



# ФИЗИКА ЗЕМЛИ

[www.sciencejournals.ru](http://www.sciencejournals.ru)

В журнале публикуются оригинальные теоретические и экспериментальные научные работы и обзоры по глобальной и прикладной геофизике, касающиеся изучения земных недр.



# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

## Номер 1, 2023

---

---

О короткопериодной динамике в ядре Земли по наземным наблюдениям геомагнитных джерков <i>С. А. Рябова, С. Л. Шалимов</i>	3
Исследование полей смещений методами космической геодезии в Приморье <i>В. Ю. Тимофеев, Д. Г. Ардюков, А. В. Тимофеев, М. Г. Валитов</i>	12
Модель механизма очага тектонического землетрясения на основе моментной теории <i>И. У. Атабеков</i>	24
Релаксация напряжений в клеточной модели нелинейно взаимодействующих элементов <i>А. С. Черепанцев</i>	39
Стохастическое моделирование и разработка уравнения прогноза движений грунта в Байкальской рифтовой зоне <i>В. А. Павленко, О. В. Павленко</i>	54
Нейросетевое моделирование электромагнитного прогноза свойств геотермального резервуара <i>В. В. Спичак, О. К. Захарова</i>	67
Свойства титаномагнетита пиллоу-базальта Красного моря на различном расстоянии от закаленной корки <i>А. Н. Целебровский, В. И. Максимочкин, А. А. Татаринцев, Ю. А. Алехина, Р. А. Грачев</i>	81
О статистической значимости типизации источников акустической эмиссии по знакам первых вступлений волн в лабораторных экспериментах <i>В. Б. Смирнов, А. В. Исаева, Т. И. Карцева, А. В. Патонин, Н. М. Шихова, А. В. Пономарев</i>	95

---

---



## О КОРОТКОПЕРИОДНОЙ ДИНАМИКЕ В ЯДРЕ ЗЕМЛИ ПО НАЗЕМНЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ ГЕОМАГНИТНЫХ ДЖЕРКОВ

© 2023 г. С. А. Рябова<sup>1, 2, \*</sup>, С. Л. Шалимов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт динамики геосфер имени академика М.А. Садовского РАН, г. Москва, Россия

\*E-mail: riabovasa@mail.ru

Поступила в редакцию 14.07.2022 г.

После доработки 29.08.2022 г.

Принята к публикации 29.08.2022 г.

Применение специальной методики позволило выделить из измерений вариаций геомагнитного поля на нескольких среднеширотных обсерваториях серию джерков за 17 лет с 2004 по 2020 гг. Показано, что джерки следуют с квазипериодом 3–4 года. Для интерпретации этих экспериментальных результатов предложен возможный механизм возникновения быстрых изменений геомагнитного поля, обусловленный магниторотационной неустойчивостью в ядре Земли.

*Ключевые слова:* геомагнитные джерки, ядро Земли, магниторотационная неустойчивость.

**DOI:** 10.31857/S0002333723010040, **EDN:** BZPVVG

### ВВЕДЕНИЕ

Геомагнитные джерки определяют как излом в скорости вековых вариаций (скачок второй производной) одной (как правило, восточной) или нескольких компонент магнитного поля Земли [Адушкин и др., 2021]. Соответственно, в рамках метода математической обработки измерений временных вариаций геомагнитного поля могут применяться различные критерии выделения джерков. Однако, несмотря на различие методик, само существование геомагнитных джерков, исследование которых началось в 50-х годах прошлого столетия [Калинин, 1949; Weber, Roberts, 1951; Walker, O’Dea, 1952], в настоящее время общепризнано [Courtillet, Le Mouel, 1988; Manda et al., 2010; Brown et al., 2013].

Один из самых заметных геомагнитных джерков наблюдался в течение нескольких месяцев 1969–1970 гг. независимо на 130 станциях мира [Le Mouel et al., 1982], причем было установлено внутриземное происхождение джерка [Gire et al., 1984]. Аналогичные события наблюдали в 1901, 1913, 1925, 1978, 1991, 1999, 2003, 2007, 2011, 2014 гг. [Alexandrescu et al., 1995; Macmillan, 1996; Manda et al., 2000; Olsen, Manda, 2008; Olsen et al., 2009; Chulliat, Maus, 2014; Torta et al., 2015]. Джерки, однако, не всегда наблюдаются на всех станциях, а те, которые наблюдают, не всегда одновременны. Например, для джерка 1969 г. показано, что его характерная структура была зарегистрирована в южном полушарии заметно позднее (на 2 года), чем в северном [Alexandrescu et al., 1996].

В настоящее время физические процессы, обуславливающие джерки, включая причины их появления, их повторяемости, пространственное распределение (временные задержки их регистрации на разных станциях) не имеют общепринятого объяснения. Так предполагалось [Bloxham et al., 2002], что джерки могут быть проявлением суперпозиции крутильных колебаний во внешнем ядре Земли, а различия в их регистрации вызваны морфологическими вариациями магнитного поля на границе ядро–мантия (*core-mantle boundary*, СМВ). Предполагалось также [Alexandrescu et al., 1999; Nagao et al., 2003], что временные задержки в наблюдении джерка на разных магнитных станциях обусловлены различиями в проводимости мантии.

С джерками, по-видимому, связано ещё одно немаловажное обстоятельство. Дело в том, что в спектре вариаций угловой скорости вращения мантии Земли (*length of day*, LOD, в английской терминологии) был обнаружен странный пик с амплитудой вариаций до 2 мс вблизи периодов 5–10 лет. Известно, что он не может быть обусловлен движениями в атмосфере или в океане [Abarca del Rio et al., 2000], поскольку такие периоды отсутствуют в спектрах их колебаний, и упомянутая амплитуда – слишком велика для них. В то же время вариации LOD имеют сходство с модельными вариациями LOD, построенными по вековым геомагнитным вариациям, которые обусловлены крупномасштабными течениями в жидком ядре [Jackson, 1997], в предположении, что имеет

место обмен моментом импульса между мантией и МГД течениями в ядре. Эти вариации указывают на существование изменений течений с характерным временем  $\leq 10$  лет. Такие изменения в жидком ядре ассоциируются с геомагнитными джерками [Jault et al., 1988].

Исследования тонкой структуры указанного достаточно широкого пика в вариациях LOD показали [Duan, Huang, 2020], что он состоит из двух гармоник с периодами 6 и 8.6 лет. Хотя причина этих колебаний до конца не выяснена, но если предполагать, что джерки приурочены к экстремальным величинам амплитуд этих гармоник (на что указывают результаты ряда работ [Шалимов, Ольшанская, 2016; Holme, Vignon, 2005]), то квазипериод повторения джерков должен составлять 3–4 года.

В настоящей работе с использованием измерений вариаций геомагнитного поля на нескольких среднеширотных обсерваториях и с применением специальных методик предпринята попытка выделения серии джерков за 17 лет (точнее, с 2004 по 2020 гг.). Для интерпретации экспериментальных результатов, показавших, что джерки следуют с квазипериодом 3–4 года, предложен механизм возникновения быстрых изменений геомагнитного поля, обусловленный нестабильными процессами в ядре Земли.

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

В настоящей работе привлекались данные регистрации вариаций геомагнитного поля на обсерватории “Будков” Геофизического института Академии наук Чешской Республики, на Центральной геофизической обсерватории “Бельск” Геофизического института Польской академии наук, на геофизической обсерватории “Борок” Института физики Земли Российской академии наук и обсерватории геомагнетизма Адольфа Шмидта в Немегке. Координаты и месторасположение обсерваторий приведены в таблице.

Регистрация вариаций односекундных значений компонент  $H$ ,  $D$ ,  $B_z$  геомагнитного поля с разрешением 100 пТ на обсерватории “Будков” выполняется с помощью системы G-DAS с трехосным магнитометром DMI fluxgate.

Регистрация вариаций трех компонент геомагнитного поля на обсерватории “Бельск” выполняется с помощью торсионного кварцевого вариометра системы В.Н. Боброва [Jankowski et al., 1984]. Этот магнитометр имеет хорошую долгосрочную стабильность базисных значений (несколько нТл в год) и разрешение около 0.01 нТл. Температурный коэффициент вариометра составляет 0.2 нТл/К.

С помощью трехосного феррозондового магнитометра IPGP VM391 выполняется регистра-

ция трех компонент геомагнитного поля на обсерватории “Борок”. Трехкомпонентный магнитометр VM391 имеет динамический диапазон  $\pm 2 \times 10^4$  нТл, полосу пропускания 0–1 Гц и частоту дискретизации 0.2 Гц.

Регистрация вариаций компонент геомагнитного поля на обсерватории “Немегк” выполняется с помощью системы GEOMAG. Эта система включает трехкомпонентный феррозондовый магнитометр с кольцевым сердечником и протонный магнитометр Оверхаузера. Она состоит из двух датчиков, электронного блока (аналогового электронного, регистратора данных и блока питания) и телеметрии. Регистрация ведется с дискретизацией 1 мин с разрешением 0.1 нТл.

Данные регистрации компонент геомагнитного поля на всех этих обсерваториях размещены на сайте Международной магнитной сети INTERMAGNET [<http://www.intermagnet.org>].

## МЕТОДЫ

### Определение вековой вариации

При выполнении настоящих исследований с целью проведения сопоставления данные магнитной регистрации приводились к единой географической системе координат (ось  $X$  направлена на географический север,  $Y$  – на восток,  $Z$  – вертикально вниз) и к всемирному координированному времени [Адушкин и др., 2021].

По ежеминутным данным регистрации составляющих геомагнитного поля вычислялись среднемесячные значения как среднее значение на выбранном интервале. Первая производная по времени геомагнитного поля, т.е. вековой вариации (SV), рассчитывается на основе применения стандартного метода оценки [Chulliat et al., 2010], т.е. как разница среднемесячного значения компоненты геомагнитного поля за временной интервал  $t + 6$  и  $t - 6$  мес.

### Сегментированный регрессионный анализ

При выделении геомагнитных джерков исследователи чаще всего прибегают к построению регрессионных моделей, при этом в ходе визуального осмотра данных выделяют место изменения наклона производной и на участках оценивают уравнения регрессии, полагая, что его коэффициенты не меняются во времени на этом участке. Однако с точки зрения исследования временной динамики геомагнитных джерков такой метод не совсем корректен.

По нашему мнению, в качестве метода определения наклона первой производной вековой вариации и его изменений целесообразно использовать сегментированный регрессионный анализ.

Сегментированная регрессия – это метод регрессионного анализа, при котором независимая переменная разбивается на интервалы и каждому интервалу соответствует отдельный отрезок линии [Drajer, Smith, 2014]. Границы между сегментами называются точками останова или точками переключения [Freund et al., 2006].

Если расположение точек переключения известно, то регрессионный анализ заключается в подгонке непрерывных кусочно-линейных функций с помощью метода наименьших квадратов [Golovchenko, 2004]. Итак, пусть  $x$  – независимая переменная, а  $y$  зависит от  $x$ , так что  $y(x)$ , тогда данные могут быть объединены в пары:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{bmatrix},$$

где  $(x_1, y_1)$  представляет первую точку данных. Точки данных должны быть упорядочены в соот-

ветствии с  $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$ , где  $n$  – число точек данных. Кусочно-линейная функция может быть описана как следующий набор функций:

$$y(x) = \begin{cases} \eta_1 + m_1(x - b_1), & b_1 < x \leq b_2 \\ \eta_2 + m_2(x - b_2), & b_2 < x \leq b_3 \\ \vdots \\ \eta_{n_b-1} + m_{n_b-1}(x - b_{n_b-1}), & b_{n_b-1} < x \leq b_{n_b}, \end{cases}$$

где:  $b_1$  – координата  $x$  первой точки останова;  $b_2$  – координата  $x$  второй точки останова и так далее до последней точки останова  $b_{n_b}$  [Hawkins, 1972]. Имеется  $n_b$  точек останова и  $n_b - 1$  отрезков. Подобно порядку данных эта формулировка также предполагает, что точки останова упорядочены как  $b_1 < b_2 < \dots < b_{n_b}$ .

Приведенное выше уравнение представляет собой набор кусочно-линейных функций. Если установить, что кусочно-линейные функции  $C^0$  непрерывны в области, то наклоны и точки пересечения каждой линейной области становятся зависимыми от предыдущих значений. Тогда кусочные функции сводятся к следующему:

$$y(x) = \begin{cases} \beta_1 + \beta_2(x - b_1), & b_1 < x \leq b_2 \\ \beta_1 + \beta_2(x - b_1) + \beta_3(x - b_2), & b_2 < x \leq b_3 \\ \vdots \\ \beta_1 + \beta_2(x - b_1) + \beta_3(x - b_2) + \dots + \beta_{n_b}(x - b_{n_b-1}), & b_{n_b-1} < x \leq b_{n_b}, \end{cases}$$

что приводит к тому же количеству неизвестных параметров  $\beta$ -модели, что и количество точек останова. Эти кусочные функции могут быть выражены в матричной форме как:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 - b_1 & (x_1 - b_2)\ell_{x_1 > b_2} & \dots & (x_1 - b_{n_b-1})\ell_{x_1 > b_{n_b-1}} \\ 1 & x_2 - b_1 & (x_2 - b_2)\ell_{x_2 > b_2} & \dots & (x_2 - b_{n_b-1})\ell_{x_2 > b_{n_b-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n - b_1 & (x_n - b_2)\ell_{x_n > b_2} & \dots & (x_n - b_{n_b-1})\ell_{x_n > b_{n_b-1}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix},$$

где  $\ell_{x_n > b_1}$  – индикаторная функция. Индикаторные функции можно описать как кусочные функции, равные либо 0, либо 1, например:

$$\ell_{x_n > b_2} = \begin{cases} 0 & x_n \leq b_2 \\ 1 & x_n > b_2 \end{cases}$$

и

$$\ell_{x_n > b_3} = \begin{cases} 0 & x_n \leq b_3 \\ 1 & x_n > b_3 \end{cases}$$

и т.д.

Это простая линейная система уравнений:

$$\mathbf{A}\beta = \mathbf{y},$$

где:  $\mathbf{A}$  – матрица регрессии размера  $n \times n_b$ ;  $\beta$  – вектор ( $n_b \times 1$ ) неизвестных параметров;  $\mathbf{y}$  – вектор ( $n \times 1$ ) из точек данных.

Задача наименьших квадратов решается для неизвестного  $\beta$ , что уменьшает сумму квадратов остатков, и решение выражается как:

$$\beta = (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{y}.$$

После того как  $\beta$  решено, остаточный вектор равен:

$$\epsilon = \mathbf{A}\beta - \mathbf{y},$$

где  $\epsilon$  – вектор размера  $n \times 1$ . Остаточный вектор представляет собой разницу между подобранной непрерывной кусочно-линейной моделью и исходным набором данных. Тогда сумма квадратов остатков равна:

$$SSR = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon},$$

которая является  $L^2$ -нормой остаточного вектора.

В нашем случае сложность применения подгонки кусочно-линейной функцией заключалась в том, что местоположения точек останова нам неизвестны [Chen et al., 2011]. С целью поиска наилучшего набора местоположений точек останова нами была использована процедура глобальной оптимизации [Yang et al., 2016], при этом заранее задается число таких точек, причем первая точка останова равна  $b_1 = x_1$  (или наименьшему  $x$ ), а последняя точка останова равна  $b_{n_b} = x_n$  (или наибольшему  $x$ ). В этом случае необходимо оценить  $n_b - 2$  неизвестных местоположений точек останова [Wainer, 1971].

Анализ имеющихся в литературе данных показывает, что за период с 2004 по 2020 гг. геомагнитные джерки были обнаружены в 2007 г. [Olsen et al., 2009]; 2011 г. [Рябова, 2019; Chulliat, Maus, 2014]; 2014 г. [Рябова, 2019; Torta et al., 2015; Kotzé, 2017] и в 2017 г. [Whaler et al., 2020]. В связи с этим при выполнении настоящих исследований было задано число точек переключения  $n_b = 6$ .

Сумма квадратов остатков может быть представлена как функция, зависящая от местоположения точек останова  $SSR(b)$ . Тогда задача оптимизации заключается в минимизации  $SSR(b)$ ,  $b = [b_2, \dots, b_{n_b-1}]^T$  при  $x_1 \leq b_k \leq x_n$ ,  $k = 1, 2, \dots, n_b$  [Yang et al., 2016].

При решении задачи оптимизации в настоящей работе используется **алгоритм дифференциальной эволюции** (наиболее успешный стохастический метод глобальной оптимизации функций вещественных переменных) [Ahmad et al., 2022]. Алгоритм дифференциальной эволюции (Differential Evolution или DE) был предложен в 1995 г. Р. Сторном и К. Прайсом для решения задач многомерной оптимизации [Storn, Price, 1997]. Достоинством этого метода является сравнительная простота реализации, недостатком — необходимость в многократном обращении к целевой функции, что приводит к увеличению времени расчетов [Ahmad et al., 2022].

Работа алгоритма DE начинается с генерации случайным образом множества случайных векторов (называемых поколением), представляющих собой возможные решения задачи оптимизации [Das et al., 2016]. В нашем случае поколение представляет собой множество решений задачи минимизации  $SSR(b)$ . На каждой итерации алгоритм генерирует новое поколение векторов, случайным образом комбинируя векторы из предыдущего поколения. Генерация векторов нового поколения производится следующим образом. Для каждого вектора из старого поколения выбираются три различных случайных вектора среди

векторов старого поколения, за исключением самого вектора, и генерируется так называемый мутантный вектор. Над мутантным вектором выполняется операция “скрещивания”, состоящая в том, что некоторые его координаты замещаются соответствующими координатами из базового вектора. Полученный после скрещивания вектор называется пробным вектором. Если он оказывается лучше базового вектора (значение целевой функции улучшилось), то в новом поколении базовый вектор заменяется на пробный, в противном случае базовый вектор сохраняется в новом поколении. Подробный алгоритм дифференциальной эволюции, используемый в настоящей работе, представлен в работе [Price et al., 2005].

## РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1 приведены вариации первой производной компонент  $B_x$ ,  $B_y$  и  $B_z$  геомагнитного поля, рассчитанные по среднегодовым значениям по данным обсерватории “Будков”.

Анализ данных, представленных на рис. 1, показал, что наибольший разброс вариации геомагнитного поля наблюдается в северной компоненте геомагнитного поля, что объясняется возможной сильной зависимостью изменений в этой компоненте от эффектов внешнего поля. Однако из рис. 1 видно, что разброс не влияет на морфологию поведения вековой вариации. Применение сегментированного регрессионного анализа с определением оптимального положения точки переключения с помощью алгоритма дифференциальной эволюции позволило четко идентифицировать джерки (изменение наклона первой производной вековой вариации) для  $B_x$ -компоненты магнитного поля в июне 2007 г., в октябре 2011 г. и в марте 2018 г.

Меньший разброс первой производной по сравнению с северной компонентой геомагнитного поля наблюдается в вертикальной компоненте  $B_z$  на обсерватории “Будков”. В этом случае с помощью метода кусочно-линейной регрессии удалось выделить следующие геомагнитные джерки 2007 г. (июнь 2007 г.), 2014 г. (январь 2015 г.) и 2017 г. (март 2018 г.).

В вековом изменении восточной компоненты магнитного поля наиболее ярко проявляются геомагнитные джерки, более того четко идентифицируются джерки, даже плохо различимые в двух других компонентах, а именно в северной компоненте геомагнитного поля — джерк 2014 г. и в вертикальной компоненте — джерк 2011 г. Такое поведение можно объяснить тем, что восточная компонента магнитного поля Земли менее чувствительна к изменениям внешнего происхождения (особенно магнитосферного), что позволяет

## Пункты геомагнитной регистрации

Название	Код	Широта	Долгота	Высота	Месторасположение	Магнитометрический прибор
Обсерватория “Будков” Геофизического института Академии наук Чешской Республики	BDV	49.08° с.ш.	14.02° в.д.	496 м	Чешская Республика, г. Прахатице	Система G-DAS с трехосным магнитометром DMI fluxgate (разрешение 0.1 нТл)
Центральная Геофизическая обсерватория “Бельск” Геофизического института Польской Академии наук	BEL	51.84° с.ш.	20.79° в.д.	180 м	Польша, г. Бельск	Торсионный кварцевый вариометр системы В.Н. Боброва (разрешение 0.01 нТл)
Геофизическая обсерватория “Борок” Института физики Земли Российской Академии наук	BOX	58.03° с.ш.	38.14° в.д.	115 м	Россия, Ярославская область, пос. Борок	Феррозондовый магнитометр IGPV VM391 (разрешение 0.1 нТл)
Обсерватория геомагнетизма Адольфа Шмидта в Немегке	NGK	52.07° с.ш.	12.68° в.д.	78 м	Германия, г. Немегк	Система GEOMAG (разрешение 0.1 нТл)

значительно легче выделить изменения, обусловленные процессами в недрах Земли.

Представленные на рис. 2 данные о вариации первой производной компонент геомагнитного поля  $B_x$ ,  $B_y$  и  $B_z$ , зарегистрированных на обсерватории “Борок”, демонстрируют аналогичную динамику вековой вариации. В северной компоненте наблюдалось увеличение вплоть до июня 2007 г., которое сменилось спадом до октября 2011 г. Затем опять наблюдалось  $\Lambda$ -образное изменение, с ростом с октября 2011 г. по январь 2015 г. и спадом с января 2015 г. по март 2018 г. Противоположное направление изменений демонстрируют вариации первой производной компонент  $B_y$  и  $B_z$  геомагнитного поля, однако в  $B_z$ -компоненте почти не выделяется джерк 2011 г.

Аналогичные результаты получены при вычислении первых производных компонент геомагнитного поля по данным обсерватории “Бельск” и обсерватории геомагнетизма Адольфа Шмидта в Немегке.

В качестве примера на рис. 3 представлены результаты оценки вековой вариации восточной геомагнитной компоненты. Идентификация точки переключения (в нашем случае, геомагнитного джерка) алгоритмом дифференциальной эволюции показала, что и в этих пунктах наблюдений можно определить геомагнитные джерки 2007 г. (июнь 2007 г.), 2011 г. (октябрь 2011 г.), 2014 г. (январь 2015 г.) и 2017 г. (март 2018 г.).

Здесь следует отметить, что трудности с идентификацией нескольких джерков (2011 г. и 2014 г.) в северной и вертикальной компонентах на обсерваториях, вероятно, связаны с тем, что годы, близкие к солнечному максимуму, более загряз-

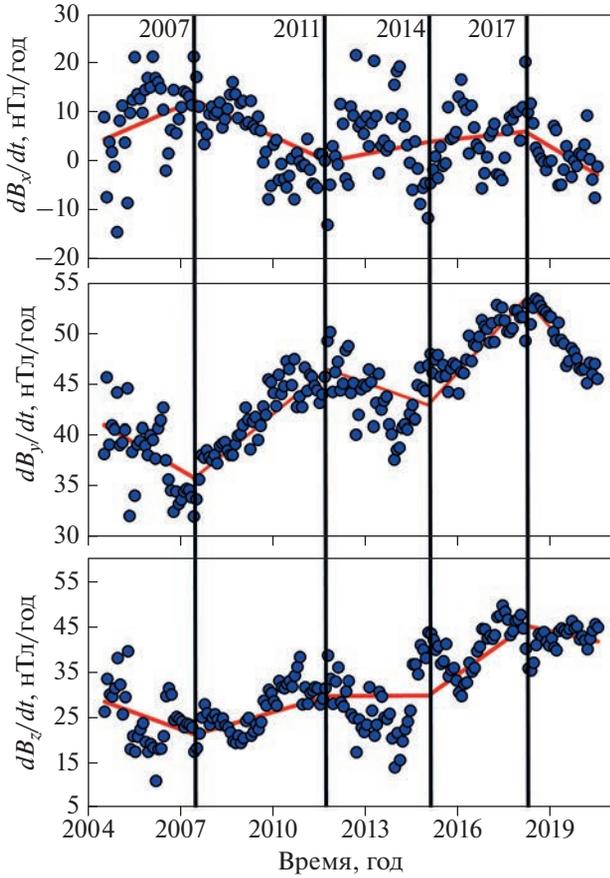
нены внешними эффектами по сравнению с годами солнечного минимума.

Итак, в настоящей работе на основе анализа данных регистрации геомагнитного поля на нескольких среднеширотных обсерваториях за период с 2004 по 2020 гг. выявлены джерки, частота повторения которых составляет 3–4 года.

## ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Приведенный в предыдущем разделе достаточно четкий результат о квазипериодическом повторении джерков до настоящего времени не имеет определенного обоснования. Попытки связать квазипериодический источник джерков с крутильными колебаниями в ядре [Vloxham et al., 2002; Gillet et al., 2010] не согласуются ни с периодом этих колебаний (около 6 лет), ни с часто наблюдаемым локальным проявлением джерков.

Вместе с тем, достаточно быстрые изменения в вековых вариациях поля, отмечаемые как джерки, указывают на возможное существование достаточно быстрых нестабильных процессов в жидком ядре Земли. В частности, была рассмотрена возможность генерации классической магниторотационной неустойчивости (МРН) в жидком ядре (впервые примененной к аккреционным дискам звезд и галактик [Велихов, 1959]) при условии, что дифференциальное вращение в ядре (когда зависимость азимутальной скорости вращения жидкости от радиуса подчиняется условию  $d\Omega / dr < 0$ ) обусловлено анизотропией конвекции (конвективные ячейки). Для инкремента неустойчивости было получено следующее выражение [Шалимов, 2014]:



**Рис. 1.** Первая производная по времени среднемесячных вариаций трех компонент геомагнитного поля (синие кружочки) на обсерватории “Будков” за период 2004–2020 гг.; здесь и на следующих рисунках красной линией показан наклон производной, вычисленный методом сегментированной регрессии.

$$\gamma_m = \frac{1}{2} \left| r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right| \frac{\sqrt{1 + \Lambda^2} - 1}{\Lambda} = \frac{v_z}{L} \frac{\sqrt{1 + \Lambda^2} - 1}{\Lambda}. \quad (1)$$

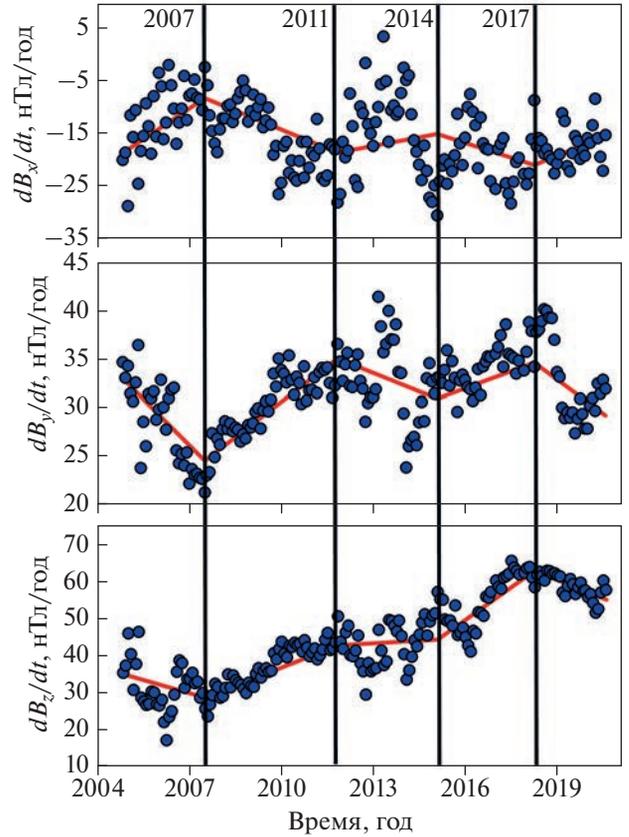
Здесь:  $\Lambda = V_A^2 / 2\eta\Omega$  – число Эльзассера;  $V_A$  – альвеновская скорость;  $\eta$ ,  $\Omega$  – коэффициент магнитной диффузии и скорость вращения Земли;  $v_z$  – скорость конвекции вдоль вертикального геомагнитного поля;  $L$  – характерный масштаб.

Согласно работе [Голицын, 2004], среднюю скорость плотностной конвекции во вращающихся телах можно оценить по формуле:

$$V = C\sqrt{Mg/\rho\Omega}, \quad (2)$$

где:  $M$  – поток дефицита плотности;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $\Omega$  – угловая скорость вращения внутреннего ядра;  $C$  – константа порядка единицы.

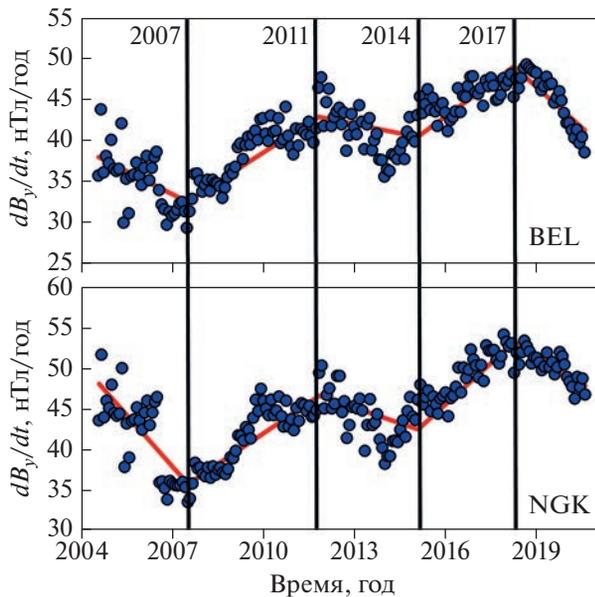
Поток дефицита плотности можно определить как  $M = \dot{M}/S$ , где  $S$  – площадь поверхности



**Рис. 2.** Первая производная по времени среднемесячных вариаций трех компонент геомагнитного поля (синие кружочки) на обсерватории “Борок” за период 2004–2020 гг.

внутреннего ядра,  $\dot{M}$  – скорость затвердевания внутреннего ядра. Эта скорость была оценена [Loper, Roberts, 1983] по современным размерам внутреннего ядра и времени его жизни, и оказалась равной  $10^6$  кг/с. Следовательно, из формулы (2) получаем при  $g = 4.4$  м/с<sup>2</sup>,  $\Omega = 7.3 \times 10^{-5}$  с<sup>-1</sup>,  $\rho = 1.3 \times 10^4$  кг/м<sup>3</sup> для скорости конвекции  $V = C\sqrt{Mg/S\rho\Omega} \approx 10^{-3}$  м/с, а из формулы (1) при  $v_z \sim V$ ,  $L \geq 500$  км [Roberts, Glatzmaier, 2000] получаем оценку характерного времени развития неустойчивости  $\gamma_m^{-1}$ : для  $\Lambda \gg 1$  находим  $\gamma_m^{-1} \leq 1$  года, а при  $\Lambda \sim 1$  –  $\gamma_m^{-1} \approx 3$  года. Таким образом, характерное время развития неустойчивости оказывается одного порядка с временем развития джерков, причем этот вывод подтверждается наблюдениями джерков посредством спутников с высоким разрешением [Pais, Jault, 2008].

Если предположить, что джерки обусловлены развитием МРН, то возникает вопрос: с чем связана квазипериодичность проявления джерков (с периодом 3–4 года), отмечаемая в настоящей ра-



**Рис. 3.** Первая производная по времени среднемесячных вариаций восточной компоненты геомагнитного поля (синие кружочки) на обсерваториях “Бельск” (BEL) и “Нимегк” (NGK) за период 2004–2020 гг.

боте и некоторыми авторами (см. [Pavon-Carrasco et al., 2021]). Квазипериодичность можно объяснить следующим образом. За время порядка обратного инкремента МРН, обусловленной дифференциальным вращением жидкого ядра, магнитное поле нарастает. Ограничение роста амплитуды поля может быть связано с нелинейными или диссипативными процессами. В последнем случае вытягиваемые из-за вращения по азимуту силовые трубки будут подвержены быстрому процессу пересоединения соседних областей с противоположно направленными полями. Момент пересоединения силовых линий соответствует моменту джерка с последующим уменьшением поля. Однако неустойчивость будет развиваться снова за счет дифференциального вращения, обусловленного конвекцией, и начало развития неустойчивости будет регистрироваться как следующий джерк, связанный с переходом к росту поля.

Таким образом, в настоящей работе с использованием измерений вариаций геомагнитного поля на нескольких среднеширотных обсерваториях и с применением специальных методик выделена серия геомагнитных джерков за 17 лет (точнее, с 2004 по 2020 гг.). Показано, что джерки следуют с квазипериодом 3–4 года. Предложен механизм возникновения быстрых изменений геомагнитного поля, обусловленный магниторотационной неустойчивостью в ядре Земли, который позволяет интерпретировать указанные характерные времена появления джерков.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Экспериментальные исследования выполнены в рамках государственного задания ИДГ РАН № 1220329000185-5 “Проявление процессов природного и техногенного происхождения в геофизических полях”, интерпретация результатов выполнена в рамках государственного задания ИФЗ РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Адушкин В.В., Рябова С.А., Спивак А.А.* Геомагнитные эффекты природных и техногенных процессов. М.: ГЕОС. 2021. 264 с.
- Велихов Е.П.* Устойчивость течения идеально проводящей жидкости между вращающимися цилиндрами в магнитном поле // Журн. экспериментальной и теоретической физики. 1959. Т. 36. № 5. С. 1398–1404.
- Голицын Г.С.* Динамика природных явлений. М.: Физматлит. 2004. 344 с.
- Калинин Ю.Д.* Вековые геомагнитные вариации и изменения длины суток // Метеорология и гидрология. 1949. № 3. С. 15–19.
- Рябова С.А.* Особенности вековой вариации геомагнитного поля на среднеширотных обсерваториях “Михнево” и “Бельск” // Геомагнетизм и аэронавигация. 2019. Т. 59. № 1. С. 125–136.  
<https://doi.org/10.1134/S0016794018060147>
- Шалимов С.Л.* О магниторотационной неустойчивости в земном ядре // Физика Земли. 2014. № 4. С. 3–7.
- Шалимов С.Л., Ольшанская Е.В.* О вариациях частоты вращения Земли, обусловленных нестабильными течениями в жидком ядре // Физика Земли. 2016. № 6. С. 139–143.
- Abarca del Rio R., Gambis D., Salstein D.A.* Interannual signals in length of day and atmospheric angular momentum // *Annales Geophysicae*. 2000. V. 18. P. 347–364.
- Ahmad M.F., Isa N.A.M., Lim W.H., Ang K.M.* Differential evolution: A recent review based on state-of-the-art works // *Alexandria Engineering J.* 2022. V. 61. № 5. P. 3831–3872.  
<https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.09.013>
- Alexandrescu M., Gibert D., Hulot G., LeMouel J.L.* Detection of geomagnetic jerks using wavelet analysis // *J. Geophysical Research*. 1995. V. 100. P. 12557–12572.
- Alexandrescu M., Gibert D., Hulot G., LeMouel J.L.* Worldwide wavelet analysis of geomagnetic jerks // *J. Geophysical Research*. 1996. V. 101. P. 21975–21994.
- Alexandrescu M., Gibert D., LeMouel J.L., Hulot G.* An estimate of average lower mantle conductivity by wavelet analysis of geomagnetic jerks // *J. Geophysical Research*. 1999. V. 104. P. 17135–17746.
- Bloxham J., Zatman S., Dumberry M.* The origin of geomagnetic jerks // *Nature*. 2002. V. 420. P. 65–68.
- Brown W., Mound J., Livermore P.* Jerks abound: an analysis of geomagnetic observatory data from 1957 to 2008 // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2013. V. 223. P. 62–76.
- Chen C.W.S., Chan J.S.K., Gerlach R., Hsieh W.Y.L.* A comparison of estimators for regression models with change points // *Statistics and Computing*. 2011. V. 21. P. 395–414.  
<https://doi.org/10.1007/s11222-010-9177-0>
- Chulliat A., Maus S.* Geomagnetic secular acceleration, jerks, and a localized standing wave at the core surface from

- 2000 to 2010 // *J. Geophysical Research: Solid Earth*. 2014. V. 119. P. 1531–1543.
- Chulliat A., Thébaud E., Hulot G.* Core field acceleration pulse as a common cause of the 2003 and 2007 geomagnetic jerks // *Geophysical Research Letters*. 2010. V. 37. № 7. L07301.  
<https://doi.org/10.1029/2009GL042019>
- Courtillot V., Le Mouel J.L.* Time variations of the Earth's magnetic field: From daily to secular // *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*. 1988. V. 16. P. 389–476.
- Das S., Mullick S.S., Sumanthan P.N.* Recent Advances in Differential Evolution – an Updated Survey // *Swarm and Evolutionary Computation*. 2016. V. 27. P. 1–30.
- Draper N.R., Smith H.* Applied regression analysis. 3rd ed. V. 326. N.Y.: John Wiley & Sons. 2014. 158 p.
- Duan P., Huang C.* Intradecadal variations in length of day and their correspondence with geomagnetic jerks // *Nature Communications*. 2020. V. 11.  
<https://doi.org/10.1038/s41467-020-16109-8>
- Freund R.J., Wilson W.J., Sa P.* Regression analysis. 2nd ed. N.Y.: Academic Press. 2006. 270 p.
- Gillet N., Jault D., Canet E., Fournier A.* Fast torsional waves and strong magnetic field within the Earth's core // *Nature*. 2010. V. 465. P. 74–77.
- Gire C., Le Mouel J.L., Ducruix J.* Evolution of the geomagnetic secular variation field from the beginning of the century // *Nature*. 1984. V. 307. P. 349–352.
- Golovchenko N.* Least-squares fit of a continuous piecewise linear function. 2004. <http://golovchenko.org/docs/ContinuousPiecewiseLinearFit.pdf>
- Hawkins D.M.* On the choice of segments in piecewise approximation // *IMA Journal of Applied Mathematics*. 1972. V. 9. № 2. P. 250–256.
- Holme R., de Viron O.* Geomagnetic jerks and a high-resolution length-of-day profile for core studies // *Geophysical Journal International*. 2005. V. 160. № 2. P. 435–439.
- Jackson A.* Time-dependency of tangentially geostrophic core surface motions // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 1997. V. 103. P. 293–311.
- Jankowski J., Marianiuk J., Ruta A., Sucksdorff C., Kivinen M.* Long-term stability of a torque-balance variometer with photoelectric converters in observatory practice // *Surveys in Geophysics*. 1984. V. 6. № 3/4. P. 367–380.
- Jault D., Gire C., Le Mouel J.L.* Westward drift, core motions and exchanges of angular momentum between core and mantle // *Nature*. 1988. V. 333. P. 353–356.
- Kotzé P.B.* The 2014 geomagnetic jerk as observed by southern African magnetic observatories // *Earth, Planets Space*. 2017. V. 69. № 17.  
<https://doi.org/10.1186/s40623-017-0605-7>
- Le Mouel J.L., Ducruix J., Duyen C.H.* The worldwide character of the 1969–70 impulse of the secular variation rate // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 1982. V. 28. P. 337–350.
- Loper D.E., Roberts P.H.* Stellar and Planetary Magnetism / Soward A.M. (ed.). N.Y.: Gordon and Breach. 1983. 297 p.
- Macmillan S.* A geomagnetic jerk for the early 1990's // *Earth and Planetary Science Letters*. 1996. V. 137. P. 189–192.
- Mandea M., Bellanger E., Le Mouel J.-L.* A geomagnetic jerk of the end of the 20th century // *Earth and Planetary Science Letters*. 2000. V. 183. P. 369–373.
- Mandea M., Holme R., Pais A., Pinheiro K., Jackson A., Verbanac G.* Geomagnetic jerks: Rapid core field variations and core dynamics // *Space Science Reviews*. 2010. V. 155. P. 147–175.
- Nagao H., Iyemori T., Higuchi T., Araki T.* Lower mantle conductivity anomalies estimated from geomagnetic jerks // *J. Geophysical Research: Solid Earth*. 2003. V. 108.  
<https://doi.org/10.1029/2002JB001786>
- Olsen N., Mandea M.* Rapidly changing flows in the Earth's core // *Nature Geoscience*. 2008. V. 1. № 6. P. 390–394.
- Olsen N., Mandea M., Sabaka T.J., Toffner-Clausen L.* CHAOS-2-A geomagnetic field model derived from one decade of continuous satellite data // *Geophysical J. International*. 2009. V. 179. № 3. P. 1477–1487.
- Pais M.A., Jault D.* Quasi-geostrophic flows responsible for the secular variation of the Earth's magnetic field // *Geophysical J. International*. 2008. V. 173. № 2. P. 422–443.
- Pavon-Carrasco F.J., Marsal S., Campuzano S.A., Torta J.M.* Signs of a new geomagnetic jerk between 2019 and 2020 from Swarm and observatory data // *Earth, Planets and Space*. 2021. V. 73.  
<https://doi.org/10.1186/s40623-021-01504-2>
- Price K.V., Storn R.M., Lampinen J.A.* Differential evolution: A practical approach to global optimization 1st ed. Springer: Berlin. 2005. 558 p.
- Roberts P.H., Glatzmaier G.A.* Geodynamo theory and simulations // *Reviews of Modern Physics*. 2000. V. 72. P. 1081–1123.
- Storn R., Price K.* Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces // *J. Global Optimization*. 1997. V. 11. № 4. P. 341–359.
- Torta J.M., Pavón-Carrasco F.J., Marsal S., Finlay C.C.* Evidence for a new geomagnetic jerk in 2014 // *Geophysical Research Letters*. 2015. V. 42. P. 7933–7940.
- Wainer H.* Piecewise regression: A simplified procedure // *British J. Mathematical and Statistical Psychology*. 1971. V. 24. № 1. P. 83–92.
- Walker J.B., O'Dea P.L.* Geomagnetic secular change impulses // *Transactions of the American Geophysical Union*. 1952. V. 33. P. 797–800.
- Weber F.V., Roberts E.B.* The 1950 world isogonic chart // *J. Geophysical Research*. 1951. V. 56. P. 81–84.
- Whaler K., Hammer M., Finlay C., Olsen N.* Core-mantle boundary flows obtained purely from Swarm secular variation gradient information // *EGU General Assembly 2020*. Online. 2020. EGU2020-9616.  
<https://doi.org/10.5194/egusphere-egu2020-9616>
- Yang L., Liu S., Tsoka S., Papageorgiou L.G.* Mathematical programming for piecewise linear regression analysis // *Expert Systems with Applications*. 2016. V. 44. P. 156–167.  
<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2015.08.034>
- <http://www.intermagnet.org> сайт Международной магнитной сети INTERMAGNET (International RealTime Magnetic Observatory Network.)

## On Short-Period Dynamics in the Earth's Core According to Ground-Based Observations of Geomagnetic Jerks

S. A. Riabova<sup>a, b,\*</sup> and S. L. Shalimov<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123242 Russia*

<sup>b</sup>*Sadovsky Institute of Geosphere Dynamics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119334 Russia*

*\*E-mail: riabovasa@mail.ru*

The use of a special technique for processing variations of the geomagnetic field at several mid-latitude observatories allowed us to identify a series of jerks over a 17-year period, from 2004 to 2020. To interpret the experimental results showing that jerks follow with a quasi period of 3–4 years, a probable mechanism of the occurrence of rapid changes in the geomagnetic field caused by unstable processes in the Earth's core is proposed.

*Keywords:* geomagnetic jerks, the Earth's core, magnetorotational instability

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЕЙ СМЕЩЕНИЙ МЕТОДАМИ КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ В ПРИМОРЬЕ

© 2023 г. В. Ю. Тимофеев<sup>1, \*</sup>, Д. Г. Ардюков<sup>1</sup>, А. В. Тимофеев<sup>1</sup>, М. Г. Валитов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, г. Новосибирск, Россия

<sup>2</sup>Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, г. Владивосток, Россия

\*E-mail: timofeevvy@ipgg.sbras.ru

Поступила в редакцию 28.03.2022 г.

После доработки 08.08.2022 г.

Принята к публикации 27.08.2022 г.

В работе представлены результаты GPS-наблюдений (2003–2020 гг.), выполненных в Приморском и Хабаровском краях на юго-востоке России. Целями наших исследований являлись получение значений скоростей смещения, тестирование связи современных скоростей с сейсмичностью, с особенностями геологической структуры Приморья, изучение реологических параметров коры и астеносферы на окраине континента. В статье проанализированы результаты измерений в Приморье на Центральном Сихотэ-Алиньском разломе. В дальней зоне исследованы последствия Японского землетрясения Тохоку-Оки магнитудой  $M = 9$ , случившегося 11.03.2011 г. Зона косейсмических и постсейсмических смещений простирается на расстояние свыше 1000 км от эпицентра. Постсейсмические затухания многолетних горизонтальных и вертикальных смещений позволяют оценить время релаксации для упруго-вязкой модели. При значениях времени затухания от 4 до 8 лет, в рамках двухслойной реологической модели получены значения вязкости для нижнего слоя:  $8 \times 10^{18} - 3 \times 10^{19}$  Па · с. Используя модель изгиба земной поверхности и дна Японского моря, в зоне контакта континент–океан сделана оценка мощности (20–25 км) упругой верхней части земной коры.

*Ключевые слова:* космическая геодезия, континентальная окраина, смещения на разломе, косейсмические смещения, постсейсмическая релаксация, Японское землетрясение 11.03.2011 г. (Тохоку-Оки), мощность упругой коры, астеносфера, вязкость по Максвеллу.

