодействия является неравенство $\mu_0 m B_{int} < kT,$ то есть энергия магнитостатического взаимодействия меньше тепловой. Здесь под B_{int} следует понимать среднюю величину поля взаимодействия, оцениваемую как $B_{int} \approx 5M_s c$, где c — объемная концентрация ОД зерен в образце [Щербаков, Щербакова, 1975; 1976; Афремов, Харитонский, 1988; Shcherbakov et al., 1996; Белоконь, Нефедев, 2001]. Иными словами, в образовании TRM или ARM принимает участие лишь доля зерен $\approx kT/\mu_0 m B_{int} = kT/\mu_0 M_s v B_{int}$ от их общего числа. Отсюда можно заключить, что для полуколичественного учета взаимодействия достаточно выражения (16) и (17) умножить на $kT_r/\mu_0 M_s(T_r) v B_{int}(T_r)$ и $kT_b/\mu_0 M_s(T_b) v B_{int}(T_b)$, соответственно. В результате отношение ARM/TRM упадет в $(T_r/T_b)(j_{sb}/j_{sr})^2 = q_{\text{TRM}}/g \sim (2–10)$ раз, что разрешает парадокс несоответствия теории и эксперимента. С физической стороны это объясняется тем, что TRM приобретается при повышенных температурах, а ARM — при комнатных. Соответственно, энергия магнитостатического взаимодействия оказывается ниже при образовании TRM по сравнению с таковой при образовании ARM, а температуры образования находятся в обратном отношении, что усиливает эффект.

Разумеется, приведенные соображения никак нельзя считать доказательством этого положения в силу полуэмпирического характера аргументов, но они, по крайней мере, указывают путь к разрешению этого парадокса.

В литературе известен только один эксперимент по созданию ARM и TRM на искусственных образцах, содержащих ОД частицы в разной объемной концентрации c, где было показано, что отношение TRM/ARM изменяется от 7.34 при $c = 2.3\%$ до 1.19 при $c = 2\times10^{-4}\%$ [Sugiura, 1979]. Иными словами, чем больше взаимодействие, тем выше это отношение, что прямо свидетельствует о существенной роли магнитостатического взаимодействия на образование TRM и ARM. Тот факт, что даже при столь низкой концентрации ферримагнетика как $2\times10^{-4}\%$ отношение TRM/ARM все равно осталось >1, объясняется, скорее всего, ролью кластеров в распределении частиц по объему, в которых локальная концентрация намного превышает среднюю.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлена теория образования ARM, развитая на основе строгого решения кинетических уравнений для ансамбля невзаимодействующих ОД частиц. Показано, что при оценочных суждениях вполне допустимо применять приближенные выражения для интенсивности ARM, данные в предшествующих работах [Щербаков, Щербакова, 1977; Victora, 1989; Egli, 2002].

Однако расчеты выявили разительное несоответствие между теоретическими выводами и экспериментальными результатами. Из теории следует, что интенсивность ARM в несколько раз превосходит интенсивность TRM, в то время как эксперимент свидетельствует об обратном соотношении между ARM и TRM. Из этого следует, что для разрешения полученного парадокса и понимания механизма образования ARM в горных породах необходимо дополнить представленную здесь теорию учетом магнитостатического взаимодействия, а с экспериментальной стороны очень желательно провести эксперименты по созданию ARM и TRM в ансамблях невзаимодействующих зерен, то есть при предельной малой их концентрации в образце. Обе эти задачи как с экспериментальной, так и с теоретической стороны достаточно сложны, но без их решения нельзя быть уверенным в правильности известных методик использования этих видов намагниченностей для решения различных палео- и петромагнитных задач и в особенности в надежной интерпретации получаемых результатов.

Комбинация теории образования термоостаточной намагниченности (TRM) [Shcherbakov et al., 2021] и представленной в данной работе теории образования ARM позволит в дальнейшем выполнить физически и математически обоснованное моделирование относительного определения палеонапряженности методом псевдо-Телье.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Авторы выражают благодарность Карлу Фабиану за помощь в построении вычислительного алгоритма.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-27-00290, http://rscf.ru/project/23-27-00290/.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Афремов Л.Л., *Харитонский П.В.* О магнитостатическом взаимодействии в ансамбле растущих однодоменных зерен // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1988. № 2. С. 101–105.

Белоконь В.И., *Нефедев К.В.* Функция распределения случайных полей взаимодействия в неупорядоченных магнетиках. Спиновое и макроспиновое стекло // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2001. Т. 120. Вып.1 (7). С. 156–164.

Борисова Г.П., *Шолпо Л. Е.* О возможности статистических оценок палеонапряженности геомагнитного поля // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1985. № 7. С. 71–79.

Методы палеомагнитных исследований горных пород [Текст] / В.И. Белоконь, В.В. Кочегура, Л.Е. Шолпо (ред.). Мин. геологии СССР. Всесоюз. науч.-исслед. геол. ин-т (ВСЕГЕИ). Л.: Недра. Ленингр. отд-ние. 1973. 247 с.

