

ОБНАРУЖЕНИЕ И ОЦЕНКА МОДЫ ШЛИХТЕРА ${}_1S_1$ ПО ДАННЫМ СЕТИ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ГРАВИМЕТРОВ IGETS ПОСЛЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ ТОХОКУ 2011 Г.

© 2025 г. М. П. Виноградов^{1,*}, В. К. Милуков¹

¹Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга,
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова (ГАИШ МГУ),
г. Москва, Россия

*E-mail: vinogradovmp@ty.msu.ru

Поступила в редакцию 30.03.2024 г.

После доработки 11.04.2024 г.

Принята к публикации 12.04.2024 г.

Мода Шлихтера ${}_1S_1$ является самой длиннопериодной модой собственных колебаний Земли, которая обусловлена колебаниями внутреннего твердого ядра Земли относительно внешнего жидкого ядра. В работе выполнен поиск и оценка моды Шлихтера по данным сверхпроводящих гравиметров сети IGETS после землетрясения Тохoku 2011 г. В ходе работы сделан теоретический расчет параметров расщепления моды Шлихтера для модели PREM. Для оценки моды использовался оригинальный алгоритм, основанный на методе максимального правдоподобия. Алгоритм использует оптимальное комплексирование данных, полученных на всех 21 записи 16 гравиметров, что позволяет значительно увеличить отношение сигнал/шум на выходе системы обнаружения. Получены три наиболее вероятные оценки вырожденной частоты моды и параметров ее расщепления, что позволяет сделать вывод о высокой вероятности наблюдения моды Шлихтера после землетрясения Тохoku. Определены соответствующие периодам моды разницы в плотности между внутренним и внешним ядром Земли.

Ключевые слова: собственные колебания Земли, мода Шлихтера, землетрясение Тохoku, сверхпроводящие гравиметры сети IGETS, оптимальное комплексирование данных.

DOI: 10.31857/S0002333725010035, **EDN:** ACVMBQ

ВВЕДЕНИЕ

Собственные колебания Земли (СКЗ), возбуждаемые крупными землетрясениями, являются одним из важнейших источников данных о внутреннем строении нашей планеты. Оценки частот и добротностей мод СКЗ используются для построения и уточнения моделей Земли, а особенности расщепления мод вследствие вращения и несферичности Земли позволяют уточнить зависимость параметров внутреннего строения как функций расстояния от центра, выявить локальные неоднородности.

Несмотря на значительный прогресс, достигнутый в оценке параметров мод СКЗ,

одна из основных сфероидальных мод Земли — мода ${}_1S_1$ — до сих пор достоверно не обнаружена. Причина этого — чрезвычайно малая амплитуда возбуждения этой моды. Даже после самых значительных землетрясений магнитудой $M_w > 9$ ее величина ниже пределов обнаружения самых лучших геофизических приборов. Мода ${}_1S_1$, также называемая модой Шлихтера [Slichter, 1961], непосредственно связана с колебаниями внутреннего твердого ядра Земли в жидком внешнем ядре, а знание ее периода позволяет определить разницу плотности между внутренним и внешним ядром. Альтернативным способом определения скачка плотности в ядре является измерение отношения амплитуд волн

PKiKP/РсР, однако они дают большой разброс значений от 200 до 1660 кг/м³ [Овчинников, Краснощеков, 2021].

За последние 30 лет неоднократно предпринимались попытки обнаружения моды с использованием данных, полученных на сверхпроводящих гравиметрах сети IGETS (ранее проект назывался Global Geodynamic Project). В большинстве наблюдений [Smylie, 1992; Crossley et al., 1992; Hinderer et al., 1995; Smylie, McMillan, 2000; Courtier et al., 2000; Rosat et al., 2003; 2006; Guo et al., 2007; Xu et al., 2010; Rosat, Rogister, 2012; Shen, Ding, 2013; Jiang et al., 2013; Shen, Luan, 2015; Ding, Shen, 2013; Ding, Chao, 2015; Luan et al., 2019] были выявлены спектральные пики, которые могли бы быть объяснены возбуждением моды Шлихтера, но все оценки не обладали достоверностью по причине недостаточной чувствительности даже самых лучших гравиметров сети.

Авторами данной работы было выполнено два исследования по поиску моды с использованием деформационных данных, полученных на Баксанском лазерном интерферометре-деформографе ГАИШ МГУ. В работе [Милюков и др., 2020а] проверялась гипотеза постоянного возбуждения моды по долговременным 15-летним деформационным наблюдениям, а в работе [Милюков и др., 2020б] сделана оценка возбуждения моды после землетрясения Маули (Чили 27.02.2010 г., *Mw* 8.8). Были определены наиболее вероятные параметры моды.

Целью данной работы является поиск возможного возбуждения моды Шлихтера во время землетрясения Тохоку 2011 г. в Японии (*Mw* 9.0) по данным всех работавших сверхпроводящих гравиметров сети IGETS. В случае обнаружения моды — определение ее периода и параметра расщепления, а также оценка скачка плотности между внутренним и внешним ядром Земли.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДАННЫЕ

Землетрясение в Японии 11.03.2011 г. (землетрясение Тохоку) с магнитудой *Mw* 9.1 и глубиной гипоцентра 20 км является одним из самых мощных землетрясений за все время сейсмических наблюдений. По величине сейсмического момента ($M = 5 \cdot 10^{22}$ Н·м) оно занимает первую позицию в списке самых значительных землетрясений последних 50 лет.

Для оценки моды использовались данные сверхпроводящих гравиметров. Благодаря практически полному отсутствию изменений калиб-

ровки, скорости дрейфа на уровне нескольких мГал в год и высокой точности (до 0.1 нГал), эти приборы идеально подходят для долгосрочного мониторинга вариаций гравитационного поля (тектоники, сезонных изменений и движения полюсов), анализа приливов и отливов, мод СКЗ, расчетов океанической нагрузки и атмосферных воздействий.

Данные сверхпроводящих гравиметров доступны в рамках проекта IGETS (International Geodynamics and Earth Tide Service — Международная служба геодинамики и приливов), являющейся службой Международной ассоциации геодезии (IAG). Основной задачей IGETS является мониторинг временных вариаций гравитационного поля Земли посредством долгосрочных записей наземных гравиметров, наклономеров, тензометров и других геодинимических датчиков. IGETS продолжает деятельность Глобального геодинимического проекта (GGP) по оказанию поддержки геодезическим и геофизическим исследованиям с использованием сверхпроводящих гравиметров. Для непосредственной обработки удобны данные формата level3, в которых выполнена коррекция инструментального дрейфа, приливов, смещения полярной оси и длительности суток [Boy, 2016].

При анализе периодических затухающих сигналов длительность используемых данных обычно выбирается равной произведению периода сигнала на его добротность. Нами был выбран интервал в 70 тысяч 10-минутных отсчетов, что составило около 486 суток после даты начала возбуждения. Для землетрясения Тохоку это соответствует временному интервалу с 11.03.2011 г. по 09.07.2012 г. На этот период в базе данных IGETS представлены записи 21 датчика 16 гравиметров: bf056-1, bf056-2 (Schiltach, Германия), bh044 (Bad Homburg, Германия), co025 (Conrad, Австрия), dj060 (Djougou, Бенин), ka016 (Kamioka, Япония), lh057 (Lhasa, Китай), mb021 (Membach, Бельгия), mc023 (Medicina, Италия), me020 (Metsahovi, Финляндия), mo034-1, mo034-2 (Моха, Германия), os054 (Онсала, Швеция), pe050 (Песну, Чехия), st026 (Strasbourg, Франция), su037-1, su037-2, su052 (Sutherland, ЮАР), wa040 (Walferdange, Люксембург), we030-1, we030-2 (Wettzell, Германия).

Интервал дискретизации данных формата level3 составляет 1 минуту. Так как ожидаемый период моды Шлихтера составляет около 5 часов, то для уменьшения объемов вычислений был проведен ресемплинг данных до времени

дискретизации 10 минут. После этого данные были отфильтрованы полосовым фильтром с полосой пропускания от 3 до 8 часов.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ МОДЫ ШЛИХТЕРА

Расчет параметров моды Шлихтера, вызванной землетрясением Тохоку, выполнялся по теории, изложенной в работе [Dahlen, Tromp, 1998] на основе модели Земли PREM [Dziewonski, Anderson, 1981].