DOI: 10.31857/S0002333723010076, EDN: CAQUUK

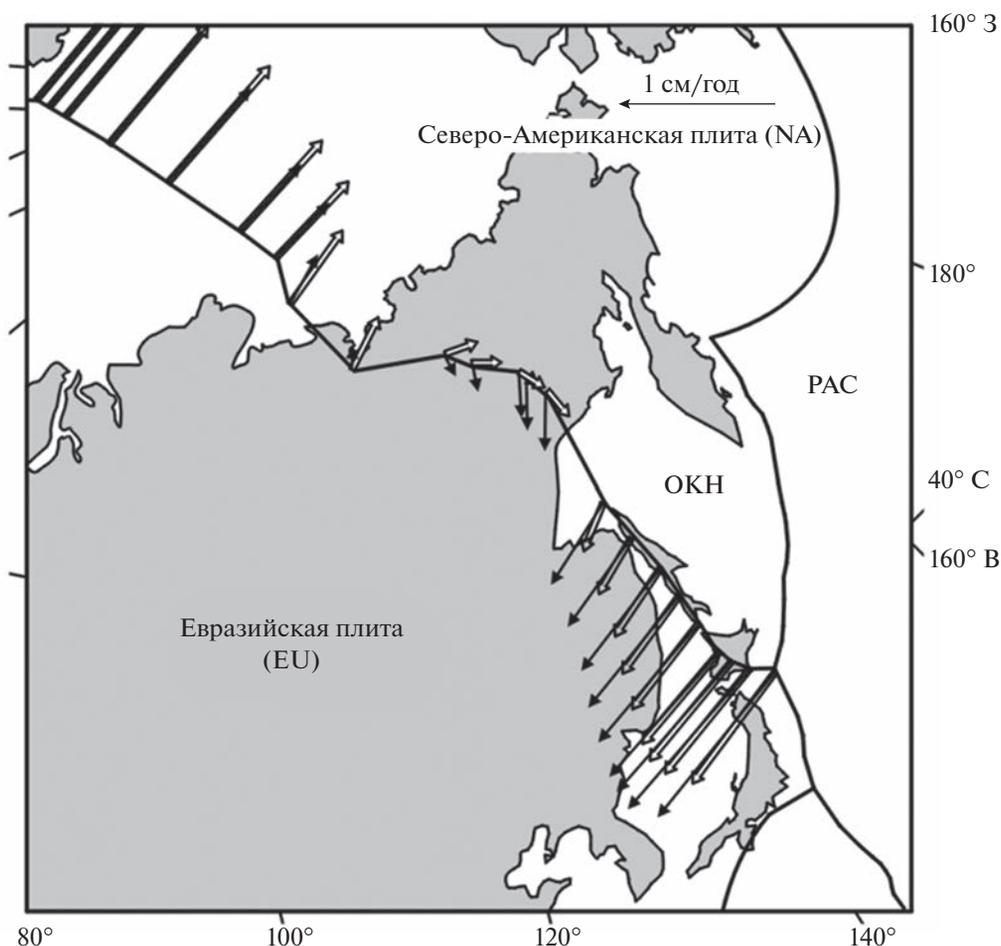
### ВВЕДЕНИЕ

Зона контакта континента и океана, расположенная в восточной части Азии, является ареной активной сейсмической активности, изучение которой является весьма актуальным для геофизики. Здесь расположено сочленение трех главных тектонических плит Земли (Евразийской, Северо-Американской и Тихоокеанской) (рис. 1). Отметим, что положение границ и существование микроплит (Амурской и Охотоморской) является предметом дискуссий и активных современных исследований [Стеблов, 2004; Jin et al., 2007; Kogan, Steblov, 2008; Стеблов и др., 2010; Argus et al., 2010; DeMets et al., 2010; Василенко и др., 2011; Тимофеев и др., 2008; 2012; 2018].

Высокая сейсмическая активность зон субдукции обусловлена происходящими здесь современными геодинамическими процессами, а именно погружением одной тектонической плиты под другую. Так Тихоокеанская плита, представленная океанической корой, со скоростью

около 8 см в год пододвигается под плиту Евразия. Напряжения, накопленные в земной коре, концентрируются и активно разгружаются на границах плит. Это отражается как в мозаике распределения зон разломов в восточной части Евразии [Karsakov, 2001; Малышев и др., 2007], так и в характере смещений по разломам, выделяемом по геологическим данным (рис. 2). Одним из элементов восточной окраины континента является хребет Сихотэ-Алинь. Здесь с юго-востока на северо-запад простирается сдвиговая зона — Центральный Сихотэ-Алиньский разлом.

Сильнейшие землетрясения, возникающие в субдукционных зонах, часто характеризуются очень протяженными очагами и возникновением длительных постсейсмических процессов вследствие высвобождения энергии накопленных упругих напряжений [Kogan, Steblov, 2008; Shestakov et al., 2011; 2012; 2014]. Такие землетрясения проявляются в смещениях земной поверхности, которые могут достигать десятков метров вблизи



**Рис. 1.** Смещение на границе плит по различным моделям взаимного вращения Северо-Американской и Евразийской плит. Стрелками показана величина и направление смещений на границах плит. Широта и долгота в градусах, скорость горизонтального смещения в сантиметрах в год. РАС – Тихоокеанская плита, ОКН – Охотоморская плита в составе Северо-Американской.

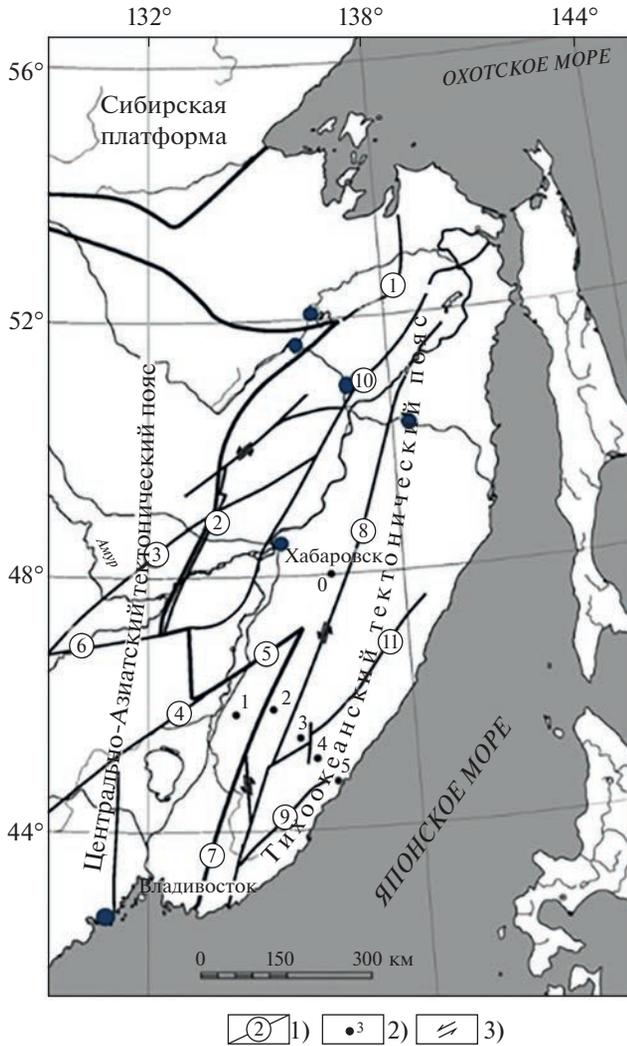
очага землетрясения и сантиметров в тысяче километрах от эпицентра

Задачами наших исследований являлись анализ современных полей смещения, полученных методами космической геодезии в Приморье, тестирование связи современных скоростей с сейсмичностью и с особенностями геологической структуры. Вопрос о реологических свойствах астеносферы в этом регионе относится к числу дискуссионных [Владимирова и др., 2011; Сдельникова и др., 2016], однако исследование постсейсмических процессов, вызванных сильнейшими землетрясениями, позволяет надеяться на получение новых знаний о вязкости этого слоя.

#### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Глобальные навигационные спутниковые системы (VLBI, GPS, DORIS и SLR) за многие десятилетия своего развития вывели на новый каче-

ственный уровень методы исследования и привели к существенным изменениям в подходах к изучению различных геодинамических процессов. Наиболее массовое применение в геодинамических измерениях получила система GPS (глобальная система позиционирования), отличающаяся компактностью и сравнительной легкостью установки. Сетевые GPS-измерения в Приморском и Хабаровском краях начаты в 2003 г. с закладки широтного профиля из 5 пунктов, пересекающего хребет Сихотэ-Алинь с запада на восток (рис. 2). Закладка северных пунктов в Хабаровском крае проводилась начиная с 2007 г. Пункты оборудовались на коренных породах, бетонирование реперов выполнялось за 2–3 мес. до начала измерений. При измерениях применялись двухчастотные приемники космической геодезии типа Trimble 4700 с жесткой центровкой антенн Microcentered TRM33429.00+GP. Одновременно использовались два комплекта приемников. На временной региональной станции ZMEY выпол-



**Рис. 2.** Положение пунктов GPS-измерений и разломная сеть в восточной части Евразии на территории Приморского и Хабаровского краев [Karsakov, 2001].

1) – основные разломы региона: 1 – Пауканский, 2 – Куканский, 3 – Итунь-Иланский (Тан-Лу), 4 – Дун Ми, 5 – Алчинский, 6 – Наолихэ, 7 – Арсеньевский, 8 – Центральный Сихотэ-Алинский, 9 – Прибрежный, 10 – Амурский, 11 – Колумбинский; 2) – пункты GPS-наблюдений, в том числе Сихотэ-Алинский широтный профиль (временный базовый пункт: 0 – ZMEY, высота пункта  $H = 129$  м, сетевые пункты профиля: 1 – MALI,  $H = 189$  м; 2 – EAST,  $H = 404$  м; 3 – BURS,  $H = 687$  м; 4 – NEBO,  $H = 838$  м; 5 – PLST,  $H = 112$  м); 3) – характер смещений по разломам по геологическим данным.

нялось накопление данных за весь период сетевых измерений (две–три нед.). На отдельных сетевых пунктах наблюдения продолжались от 48 до 72 ч. Для исключения сезонных искажений наблюдения проводились ежегодно в сентябре. При анализе материалов использовались специальные программные пакеты, наиболее распространенные в работе международных научных центров: GAMIT-GLOBK [Herring et al., 2006a; 2006b] и BERNESE [Dach et al., 2007]. Данные сетевых измерений обрабатывались с использованием результатов по мировой сети постоянных станций Евразии и ее окружения (коды станций в сети IGS: TNML, TCMS, PIMO, TWIF, SHAO, SUWN, DAEJ, TIXI, YAKT, MAGO, HETP, BILI, YSSK, USUD, TSKB, KSMU, MIZU, NVSK, BJFS, WUHN, IRKT, KUNM, LHAS, NRIL, URUM, HYDE, IISC, BAN2, SELE, POL2, KIT3, ARTU, BANR, ZWE2, MOBN, ELAT, ANKR, GLSV). Пример определения широты пункта и среднеквадратичной ошибки определения приведен в табл. 1. Ошибка определений долготы такая же для отдельной эпохи, определения вертикальной компоненты обычно происходят с ошибкой в три раза больше.

Изменение величины ошибки в отдельные периоды наблюдений связано с погодными условиями, прохождением тайфунов и циклонов. Использование результатов наблюдений при изучении относительного смещения плит проиллюстрировано на рис. 3. Величина вектора скорости горизонтального смещения пункта GORA относительно пункта YSSK, расположенного на окраине г. Южно-Сахалинск на юго-востоке острова Сахалин, достигает 15 мм в год, что на порядок превышает ошибку определения (табл. 1) и соответствует модельным представлениям (рис. 1).

Используя многолетние данные о ежегодных определениях координат, получаем годовую скорость смещения пункта. Исключая плитное движение Евразийской плиты определяем аномальную скорость. Смещения на сфере описывают через параметры вращения. Скорость плитного движения  $V$ , используя угловую скорость вращения плиты  $\Omega$  (градус/миллион лет), вычисляется по формулам:

$$V = 11.12 \sin \gamma \Omega,$$

$$\gamma = \arccos[\sin \varphi \sin \Phi + \cos \Phi \cos(\Lambda - \lambda)], V_N = V \sin \beta; V_E = V \cos \beta; \quad (1)$$

$$\beta = \arctg\{\sin(\lambda - \Lambda) / [(\sin(90 - \varphi) / \operatorname{tg}(90 - \Phi)) - \cos(90 - \varphi) \cos(\lambda - \Lambda)]\},$$

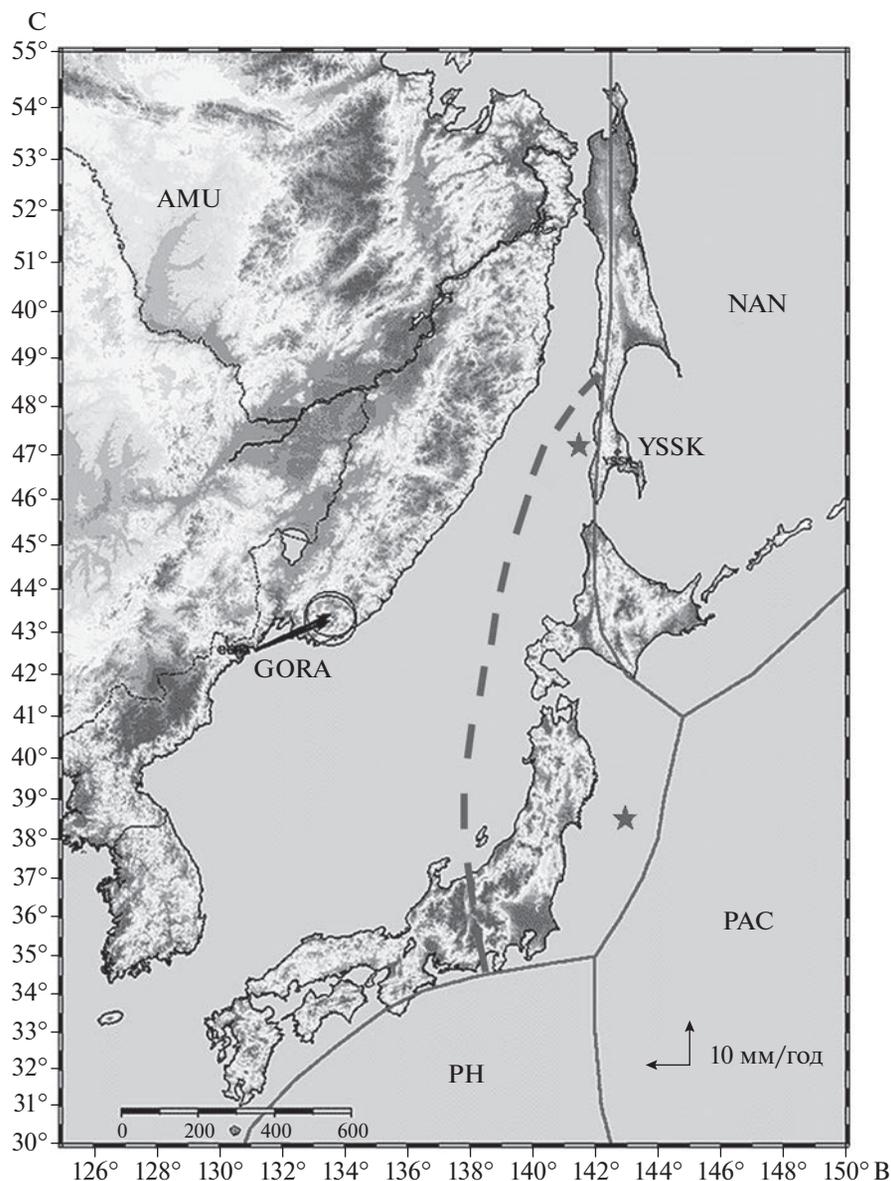
**Таблица 1.** Значения широты пункта GORA на полигоне “Мыс Шульца” по ежесуточным определениям с помощью программного пакета GAMIT-GLOBK версии 10.7: А) по определению 2012 г., Б) – 2013 г.

А)				
Дата	Час, мин, с.	Широта в градусах	Отклонение от среднего в градусах $\times 10^{10}$	Отклонение в миллиметрах
2012.08.28	115900	42.5824009581	423	4.7
2012.08.29	115900	42.5824010137	979	11.0
2012.08.30	115900	42.5824009507	349	3.8
2012.08.31	115900	42.5824008725	433	4.8
2012.09.01	115900	42.5824009248	90	1.0
2012.09.02	115900	42.5824008451	707	7.8
2012.09.03	115900	42.5824008983	175	1.9
2012.09.04	115900	42.5824008636	522	5.8
Среднее значение		42.5824009158		
Среднеквадратичная		Ошибка	$\pm 201$	$\pm 2.2$
Б)				
Дата	Час, мин, с.	Широта в градусах	Отклонение от среднего в градусах $\times 10^{10}$	Отклонение в миллиметрах
2013.09.11	115900	42.5824008011	18	0.2
2013.09.12	115900	42.5824008010	19	0.2
2013.09.13	115900	42.5824008065	36	0.4
Среднее значение		42.5824008029		
Среднеквадратичная		Ошибка	$\pm 18$	$\pm 0.2$

где:  $\varphi$  – широта пункта наблюдений;  $\lambda$  – долгота пункта;  $\Phi$  – широта полюса Эйлера;  $\Lambda$  – долгота полюса. Для Евразийской плиты по модели SOPAC-2008 широта полюса вращения плиты  $55.851^\circ$  с.ш., долгота  $262.622^\circ$  в.д., угловая скорость вращения  $0.263$  градуса в миллион лет. Линейная скорость смещения по формуле (1) получается в сантиметрах в год при среднем радиусе Земли  $6371$  км.

Получив график смещений пункта и исключив плитное движение, можно анализировать региональные аномалии, например, смещения на разломах или затухание смещений после сильных землетрясений. Постсейсмические смещения земной поверхности в рамках вертикально стратифицированной модели с упругими и вязкоупругими слоями в двумерном случае рассчитываются аналитически [Segall, 2002], а в трехмерном пространственном варианте – обычно с помощью вычислительных методов и специальных программных средств [Pollitz, 2006]. Процесс подготовки землетрясения и постсейсмические процессы в зоне субдукции можно описать как блокировку смещений на контакте океанической и континентальной плит, что сопровождается накоплением энергии деформации. Потом следует образование разрыва и быстрого смещения верх-

ней упругой части коры (момент землетрясения). Далее наблюдаются медленные постсейсмические смещения, связанные с вязким прилипанием и крипом в зоне контакта плит. Известно, что косейсмические и постсейсмические распределения смещений точек на поверхности отличаются введением в решение, используемое для описания эффектов, времени. Т.е. в этом случае от решения с упругим полупространством переходим к двухслойным и многослойным моделям с упругим и вязко-упругим слоями. Первая часть решения описывает деформацию поверхности упругого слоя с внутренней краевой дислокацией. Вторая часть связана с существованием нижнего вязко-упругого полупространства. Получаем зависимость от времени деформацию как отклик на мгновенную деформацию, вызванную смещением (дислокацией) в момент времени  $t = 0$ . Внезапное появление краевой дислокации приводит к начальному смещению поверхности, подобным по величине результатам на упругом полупространстве. Но со временем деформация изменяется как результат релаксации в нижнем полупространстве, поверхностная деформация распространяется от поверхности разрыва и меняет со временем картину смещений на поверхности. Продолжительность медленной деформации в



**Рис. 3.** Вектор скорости смещение пункта измерений GORA на полигоне “Мыс Шульца” и границы тектонических плит. Границы тектонических плит (сплошные линии) приведены согласно глобальной модели NUVEL-1A и по современным моделям (---) [DeMets et al., 2010; Kreemer et al., 2014]. Стрелкой показано смещение пункта GORA относительно пункта Южно-Сахалинск – YSSK, расположенного на Охотоморской плите. Эпоха измерений: 2012–2013 гг. Звездочками показано положение эпицентра катастрофического землетрясения в Японии 11.03.2011 г. магнитудой  $M = 9.0$  восточнее о. Хонсю и Невельского землетрясения у юго-западного побережья о. Сахалин 02.08.2007 г.,  $M = 6.5$ . AMU – Амурская плита в составе Евразийской, NA (OKH) – Охотоморская плита в составе Северо-Американской, PAC – Тихоокеанская плита, PH – Филиппинская плита.

реологической модели тела Максвелла характеризуется параметром – временем релаксации  $T$ , которое связано следующим соотношением с вязкостью  $\eta$  и модулем сдвига  $\mu$  нижней коры или астеносферы. Одно из первых определений приведено в работе [Nur, Mavko, 1974], при этом использовано соотношение:

$$T = (\alpha\eta)/2\mu, \quad (2)$$

где параметр  $\alpha$  изменяется в пределах:  $1 < \alpha < 10$ .

Таким образом, в рамках модели, используя экспериментальные данные, появляется возможность определения вязкости нижнего слоя.

Проводя исследования на окраине континента, можно проанализировать особенности формы рельефа земной поверхности и дна океана. Используя модель изгиба, можно определить мощность верхнего упругого слоя. Известно, что уни-

**Таблица 2.** Горизонтальные скорости для станций Сихотэ-Алиньской сети и региональных станций с ошибками в системе ITRF2008 (плитное смещение относительно центра масс Земли) и относительно Евразии-EUR. Эпоха 2003–2004–2005–2006 гг.

Код станции	Широта в градусах	Долгота в градусах	Скорость $V_N$ , мм/год с ошибкой	Скорость $V_E$ , мм/год с ошибкой	Скорость относительно EUR $V_N$ , мм/год	Скорость относительно EUR $V_E$ , мм/год
ZMEY	48.100	135.590	$-13.0 \pm 0.4$	$23.0 \pm 0.4$	$+0.6 \pm 0.4$	$1.1 \pm 0.4$
KHAJ	48.521	135.046	$-13.8 \pm 0.2$	$22.8 \pm 0.2$	$-0.3 \pm 0.2$	$0.9 \pm 0.2$
EAST	46.000	135.060	$-13.1 \pm 1.0$	$22.4 \pm 0.5$	$+0.4 \pm 1.0$	$0.0 \pm 0.5$
BURS	45.400	135.440	$-13.3 \pm 0.7$	$23.1 \pm 0.8$	$0.3 \pm 0.7$	$0.7 \pm 0.8$
NEBO	45.110	135.820	$-10.0 \pm 0.8$	$24.0 \pm 0.7$	$3.6 \pm 0.8$	$1.6 \pm 0.7$
PLST	44.730	136.310	$-12.8 \pm 0.9$	$23.6 \pm 1.0$	$0.9 \pm 0.9$	$1.2 \pm 1.0$
SMHK	44.346	135.818	$-12.7 \pm 0.4$	$22.5 \pm 1.1$	$0.9 \pm 0.4$	$0.0 \pm 1.1$
TERN	45.062	136.601	$-11.2 \pm 0.9$	$23.4 \pm 0.4$	$2.5 \pm 0.9$	$1.2 \pm 0.4$

версальный профиль изгиба, вызванный деформацией земной поверхности в зоне контакта континент–океан, описывается следующей кривой [Turcotte, Schubert, 2001]:

$$\omega/\omega_b = 2^{1/2} e^{\pi/4} \exp[-(\pi/4)(x - x_0)/(x_b - x_0)] \times \sin[\pi/4(x - x_0)/(x_b - x_0)], \quad (3)$$

где:  $x_h - x_0 = \pi\Delta/4$  [Turcotte, Schubert, 2001];  $x_0$  – точка на береговой линии;  $x_h$  – самая верхняя точка профиля.

Параметр кривизны  $\Delta$  записывается в виде:

$$\Delta = 4(x_h - x_0)/\pi. \quad (4)$$

Используя соотношение (4), получаем параметр кривизны профиля  $\Delta = 51$ – $64$  км. Параметр изгиба  $\Delta$  связан с изгибной жесткостью пластины  $D$ -соотношением:

$$\Delta = [4D/(\rho_m - \rho_w)g]^{1/4}, \quad (5)$$

где:  $\rho_m$  – плотность мантии;  $\rho_w$  – плотность воды;  $g$  – гравитационное ускорение.

Из соотношения (5) получаем выражение для изгибной жесткости в виде:

$$D = \Delta^4(\rho_m - \rho_w)g/4. \quad (6)$$

Связь изгибной жесткости, коэффициента Пуассона  $\nu$ , модуля Юнга слоя  $E$  и его мощности  $h$  записывается в виде [Turcotte, Schubert, 2001]:

$$D = Eh^3/[12(1 - \nu^2)]. \quad (7)$$

Отсюда получаем выражение для мощности упругого слоя:

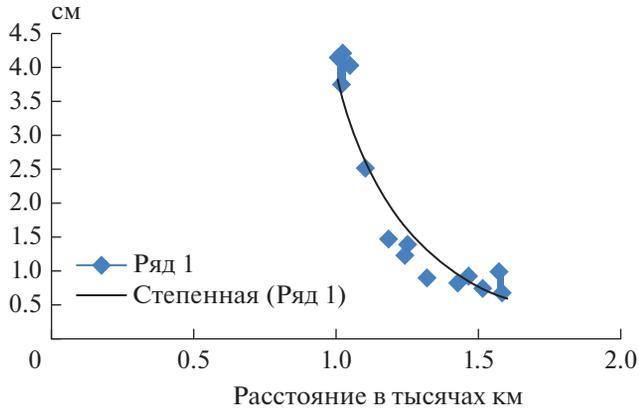
$$h = \{D[12(1 - \nu^2)/E]\}^{1/3}. \quad (8)$$

Далее, используя описание рельефа и батиметрию дна моря в зоне контакта континент–океан, можно оценить мощность упругой части коры в регионе.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим интерпретацию результатов измерений. Анализ данных за период 2003–2006 гг. показывают ежегодное смещение края Евразийской (Амурской плиты) относительно края Охотоморской плиты в среднем на 10 мм на восток. Для контроля результата данные по Сихотэ-Алиньскому профилю на этом периоде наблюдений были дополнены и обработаны с использованием программного комплекса BERNES-5.0. Результаты обработки данных многолетних измерений представлены в табл. 2 [Тимофеев и др., 2008; Shestakov et al., 2011]. Здесь приведены годовые скорости смещения пунктов на юг ( $V_N$ ) и на восток ( $V_E$ ) относительно центра масс Земли и аномальные смещения при исключении плитного движения Евразийской плиты.

Измерения, выполняемые с 2007 г., включали наблюдения на пунктах, расположенных на севере Хабаровского края. Периодичность измерений на отдельных пунктах сети составляла от 2 до 5 лет. Период измерений 2007–2014 гг. включает эпохи сильнейших землетрясений региона: Симуширских 15.11.2006 г. и 13.01.2007 г. с магнитудами 8.0 и 8.1; Невельского 02.08.2007 г.,  $M = 6.5$ ; Японского 11.03.2011 г.,  $M = 9.0$  и Охотоморского 24.05.2013 г.,  $M = 8.3$ ), которые отразились в результатах непрерывных измерений как на региональных станциях [Владимирова и др., 2011; Василенко и др., 2011; Ozawa et al., 2011; Стеблов и др., 2010; Шестаков и др., 2011; Сдельникова, Стеблов; 2016], так и на сетевых пунктах. Наиболее ярко косейсмические смещения проявились в эпоху Японского землетрясения 11.03.2011 г.,  $M = 9.0$ . Даже в дальней зоне на расстояниях более 1000 км от эпицентра скачок смещений достигал сантиметров (рис. 4). Отметим, что значение вектора смещений убывает с расстоянием и ориентирова-



**Рис. 4.** Зависимость косейсмического горизонтального смещения (в см) от расстояния до эпицентра в тысячах километров (горизонтальная шкала). Ряд 1 – экспериментальные данные, полученные в Приморье и в Хабаровском крае, и линия тренда ( $1/x^2$ ).

но на эпицентр землетрясения [Тимофеев и др., 2018].

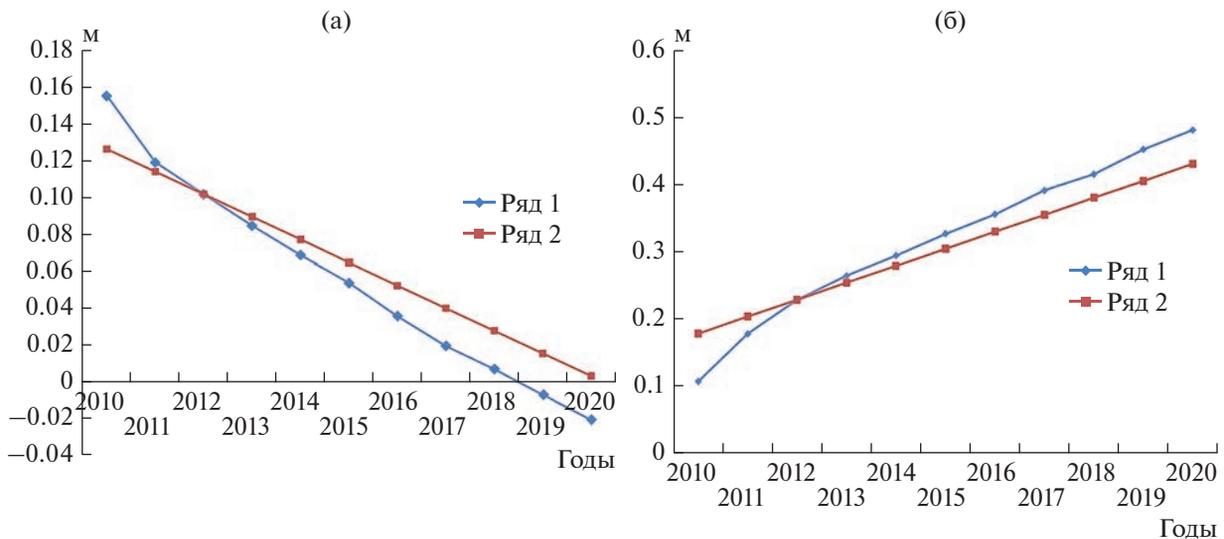
Начиная с 2010 г. измерения были дополнены ежегодными наблюдениями на научном полигоне “Мыс Шульца” (рис. 2, рис. 3), который расположен в дальней зоне на расстоянии 1000 км от эпицентра Японского землетрясения 11.03.2011 г. (координаты  $38.1^\circ$  N,  $142.9^\circ$  E) [Japan Met., 2011; Ozawa et al., 2011]. Ежегодные наблюдения на полигоне (координаты  $42.58^\circ$  N,  $131.16^\circ$  E) позволили зарегистрировать косейсмические и постсейсмические эффекты – изменение 3D-смещений во времени, начиная с 2010 г., по 2020 г. Смеще-

ния в дальней зоне, показанные на рис. 5, получены в результате ежегодных определений в сентябре. Для горизонтальных смещений зарегистрирован скачок в момент катастрофического Японского землетрясения. Для вертикальных движений косейсмического скачка в момент землетрясения не отмечено. Постсейсмическое опускание пункта за 10 лет составило 22 миллиметра. Для горизонтальных смещений постсейсмический эффект, связанный с катастрофическим Японским землетрясением, можно оценить, исключив плитное смещение пункта. Изменение положения пункта GORA за период 2010–2020 гг. и модельное плитное смещение показаны на рис. 5.

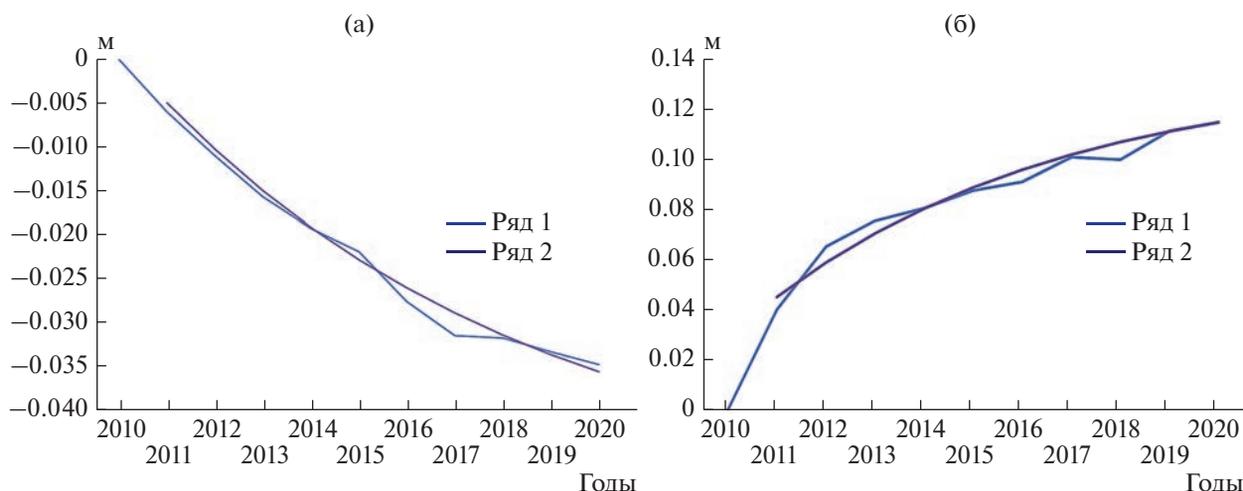
## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

### Современные смещения на разломе

Рассмотрим возможности метода космической геодезии при исследовании структуры северной и восточной окраины Евразии. Относительные скорости на границах Евразийской и Северо-Американской плит (рис. 1) меняются от 2–4 мм в год на севере в районе Тикси, до 10–15 мм в год в районе Приморье–Сахалин [Стеблов, 2004; Тимофеев и др., 2008; 2012]. Возможно, меньшие по протяженности внутриконтинентальные структурные границы – зоны разломов должны иметь и меньшие относительные скорости. В Приморье один из значимых структурных элементов – это Центральный Сихотэ-Алиньский разлом. Геологические оценки величины сдвига на разломе неоднозначны [Karsakov, 2001; Малышев и др., 2007]. Проанализируем данные,



**Рис. 5.** Смещение на юг (а) и на восток (б) пункта GORA на полигоне мыс Шульца за период 2010–2020 гг. Вертикальная шкала в метрах. Ряд 1 – наблюдаемые значения смещений; Ряд 2 – расчетное плитное смещение по модели Евразии SOPAC-2008 (координаты полюса Эйлера  $55.851^\circ$  с.ш.,  $262.622^\circ$  в.д.;  $\omega = 0.263^\circ$ /миллион лет) [<http://sopac.ucsd.edu>].



**Рис. 6.** Аномальное смещение на юг (а) и на восток (б) пункта GORA в метрах за период 2010–2020 гг., снято плитное движение по модели SOPAC-2008. Ряд 1 – экспериментальные данные; Ряд 2 – модельная кривая, начало осень 2011 г. Горизонтальная шкала – время, годы. Кривая затухания смещений  $w_1 = A_1[1 - \exp(-t/T)]$  построена при значении времени  $T_1 = 8$  лет (на юг) и  $T_2 = 6$  лет (на восток).

полученные в период отсутствия сильных землетрясений в регионе. В эпоху 2003–2006 гг. средняя скорость горизонтального смещения (табл. 1) относительно Евразии для пунктов (ZMEY, KHAJ, EAST), расположенных к западу от Центрального Сихотэ-Алинского разлома (ЦСАР) составила  $V_N = 0.23$  мм/год,  $V_E = 0.66$  мм/год [Тимофеев В.Ю. и др., 2008; Shestakov et al., 2011]. Для пунктов к востоку от разлома (BURS, NEBO, PLST, SMHK, TERN) средняя скорость достигала  $V_N = 1.64$  мм/год,  $V_E = 0.94$  мм/год. Вектор скорости смещения восточного фланга ЦСАР относительно западного достигал  $1.4 \pm 1.0$  мм/год на ССВ. То есть, получено левостороннее относительное смещение. Можно отметить, что знак смещения соответствует геологическим представлениям (рис. 2). Большая ошибка определения и малая экспериментальная величина скорости, видимо, дают лишь качественную оценку эффекта левостороннего сдвига на разломе, а о количественной оценке лишь отметим, что относительная скорость здесь не превышает 1 мм в год. Для более точных определений необходим продолжительный период определений с тщательным исключением влияния косейсмических и постсейсмических эффектов.

#### Косейсмические и постсейсмические эффекты в дальней зоне Японского землетрясения 11.03.2011 г.

На восточной окраине Евразийской тектонической плиты наиболее сильным землетрясением за последние десятилетия является Японское землетрясение 11.03.2011 г. с магнитудой 9.0 (координаты  $38.1^\circ$  N,  $142.9^\circ$  E) [Japan Met., 2011].

В дальней зоне Японского землетрясения на расстояниях от 1000 до 1600 км косейсмические смещения изменяются от 43 до 7 мм. Для описания косейсмических смещений существует дислокационная модель землетрясения с аналитическим решением и программной реализацией [Okada 1992; Coulomb 3, 2003–2009]. В работе [Shestakov et al., 2012] показана возможность определения координат землетрясения ( $38.98^\circ$  N,  $143.47^\circ$  E) по GPS-данным, полученным в дальней зоне. Быстрая косейсмическая объемная деформация дальней зоны (Приморский край и Хабаровский край) достигла уровня  $+1.7 \times 10^{-8}$  [Тимофеев и др., 2018].

Многолетние наблюдения позволяют выделить постсейсмический сигнал от землетрясения. При изучении постсейсмических эффектов можно рассматривать пространственные распределения скорости смещений и сравнивать их с модельными расчетами [Pollitz, 2006], с другой стороны, можно проанализировать многолетнюю кривую затухания смещений, исключая косейсмическую часть. Согласно результатам сетевых GPS-измерений в дальней зоне Японского землетрясения 11.03.2011 г., косейсмический эффект описывается в рамках теории упругости [Шестаков и др., 2011]. Постсейсмические смещения (2011–2020 гг.) ориентированы так же, как и косейсмические. Постсейсмические смещения (рис. 6) получены исключением плитного движения пунктов относительно Евразии (модель SOPAC-2008) и описываются кривой релаксации типа:

$$w = A \exp(-t/T) \quad (9)$$

с различным временем затухания Максвелла  $T$ , временем  $t$ , начиная со следующего года после

времени основного события (для исключения эффектов афтершоков и пороупругости) и коэффициентом  $A$ , зависимым от величины косейсмического скачка в момент землетрясения.

Модель вязко-упругой релаксации смещений наиболее реальна для описания постсейсмического эффекта дальней зоны Японского землетрясения. Согласно экспериментальным данным по горизонтальным смещениям (рис. 5), время релаксации  $T$  можно оценить в 8 и 6 лет. В отличие от соотношения (2) в современных работах [Segall, 2002; Pollitz, 2006] для тела Максвелла время релаксации обычно представлено следующим соотношением:

$$T = \eta/2\mu, \quad (10)$$

где:  $\mu$  – упругий модуль сдвига;  $\eta$  – вязкость нижнего слоя.

$$\eta = 2\mu T. \quad (11)$$

Используя значение времени релаксации  $T_1 = 8$  лет и при упругом модуле для нижнего слоя  $\mu = 30\text{--}55$  ГПа, получаем величину вязкости:  $1.5 \times 10^{19}\text{--}2.8 \times 10^{19}$  Па · с. Для следующего значения  $T_2 = 6$  лет получаем величину вязкости нижнего слоя:  $1.1 \times 10^{19}\text{--}2.1 \times 10^{19}$  Па · с. Для опускания земной поверхности (рис. 7) кривая затухания соответствует времени релаксации  $T_3 = 4$  года, что приводит к оценке вязкости  $7.5 \times 10^{18}\text{--}1.4 \times 10^{19}$  Па · с. Возможно, в этом случае следует рассматривать более сложную модель процесса затухания смещений. В итоге мы проанализировали кривые затухания смещений, полученные на одном пункте в дальней зоне Японского землетрясения, и получили следующие значения вязкости нижнего слоя, лежащие в следующих пределах:  $7.5 \times 10^{18}\text{--}2.8 \times 10^{19}$  Па · с.

Известно, что для пунктов, расположенных, в основном, в северо-восточном Китае, из пространственного решения для распределения постсейсмических скоростей смещений [Zhao Qian et al., 2019] получены оценки значения вязкости нижнего слоя, лежащие в диапазоне от  $8 \times 10^{18}$  до  $2 \times 10^{19}$  Па · с, что соответствует нашим оценкам. В случае пространственного анализа по сети пунктов, в рамках модели вязкой релаксации смещений для периода от 2.5 до 4.5 лет после Японского землетрясения, авторами работы [Zhao Qian et al., 2019] выполнена также оценка мощности упругой части литосферы. Величина мощности оказалась на уровне 20–30 км.

### Мощность упругой части земной коры

С другой стороны, мощность верхней упругой части земной коры может быть оценена, используя упругую модель изгиба и кривизны земной

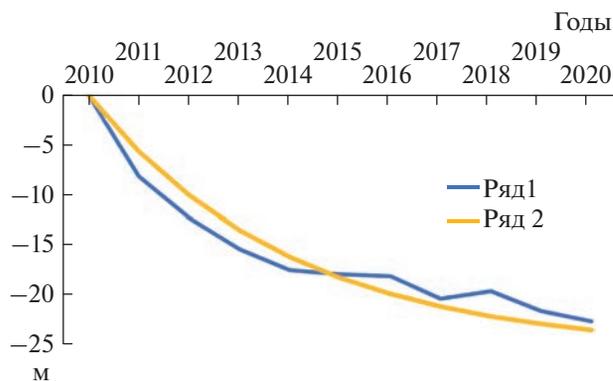


Рис. 7. Вертикальное многолетнее опускание пункта GORA в миллиметрах. Ряд 1 – экспериментальная кривая; Ряд 2 – модельная кривая затухания. Горизонтальная шкала – время, годы. Модельная кривая затухания смещений  $w_3 = A_3 \exp(-t/T_3)$  построена при времени Максвелла  $T_3 = 4$  года.

поверхности в зоне контакта континент–океан (рис. 8).

Изгиб поверхности, вызванный взаимодействием тектонических плит в зоне контакта континент–океан, отражается в рельефе земной поверхности юга Приморья и в данных батиметрии дна Японского моря. На континенте профиль начинается в районе невысокого (около 400 м) Нарвинского перевала Сухореченского хребта и далее на юг (рис. 8) и юго-восток (рис. 9) по дну Японского моря. В рамках теории упругости мы интерпретируем кривизну профиля по линии север–юг, проходящего по поверхности континента на расстоянии 40–50 км до побережья, здесь высоты уменьшаются от +0.3 до 0 км, а далее от береговой линии Японского моря по морскому дну до Японской котловины, где глубина монотонно увеличивается от 0 км до –2.5 км (максимальная глубина котловины 3669 м).

Для интерпретации данных об изгибе поверхности используем соотношения (3)–(8), при  $(x_b - x_0) = 40\text{--}50$  км, где  $x_0$  – точка на береговой линии;  $x_b$  – самая верхняя точка профиля. Используя соотношение (4), получаем параметр кривизны профиля  $\Delta = 51\text{--}64$  км. При плотности мантии  $\rho_m = 3400$  кг/м<sup>3</sup>, плотности воды  $\rho_w = 1000$  кг/м<sup>3</sup> и ускорении силы тяжести  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, используя соотношения (6) и (7), получаем величину изгибной жесткости  $D = (0.4\text{--}1.0) \times 10^{23}$  Н · м. Используя соотношение (8) для мощности  $h$  упругого слоя ( $h = \{D[12(1 - \nu^2)/E]\}^{1/3}$ ), при значении коэффициента Пуассона  $\nu = 0.25$ , модуля Юнга  $E = 75$  ГПа, для юга Приморья получаем оценку мощности упругой верхней коры 20–25 км.

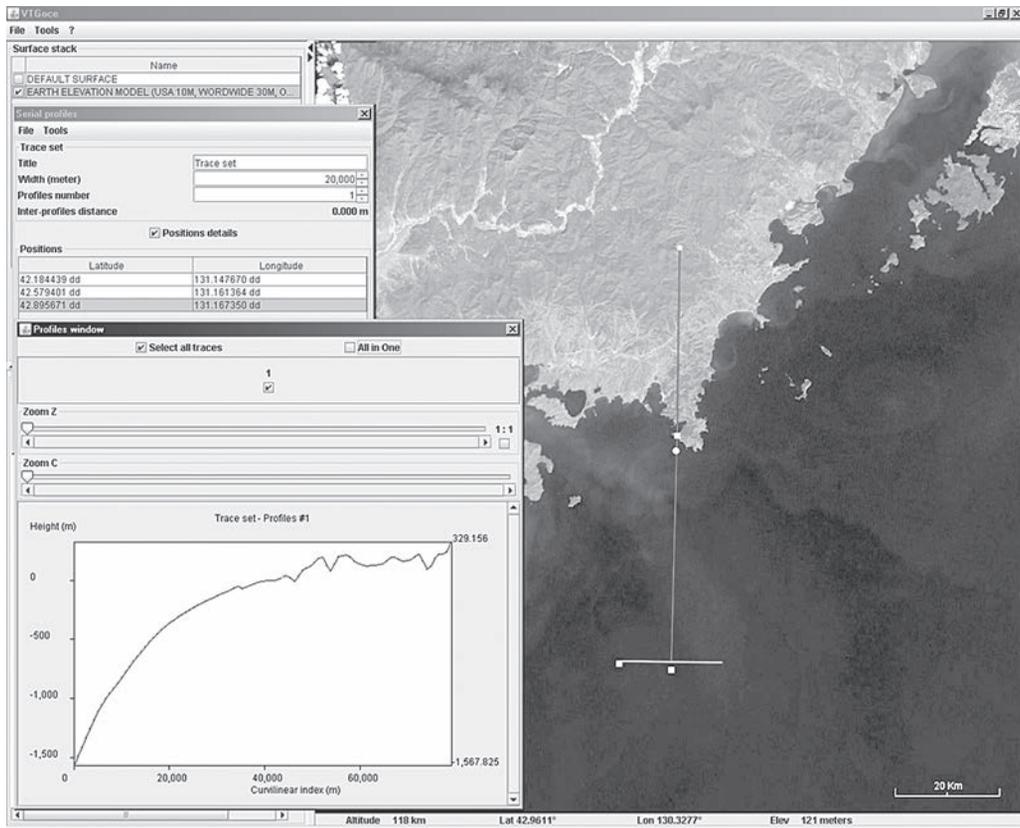


Рис. 8. Профиль рельефа по направлению с севера (континент) на юг (дно Японского моря) (версия GOCE, [ESA Basic ...]).