Нагата Т. Магнетизм горных пород. М.: Мир. 1965. 348 с.

Щербаков В.П., *Щербакова В.В.* К расчету термоостаточной и идеальной намагниченностей ансамбля взаимодействующих однодоменных зерен // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1977. № 6. С. 69–83.

Щербаков В.П., *Сычева Н.К.* Теория безгистерезисной остаточной намагниченности однодоменных зерен // Физика Земли. 2023. № 5. С. 3–12. DOI: 10.31857/S0002333723050095

Brown W. F. Thermal fluctuation of a single-domain particle // Phys. Rev. 1963. V. 130. P. 1677–1686.

Dekkers M.J., *Böhnel H.N.* Reliable absolute palaeointensities independent of magnetic domain state // Earth Planet. Sci. Lett. 2006. V. 248. P. 507–516.

de Groot L.V., *Biggin A.J.*, *Dekkers M.J.*, *Langereis C.G.*, *Herrero-Bervera E.* Rapid regional perturbations to the recent global geomagnetic decay revealed by a new Hawaiian record // Nat. Commun. 2013. № 4. DOI:10.1038/ncomms3727

Dunlop D., *Ozdemir O.* Rock magnetism. Fundamentals and frontiers. Cambridge University Press. 1997. 573 p.

Egli R., *Lowrie W.* Anhysteretic remanent magnetization of fine magnetic particles //

Journal of Geophysical Research. 2002. V. 107. № B10, 2209. DOI:10.1029/2001JB000671

Jaep W. F. Anhysteretic magnetization of an assembly of single-domain Particles // J. Appl. Phys. 1969. V. 40. P. 1297–1298.

Paterson Greig A., *Heslop David and Yongxin Pan* The pseudo-Thellier palaeointensity method: new calibration and uncertainty estimates // Geophys. J. Int. 2016. V. 207. P. 1596–1608. DOI: 10.1093/gji/ggw349

Shaw J. A new method of determining the magnitude of the paleomagnetic field // Geophys. J. R. Astron. Soc. 1974. V. 39. P. 133–141.

Shcherbakov V.P., *Sycheva N.K.*, *Lamash B.E.* Monte Carlo modelling of TRM and CRM acquisition and comparision of their properties in an ensemble of interacting SD grains // Geophys. Res. Lett. 1996. V. 26. № 20. P. 2827–2830.

Shcherbakov V. P., *Lhuillier F.*, *Sycheva N. K.* Exact Analytical Solutions for Kinetic Equations Describing Thermochemical Remanence Acquisition for Single-Domain Grains: Implications for Absolute Paleointensity Determinations // JGR Solid Earth. 2021. V. 126. Is. 5. P. 1-24. DOI: 10.1029/2020JB021536

Stacey F.D., *Banerjee S.K.* The physical principles of the rock magnetism. Amsterdam: Elsevier. 1974. 195 p.

Stoner E.C., *Wohlfarth E.P.* Coercive force of fine particles // Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences. 1948. V. 240. P. 599–601. DOI:10.1098/rsta.1948.0007

Sugiura N. ARM, TRM, and magnetic interactions: concentration dependence // Earth Planet. Sci. Lett. 1979. V. 42. P. 451–455.

Tauxe L., *Pick T.*, *Kok Y. S.* Relative paleointensity in sediments: A pseudo-Thellier approach // Geophys. Res. Lett. 1995. V. 22. P. 2885–2888.

Victora R. H. Predicted time dependence of the switching field for magnetic materials // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 63. P. 457–460.

Theory of Anhysteretic Remanent Magnetization for Randomly Spatially Oriented Uniaxial Single-Domain Particles

V. P. Shcherbakov[a], * and N. K. Sycheva[a], **

[a] *Geophysical Observatory "Borok", Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Borok, Yaroslavl oblast, 152742 Russia*
**e-mail: shcherbakovv@list.ru*
***e-mail: sycheva@borok.yar.ru*

Received March 11, 2024; revised March 18, 2024; accepted March 19, 2024

Abstract — A generalization of the theory of formation of anhysteretic remanent magnetization (ARM) is generalized for noninteracting randomly spatially oriented uniaxial single-domain particles. It is shown that approximate expressions for the ARM intensity, which have been proposed in (Schcherbakov and Shcherbakova, 1977; Victora, 1989; Egli, 2002), are quite admissible for obtaining estimates. However, our calculations have revealed a striking discrepancy between theoretical conclusions and experimental results. It follows from the theory that the ARM intensity exceeds by several times the thermoremanent magnetization (TRM) intensity, while experiments lead to the inverse relation between ARM and TRM. For resolving this paradox and for explaining the mechanism of ARM formation in rocks, it is necessary to supplement the theory proposed here by including the magnetostatic interactions; as regards experimental verification, it is necessary to carry out experiments with ARM and TRM for ensembles of noninteracting grains (i.e., for their very low concentration in the sample).

Keywords: anhysteretic remanent magnetization, pseudo-Thellier method, kinetic equations