Амплитуда возбуждения моды СКЗ на поверхности Земли для гравиметра может быть записана в виде [Milyukov, Vinogradov, 2023]:

$$A_r = \frac{3}{4\pi} \left(1 + \frac{g}{2\pi^2 R f_d^2} \right) U(r) \cdot A(\Theta, \Phi), \quad (1)$$

где: R — радиус Земли; g — ускорение свободного падения; f_d — вырожденная частота моды; $U(r)$ — собственная функция моды СКЗ; $A(\Theta, \Phi)$ — функция, зависящая от эпицентрического радиуса Θ и азимута Φ между источником и приемником, а также тензора сейсмического момента землетрясения. Второе слагаемое в скобках учитывает влияние изменения гравитационного поля Земли в месте расположения гравиметра (т.н. *free-air* эффект).

Собственная функция $U(r)$ моды Шлихтера убывает с ростом расстояния от центра Земли и на поверхности составляет около $5 \cdot 10^{-15} \text{ кг}^{-1/2}$. Именно малостью этого значения и определяется крайне низкая величина возбуждения моды.

Для расчета собственной функции мы использовали комплекс программ Фредерика Симонса¹.

На рис. 1 представлены рассчитанные с использованием формулы (1) амплитуды возбуждения моды после землетрясения Тохоку для станций сети IGETS, для большинства гравиметров они составляют около 0,05 нГал.

Вращение, несферичность и неоднородность Земли приводят к расщеплению мод — вместо одной моды на вырожденной частоте наблюдается мультиплет из нескольких синглетов, количество которых определяется угловым номером l и равно $2l+1$. Для моды Шлихтера $l = 1$, поэтому частоты синглетов зависят от вырожденной частоты f_d следующим образом:

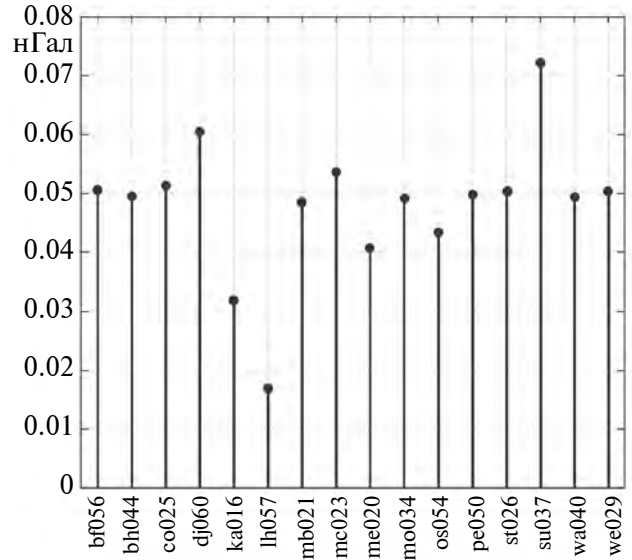


Рис. 1. Максимальные амплитуды моды Шлихтера после землетрясения Тохоку для гравиметров сети IGETS (рассчитаны для модели PREM).

$$f_m = f_d (1 + a + bm + cm^2), m \in [-1, 0, 1], \quad (2)$$

где m — азимутальный номер синглета.

Параметры a , b и c зависят от модели Земли. Как было отмечено нами в [Виноградов, Милуков, 2024], входящие в (2) параметры расщепления не являются независимыми друг от друга. В частности, параметр a может быть выражен через b и c следующим образом:

$$a = \frac{1}{3} \left(1 - 2b \frac{f_d}{\Omega} \right) \left(\frac{\Omega}{f_d} \right)^2 - \frac{2}{3}c, \quad (3)$$

где Ω — частота вращения Земли (в Гц). Таким образом, частоты триплета в рассматриваемом приближении латерально однородной модели Земли полностью определяются тремя параметрами: вырожденной частотой f_d и двумя параметрами расщепления b и c .

Амплитуда синглетов зависит только от широты места наблюдения, а фаза боковых синглетов — от его долготы [Cummins, 1991]. Амплитуды синглетов триплета для мод вида ${}_nS_1$ были приведены в работе [Milyukov, Vinogradov, 2023]. Итоговую формулу для описания возбуждения моды можно записать в виде суммы синглетов:

$$S(t, f_d, b, c) = a_{-1}(t) + a_0(t) + a_1(t), \quad (4)$$

$$\text{где } a_{-1} = A_r e^{-\frac{\pi f_d t}{Q}} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin \theta \cdot \cos(2\pi f_{-1} t),$$

¹ <https://geoweb.princeton.edu/people/simons/software.html>

$$a_0 = A_r e^{-\frac{\pi f_d t}{Q}} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cos \theta \cdot \cos(2\pi f_0 t),$$
$$a_1 = -A_r e^{-\frac{\pi f_d t}{Q}} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin \theta \cdot \cos(2\pi f_1 t), \quad (5)$$

где: A_r — амплитуда, возбуждаемая вырожденной модой без учета расщепления (1); θ, φ — географические координаты (коширота и долгота) приемника; Q — добротность моды; t — время.

Во многих работах, посвященных моде Шлихтера, параметры расщепления указывались по модели 1066A [Dahlen, Sailor, 1979]. Однако, как показал сделанный нами расчет, параметры расщепления для модели PREM значительно отличаются от 1066A, причем величина c — в несколько раз (см. табл. 1). По этой причине теоретические частоты синглетов триплета для разных моделей также отличны — особенно эта разница велика для синглета с $m = +1$.

Следует отметить, что изменение параметров расщепления не меняет максимальную амплитуду сигнала, но значительно влияет на его форму за счет различной модуляции амплитуды со временем (см. рис. 2). Этот факт очень важен при построении согласованного фильтра в алгоритме максимального правдоподобия (см. следующий раздел).

АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ

Для обработки и анализа данных сети IGETS был применен оптимальный алгоритм, разработанный авторами на основе метода максимального правдоподобия (ММП) и предложенный для поиска и оценки моды Шлихтера [Виноградов и др., 2019]. Ранее алгоритм был апробирован на данных долговременных наблюдений Баксанского лазерного интерферометра-деформографа [Милюков и др., 2020a; 2020б], а также при оценке параметров

Таблица 1. Теоретические значения параметров расщепления и периодов синглетов моды Шлихтера

Модель Земли	Параметры расщепления, 10^{-3}			Период вырожденной моды, час	Периоды синглетов, час		
	a	b	c	T_d	T_{-1}	T_0	T_{+1}
1066A [Dahlen, Tromp, 1998]	15.306	98.380	−0.554	5.420	5.914	5.338	4.869
PREM (собственный расчет)	15.704	115.003	−3.347	5.209	5.805	5.128	4.621

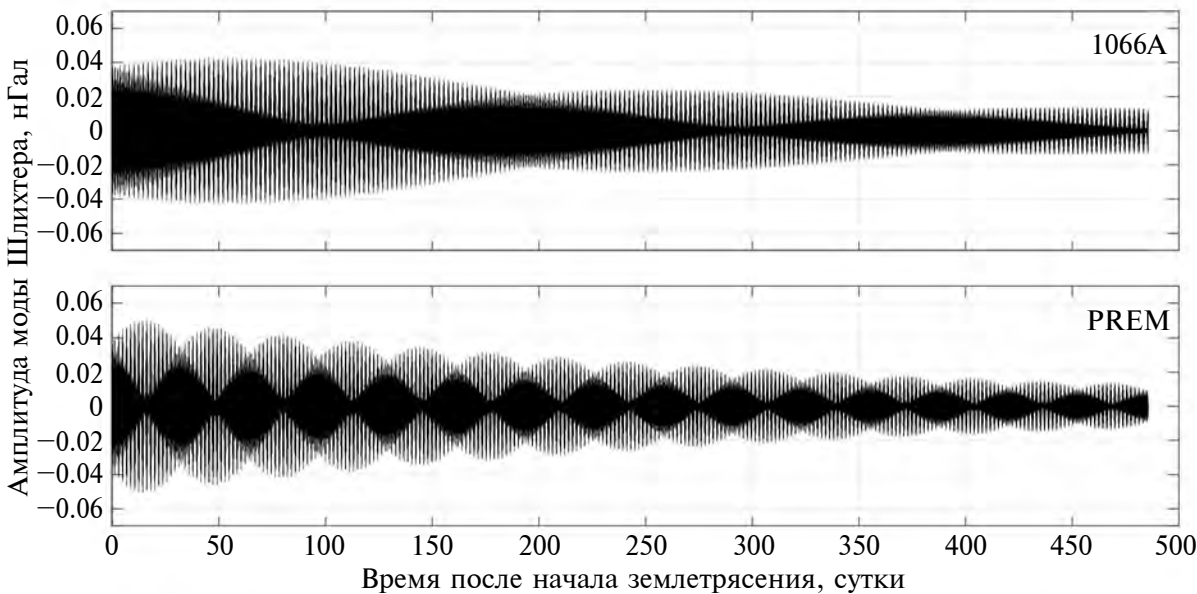


Рис. 2. Рассчитанный сигнал моды Шлихтера, возбужденный землетрясением Тохоку, для гравиметра bf026: верху — для модели 1066A; внизу — для модели PREM.