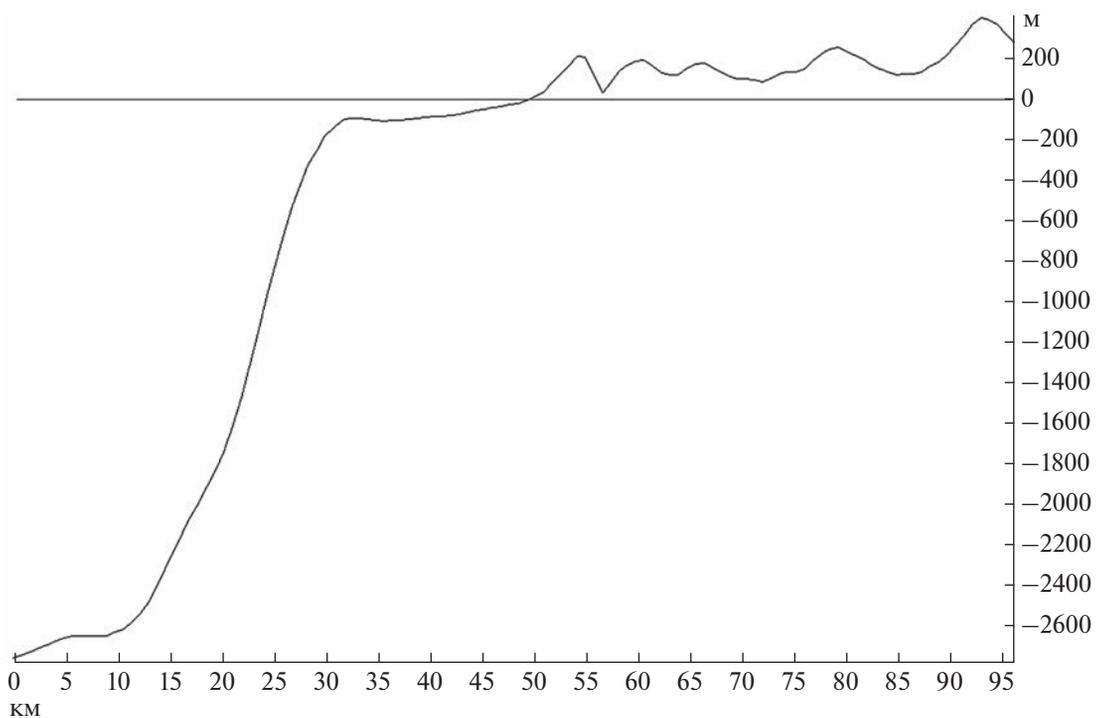


Рис. 9. Изгиб поверхности по профилю в направлении с юго-востока на северо-запад (дно Японского моря – побережье) [ESA Basic ...]. Вертикальная шкала в метрах, горизонтальная в километрах.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В течение 2003–2020 гг. в Приморском и в Хабаровском краях проводились регулярные наблюдения методом космической геодезии с использованием двухчастотных геодезических GPS-приемников. Здесь создана геодинамическая сеть, на которой проводятся периодические опросы. В Приморье анализ современной кинематики Центрального Сихотэ-Алиньского разлома показал качественное соответствие геологическим представлениям о левостороннем сдвиговом движении по разлому. Точная количественная оценка величины относительного смещения на разломе вследствие ее малой величины, требует более продолжительного периода наблюдений и тщательного учета сейсмических эффектов. В результате измерения величина скорости оказалась порядка миллиметра в год, что сравнимо с ошибкой определения. В регистрируемых на пунктах сети многолетних смещениях выделяются косейсмические эффекты, связанные с сильными землетрясениями региона (магнитудой от 7 до 9, в зависимости от расстояния до эпицентра). Так величина наблюдаемых быстрых смещений в дальней зоне (более 1000 км от эпицентра) Японского землетрясения (11.03.2011 г.,  $M = 9$ ) достигала 40 мм. Косейсмические эффекты хорошо описываются в рамках теории упругости для дислокационной модели землетрясения. В период 2011–2020 гг. в дальней зоне Японского землетрясения наблюдались постсейсмические смещения, для описания которых использована двухслойная упруго-вязкая модель. Кривая релаксации, полученная для горизонтального смещения, приблизительно соответствует оценке для времени Максвелла от 6 до 8 лет. Для вертикального опускания величина времени затухания составила 4 года. В итоге, в рамках модели, вязкость нижней слоя (астеносферы) оценивается в диапазоне:  $7.5 \times 10^{18} - 2.8 \times 10^{19}$  Па · с. В зоне взаимодействия тектонических плит в рамках упругой модели, используя данные об изгибе земной поверхности на окраине континента, получена оценка мощности упругой части коры. Она составляет 20–25 км. Полученные значения мощности верхнего упругого слоя и величины вязкости нижнего коррелируют с известными оценками для северо-восточного Китая [Zhao Qian et al., 2019] и могут применяться при моделировании сейсмических процессов и их последствий. Экспериментально полученные значения скоростей смещений пунктов региона могут быть использованы для коррекции местной системы координат, экспериментальные величины быстрых и медленных смещений земной поверхности важны для прогноза катастроф на нефте- и газопроводах, электролиниях, на железных дорогах, мостах и туннелях региона.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Владимирова И.С., Стеблов Г.М., Фролов Д.И. Исследование вязкоупругих деформаций после Симуширских землетрясений 2006–2007 гг. // Физика Земли. 2011. № 11. С. 75–80.
- Василенко Н.Ф., Прытков А.С., Сапрыгин С.М. Горизонтальные движения и генерация сильных землетрясений в недрах северного Сахалина // Тихоокеанская геология. 2011. Т. 30. № 3. С. 76–79.
- Мальшев Ю.Ф., Подгорный В.Я., Шевченко Б.Ф., Романовский Н.П., Каплун В.Б., Горнов П.Ю. Глубинное строение структур ограничения Амурской литосферной плиты // Тихоокеанская геология. 2007. Т. 26. № 2. С. 3–17.
- Сдельникова И.А., Стеблов Г.М. Мониторинг цунами-генных землетрясений методами спутниковой геодезии // Геофизические исследования. 2016. Т. 17. № 1. С. 46–55.
- Стеблов Г.М. Взаимодействие тектонических плит в Северо-Восточной Азии // Докл. РАН. 2004. Т. 394. № 5. С. 689–692.
- Стеблов Г.М., Василенко Н.Ф., Прытков А.С., Фролов Д.И., Грекова Т.А. Динамика Курило-Камчатской зоны субдукции по данным GPS // Физика Земли. 2010. № 5. С. 77–82.
- Тимофеев В.Ю., Ардюков Д.Г., Горнов П.Ю., Мальшев Ю.Ф., Бойко Е.В., Результаты анализа данных GPS-измерений (2003–2006 гг.) на Дальнем Востоке по Сихотэ-Алиньской сети // Тихоокеанская геология. 2008. Т. 27. № 4. С. 39–49.
- Тимофеев В.Ю., Ардюков Д.Г., Соловьев В.М., Шибяев С.В., Петров А.Ф., Горнов П.Ю., Шестаков Н.В., Бойко Е.В., Тимофеев А.В. Межплитные границы Дальневосточного региона России по результатам GPS-измерений, сейсморазведочных и сейсмологических данных // Геология и геофизика. 2012. Т. 53. № 4. С. 489–507.
- Тимофеев В.Ю., Калиш Е.Н., Стусь Ю.Ф., Ардюков Д.Г., Валитов М.Г., Тимофеев А.В., Носов Д.А., Сизиков И.С., Бойко Е.В., Горнов П.Ю., Кулинич Р.Г., Колпацникова Т.Н., Прошкина З.Н., Назаров Е.О., Колмогоров В.Г. Вариации силы тяжести и смещений в зонах сильных землетрясений на Востоке России // Физика Земли. 2018. Т. 54. № 3. С. 45–59.
- Шестаков Н.В., Герасименко М.Д., Охзоно Мако. Движения и деформации земной коры Дальнего Востока Российской Федерации, вызванные землетрясением Тохоку 11.03.2011 г. и их влияние на результаты GNSS наблюдений. // Геодезия и картография. 2011. № 8. С. 35–43.
- Шестаков Н.В., Охзоно М., Такахаши Х., Герасименко М.Д., Быков В.Г., Гордеев Е.И., Чебров В.Н., Титков Н.Н., Сероветников С.С., Василенко Н.Ф., Прытков А.С., Сорочкин А.А., Серов М.А., Кондратьев М.Н., Пупатенко В.В. Моделирование косейсмических движений земной коры, инициированных глубокофокусным Охотоморским землетрясением 24.05.2013 г.,  $M = 8.3$  // Докл. РАН. 2014. Т. 457. № 4. С. 471–476.
- Argus D.F., Gordon R.G., Heflin M.B., Ma C., Eanes R.J., Willis P., Peltier W.R., Owen S.E. The angular velocities of the plates and the velocity of the Earth's centre from space geodesy // Geophysical Journal International. 2010. V. 18. P. 1–48.
- Coulomb 3. Graphic-rich deformation & stress-change software for earthquake [Электронный ресурс] / USGS Earthquake Hazards Program – Northern California. Shinji Toda, Ross Stein, Jian Lin and Volkan Sevilgen.

- Электрон. дан.: США, 2003–2009. Режим доступа: <http://quake.usgs.gov> свободный.
- Dach R., Hugentobler U., Fridez P., Meindl M.* Bernese GPS Software Version 5.0. AIUB. University of Bern. 2007. 612 p.
- DeMets C., Gordon R.G., Argus D.F.* Geologically recent plate motions // *Geophysical J. International*. 2010. V. 181. P. 1–80.
- ESA Basic dataset for VTGoce, <http://eo-virtual-archive1.esa.int/GOCEGravityModels.html>
- Herring T.A., King R.W., McClusky S.C.* GAMIT Reference Manual, GPS analysis in MIT, Release 10.3. Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences. Massachusetts Institute of Technology, USA. 2006a.
- Herring T.A., King R.W., McClusky S.C.* GLOBK Reference Manual. Global Kalman filter VLBI and GPS analysis program. Release 10.3. Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences. Massachusetts Institute of Technology, USA. 2006b.
- <http://sopac.ucsd.edu>; *SOPAC* - Scripps Orbit and Permanent Array Center [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://sopac-csrc.ucsd.edu/index.php/sopac/>
- Japan Meteorological Agency (JMA). The 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake, first report // [http://www.jma.go.jp/jma/en/News/2011\\_Earthquake\\_01.html](http://www.jma.go.jp/jma/en/News/2011_Earthquake_01.html)
- Jin S., Park P., Zhu W.* Micro-plate tectonics and kinematics in Northeast Asia inferred from a dense set of GPS observations // *Earth planet. Sci. Lett.* 2007. V. 257. P. 486–496.
- Karsakov L.P.* Tectonic Map of the Central Asian-Pacific Belts Junction Area Transition Zone (scale 1 : 1500000), Khabarovsk-Shenyang, ITG FEB RAS, Khabarovsk. 2001.
- Kreemer C., Blewitt G., Klein E.C.* A geodetic plate motion and Global Strain Rate Model // *Geochem. Geophys. Geosyst.* 2014. V. 15. № 10. P. 3849–3889.
- Kogan M.G., Steblov G.M.* Current global plate kinematics from GPS (1995–2007) with the plate-consistent reference frame // *J. Geophys. Res.* 2008. V. 113. P. B04416. <https://doi.org/10.1029/2007JB005353>
- Nur A., Mavko G.* Postseismic viscoelastic rebound // *Science*. 1974. № 183. P. 204–206.
- Okada Y.* Internal deformation due to shear and tensile faults in a half-space // *Bull. Seismol. Soc. Amer.* 1992. V. 82. № 2. P. 1018–1040.
- Ozawa S., Nishimura T., Suito H., Kobayashi T., Tobita M., Imakiire T.* Coseismic and postseismic slip of the 2011 magnitude 9 Tohoku-Oki earthquake // *Nature*. 2011. V. 475. P. 373–376.
- Pollitz F.F.* VISCO1D. Version 3. Tutorial [Электронный ресурс] / F.F. Pollitz (ed.). Reston: USGS. 2006. 36 p. Режим доступа: <http://earthquake.usgs.gov/research/software/VISCO1D/manual.pdf>
- Segall P.* Integrating geologic and geodetic estimates of slip rate on the San Andreas fault system // *International Geology Review*. 2002. V. 44(1). P. 62–82. <https://doi.org/10.2747/0020-6814.44.1.62>
- Shestakov N.V., Gerasimenko M.D., Takahashi H., Kasahara M., Bormotov V.A., Bykov V.G., Kolomiets A.G., Gerasimov G.N., Vasilenko N.F., Prytkov A.S., Timofeev V.Yu., Ardyukov D.G., Kato T.* Present tectonics of the southeast of Russia as seen from GPS observations // *Geophysical Journal International*. 2011. V. 184(2). P. 529–540. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2010.04871.x>
- Shestakov N.V., Takahashi H., Ohzono M., Prytkov A.S., Bykov V.G., Gerasimenko M.D., Serov M.A.* Analysis of the far-field crustal displacements caused by the 2011 Great Tohoku earthquake inferred from continuous GPS observations // *Tectonophysics*. 2012. V. 524–525. P. 76–86. doi:10.1016/j.tecto.2011.12.019
- Turcotte D.L., Schubert D.* *Geodynamics*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press. 2001. 528 p.
- Zhao Qian, Fu Guangyu, Wu Weiwei* Spatial-temporal evolution and corresponding mechanism of the far-field post-seismic displacements following the 2011  $M_W$  9.0 Tohoku earthquake. Congress IUGG. 2009. G06p-311.

## Study of the Crustal Displacement Fields by Space Geodesy Method at the Primorie

V. Yu. Timofeev<sup>a, \*</sup>, D. G. Ardyukov<sup>a</sup>, A. V. Timofeev<sup>a</sup>, and M. G. Valitov<sup>b</sup>

<sup>a</sup>*Trofimuk Institute of Petroleum-Gas Geology and Geophysics,  
Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia*

<sup>b</sup>*Ilyichev Pacific Oceanological Institute, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Science, Vladivostok, Russia*

\*e-mail: [timofeevvy@ipgg.sbras.ru](mailto:timofeevvy@ipgg.sbras.ru)

This work presents the results of GPS observations (2003–2020) carried out in Primorsky Krai (aka the Primorie) and Khabarovsk Krai in southeastern Russia. The objectives of our study were to obtain displacement velocities, to test the relation of current velocities with seismicity, with the specific features of the geological structure of the Primorie, and to study the rheological parameters of the crust and asthenosphere at the continental margin. This paper analyzes the results of measurements made in the Primorie at the Central Sikhote-Alin fault. The study includes the effects of the Tohoku-Oki earthquake in Japan with magnitude  $M = 9$ , which occurred on March 11, 2011. The zone of coseismic and postseismic displacements extends to a distance of over 1,000 km from the epicenter. The postseismic attenuations of the multi-year horizontal and vertical displacements allow us to estimate the relaxation time for the elastic-viscous model. With attenuation times of 4 to 8 years, the following viscosity values were obtained for the lower layer according to the two-layer rheological model:  $8 \times 10^{18} - 3 \times 10^{19}$  Pa s. Using the bending model of the Earth's surface and the bottom of the Sea of Japan, we estimated the thickness (20–25 km) of the elastic upper part of the Earth's crust in the continent–ocean contact zone.

**Keywords:** space geodesy, continental margin, displacements at the fault, coseismic displacements, postseismic relaxation, the March 11, 2011 Japan earthquake (Tohoku-Oki), thickness of the elastic crust, asthenosphere, Maxwell viscosity

## МОДЕЛЬ МЕХАНИЗМА ОЧАГА ТЕКТОНИЧЕСКОГО ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ НА ОСНОВЕ МОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ

© 2023 г. И. У. Атабеков\*

*Институт сейсмологии, г. Ташкент, Узбекистан*

*\*E-mail: atabekovi@mail.ru*

Поступила в редакцию 18.05.2021 г.

После доработки 22.07.2022 г.

Принята к публикации 01.09.2022 г.

При строительстве стратегических объектов требуется проводить микрорайонирование для определения пиковых значений ускорений местности вследствие возможных землетрясений. Ускорение почвы при этом сильно зависит не только от мощности землетрясения, но еще и от механизма очага землетрясения и геодинамического состояния местности. Известные дислокационные модели одиночного диполя с моментом и пара диполей без момента механизма очага землетрясений удовлетворительно описывают наблюдаемые эффекты квадрантного распределения напряжений на поверхности Земли при землетрясениях. При проведении расчетов в рамках теории упругости, действия диполей выражаются через объемные силы. Известны две модели замены моментов на эквивалентные силы: одна из них на базе уравнений равновесия для бесконечно упругого пространства [Ландау, Лифшиц, 1965; Магуама, 1963]; другая – на основе теоремы представления для упругих тел, введением сингулярного внутреннего объема, на границе которого имеются дислокации [Введенская, 1969; Аки, Ричардс, 1983]. Несмотря на то, что в этих моделях рассматриваются моментные эффекты, сами они выведены из безмоментной теории упругости. В нашей работе предлагается провести эффект двойного диполя без момента, исходя из моментной теории упругости. Предлагаемая модель механизма очага землетрясений применяется для решения задачи о вариациях напряжений земной коры Центральной Азии на примере конкретного землетрясения при упрощенной ориентации плоскости разрыва. Под вариацией напряжений понимается разность напряжений в задачах с учетом механизма землетрясения и при его отсутствии. Статические напряжения получены решением обратной задачи упругости с частично неизвестными граничными условиями. В качестве литосферы принимается призматическое тело, состоящее из нескольких однородных блоков, верхние поверхности которых соответствуют рельефу Центральной Азии. Верификация результатов численного решения проводится сравнением полученных напряжений с ранее установленными эмпирическими значениями. В качестве начальных напряжений для обратной задачи использовано решение плоской задачи, граничные условия в которой соответствуют латеральному сжатию литосферы региона Индийской и Арабской плит с одной и Евразийской плиты, с другой стороны. На базе полученных решений задачи проведен анализ геодинамического состояния Центральной Азии. Основываясь на результатах лабораторных опытов, подвергается сомнению однозначность выводов о геодинамическом состоянии земной коры (сжатие, растяжение) по коэффициенту Лодэ–Надаи, применяемому в настоящее время многими исследователями. Показано, что вопреки ранним утверждениям значениям  $\mu_\sigma = +1$  и  $\mu_\sigma = -1$  могут соответствовать одновременно как случаи растяжения, так и случаи сжатия в зависимости от пространственного вида (эллипсоида) напряженного состояния. Геодинамический анализ земной коры проводится по методу Андерсона.

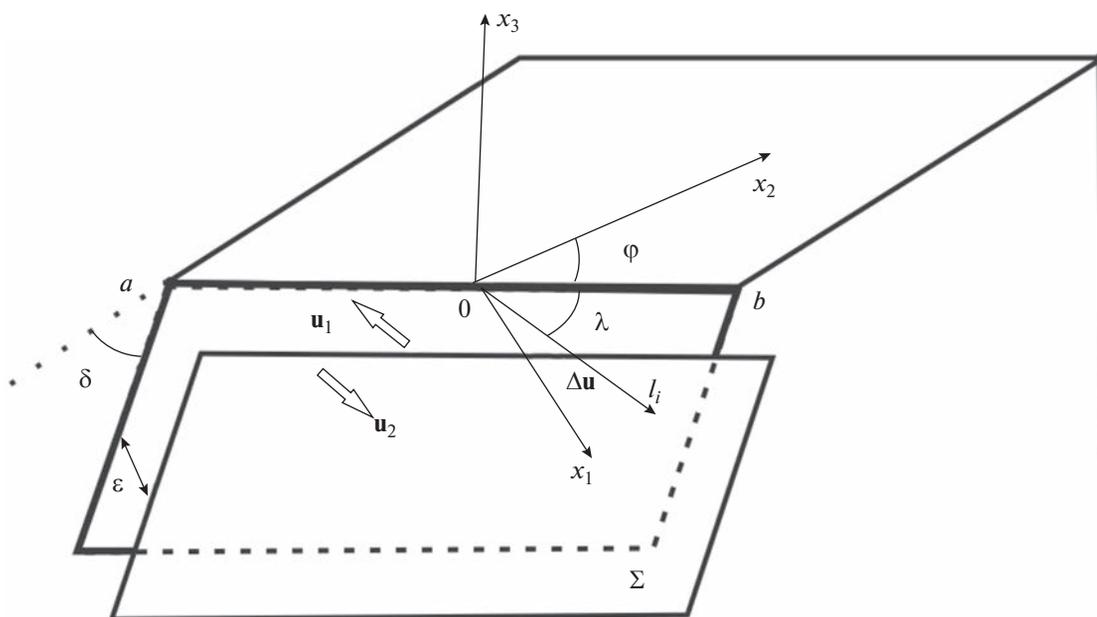
*Ключевые слова:* Центральная Азия, геодинамика, тектонические напряжения, дислокация, механизм землетрясения, численные методы.

**DOI:** 10.31857/S0002333723010015, **EDN:** BZWGYR

### ВВЕДЕНИЕ

При проектировании социально значимых объектов проводится тщательное изучение сейсмической опасности региона. Местности, находящиеся в различных геодинамических состояниях по-разному реагируют на действие землетрясений. Известно, что при взбросах амплитуда

колебаний в ближайшей зоне землетрясений примерно в два раза больше чем при сдвигах. Таким же образом по-разному изменяется статическое напряженное состояние земной коры после землетрясения по направлению простирающейся плоскости разрыва и по перпендикулярному направлению. Для территории Центральной Азии



**Рис. 1.** Плоскости разрыва при землетрясении:  $l_i$  – направление скольжения;  $\Delta u(x_i, t) = u_1 - u_2$  – перемещения бортов. Параметры дислокации описаны в тексте.

были установлены выборочные эмпирические оценки величин тектонических напряжений [Гзовский, 1964; Уломов, 1974], которые не потеряли свою актуальность. Существует достаточное число публикаций, где проводится оценка напряженного состояния по механизмам землетрясений и по геологическим данным [Осокина и др., 1979а; Шерман, Днепровский, 1989; Ребецкий и др., 2017]. Обширный обзор напряжений по всему миру приводится в работах [Zoback, 1992; Zoback, Zoback, 2007; Heidbach, 2018]. Такие данные имеются также по отдельным территориям Центральной Азии [Юнга и др., 2010; Rebetsky et al., 2012; Лукк, Юнга, 1988; Осокина и др., 1979б; Сычева, Мансуров, 2016]. Однако все они ограничиваются локальной реконструкцией геодинамического типа деформирования (растяжение–сдвиг–сжатие) и не дают количественную характеристику напряженного состояния земной коры Центральной Азии в целом. Более того, подобные работы зачастую не учитывают основное положение механики - уравнения равновесия и граничных условий, что справедливо критикуется в статье [Мухамедиев, 2019]. Основная трудность решения задачи о напряжениях на основе уравнений сплошных сред в геодинамике состоит в отсутствии достоверных граничных условий. В данной работе напряженное состояние земной коры Центральной Азии реконструируется решением обратной задачи на базе известных эмпирических данных. Для изучения изменения напряжений

после землетрясений предлагается модель механизма очага землетрясений на основе моментной теории.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Тектонические землетрясения обусловлены разрушением сплошности земной коры в виде смещения под действием накопившегося дисбаланса объемных сил или возобновления бывшего разрыва, сцепленного благодаря цементированию поверхностей. Установлено, что наблюдаемые смещения на земной поверхности сильных, но не глубокофокусных землетрясений удачно объясняются с помощью модели диполя. Разновидности моделирования процесса разрыва зависят от постановки вопроса в рамках кинематической или динамической модели. В случае кинематической модели вектор сдвига не связан с порождаемой его силой. Разрыв полностью описывается векторной функцией сдвига бортов  $\Delta u(x_i) = u_1 - u_2$  плоскости сдвига  $\Sigma$ , положение которой определяется азимутом  $0^\circ \leq \varphi < 360^\circ$ , наклоном  $0^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$  и углом скольжения  $-180^\circ \leq \lambda \leq 180^\circ$  (рис. 1). Зона разрыва в простейших случаях считается в виде прямоугольника с площадью  $S = LD$ , где  $L$  – длина;  $D$  – ширина прямоугольника или круга с радиусом  $R$ ;  $S = \pi R^2$ .

Моделированием сил, приводящих к разрыву земной коры при землетрясениях занимались многие исследователи (обширная библиография

об их усилиях приведена, например, в работах [Nikano, 1923; Гоцадзе и др., 1957; Касахара, 1985]). Твердо установлено, что действия ординарного диполя с моментом (тип 1) или пары противоположно направленных диполей без момента (тип 2) в рамках упругости удовлетворительно объясняют квадрантное расположение областей растяжения и сжатия на поверхности Земли, замеченное еще профессором Oshi Shida из университета г. Киото в 1910 г. С помощью этих моделей получено хорошее совпадение между высвобождаемой сейсмической энергией и изменением упругой энергии, а также статическим и динамическим моментами в очаге землетрясения. Результаты расчета перемещений на поверхности сферы, порожденные дислокацией по обеим моделям дают одинаковую векторную картину и трудно различать разницу между ними. Проводились два симпозиума [Hodgson, 1959; 1961], чтобы выбрать, который из двух типов диполей дает более реальную картину сейсмического излучения очага, и специалисты не смогли прийти к консенсусу. Наконец, подтверждение о близости угла поляризации поперечной волны по записям сейсмических волн с одноименным параметром модели, решило выбор в пользу 2-го типа.

## МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Задача о напряженном состоянии бесконечно упругого пространства под действием диполя, находящегося в конкретной точке в рамках безмоментной теории упругости, поставила вопрос об отыскания объемных сил, выражающие действия момента. Решение этого вопроса осуществлено впервые [Мацуяма, 1963; Ландау, Лифшиц, 1965] на основе уравнения равновесия сплошной среды для бесконечного пространства.

Другой подход получения эквивалентных сил основан на представлении перемещения бесконечно упругого тела через функцию Грина [Введенская, 1969; Костров, 1970; Райс, 1980; Аки, Ричардс, 1983]. Возникновение очага трактуется как результат взаимодействия разрыва и окружающей его деформации среды. При этом область землетрясения выделяется как предел сингулярной внутренней области, на границе  $\Sigma$  которой имеются разрывы перемещений, равные дислокациям. На границе  $\Sigma$  смещения терпят разрыв непрерывности, а напряжения остаются непрерывными в силу условия равновесия. Чтобы удерживать  $\Sigma$  неизменной, к ее точкам должны быть приложены эквивалентные массовые силы.

Мы предлагаем способ определения эквивалентных сил, опираясь на моментную теорию.

Уравнение равновесия в моментной теории имеет следующий вид:

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0, \quad (1)$$

$$\mu_{ij,j} + \varepsilon_{ijk}\sigma_{kj} + M_i = 0, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Здесь:  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений; индекс  $j$  после запятой означает дифференцирование по декартовым координатам  $x_j$ ;  $F_i$  – массовая сила;  $\mu_{ij}$  – компоненты моментного тензора напряжений;  $\varepsilon_{ijk}$  – тензор Леви–Чивита;  $M_i$  – составляющие удельного момента, имеющие размерность момента. По повторяющимся индексам проводится суммирование.

При учете механизма очага землетрясения полное напряжение  $\sigma_{ij}$  состоит из упругих  $\tau_{ij}$  и неупругих  $m_{ij}$ -составляющих, т.е.

$$\sigma_{ij} = \tau_{ij} + m_{ij}. \quad (3)$$

В случае сосредоточенного двойного диполя  $M_i = 0$ . Уравнение (2) при расположении плоскости разрыва, например, показанный на рис. 1 ( $\delta = 90^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\lambda = 0^\circ$ ) имеет следующий вид:

$$\mu_{31.1} + \mu_{32.2} + \tau_{12} + m_{12} - \tau_{21} - m_{21} = 0. \quad (4)$$

Для упругой составляющей напряжения примем, как прежде,  $\tau_{12} = \tau_{21}$ , а моментный тензор выразим по его определению для сосредоточенного момента  $M$ :

$$\mu_{31} = M\delta(x_1 - x_{10})\delta(x_2 - x_{20})\delta(x_3 - x_{30}), \quad (5)$$

$$\mu_{32} = -M\delta(x_1 - x_{10})\delta(x_2 - x_{20})\delta(x_3 - x_{30}). \quad (6)$$

Приравняв выражения, относящиеся к одноименным площадкам, получим:

$$m_{12} = M\delta'(x_1 - x_{10})\delta(x_2 - x_{20})\delta(x_3 - x_{30}), \quad (7)$$

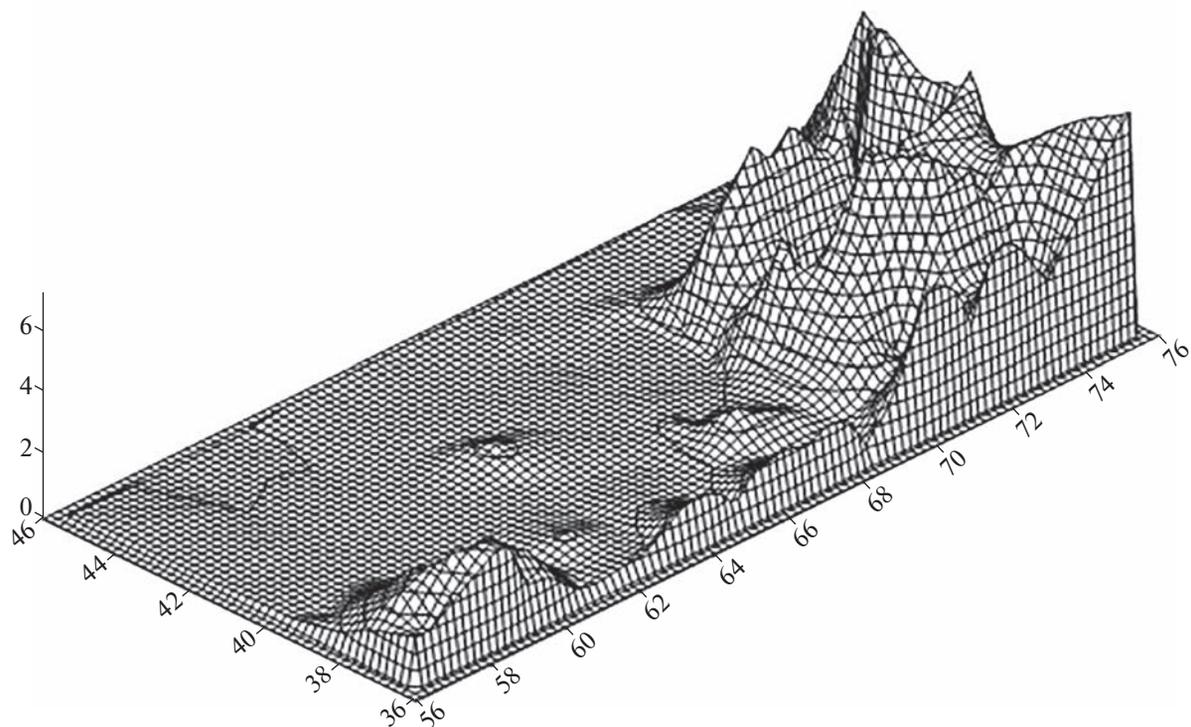
$$m_{21} = M\delta(x_1 - x_{10})\delta'(x_2 - x_{20})\delta(x_3 - x_{30}). \quad (8)$$

Подставляя (7), (8) в (1) и переводя производные  $m_{ij}$  в правую часть, получаем эквивалентные силы, которые дают равные по величине, но противоположные по направлению моменты относительно оси перпендикулярной к плоскости:

$$f_{1m} = f_{2m} = -M\delta'(x_1 - x_{10})\delta'(x_2 - x_{20})\delta(x_3 - x_{30}). \quad (9)$$

Таким образом при учете механизма очага землетрясения к массовым силам  $F_i$  в системе (1) добавляются  $f_i$ .

Для расчета напряженного состояния земной коры для конкретного региона необходимо решать уравнения (1) в ограниченной области, привлекая соотношения между тензором напряжений и тензором деформации, выраженные через перемещения. Притом решение уравнений в частных производных (1) всецело зависит от граничных условий. Установления этих граничных



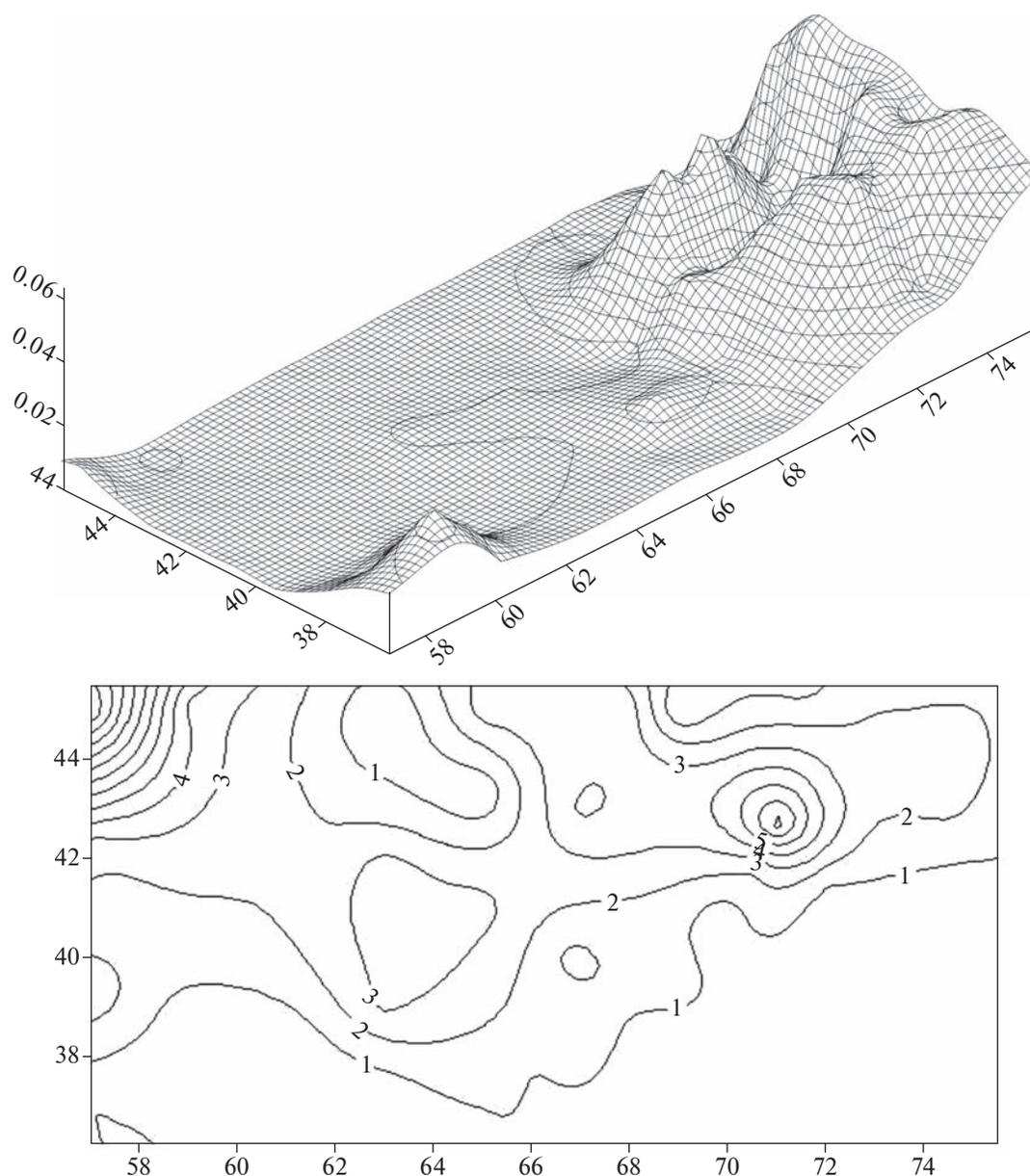
**Рис. 2.** Рельеф Центральной Азии, построенный по физическим и геологическим картам. По горизонтали восточная долгота и северная широта в градусах. По вертикали высота в км.

условий являются камнем преткновения решения подобных задач. Нахождение напряжений по (1) даже без механизма очага землетрясения, само по себе является трудной задачей. Современный рельеф Центральной Азии сформировался в течение орогенического периода, который длится более 26 млн лет. Земная кора ведет себя как упругое тело по отношению к кратковременно действующим силам, но в течение геологического времени она деформируется пластически и проявляет свойства ползучести. Анализируя ориентацию и величину напряжений в различных поясах мира, авторы работы [Zoback, Zoback, 2007] пришли к выводу, что поле напряжений в литосфере является результатом современных сил, а не остаточных напряжений от прошлой тектонической активности. Поэтому в работе [Atabekov, 2020], напряженное состояние литосферы Центральной Азии реконструировано, исходя из сегодняшней картины. Граничные напряжения построены решением обратной задачи упругости на основе известной гипотезы тектоники плит. Согласно этой гипотезе, геодинамическая обстановка земной коры рассматриваемой территории определяется действием с одной стороны Евразийской, и с другой Индийской и Арабской плит. При этом решение задачи свелось к определению напряженного состояния призматического тела с толщиной ли-

тосферы, верхняя поверхность которого соответствует рельефу Центральной Азии (рис. 2). Это тело подвергается латеральным сжатиям. Верификация задачи проводилась сравнением решения с известными эмпирическими значениями напряжений.

Степень горизонтальной неоднородности литосферы учитывалась выбором различных упругих параметров модели. С этой целью использовалось проведенное ранее другими авторами деление литосферы Центральной Азии на 19 блоков, границами которых служат тектонические разломы (Приложение 1).

Решение полных систем трехмерных уравнений (1) даже численными методами довольно проблематично. С другой стороны, наиболее нерешенная проблема в геодинамике — это величина горизонтальных сил, ответственных за напряженное состояние литосферы, перемещения литосферных плит и взаимодействие блоков разного ранга. Согласно уравнению, обобщившему данные, имеющиеся в литературе о напряжениях в складчатом и кристаллическом фундаментах [Булин, 1971], наибольшие горизонтальные силы в глубинах 15 км имеют значения 461.9 МПа. Вертикальная компонента напряжений, взятая как вес вышележащей толщи на глубинах  $h$  в км и вы-



**Рис. 3.** Один из вариантов окончательного рельефа после решения задачи с использованием реального рельефа (наверху), приведенного на рис. 2. По вертикали высота в масштабе 1 : 100 км. Относительная погрешность (в %) изменения рельефа до и после вычислительного эксперимента (внизу). По горизонтали восточная долгота и северная широта в градусах.

раженная по формуле  $0.27h$ , равна соответственно 405–621 МПа. При этом значения максимальных касательных напряжений на порядок ниже и находятся в пределах 0.175–120 МПа [Гзовский, 1964] соответственно для наиболее подвижных районов Средней Азии и Тянь-Шаня, Памира. В работе [Atabekov, 2020] предложен один способ усреднения, позволяющий свести уравнения (1) к средним горизонтальным напряжениям с возможностью сохранения трехмерной специфики решений. Методы решения (1) приводятся в При-

ложении 2. В результате получаем тензор средних горизонтальных напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{22}$ , средние перемещения  $u_1$ ,  $u_2$  и вертикальное перемещение на свободной поверхности.

### ОБСУЖДЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ

Отметим, что реконструированные модельные значения напряжений верны только для выбранных глубин. Для других глубин (например, 3–4 км) при проведении численного эксперимента нужно

ориентироваться на известные другие значения напряжений. Естественно ожидать, что хотя картина распределения изолиний при этом качественно сильно не изменится, но в количественном отношении будут совершенно другие значения. В результате численного решения получилось, что верхняя поверхность, построенная по значениям вертикальных перемещений несильно уклоняется от реального рельефа, и находится в пределах допустимой погрешности (рис. 3).

На основе полученных решений для средних горизонтальных перемещений Центральной Азии проведем геодинамический анализ состояния земной коры.

Напряженное состояние сплошной среды в общем случае определяется тремя главными векторами напряжения (условно  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ). Их значения и направления определяются из уравнения:

$$\det \|\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}\| = 0, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (10)$$

Для симметричного тензора  $\sigma_{ij}$  уравнение (10) всегда имеет три действительных корня следующего уравнения [Ильюшин, 2004]:

$$\begin{aligned} \sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 &= 0, \quad I_1 = \sigma_{kk}, \\ I_2 &= \sigma_{ij} \sigma_{ij}, \quad I_3 = \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki}. \end{aligned} \quad (11)$$

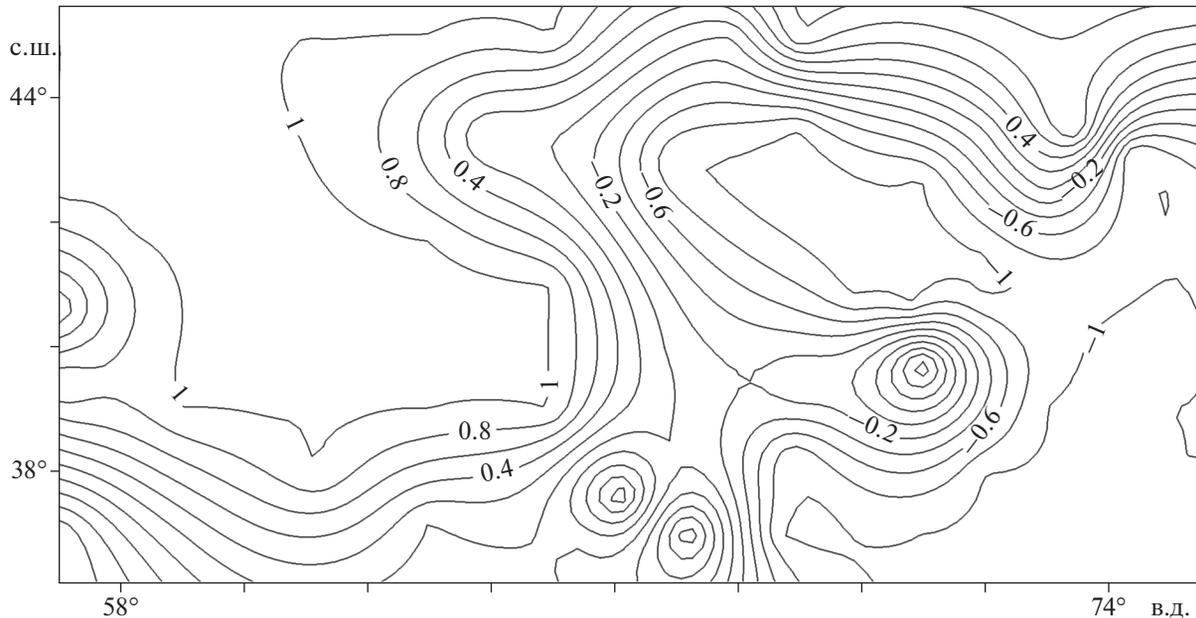
В нашем случае, из решения (11) мы получаем горизонтальные средние напряжения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{22}$ . Для геодинамического анализа к ним добавим вертикальное напряжение  $\sigma_{33}$ , принятое как вес покрывающей породы. Величины  $\sigma_{31}$  и  $\sigma_{32}$  выразим как силы трения через  $\sigma_{33}$ . Согласно “закону Байерли” [Byerlee, 1978] коэффициент трения в земной коре выбирали в диапазоне 0.6–1.0. В преимущественных работах геодинамическое состояние земной коры оценивается по значениям коэффициента Лоде–Надаи

$$\mu_\sigma = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1 \quad (12)$$

с трактовкой, что сжатию соответствует  $\mu_\sigma = +1$ , растяжению  $\mu_\sigma = -1$  и сдвигу  $\mu_\sigma = 0$ . Покажем, что данное утверждение в общем случае неверно. Этот коэффициент изначально предложен в качестве индикатора процесса простого нагружения при проведении экспериментов на пластичность тонкостенных труб на одновременное растяжение с внутренним давлением и кручением. В этих экспериментах установлено, что в противовес выше указанной трактовке равномерному растяжению в двух направлениях соответствует  $\mu_\sigma = 1$ , одноосному растяжению  $\mu_\sigma = -1$ . В случае сдвига  $\mu_\sigma = 0$ . В случае осевого сжатия  $\mu_\sigma = 1$  и в случае равномерного сжатия  $\mu_\sigma = -1$  [Ильюшин, 2004, с. 63]. Избегая дискуссионный вопрос, сформулированный в работах [Введенская, 1961;

1969; Костров, 1970; Мухамедиев, 2019] – можно ли использовать ориентацию снятых напряжений в очагах сильных землетрясений в качестве оценки тектонических напряжений, сделаем несколько замечаний по поводу указанных значений  $\mu_\sigma$  на основе формулы (12). Значения  $\mu_\sigma = +1$ , как видно по формуле (12), достигаются во всех случаях, когда эллипсоид напряжений является эллипсоидом вращения  $\sigma_1 = \sigma_2$ , не важно, что при этом эти напряжения сжатия или растяжения. Аналогично  $\mu_\sigma = -1$  при  $\sigma_2 = \sigma_3$  независимо от вида (растяжения или сжатия). Таким образом, утверждение о геодинамическом состоянии земной коры на основе коэффициента  $\mu_\sigma$  (сжатия  $\mu_\sigma = +1$ , растяжения  $\mu_\sigma = -1$ ) пригодно только при одноосном сжатии или растяжении (эллипсоид превращается в прямую линию), и в общем случае надо быть осторожным. Более того, по иронии природы, как было отмечено еще в работе [Введенская, 1969], в вышеуказанных случаях эллипсоида, однозначное определение полного напряженного состояния на основе ориентации главных осей напряжений, действующих в очагах, выполнено быть не может.

Мы решили привести изолинии этого коэффициента на рис. 4 нашей задачи для того, чтобы с одной стороны продемонстрировать, что крайние значения  $\mu_\sigma$  на нашем примере совершенно не соответствуют правилу (сжатия  $\mu_\sigma = +1$ , растяжения  $\mu_\sigma = -1$ ), а, скорее, подтверждают факт двухстороннего сжатия  $\mu_\sigma = -1$  и двухстороннего растяжения  $\mu_\sigma = +1$ ). И с другой стороны, с целью сопоставления результатов геодинамического состояния земной коры, полученных другим методом. А именно по тому методу, по которому сравниваются отношение вертикального напряжения  $\sigma_{ver}$  к горизонтальным наибольшим  $\sigma_1$  и наименьшим  $\sigma_2$  напряжениям, предложенным еще в работе [Anderson, 1951] и использованным при построении карты напряжений по всему миру [Zoback, 1992; Zoback, Zoback, 2007; Heidbach, 2018]. В этих работах выделяются три различных случая: 1) преобладает вертикальное напряжение  $\sigma_1 = \sigma_{ver}$ , когда гравитация вызывает нормальные разломы, создавая горизонтальную деформацию растяжения; 2) случай  $\sigma_2 = \sigma_{ver}$ , при котором разница между двумя горизонтальными напряжениями создает сдвиговую деформацию; 3) оба горизонтальные напряжения превышают вертикальное напряжение  $\sigma_3 = \sigma_{ver}$ , при котором деформация сжатия компенсируется за счет надвига или взброса. В отличие от работ [Zoback, 1992; Zoback, Zoback, 2007; Heidbach, 2018] мы используем правило знаков напряжений, принятое в классической механике, где считается, что сжимающие напряжения отрицательны, а растягивающие – положитель-



**Рис. 4.** Изолинии значений коэффициента Лоде–Надаи. Значения  $\mu_\sigma$  на нашем примере совершенно не соответствуют правилу (сжатия  $\mu_\sigma = +1$ , растяжения  $\mu_\sigma = -1$ ), а скорее, подтверждают факт двухстороннего сжатия  $\mu_\sigma = -1$  и двухстороннего растяжения  $\mu_\sigma = +1$ ). По горизонтали – восточная долгота, по вертикали – северная широта.

ны. В силу этого главные напряжения  $\sigma_1$  являются минимальными сжимающими, а  $\sigma_3$  – максимальными сжимающими. Вследствие этого случаи 1) и случаи 3) в нашем примере поменяются местами.

Значения главных горизонтальных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и максимальное касательное напряжение  $\sigma_{\max}$  вычисляется по нашим решениям  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{22}$ , по формулам:

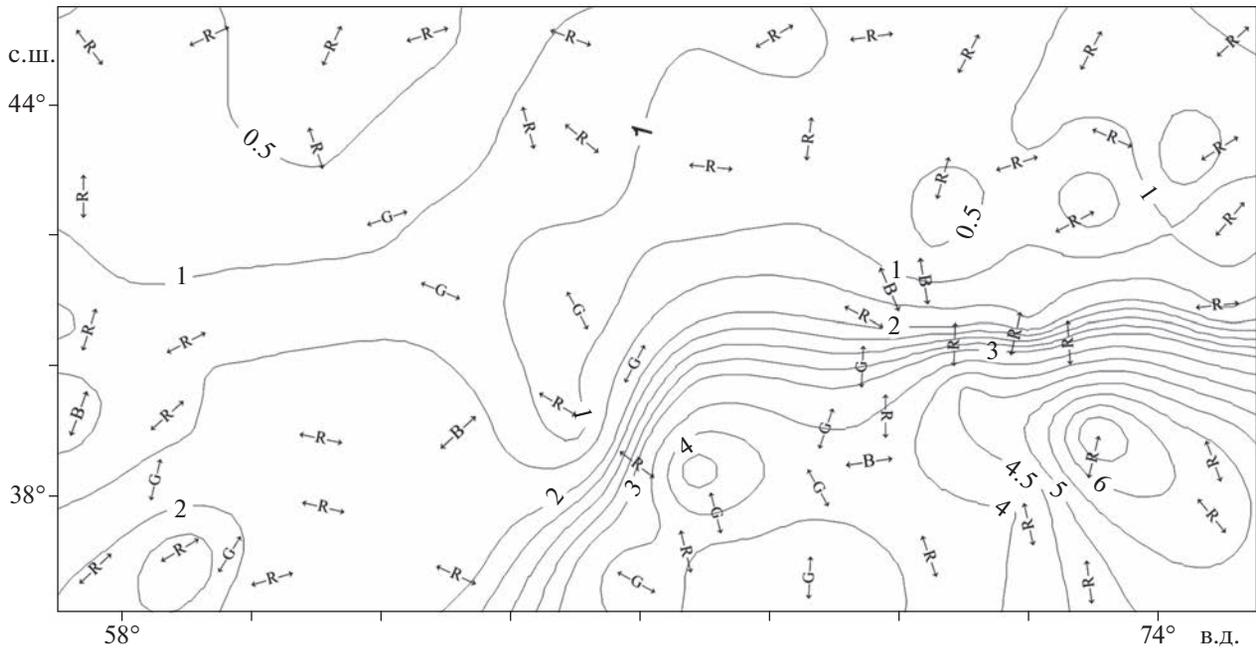
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}\right)^2 + \sigma_{12}^2}, \quad (13)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}. \quad (14)$$

Значения максимальных тангенциальных напряжений в 6–7 раз меньше, чем у наибольших напряжений  $\sigma_1$ . Ориентации  $\sigma_1$  показаны направленными отрезками, которые удовлетворительно согласуются с направлениями максимального горизонтального напряжения сжатия по данным сгенерированными на сайте WSMP 2016 г. для областей, ограниченных географическими координатами (36:39 с.ш., 56:60 в.д.) и (36:44 с.ш., 66:76 в.д.) [Мухамедиев, Галыбин, 2021], а также направлениями главных современных сжимающих напряжений, построенных по записям сильных землетрясений на территории СССР, приведенных в работе [Гзовский, 1964, с. 418]. При этом возможностям реализации вариантов 1)–3) при

землетрясениях соответствуют взброс ( $R$ ), сдвиг ( $G$ ) и сброс ( $B$ ). По результатам реконструкции проведенной численной моделью, преобладающим геодинамическим типом напряженного состояния для глубин земной коры 15 км является режим горизонтального двухстороннего сжатия. В зависимости от глубин направления максимального напряжения немного изменяются. Для глубин ниже 40 км значения  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , и  $\sigma_{\text{ver}}$  становятся почти одного порядка, и возможным механизмом осуществления землетрясений, с небольшим отклонением, становится сдвиг.

При проведении численных экспериментов по поиску граничных условий для краевой задачи мы опирались на установленные значения максимальных горизонтальных касательных напряжений на территориях Центральной Азии, приведенных в работах М.В. Гзовского и В.И. Уломова (см. выше). По их оценкам на глубинах 15–20 км значения горизонтальных касательных напряжений на равнинной части Центральной Азии не превышают 175–200 МПа, а на Тянь-Шане могут достигать 1200 МПа. При решении задачи мы искали граничные условия, которые дают такие напряжения. Поэтому наша модель соответствует значениям напряжений в указанных работах и верна настолько, насколько верны их расчеты. Наша модель также учитывает конкретные разломные зоны в качестве границ блоков, на которые разделена наша расчетная область. На кон-



**Рис. 5.** Наибольшее горизонтальное напряжение  $\sigma_1$  (сжатие) (в  $1 : 10^2$  МПа) для глубин 15 км. По горизонтали – восточная долгота, по вертикали – северная широта. Ориентация стрелок указывает направление  $\sigma_1$ . По классификации геодинамического состояния в случае землетрясения (*R*) указывает на возможность осуществления взброса, (*B*) – на сброс, (*G*) – на сдвиг.

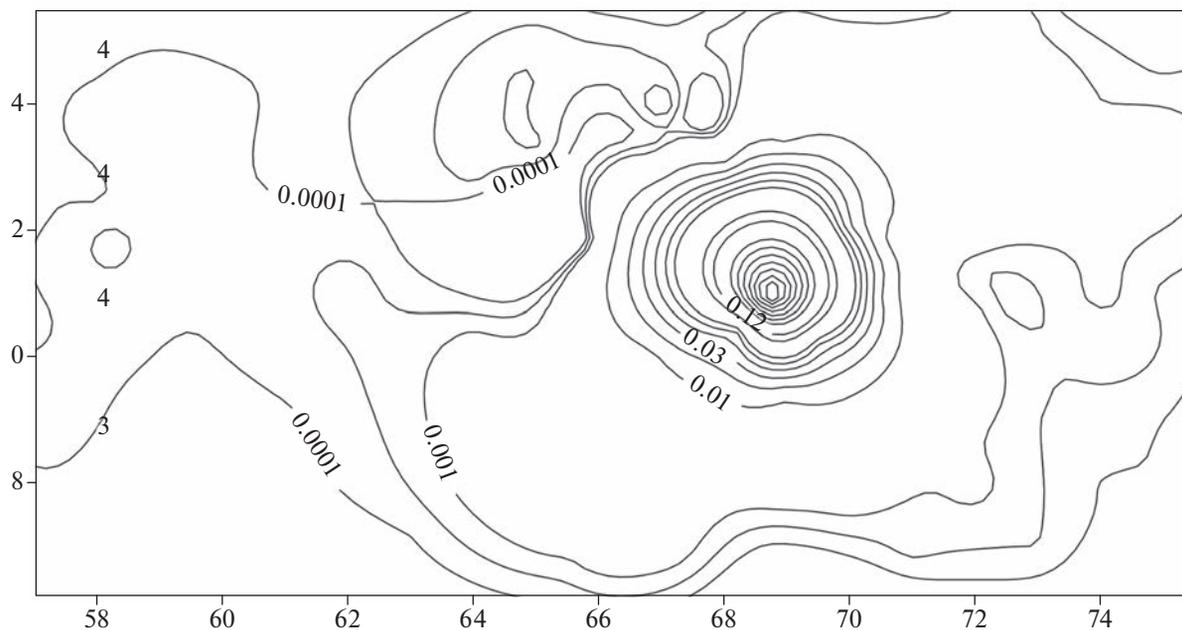
тактах задавались непрерывность нормальных напряжений и касательные напряжения в виде трения. Надо отметить, что в наших расчетах получаются разные результаты, когда вся территория рассматривается как одна зона или делится на несколько зон. Только благодаря подбору различных упругих констант для различных блоков удалось получить те значения напряжений, которые соответствуют работам [Гзовский, 1964; Уломов, 1974]. Наши результаты вертикальных перемещений в Копетдаге соответствуют средним значениям за рассматриваемый период  $10^4$  год, принятый при выборе коэффициента вязкости в модели. Поэтому их можно использовать при рассмотрении относительно больших интервалов времени. Расхождения модельных и геодезических измерений за короткий период могут вполне не сойтись один к одному, как и нет соответствия между GPS и геодезическими измерениями [Кузьмин, 2017] Однако, используя полученные напряжения, мы можем построить локальные модели и сделать более конкретные расчеты для коротких периодов. В данной статье мы используем их в качестве статических напряжений для решения задачи о вариации напряжений при землетрясениях с предлагаемыми нами эквивалентными силами, полученными на основе моментной теории.

В географической системе координат тензор  $m_{ij}$  преобразуется в  $m'_{ij}$  через параметры нодальной плоскости к виду:

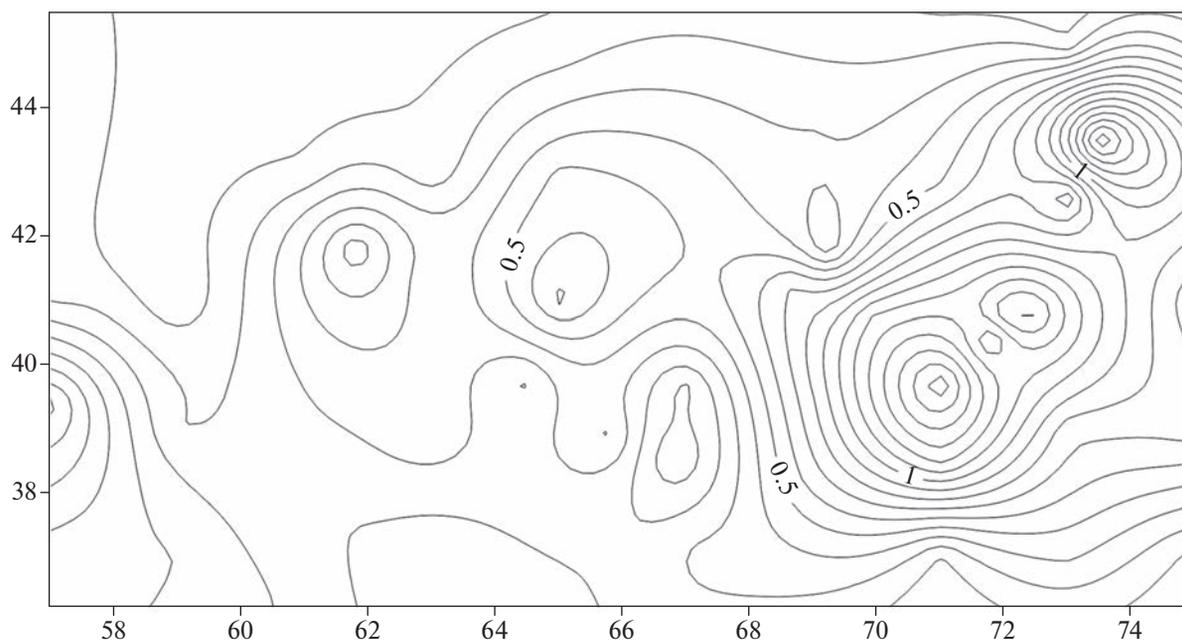
$$\begin{aligned}
 m'_{11} &= -m_{11}(\sin \delta \cos \lambda \sin 2\varphi + \sin 2\delta \sin \lambda \sin^2 \varphi), \\
 m'_{12} &= -m_{12}(\cos \delta \cos \lambda \sin \varphi - \cos 2\delta \sin \lambda \cos \varphi) = m'_{21}, \\
 m'_{13} &= -m_{13}(\cos \delta \cos \lambda \cos \varphi + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \varphi) = m'_{31}, \\
 m'_{22} &= m_{22}(\cos \delta \cos \lambda \sin 2\varphi - \sin 2\delta \sin \lambda \cos^2 \varphi), \\
 m'_{32} &= m_{32}(\sin \delta \cos \lambda \cos 2\varphi + 1/2 \sin 2\delta \sin \lambda \sin 2\varphi) = m'_{23}, \\
 m'_{33} &= m_{33} \sin 2\delta \sin \lambda.
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

В случае примера с параметрами ( $\delta = 90^\circ, \lambda = 0^\circ, \varphi = 0^\circ$ ) в правую часть усредненных уравнений (1) прибавляются усредненные производные от  $m_{13,2}$  и  $m_{31,1}$ , имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \bar{m}_{13,2} &= \bar{m}_{31,1} = \\
 &= -M \delta'(x_1 - x_{10}) \delta'(x_2 - x_{20}) / (h - H),
 \end{aligned}
 \tag{16}$$



**Рис. 6.** Изменения в максимальных касательных напряжениях (в %) после землетрясения в Ташкенте 1966 г. ( $69^{\circ}21'$  в.д.;  $41^{\circ}26'$  с.ш.) по модели механизма очага землетрясения формулой (13).



**Рис. 7.** Относительная разница напряжений в % по безмоментной и моментной теории упругости для Ташкентского землетрясения 1966 г. ( $69^{\circ}21'$  в.д.;  $41^{\circ}26'$  с.ш.).

$$M = \Delta\sigma/G \left( \frac{r_0}{\sqrt{\sum_{i=1}^3 (x_i - x_{i0})^2}} \right)^{n_{eff}}. \quad (17)$$

Здесь:  $\Delta\sigma$  – сброшенное напряжение;  $r_0$  – радиус сферического объема очага землетрясения;  $n_{eff}$  –

коэффициент затухания, который определяется эмпирически [Ризниченко, 1974].

В качестве примера применения предлагаемого способа механизма очага землетрясения, введенного по формуле (16), приведен расчет вариации максимальных касательных напряжений по-

сле землетрясения в Ташкенте 1966 г. ( $69^{\circ}21'$  в.д.;  $41^{\circ}26'$  с.ш.) для упрощенного варианта расположения нодальной плоскости с параметрами  $\varphi = 90^{\circ}$ ,  $\delta = 90^{\circ}$ ,  $\lambda = 0^{\circ}$  (рис. 6). Согласно измеренным данным в работе [Ташкентское ..., 1971] объем землетрясения принят в виде сферы с объемом  $62 \text{ км}^3$  и сброшенное напряжение, равным  $\Delta\sigma = 6 \times 10^6 \text{ Па}$ .

На рис. 7 сопоставлены значения напряжений, получаемые по безмоментной [Atabekov, 2021] и по моментной теории упругости. Их относительные значения по всей территории не превышают 0.5%, не считая территории вокруг эпицентра.

Несмотря на то, что данный пример иллюстрирован для частного случая, расчеты и при других значениях этих параметров показали совершенно небольшую разницу вариации напряжений вне эпицентра землетрясения при моделировании механизма землетрясения по моделям на базе классической теории упругости и моментной теории упругости. Это означает, что расчет вариации напряжений вследствие землетрясений по всем известным формулам механизма очага землетрясений не приводит к большим ошибкам за пределами близкой зоны.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена математическая модель механизма очага землетрясения на основе моментной теории упругости.

При анализе экспериментальных опытов при сложном напряженном состоянии подвергается сомнению метод геодинамической оценки напряжений земной коры (сжатие, растяжение, сдвиг) на основе коэффициента Надаи–Лоде.

Проведен геодинамический анализ напряженного состояния земной коры Центральной Азии по методу Андерсона, примененный ранее для оценки напряжений с помощью базы мировых данных.

Показано, что вариация напряжений в земной коре Центральной Азии, при учете механизма землетрясения моделью двойного диполя по моментной теории, за пределами эпицентра землетрясения сильно не отличается от результатов ранее установленных моделей без момента.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### ВЫДЕЛЕНИЕ РЕГИОНАЛЬНЫХ ГРАНИЦ ЛИТОСФЕРЫ

Рассматриваемая территория в неотектоническом структурном плане по типам глубинных разрезов подразделяется на две геоструктуры перво-

го порядка – Туранскую плиту и Памиро–Тянь-Шаньский ороген. В свою очередь, геоструктуры первого порядка неравноценно подразделяются на геоструктуры второго порядка. В пределах Туранской плиты по типу глубинных разрезов относительно слабо выделяются Чарджоуская и Бухарская тектонические ступени, западное окончание Южного Тянь-Шаня и Центральные Кызылкумы. На территории Памиро–Тянь-Шаньского орогена резкие отличия глубинного строения имеют Северный, Срединный и Южный Тянь-Шань, Ферганская и Афгано-Таджикская депрессии, Северный и Южный Памир. Восточная часть Памиро–Тянь-Шаньского орогена характеризуется более контрастными отличиями глубинных разрезов геоструктур второго порядка, чем западная плита. Особое место занимает структурная позиция Южного Тянь-Шаня, западная часть которого расположена в пределах Туранской плиты. Глубинные разрезы отражают регионально прослеживаемые субгоризонтальные геофизические слои и границы со средними значениями физических свойств с исключением локальных неоднородностей, выделяемых на геолого-геофизических профилях. По физическим свойствам земная кора каждой геоструктуры характеризуется тонкослоистым строением. Главными и хорошо выделяемыми границами раздела литосферы является раздел Мохоровича и поверхность кристаллического фундамента. Менее четко, но достаточно уверенно выделяется граница между верхней и нижней корой. В составе неконсолидированной коры выделяются мезозой–кайнозойский чехол и палеозойский складчатый комплекс. Консолидированная кора подразделяется по значениям скоростей на верхнюю ( $5.9\text{--}6.4 \text{ км/с}$ ) и нижнюю ( $6.7\text{--}7.6 \text{ км/с}$ ) части. В верхней коре всех рассматриваемых структур выделяются волноводные слои (на Памире их два) с относительно пониженными скоростями на  $0.1\text{--}0.3 \text{ км/с}$ , с низким электрическим сопротивлением  $4\text{--}30 \text{ Ом м}$  и плотностью  $2.6\text{--}2.7 \text{ г/см}^3$ . В низах нижней коры Туранской плиты и Южного Тянь-Шаня выделяются слои с повышенными скоростями до  $7.2 \text{ км/с}$  плотностью до  $3.0 \text{ г/см}^3$ . В пределах Срединного Тянь-Шаня и Ферганской депрессии имеются области градиентным слоем со скоростью  $7.3\text{--}7.6 \text{ км/с}$  и плотностью  $3.0\text{--}3.1 \text{ г/см}^3$ . На Памире переходная зона достигает максимальной мощности при средних значениях скоростей  $7.6 \text{ км/с}$  и плотностью  $3.1 \text{ г/см}^3$  и представлена коромантийной смесью при относительно не резкой границы Мохоровича. Термобарические условия с глубиной, наличие глубинных ксенолитов различных метаморфических пород (от зеленосланцевой до гранулитовой) и эклогитовой фацией свидетельствуют о

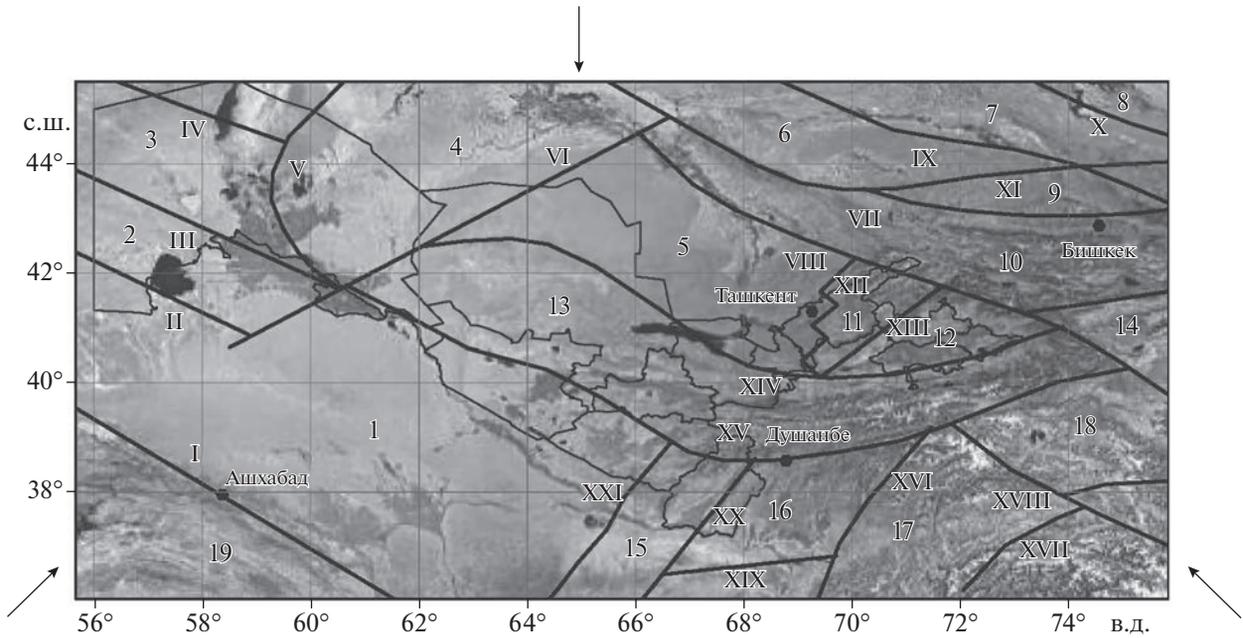


Рис. 8П1. Деление территории Центральной Азии по геолого-геофизическим параметрам на отдельные блоки.

том, что в земной коре и верхней мантии Памиро-Тянь-Шаньского региона преобладает нормальная метаморфическая зональность. На основе анализа многочисленных данных, опубликованных в научной литературе А.А. Абиловым и Ф.Г. Долгополовым, составлена геодинамическая схема взаимодействия литосферных блоков Центральной Азии в неоген-четвертичное время [Абидов, 2012]. Основой для разделения на блоки служили следующие тектонические разрывы: Копетдагский (I), Каракумский (II), Южно-Тянь-Шаньский (III), Устюртский (IV), Арало-Кустанайский (V), Западно-Тянь-Шаньский (VI), Линия Николаева (VII), Таласо-Ферганский (VIII), Южно-Джунгарский (IX), Джунгарский (X), Северо-Тянь-Шаньский (XI), Аксу-Майдантальский (XII), Северо-Ферганский (XIII), Букантау-Южно-Ферганский (XIV), Гиссаро-Коокшалынский (XV), Вахш-Заалайский (XVI), Пандшерский (XVII), Поперечно-Памирский (XVIII), Дехканабадский (XIX), Караиль-Лангарский (XX), Поперечно-Тянь-Шаньский (XXI). В результате регион разделен на 19 блоков: 1 – Каракумский; 2 – Южно-Устюртский; 3 – Северо-Устюртский; 4 – Приаральский; 5 – Сырдарьинский; 6 – Муюнкумский; 7 – Прибалхашский; 8 – Балхашский; 9 – Чуйский; 10 – Северо-Тянь-Шаньский; 11 – Чаткало-Кураминский; 12 – Ферганский; 13 – Южно-Тянь-Шаньский; 14 – Атбашинский; 15 – Байсунский; 16 – Афгано-Таджикский; 17 – Западно-Памирский; 18 – Восточно-Памирский; 19 – Копетдагский, (рис. 8П-1).

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2 РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ (1)

Уравнение (1) усредняется по формуле:

$$\bar{w}(x_1, x_2) = \frac{1}{(h - H)} \int_H^h w(x_1, x_2, x_3) dx_3, \quad (\text{П.1})$$

где: черта означает усреднение по  $x_3$ ;  $h = \text{const}$  – глубина подошвы литосферы;  $H = H(x_1, x_2)$  – рельеф поверхности земли. Интегрируем (П.1) по  $x_3$  и умножим на  $1/(H - h)$ . Выразим производные от средних через средние от производных, используя формулу дифференцирования по параметру. Например,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{1}{h - H} \int_H^h \sigma_{ij} dx_3 \right) = \\ &= \frac{1}{(h - H)^2} \int_H^h \sigma_{ij} dx_3 + \frac{1}{h - H} \int_H^h \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_k} dx_3 + \\ &+ \frac{1}{(h - H)} \sigma_{ij} \Big|_{x_3=h} \frac{\partial h}{\partial x_k} - \frac{1}{(h - H)} \sigma_{ij} \Big|_{x_3=H} \left( \frac{\partial H}{\partial x_k} \right) = \quad (\text{П.2}) \\ &= \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_k} + \frac{\sigma_{ij}(x_1, x_2, h)}{(h - H)} \frac{\partial h}{\partial x_k} + \\ &+ \frac{(\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij}(x_1, x_2, H)) \partial H}{(h - H) \partial x_k}. \end{aligned}$$

В (П.2) присутствуют значения напряжения на подошве литосферы  $\sigma_{ij}(x_1, x_2, h)$  и на свободной поверхности  $\sigma_{ij}(x_1, x_2, H)$ . Поскольку нижнюю границу считаем постоянной, то один член авто-

матически выпадает. Для выражения второго члена анализируем известные эмпирические оценки напряжений для различных глубин земной коры, которые, надо отметить, довольно противоречивы. Согласно анализу, приведенному в работе [Уломов, 1974], значения вертикальных напряжений до определенных глубин по формуле А.Н. Динника превосходят значения горизонтальных, а по формуле N. Hast – наоборот. Для горизонтальных напряжений в складчатом и кристаллическом фундаментах земной коры в работе [Булин, 1971] на основании анализа эмпирических данных многих авторов, выведена формула в виде кг/см<sup>2</sup> (60 + 0.31z, где z – глубина в метрах). Наша модель ориентируется на известные оценки касательных напряжений на территории СССР, установленные опытным путем приблизительно для глубин 15–20 км. Поэтому отношение горизонтальных напряжений на поверхности по отношению к средним напряжениям возьмем в виде отношений напряжений на 2 км (с вычетом средней толщины осадочных пород) и 15 км:

$$\frac{\sigma_{ij}(x_1, x_2, H)}{\sigma_{ij}(x_1, x_2)} = \frac{\sigma(2 \text{ км})}{\sigma(15 \text{ км})} \approx 0.15, \quad (\text{П.3})$$

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_{ij}(x_1, x_2) - \sigma_{ij}(x_1, x_2, H) &= \\ = 0.85\overline{\sigma}_{ij}(x_1, x_2) &= p\sigma_{ij}(x_1, x_2). \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

Это значение  $p$  примем для всех горизонтальных напряжений. В результате интегрирования (1) получим следующие уравнения относительно усредненных величин:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\sigma}_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{\sigma}_{12}}{\partial x_2} &= \frac{p}{(h-H)} \overline{\sigma}_{11} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \\ &+ \frac{p}{(h-H)} \overline{\sigma}_{12} \frac{\partial H}{\partial x_2} - k_a \rho g, \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\sigma}_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{\sigma}_{22}}{\partial x_2} &= \frac{p}{(h-H)} \overline{\sigma}_{21} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \\ &+ \frac{p}{(h-H)} \overline{\sigma}_{22} \frac{\partial H}{\partial x_2} - k_a \rho g. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

При выводе этих формул были использованы следующие усредненные соотношения:

$$\sigma_{33}|_H = 0, \quad \sigma_{13}|_H = 0, \quad \sigma_{23}|_H = 0, \quad (\text{П.7})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{33}|_h &= \rho g(h-H), \quad \sigma_{13}|_h = k_a \sigma_{33}|_h, \\ \sigma_{23}|_h &= k_a \sigma_{33}|_h, \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

$$\overline{\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3}} = \frac{1}{h-H} \int_H^h \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} dx_3 = \frac{1}{h-H} \sigma_{13}|_h^h. \quad (\text{П.9})$$

Коэффициент  $p$  принимаем также для относительно горизонтальных перемещений. Тогда по закону Гука средние напряжения выражаются через средние перемещения в следующем виде:

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_{11} &= (\lambda + 2G) \left( \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial x_1} - \frac{p\overline{u}_1}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \right) + \\ &+ \lambda \left( \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial x_2} - \frac{p\overline{u}_2}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) + \frac{\lambda}{(h-H)} u_3|_h^h, \end{aligned} \quad (\text{П.10})$$

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_{22} &= \lambda \left( \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial x_1} - \frac{p\overline{u}_1}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \right) + (\lambda + 2G) \times \\ &\times \left( \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial x_2} - \frac{p\overline{u}_2}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) + \frac{\lambda}{(h-H)} u_3|_h^h, \end{aligned} \quad (\text{П.11})$$

$$\overline{\sigma}_{12} = \frac{G}{2} \left( \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial x_2} - \frac{p\overline{u}_1}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_2} + \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial x_1} - \frac{p\overline{u}_2}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \right), \quad (\text{П.12})$$

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_{33} &= \lambda \left( \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial x_1} - \frac{p\overline{u}_1}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \right) + \\ &+ \lambda \left( \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial x_2} - \frac{p\overline{u}_2}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) + \frac{(\lambda + 2G)}{(h-H)} u_3|_h^h. \end{aligned} \quad (\text{П.13})$$

Здесь  $\lambda$  и  $G$  – упругие константы. Подставляя (П.10)–(П.13) в уравнения (П.5), (П.6) получим уравнения Ламе для усредненных перемещений  $u_1, u_2$ :

$$\Delta \overline{U} + \frac{1}{(1-2\nu)} \text{grad div } \overline{U} = \overline{F}, \quad (\text{П.14})$$

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{p}{(1-H/h)} \overline{\sigma}_{11} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{p}{(1-H/h)} \overline{\sigma}_{12} \frac{\partial H}{\partial x_2} - \frac{\partial}{\partial x_1} \times \\ &\times \left\{ \frac{p}{(1-H/h)} \left[ \left( \frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \overline{u}_1 + \frac{2\nu}{(1-2\nu)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \overline{u}_2 \right) \right] \right\} \times \\ &\times \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ \left( \frac{p}{(1-H/h)} G_0 \left[ \frac{\partial H}{\partial x_2} \overline{u}_1 + \frac{\partial H}{\partial x_1} \overline{u}_2 \right] \right) \right\} - \\ &- \frac{\nu}{(1-\nu)} \frac{\partial (u_3^h - u_3^H)}{\partial x_1} - \frac{k_a \rho g (h-H)}{2G_0}, \end{aligned} \quad (\text{П.15})$$

$$F_2 = \frac{p}{(1-H/h)} \bar{\sigma}_{12} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{p}{(1-H/h)} \bar{\sigma}_{22} \frac{\partial H}{\partial x_2} - \frac{\partial}{\partial x_1} \times$$

$$\times \left\{ \left( \frac{p}{(1-H/h)} G_0 \left[ \frac{\partial H}{\partial x_2} \bar{u}_1 + \frac{\partial H}{\partial x_1} \bar{u}_2 \right] \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial x_2} \times$$

$$\times \left\{ \frac{p}{(1-H/h)} \left[ \left( \frac{2\nu}{(1-2\nu)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \bar{u}_1 + \frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \bar{u}_2 \right) \right] \right\} -$$

$$- \frac{\nu}{(1-\nu)} \frac{\partial (u_3^h - u_3^H)}{\partial x_2} - \frac{k_a \rho g (h-H)}{2G_0}, \quad (\text{П.16})$$

$$\bar{\sigma}_{33}(x_1, x_2) = \frac{\rho g (h-H)}{2G_0} = \frac{2\nu}{(1-2\nu)} \times$$

$$\times \left( \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} - \frac{p \bar{u}_1}{(1-H/h)} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} - \frac{p \bar{u}_2}{(1-H/h)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) +$$

$$+ \frac{2(1-\nu)(u_3^h - u_3^H)}{(1-2\nu)(1-H/h)}. \quad (\text{П.17})$$

В этих уравнениях напряжения отнесены к среднему (поскольку отдельные составляющие области имеют различные упругие константы) модуля сдвига  $G_0$ , а линейные переменные к  $h$ . При расчетах для различных блоков модуль сдвига  $G$  и коэффициент Пуассона  $\nu$  выбираются по-разному:  $\bar{U}$  – двумерный вектор с компонентами усредненных горизонтальных перемещений;  $\Delta$  – двумерный оператор Лапласа;  $u_3^h, u_3^H$  – вертикальное перемещение на подошве астеносферы и на поверхности земной коры. При выводе уравнений также использованы соотношения, вытекающие из правила принятого усреднения:

$$\bar{\sigma}_{33} = \frac{1}{2}(\sigma_{33|_h} + \sigma_{33|_H}) = \frac{1}{2} \sigma_{33|_h} = \frac{1}{2} \frac{\rho g (h-H)}{G_0}, \quad (\text{П.18})$$

$$\bar{\sigma}_{i3} = \frac{1}{2}(\sigma_{i3|_h} + \sigma_{i3|_H}) = \frac{1}{2} k_a \frac{\rho g (h-H)}{G_0}, \quad (\text{П.19})$$

для  $i = 1, 2$ . С учетом (П.18), (П.19) усредненное третье уравнение равновесия принимает следующий вид:

$$\sigma_{33}(x_1, x_2, h) =$$

$$= - \frac{\rho g (h-H)}{G_0} \left[ 1 + \frac{k_a}{2} \left( \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) \right]. \quad (\text{П.20})$$

Формула (П.17) позволяет определить относительное изменение рельефа через средние горизонтальные перемещения:

$$u_3(x_1, x_2, H) - u_3(x_1, x_2, h) = (h-H) \frac{\nu}{2(1-\nu)} \times$$

$$\times \left( \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} - \frac{p \bar{u}_1}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} - \frac{p \bar{u}_2}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) +$$

$$+ \frac{(1-2\nu) \rho g (h-H)}{4(1-\nu) G_0}. \quad (\text{П.21})$$

Функция  $H = H(x_1, x_2)$  в правых частях (П.15)–(П.17), (П.21) аппроксимирует рельеф поверхности. Предполагаемые средние напряжения являются априорными напряжениями для решения обратной задачи для стартового этапа. В их качестве использовано решение задачи о плоском напряженном состоянии (уравнения (1) при  $\sigma_{31} = \sigma_{32} = \sigma_{33} = 0$ ) с граничными условиями, которые соответствуют отношениям скоростей Индийской и Арабской плит за орогенный период, согласно работе [Абидов, 2012].

Система уравнений (П.14)–(П.16) решались методом последовательных приближений. За нулевое приближение принимались  $u_3^h = 0$ . В каждой итерации уравнения решались методом граничных интегральных уравнений.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Автор искренно благодарит докт. физ.-мат. наук А.Н. Галыбина за обсуждение вывода формулы усреднения и других анонимных рецензентов за ценные замечания. Автор также благодарит канд. геол.-мин. наук Ю. М. Садыкова и докт. геол.-мин. наук Ф.Г. Долгополова за консультацию по тектоническому строению литосферы Центральной Азии.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке Министерства инновационного развития Республики Узбекистан (гранты № 8-007, № 20170918111).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Абидов А.А. Современные основы прогноза и поисков нефти и газа. Ташкент: изд-во Фан. 2012. 814 с.
- Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Т. 1. Изд-во: Мир. 1983. 520 с.
- Бреббия К., Телес Ж., Вробел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир. 1987. 524 с.
- Булин Н.К. Современное поле напряжений в верхних горизонтах земной коры // Геотектоника. 1971. № 3. С. 3–15.
- Введенская А.В. К дискуссии по поводу теоретической модели очага землетрясения // Изв. АН СССР. Сер. Геогр. №2. 1961. С. 261–263.
- Введенская А.В. Исследование напряжений и разрывов в очагах землетрясений при помощи теории дислокаций. М.: изд-во Наука. 1969. 136 с.
- Гзовский М.В. Основы тектонофизики. М.: изд-во Наука. 1964. 536 с.
- Гоцадзе О.Д., Кейлис-Борок В.И., Кириллова И.В. и др. Исследование механизма землетрясений. Труды Геофизического института. АН СССР. 1957. № 40(166). М.: изд-во АН СССР. 1957. 148 с.

- Ильюшин А.А.* Пластичность. Репринтное воспроизведение издания 1948 г. М.: изд-во Лотос. 2004. 388 с.
- Касахара К.* Механика землетрясений. М.: изд-во Мир. 1985. 264 с.
- Костров Б.В.* Теория очага тектонических землетрясений // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1970. № 4. С. 258–267.
- Костюк А.Д., Сычева Н.А., Юнга С.Л., Богомолов Л.М., Яги Ю.* Деформация земной коры Северного Тянь-Шаня по данным очагов землетрясений и космической геодезии // Физика Земли. 2010. № 3. С. 52–65.
- Кузьмин Ю.О.* Парадоксы сопоставительного анализа измерений методами наземной и спутниковой геодезии в современной геодинамике // Физика Земли. 2017. № 6. С. 24–39.  
<https://doi.org/10.7868/S0002333717060023>
- Кузьмин Ю.О.* Геодинамическая эволюция земной коры Центральной Азии и современная геодинамика Копетдагского региона (Туркменистан) // Физика Земли. 2021. № 1. С. 144–153.  
<https://doi.org/10.31857/S0002333721010051>
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости. М.: изд-во Наука. 1965. 248 с.
- Лукк А.А., Юнга С.Л.* Геодинамика и напряженно-деформированное состояние литосферы Средней Азии. Душанбе: изд-во Дониш. 1988. 236 с.
- Мухамедиев Ш.А.* Критический обзор идей и методов локальной реконструкции тектонических напряжений по данным о разрывных сдвигах // Физика Земли. 2019. № 3. С. 3–40.  
<https://doi.org/10.1134/S1069351319030078>
- Мухамедиев Ш.А., Галыбин А.Н.* Моделирование поля упругих напряжений земной коры Центральной Азии по данным об ориентациях осей главных напряжений // Физика Земли. 2021. № 1. С. 133–143.  
<https://doi.org/10.31857/S000233372101004X>
- Осокина Д.Н., Никонов А.А., Цветкова Н.Ю.* Моделирование локального поля напряжений системы разломов Сан-Андреас. Поля напряжений и деформаций в литосфере. М.: Наука. 1979а. С. 205–227.
- Осокина Д.Н., Гущенко О.И., Лыков В.И., Цветкова Н.Ю.* Моделирование локальных полей тектонических напряжений, обусловленных системами глубинных разломов (на примере двух районов Средней Азии). Поля напряжений и деформаций в литосфере. М.: Наука. 1979б. С. 185–204.
- Райс Дж.* Механика очага землетрясения. М.: изд-во Мир. 1982. 217 с.
- Ребецкий Ю.Л., Сим Л.А., Маринин А.В.* От зеркал скольжения к тектоническим напряжениям. Методы и алгоритмы. М.: изд-во ГЕОС. 2017. 234 с.
- Ризниченко Ю.В.* Энергетика макросейсмике // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1974. № 8. С. 3–10.
- Сычева Н.А., Мансуров А.Н.* Сравнение оценок деформации земной коры Северного и Центрального Тянь-Шаня, полученных на основе сейсмических и GPS-данных // Вестник КРСУ. 2016. Т. 16. № 1. С. 178–182.
- Уломов В.И.* Динамика земной коры и прогноз землетрясений. Ташкент: изд-во Фан. 1974. 215 с.
- Ташкентское землетрясение 26 апреля 1966г. Ташкент: изд-во Фан. 1971. 672 с.
- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: изд-во Наука. 1979. 285 с.
- Шерман С.И., Днепровский Ю.И.* Поля напряжений земной коры и геолого-структурные методы их изучения. Новосибирск: изд-во Наука. 1989. 157 с.
- Юнга С.Л.* Методы и результаты изучения сейсмоструктурных деформаций. М.: изд-во Наука. 1990. 190 с.
- Anderson E.M.* The Dynamics of Faulting and Dyke Formation with Applications to Britain. Oliver and Boyd. Edinburgh. 1951. 206 p.
- Atabekov I.* Earth Core's stresses variation in Central Asian earthquake's region // Geodesy and Geodynamics. 2020. V. 11. Is. 4. P. 293–299.  
<https://doi.org/10.1016/j.geog.2019.12.005>
- Atabekov I.* Numerical Models of Earthquake's Mechanism // Geodesy and Geodynamics. 2021. V. 12. P. 148–154.  
<https://doi.org/10.1016/j.geog.2021.03.002>
- Byerlee J.D.* Friction of rock // Pure Appl. Geophys. 1978. V. 116. P. 615–626.
- Heidbach O., Rajabi M., Cui X., Fuchs K., Müller B., Reinecker J., Reiter K., Tingay M., Wenzel F., Xie F., Ziegler M.O., Zoback M.L., Zoback M.* The World Stress Map database release 2016: Crustal stress pattern across scales // Tectonophysics. 2018. V. 744. P. 484–498.  
<https://doi.org/10.1016/j.tecto.2018.07.007>
- Hodgson J.H.* (ed.) The Mechanics of Faulting, with Special Reference to the Fault-Plain Works (A Symposium). Publ. Dominion Obs. Ottawa. 1959. V. 20. P. 23–418.
- Hodgson J.H.* (ed.) A Symposium on Earthquake Mechanism. Publ. Dominion Obs. Ottawa. 1961. V. 24. P. 301–97.
- Maruyama T.* On force equivalents of dynamic elastic dislocations with reference to the earthquake mechanism // Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo Univ. 1963. V. 41. P. 467–486.
- Nikano H.* Notes on the nature of the forces, which give rise to the earthquake motions. // Seism. Centr. Met. Obs. 1923. Japan. № 1. P. 92–120
- Rebetsky Yu. L., Kuchai O.A., Sycheva N.A., Tatevossian R.A.* Development of inversion methods on fault slip data stress state in orogens of Central Asia // Tectonophysics. 2012. V. 581. P. 114–131.
- Zoback M.L.* First and Second Modern Pattern of Stresses in the Lithosphere: The World stress Map project // J. Geophysical Research. 1992. V.97. № B8. P. 11.707–11.728.
- Zoback M.L., Zoback M.* Lithosphere Stress and Deformation // Treatise on Geophysics. 2007. P. 255–271.  
<https://doi.org/10.1016/b978-0-444-53802-4.00115-9>

## Tectonic Earthquake Source Mechanism Model Based on Moment Theory

I. U. Atabekov\*

*Institute of Seismology, Tashkent, Uzbekistan*

*\*e-mail: atabekovi@mail.ru*

During the construction of strategic facilities, micro zoning is required to determine the peak values of terrain acceleration due to possible earthquakes. The acceleration of the soil in this case strongly depends not only on the power of the earthquake, but also on the earthquake source mechanism and the geodynamic state of the terrain. The known dislocation models of a single dipole with a moment and a pair of dipoles without a moment of the earthquake source mechanism satisfactorily describe the observed effects of the quadrant stress distribution on the Earth's surface during earthquakes. When carrying out calculations within the framework of the theory of elasticity, the actions of the dipoles are expressed through volumetric forces. There are two known models of replacing the moments with equivalent forces: one of them is based on the equilibrium equations for an infinitely elastic space (Landau and Lifshitz, 1965; Maruyama, 1963), and the other is based on the representation theorem for elastic bodies, by introducing a singular internal volume, at the boundary of which there are dislocations (Vvedenskaya, 1969; Aki and Richards, 1983). Although these models involve moment effects, they themselves are derived from the momentless theory of elasticity. In our work, we propose a double dipole effect without a moment based on the moment theory of elasticity. The proposed model of the earthquake source mechanism is applied to solve the problem of stress variations in the Earth's crust in Central Asia using the example of a particular earthquake with a simplified orientation of the rupture plane. Stress variation is understood as the difference in stresses in problems with and without an earthquake mechanism. Static stresses are obtained by solving the inverse elasticity problem with partially unknown boundary conditions. The lithosphere is a prismatic body consisting of several homogeneous blocks, the upper surfaces of which correspond to the relief of Central Asia. Verification of the results of the numerical solution is carried out by comparing the obtained stresses with previously established empirical values. As a priori stresses for solving the inverse problem, we used the solution of the elastic plane problem, the boundary conditions in which correspond to the lateral compression of the lithosphere of the region of the Indian and Arabian plates on the one hand, and the Eurasian plate on the other hand. The obtained solutions of the problem were used to analyze the geodynamic state of Central Asia. Based on the results of laboratory experiments, the unambiguity of the conclusions about the geodynamic state of the Earth's crust (compression, extension) according to the Lode-Nadai coefficient, which are currently used by many researchers, is questioned. It is shown, contrary to earlier statements, that the values  $\mu_\sigma = +1$  and  $\mu_\sigma = -1$  can correspond simultaneously to both tension and compression cases, depending on the spatial form (ellipsoid) of the stress state. Geodynamic analysis of the Earth's crust is carried out according to the Anderson method.

*Keywords:* Central Asia, geodynamics, tectonic stresses, dislocation, mechanism of earthquakes, numerical models

## РЕЛАКСАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В КЛЕТОЧНОЙ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

© 2023 г. А. С. Черепанцев

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Россия

E-mail: s6319a@mail.ru

Поступила в редакцию 01.06.2021 г.

После доработки 29.06.2022 г.

Принята к публикации 06.07.2022 г.

Рассмотрена модель релаксации напряжений в системе дискретных элементов. Модель предполагает рассмотрение малого временного масштаба процесса, при котором внешнее поступление дополнительных напряжений в систему пренебрежимо мало. Нелинейное взаимодействие элементов аналогично взаимодействию элементов в открытой диссипативной OFC-модели. Условия сброса определяются эффектом статической усталости. Показано, что при высоком уровне связи элементов в модели формируется степенной спад частоты сбросов во времени, аналогичный, наблюдаемому в афтершоковых последовательностях землетрясений. Данная закономерность слабо зависит от начального распределения напряжений в системе и имеет степенной показатель  $p = 0.85–1.0$  при значениях параметра связи элементов  $\alpha = 0–0.25$ . Анализ длительности временной задержки  $c$  возникновения степенного спада частоты сбросов показывает связь данного параметра с длительностью сбросов большой амплитуды в начальной фазе релаксационного процесса. Величина  $c$  в этом случае определяется параметром  $\alpha$ . Расчеты показывают, что и релаксация среднего напряжения  $\sigma(t)$  в системе элементов подчиняется соотношению  $t \propto e^{-\gamma\sigma}$  с временем задержки, соответствующим значению  $c$  для зависимости частоты сбросов. При этом во временном ряде средней величины уменьшения напряжения при сбросе отдельного элемента  $d\sigma$  задержка отсутствует. Зависимость  $d\sigma(t)$  определяется соотношением  $t \propto e^{-\beta\Delta\sigma}$  во всем диапазоне расчетных времен релаксационного процесса. Значение  $\beta$  линейно уменьшается с ростом связи элементов модели  $\alpha$ .

**Ключевые слова:** OFC-модель, эффект статистической усталости, афтершоковая последовательность землетрясений, закон Омори–Утсу.

**DOI:** 10.31857/S0002333723010027, **EDN:** BZWMZE

### ВВЕДЕНИЕ

Наблюдаемая естественная сейсмичность представляет собой одну из форм диссипации накапливаемой упругой энергии в литосфере Земли. Потери энергии  $\Delta E_e$  в системе упругих напряжений, обусловленные землетрясением [Kostrov, Das, 1988], без учета изменения гравитационной энергии, включают в себя сейсмическую энергию  $E_s$ , работу сил трения на разломе  $E_f$ , поверхностную энергию связи породы по разлому  $E_d$ . Потери упругой энергии, определяемые указанными процессами, свидетельствуют о диссипативном характере динамической системы напряженного состояния геологической среды.

Исходя из природы сейсмичности как потока дискретных событий, стандартной формой регистрируемой информации являются записи волнового пакета, излученного землетрясением, на пространственно разнесенной системе станций

наблюдения. Обработка записей позволяет получить основные параметры землетрясения, такие как значения времени возникновения, величины, координат гипоцентра, механизма очага землетрясения. Эти данные формируют каталоги землетрясений как последовательности точечных событий во времени. Объединенные в каталог параметры землетрясений, представляющие собой информативный набор характеристик отдельных землетрясений, позволяют исследовать общие закономерности сейсмического режима значительных пространственных областей. Рассматривая сейсмическую активность как отдельную проекцию динамической системы, удается получить знания о свойствах общей системы напряженного деформированного состояния геологической среды. При этом для использования в анализе сейсмичности методов нелинейной динамики и соответственно перехода к непрерывному временному ряду, возможно использование кумуля-

тивного ряда параметра сейсмической энергии [Черепанцев, 2018].