обертонов моды Шлихтера S_1 и S_1 [Milyukov, Vinogradov, 2023; Виноградов, Милуков, 2024]. Достоинствами ММП-алгоритма являются его базирование на фундаментальных принципах теории оптимального приема сигналов на фоне шумов, что обеспечивает наиболее эффективное обнаружение сигнала в соответствии с выбранным критерием оптимальности Неймана–Пирсона, возможность определения периода моды и параметров ее расщепления, а также расчет характеристик обнаружения и достоверности получаемых оценок.

Здесь мы кратко опишем основные принципы алгоритма, а также более подробно остановимся на новых изменениях и их особенностях, сделанных для оценки моды Шлихтера по землетрясению Тохоку.

Метод максимального правдоподобия сводится к построению так называемой достаточной статистики [Сосулин, 1992], равной логарифму отношения правдоподобия. Отношение правдоподобия пропорционально отношению плотности вероятности в присутствии полезного сигнала к плотности вероятности в его отсутствии. Достаточная статистика Z является функцией наблюдаемой реализации случайного процесса (исследуемого гравиметрического сигнала, содержащего как полезный сигнал — возбуждение моды, так и сейсмический шум), позволяющей найти оптимальное решающее правило для принятия решения о наличии или отсутствии сигнала посредством сравнения с пороговым значением h . При превышении статистикой порога ($Z > h$) делается вывод о наличии сигнала в наблюдаемой реализации, в противном случае — о его отсутствии. При использовании критерия Неймана–Пирсона порог выбирается по задаваемой вероятности ложной тревоги.

Для одновременной с обнаружением оценки параметров моды приемник делается многоканальным — для каждой комбинации значений неизвестных параметров (в нашем случае их три: вырожденная частота f_d и параметры расщепления b и c) через соответствующий ей согласованный фильтр вычисляется величина достаточной статистики $Z(f_d, b, c)$ и находится ее максимум. Те значения f_d, b, c , которые максимизируют достаточную статистику, и являются наиболее вероятными (оптимальными) оценками сигнала. Третий параметр a рассчитывается через b и c по формуле (3).

Точное решение задачи оптимального приема возможно лишь в случае, если шум имеет

гауссовское распределение. Такое решение реализуется через согласованную фильтрацию.

Анализ шумов гравиметров сети IGETS в интересующем нас спектральном диапазоне периодов от 4 до 6 часов показал, что шум не является гауссовским. Его распределение характеризуется большей вероятностью появления событий значительной амплитуды, т.е. оно имеет более “тяжелые хвосты”, чем гауссовское распределение. Этот факт связан, по-видимому, с нестационарностью шума на длительных временных интервалах (более года), а также наличием большого числа сейсмических событий. Найденное эмпирическое распределение очень точно описывается нестандартизированным распределением Стюдента:

$$p(y | \eta, \sigma, n) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \sigma \sqrt{\pi n}} \left(1 + \frac{1}{n} \left(\frac{y - \eta}{\sigma}\right)^2\right)^{-\frac{n+1}{2}}, \quad (6)$$

где $\Gamma(\cdot)$ означает гамма-функцию; η, σ, n — соответственно, коэффициенты сдвига, масштаба и число степеней свободы.

Для оптимального обнаружения при негауссовской помехе также можно использовать согласованный фильтр, однако до его применения сигнал должен пройти через бесконечное число безынерционных нелинейных преобразователей (БНП) $f_k(y_i)$, определяемых через плотность вероятности шума p_ξ (более подробно см. нашу работу [Виноградов и др., 2019]). Так как полезный сигнал много меньше амплитуды помехи (ожидаемое отношение сигнал/шум для моды Шлихтера составляет не более 10^{-2}), то в качестве первого приближения можно ограничиться только первым членом ряда, который определяется логарифмической производной плотности вероятности шума p'_ξ / p_ξ .

Дифференцируя (6), получаем аналитическое выражение для БНП в явном виде:

$$f_1(y_i) = \frac{(n+1) \left(\frac{y_i - \eta}{\sigma}\right)}{n + \left(\frac{y_i - \eta}{\sigma}\right)^2}. \quad (7)$$

На рис. 3 представлен вид БНП, рассчитанного по формуле (7) для нескольких станций сети IGETS. БНП имеет существенно нелинейную структуру, при этом его форма имеет простой физический смысл — преобразователь

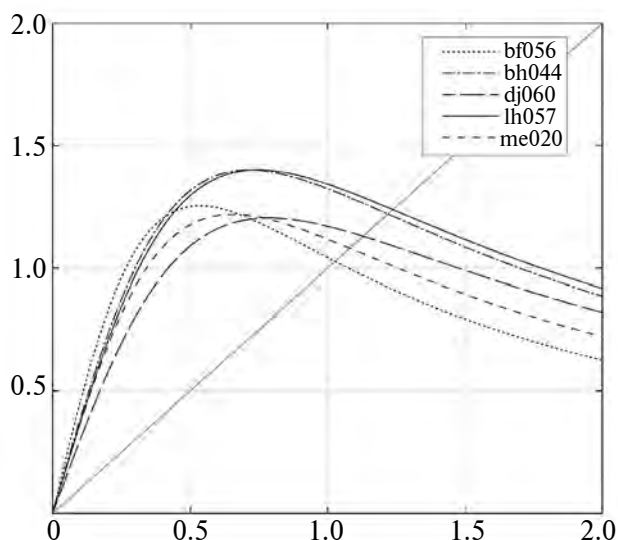


Рис. 3. Примеры БНП для различных станций. Сплошная серая линия — линейная функция в случае, если бы шум имел гауссовское распределение.

увеличивает относительный вклад в статистику более слабых сигналов, уменьшает вклад сигналов средних амплитуд, а для больших сигналов выступает в роли ограничителя.

Важное значение имеет выбор диапазона возможных значений определяемых параметров. Для определения границ диапазонов использовались теоретические представления о сигнале и экспериментальные данные, опубликованные различными исследователями; в данной работе диапазоны параметров составили:

$$f_d \in [4.630 \cdot 10^{-5}, 6.944 \cdot 10^{-5}] \text{ Гц},$$

$$b \in [50 \cdot 10^{-3}, 150 \cdot 10^{-3}] \text{ и } c \in [-5 \cdot 10^{-3}; 0].$$

Так как теоретический расчет параметров расщепления по PREM выявил значительное отличие их величин от 1066А, диапазон возможных значений по b и c был увеличен по сравнению с нашими предыдущими работами. Диапазон частот соответствует периодам моды от 4 до 6 часов.

Не менее важным является оптимальный выбор дискретизации оцениваемых параметров при построении согласованного фильтра. Дискретизация определяет количество каналов многоканального приемника: чем их больше, тем точнее можно определить параметр. Однако поиск в пространстве трех неизвестных параметров приводит к кубическому росту необходимых

вычислений при увеличении числа каналов. Для выбора оптимальной дискретизации для каждого отдельного параметра по реальным данным рассчитывалась зависимость достаточной статистики и определялось максимальное значение интервала дискретизации, при котором ее кривая сохраняла бы монотонное изменение. Такой подход исключил использование слишком больших интервалов дискретизации, при которых появлялась бы вероятность пропуска сигнала. По результатам такого анализа были определены следующие интервалы дискретизации:

$$\Delta f = 7.5 \cdot 10^{-9} \text{ Гц}; \Delta b = 0.1 \cdot 10^{-3}; \Delta c = 0.2 \cdot 10^{-3}.$$

Для заданных ранее диапазонов количество каналов составило $N_f = 3087$; $N_b = 1001$; $N_c = 26$, а их общее число в многоканальном приемнике — более 80 миллионов.