Для анализа данных каталогов принято использовать аппарат статистических методов анализа точечных процессов. Именно данный подход позволил выделить фундаментальные эмпирические закономерности энергетического распределения землетрясений, их пространственной и временной организации. Рассмотрение сейсмического процесса как дискретного потока событий позволяет не только описать статистические закономерности, но и перейти к моделированию такого потока. В качестве примера можно привести статистическую модель ветвления землетрясений ETAS [Ogata, 1988; Helmstetter, Sornette, 2003; Holliday et al., 2008]. Она, в частности, используется для описания фундаментальной закономерности степенного спада частоты землетрясений во времени. В соответствии с ней каждое землетрясение сопровождается афтершоковой последовательностью. Первичное землетрясение является материнским. Оно генерирует дочерние землетрясения — афтершоки. В свою очередь, каждое из дочерних афтершоков становится родительским землетрясением, которое может генерировать второе поколение дочерних афтершоков более высокого порядка. На основе расчетов, проведенных авторами, делается вывод, что модель ETAS отражает наблюдаемые закономерности афтершоковых последовательностей землетрясений при включении в нее закономерностей повторяемости и времени возникновения землетрясений. Однако в ряде последующих работ указывается на неадекватность предположения о том, что интенсивность порождаемого потока афтершоков после главных толчков и после афтершоков зависит лишь от магнитуды “порождающего” события [Баранов, Шебалин, 2019; Shebalin et al., 2020]. На основе обработки большого объема афтершоковых последовательностей, авторы показывают, что продуктивность землетрясений, определяющая, в частности, количество афтершоков, является случайной величиной с экспоненциальным распределением.

Другой подход для описания наблюдаемых закономерностей основан на представлении сейсмического процесса как нелинейной динамической системы. В этом случае модель строится на понятных физических принципах непрерывной во времени эволюции напряженно деформированного состояния геологической среды, включающей явление землетрясений. Хотя динамика землетрясений представляет собой сложный процесс, существует несколько простых фактов, которые должны входить в модель, описывающую сейсмический режим.

1. Возникновение землетрясения носит квазипериодический характер. Оно возникает, когда

некоторая область среды не может больше выдерживать действующие напряжения.

2. Есть две шкалы времени, участвующие в процессе. Одна связана с накоплением напряжений, а другая — на порядки меньшая величина связана с продолжительностью резких сбросов напряжений.

Один из подходов к моделированию динамики землетрясений заключается в физико-математическом описании сложной геологической системы, задание временного поля приращения напряжений и исследование полученной пространственно-временной структуры. Более современный и успешный подход предложен в работе [Burrridge, Knopoff, 1967]. В нем рассмотрена внутренняя динамика отдельной плиты как системы упруго-связанных блоков на основании с трением. Основным результатом такой эволюционной модели является получение степенного распределения размеров сбросов, подобного наблюдаемому закону повторяемости землетрясений. Клеточное приближение данной эволюционной модели — диссипативная модель OFC [Olami et al., 1992] — привлекло интерес не только специалистов в области геофизики, но и статистической физики как пример простой диссипативной системы, демонстрирующей достижение предельного самоорганизованного критического состояния.

В модели OFC рассматривается кубическая решетка заданной размерности. Основная часть исследований модели посвящена  $2d$ -моделированию. Пусть размер решетки  $L \times L$  элементов. Каждой  $i$ -й ячейке ставится в соответствие некоторый динамический параметр  $\sigma_i$ . В простейшем случае пусть  $\sigma_i$  — накопленные напряжения. Будем предполагать, что в единицу времени все ячейки получают одну и ту же добавочную величину приращения напряжения. Для двумерной решетки:

$$\sigma_{i,j} \rightarrow \sigma_{i,j} + \Delta\sigma, \quad i, j = 1, \dots, L. \quad (1)$$

Рост напряжения любого отдельного элемента при отсутствии влияния соседних элементов происходит до тех пор, пока  $\sigma_{i,j} < \sigma_{\max}$ , где  $\sigma_{\max}$  — некоторое пороговое максимальное значение напряжения, при превышении которого элемент сбрасывает накопленное напряжение, часть из которого передается соседним ячейкам:

$$\sigma_{i,j} \geq \sigma_{\max} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{i,j} \rightarrow 0 \\ \sigma_{i\pm 1,j} \rightarrow \sigma_{i\pm 1,j} + \alpha\sigma_{i,j} \\ \sigma_{i,j\pm 1} \rightarrow \sigma_{i,j\pm 1} + \alpha\sigma_{i,j} \end{cases}, \quad (2)$$

где: индексы  $(i \pm 1, j)$ ,  $(i, j \pm 1)$  определяют четыре соседних элемента,  $0 < \alpha < 1/4$ .

После возникновения сброса напряжения (2) часть внутренней энергии системы теряется. Дан-

ная система является диссипативной при выполнении условия:

$$(1 - 4\alpha)\sigma_{i,j} > 0. \quad (3)$$

Дальнейшая эволюция элемента определяется (1) до тех пор, пока она снова не достигнет критического состояния (2). В зависимости от состояния системы, достижение одним из элементов критического значения  $\sigma_{i,j} \geq \sigma_{\max}$  может слабо отразиться на состоянии системы в целом, а может вызвать лавинный процесс сброса напряжений, когда переданная добавка  $\alpha\sigma_{i,j}$  соседнему элементу в (3) приводит к достижению критической величины и соответственно сбросу.

Как показано в большом числе работ, в случае задания произвольного распределения начальных значений  $\sigma_{i,j}$ , данная модель демонстрирует сходимость к некоторому устойчивому состоянию, определяемому степенным распределением сбросов по размеру. Размер сброса принято определять количеством пространственно связанных ячеек, участвующих в лавинообразном сбросе. Расчеты показывают, что стационарное состояние достигается очень медленно. Так требуется около  $10^8 - 10^9$  сбросов в системе для достижения критического состояния на двумерной сетке размером  $L \sim 10^2$  [Cherепantsev, 2022]. Причем необходимое число итераций возрастает по мере уменьшения параметра связи  $\alpha < 1/4$  [Grassberger, 1994]. В настоящее время нет общего мнения о поведении системы при значениях  $\alpha$ , близких к 0. Критическое минимальное значение  $\alpha^*$ , при котором исчезает предельный степенной характер распределения, по разным данным варьируется от 0.05 до 0.16 [Christensen, Olami, 1992; Corral et al., 1995].

В работах [Hergarten, Neugebauer, 2002; Helmstetter et al., 2004] сделан вывод о наблюдении афтершоковых и форшоковых последовательностей после сбросов большой величины в OFC-модели. Данный результат требует дополнительных исследований. Наличие сбросов во временной окрестности макросброса между независимыми элементами вне кластера может быть следствием группировки сбросов во временной области. При этом очевидно, что элементы в “очаге” сброшенного кластера не участвуют в наблюдаемой последовательности, что не согласуется с имеющимися данными по реальной сейсмичности. При этом указанная афтершоковая последовательность сбросов не возникает при отсутствии внешних приращений напряжений. Это указывает на внешнюю причину возникновения данных сбросов. То есть макросброс не инициирует последовательность как релаксационный процесс.

Используя базовые принципы эволюции OFC-модели, рассмотрим возможность построе-

ния релаксационной модели сброса напряжений, определяемых начальным распределением напряжений на решетке элементов.

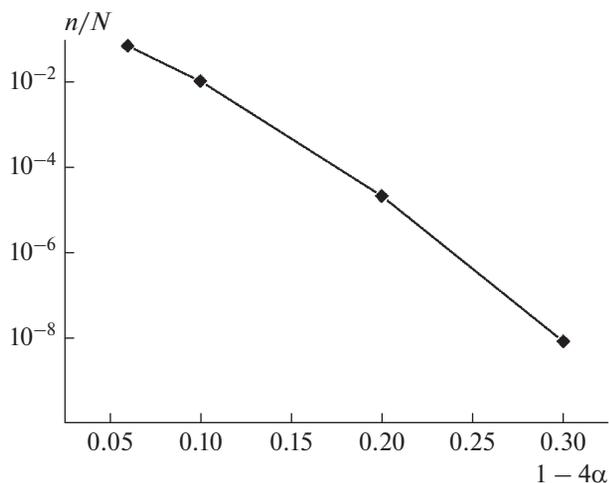
### МОДЕЛЬ РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ СБРОСОВОЙ АКТИВНОСТИ

OFC-модель предполагает, что на каждом шаге итерации каждый элемент в системе получает приращение внутреннего параметра напряжения на постоянную величину  $\Delta\sigma$ . При достижении напряжением величины  $\sigma_S$ , превышающей заданное предельное значение  $\sigma_{\max}$ , оно сбрасывается в нулевое значение. Особенностью данной модели, определяющей границы ее применимости, является выбор в качестве единицы временного отсчета итерации, за которую заданная величина добавки напряжений  $\Delta\sigma$  поступает в элементы решетки. Такое приближение может описывать процессы фоновой сейсмичности. Сбросы-землетрясения в следующую итерацию-отсчет времени не вызваны событиями на предыдущей итерации.

Сброс напряжений в OFC-модели является мгновенным событием, протекающим в течение одной итерации. То есть временной масштаб длительности землетрясения и связанная с землетрясением релаксация возникших напряжений пренебрежимо малы по сравнению с масштабом значимого приращения напряжений  $\Delta\sigma$  в системе от внешнего источника. В связи с этим при построении распределения размеров сбросов нет необходимости учитывать события, связанные с отдельными сбросами. Необходимость подобной процедуры для реальной сейсмичности обусловлена наличием афтершоков и их искажающим влиянием на параметры закона повторяемости. Связь афтершоковой последовательности с релаксационным процессом отклика на сильное землетрясение впервые была предложена в работе [Benioff, 1951]. Концепция предполагает, что причиной афтершоков является статическая усталость горных пород в области разлома. Как было выше отмечено, модель OFC является нечувствительной к процессу релаксации на временных итерациях.

Считая, что релаксация напряжений при макросбросе в модели OFC определена как мгновенное событие, в работе [Cherепantsev, 2021] на основе оценки распределения напряжений в кластере сбросов, показано, что при  $\alpha > 0.2$  возможно появление повторных сбросов в одном и том же элементе. Они происходят, когда в уже сброшенный элемент при сбросах соседних элементов передается напряжение, суммарно, превышающее значение  $\sigma_{\max}$  – рис. 1.

В этом случае возникает вопрос об определении размера макросброса – либо как числа сосед-

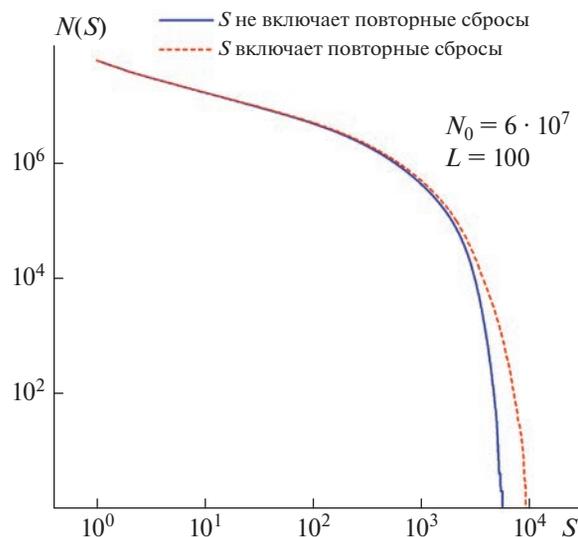


**Рис. 1.** Доля повторных сбросов при различной величине диссипации ( $1 - 4\alpha$ );  $n$  – число повторных сбросов;  $N$  – общее число сброшенных элементов.

них элементов участвующих в сбросе, либо как общее число сбросов в соседних элементах. В последнем случае размер сброса учитывает и повторные сбросы. При значениях  $\alpha$ , близких к консервативному пределу  $\alpha = 1/4$ , данная особенность приводит к существенному искажению вида распределения сбросов по размеру в двойном логарифмическом масштабе.

На рис. 2 показано расхождение распределений для указанных определений размеров сбросов. Как отмечено выше, механизм сброса напряжений при значениях  $\alpha$ , близких к консервативному пределу может происходить путем серии повторных сбросов одного и того же элемента. Они представляют собой затухающую последовательность числа двукратных, трехкратных и т.д. сбросов одного и того же элемента и происходят в области основного сброса. Аналогия с затухающей последовательностью афтершоков в очаговой зоне землетрясения как процесса релаксации избыточной энергии в локальных участках очаговой зоны носит условный характер. Это связано, прежде всего, с невозможностью выделения в OFC-модели параметра времени развития данного процесса. Повторные события происходят на одной и той же итерации и, соответственно, в один и тот момент времени.

Возможность модификации модели для учета динамики релаксационных процессов предполагает необходимость введения параметра времени и, соответственно, рассмотрения младшего масштаба, пропускаемого в OFC-модели. Уменьшение временного масштаба рассмотрения означает, что в отличие от OFC-модели, поступление внешнего напряжения на каждом временном интервале рассмотрения сколь угодно мало. Если в



**Рис. 2.** Закон повторяемости сбросов с учетом и без учета повторных сбросов при  $\alpha = 0.235$ . Размер решетки  $L \times L = 100 \times 100$ , размер выборки  $N_0 = 6 \times 10^6$  сбросов.

OFC-модели именно внешнее постоянное приращение является источником эволюции системы, то можно предположить, что на младшем временном масштабе процесс качественно иной и источником эволюции системы являются внутренние параметры элементов, представляющих механические, гидрологические, термические, прочностные свойства горных пород.

В качестве источника изменения состояния рассмотрим эффект статической усталости. Условие разрушения определим эмпирическим соотношением

$$\tau = ae^{\frac{C-\sigma}{b}}, \quad (4)$$

где:  $\tau$  – среднее время разрушения элемента при напряжении  $\sigma$ ; константы  $C$ ,  $a$  и  $b$  определяются свойствами материала, температурой и внешними параметрами. Соотношение (4) в кинетической теории прочности эквивалентно соотношению [Журков, 1968], определяющему время механического разрыва связей под действием тепловых колебаний атомов решетки при действии одноосного растяжения. В работе [Scholz, 1968] рассмотрена модель неоднородного материала с различным действующим на отдельные области локальным напряжением  $\sigma_i$ . В случае представления  $\sigma_i$  как случайного независимого марковского процесса с начальным равномерным распределением значение кумулятивной частоты микроразрывов подчиняется соотношению  $N = Mb \lg(t) + \text{const}$ , где  $M$  – параметр амплитуды начального равномерного распределе-

ния. Данное соотношение повторяет эмпирический закон Омори для афтершоков.

При этом данная модель не учитывает связь элементов и влияние этого эффекта на процесс релаксации напряжений. Указанное в работе наличие областей повышенных напряжений непосредственно после главного события по сравнению с значением до главного события может служить основанием для предположения о повышенном уровне связи элементов на начальной стадии релаксации.

Учет взаимодействия элементов реализован в OFC-модели. Именно параметр  $\alpha$  модели определяет характер протекающих процессов. Заданная в модели связь соседних ячеек определяет характеристики степенных распределений. Изменяя данный параметр, можно получить качественно различное поведение системы: от консервативной модели при значении параметра связи  $\alpha = 1/4$  до системы несвязных элементов при  $\alpha \rightarrow 0$  [Christensen, 1992].

Предполагая, что связь элементов блоковой среды изменяется с изменением среднего напряжения и всестороннего равномерного сжатия, анализ влияния связи между элементами модели на ее характеристики представляется интересным. Так чувствительность характеристик организации сейсмического режима к величине напряжений в геологической среде показана в работе [Schorlemmer, Wiemer, 2005]. Отмечено уменьшение наклона  $b$  в законе повторяемости с ростом средней величины напряжений для различных механизмов землетрясений. А анализ OFC-модели [Christensen, 1992] показывает зависимость уменьшения наклона  $b$  с ростом параметра связи  $\alpha$ .

Изменим механический критерий прочности (2) OFC-модели путем перехода к кинетическому критерию прочности. Определим непрерывную шкалу времени из условия сброса элемента в соответствии с соотношением (4) для эффекта статической усталости.

Будем предполагать, что временной масштаб процесса релаксации конечен, но много меньше масштаба накопления внешнего напряжения, присущего масштабу в модели OFC  $\tau \ll T$ , где  $T = \frac{\sigma_{\max}}{\Delta\sigma}$  – время между сбросами элемента при  $\alpha = 0$ . В этом случае можно считать, что внешнее приращение напряжений на масштабе  $\tau$  пренебрежимо мало.

Предполагая возможность наличия локальных областей повышенного значения напряжений после главного события, рассмотрим в дальнейшем два типа начального распределения напряжений в элементах решетки- экспоненциальное (высокий уровень среднего напряжения) и рав-

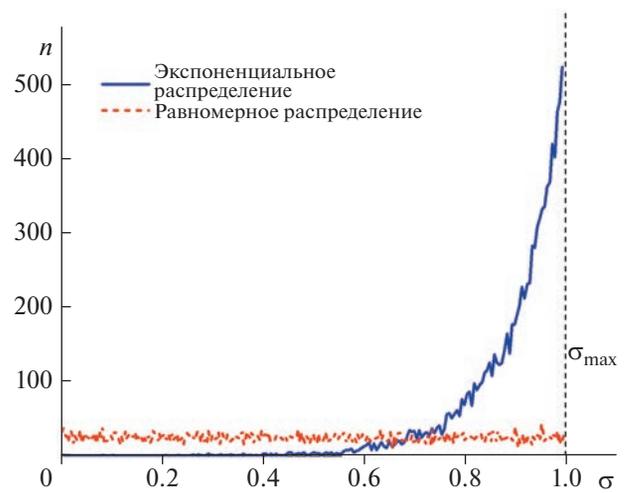


Рис. 3. Гистограммы распределений начальных напряжений на сетке элементов  $L \times L = 10^4$ .

номерное (рассмотренное в модели [Scholz, 1968] при  $\alpha = 0$ ) – рис. 3.

Условие сброса определяется соотношением (4). Величина  $C$  задает пороговое напряжение разрушения для элемента, не подвергавшегося воздействию “бездефектного” элемента. С учетом того, что параметр  $a$  представляет время сброса элемента в случае приложения напряжения  $\sigma = C$ , будем рассматривать интервал дискретизации в модели в относительных единицах  $a$ :  $t_i = ai$ , где  $i$  – номер временной итерации счета. Константу  $b$  в рассматриваемой модели определим исходя из расчетной модели распределения времен возникновения сбросов для заданного начального распределения напряжений  $T_{\text{счета}} \approx \tau(0)$ . На рис. 4 показано распределение  $\tau$  для выбранных начальных напряжений (рис. 3) и  $\tau(0) = 3 \times 10^5$ .

С учетом того, что в процессе эволюции системы происходит изменение напряжения в элементах системы при соседних сбросах, в модели использован принцип Бейли суммирования времен [Bailey, 1939]. Он учитывает различную скорость накопления дефектов при изменении напряжения в элементе и соответствующим образом изменяет время сброса  $\tau$ . Условие сброса в этом случае представляется в виде:

$$\sum_{i=1}^k \frac{\Delta t_i}{\tau(\sigma_i)} \geq 1, \quad (5)$$

где:  $i = 1, \dots, k$  – номер временной итерации;  $k$  – итерация, на которой происходит сброс.

Предлагаемый критерий сброса позволяет снять противоречие, которое было присуще стандартной OFC-модели с заданным предельным

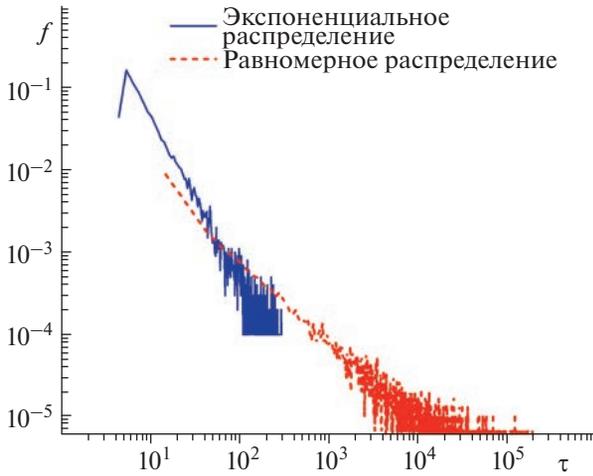


Рис. 4. Гистограммы распределения времени сброса для заданных начальных распределений напряжений. Параметры модели  $a = 1$ ,  $C = 1.00892$ ,  $b = 0.08$ .

уровнем  $\sigma_{\max}$  напряжения в элементе. В OFC-модели логарифм размера сброса соответствует магнитуде землетрясения в законе повторяемости. Он определяется как число соседних элементов, сброшенных одновременно. Это справедливо в предположении линейной зависимости величины сброшенного напряжения и числа элементов, включенных в кластер сбросов. Однако условие (2) предполагает, что с ростом размера кластера сбросов передаваемая соседним элементам часть напряжения растет [Cherapantsev, 2022]. То есть сброшенное напряжение кластером, состоящим из  $n$  элементов, превышает суммарное сброшенное напряжение  $n$  одиночных элементов. В случае же определения сброса постоянной величиной:

$$\sigma_{i,j} \geq \sigma_{\max} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{i,j} \rightarrow 0 \\ \sigma_{i\pm 1,j} \rightarrow \sigma_{i\pm 1,j} + \alpha \sigma_{\max} \\ \sigma_{i,j\pm 1} \rightarrow \sigma_{i,j\pm 1} + \alpha \sigma_{\max} \end{cases}$$

модель перестает демонстрировать самоорганизованное критическое состояние со степенным распределением сбросов по размеру.

В критерии прочности на основе эффекта статической усталости отсутствует ограничение на возможную величину напряжения в элементе. Значение напряжения в элементе определяет число временных итераций до сброса при заданном временном шаге расчета. Величина возможного напряжения в элементе определяется лишь интервалом временной дискретизации.

## ИЗМЕНЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ И СБРОСОВ В РЕЛАКСАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

Временной ход амплитуд сбросов  $S(t)$  и среднего напряжения  $\sigma(t)$  на решетке элементов раз-

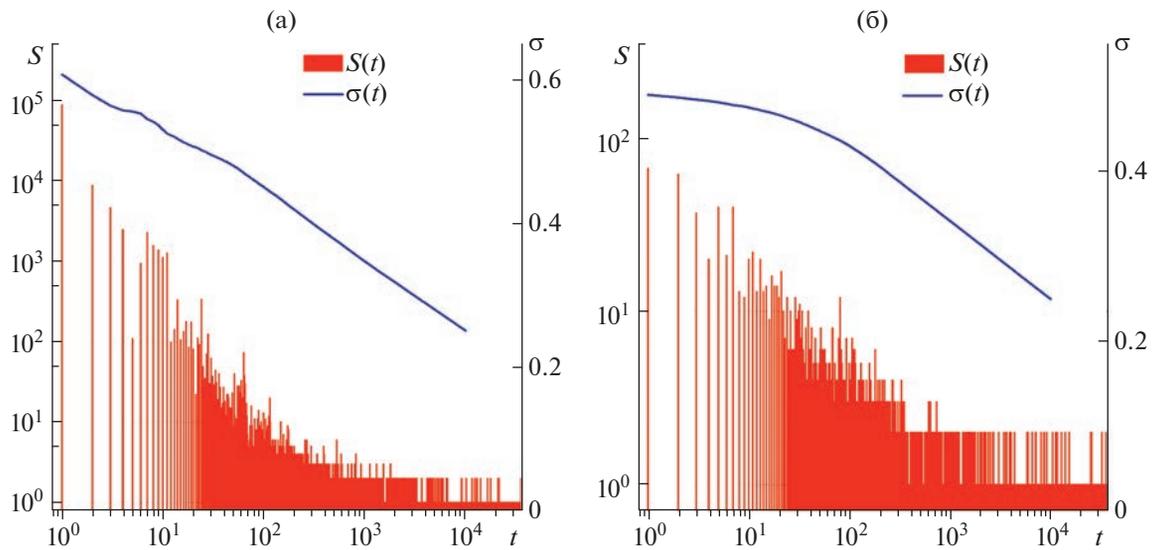
мером  $L \times L = 100 \times 100$  для различных начальных распределений напряжений (рис. 4) показан на рис. 5. Высокое значение параметра связи  $\alpha = 0.245$  предполагает возникновение повторных сбросов отдельных элементов при образовании кластеров больших размеров. Экспоненциальное начальное распределение напряжений соответствует начальному состоянию с большим числом элементов с временем сброса  $\tau \leq 1$ . Число сброшенных элементов с учетом повторных на первом шаге по времени  $t = 1$  оказывается выше на порядок числа элементов решетки  $L \times L = 10^4$ , что указывает на возникновение многократных сбросов одних и тех же элементов для заданной временной шкалы счета. Такой “сверхкритичный” сброс напряжений продолжается до  $t \approx 10$ . Последующие сбросы содержат лишь единичные повторные события.

Особенность временного ряда сбросов обусловлена тем, что сброс может осуществляться с временной задержкой и в элементе с напряжением малой величины. В этом случае в отличие от условия сброса, определяемого предельным напряжением  $\sigma_{\max}$ , количество соседних элементов определяет пространственный размер сброса, но не величину сброшенного напряжения. Поэтому представленные на рис. 5 зависимости  $S(t)$  соответствуют временному ходу пространственных размеров сбросов.

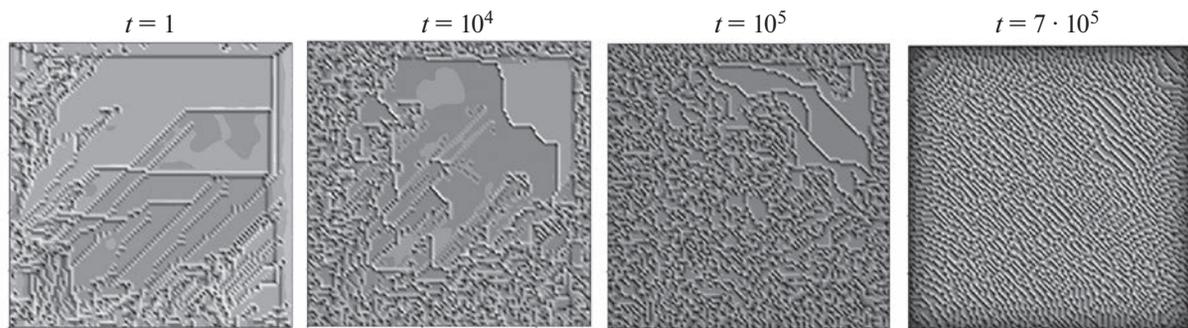
Временной ряд релаксации напряжений  $\sigma(t)$  для различного распределения напряжений указывает на наличие начального переходного временного участка  $t = 1-100$  и дальнейшего при  $t > 100$  линейного спада в логарифмической временной шкале. Для выбранных параметров механизма сброса (4):  $a = 1.0$ ,  $C = 1.00892$ ,  $b = 0.08$ , величина наклона для экспоненциального и равномерного начальных распределений составляет  $\sigma(t) \propto -0.095 \lg(t)$ ,  $\sigma(t) \propto -0.11 \lg(t)$  соответственно. Полученные зависимости близки к спаду напряжений с равномерным начальным распределением [Scholz, 1968] при отсутствии взаимодействия между соседними элементами ( $\alpha \rightarrow 0$ ):  $\sigma = b \lg a + C - b \lg t$ .

Полученная зависимость  $\sigma(t)$  соответствует дискретной модели среды, релаксация напряжений в которой осуществляется путем сброса напряжений и передачи части сброшенного напряжения соседним элементам. Для данного механизма релаксации  $t \propto e^{-\gamma \sigma}$ , что является обратной зависимостью по отношению к  $\sigma \propto e^{-\eta t}$  для релаксации в реологической модели тела Максвелла с заданной вязко-упругой ползучестью.

Экспоненциальное начальное распределение напряжений приводит к лавинному росту сбросов



**Рис. 5.** Зависимость сбросов  $S$  и средней величины напряжения  $\sigma$  от времени  $t$  в элементах решетки в релаксационной модели с параметрами  $a = 1.0$ ,  $C = 1.00892$ ,  $b = 0.08$ , параметре связи  $\alpha = 0.245$  и различных начальных распределениях напряжений; (а) – экспоненциальное начальное распределение; (б) – равномерное начальное распределение.

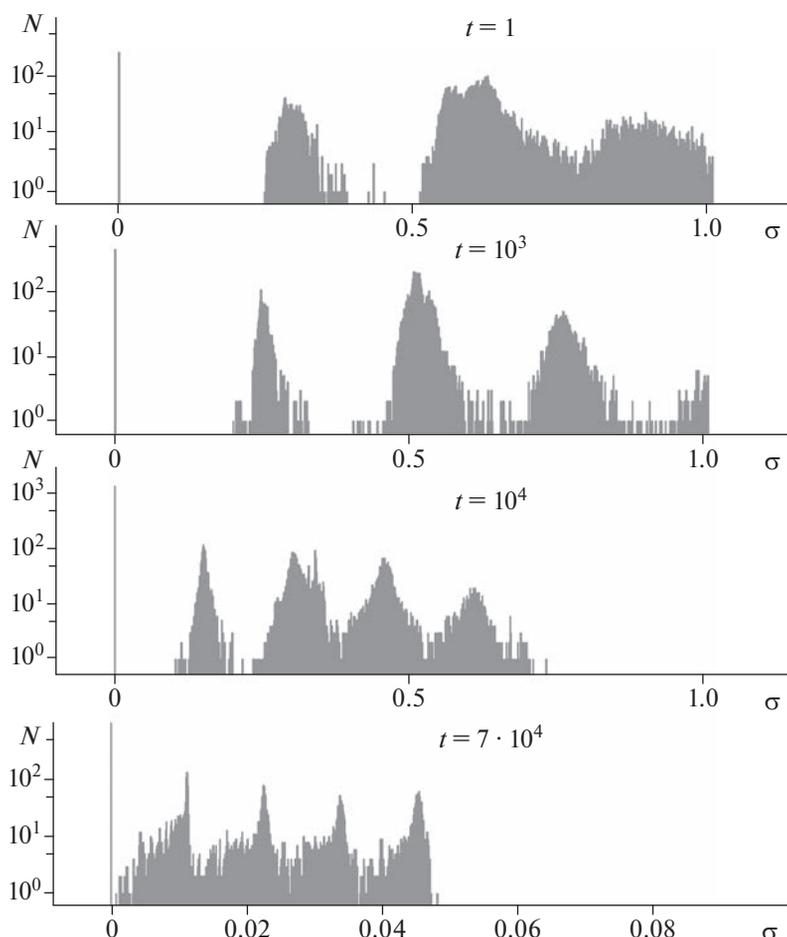


**Рис. 6.** Пространственное распределение напряжений на решетке в различные времена релаксации в модели при экспоненциальном начальном распределении (рис. 3) при  $\alpha = 0.245$ .

на начальном этапе релаксационного процесса. При наличии значительной связи между элементами это приводит к формированию пространственной структуры иерархически образованных кластеров элементов с близкими значениями напряжений. Такое поведение аналогично предельному состоянию эволюции модели OFC со степенным распределением размера сбросов. Дальнейший релаксационный процесс приводит к постепенному разрушению такой начальной пространственно-амплитудной организации сбросов. На рис. 6 показано изменение пространственной структуры напряжений в различные моменты времени.

Характерное временное изменение распределения напряжений в элементах решетки представлено на рис. 7. По мере развития релаксационного процесса исходное экспоненциальное

распределение переходит в пятимодальное распределение, определяемое нулевой амплитудой после сброса  $\sigma_i^s = 0$ , амплитудой после сброса и добавленными приращениями после сброса одного, двух, трех, четырех соседних элементов. Минимальное напряжение сброса соответствует  $C = 1.00892$ . По мере релаксации и соответственно уменьшению напряжений в элементах решетки (рис. 7) ( $t = 10^3, t = 10^4, t = 7 \times 10^4$ ), даже приращения от всех соседних (четырех) элементов не приводят к сбросу элемента. Подобная структура распределения напряжений наблюдается и в случае равномерного начального распределения. При этом отсутствие повышенного уровня начальных напряжений и соответственно высокой активности сбросов в начальный момент приводит к отсутствию начальной структурной про-



**Рис. 7.** Гистограмма распределения амплитуд напряжений в различные времена релаксации в модели при экспоненциальном начальном распределении (рис. 3) при  $\alpha = 0.245$ .

странственной организации напряжений и появлению более явной временной задержки начала линейного спада  $S(t)$  в логарифмическом масштабе времени (рис. 5б).

### ВРЕМЕННОЙ ХОД ЧАСТОТЫ СБРОСОВ

Спад числа сбросов  $n(t)$  во временном окне постоянной величины  $\Delta t = 20$  для рассматриваемых начальных распределений напряжений показан на рис. 8. Кривые для двух рассматриваемых начальных распределений напряжения при  $t > 100$  имеют степенной вид  $n(t) \propto t^{-0.85}$

Временная задержка возникновения степенного спада частоты сбросов  $t \approx 100$  соответствует начальному переходному участку зависимостей  $\sigma(t)$  (рис. 5). Степенной участок релаксации имеет устойчивый характер и продолжается значительное время  $t = 10^2 - 10^6$ . Значение показателя степени  $p = 0.85$  оказывается в диапазоне наблю-

даемых значений  $0.6 \leq p \leq 2.5$  [Смирнов, Пономарев, 2020] в законе Омори для частоты афтершоковой активности. Величина  $p = 0.85$  для рассматриваемой модели с взаимодействием элементов ( $\alpha = 0.245$ ) оказывается ниже значения  $p = 1$  для равномерного начального распределения напряжений при  $\alpha = 0$  [Scholz, 1968]. Можно предположить, что наличие связи элементов приводит к замедлению релаксации напряжений. Лишь часть сбрасываемого напряжения теряется, а остальная часть передается соседним элементам.

Рассмотрим влияние параметра связи  $\alpha$  на наблюдаемый в модели временной ход  $n(t)$ . Расчетные зависимости для тех же начальных распределений напряжений (рис. 3) и параметров модели  $a, b, C$  (4) представлены на рис. 9.

Рис. 9а соответствует  $\alpha = 0.2$ , рис. 9б соответствует  $\alpha = 0.125$ . Зависимость  $n(t)$  при  $\alpha = 0.2$  для экспоненциального начального распределения напряжений (черная кривая) соответствует

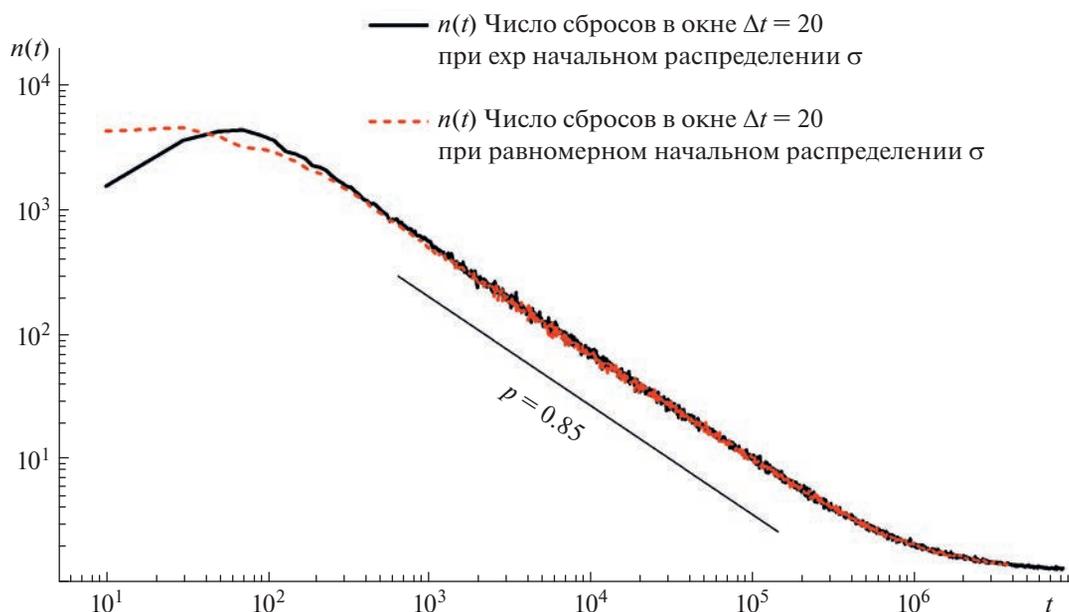


Рис. 8. Временной ряд числа сбросов  $n(t)$  во временном окне  $\Delta t = 20$  в релаксационной модели при параметре связи  $\alpha = 0.245$  и различных начальных распределениях напряжений.

промежуточному режиму влияния связи, когда присутствует как убывание по степенному закону, так и наложенные на данный процесс всплески повышения частоты сбросов через увеличивающиеся интервалы времени. В данном случае подъемы активности частоты сбросов связаны с характерным начальным распределением амплитуд напряжений (рис. 7), когда время наступления повышенной активности определяется временем сброса значения пика в распределении напряжений в соответствии с (4). При этом компонента плавного степенного спада может быть связана с эффектом сглаживания за счет взаимодействия между элементами. Величина  $\alpha = 0.2$  оказывается недостаточной для осуществления “сглаживающего” эффекта взаимодействия элементов, подобного наблюдаемому при  $\alpha = 0.245$ .

При слабом взаимодействии  $\alpha = 0.125$  доминирующим механизмом релаксации начальных напряжений являются повторные процессы статической “усталости” при экспоненциальном распределении начальных напряжений. При равномерном начальном распределении данная модель приближается к гиперболической зависимости  $n(t)$ , справедливой при  $\alpha = 0$  [Scholz, 1968].

Рассмотрим влияние параметра  $b$  в законе статической усталости (4) на характер временного хода частоты сбросов. Параметр  $b$  определяет чувствительность времени разрушения  $\tau$  к приложенному напряжению  $\sigma$ . В качестве модели зависимости времени сброса от величины напряжения выбраны показательные зависимости стати-

ческой усталости с различными основаниями степени  $k$ , что эквивалентно выбору различных значений  $b$ :

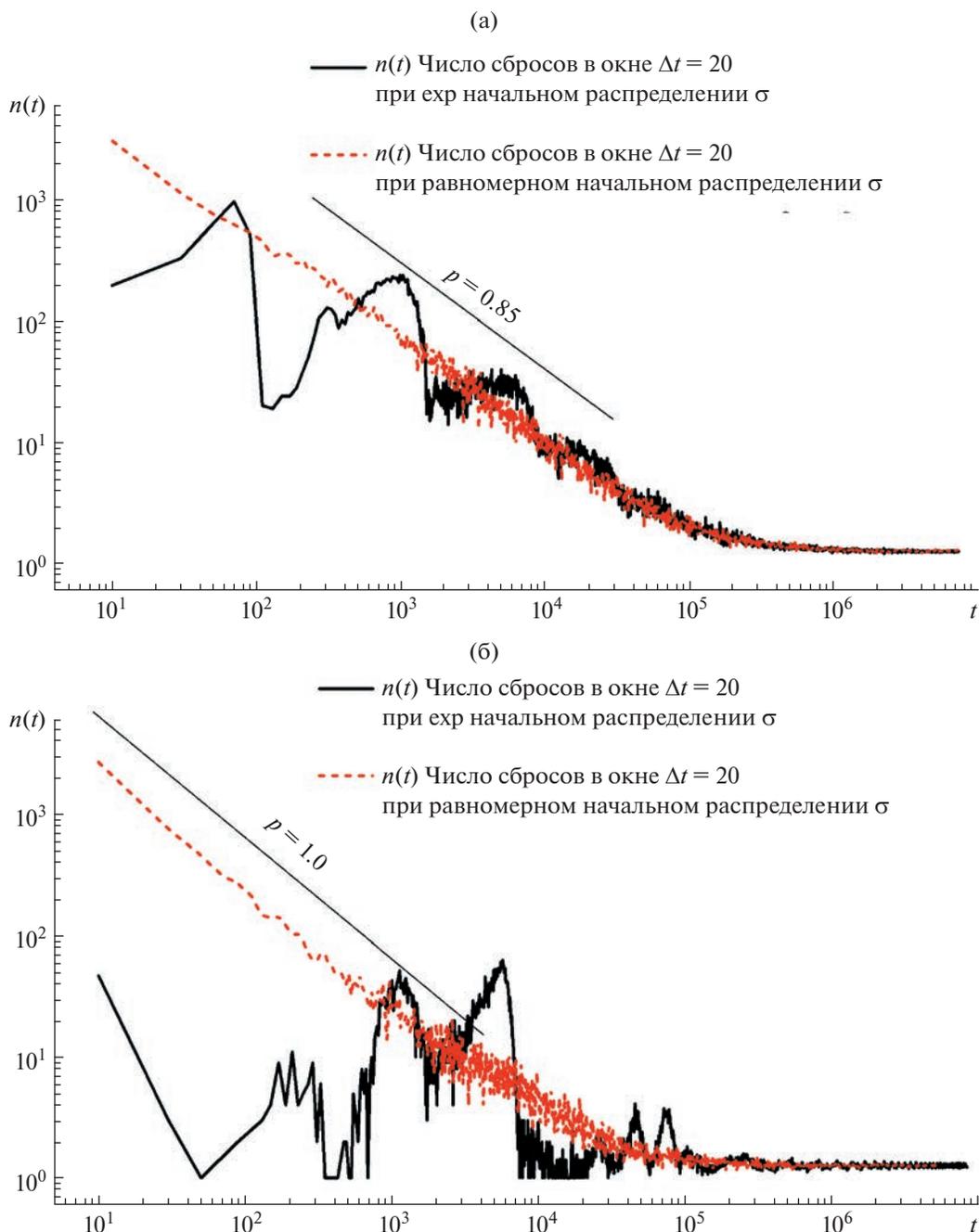
$$\tau = ak^{\frac{C-\sigma}{b}} = ae^{b^* \frac{C-\sigma}{b}}, \quad (6)$$

где  $b^* = b/\ln k$ .

На рис. 10 показаны рассмотренные зависимости. Параметры констант  $a, b, C$  остаются неизменными для всех зависимостей:  $a = 1.0$ ,  $C = 1.00892$ ,  $b = 0.08$ . Выбранные значения констант определяют диапазон напряжений, при которых не происходит мгновенного сброса. Он составляет  $\sigma \in [0; 1)$ . Рост значения  $\tau|_{\sigma=0}$  с ростом основания степени  $k$  приводит к уменьшению числа элементов решетки, участвующих в релаксационном процессе на временах счета  $T < 10^6$ . В этом случае при слабой величине связи  $\alpha$  отдельный элемент за время счета может быть сброшен только один раз.

Результаты расчета временного хода частоты сбросов  $n$  в единичном временном окне для слабой связи между элементами  $\alpha = 0.12$  и сильной связи  $\alpha = 0.24$  показаны на рис. 11. В качестве начального распределения напряжений выбрано экспоненциальное распределение (рис. 3).

Анализ зависимостей  $n(t)$  при слабой связи между элементами (рис. 11а) показывает отсутствие степенного спада во времени частоты сбросов. При малом временном масштабе  $k = 1.5$  и ин-



**Рис. 9.** Временной ряд числа сбросов  $n(t)$  во временном окне  $\Delta t = 20$  при различных значениях  $\alpha$ ; (а) –  $\alpha = 0.2$ ; (б) –  $\alpha = 0.125$ .

тервале времени сбросов  $\tau(\sigma) = 0-200$  (рис. 10) число сбросов представляет собой периодические вариации уменьшающейся амплитуды. В этом случае релаксационный процесс приводит к периодическим сбросам элементов с уменьшающейся

амплитудой и асимптотой  $n(t) = \frac{LL}{\tau_{\max}} = \frac{10^4}{200} = 50$ .

Увеличение значения  $k$  соответствует расшире-

нию временного масштаба  $\tau(\sigma)$  (рис. 10). При времени расчета эволюции модели  $t \approx 10^5$  происходит единичный повторный сброс ячеек для  $k = e$  ( $\tau_{\max} \approx 3 \times 10^5$ ). При  $k = 4$ ,  $k = 7$  сброс происходит однократно.

Вид начального напряжения при малом  $\alpha$  существенно влияет на характер  $n(t)$ . При малом значении  $\alpha$  эффект передачи напряжений между

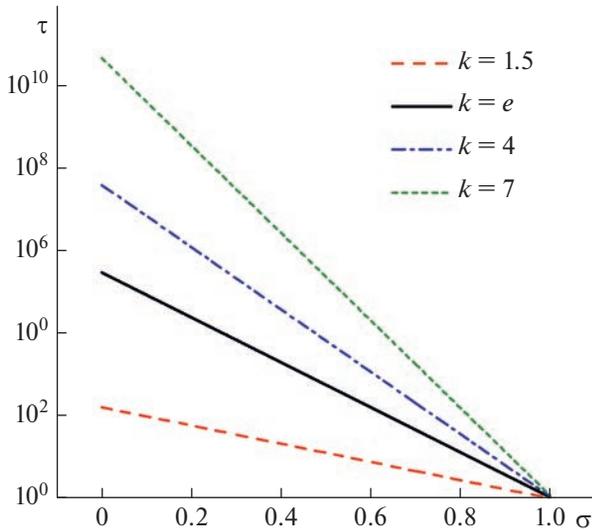


Рис. 10. Зависимость времени сброса от напряжения при различных значениях основания степени.

соседними элементами и возникающее уменьшение потерь напряжений в системе выражены слабо. В этом случае повторяющаяся кривая частоты сбросов отражает вид начального распределения. При этом в случае заданий равномерного начального распределения напряжений и экспоненциальной зависимости  $\tau(\sigma)$ ,  $n(t)$  демонстрирует гиперболический спад при любом  $k$ .

Увеличение параметра связи  $\alpha$  приводит к существенному изменению зависимости  $n(t)$  (рис. 11б). Взаимодействие между элементами приводит к активизации сбросовой активности, проявляющейся как в длительности релаксационного процесса, обусловленного замедлением потери на-

пряжений в системе элементов, так и в росте величины числа сбрасываемых элементов в единицу времени за счет получаемых добавок напряжения от соседних элементов и соответственно сокращения времени повторного сброса.

Для  $k = e$  временной спад частоты сбросов, начиная с  $t = 100$ , носит степенной характер с показателем  $p \approx 0.86$ . Сжатие временного масштаба при  $k = 1.5$  приводит к росту фактора повторных сбросов и выхода на асимптотическое значение  $n(t) \approx 60$  при малой величине напряжений в системе. При растяжении временного масштаба и значениях  $k > e$  уменьшение сбросовой активности  $n(t)|_{k=7} < n(t)|_{k=4} < n(t)|_{k=e}$  указывает на исключение большого числа точек с малым напряжением из сбросов, обусловленных взаимодействием соседних элементов. С учетом того, что начальные сбросы приводят к пространственной структуре с обширными областями постоянных напряжений (рис. 6,  $t = 1$ ), взаимодействие элементов на растянутом временном масштабе не достигает устойчивого характерного распределения напряжений (рис. 7). Это связано с уменьшением напряжений элементов после сбросов и достижением такого состояния, когда напряжение в элементе после приращений даже от сброса всех соседних элементов определяет время сброса, значительно превышающее единицу.