Одной из серьезнейших проблем, которую необходимо решить при поиске моды Шлихтера, является наличие когерентных помех — периодических сигналов, которые могут быть ошибочно приняты за возбуждение моды. В исследуемом диапазоне частот (периоды от 4 до 6 часов) насчитывается 27 приливных гармоник. Удаление их при помощи специализированных программ типа tTide [Pawlowicz et al., 2002] не приводит к необходимому результату, так как остаточное воздействие прилива после удаления его теоретического значения все равно проявляется в статистике. Кроме приливов, в этом же диапазоне наблюдается большое число других сигналов естественного и техногенного характера. В связи с этим было принято решение добавить предварительный поиск когерентных помех и их исключение из входного сигнала. Для этого была разработана следующая процедура: 1) расчет спектральной плотности входного сигнала; 2) определение уровня шума спектральной плотности интерполяцией кривой $1/f$; 3) определение всех спектральных максимумов, превышающих средний уровень шума на 3σ ; 4) расчет узкополосных режекторных фильтров для каждого спектрального максимума когерентной помехи и последовательное удаление их из входного сигнала.

В зависимости от зашумленности исходных данных отдельных гравиметров количество режекторных фильтров для разных станций составляло от 10 до 50.

При выполнении процедур фильтрации возможно появление фазового сдвига, зависящего

от типа и характеристик фильтра. Так как при ММП обработка сигнала осуществляется во временной области, то фазовый сдвиг может оказать существенное влияние на результат. Чтобы обеспечить корректное преобразование фазы, использовались процедуры фильтрации с нулевой фазой: после прямой фильтрации отфильтрованная последовательность разворачивалась и повторно пропускалась через тот же фильтр.

Как уже отмечалось ранее, из-за широкого используемого спектрального диапазона (от 4 до 6 часов) в спектре входного сигнала и получаемой статистике заметно проявляется характерный “фликкерный” вид сейсмического шума — он зависит от частоты по закону $1/f$. Чтобы исключить влияние на результат частотной зависимости шума, выполняется так называемая процедура “обеления” — преобразования, при котором спектральная плотность мощности на выходе будет постоянной величиной.

Ввиду линейности согласованной фильтрации (СФ) после БНП процедуру обеления сигнала можно осуществить уже с выходными данными — на достаточной статистике. Для этого использовался метод наименьших квадратов: для полученных статистик как функций частоты определялись нормировочные кривые $1/f$, затем статистика масштабировалась с их помощью.

Сеть IGETS объединяет несколько десятков сверхпроводящих гравиметров. В интересующем нас диапазоне времени (486 суток после землетрясения Тохоку) в базе данных представлены записи 21 датчика. Совместная обработка большого числа устройств, измеряющих одно и то же событие, благодаря информационной избыточности позволяет значительно повысить уровень обнаружения и точность оценки параметров. Задача определения наилучшего способа совместной обработки решается оптимальным комплексированием отдельных измерителей, результатом которой является формирование комплексной системы обработки информации.

В теории сигналов в задаче комплексирования устройств обработки информации используется два основных подхода [Сосулин, 1992]:

- 1) комплексирование на этапе первичной обработки информации;
- 2) комплексирование на этапе вторичной обработки информации.

Первый подход предполагает формирование векторного процесса, компоненты которого

представляют собой выходные данные устройств первичной обработки сигналов, и включает в себя синтез устройств первичной обработки и системы их объединения. В этом варианте осуществляется комплексирование измерителей. Если измерители имеют одинаковую структуру и одинаковые шумы, то выигрыш от их комплексирования линейно пропорционален числу измерителей N . Это выгодно отличает оптимальное комплексирование от простого усреднения сигналов, эффект от которого, как известно, пропорционален $\sqrt{N}$. Линейная зависимость от N объясняется тем, что достаточная статистика при наличии полезного сигнала зависит от его энергии, а не от амплитуды — оптимальный приемник с согласованным фильтром максимизирует энергетическое отношение “сигнал—шум”).

Во втором подходе осуществляется комплексирование выходных данных устройств первичной обработки сигналов — т.е. речь идет о комплексировании обнаружителей. Каждый обнаружитель решает задачу обнаружения сигнала независимо друг от друга, а их оптимальное комплексирование осуществляется также на основе критерия отношения правдоподобия. При этом входными сигналами для комплексного обнаружителя являются не исходные данные, а решения обнаружителей (т.е. “единицы” при решении о наличии сигнала и “нули” при его отсутствии). Качество обнаружения в этом подходе может быть несколько ниже, чем при первом, однако оно существенно проще при аппаратной реализации, т.к. позволяет использовать “готовые” оптимальные алгоритмы обнаружения, разработанные в задаче поиска возбуждения после отдельного землетрясения.

Современные цифровые методы обработки информации позволяют легко реализовать комплексирование измерителей на этапе первичной информации, поэтому в данной работе был выбран именно этот подход. Можно показать [Сосулин, 1992], что оптимальное комплексирование заключается в суммировании достаточных статистик с весовыми коэффициентами, обратно пропорциональными дисперсиям шумов на входах каждого обнаружителя.

Итоговая общая схема обработки данных для оценки моды Шлихтера представлена на рис. 4. Структура многоканального согласованного фильтра (МСФ) подробно описана в наших предыдущих работах [Виноградов и др., 2019; Milyukov, Vinogradov, 2023; Виноградов, Мильков, 2024]; в данной схеме осуществляется расчет

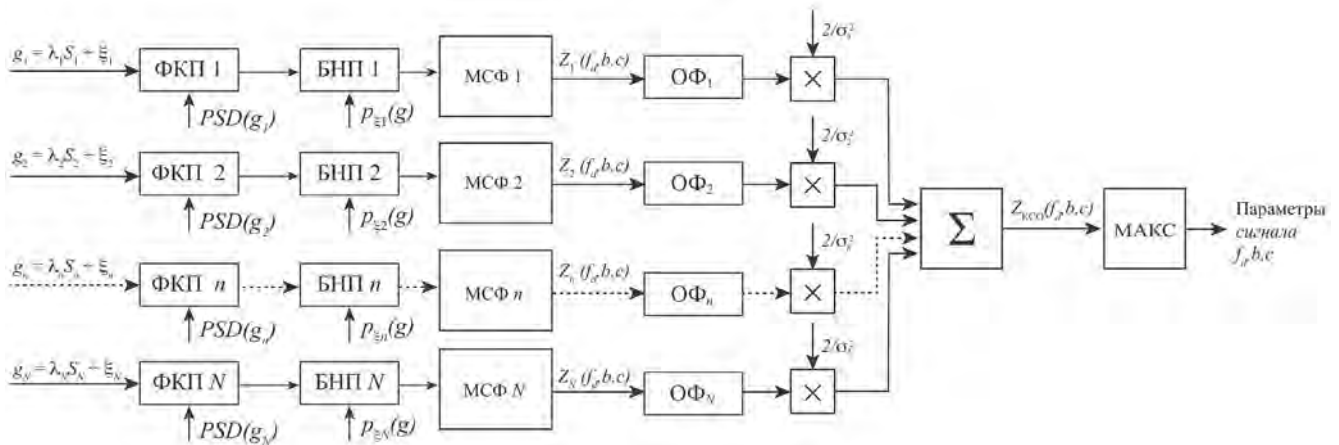


Рис. 4. Схема алгоритма для оптимальной оценки параметров мод на основе ММП; $g_n(t)$ — гравиметрический сигнал, представляющий смесь возможного полезного сигнала (моды Шлихтера) и сейсмического шума для N -станций сети IGETS; ФКП — блок определения когерентных помех по спектру и их фильтрации режекторными фильтрами; БНП — безынерционный нелинейный преобразователь; МСФ — многоканальный согласованный фильтр; ОФ — обеляющий фильтр; Σ — сумматор; МАКС — выбор параметров, максимизирующих статистику.

достаточной статистики для трех неизвестных параметров f_d, b, c .

Для удобства в дальнейшем мы наряду с вырожденной частотой f_d будем использовать соответствующее ей значение периода T_d .