Расчетные зависимости  $n(t)$  при различных значениях  $b$  (5) для экспоненциального начального распределения напряжений показывают, что  $b = 0.08$  соответствует временному масштабу  $\tau(\sigma)$ , при котором временная зависимость частоты сбросов является наилучшим приближением к степенной функции

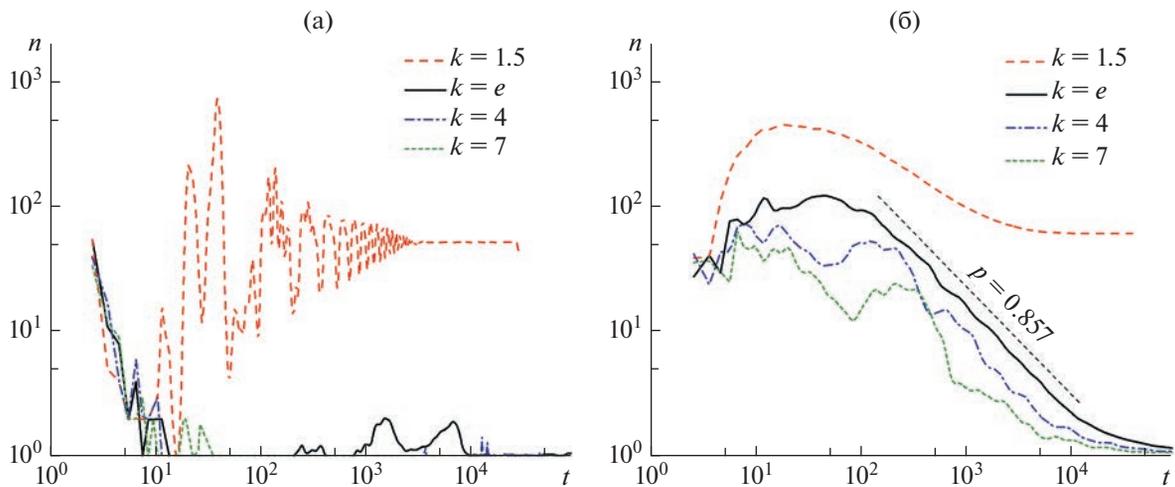
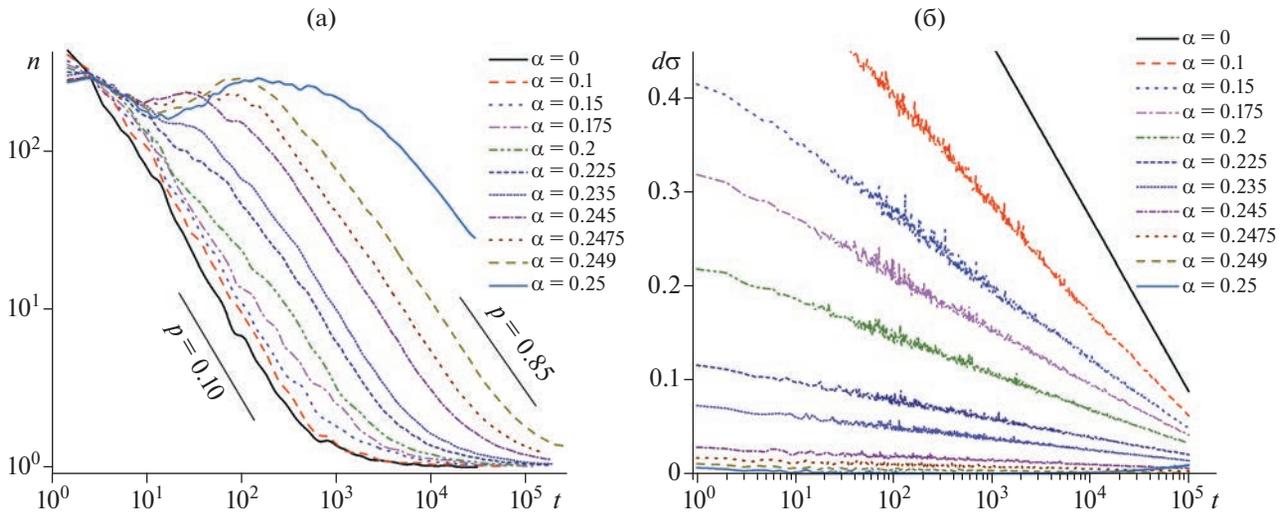


Рис. 11. Изменение во времени числа сбросов в единичном временном окне при различных временных масштабах статической усталости: (а) – параметр связи  $\alpha = 0.12$ ; (б) – параметр связи  $\alpha = 0.24$ .



**Рис. 12.** Временной ход частоты сбросов (а) и средней величины сброшенного напряжения отдельным элементом (б) при различных значениях  $\alpha$  и равномерном начальном распределении начальных напряжений. Параметры модели  $L \times L = 100 \times 100$ ,  $a = 1.0$ ,  $C = 1.00892$ ,  $b = 0.08$ .

$$\tau = \frac{K}{(c+t)^p} \quad (7)$$

со значением  $p \approx 0.85-0.86$ .

При значении  $\alpha = 0.24$  степенной спад частоты сбросов наблюдается с временной задержкой, задаваемой параметром  $c$  в (6) – рис. 11б. Влияние значения  $\alpha$  на длительность временной задержки показано на рис. 12а. При  $\alpha = 0$  связь элементов отсутствует; при  $\alpha = 0.25$  система является консервативной, когда соседним неограниченным элементам передается напряжение, равное сброшенному. Следует заметить, что в данном случае система является “условно консервативной”, так как существуют потери напряжения, обусловленные открытыми граничными условиями.

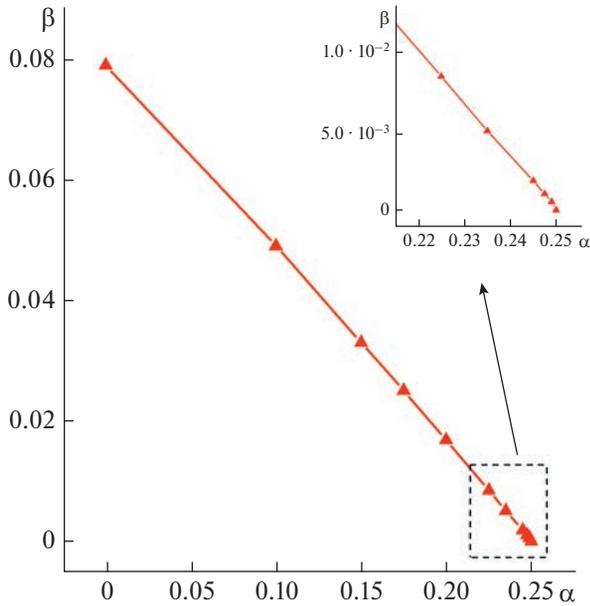
Полученные зависимости  $n(\alpha, t)$  показывают универсальный характер степенной зависимости спада частоты сбросов во времени с незначительным изменением показателя  $p$ : от  $p = 1.0$  при  $\alpha = 0$  до  $p = 0.85$  при  $\alpha = 0.25$ .

Как следует из расчетных зависимостей, рост параметра связи  $\alpha$  сопровождается ростом времени задержки возникновения степенной зависимости и соответственно параметра  $c$  в (6). При  $\alpha = 0$  переходной начальный участок отсутствует, а при  $\alpha = 0.25$  достигает  $c \approx 2 \times 10^3$ .

Для анализа причин возникновения задержки степенного спада зависимости  $n(t)$  при наличии связи соседних элементов, рассмотрим характерное изменение во времени размеров сбросов. На рис. 8, рис. 5б для  $\alpha = 0.245$  показаны соответственно временной ход частоты сбросов  $n(t)$ , релаксация среднего значения напряжения  $\sigma(t)$  в

элементах решетки и временной ряд сбросов  $S(t)$ . Логарифмическая зависимость релаксации напряжений в системе  $\sigma(t)$  возникает с задержкой  $\zeta \approx 100$ . Данная величина соответствует задержке степенной зависимости  $n(t)$ . На начальном временном участке  $t < \zeta$  присутствует достаточное число элементов со значениями напряжений  $(1-\alpha)C < \sigma < C$ , позволяющих формировать единый сброс, включающий сбросы соседних элементов. С течением времени процесса релаксации вероятность такой синхронизации уменьшается, так как снижается среднее напряжение в системе. На это указывает временной ход амплитуд сбросов, определяемых числом соседних синхронно сброшенных элементов  $S(t)$  (рис. 5б). Именно на начальном временном участке процесса релаксации  $t < \zeta$  наблюдается активизация сбросов большой амплитуды. Таким образом релаксация напряжений на начальном участке происходит за счет сбросов большой амплитуды. Это приводит и к уменьшению параметра числа сбросов в единицу времени  $n$ .

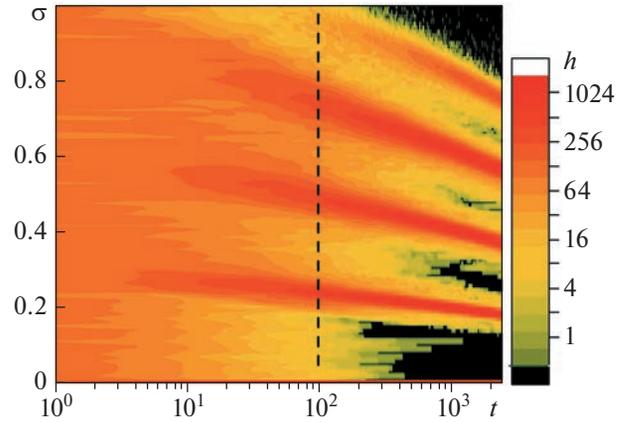
Наклон начального участка  $n(t)$  увеличивается в случае рассмотрения временного хода числа сброшенных отдельных элементов (включенных в большой сброс) в единицу времени. В этом случае спад частоты сбросов отдельных элементов  $N_S(t)$  возникает с начального времени релаксации. Однако наблюдаемый временной спад зависимости  $N_S(t < \zeta)$  имеет заниженное значение по сравнению с дальнейшим степенным спадом при  $t > \zeta$ . Предполагая, что заниженное значение  $N_S(t < \zeta)$  определяет и заниженное значение  $\sigma(t < \zeta)$ , рассмотрим их отношение – средний



**Рис. 13.** Наклон логарифмической зависимости удельного сброса напряжения во времени при различном параметре связи  $\alpha$ .

сброс напряжения отдельным элементом  $d\sigma(t)$ , рис. 126. С ростом  $\alpha$  значение данного параметра уменьшается, стремясь к нулю при  $\alpha \rightarrow 0.25$ . При этом временной ход  $d\sigma(t)$  соответствует логарифмическому спаду величины сброса с начального момента времени  $d\sigma(t) \propto -\beta \ln(t)$ . Временная задержка отсутствует при любом значении  $\alpha$ . Линейная зависимость наклона  $\beta(\alpha)$  показана на рис. 13. При этом значение величины сброса  $\Delta\sigma = \sigma_{\max}(1 - 4\alpha) = C(1 - 4\alpha)$ , соответствующее значению напряжения  $\sigma = C = 1.00892$  достигается при  $t \approx \zeta$ . При  $t < \zeta$  сбрасывается напряжение превышающее порог сброса  $C$ . Эта возможность обусловлена начальной стадией релаксации при которой для высоких значений  $\alpha$  возникают большие кластеры связанных сбросов. Как было выше указано, при сбросе такого кластера величина сброшенного удельного напряжения превышает сброшенное удельное напряжение малых кластеров. При  $t > \zeta$  сброс напряжений происходит единичными элементами при условии уменьшающегося напряжения в элементах и соответственно возникновения временного интервала до сброса за счет эффекта статической усталости (4). Данный участок характеризуется степенным спадом частоты сбросов во времени.

Для иллюстрации переходного режима перед возникновением устойчивых характеристик структуры распределения напряжений в элементах решетки на рис. 14 представлено изменение во времени гистограммы распределения напряжений



**Рис. 14.** Диаграмма временного хода гистограммы распределения напряжений в элементах решетки в релаксационной модели. Начальное время  $t_0 = 1$  соответствует равномерному распределению напряжений.

жений  $h(\sigma, t)$  по элементам решетки при  $\alpha = 0.245$  с начального момента времени  $t_0 = 1$  до  $t_1 = 2500$  ( $t_1$  соответствует времени наблюдаемого устойчивого степенного распределения  $n(t)$ ).

Представленное изменение распределения напряжений во времени повторяет закономерности изменения для экспоненциального распределения (рис. 7). Общей закономерностью эволюции распределения является их приближение к набору пяти максимумов, определяемых величинами добавки при сбросе соседних элементов. Диаграмма на рис. 14 позволяет оценить время  $t$ , за которое формируется устойчивое распределение, состоящее из пяти максимумов. При этом, при  $t \approx \zeta$  старший максимум, соответствующий приращениям от всех четырех соседних элементов, перестает достигать величины предельного напряжения  $\sigma_{\max} = C = 1.00892$ . Дальнейшее логарифмическое уменьшение максимумов гистограммы соответствует временным участкам логарифмического спада среднего напряжения при релаксации (рис. 5б) и степенного спада частоты сбросов (рис. 8).

На непротиворечивость полученной модельной зависимости  $c(\alpha)$  указывают имеющиеся экспериментальные результаты. Лабораторные эксперименты по анализу возникающих афтершоковых последовательностей при нагружении образцов горных пород [Smirnov et al., 2019] указывают на рост задержки  $c$  при росте всестороннего сжатия и повышении прочностных характеристик среды. При этом можно предположить, что рост консолидации элементов блочной среды приводит и к росту параметра связи  $\alpha$  соседних элементов блочной среды.

Проведенные модельные расчеты показывают, что величина задержки  $c$  не зависит от размера решетки  $L$  и соответственно числа участвующих в релаксации элементов  $L \times L$ . В рассмотренной модели релаксации величина параметра  $c$  связана со скоростью сброса напряжений в системе и соответственно с параметром  $\alpha$ , определяющим эту скорость.

### ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

1. С целью анализа влияния фактора взаимодействия элементов системы при релаксационном процессе сброса напряжений рассмотрена модифицированная OFC-модель. Она представляет собой  $2d$ -систему  $L \times L$  элементов с открытыми граничными условиями. При выполнении условия сброса для параметра напряжения  $\sigma_i^*$  в некотором  $i$ -м элементе, он сбрасывается в 0. При этом часть сбрасываемого напряжения  $\alpha\sigma_i^*$  передается соседним элементам ( $0 < \alpha < 1/4$ ). В качестве условия сброса рассмотрено условие статической усталости (4), определяющее длительность нахождения элемента в “неразрушенном” состоянии в зависимости от действующего на элемент напряжения. Исходное состояние системы в начальное время  $t = 0$  определяется случайным распределением напряжений в элементах с заданным амплитудным распределением.

2. Как следует из расчета релаксации напряжений, при различном начальном распределении напряжений, зависимость частоты сбросов от времени  $n(t)$  зависит от величины параметра связи  $\alpha$ . При высокой уровне связи и соответственно значениях  $\alpha$ , близких к консервативному пределу  $\alpha = 1/4$ , частота сбросов  $n(t)$  имеет степенную зависимость с параметром  $p \approx 0.85$ . При этом вид начального распределения напряжений на решетке элементов не влияет на характеристики степенной зависимости. По мере уменьшения  $\alpha$  происходит разрушение степенной зависимости  $n(t)$ . В этом случае характер зависимости  $n(t)$  определяется исходя из начального распределения напряжений в элементах и соответствующего распределения времени их сбросов.

3. Сравнительный анализ результатов расчета зависимости  $n(t)$  для различных показательных функций, моделирующих статическую усталость  $\tau(\sigma)$ , показывает существование временного масштаба релаксации при котором частота сбросов хорошо описывается соотношением Омори–Утсу  $n(t) = \frac{K}{(c+t)^p}$ . При этом рост параметра связи между элементами  $\alpha$  влияет на параметры закона Омори–Утсу. Увеличение  $\alpha$  приводит к росту параметра  $K$  и увеличению длительности релаксаци-

онного процесса, незначительному уменьшению  $p$ , и росту длительности параметра задержки  $c$ .

4. Фоновая сейсмичность и афтершоковый режим являются проявлением единого сейсмического процесса. Стандартная OFC модель описывает основные закономерности фоновой сейсмичности. Рассмотренная модель описывает релаксационный отклик, близкий к афтершоковой последовательности сбросов. Интересным продолжением исследований может стать построение модели, объединяющей эти процессы. Указанные активные режимы характеризуются различными временными масштабами, плотностью сбросов во времени, критериями условий сброса. Одним из возможных подходов для решения этой задачи является задание единого критерия сброса – условия (4) статической усталости. При этом, параметр  $b$ , определяющий временной масштаб процесса, должен иметь различные значения в режимах фоновой и афтершоковой сейсмичности. Одним из возможных управляющих параметров может быть температура. Малое значения  $b$  соответствует большому временному масштабу (5) и условие сброса достигается при значениях  $\sigma \approx C(4)$ . Источником роста  $\sigma$  на больших временных масштабах является внешнее приращение, аналогичное предположению OFC модели. Увеличение  $b$  соответствует сжатию временного масштаба, включению в процесс активных сбросов элементов решетки с напряжениями существенно меньших величины  $C$  при малом значении приращения внешнего напряжения.

Рассмотренная модель предполагает, что в процессе релаксации  $b = \text{const}$  и полученные значения  $p = 0.85 - 1.0$  соответствуют данному условию. При этом релаксационный процесс должен сопровождаться постепенным уменьшением значения  $b$  до исходного “фонового” значения. В этом случае учет зависимости  $b(t)$  может привести к увеличению параметра спада частоты сбросов  $p > 1$ . Наблюдения реальных афтершоковых последовательностей показывают, что наклон спада частоты землетрясений часто превышает единицу и данный механизм надо учитывать. Обоснование подобного механизма требует дальнейших исследований и сопоставления экспериментальных данных в очаге землетрясения и модельных данных по параметрам теплового режима, изменчивости поля напряжений, характера связности блоковых структур.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Баранов С.В., Шебалин П.Н. Глобальная статистика афтершоков сильных землетрясений: независимость времен и магнитуд // Вулканология и сейсмология. 2019. № 2. С. 67–76.
- Журков С.Н. Кинетическая концепция прочности // Вестн. АН СССР. 1968. Вып. 3. С. 46–52.

- Смирнов В.Б., Пономарёв А.В. Физика переходных режимов сейсмичности. М. 2020. 412 с.
- Черепанцев А.С. Временные вариации параметров динамических систем геодинамических процессов // Физика Земли. 2018. № 4S. С. 20–38.
- Bailey J. Attempt to correlate some strength measurements of glass // Glass Industry. 1939. V. 20 (№ 1. P. 21–25; № 2. P. 59–65; № 3. P. 95–99; № 4. P. 143–147).
- Benioff H. Earthquakes and rock creep // Bull. Seism. Soc. Am. 1951. V. 41. P. 31–62.
- Burridge R., Knopoff L. Model and Theoretical Seismicity // Bull. Seism. Soc. Am. 1967. V. 57. P. 341–371.
- Cherepantsev A.S. The Mechanism of the Faults Genesis and Synchronization in the Dissipative Cellular Model of Earthquakes // Russian J. Nonlinear Dynamics. 2022. V. 18. № 1
- Christensen K., Olami Z. Scaling, phase transitions, and nonuniversality in a self-organized critical cellular-automaton model // 1992. Phys. Rev. A. V. 46. P. 1829.
- Christensen K. Self-organization in models of sandpiles, earthquakes and flashing fireflies. University of Aarhus. Denmark. Ph. D. Thesis. 1992. 64 p.
- Corral A., Perez C.J., Diaz-Guilera A., Arenas A. Self-organized criticality and synchronization in a lattice model of integrate-and-fire oscillators // 1995. Phys. Rev. Lett. V. 74. P. 118.
- Grassberger P. Efficient large-scale simulations of a uniformly driven system // Phys. Rev. E. 1994. V. 49. P. 2436–2444.
- Helmstetter A., Sornette D. Foreshocks Explained by Cascades of Triggered Seismicity // J. Geophys. Res. 2003. V. 108. P. 2457.
- Helmstetter A., Hergarten S., Sornette D. Properties of foreshocks and aftershocks of the nonconservative self-organized critical Olami-Feder-Christensen model // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. P. 046120.
- Hergarten S., Neugebauer H.J. Foreshocks and aftershocks in the Olami-Feder-Christensen model // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 238501
- Holliday J.R., Turcotte D.L., Rundle J. Self-similar branching of aftershock sequences // Physica A. 2008. V. 387. P. 933–943.
- Kostrov B.V., Das S. Principles of Earthquake Source Mechanics. Cambridge University Press, Applied Mathematics and Mechanics Series. 1988. 286 p.
- Ogata Y. Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes // J. Am. Stat. Assoc. 1988. V. 83. P. 9–27.
- Olami Z., Feder H.J.S., Christensen K. Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. P. 1244–1247.
- Scholz C. Microfractures, aftershocks, and seismicity // Bull. Seism. Soc. Am. 1968. V. 58. P. 1117–1130.
- Scholz C.H. Microfractures, aftershocks and seismicity // Bull. Seismol. Soc. Am. 1968. V. 58. P. 1117–1130.
- Schorlemmer W.M.D., Wiemer S. Variations in earthquake-size distribution across different stress regimes // Nature. 2005. № 437. P. 539–542.
- Shebalin P.N., Narteau C., Baranov S.V. Earthquake Productivity Law // Geophys. J. Int. 2020. V. 222(2). P. 1264–1269.
- Smirnov V.B., Ponomarev A.V., Stanchits S.A., Potanina M.G., Patonin A.V., Dresen G., Narteau C., Bernard P., Stroganova S.M. Laboratory modeling of aftershock sequences: stress dependences of the Omori and Gutenberg–Richter parameters // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2019. V. 55. № 1. P. 124–137.

## Stress Relaxation in a Cellular Model of Elements with Nonlinear Interaction

A. S. Cherepantsev\*

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

\*e-mail: s6319a@mail.ru

A model of stress relaxation in a system of discrete elements is analyzed. The model suggests analyzing a small-time scale of the process when external supply of additional stresses in the system are negligibly small. The nonlinear interaction of elements is similar to the interaction of elements in the open dissipative OFC model. Toppling conditions are determined by the static fatigue effect. It is shown that at a high level of element coupling, the model is characterized by a power-law decay of the drop frequency in time, similar to that observed in aftershock sequences of earthquakes. This regularity slightly depends on the initial distribution of stresses in the system, its exponent is  $p = 0.85–10$  for the element coupling parameter  $\alpha = 0–0.25$ . The analysis of the value of the time delay  $c$  for the formation of a power-law drop frequency decay shows that this parameter correlates with the duration of large-amplitude drops at the initial step of the relaxation process. The value  $c$  is defined in this case by the parameter  $\alpha$ . Calculations also shows that relaxation of the mean stress  $\sigma(t)$  in the system of elements follows the relation  $t \propto e^{-\gamma\sigma}$  with a time delay corresponding to the value for the drop frequency dependence. At the same time, there is no delay in the time series of the mean stress decrease during the drop of an individual element  $d\sigma$ . The dependence  $d\sigma(t)$  is defined by the relation  $t \propto e^{-\beta\Delta\sigma}$  in the entire temporal interval of the relaxation process. The value  $\beta$  linearly decreases with the increase of element coupling  $\alpha$  in the model.

**Keywords:** OFC model, static fatigue effect, earthquake aftershock sequence, Omori-Utsu law

УДК 550.347

## СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА УРАВНЕНИЯ ПРОГНОЗА ДВИЖЕНИЙ ГРУНТА В БАЙКАЛЬСКОЙ РИФТОВОЙ ЗОНЕ

© 2023 г. В. А. Павленко<sup>1, \*</sup>, О. В. Павленко<sup>1, \*\*</sup>

<sup>1</sup>Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта, г. Москва, Россия

\*E-mail: pavlenko.vasily@gmail.com

\*\*E-mail: olga@ifz.ru

Поступила в редакцию 30.11.2021 г.

После доработки 08.07.2022 г.

Принята к публикации 08.07.2022 г.

Для получения реалистичных и корректных оценок сейсмических воздействий в Байкальской рифтовой зоне (БРЗ) построено уравнение прогноза движений грунта, на основе записей местных землетрясений (магнитуды  $m_b \sim 3.4\text{--}5.5$ , гипоцентральные расстояния  $R \sim 15\text{--}220$  км), полученных сейсмостанциями “Улан-Удэ” и “Северомуйск”. На первом этапе (в прошлых работах авторов) с помощью стохастического моделирования акселерограмм зарегистрированных местных землетрясений оценены региональные параметры излучения и распространения сейсмических волн (сброшенного в очагах напряжения, добротности среды, геометрического расхождения, ослабления волн на высоких частотах, локального усиления и других). Затем эти параметры использованы для генерации набора акселерограмм землетрясений в широком диапазоне магнитуд ( $M_w \sim 4.0\text{--}8.0$ ) и расстояний ( $R \sim 1\text{--}200$  км) на скальном грунте, и построено уравнение прогноза движений грунта (УПДГ), описывающее зависимость пиковых ускорений (PGA) и скоростей (PGV) от магнитуды и расстояния. Полученные оценки PGA сравнены с оценками, полученными по УПДГ, рекомендованным для БРЗ международным проектом GEM (Global Earthquake Model). Разброс оценок, полученных по УПДГ рекомендованным проектом GEM, говорит об актуальности выработки своих УПДГ для российских регионов на основе записей местных землетрясений. Полученные в настоящей работе УПДГ могут использоваться для оценки сейсмической опасности в восточной части БРЗ и будут совершенствоваться с поступлением новых данных.

*Ключевые слова:* Байкальская рифтовая зона, стохастическое моделирование, уравнения прогноза движений грунта, PGA, GEM, сброшенное напряжение, добротность среды, геометрическое расхождение, локальное усиление, длительность сильных движений.

DOI: 10.31857/S000233723010039, EDN: BZYANAN

### ВВЕДЕНИЕ

Байкальская рифтовая зона является одним из районов с высокой сейсмической активностью на территории Российской Федерации (РФ). В то же время, это район с достаточно высокой плотностью населения, с крупными городами, такими как Иркутск, Улан-Удэ, Северобайкальск; здесь проходят крупные транспортные магистрали, строится 2-я ветка Северомуйского тоннеля на трассе БАМ. Все это определяет необходимость надежных оценок сейсмической опасности в регионе.

Для сейсмостойкого строительства требуются оценки параметров колебаний земной поверхности при возможных в будущем сильных землетрясениях: пиковых ускорений и скоростей, интенсивности, спектров реакции, продолжительности, преобладающих периодов колебаний и

других. Эти параметры требуется оценить для конкретных условий площадок строительства.

Основой для таких оценок служат записи землетрясений, полученные в данном регионе. Если имеется достаточно большое количество записей, для региона выводятся уравнения прогноза движений грунта (УПДГ), которые и дают необходимые оценки. УПДГ позволяют оценивать значения параметров сейсмических движений на поверхности при землетрясениях в зависимости от магнитуды, расстояния от эпицентра, локальных условий в точке наблюдения и, в некоторых случаях, ряда других параметров. Это эмпирические уравнения, в основу которых положены современные представления инженерной сейсмологии о факторах, определяющих выраженность сейсмического воздействия на поверхности. Такие уравнения имеют привязку к региону и создаются

методами регрессии на основе региональной базы данных по сильным движениям.

Однако в России достаточное количество данных для разработки региональных УПДГ накоплено лишь в Курило-Камчатской зоне. Особенности сейсмичности в Курило-Камчатской зоне изучены достаточно детально, что отражено в большом количестве научных публикаций [Abubakirov, Gusev, 1990; Гусев, Мельникова, 1990; Гусев, Гусева, 2006; 2017; Гусев и др., 2006; Pavlenko, 2013; и др.].

В других районах РФ с высокой сейсмичностью, таких как Алтае-Саянский регион, Байкальская рифтовая зона, Приморский край, Магаданская область и другие накоплено существенно меньше записей сильных землетрясений, так что эти районы остаются недостаточно изученными в сейсмическом плане.

В таких районах с небольшим количеством записей сильных землетрясений для построения УПДГ можно применить другой подход: по имеющимся записям местных землетрясений оценить региональные характеристики излучения и распространения сейсмических волн: сброшенное в очагах напряжения, добротность среды, параметры геометрического расхождения, локального усиления и другие и использовать эти параметры для построения акселерограмм возможных в будущем сильных землетрясений, которые описывали бы колебания поверхности в широком диапазоне магнитуд и расстояний. По таким акселерограммам затем можно построить УПДГ для региона.

УПДГ имеют фундаментальное значение для вероятностного анализа сейсмической опасности (ВАСО); новые УПДГ регулярно публикуются в ведущих геофизических журналах. Помимо этого, регулярно публикуются обновленные списки и описания уже существующих уравнений [Douglas 2011; 2017]. УПДГ широко применяются для оценки сейсмической опасности в таких странах как Япония, США, Турция, Италия.

Существующие уравнения классифицируются по типу описываемой сейсмичности. Выделяются три основных группы уравнений: 1) уравнения для сейсмически активной земной коры, для которой характерны частые мелкофокусные землетрясения, например, [Abrahamson et al., 2014; Boore et al., 2014]; 2) уравнения для стабильных континентальных плит, характеризующихся более редкими крупными землетрясениями, например, [Graizer, 2016; Boore, 2018]; 3) уравнения для зон субдукции, характеризующихся повышенной сейсмоактивностью, например, [Zhao et al., 2016].

Все три перечисленные типа зон очагов землетрясений представлены в России. Однако региональные характеристики сильных движений пока изучены слабо, не разработано УПДГ для регионов России за исключением регионального

УПДГ для острова Сахалин [Konovalov et al., 2019]. Поэтому для России чрезвычайно актуальной является задача создания и накопления региональных баз данных для дальнейшего анализа и построения региональных УПДГ.

В настоящей работе такой подход применен для разработки УПДГ в Байкальской рифтовой зоне, в ее восточной части. С накоплением записей сильных движений в регионе можно будет уточнять региональные характеристики излучения и распространения сейсмических волн, параметры сильных движений и УПДГ.

## ДАННЫЕ И МЕТОДЫ

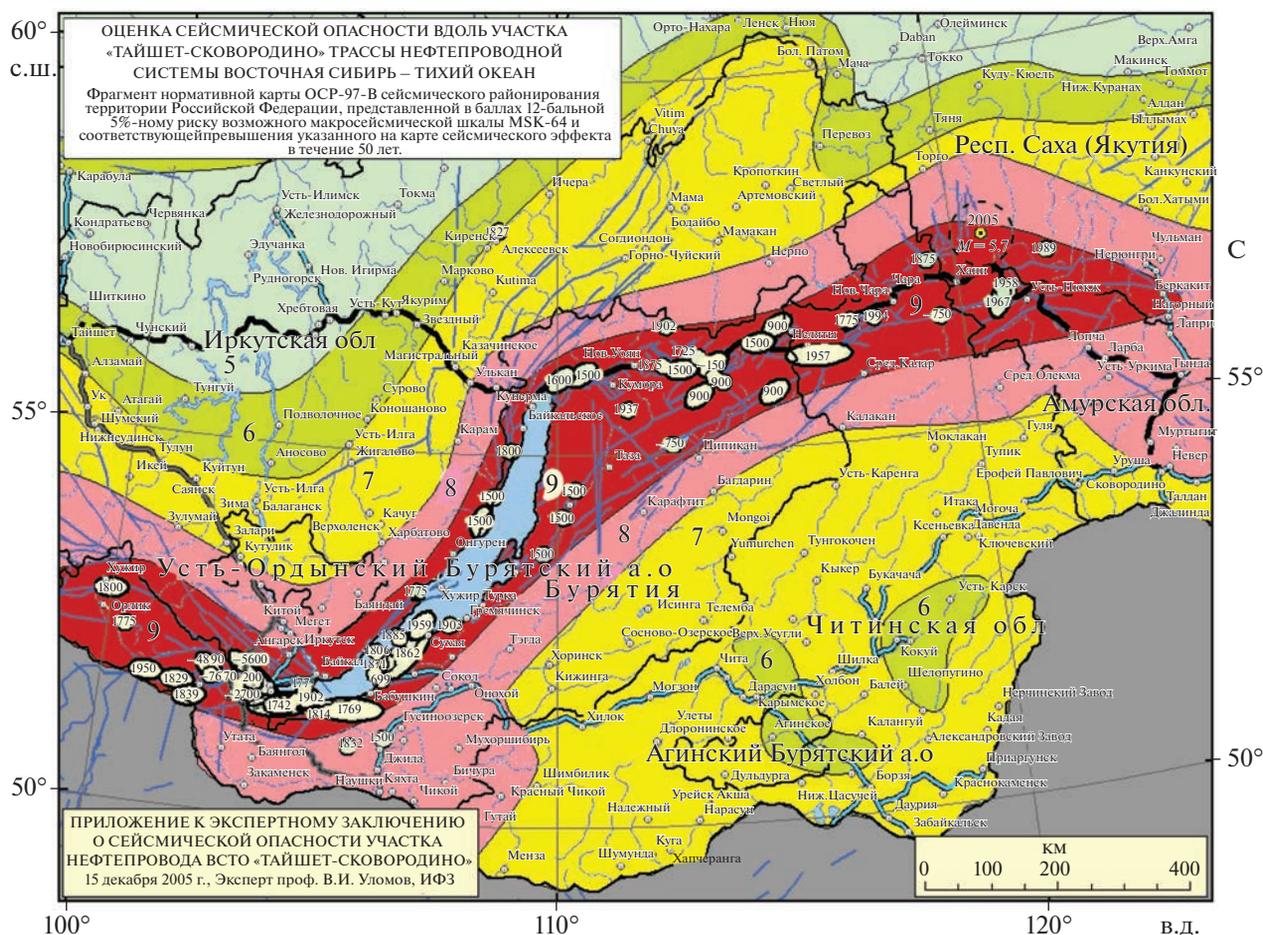
Сейсмическую обстановку в Байкальской рифтовой зоне иллюстрирует рис. 1, взятый из Экспертного заключения В.И. Уломова О сейсмической опасности участка трассы нефтепровода ВСТО “Тайшет–Сковородино” [Уломов, 2005] (позднее трасса была перенесена к северу, в обход сейсмичной зоны).

Мы приводим этот рисунок, поскольку он является информативным: содержит данные как об общем сейсмическом районировании региона, так и об активных разломах и прошлых землетрясениях. Также рисунок наглядно показывает, что в этом районе проходят крупные магистрали как транспортные (автомобильные, железнодорожные), так и различные трубопроводные.

Как видно из рисунка, Байкальская рифтовая зона — опасный в сейсмическом плане регион, где в прошлом неоднократно происходили сильные землетрясения. Согласно действующим в настоящее время картам общего сейсмического районирования территории РФ ОСР-2015 (и ранее созданным картам ОСР-97), для периодов повторяемости 500 и 1000 лет район характеризуется балльностью 9 шкалы МСК-64, для периода повторяемости 5000 лет — балльностью 10 баллов. Поясним, что действующие карты ОСР-2015 являются практически компиляцией карт ОСР-97, за исключением районов Калининграда и Якутии, где без каких-либо пересчетов внесены коррективы, с механически присоединенными картами ОСР-2004 Крыма.

Высокая сейсмичность Байкальской рифтовой зоны видна и в модели зон ВОЗ (возникновения очагов землетрясений), на основе которой разрабатывались карты общего сейсмического районирования ОСР-2016. Максимальная магнитуда землетрясений в западной части Байкальской рифтовой зоны, согласно новым картам — 8, а в центральной и восточной частях — 7.5; при этом активные сейсмогенерирующие разломы преимущественно вытянуты вдоль озера Байкал.

В наших прошлых работах выполнены исследования по оценке характеристик излучения и распространения сейсмических волн в централь-



**Рис. 1.** Сейсмическая обстановка в Байкальской рифтовой зоне по карте ОСР-97В и предполагаемая трасса нефтепровода ВСТО (Восточная Сибирь – Тихий океан) – черная линия. Кружки и эллипсы – очаги землетрясений с магнитудой  $M = 6.5$ ,  $M = 7.0$  и  $M = 7.5$  с указанием года возникновения; синие линии – активные разломы земной коры. Голубым цветом показаны дороги, а темно-серым цветом – один из альтернативных и менее сейсмоопасных вариантов “южной трассы” нефтепровода (на юго-восток от Тайшета до Кяхты, а далее на восток – до Сквородино). В северо-восточной части 9-балльной зоны пунктирной окружностью околонтурен район потенциального очага предстоящего сильного землетрясения, а внутри этой окружности – эпицентр землетрясения с магнитудой  $M = 5.7$ , произошедшего 11.12.2005 г. (из заключения [Уломов, 2005]).

ной и восточной частях Байкальской рифтовой зоны, необходимых для построения акселерограмм возможных в будущем сильных землетрясений в регионе. Такие акселерограммы используются при проектировании сейсмостойких зданий.

В работе [Павленко, Тубанов, 2017] смоделированы акселерограммы наиболее сильных землетрясений ( $M_w \sim 3.4\text{--}4.8$ ), зарегистрированных сейсмостанцией “Улан-Удэ” в 2006–2011 гг. с эпицентрными расстояниями  $\sim 96\text{--}125$  км и глубинами очагов  $\sim 8\text{--}12$  км; в работе [Павленко, 2022] смоделированы записи местных землетрясений, полученных сейсмостанцией “Северомуйск” (SVKR) в 2005–2010 гг. (магнитуды  $m_b \sim 4.2\text{--}5.5$ , гипоцентральные расстояния  $r \sim 15\text{--}220$  км, глубины очагов  $h$  – от 1.5 до 22 км). В табл. 1 и табл. 2 приведены данные об использованных в работах записях местных землетрясений, а на рис. 2 – рас-

положение сейсмостанций и очагов этих землетрясений.

В табл. 2 (из работы [Павленко, 2022]) координаты и глубины очагов  $h$  землетрясений приводятся в соответствии с данными ISC (International Seismological Center); магнитуды приведены в двух вариантах: в соответствии с ISC и в соответствии с данными Российской Геофизической Службы (в скобках).

В работах [Павленко, Тубанов, 2017; Павленко, 2022] получены оценки региональных характеристик излучения и распространения сейсмических волн в регионе: сброшенного в очагах напряжения  $\Delta\sigma$ , форм очаговых спектров, параметров геометрического расхождения, ослабления волн на высоких частотах (параметр каппа  $\kappa$ ), параметров, определяющих форму и длительность акселерограмм и других, уточнены оценки добротности

**Таблица 1.** Параметры местных землетрясений (велосиграммы), зарегистрированных сейсмостанцией “Улан-Удэ” (из работы [Павленко, Тубанов, 2017])

№	Дата события	Координаты эпицентра		Магнитуда $m_b$	Эпицент. расст. $r$ , км	Глубина очага, $h$ , км	Пиковая скорость, мкм/с		Ср. пиков. скорость модель, мкм/с
		°с.ш.	°в.д.				$EW$	$NS$	
1	13.12.2006	52.81	107.36	4.6	107	12	262	359	393 ± 42
2	19.08.2007	52.76	107.37	4.4	103	11	86.6	125	287 ± 27
3	26.07.2009	52.59	106.84	3.8	98	10	57.2	78.2	79 ± 8
4	10.10.2009	52.49	106.70	3.5	96	10	29.0	49.2	40 ± 5
5	26.07.2010	52.57	106.49	3.8	111	10	77.0	72.1	60 ± 12
6	18.03.2011	52.81	106.71	3.4	125	8	32.3	38.1	18 ± 2
7	14.10.2011	52.77	107.19	4.1	105	11	125	136	135 ± 11
8	19.11.2011	52.71	107.31	3.5	99	8	39.3	51.6	39 ± 3
9	01.02.2011	50.98	107.85	4.8	105	12	432	508	663 ± 78

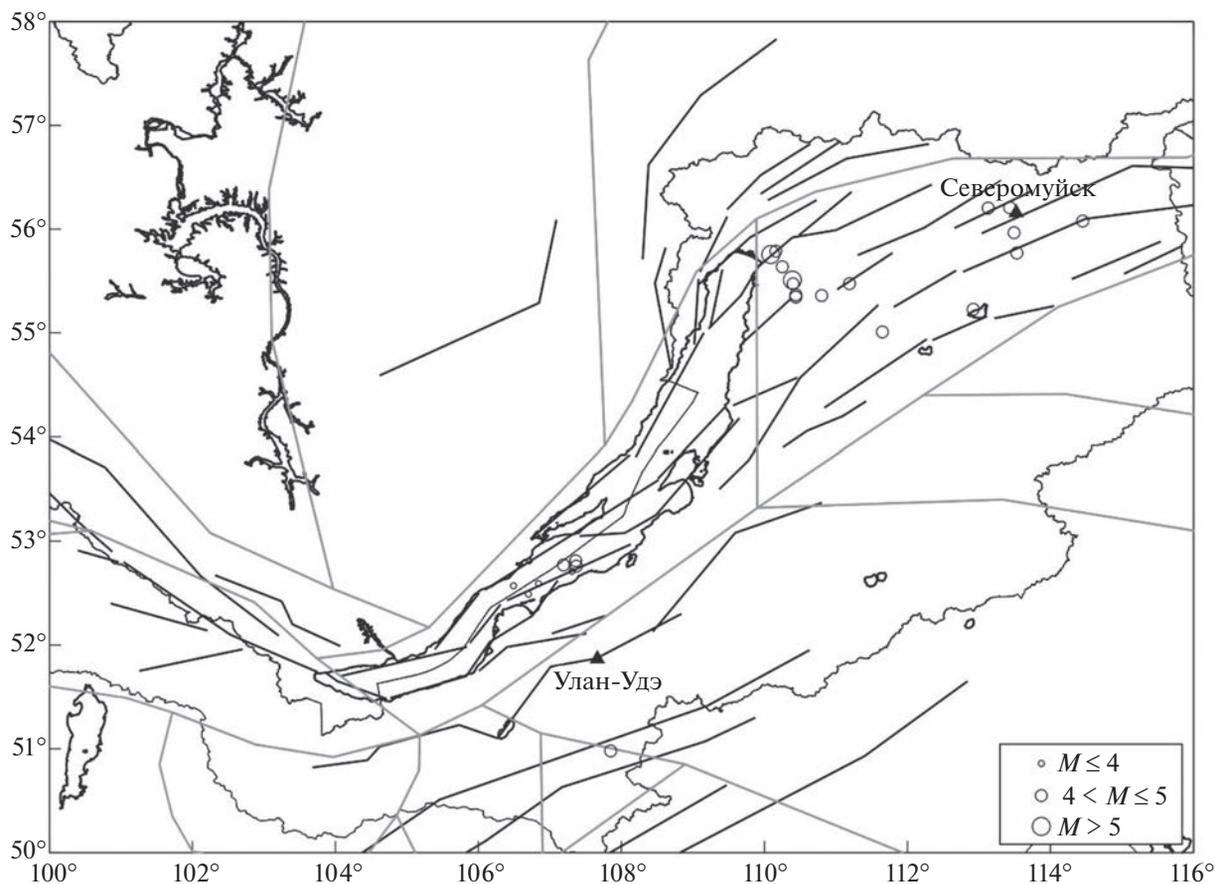
**Таблица 2.** Параметры местных землетрясений, зарегистрированных сейсмостанцией “Северомуйск” SVKR (из работы [Павленко, 2022])

	Дата	Широта	Долгота	$h$ , км	$r_h$ , км	$m_b$	PGA, см/с <sup>2</sup>		$D_{95}$ , с	
1	21.8.2005	55.228	112.92	17.2	108	4.2(4.5)	1.1	0.9	13	14
2	08.02.2006	55.36	110.80	2.7	191	4.7(4.8)	1.0	0.8	15	13
3	03.08.2006	55.346	110.44	10.0	212	4.5(4.7)	0.4	0.4	14	14
4	03.08.2006	55.367	110.44	10.8	211	4.5(4.8)	0.6	0.3	13	15
5	04.12.2006	55.756	110.09	12.0	219	5.2(5.3)	49.1	31.5	11	13
6	11.12.2006	55.788	110.16	11.3	213	4.9(5.0)	1.7	1.8	14	13
7	15.12.2006	55.637	110.25	13.3	212	4.3(4.7)	1.1	0.7	12	12
8	21.01.2007	55.01	111.65	1.5	170	4.3(4.6)	0.8	0.7	13	14
9	21.03.2007	55.769	113.53	7.0	42	4.4(4.4)	3.8	6.1	10	11
10	05.04.2007	56.077	114.45	14.4	59	5.0(5.2)	14.9	12.3	7	6
11	04.07.2007	55.509	110.39	10.8	208	5.3(5.5)	1.7	1.2	15	14
12	23.08.2007	55.966	113.49	21.8	30	4.9(5.1)	23.7	28.2	3	3
13	27.08.2007	55.473	110.40	1.7	208	4.8(4.9)	0.9	0.7	11	10
14	03.01.2009	56.206	113.43	4.5	16	4.5(4.6)	81.3	143	4	4
15	10.06.2009	55.475	111.19	17.3	164	4.9(5.0)	1.7	1.8	10	11
16	08.12.2010	56.2033	113.130	10.0	27	4.2(4.6)	15.6	28.7	5	5

коры и верхней мантии  $Q(f)$ . Оценено изменение длительности сильных движений в зависимости от эпицентрального расстояния, по скоростному разрезу получены оценки локального усиления  $A(f)$ .

Очаги землетрясений, зарегистрированных станцией “Улан-Удэ”, располагались в южной и центральной частях озера Байкал, а очаги землетрясений, зарегистрированных станцией “Северомуйск”, – в северной части озера; все землетрясения произошли в Байкальской рифтовой зоне, и полученные параметры излучения и распространения сейсмических волн очевидно характеризуют центральную и восточную части Байкальской рифтовой зоны.

Полученные в двух работах [Павленко, Тубанов, 2017; Павленко, 2022] параметры совпадают или очень близки; они определяют движения на скале, без учета отклика грунта (при наличии грунтовой толщи пересчитываются в движения на поверхности грунта) и приведены в табл. 3 (в случаях, когда параметры, оцененные по записям станций “Улан-Удэ” и “Северомуйск”, несколько различны, выбраны параметры, оцененные по записям ст. “Северомуйск” – в большем диапазоне расстояний). В обеих работах в число входных параметров моделирования входили оценки локального усиления сейсмических волн в верхних слоях земной коры оцененные по данным о скоростном строении коры и верхней мантии до глу-



**Рис. 2.** Фрагмент карты региона, показывающей сейсмогенерирующие структуры (модель зон ВОЗ, положенную в основу при разработке карт ОСР) – линеаменты (черные линии) и границы доменов (серые линии), расположение сейсмостанций “Северомуйск” и “Улан-Удэ” (треугольники) и очагов землетрясений (кружки), изучавшихся в работах [Павленко, Тубанов, 2017; Павленко, 2022].