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Комплексированная достаточная статистика представляет собой функцию трех переменных $Z(T_d, b, c)$. Графически ее можно представить в виде отдельных трехмерных графиков $Z(T_d, b)$ для разных значений c . В достаточной статистике можно выделить 3 максимума наибольшей амплитуды, они достигаются при параметрах $c = -0.0018$ и -0.0032 (см. рис. 5).

Два наибольших максимума имеют близкие амплитуды $Z_1 = 5.75$ и $Z_2 = 5.69$ и близкие значения периода: $T_{d1} = 4.61$ часа и $T_{d2} = 4.63$ часа. Меньший по амплитуде максимум имеет значение периода моды $T_{d3} = 5.27$ часа, что наиболее близко к теоретическому значению по PREM.

Параметры всех трех указанных максимумов приведены в табл. 2 в разделе “Обсуждение результатов”.

При оценке слабых сигналов на фоне шумов важное значение имеет анализ достоверности получаемых результатов, так как за полезные сигналы могут ошибочно быть приняты флуктуации шума.

Для оценки достоверности необходимо определить вероятность ложной тревоги, т.е. ве-

роятность того, что максимум статистики имеет шумовую природу. Подобные вопросы рассматриваются в теории выбросов случайных процессов. Анализ комплексированной статистики показал, что она является гауссовской. Плотность распределения величины абсолютного максимума гауссовского процесса описывается экспоненциальным распределением [Тихонов, 1970]:

$$W(h_m) = \sqrt{\alpha} e^{\alpha - h_m \sqrt{\alpha}} e^{-e^{\alpha - h_m \sqrt{\alpha}}}, \quad (8)$$

где $\alpha = 2 \ln \left(\frac{1}{2\pi} N \sqrt{-R_0''} \right)$; N — число отсчетов (длительность сигнала); R_0'' — значение второй производной автокорреляционной функции в нуле; $h_m = h / \sigma_{2KE}$ — значение порога обнаружения, нормированное на стандартное отклонение среднего на выходе сумматора (см. рис. 4).

Автокорреляционные функции для статистики $Z(T_d, b, c)$ определялись эмпирически, они хорошо описываются функцией вида $R(\tau) = (1 + \beta|\tau|)e^{-\beta|\tau|}$. Вторая производная в нуле для такой функции — $R_0'' = \beta^2$, при этом параметр β обратно пропорционален интервалу корреляции τ_0 — т.е. числу отсчетов, при которых величина автокорреляционной функции снижается до половинного значения в нуле. Таким образом, произведение $N \sqrt{-R_0''} = N\beta = N/\tau = N_{eff}$ имеет простой физический смысл — это число независимых отсчетов исходной гауссовской статистики. В нашем случае мы имеем зависимость ста-

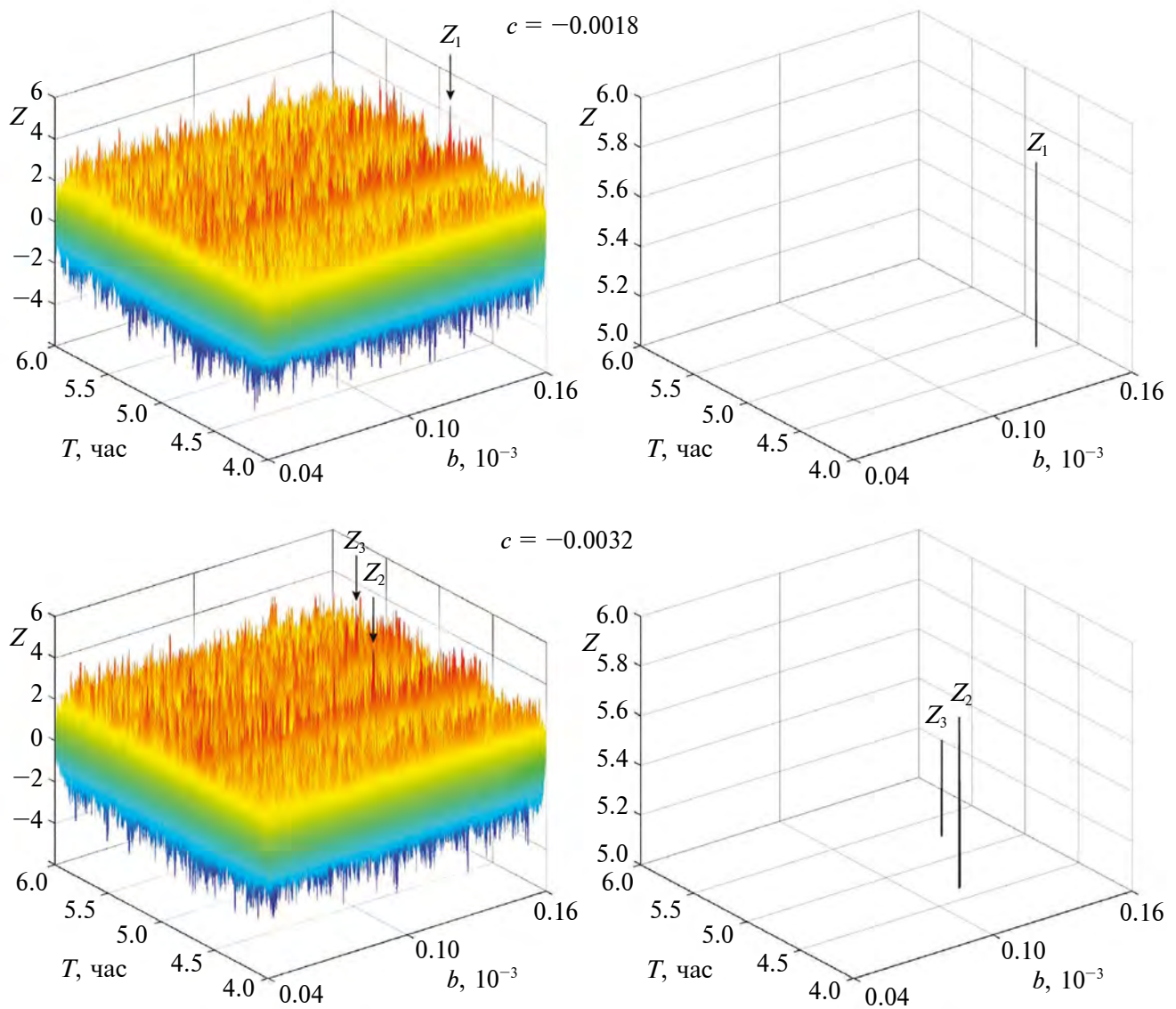


Рис. 5. Комплексированная статистика $Z(T_d, b)$ по результатам обработки данных сети IGETS после землетрясения Тохоку. Верхний ряд для значения $c = -0.0018$, нижний ряд для $A = -0.0032$. Слева приведены общие виды статистики, справа — графики значений Z , превышающих порог $h_m = 5$.

истики от трех переменных (T, b, c) , причем интервалы корреляции по каждой из переменных отличаются друг от друга. Определение автокорреляционной функции для каждого из параметров осуществлялось при фиксированных значениях двух других. Средние значения корреляционных параметров для статистики составили $\beta_T = 0.93$, $\beta_b = 0.26$ и $\beta_c = 1.21$. Число эффективных отсчетов N_{eff} достаточной статистики было рассчитано по формуле

$$N_{\text{eff}} = N_T \beta_T \cdot N_b \beta_b \cdot N_c \beta_c = 2.3 \cdot 10^7 \quad (9)$$

и оказалось примерно в 3.5 раза меньше общего числа значений статистики.

Вероятность превышения статистикой заданного порога h_m (вероятность ложной тревоги F) определяется через кумулятивное распределение вероятностей:

$$F(h_m) = 1 - \int_{-\infty}^{h_m} W(x) dx. \quad (10)$$

График зависимости, описываемой формулой (10) с учетом (8) и (9), представлен на рис. 6. Видно, что все максимумы комплексированной достаточной статистики, имеющие значения ниже порога $h_m = 5.2$, имеют исключительно шумовую природу, т.к. вероятность ложной тревоги

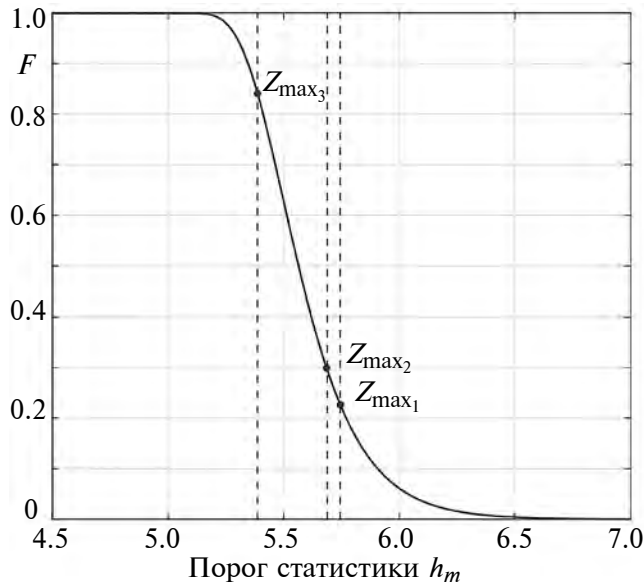


Рис. 6. Распределение вероятности абсолютного максимума (вероятность ложной тревоги $F(h_m)$)

для них практически равна единице. Пунктирными кривыми на рисунке показаны значения трех наибольших максимумов достаточной статистики. График позволяет оценить вероятности ложной тревоги для данных максимумов, они равны $F_{Z_{\max_1}} = 0.23$, $F_{Z_{\max_2}} = 0.30$ и $F_{Z_{\max_3}} = 0.84$. Соответственно, достоверности полученных оценок-кандидатов моды Шлихтера составляют 77, 70 и 16%.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Комплексированная обработка всех 21 станций сети IGETS выявила три максимума достаточной статистики, которые имеют высокую достоверность (соответственно, низкую вероятность ложной тревоги). Данный факт говорит об их возможной связи с возбуждением моды Шлихтера землетрясением Тохоку. Характеристики этих максимумов, а также параметры

моды Шлихтера, которым они могут соответствовать, приведены в табл. 2.

Наиболее достоверные максимумы (№ 1 и № 2) имеют значения периода 4.6 часа. При этом оценка параметра c для второго близка к теоретическому значению по PREM. Наименьший по достоверности максимум № 3 близок по своим параметрам к модели PREM.

Значения периодов позволяют определить соответствующие им значения скачка плотности на границе между внутренним и внешним ядром Земли. Для этого воспользуемся работой Буссе [Busse, 1974]. Решение уравнения свободных гравитационных колебаний упругого внутреннего ядра относительно жидкого внешнего ядра для эллиптической Земли, полученное в этой работе, позволяет найти следующее выражение для частоты колебаний:

$$\omega_p^2 = \frac{4}{3} G \pi \rho_1 \left[1 - \frac{\rho_1}{\rho_0} \right] \cdot \left[1 + \alpha \frac{\rho_1}{\rho_0} \right]^{-1}, \quad (11)$$

где: G — гравитационная постоянная; ρ_1 — плотность внешнего ядра; ρ_0 — плотность внутреннего ядра. Коэффициент α , входящий в это выражение, сложным нелинейным образом зависит от параметров, связанных со скоростью вращения Земли, радиусов и плотностей внешнего и внутреннего ядра. Возможные значения находятся в диапазоне от 0.4 до 0.5.

Из (11) можно получить следующую формулу для расчета скачка плотности $\Delta \rho = \rho_0 - \rho_1$ в зависимости от периода моды Шлихтера T_d

$$\Delta \rho = \frac{1 + \alpha}{\left(\frac{G T_d^2}{3\pi} - 1 / \rho_0 \right)}. \quad (12)$$

График зависимости, описываемой формулой (12), для модели PREM приведен на рис. 7.

Таблица 2. Максимумы комплексированной достаточной статистики и соответствующие им параметры моды Шлихтера

Максимум статистики	Параметры расщепления, 10^{-3}			T_d , час	$Z_{\max}$	Достоверность, %
	a	b	c			
№ 1	12.3	139.1	−1.80	4.613	5.75	77
№ 2	12.5	112.2	−3.20	4.634	5.69	70
№ 3	16.1	130.3	−3.20	5.269	5.39	16
PREM	15.7	115.0	−3.35	5.209	—	—

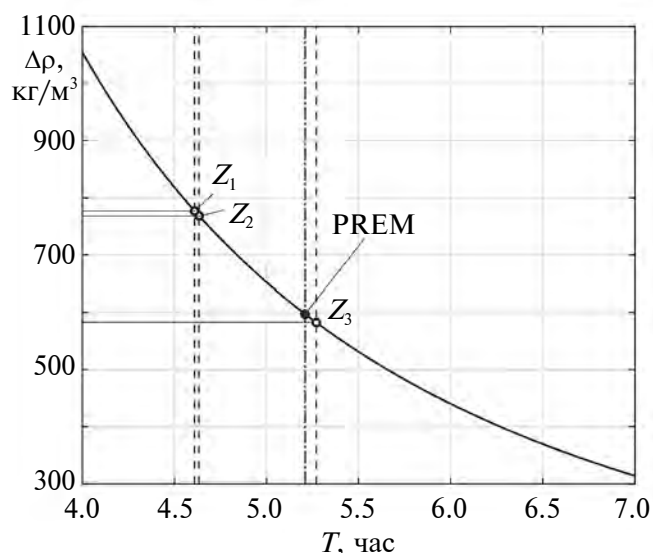


Рис. 7. Зависимость скачка плотности в ядре Земли от периода моды Шлихтера. Буквами Z обозначены значения периодов, соответствующие трем наиболее достоверным оценкам моды.

Пунктирными линиями на графике нанесены оценки периодов моды, полученные в данной работе, а также теоретическое значение по модели PREM. Приведенным в табл. 2 трем возможным значениям периодов моды Шлихтера соответствуют следующие значения скачка плотности: $\Delta\rho_1 = 776 \text{ кг/м}^3$, $\Delta\rho_2 = 769 \text{ кг/м}^3$ и $\Delta\rho_3 = 583 \text{ кг/м}^3$.

Итоговые результаты оценки моды Шлихтера представлены в табл. 3 вместе с теоретическими результатами для разных моделей Земли. Сравнение с оценками, полученными ранее другими исследователями по гравиметрическим наблюдениям, а также с нашими работами с использованием деформационных данных, показаны на рис. 8.

Как уже отмечалось нами в работе [Милюков и др., 20206], полученные различными исследователями экспериментальные оценки периода моды Шлихтера имеют значительный разброс. Этот факт может быть объяснен тем, что наблюдаемые периодические возбуждения связаны не с модой Шлихтера, а с другими сигналами природного или техногенного характера. Именно поэтому мы считаем перспективным использование алгоритмов, учитывающих особенности моды Шлихтера, таких как предложенный в данной работе метод максимального правдоподобия.

Две наиболее вероятные из полученных оценок достаточно близки к одной из возможных оценок, полученных нами по долговременным деформационным наблюдениям [Милюков и др., 20206]. Тем не менее при сравнении результатов в данной работе с более ранними результатами следует принимать во внимание существенные отличия в использованных моделях сигнала моды Шлихтера. Во всех предыдущих работах значения параметров a , b и c выбирались в соответствии

Таблица 3. Полученные оценки моды Шлихтера и их сравнение с теоретическими значениями

№ п/п	Автор/Источник	T_{-1}	T_0	T_{+1}	T_d
Теоретические модели					
1	[Dziewonski, Anderson, 1981] (PREM)	4.6776	5.1814	5.7991	5.2384
2	[Gilbert, Dziewonski, 1975] (1066A)	4.0491	4.4199	4.8603	4.4547
3	[Rogister, 2003] (PREM)	4.7700	5.3090	5.9910	5.4200
4	[Rosat et al., 2006] (PREM для $\Delta\rho = 300 \text{ кг/м}^3$)	6.1482	6.9855	8.2590	н.д.
5	[Rosat et al., 2006] (PREM для $\Delta\rho = 800 \text{ кг/м}^3$)	4.1685	4.5607	5.0719	н.д.
6	[Rosat et al., 2006] (PREM для $\Delta\rho = 900 \text{ кг/м}^3$)	3.9695	4.3268	4.7858	н.д.
Данная работа					
1	Оценка № 1 (достоверность 77%)	4.0125	4.5567	5.2935	4.613
2	Оценка № 2 (достоверность 70%)	4.1319	4.5767	5.1654	4.634
3	Оценка № 3 (достоверность 16%)	4.6085	5.1849	5.9692	5.269

Примечание: н.д. означает отсутствие оценки вырожденной частоты.