бин более 40 км Байкальской рифтовой зоны и сопредельных районов, полученных методом ГСЗ [Суворов и др., 1999]; они представлены в табл. 4. Усиление сейсмических волн в верхних слоях коры возникает вследствие снижения сейсмических скоростей и плотностей при приближении к поверхности, в частности, как результат процессов выветривания и разрушения земной коры, при распространении сейсмических волн с глубины к поверхности.

В настоящей работе параметры излучения и распространения сейсмических волн, приведенные в табл. 3 (с учетом локального усиления – табл. 4), использованы для построения набора акселерограмм колебаний поверхности (на скале с локальным усилением) в восточной части Байкальской рифтовой зоны в широком диапазоне магнитуд и расстояний:  $M_w = 4.0, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0, 6.5, 7.0, 7.5$  и  $8.0$  с эпицентрными расстояниями 1–200 км.

Акселерограммы рассчитаны методом стохастического моделирования [Вооге, 2003]. Достаточно простой, но эффективный стохастический

подход основан на представлениях, подтверждаемых наблюдениями о том, что акселерограммы в окнах вступлений  $S$ -волн представляют собой ограниченный по спектру Гауссовский белый шум. Частотные ограничения определяются граничной частотой спектра  $f_0$  и частотой  $f_{max}$  – наивысшей частотой, определяемой регистрирующим прибором или затуханием в земной коре [Hanks, McGuire, 1981]. Как показывает практика, в смоделированных акселерограммах мы получаем адекватное представление высокочастотных составляющих колебаний ( $f > 0.1$  Гц), наиболее интересных для инженерной сейсмологии. Используя стохастический подход, можно с хорошей точностью моделировать сильные движения по записям слабых, поэтому метод широко применяется для расчетов в сейсмичных районах, где не имеется записей сильных землетрясений. Метод успешно применялся для расчетов параметров колебаний при землетрясениях с сейсмическими моментами в диапазоне более 12 порядков в различных тектонических условиях [Вооге, 2003], т.е. входные параметры расчетной про-

**Таблица 3.** Параметры излучения и распространений сейсмических волн в Байкальской рифтовой зоне из работ [Павленко, Тубанов, 2017; Павленко, 2022]

Параметр напряжения $\Delta\sigma$	100 бар
Геометрическое расхождение	$1/r$ для $r < 50$ км $1/50$ для $50 \leq r < 150$ км $1/r^{0.5}$ для $r > 150$ км
$Q(f)$	$\sim 60f^{1.05}$ для $r \sim 15-30$ км, $\sim 80f^{1.0}$ для $r \sim 40-60$ км, $\sim 90f^{0.9}$ для $r \sim 100-110$ км, $\sim 150f^{0.7}$ для $r \sim 160-220$ км
Параметр длительности сигнала $dur(r)$	0 для $0 < r < 5$ км $0.222r$ для $5 < r < 50$ км $10 + 0.015r$ для $r > 50$ км
Каппа $\kappa$	0.012 с
Скорость S-волн в земной коре на глубинах очагов (в среднем)	3.6 км/с
Средняя плотность земной коры на глубинах очагов (в среднем)	2.8 г/см <sup>3</sup>

граммы, полученные по слабым землетрясениям, позволяют корректно рассчитывать движения на поверхности при сильных землетрясениях.

При расчете акселерограмм амплитуды колебаний рассчитываются как детерминированные функции со случайным фазовым спектром, а интенсивность и продолжительность колебаний задаются в зависимости от магнитуды землетрясения и расстояния до источника.

Входные данные расчетной программы – параметры, описывающие особенности излучения (эффекты очагов) и распространения (эффекты пути распространения) сейсмических волн в данном регионе, а также параметры, описывающие локальные эффекты вблизи источников и приемников (табл. 3). Также использованы оценки локального усиления сейсмических волн в верхних слоях земной коры (табл. 4), оцененные по данным о скоростном строении коры и верхней мантии до глубин более 40 км Байкальской рифтовой

зоны и сопредельных районов [Суворов и др., 1999]. Усиление  $A(f)$  было рассчитано по методике, предложенной в работе [Boore, Joyner, 1997].

В расчетах использовалась программа D. Boore SMSIM, дополненная автором для возможности учета протяженности сейсмических очагов (в программе D. Boore источник предполагается точечным). В моделировании этих землетрясений использован опыт автора в моделировании сильных землетрясений Курило-Камчатской зоны [Pavlenko, 2013].

Очаги землетрясений с магнитудами  $M_w = 4.0, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0$  и  $6.5$  моделировались как точечные, а очаги с магнитудами  $7.0, 7.5$  и  $8.0$  – как протяженные, с размерами, выбранными в соответствии с рекомендациями работы [Гусев, Мельникова, 1990]. Площади очагов с магнитудами  $7.0, 7.5$  и  $8.0$  составляли  $900, 2700$  и  $8500$  км<sup>2</sup>; очаги моделировались как совокупности субочагов с размерами  $10$  на  $10$  км<sup>2</sup>.

В соответствии с моделью зон ВОЗ для Байкальской рифтовой зоны (положенной в основу карт ОСР региона), угол падения разломных плоскостей протяженных очагов выбран  $90^\circ$ , т.е. падение вертикальное. Длинные стороны очагов были направлены вдоль земной поверхности, а короткие – вглубь.

Для разработки УПДГ расчеты для протяженных очагов землетрясений с магнитудами  $7.0, 7.5$  и  $8.0$  велись в 3-х вариантах, с эпицентром в средних точках разломных плоскостей и с регистрацией (пунктом наблюдения): 1) на поверхности, на линии вдоль длинной оси очага, 2) на поверхности, на линии, перпендикулярной длинной оси очага, 3) на поверхности, на линии, расположенной под углом  $45$  градусов к длинной оси очага

**Таблица 4.** Коэффициенты частотно-зависимого усиления сейсмических волн в верхних слоях земной коры относительно окрестности очагов в Байкальской рифтовой зоне

$f$ , Гц	$A(f)$
0.021	1.25
0.0244	1.289
0.046	1.358
0.0566	1.378
0.194	1.438
0.3425	1.462
1.283	1.557

(как промежуточный вариант 1) и 2)). Для этих магнитуд предполагалось вспарывание поверхности (выход разлома на поверхность).

При построении УПДГ использовались результаты всех 3-х вариантов расчетов с равными весами, чтобы по возможности учесть все варианты.

Расчитанные акселерограммы использованы для разработки УПДГ для восточной части Байкальской рифтовой зоны.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

По набору построенных синтетических акселерограмм получены оценки пиковых ускорений и скоростей с доверительными интервалами, на основе которых выполнены оценки параметров регионального УПДГ для Байкальской рифтовой зоны.

В вопросе выбора функциональной формы УПДГ авторы разделяют подход Джойнера и Бура, предписывающий использовать простые функциональные формы с минимальным числом независимых переменных. В соответствии с этим подходом в качестве модели УПДГ были сначала опробованы уравнения из работ [Joynер, Vooge, 1993; Vooge et al., 1997]. Эти простые функции дают хорошее согласие с нашими данными для магнитуд  $4 \leq M \leq 7$ , однако не позволяют смоделировать эффекты насыщения амплитуд пиковых ускорений и скоростей при  $M > 7$ . В качестве итоговой формы УПДГ было принято уравнение [Vooge, Atkinson, 2008], которое позволило получить искомые эффекты. Уравнение имеет вид:

$$\ln(Y) = F_M(M) + F_D(R, M) + \varepsilon\sigma, \quad (1)$$

где:  $Y$  – значение пикового ускорения (PGA) в долях  $g$  или пиковой скорости (PGV) в см/с; функции  $F_M$  и  $F_D$  описывают функциональную зависимость  $\ln(Y)$  от магнитуды и расстояния, т.е. эффекты очага и пути распространения;  $M$  – моментная магнитуда;  $R$  – эпицентральное расстояние либо расстояние Джойнера–Бура;  $\varepsilon$  – невязка регрессионной модели, отражающая разброс наблюдаемых значений  $\ln(Y)$  относительно оценок регрессионной модели;  $\sigma$  – стандартное отклонение распределения невязки.

В уравнении (1) опущена функция  $F_S$ , отвечающая за локальные эффекты, поскольку анализируются записи станций “Северомуйск” и “Улан-Удэ”, грунтовые условия на которых характеризуются как скальный грунт.

$$F_M(M) = e_1 + \begin{cases} e_2(M - M_h) + e_3(M - M_h)^2, & M \leq M_h \\ e_4(M - M_h), & M > M_h \end{cases} \quad (2)$$

где:  $e_1, e_2, e_3, e_4$  – параметры регрессии;  $M_h$  – магнитуда, при которой происходит переход от квадратичной зависимости амплитудных факторов к линейной.

$$F_D(R, M) = [c_1 + c_2(M - M_{ref})] \times \ln(R_h/R_{ref}) + c_3(R_h - R_{ref}), \quad (3)$$

где:  $R_h = \sqrt{R^2 + h^2}$ ;  $h$  – параметр, отвечающий за насыщение на близких эпицентральных расстояниях;  $c_1$  – параметр, характеризующий геометрическое расхождение;  $c_2$  – параметр, описывающий убывание значений  $\ln(Y)$  с расстоянием в зависимости от магнитуды;  $c_3$  – параметр, отвечающий за неупругое поглощение;  $M_{ref}, R_{ref}$  – референтные значения магнитуды и расстояния.

Для определения значений параметров уравнения (1) был использован двухэтапный метод регрессии [Joynер, Vooge, 1993; Vooge, Atkinson, 2008], позволяющий разделить определение коэффициентов в функциях  $F_D$  и  $F_M$ . На первом этапе оцениваются значения параметров функции  $F_D$ , а также набор амплитудных факторов, уникальных для каждого землетрясения в базе данных регрессии. На втором этапе выясняется зависимость амплитудных факторов от магнитуды. Этот метод подробно описан в статье [Vooge, Atkinson, 2008].

Полученные таким образом оценки значений параметров уравнения (1) показаны в табл. 5, на рис. 3 представлены зависимости пиковых ускорений и скоростей от магнитуды и расстояния, полученные с помощью этого уравнения. Замечены эффекты насыщения амплитуд PGA и PGV в ближней зоне и на старших магнитудах.

Полученное УПДГ применимо для  $M = 4-8$  и  $R = 1-200$  км. В дальнейшем, с получением новой информации, модель УПДГ планируется доработать для учета локальных эффектов в точке приема, а также оценить коэффициенты уравнения для оценки амплитуд компонент спектра реакции по ускорению.

Попробуем сравнить полученные оценки PGA с оценками тех уравнений, которые рекомендует проект Global Earthquake Model (GEM, <http://www.globalquakemodel.org>) для Байкальской рифтовой зоны. Проект GEM – это публичная некоммерческая организация с государственным участием, созданная в 2009 г. в городе Павия, Италия. Организация занимается совершенствованием и унификацией методик оценки сейсмического риска. Одним из продуктов GEM является программа, выдающая список рекомендуемых УПДГ для разных регионов Земли.

Для Байкальской рифтовой зоны проект GEM рекомендует пять уравнений: два УПДГ [Akkar, Bommer, 2007; Cauzzi, Faccioli, 2008], которые со-

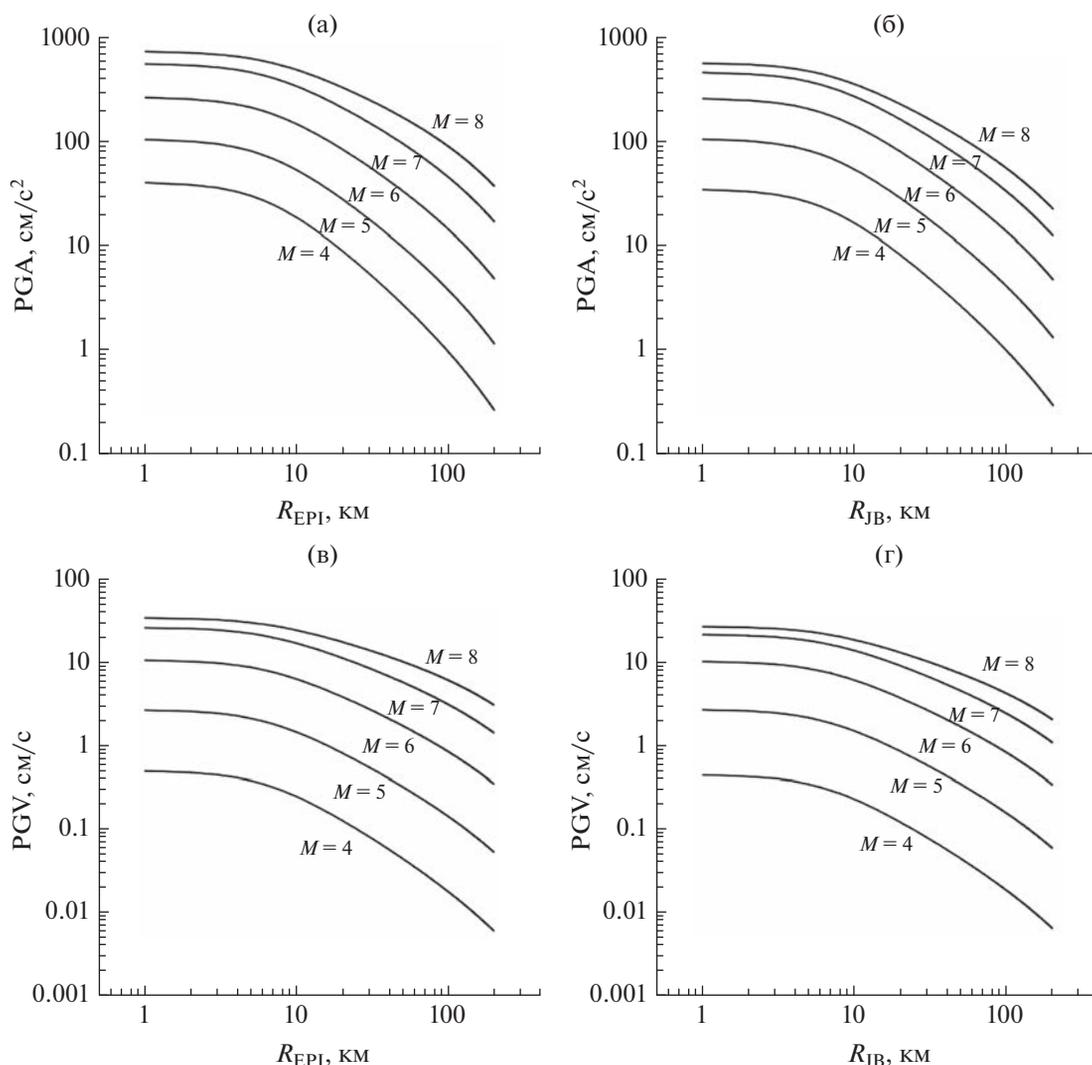
**Таблица 5.1.** Коэффициенты уравнения (1), зависящие от периода

$T$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$
$PGA(R_{EPI})$	-1.1201	0.1477	-0.0046	0.8278	0.6136	-0.0158	0.0000
$PGV(R_{EPI})$	-1.0145	0.1450	-0.0033	4.4790	0.7283	-0.1506	0.0000
$PGA(R_{JB})$	-1.0973	0.1110	-0.0040	0.7605	0.4151	-0.1101	0.0000
$PGV(R_{JB})$	-0.9778	0.1204	-0.0033	4.3296	0.5197	-0.2353	0.0000

здавались с целью использования в регионах Европы, а также три УПДГ, разработанные в рамках проекта Next Generation Attenuation [Boore, Atkinson, 2008; Campbell, Bozorgnia, 2008; Chiou, Youngs, 2008], которые позиционируются как универсальные УПДГ для коровой сейсмичности. Далее в тексте эти УПДГ будут обозначаться аббревиатурами: АКВО07 – [Akcar, Bommer, 2007];

САФА08 – [Cauzzi, Faccioli, 2008]; ВОАТ08 – [Boore, Atkinson, 2008]; САВО08 – [Campbell, Bozorgnia, 2008]; ЧИУО08 – [Chiou, Youngs, 2008].

Уравнение САФА08 не содержит параметров, описывающих насыщение в ближней зоне очага, и неприменимо на близких расстояниях ( $R_{hyp} < 15$  км), поэтому было исключено из сравнения.



**Рис. 3.** Графики зависимости значений PGA (а), (б) и PGV (в), (г) от эпицентрального расстояния и расстояния Джойнера–Бура для значений моментной магнитуды  $M = 4–8$ .

В моделях АКВО07, ВОАТ08 в качестве меры расстояния используется расстояние Джойнера–Бура ( $R_{JB}$ ), т.е. кратчайшее расстояние от точки наблюдения до проекции разломной плоскости на поверхность Земли. В моделях САВО08, СНУО08 используется кратчайшее расстояние до разломной плоскости ( $R_{rup}$ ). Для корректности сопоставления оценок перечисленных УПДГ значения  $R_{rup}$  рассчитывались по формуле  $R_{rup} = R_{JB} + \Delta(M)$ , где  $\Delta(M)$  для  $M = 5-6$  принималась с учетом средней глубины очагов землетрясений в 10 км, а для  $M = 7-8$  предполагалось вспарывание поверхности (выход разлома на поверхность) и  $R_{rup} = R_{JB}$ .

Разные авторы в своих УПДГ используют различные метрики для описания расстояния от источника, поэтому в настоящей работе для удобства пользователей и корректного сравнения с уравнениями, рекомендуемыми GEM, были выполнены расчеты с использованием двух наиболее простых метрик описания расстояния от источника, т.е. эпицентрального расстояния и расстояния Джойнера–Бура. Для этих двух случаев оценены коэффициенты УПДГ (табл. 5.1).

Корректное сравнение, не требующее преобразования метрик расстояния, показало, что оценки PGA нашего УПДГ и УПДГ, рекомендованных проектом GEM, достаточно хорошо согласуются между собой. На рис. 4. показаны графики зависимости PGA от расстояния для  $M = 5-8$ , рассчитанные по уравнению (1) и с помощью перечисленных выше УПДГ, рекомендованных проектом GEM.

Из рис. 4 видно, что приведенные уравнения несколько различаются как уровнем прогнозируемых значений PGA (разброс оценок достигает 2 раз), так и скоростью убывания этих значений с расстоянием; такой разброс представляется вполне естественным и характеризует так называемую эпистемическую неопределенность [Budnitz et al., 1997], связанную с оценками сейсмических воздействий. Таким образом, перечисленный набор УПДГ можно использовать для получения независимых оценок сейсмических воздействий в Байкальской рифтовой зоне и для построения логического дерева в рамках ВАСО.

В целом очевидно каждое УПДГ определяется использованной в анализе базой данных (т.е. записями землетрясений), которые характеризуются своими значениями эффектов очагов (сброшенное напряжение, очаговый спектр) и эффектов среды (частотно-зависимое неупругое поглощение, поглощение волн на высоких частотах капша, локальное усиление в верхних слоях земной коры).

Таким образом, различия в полученных нами оценках и оценках, даваемых набором УПДГ из базы GEM, с одной стороны, могут быть связаны с различиями характеристик сейсмических оча-

**Таблица 5.2.** Коэффициенты уравнения (1), не зависящие от периода

$h$	$M_h$	$M_{ref}$	$R_{ref}$	$\sigma$
6.23	6.75	4.5	1.0	0.55

гов и среды распространения сейсмических волн в Байкальской рифтовой зоне и регионах, описываемых УПДГ, рекомендованными проектом GEM. С другой стороны, нужно иметь в виду некоторое различие определений параметров: так, авторы УПДГ, рекомендованных проектом GEM, определяют PGA как среднее геометрическое горизонтальных компонент, а в настоящей работе под PGA понимается максимальная горизонтальная компонента.

Такой разброс понятий лишь еще раз показывает важность выработки своих УПДГ на основе изучения своих региональных записей местных землетрясений.

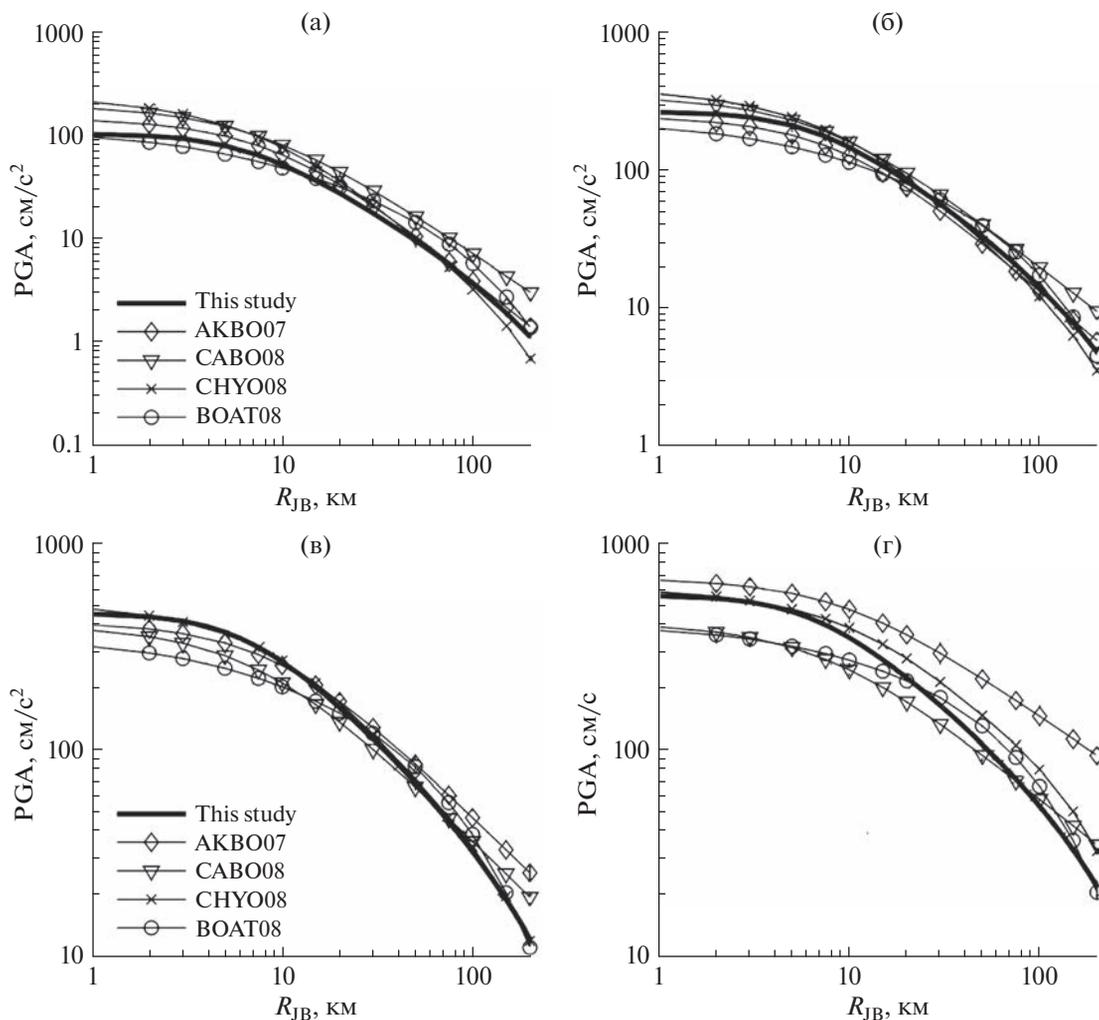
Как показано выше, построенное в настоящей работе УПДГ основано преимущественно на сейсмических записях, полученных в восточной части Байкальской рифтовой зоны, и относится к восточной части БРЗ. В то же время, в западной части БРЗ расположены многие станции Байкальской сети сильных движений, и в последние годы получены цифровые записи сильных землетрясений.

Так 27.08.2008 г. в районе юго-западного замыкания озера Байкал произошло Култукское землетрясение с магнитудой  $M_w = 6.3$  – первое по настоящему сильное сейсмическое событие в Южном Прибайкалье, произошедшее после перевода региональной сети станций на цифровую регистрацию [Мельникова и др., 2014]. Станциями Байкальского филиала ГС СО РАН записаны акселерограммы землетрясения на эпицентральных расстояниях 28.8–204.3 км.

Сравним прогнозные оценки пиковых ускорений, даваемые полученным в настоящей работе УПДГ, с записями Култукского землетрясения. На рис. 5 приведены акселерограммы Култукского землетрясения (из работы [Мельникова и др., 2014]) и (справа) – акселерограммы, построенные в настоящей работе; для сравнения из построенных выбраны акселерограммы, соответствующие магнитуде  $M_w = 6.3$  и эпицентральному расстояниям, близким к расстояниям до станций сети Байкальского филиала ГС РАН.

В табл. 6 приведены инструментальные данные о сильных движениях при Култукском землетрясении 27.08.2008 г. на ближайших к эпицентру сейсмических станциях, а также прогнозные пиковые ускорения по УПДГ, полученным в настоящей работе.

К сожалению, до сих пор для сейсмических станций ГС РАН не изучены грунтовые условия



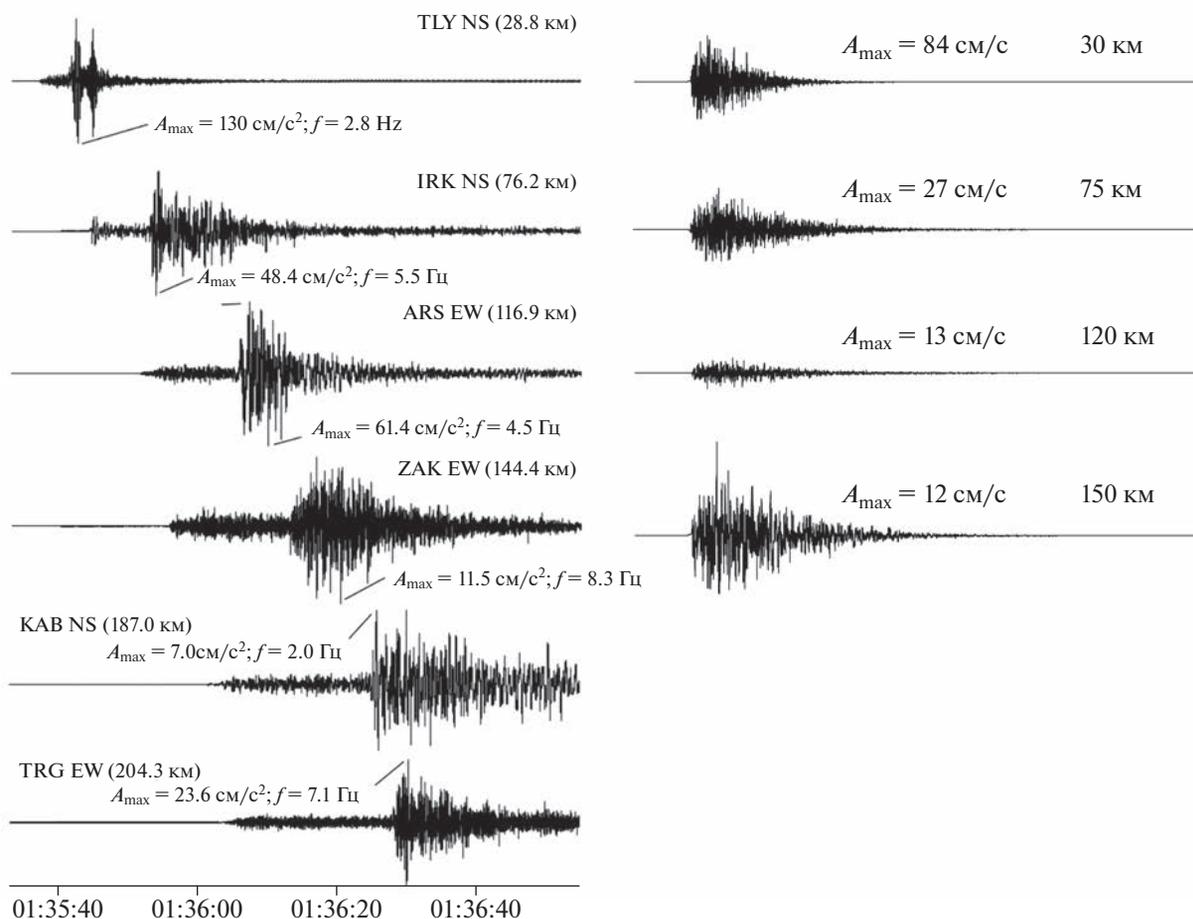
**Рис. 4.** Сравнение оценок PGA, полученных по уравнению (1) (толстая черная линия) и по УПДГ, рекомендуемым проектом GEM для (а) –  $M = 5$ ; (б) –  $M = 6$ ; (в) –  $M = 7$ ; (г) –  $M = 8$ .

(за исключением нескольких станций в Петропавловске-Камчатском), т.е. не определены скоростные разрезы до глубин 80–100 м, как это сделано, например, для станций японской сети *KiK-net*. Наличие информации о сейсмических скоростях в грунтовых толщах под станциями давало бы возможность моделировать полученные записи сильных движений с учетом поведения грунта, чтобы более точно определять параметры очага, пути распространения, изучать поведение приповерхностных грунтов при землетрясении.

Описание грунтовых условий для станций Байкальского филиала ГС СО РАН дается в виде “глыбы, щебень, дресва до 5 м, мраморы, сланцы” – на станции “Талая” или “суглинки микропористые до 13 м” – на станции “Иркутск” (табл. 6), и такое описание не позволяет делать каких-либо заключений о вкладе приповерхностных грунтов в движения на поверхности.

В настоящей работе, как показано выше, акселерограммы и УПДГ построены для скального грунта с небольшим локальным усилением (табл. 4). По виду акселерограмм и пиковым ускорениям можно предположить, что похожие грунтовые условия наблюдаются на станции “Закаменск” (ZAK), где зарегистрированы пиковые ускорения, совпадающие с предсказанными построенными УПДГ (рис. 5).

На ближайшей к очагу станции “Талая” акселерограмма имеет вид двух импульсов, что может говорить об очаговых эффектах – двух крупных подвижках в очаге. И на трех станциях, “Талая”, “Иркутск” и “Аршан” очевидно происходит усиление сейсмических волн в приповерхностных грунтах, представляющих собой “глыбы, щебень, дресву до 5 м, мраморы, сланцы” (“Талая”), “суглинки микропористые до 13 м” (“Иркутск”) “глыба, дресва, щебень, супесчаный заполнитель до 5 м” (“Аршан”), так что пиковые ускорения



**Рис. 5.** Акселерограммы Култукского землетрясения (из работы [Мельникова и др., 2014]) в сравнении с акселерограммами, построенными в настоящей работе. Горизонтальные и вертикальные оси имеют один масштаб для акселерограмм, расположенных на одном уровне по горизонтали.

**Таблица 6.** Инструментальные данные о сильных движениях при Култукском землетрясении 27.08.2008 г. на ближайших к эпицентру сейсмических станциях и прогнозные пиковые ускорения по полученным УПДГ

Станция, код	С.ш., град.	В.д., град.	Высота, м	Тип ЦСС на 01.01.2003	Подпочва	R, км	$A_{\max}$ , см/с <sup>2</sup>	$A_{\max}$ , см/с <sup>2</sup> (УПДГ)
Талая TLY	51.681	103.644	579	“IRIS”	Глыбы, щебень, дресва до 5 м, мраморы, сланцы	28.8	130.0	84.0
Иркутск IRK	52.243	104.271	467	“Байкал-10”	Суглинки микропористые до 13 м	76.2	48.4	27.0
Аршан ARS	51.920	102.423	970	“Байкал-11”	Глыба, дресва, щебень, супесчаный наполнитель (до 5 м)	116.9	61.4	13.0
Закаменск ZAK	50.382	103.281	1200	“Байкал-11”	Глыба, дресва, щебень, с наполнителем песком	144.4	11.5	12.0
Кабанск KAB	52.050	106.654	468	“Байкал-10”	Пески зернистые до 5 м, пески с гравием	187.0	7.0	
Тырган TRG	52.760	106.348	718	“Байкал-11”	Глыбы, дресва, гнейсы, сланцы до 10 м	204.3	23.6	

возрастают относительно пиковых ускорений на скале.

Для станций Байкальского филиала ГС СО РАН сделаны оценки амплитудно-частотных характеристик методом Накамуры (по отношению спектров горизонтальных и вертикальных колебаний), выделены группы станций с устойчивой АЧХ, независимой от сезона (такой является например станция “Закаменск”) и с неустойчивыми АЧХ, с заметными суточными или сезонными вариациями АЧХ; это, в частности, станции “Аршан”, “Иркутск”, “Талая”, “Тырган”. В летнее время (когда и произошло землетрясение) АЧХ на этих станциях в определенных диапазонах частот заметно выше, чем в зимнее время, что может быть связано с замерзанием и оттаиванием приповерхностных грунтов.

Таким образом, в целом, ускорения, прогнозируемые предлагаемым УПДГ, согласуются с зарегистрированными при Култукском землетрясении; более высокие ускорения, зарегистрированные станциями “Талая” и “Иркутск”, чем прогнозируемые УПДГ, очевидно связаны с откликом приповерхностных грунтов на этих станциях.

Расхождения в пиковых ускорениях, зарегистрированных станцией “Аршан” и прогнозируемых УПДГ, довольно существенны и указывают на необходимость детального изучения локальных эффектов на станции “Аршан”.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На сегодняшний день, полученное в настоящей работе на основе записей местных землетрясений УПДГ, т.е. уравнение прогноза пиковых ускорений и скоростей на скальном грунте в зависимости от магнитуды землетрясения и расстояния от очага, можно применять в задачах оценки сейсмической опасности в Байкальской рифтовой зоне. Сравнение оценок пиковых ускорений, полученных на основе предложенного в статье УПДГ и на основе УПДГ, рекомендуемых для Байкальской рифтовой зоны проектом GEM, показало, что эти рекомендуемые УПДГ можно использовать для построения логических деревьев для целей ВАСО.

Вместе с тем, данные наблюдений показывают заметную анизотропию среды, т.е. различия, по крайней мере, характеристик затухания сейсмических волн по разным направлениям, поэтому исследования нужно продолжать, и мы планируем совершенствовать полученное УПДГ с появлением новых данных наблюдений.

Эта работа будет продолжена с накоплением записей сильных движений в Байкальском регионе для уточнения региональных характеристик излучения и распространения сейсмических волн, параметров сильных движений и УПДГ.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят сотрудников Байкальского и Бурятского филиалов ФИЦ “Единая геофизическая служба РАН” за записи сейсмостанций “Северомуйск” и “Улан-Удэ”, использованные в настоящей работе. Авторы благодарны трем анонимным рецензентам за их ценные замечания, которые позволили улучшить текст статьи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гусев А.А., Мельникова В.Н. Связи между магнитудами – среднемировые и для Камчатки // Вулканология и сейсмология. 1990. № 6. С. 55–63.
- Гусев А.А., Гусева Е.М. Свойства колебаний грунта при сильных землетрясениях Камчатки (ОБЗОР) // Вулканология и сейсмология. 2006. № 4. С. 14–24.
- Гусев А.А., Петухин А.Г., Гусева Е.М., Гордеев Е.И., Чебров В.Н. Средние спектры Фурье сильных движений грунта при землетрясениях Камчатки // Вулканология и сейсмология. 2006. № 5. С. 60–70
- Гусев А.Аю, Гусева Е.М. Характер масштабирования очаговых спектров для землетрясений Камчатки в диапазоне магнитуд 3.5–6.5 // Докл. РАН. 2017. Т. 472. № 5. С. 580–583.  
<https://doi.org/10.7868/S0869565217050164>
- Мельникова В.И., Гилёва Н.А., Радзиминович Я.Б., Середкина А.И. Култукское землетрясение 27 августа 2008 г. с  $M_W = 6.3$ ,  $I_0 = 8-9$  (Южный Байкал). Землетрясения Северной Евразии. 2008 год. Обнинск: ГС РАН. 2014. С. 386–407.
- Павленко О.В., Тубанов Ц.А. Характеристики излучения и распространения сейсмических волн в Байкальской рифтовой зоне, оцененные моделированием акселерограмм зарегистрированных землетрясений // Физика Земли. 2017. № 1. С. 20–33.
- Павленко О.В. Записи местных землетрясений как основа для корректных оценок сейсмических воздействий (на примере трассы второго Северомуйского тоннеля) // Геология и геофизика. 2022. № 2. С. 247–263.  
<https://doi.org/10.15372/GiG2020203>
- Суворов В.Д., Мишенькина З.Р., Петрик Г.В., Шелудько И.Ф. Земная кора и ее изостатическое состояние в Байкальской рифтовой зоне и прилегающих территориях по данным ДСС // Геология и геофизика. 1999. № 40. С. 303–316.
- Уломов В.И. Заключение эксперта В.И. Уломова, доктора физико-математических наук, профессора геофизики, члена экспертной комиссии Государственной экологической экспертизы материалов по обоснованию строительства “Трубопроводной системы первого пускового комплекса Восточная Сибирь–Тихий океан (ВСТО)” /ТЭО (проект)/по оценке сейсмической опасности О сейсмической опасности участка трассы нефтепровода ВСТО “Тайшет-Сквородино”. 2005. <http://seismos-u.ifz.ru/personal/control.htm>
- Abrahamson N.A., Silva W.J., Kamai R. Summary of the ASK14 ground motion relation for active crustal regions // Earthquake Spectra. 2014. V. 30. № 3. P. 1025–1055.
- Abubakirov I.R., Gusev A.A. Estimation of scattering properties of lithosphere of Kamchatka based on Monte-Carlo simulation of record envelope of a near earthquake // Phys Earth Planet Inter. 1990. V. 64. P. 52–67.

- Akkar S., Bommer J.J.* Prediction of elastic displacement response spectra in Europe and the Middle East // *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 2007. V. 36. P. 1275–1301.
- Boore D.M., Joyner W.B.* Site amplifications for Generic Rock Sites // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 1997. V. 87. P. 327–341.
- Boore D.M.* Simulation of Ground Motion Using the Stochastic Method // *Pure and Applied Geophysics*. 2003. V. 160. P. 635–676.
- Boore D.M., Atkinson G.M.* Ground-motion prediction equations for the average horizontal component of PGA, PGV, and 5%-damped PSA at spectral periods between 0.01 s and 10.0 s // *Earthquake Spectra*. 2008. V. 24. № 1. P. 99–138.
- Boore D.M.* Ground-motion models for very-hard-rock sites in eastern North America: An update // *Seismological Research Letters*. 2018. V. 89. № 3. P. 1172–1184.
- Budnitz R.J., Apostolakis G., Boore D.M., Cluff L.S., Copper-smith K.J., Cornell C.A., Morris P.A.* Recommendations for probabilistic seismic hazard analysis: guidance on uncertainty and use of experts. U.S. Nuclear Regulatory Commission Report NUREG/CR-6372. 1997.
- Campbell K.W., Bozorgnia Y.* NGA ground motion model for the geometric mean horizontal component of PGA, PGV, PGD and 5% damped linear elastic response spectra for periods ranging from 0.01 to 10 s // *Earthquake Spectra*. 2008. V. 24. № 1. P. 139–171.
- Cauzzi C., Faccioli E.* Broadband (0.05 to 20 s) prediction of displacement response spectra based on worldwide digital records // *J. Seismology*. 2008. V. 12. P. 453–475.
- Chiou B.S.-J., Youngs R.R.* An NGA model for the average horizontal component of peak ground motion and response spectra // *Earthquake Spectra*. 2008. V. 24. № 1. P. 173–215.
- Douglas J.* Ground-motion prediction equations 1964–2010. Final Rept. RP-59356-FR, Bureau de Recherches Geologiques et Minières (BRGM), Orleans, France. 2011. 444 p.
- Douglas J.* Ground motion prediction equations 1964–2017. Department of Civil and Environmental Engineering. University of Strathclyde. 2017. <http://www.gmpe.org.uk/gm-pereport2014.pdf>
- Graizer V.* Ground-motion prediction equations for central and eastern North America // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2016. V. 106. № 4. P. 1600–1612.
- Hanks T.C., McGuire R.K.* The character of high frequency strong ground motion // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 1981. V. 71. P. 2071–2095.
- Joyner W.B., Boore D.M.* Methods of regression analysis of strong motion data // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 1993. V. 83. № 2. P. 469–487.
- Konovalov A.V., Manaychev K.A., Stepanov A.A., Gavrilov A.V.* Regional ground motion prediction equation for Sakhalin island // *Seismic Instruments*. 2019. V. 55. № 1. P. 70–77.
- Pavlenko O.V.* Simulation of Ground Motion from Strong Earthquakes of Kamchatka Region (1992–1993) at Rock and Soil Sites // *Pure and Applied Geophysics*. 2013. V. 170. № 4. P. 571–595.
- Zhao J.X., Liang X., Jiang F., Xing H., Zhu M., Hou R., Zhang Y., Lan X., Rhoades D.A., Irikura K., Fukushima Y., Somerville P.G.* Ground-motion prediction equations for subduction interface earthquakes in Japan using site class and simple geometric attenuation functions // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2016. V. 106. № 4. P. 1518–1534.

## Stochastic Simulation and Development of the Ground Motion Prediction Equation for the Baikal Rift Zone

V. A. Pavlenko<sup>a, \*</sup> and O. V. Pavlenko<sup>a, \*\*</sup>

<sup>a</sup>*Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123242 Russia*

<sup>\*</sup>*e-mail: pavlenko.vasily@gmail.com*

<sup>\*\*</sup>*e-mail: olga@ifz.ru*

To obtain realistic and correct estimates of seismic effects in the Baikal Rift Zone (BRZ), a ground motion prediction equation has been developed based on the records of local earthquakes (magnitudes  $m_b \sim 3.4$ –5.5, hypocentral distances  $R \sim 15$ –220 km) obtained by Ulan-Ude and Severomuisk seismic stations. At the first step, in our previous works, using stochastic simulation of the accelerograms of the recorded local earthquakes we estimated the regional parameters of radiation and propagation of seismic waves (stress drop in an earthquake source, quality function of the medium, geometrical spreading, wave attenuation at high frequencies, local site amplification, etc). These parameters were then used to generate a set of earthquake accelerograms over a wide range of magnitudes ( $M_w \sim 4.0$ –8.0) and distances ( $R \sim 1$ –200 km) on a rock site, and a ground motion prediction equation (GMPE) describing the dependence of peak ground accelerations (PGA) and peak ground velocities (PGV) on magnitude and distance are constructed. The obtained PGA estimates are compared with those estimated from GMPE recommended for BRZ by the international Global Earthquake Model (GEM) project. The scatter of the estimates obtained based on GEM GMPE indicates the relevance of developing the own GMPEs for Russian regions based on the records of local earthquakes. The GMPE derived in this work can be used for seismic hazard assessment in the BRZ eastern part and will be updated as new data are acquired.

**Keywords:** Baikal Rift Zone, stochastic simulation, ground motion prediction equations, PGA, GEM, stress parameter, quality function of the medium, geometrical spreading, local amplification, strong motion duration

## НЕЙРОСЕТЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПРОГНОЗА СВОЙСТВ ГЕОТЕРМАЛЬНОГО РЕЗЕРВУАРА

© 2023 г. В. В. Спичак<sup>1</sup>, \*, О. К. Захарова<sup>1</sup>, \*\*

<sup>1</sup>Центр геоэлектромагнитных исследований ИФЗ РАН, г. Москва, Россия

\*E-mail: v.spichak@mail.ru

\*\*E-mail: okzakharova@mail.ru

Поступила в редакцию 20.03.2022 г.

После доработки 28.08.2022 г.

Принята к публикации 29.08.2022 г.

В работе проводится нейросетевое моделирование электромагнитного прогноза температуры, теплопроводности и проницаемости на глубины, превосходящие пробуренные, а также в ближайшей окрестности разведочной скважины. Для этого мы используем данные из трех скважин, пробуренных ранее в геотермальной области Сульц-су-Форе (Франция), а также результаты проведенного там магнитотеллурического зондирования. Показано, что относительная точность прогнозов существенно зависит от соотношения между глубиной пробуренной скважины и целевой глубиной прогноза. В частности, для всех рассмотренных параметров ошибки прогноза становятся меньше 5%, если прогноз делается на глубины не более, чем вдвое, превышающие глубину скважины. При этом средние ошибки прогноза температуры и теплопроводности в окрестности пробуренной скважины составили 6%. На основе полученных результатов обоснована новая схема прогноза теплофизических и коллекторских свойств пород во время бурения разведочных геотермальных скважин.

*Ключевые слова:* температура, теплопроводность, проницаемость, геотермальная скважина, электромагнитные зондирование, прогноз, искусственная нейросеть.

**DOI:** 10.31857/S000233723010064, **EDN:** CAQFHL

### ВВЕДЕНИЕ

Поиск областей земной коры, пригодных для развития геотермальной энергетики, зависит, главным образом, от точности прогнозов температуры ( $T$ ) и проницаемости ( $K$ ) пород на глубинах, превышающих глубину пробуренных разведочных скважин, а также в пространстве между ними. Это особенно касается высокоэнталпийных геотермальных систем, расположенных на глубинах свыше 3–4 км (напр., Сульц-су-Форе, Франция; Травале, Италия; Крафла, Исландия). Оценки температуры в недрах Земли обычно основываются на ее измерениях в скважинах или на решении уравнения теплопроводности. В первом случае проводится пространственная интерполяция термограмм, измеренных в скважинах, как правило, нерегулярно расположенных на поверхности, что часто приводит к существенным ошибкам. Во втором случае построение моделей температуры основано на предположениях о стационарности тепловых потоков на боковых гранях области моделирования и знании/предположении о значениях теплового потока на ее нижней и верхней границах (см., например, [Шварцман, 1992;

Дучков и др., 2013; Подгорных и др., 2001; Ollinger et al., 2010]). Поскольку эти значения известны, как правило, очень приблизительно (особенно на нижней границе), то построение соответствующих моделей температуры на этой основе часто сопряжено с существенными погрешностями. Кроме того, необходимая для такой оценки информация о теплопроводности пород ( $\lambda$ ) в разрезе основывается, как правило, на изучении керна из пробуренных скважин в лабораторных условиях и используется для последующей грубой экстраполяции вне скважин с учетом гипотез о литологии разреза и справочных данных о теплопроводности пород (см., например, [Дучков и др., 2001]).