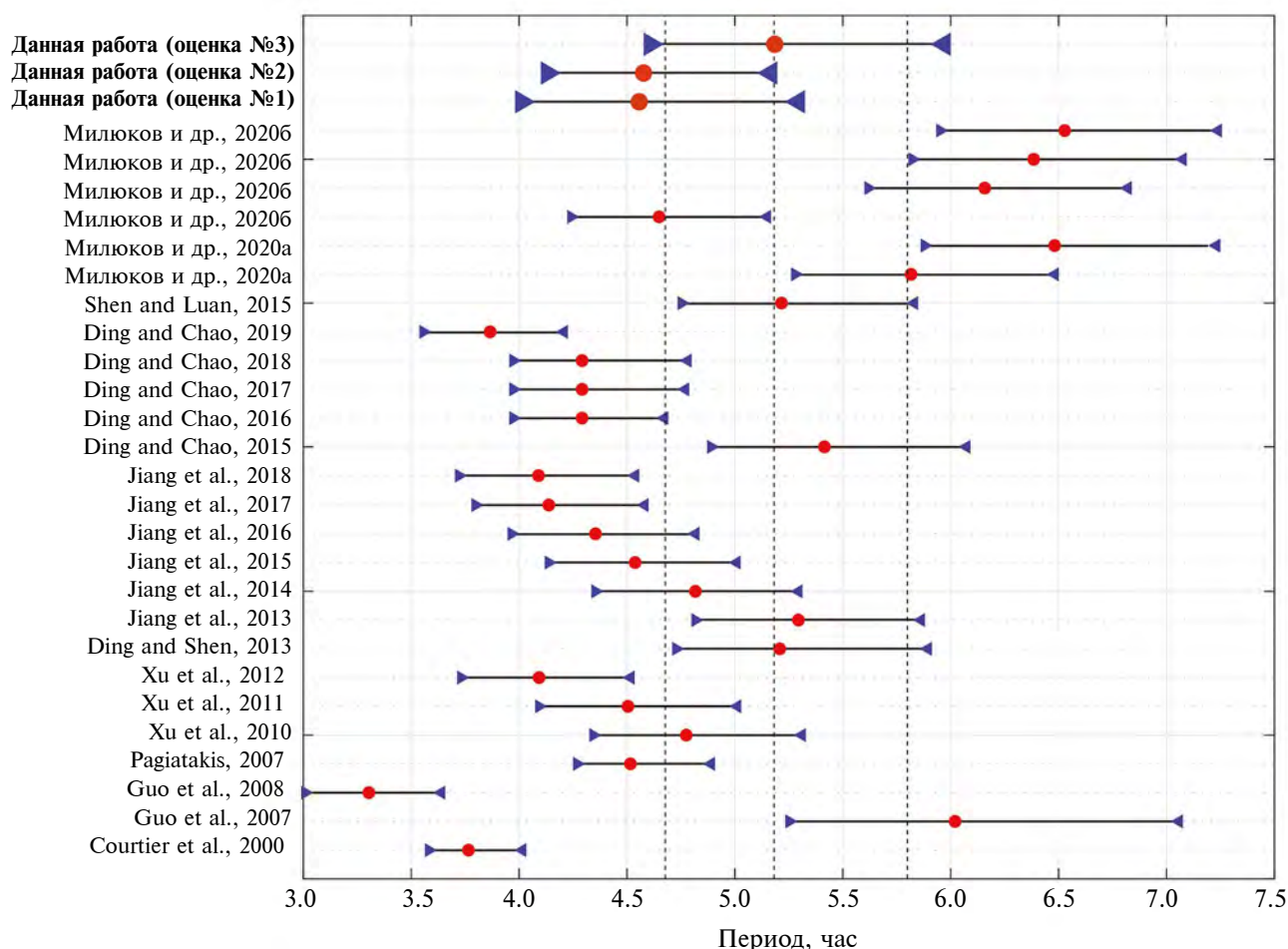


Рис. 8. Оценки периодов синглетов моды Шлихтера по экспериментальным наблюдениям. Треугольниками и кружками показаны, соответственно, периоды боковых и центральных синглетов. Вертикальными пунктирными линиями представлены теоретические значения базовой модели PREM ($\Delta\rho = 600 \text{ кг/м}^3$).

с моделью 1066A, при этом не учитывалась их взаимная связь и отличие от PREM, что могло привести к смещению оценок периода моды. Поэтому для корректного сравнения результаты этих работ должны быть пересчитаны с учетом более сложной и реалистичной модели сигнала, предложенной в настоящей работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнены поиск и оценка параметров моды Шлихтера S_1 по 486-суточным данным сверхпроводящих гравиметров сети IGETS (записи 21 датчика 16 гравиметров), полученным после землетрясения Тохоку 2011 г. в Японии ($M_w 9.0$).

Для обнаружения и оценки моды использован усовершенствованный алгоритм на основе

метода максимального правдоподобия, который ранее применялся авторами для поиска моды по деформографическим наблюдениям, а также при оценке параметров обертонов моды Шлихтера. Новая версия алгоритма учитывает уточненный прогноз теоретического возбуждения моды (в частности, взаимную связь между параметрами расщепления и вырожденной частоты, а также более широкий возможный диапазон параметров расщепления). Для снижения влияния и учета помех различной природы (в том числе когерентных, связанных с многочисленными приливными гармониками), алгоритм дополнен процедурами режекторной фильтрации, безынерционным нелинейным преобразователем входных данных, блоком обеления достаточной статистики. При оценке

достоверности учитываются корреляционные свойства вычисляемой достаточной статистики.

Наиболее важное новшество алгоритма — применение оптимального комплексирования данных, полученных на разных гравиметрах. Комплексирование реализуется суммированием достаточных статистик отдельных приборов с весовыми коэффициентами, равными обратным дисперсиям шумов, и позволяет повысить эффективность обнаружения пропорционально количеству используемых приборов. В задаче поиска моды Шлихтера чувствительности отдельного гравиметра недостаточно для ее наблюдения, поэтому комплексирование 20–30 приборов может обеспечить необходимое увеличение отношения сигнал/шум на выходе системы обнаружения для регистрации моды.

По результатам обработки данных получены оценки вырожденного периода моды Шлихтера и параметров расщепления. Выполнена оценка достоверности полученных результатов с учетом корреляционных свойств достаточной статистики и плотности ее распределения. Две наиболее вероятные оценки моды Шлихтера имеют достоверности 77 и 70%. Третья оценка имеет меньшую достоверность — 16%, но мы считаем, что ее также необходимо принимать во внимание, т.к. все остальные максимумы достаточной статистики имеют достоверность, близкую к нулю.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о высокой вероятности наблюдения моды Шлихтера после землетрясения Тохoku.

Рассчитаны соответствующие найденным оценкам периода моды Шлихтера значения скачка плотности на границе внутреннего и внешнего ядра Земли.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-27-00237).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Виноградов М.П., Милуков В.К., Миронов А.П., Мясников А.В. Асимптотически оптимальный алгоритм для поиска и оценки моды Шлихтера по долговременным деформационным данным // Вестник Московского университета. Сер. 3: Физика, астрономия. 2019. № 2. С. 89–94. (Vinogradov M.P., Milyukov V.K., Mironov A.P., Myasnikov A.V. An asymptotically optimal algorithm for the search for and evaluation of the Slichter mode from long-term strain data // Moscow University Physics Bulletin. 2019. V. 74 (2). P. 205–211. DOI: 10.3103/S002713491902019X)

Виноградов М.П., Милуков В.К. Оценка частоты и расщепления мод S_1 и S_2 по данным сети сверхпроводящих гравиметров IGETS после Охотского землетрясения 2013 г. // Физика Земли. 2024. № 2. С. 3–15.

Милуков В.К., Виноградов М.П., Миронов А.П., Мясников А.В. Обнаружение и оценка моды Шлихтера по наблюдениям землетрясения в Чили 27.02.2010 г. на лазерном интерферометре-деформографе // Физика Земли. 2020. № 6. С. 11–23. DOI 10.31857/S0002333720060058 (Milyukov V.K., Vinogradov M.P., Mironov A.P., Myasnikov A.V. The Slichter mode detection and estimation from laser interferometer-strainmeter observations of the Chilean earthquake of February 27, 2010 // Izvestiya — Physics of the Solid Earth. 2020a. V. 56 (6). P. 737–748.

<https://doi.org/10.1134/S1069351320060051>

Милуков В.К., Виноградов М.П., Миронов А.П., Мясников А.В. Обнаружение и оценка моды Шлихтера по долговременным деформографическим наблюдениям // Геофизические процессы и биосфера. 2020. Т. 19. № 4. С. 143–152. DOI 10.21455/GPB2020.4-10 (Milyukov V.K., Vinogradov M.P., Mironov A.P., Myasnikov A.V. Detection and evaluation of the Slichter mode based on long-term strain observations // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2020. V. 56 (11). P. 1447–1455.

<https://doi.org/10.1134/S0001433820110043>

Овчинников В.М., Краснощеков Д.Н. Сейсмические исследования ядра Земли // Физика Земли. 2021. № 2. С. 3–26. DOI 10.31857/S0002333721020083 (Ovtchinnikov V.M., Krasnoshchekov D.N. Seismic studies of the Earth's core // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2021. T. 57 (2). P. 141–162. DOI 10.1134/S1069351321020087)

Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М.: Радио и связь. 1992. (Sosulin Yu.G. Theoretical foundations of radar and radio navigation. Moscow, Radio and communications. 1992. 304 p. (published in Russian)).

Тихонов В.И. Выбросы случайных процессов. М.: Наука. 1970. (Tikhonov V.I. The outliers of random processes. Moscow, Science. 1970. 392 p. (published in Russian)).

Boy J.-P. Superconducting Gravimeter Data — Level 3 // GFZ Data Services. 2016.

<http://doi.org/10.5880/igets.l3.001>

Busse F.H. On the Free Oscillations of the Earth's Inner Core // Journal of Geophysical Research. 1974. V. 79 (5). P. 753–757.

Courtier N., Ducarme B., Goodkind J., Hinderer J., Imanishi Y., Seama N., Sun H., Merriam J., Bengert B., Smylie D.E. Global superconducting gravimeter observations and the search for the translational modes of the inner core // Phys. Earth Planet. Inter. 2000. V. 117. P. 3–20.

Crossle D.J., Hinderer J., Legros H. On the excitation, detection and damping of core modes // Phys. Earth Planet. Inter. 1992b. V. 68. P. 97–116.

Cummins P., Wahr J., Agnew D., Tamura Y. Constraining core undertones using IDA gravity records // Geophys. J. Int. 1991. V. 106. P. 189–198.

DOI 10.1111/J.1365-246X.1991.TB04622.X

Dahlen F., Tromp J. Theoretical Global Seismology. U.S., Princeton, New Jersey: Princeton University Press. 1998. 944 p.

Dahlen F.A., Sailor R.V. Rotational and elliptical splitting of the free oscillations of the Earth // Geophys. J.R. Astron. Soc. 1979. V. 58. P. 609–623.

Ding H., Chao B.F. The Slichter mode of the Earth: Revisit with optimal stacking and autoregressive methods on full superconducting gravimeter dataset // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2015. V. 48. P.7261–7272.

DOI: 10.1002/2015JB012203

Ding H., Shen W.-B. Search for the Slichter modes based on a new method: Optimal sequence estimation // *J. Geophys. Res. Solid Earth*. 2013. V. 118. P. 5018–5029.

DOI:10.1002/jgrb.50344

Dziewonski A.M., Anderson D.L. Preliminary reference Earth model // *Phys. Earth Planet. Int.* 1981. V. 25. P. 297–356.

Gilbert F., Dziewonski A. An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra // *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* 1975. A278. P. 187–269.

Guo J.Y., Dierks O., Neumeier J., Shum C.K. A search for the Slichter modes in superconducting gravimeter records using a new method // *Geophys. J. Int.* 2007. V. 168. P. 507–517.

Hinderer J., Crossley D., Jensen O. A search for the Slichter triplet in superconducting gravimeter data // *Phys. Earth Planet. Int.* 1995. V. 90. P. 183–195.

Jiang Y., Xu J., Sun H. Detection of Inner Core Translational Oscillations Using Superconducting Gravimeters // *Journal of Earth Science*. 2013. V. 24 (5). P. 750–758. DOI: 10.1007/s12583-013-0370-x

Pagiatakis S., Yin H., Abd El-Gelil M. Least-squares self-coherency analysis of superconducting gravimeter records in search for the Slichter triplet // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2007. V. 160. P. 108–123. 10.1016/j.pepi.2006.10.002

Pawlowicz R., Beardsley B., Lentz S. Classical tidal harmonic analysis including error estimates in MATLAB using T TIDE // *Computers & Geosciences*. 2002. V. 28. P. 929–937.

Rogister Y. Splitting of seismic-free oscillations and of the Slichter triplet using the normal mode theory of a rotating, ellipsoidal Earth // *Phys. Earth Planet. Inter.* 2003. V. 140. P.169–182.

Rosat S., Hinderer J., Crossley D.J., Rivera L. The search for the Slichter mode: comparison of noise levels of superconducting gravimeters and investigation of a stacking method // *Phys. Earth Planet. Int.* 2003. V. 140 (13). P. 183–202.

Rosat S., Rogister Y. Excitation of the Slichter mode by collision with a meteoroid or pressure variations at the surface and core boundaries // *Phys. Earth Planet. Inter.* 2012. V. 190–191. P. 25–31.

Rosat S., Rogister Y., Crossley D., Hinderer, J. A search for the Slichter Triplet with Superconducting Gravimeters: Impact of the Density Jump at the Inner Core Boundary // *J. of Geodyn.* 2006. V. 41. P. 296–306.

Shen W.B., Ding H. Detection of the inner core translational triplet using superconducting gravimetric observations // *J. Earth Sci.* 2013. V. 24. P. 725–735.

Shen W.B., Luan W. Feasibility Analysis of Searching for the Slichter Triplet in Superconducting Gravimeter Records // *Geodesy and Geodynamics*. 2015. V. 6 (5). P. 307–315. DOI: 10.13039/501100001809

Slichter L.B. The fundamental free mode of the Earth's inner core // *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* 1961. V. 47. P. 186–190.

Smylie D.E. The inner core translational triplet and the density near Earth's centre // *Science*. 1992. V. 255. P. 1678–1682.

Smylie D.E., McMillan D.G. The inner core as a dynamic viscometer // *Phys. Earth Planet. Inter.* 2000. V. 117. P. 71–79. DOI:10.1016/S0031-9201(99)00088-6

Xu J.Q., Sun H.P., Zhou J.C. Experimental detection of the inner core translational triplet // *Chin. Sci. Bull.* 2010. V. 55(3). P. 276–283.

Detection and Estimation of the ${}_1S_1$ Slichter Mode from IGETS Superconducting Gravimeter Network Data after the 2011 Tohoku Earthquake

M. P. Vinogradov^{a,*} and V. K. Milyukov^a

^a*Sternberg State Astronomical Institute, Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

*e-mail: vinogradovmp@my.msu.ru

Received March 30, 2024; revised April 11, 2024; accepted April 12, 2024

Abstract — The ${}_1S_1$ Slichter mode is the longest-period mode of the Earth's free oscillations, caused by oscillations of the Earth's inner solid core relative to the outer liquid core. In this paper, the search for and estimation of the Slichter mode from the IGETS superconducting gravimeter network data after the 2011 Tohoku earthquake are performed. In the course of the work, the theoretical calculation of the Slichter mode splitting parameters for the PREM model was made. The mode was estimated using an original algorithm based on the maximum likelihood method. The algorithm uses optimal data integration obtained from all 21 records of 16 gravimeters, which can significantly increase the signal-to-noise ratio at the output of the detection system. Three most probable estimates of the degenerate frequency of the mode and its splitting parameters were obtained, what allows one to conclude that the Slichter mode was highly likely to be observed after the Tohoku earthquake. The differences in density between the inner and outer cores of the Earth corresponding to the periods of the mode were determined.

Keywords: free oscillations of the Earth, Slichter mode, Tohoku earthquake, superconducting gravimeters of the IGETS network, optimal data integration