Альтернативный подход к косвенной оценке температуры земных недр состоит в использовании так называемых “косвенных геотермометров”, основанных на геологических [Harvey, Browne, 2000], геохимических [Kharaka, Mariner, 1989; Arpogson, Gunnlaugsson, 1985], изотопных [Поляк и др., 1979; Polyak, Tolstikhin, 1985] данных, собранных на поверхности. Они являются полезными инструментами для оценки температуры на характерных глубинах (в реперных точках) и, со-

Относительные ошибки (в %) перекрестного прогноза температуры по геотермам и данным электропроводности из ближайших профилей

	GPK1	EPS1	GPK2
GPK1	—	6.3	4.1
EPS1	8.9	—	6.4
GPK2	6.4	4.6	—

Примечания: по горизонтали скважины—источники, по вертикали скважины—цели. При обучении и прогнозе используются данные из одного и того же диапазона глубин в скважинах—источниках и скважинах—целях.

ответственно, могут использоваться для уменьшения неопределенности при построении моделей температуры. Однако они не могут служить ни для построения таких моделей, ни для интерполяции/экстраполяции температуры по имеющимся термограммам.

Прогноз проницаемости в масштабах резервуара геотермальной энергии на сегодняшний день также не имеет удовлетворительного решения. О проницаемости судят на основе анализа образцов породы, извлекаемых из пробуренных скважин, а также нескольких высокоразрешающих методов просвечивания скважин (см., например, [Genter et al., 2010]). Пространственная экстраполяция обнаруженных кластеров трещиноватости позволяет строить модели трещиноватых зон, которые могут служить потенциальными кандидатами расположения каналов циркуляции гидро-термальных флюидов в масштабах резервуара [Dezayes et al., 2005; 2010; Sausse et al., 2010; Vidal et al., 2015a; 2015b; 2017; Vidal, Genter, 2018].

Однако не все трещиноватые зоны могут служить каналами для потока флюидов. Проницаемость существенно зависит от геометрии и связности пор, размеров, степени их закупорки и плотности, характера заполняющего поры флюида, эффективного внешнего давления, эластических свойств пород, температуры. Несмотря на сложный характер зависимости проницаемости от перечисленных факторов, ее часто оценивают на основе эмпирических формул, связывающих проницаемость с пористостью пород [Katz, Thompson, 1986; Ma, Morrow, 1996; Diaz-Curiel et al., 2016]. Однако такие формулы не носят общий характер и поэтому их можно применять, главным образом, для восполнения недостающих данных проницаемости в тех же скважинах или при такой же литологии.

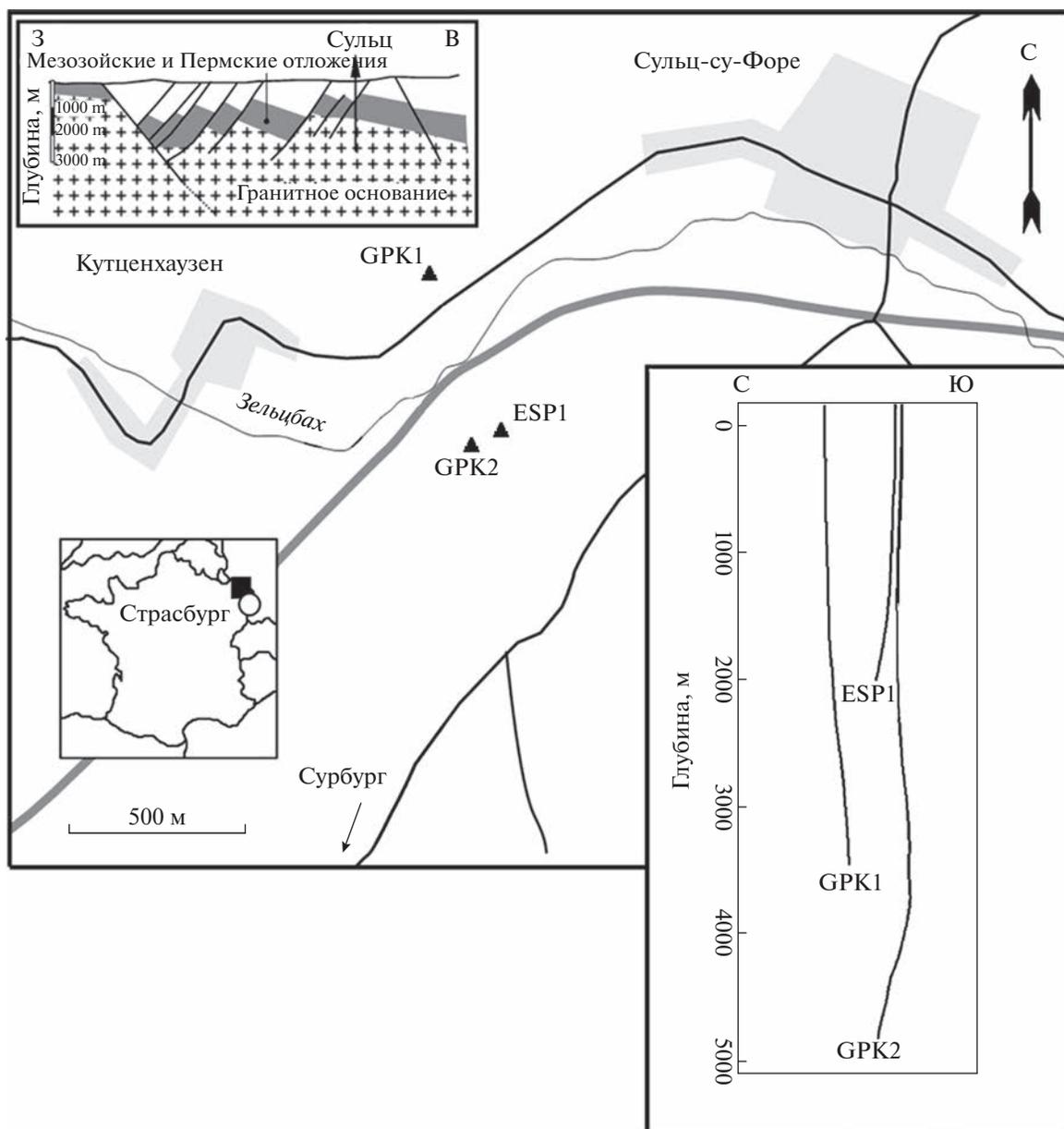
Для более надежного прогноза проницаемости в скважинах используют результаты всех имеющихся каротажных данных [Huang et al., 1996; Helle et al., 2001; Bhatt, Helle, 2002; Aminian, Ameri, 2005; Lim, 2005; Verma et al., 2012; Wang

et al., 2013; Urang et al., 2020]. С этой целью используют аппарат искусственных нейросетей (ИНС), хорошо зарекомендовавших себя при решении нелинейных задач геофизики, интерполяции и экстраполяции данных, а также для того, чтобы делать выводы на основе неполных и зашумленных данных (см. основы этого подхода в работе [Хайкин, 2006]).

В последние годы для поиска и разведки геотермальных ресурсов все больше применяются электромагнитные (ЭМ) методы (магнитотеллурическое зондирование (МТЗ), зондирование на постоянном токе, зондирование методом переходных процессов, дипольное зондирование, зондирование методом вызванной поляризации, электромагнитное зондирование с контролируемым источником и др.) (см. обзор [Spichak, Manzella, 2009]). В частности, был предложен электромагнитный геотермометр, не требующий априорных знаний или предположений о механизмах электропроводности в земной коре и свободный от отмеченных выше недостатков других косвенных геотермометров [Спичак, Захарова, 2013]. Этот подход использовался для оценки температуры на глубинах ниже забоя скважин [Spichak, Zakharova, 2009], а также в пространстве между ними [Spichak et al., 2011].

Результаты проведенных модельных исследований говорят о том, что электропроводность можно считать хорошим прокси-параметром для оценки проницаемости пород вне скважин [Спичак, Захарова, 2022]. По результатам инверсии магнитотеллурических данных в этой работе построен двумерный разрез проницаемости геотермальной области Сульц-су-Форе (Франция) до глубины 5 км. Его анализ позволил выявить проницаемые трещиноватые зоны, перспективные для разведочного бурения.

На основе полученных результатов электромагнитного прогноза теплофизических и фильтрационно-емкостных свойств пород можно предположить, что возможны не только апостериорные оценки этих параметров вне скважин по результатам проведенного ранее разведочного бурения, но и их прогноз во время бурения [Spichak, 2013; 2014; 2018]. Это дало бы возможность оперативно планировать сам процесс бурения, оптимизируя его направление в зависимости от сделанных *in situ* оценок прогнозных параметров. В настоящей работе проводится моделирование прогнозов температуры, теплопроводности и проницаемости на глубины, превосходящие пробуренные, а также в окрестности разведочной скважины. Для этого мы используем данные из трех близко расположенных скважин, пробуренных ранее в геотермальной области Сульц-су-



**Рис. 1.** Схематическая геологическая карта расположения геотермальной области Сульц-су-Форе (модифицировано по статье [Sausse et al., 2010]). На вставке показаны скважины GPK2, EPS1, GPK1.

Форе (Франция) (рис. 1), а также результаты проведенного там магнитотеллурического зондирования.

### МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ

В 2009 г. в регионе Сульц-су-Форе было проведено магнитотеллурическое зондирование вдоль профиля, проходящего в окрестности пробуренных ранее скважин [Geiermann, 2009] (на рис. 2 показано расположение профиля и скважин GPK1, EPS1 и GPK2). Зондирование прово-

дилось с помощью аппаратуры GMS-06 (Metronix Inc.) в широком диапазоне частот от  $10^{-5}$  до  $10^5$  Гц. Анализ размерности структуры по полученным МТ данным показал, что до периодов примерно 40 с структуру можно считать двумерной. Соответственно, вдоль профиля была выполнена двумерная инверсия МТ данных по алгоритму из работы [Rodi, Mackie, 2001]. На рис. 3 показан разрез электропроводности, построенный по МТ данным до глубины 5 км [Spichak et al., 2015]. Вертикальные штриховые линии указывают ближайшие к скважинам профили электропроводности, использованные для модельных расчетов.

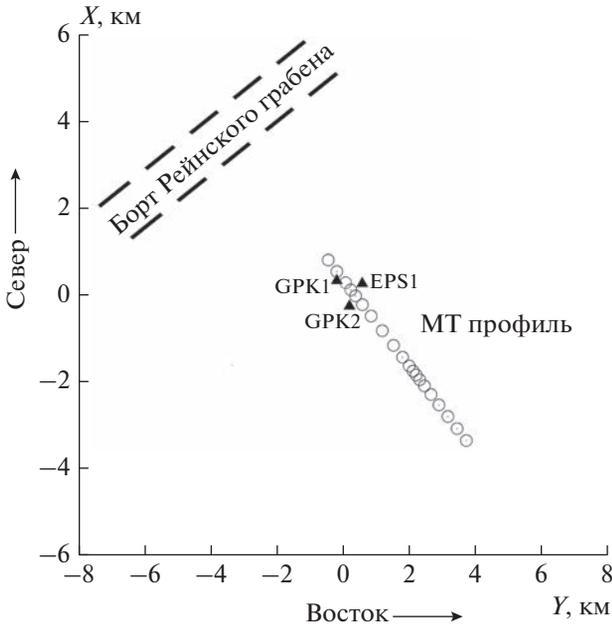


Рис. 2. Схема расположения MT профиля и скважин GPK2, EPS1, GPK1.

### МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

Моделирование возможности прогноза температуры и проницаемости в процессе бурения скважин проводилось с использованием аппарата искусственных нейросетей “с учителем” [Хайкин, 2006], успешно применявшегося ранее для оценки температуры, пористости, сейсмических скоростей и проницаемости по данным электромагнитных зондирований (см. примеры в работе [Спичак, 2019]). По каждому из рассматриваемых параметров ( $T/\lambda/K$ ) исследования состояли из двух частей. В первой части делались его прогнозы на глубину. С этой целью весь профиль этого параметра вдоль ствола рассматриваемой скважины глубиной  $D$  делился на 10 равных частей. Аналогично делился профиль электропроводности, соседний с этой скважиной (см. расположение профилей на разрезе из рис. 3). Затем ИНС обучалась на соответствии данных электропроводности и рассматриваемого параметра (предварительно приведенных к одинаковым глубинам), последовательно на все возрастающих фрагментах профилей  $D_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ) от устья ( $z = 0$ ) до “забоя” ( $z = D$ ) скважины. Соответственно, последующий прогноз с помощью обученной таким образом ИНС делался на оставшуюся часть глубины скважины ( $D - D_i$ ) (на рис. 4а показана схема такого прогноза).

Для оценки точности прогнозов каждый раз вычислялась невязка между модельными и истинными данными по формуле (1):

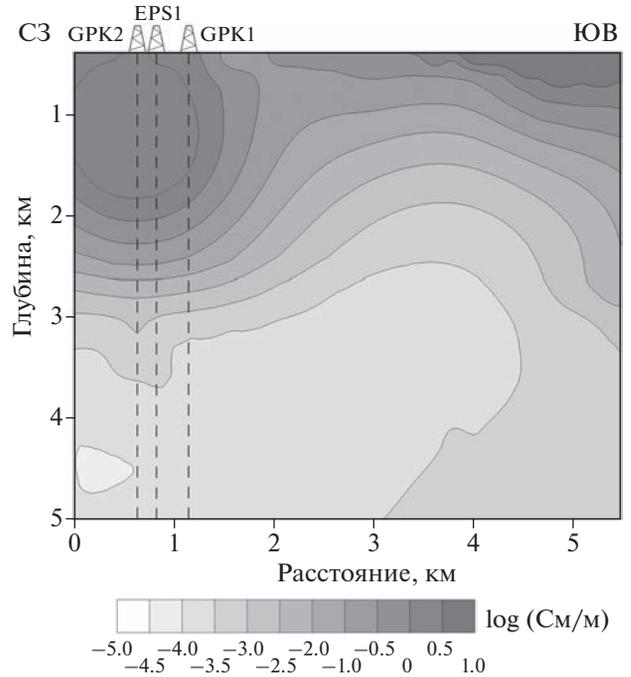


Рис. 3. Разрез электропроводности, построенный по MT данным (модифицировано по статье [Spichak et al., 2015]). Штриховые линии показывают расположение вертикальных профилей электропроводности, ближайших к рассматриваемым скважинам.

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_n \left| \frac{f_n^{\text{ист}} - f_n^{\text{мод}}}{f_n^{\text{ист}}} \right| \times 100\%, \quad (1)$$

где:  $f$  – рассматриваемый параметр ( $T/\lambda/K$ );  $f_n^{\text{мод}}$  – модельные и истинные значения в  $n$ -ой точке на прогнозном участке профиля, соответственно;  $N$  – общее число таких точек.

Для того, чтобы оценить возможность прогноза выбранных параметров в окрестности уже пробуренной скважины, во второй части исследова-

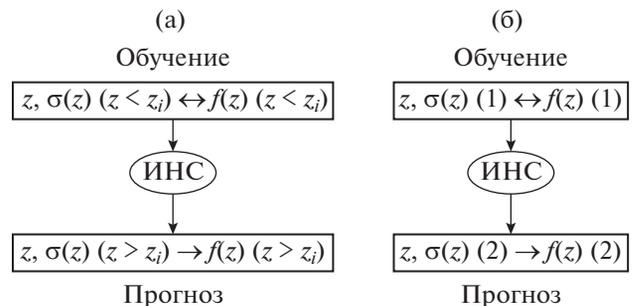


Рис. 4. Схемы нейросетевого прогноза параметров по данным электропроводности и измеренным значениям параметра ( $T/\lambda/K$ ): (а) – прогноз на глубины, превышающие глубину бурения ( $D_i$ ); (б) – прогноз по данным скважины 1 на местоположение скважины 2.

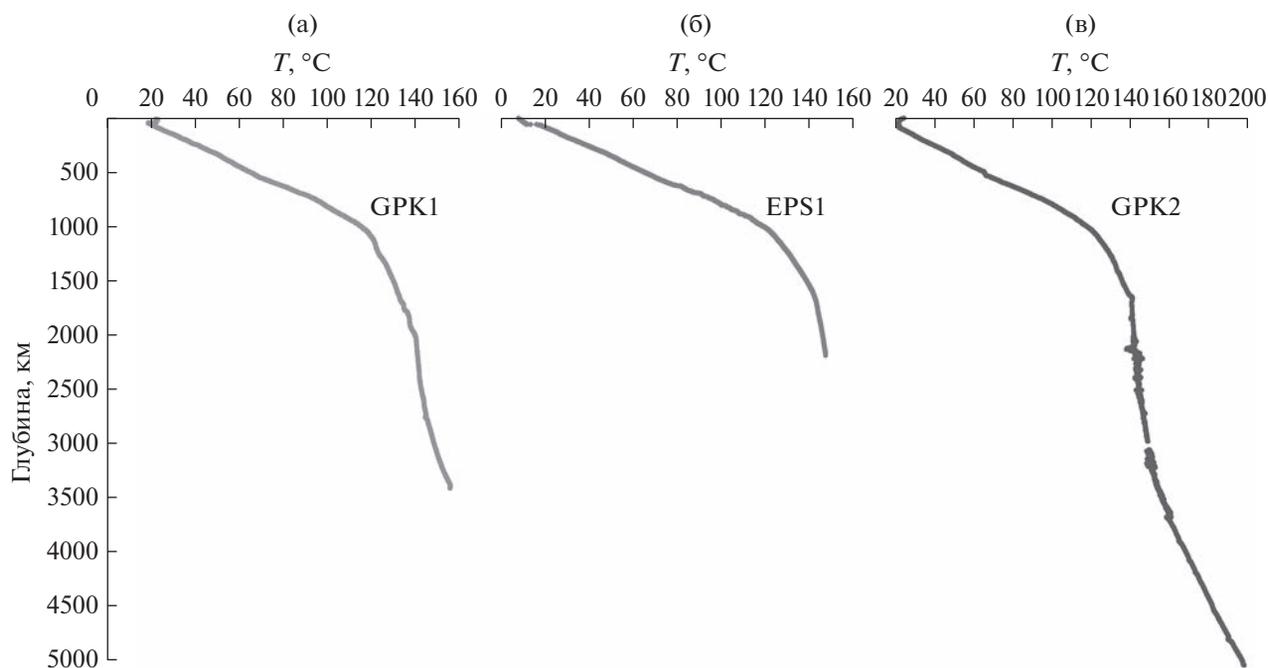


Рис. 5. Геотермы из скважин GPK2 (а); EPS1 (б); GPK1 (в) [Genter et al., 1997].

ний моделировались прогнозы рассматриваемого параметра, измеренного в одной скважине, на соседние скважины. С этой целью ИНС обучалась на соответствии данных электропроводности и рассматриваемого параметра (предварительно приведенных к одинаковым глубинам) в одной и той же скважине, в затем с ее помощью делался прогноз на такие же глубины соседних скважин (на рис. 4б показана схема такого прогноза). Для оценки точности прогнозов каждый раз вычислялась невязка между модельными и истинными значениями параметра вдоль ствола целевой скважины по формуле (1).

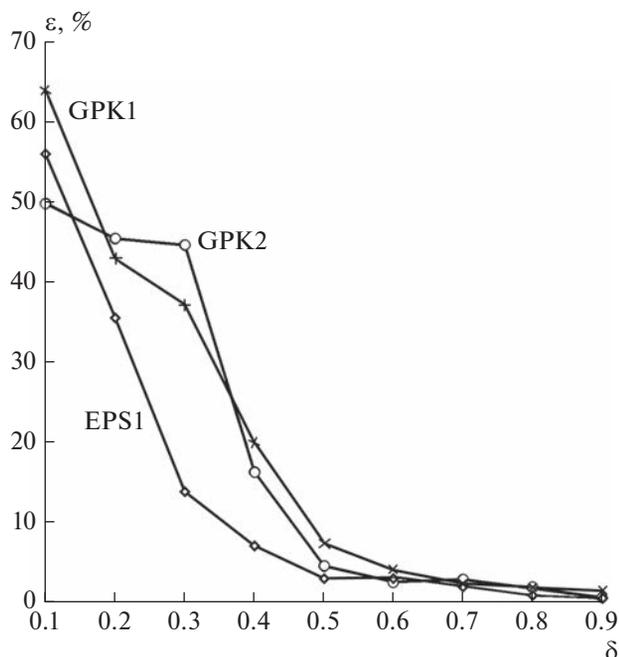
### ПРОГНОЗ ТЕМПЕРАТУРЫ

В ходе геотермального проекта в регионе Сульц-су-Форе (рис. 1), начавшегося в 1986 г., было пробурено 5 глубоких скважин [Dezayes et al., 2005; Genter et al., 2009; 2010]. Мы используем для экспериментов геотермы из скважин GPK1, EPS1 и GPK2 (рис. 5), пробуренных в разное время в несколько этапов. В 1988 г. были пробурены скважины EPS1 и GPK1 (до 2190 м). В 1991 г. последняя из них была углублена до 3474 м. Наконец, скважина GPK2 была сначала пробурена до 2000 м, затем углублена до 3878 м и, наконец, доведена до глубины 5046 м.

### Прогноз на глубину ниже забоя

В соответствии со схемой нейросетевого прогноза на глубину, описанной выше в разделе 3, в каждой из трех скважин выполнялся прогноз температуры на глубины  $D_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ) и вычислялись ошибки прогноза ( $\epsilon$ ) в зависимости от отношения  $\delta_i = D_i/D$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ), где  $D_i$  и  $D$  – глубины “забоя” и цели, соответственно. На рис. 6 показаны графики ошибок прогноза для каждой из трех рассматриваемых скважин. Сравнительный анализ построенных графиков показывает, что при  $\delta = 0.1$  (то есть, когда глубина прогноза в 10 раз превышает глубину “пробуренной” скважины) относительные ошибки прогноза изменяются в диапазоне 50–65%. В то же время, уже при  $\delta = 0.5$  (то есть, когда глубина прогноза вдвое превышает глубину скважины) они составляют вполне приемлемые 3–7%, то есть, в среднем, 5%. При дальнейшем росте  $\delta$  ошибки уменьшаются до 1–2%.

С практической точки зрения эти результаты говорят о том, что бурение разведочных скважин имеет смысл осуществлять в два этапа, делая в конце первого прогноз температуры на глубину, не более, чем вдвое превышающую пробуренную. Естественно, точность такого прогноза зависит от интервала времени, необходимого для того, чтобы температура в стволе пробуренной скважины перестала существенно изменяться. Именно такой случай имел место со скважиной GPK2, ко-

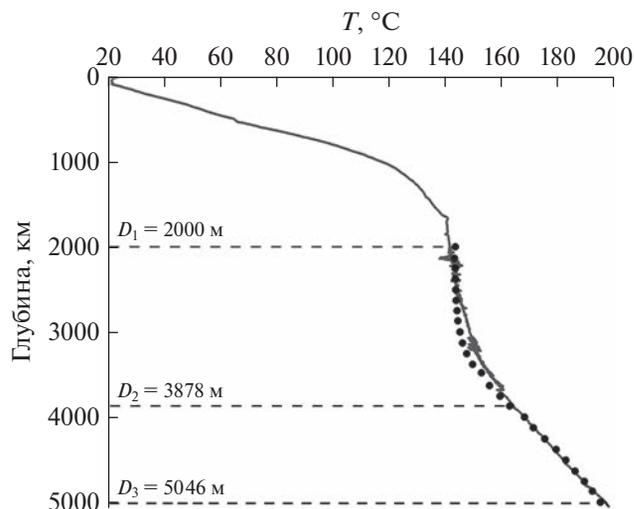


**Рис. 6.** Относительные ошибки ( $\epsilon$ ) прогнозов температуры на глубины ниже забоя скважин  $D_i$  ( $z > D_i$ ) в зависимости от соотношения  $\delta_i = D_i/D$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ), где  $D_i$  и  $D$  – глубина “забоя” и целевая глубина прогноза, соответственно.

торую бурили в 3 этапа (сначала до глубины  $D_1 = 2000$  м, потом до  $D_2 = 3878$  м, и, наконец, до глубины  $D_3 = 5046$  м) с временными интервалами в несколько лет (см. выше). В работе [Spichak et al., 2015] было проведено ретро-моделирование такого бурения в предположении, что после каждого этапа делался прогноз температуры до следующей отметки, то есть, сначала от глубины  $D_1$  до  $D_2$ , а затем от  $D_2$  до  $D_3$ . На рис. 7 приведена геотерма самой скважины, а также кривые прогноза температуры, сделанного “по окончании каждого этапа” на следующий диапазон глубин. Относительные ошибки двух прогнозов составили всего 4 и 2%, соответственно. Такие маленькие ошибки связаны с тем, что в первом случае соотношение между глубиной бурения  $D_1$  и целевой глубиной  $D_2$  составило 0.5, а во втором случае –  $D/D_3 = 0.8$ , что согласуется с приведенными на рис. 6 оценкими точности прогноза для этой скважины.

### Прогноз в окрестности скважины

При бурении разведочной скважины представляет большой интерес прогноз температуры в ее ближайшей окрестности, на основе которого можно было бы делать обоснованные выводы об оптимальной локализации следующих разведочных скважин. Для моделирования этой ситуации



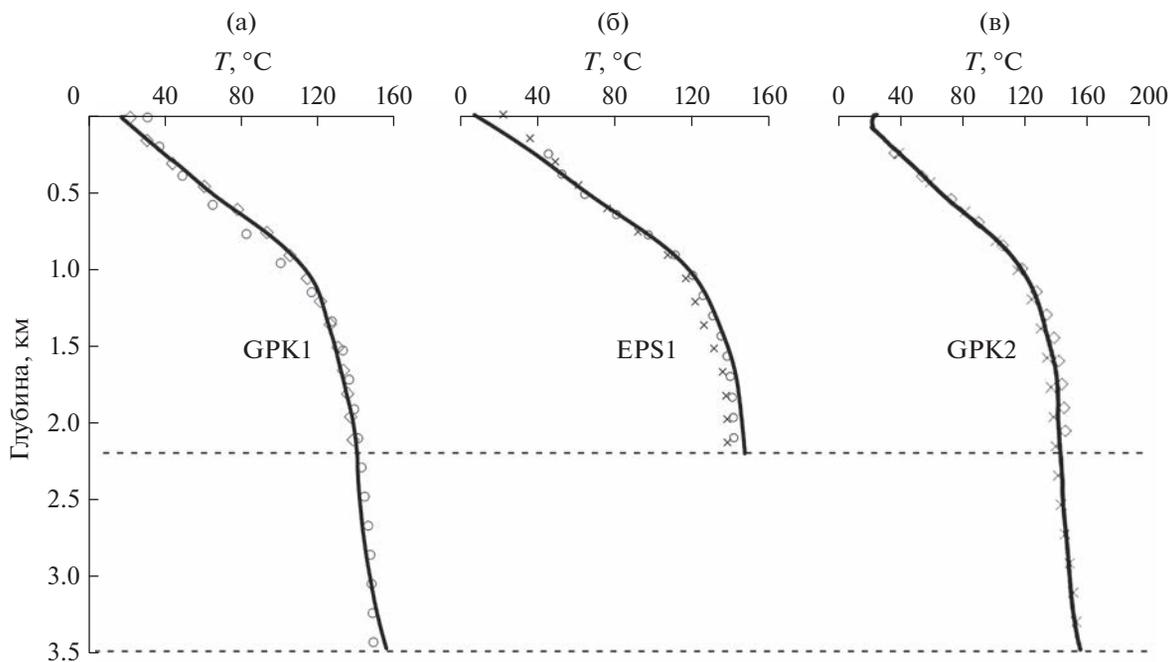
**Рис. 7.** Результаты ретро-прогноза температуры в скважине GPK2 как если бы он последовательно делался с глубины  $D_1 = 2000$  м до целевой глубины 3078 м, а затем с глубины  $D_2 = 3078$  м до целевой глубины  $D = 5046$  м [Spichak et al., 2015].

мы выполнили прогнозы температуры в каждой скважине по данным каждой из двух других (на соответствующих глубинах) и сравнили результаты с исходными геотермами. На рис. 8 приведены графики таких прогнозов, а в таблице – соответствующие ошибки. Как видно из таблицы, диапазон ошибок составляет от 4.1 до 8.9% (то есть, в среднем 6.1%).

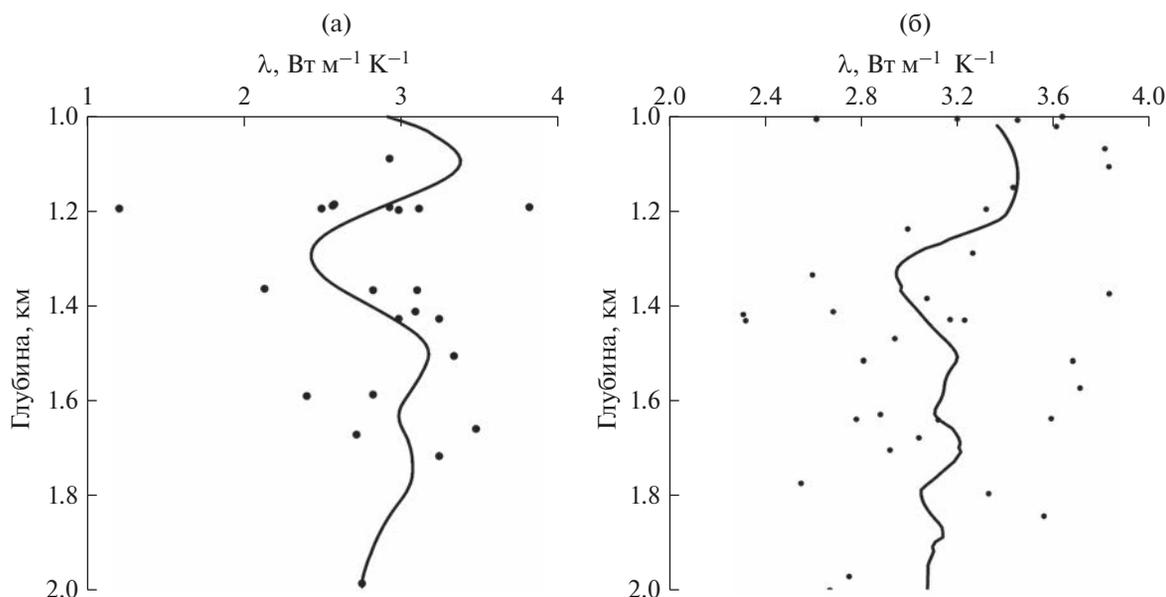
В этой связи стоит отметить, что, как было показано в работе [Spichak et al., 2011], уровень ошибок электромагнитного прогноза температуры контролируется четырьмя факторами: наличием разломов или других глубинных геологических неоднородностей между скважиной и ближайшим ЭМ пунктом, данные из которого используются для прогноза; критической величиной расстояния между ними (не более, чем 2 км); наличием или отсутствием внедрения метеорных или других вод с аномальными температурными параметрами; использованием адекватного аппарата инверсии ЭМ данных, учитывающего размерность среды в окрестности пунктов прогноза.

### ПРОГНОЗ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Моделирование прогноза теплопроводности осуществлялось нами в соответствии с той же схемой, представленной выше (рис. 4б). С этой целью использовались данные “сухой” теплопроводности ( $\lambda$ ), измеренные на кернах из скважин GPK1 [Pribnow et al., 1997] и EPS1 [Heap et al., 2019; Geraud et al., 2010] (рис. 9).



**Рис. 8.** Сравнение геотерм для скважин GPK1 (а), EPS1 (б), и GPK2 (в) (сплошные линии) и прогнозов, сделанных с помощью нейросетей, обученных на данных для двух других скважин. Крестики, ромбики и кружки обозначают прогнозы, сделанные по данным скважин GPK1, EPS1, GPK2, соответственно.

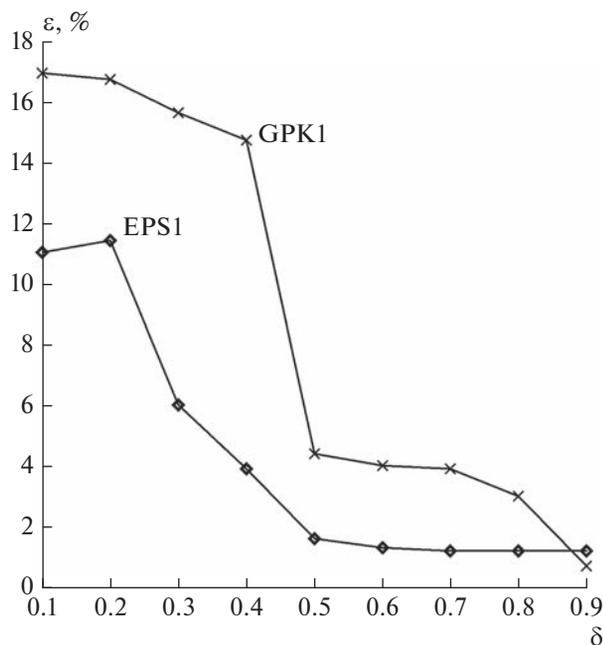


**Рис. 9.** Данные теплопроводности для скважин GPK1 [Pribnow et al., 1997] (а) и EPS1 [Hear et al., 2019; Geraud et al., 2010] (б). Кривые обозначают сглаженные данные.

**Прогноз на глубину ниже забоя**

В каждой из двух скважин выполнялся прогноз теплопроводности на глубины  $D_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ) и вычислялись ошибки прогноза ( $\epsilon$ ) в зависимости от соотношения  $\delta_i = D_i/D$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ), где  $D_i$  и  $D$  – глубины “забоя” и цели, соответственно. На

рис. 10 показаны графики таких ошибок для каждой из рассматриваемых скважин. Сравнительный анализ построенных графиков показывает, что при  $\delta = 0.1$  (то есть, когда глубина прогноза в 10 раз превышает глубину “пробуренной” скважины) относительные ошибки прогноза изменяются в диапазоне 11–17%. В то же время, уже при



**Рис. 10.** Относительные ошибки ( $\varepsilon$ ) прогнозов теплопроводности  $\lambda$  на глубины ниже забоя скважин  $D_i$  ( $z > D_i$ ) в зависимости от соотношения  $\delta_i = D_i/D$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ), где  $D_i$  и  $D$  – глубина “забоя” и целевая глубина прогноза, соответственно.

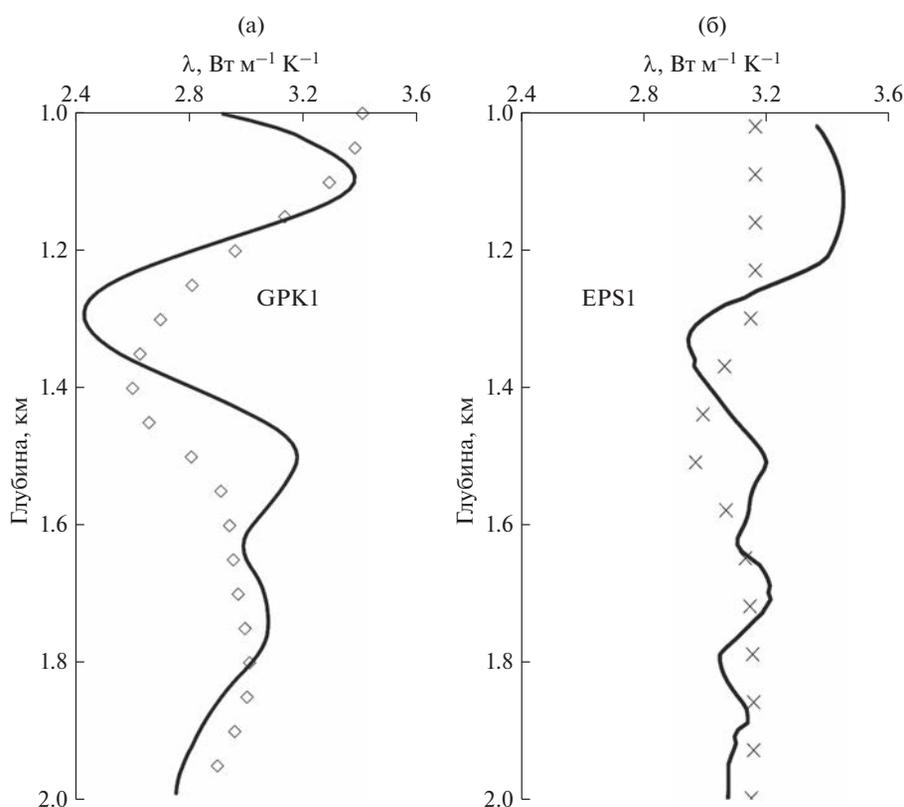
$\delta = 0.5$ , то есть, при прогнозе на удвоенную глубину скважины, они составляют всего 2–5% (в среднем, 3.5%). При дальнейшем росте  $\delta$  ошибки уменьшаются до 1%.

### Прогноз в окрестности скважины

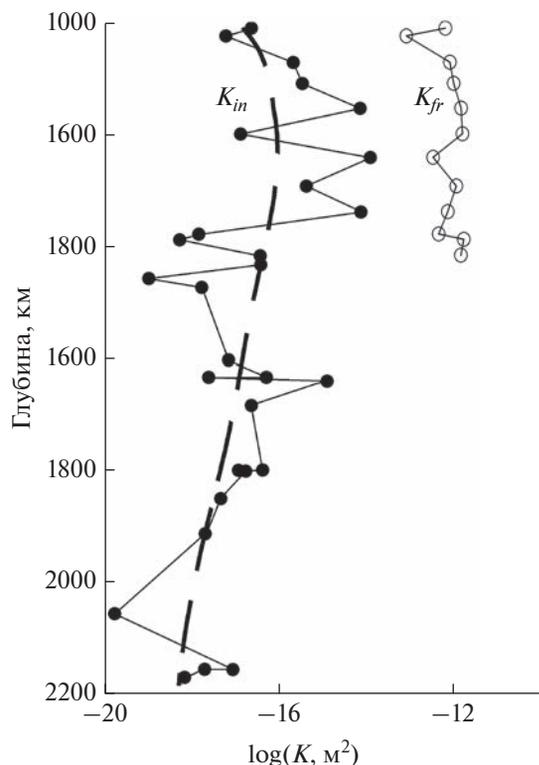
Для моделирования прогноза теплопроводности в окрестности скважины мы выполнили оценки профилей теплопроводности в каждой скважине по данным из другой скважины (на соответствующих глубинах) и сравнили результаты с исходными сглаженными графиками теплопроводности. На рис. 11 приведены результаты таких прогнозов со скважины EPS1 на скважину GPK1 (а) и наоборот (б). Относительные ошибки прогнозов составили, соответственно, 7.5 и 4.4%, то есть, в среднем, около 6%.

### ПРОГНОЗ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Для моделирования прогнозов проницаемости мы использовали данные неповрежденных ( $K_{in}$ ) и искусственно поврежденных (трещиноватых) ( $K_{fr}$ ) образцов породы из скважины EPS1 на глу-



**Рис. 11.** Сравнение графиков сглаженной теплопроводности для скважин GPK1 (а) и EPS1 (б) (сплошные линии) и прогнозов, сделанных с помощью нейросетей, обученных на данных для другой скважины. Кривые с крестиками и ромбиками обозначают прогнозы, сделанные по данным скважин GPK1 и EPS1, соответственно.

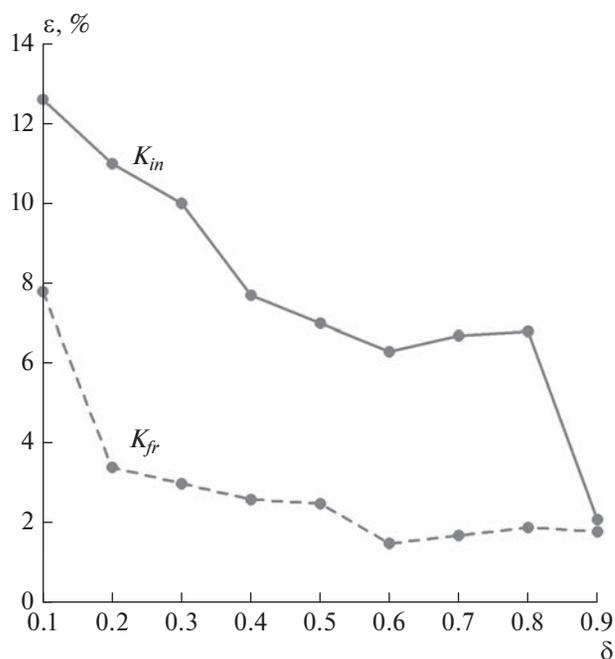


**Рис. 12.** Значения проницаемости неповрежденных ( $K_{in}$ ) и искусственно поврежденных (трещиноватых) ( $K_{fr}$ ) образцов из скважины EPS1 [Kushnir et al., 2018; Geraud et al., 2010].

бинах осадочного чехла (1006–1417 м) [Kushnir et al., 2018], а также данные проницаемости неповрежденных образцов на глубинах гранитного фундамента (1420–2161 м) [Geraud et al., 2010] (см. соответствующие графики на рис. 12). Как видно на рис. 12, диапазоны изменения  $K_{in}$  и  $K_{fr}$  составляют примерно  $10^{-20}$ – $10^{-14}$  и  $10^{-13}$ – $10^{-11}$  м<sup>2</sup>, соответственно.

### Прогноз на глубину ниже забоя

Аналогично схеме прогноза температуры и теплопроводности (см. соответствующие разделы выше) прогноз проницаемости в скважине EPS1 последовательно выполнялся на глубины  $D_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ) и вычислялись ошибки прогноза ( $\epsilon$ ) в зависимости от соотношения  $\delta_i = D_i/D$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ), где  $D_i$  и  $D$  – глубины “забоя” и цели, соответственно. На рис. 13 показаны графики таких ошибок для каждого типа проницаемости. Как и следовало ожидать, в обоих случаях с увеличением параметра  $\delta$  (то есть, с уменьшением соотношения между целевой глубиной и глубиной скважины) средняя относительная ошибка прогноза ( $\epsilon$ )



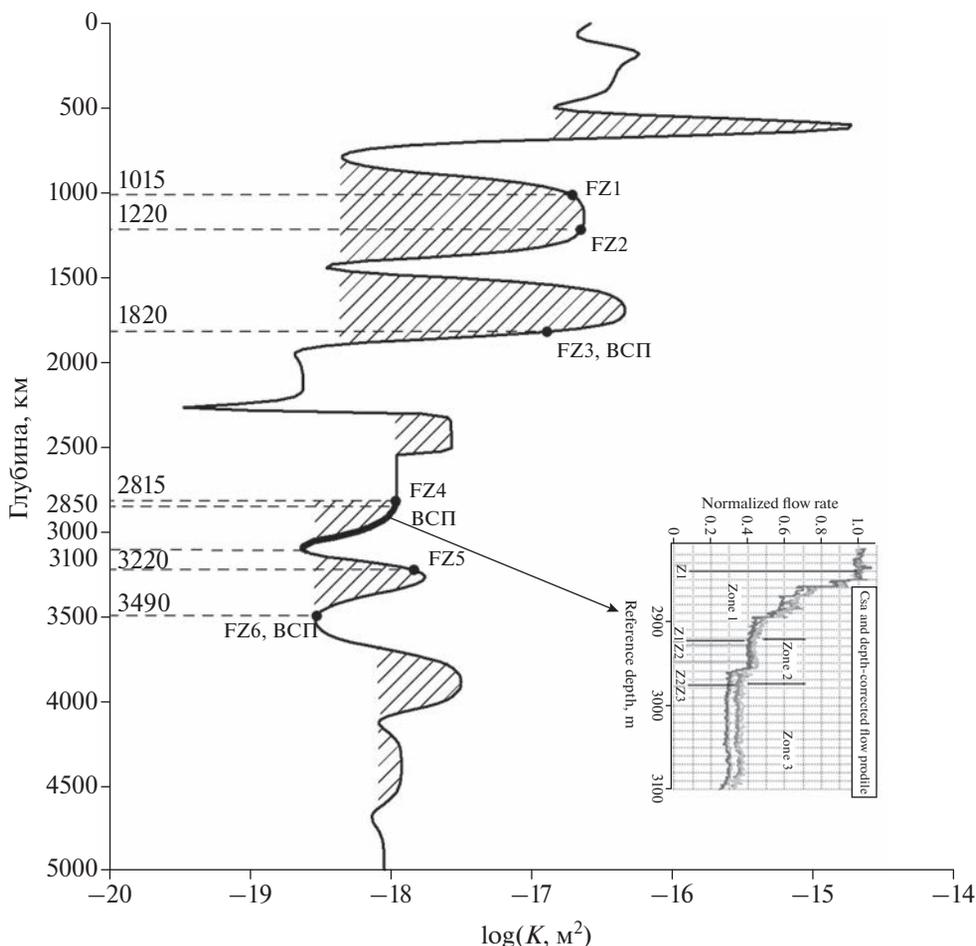
**Рис. 13.** Относительные ошибки прогноза проницаемости на глубины “ниже забоя” ( $z > D_i$ ) скважины EPS1 в зависимости от соотношения  $\delta_i = D_i/D$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ), где  $D_i$  и  $D$  – глубина “забоя” и целевая глубина прогноза, соответственно.

уменьшается. При этом в случае трещиноватых образцов она оказывается в 2–3 раза меньше, чем в случае неповрежденных. В частности, при  $\delta = 0.5$ , то есть, при прогнозе на удвоенную глубину скважины, они составляют около 7 и 2.5%, соответственно.

### Прогноз в окрестности скважины

В отсутствие данных проницаемости в скважинах, соседних с EPS1, в работе [Спичак, Захарова, 2022] был сделан ее прогноз в пункте расположения скважины GPK1, а точность прогноза косвенно оценивалась сравнением графика проницаемости с расположением трещиноватых зон в этой скважине [Dezaues et al., 2010], подтвержденных результатами вертикального сейсмического профилирования [Sausse et al., 2010].

Как видно на графике рис. 14, практически все трещиноватые зоны расположены на глубинах, где наблюдаются локальные максимумы проницаемости (исключение составляет зона FZ6, где проницаемость по разным причинам может быть низкой). Косвенным подтверждением точности прогноза является повышенная проницаемость ( $K > 10^{-17}$  м<sup>2</sup>) на глубинах 1600–1850 м, где была обнаружена сильная утечка бурового раствора,



**Рис. 14.** Прогноз проницаемости в пункте расположения скважины GPK2. Заштрихованы области локальных максимумов проницаемости.  $FZ_i$  ( $i = 1, 6$ ) указывают расположение трещиноватых зон, определенных с помощью анализа данных ГИС [Dezayes et al., 2010] и подтвержденных с помощью вертикального сейсмического профилирования (ВСП) [Sausse et al., 2010]. На вставке: скорости потока флюидов при гидравлических тестах скважины GPK1 в диапазоне глубин 2850–3100 м [Evans et al., 1996] (соответствующий участок графика проницаемости выделен жирной линией).

истечение газа и пластовых вод [Vuataz et al., 1990]. Еще одним косвенным подтверждением точности прогноза может служить одинаковое трехкратное снижение прогнозной проницаемости и скорости потока флюидов на участке глубин 2850–3100 м во время гидравлического тестирования скважины GPK1 [Evans et al., 1996] (ср. выделенный участок графика прогнозной проницаемости и графики скорости потока флюидов на вставке).

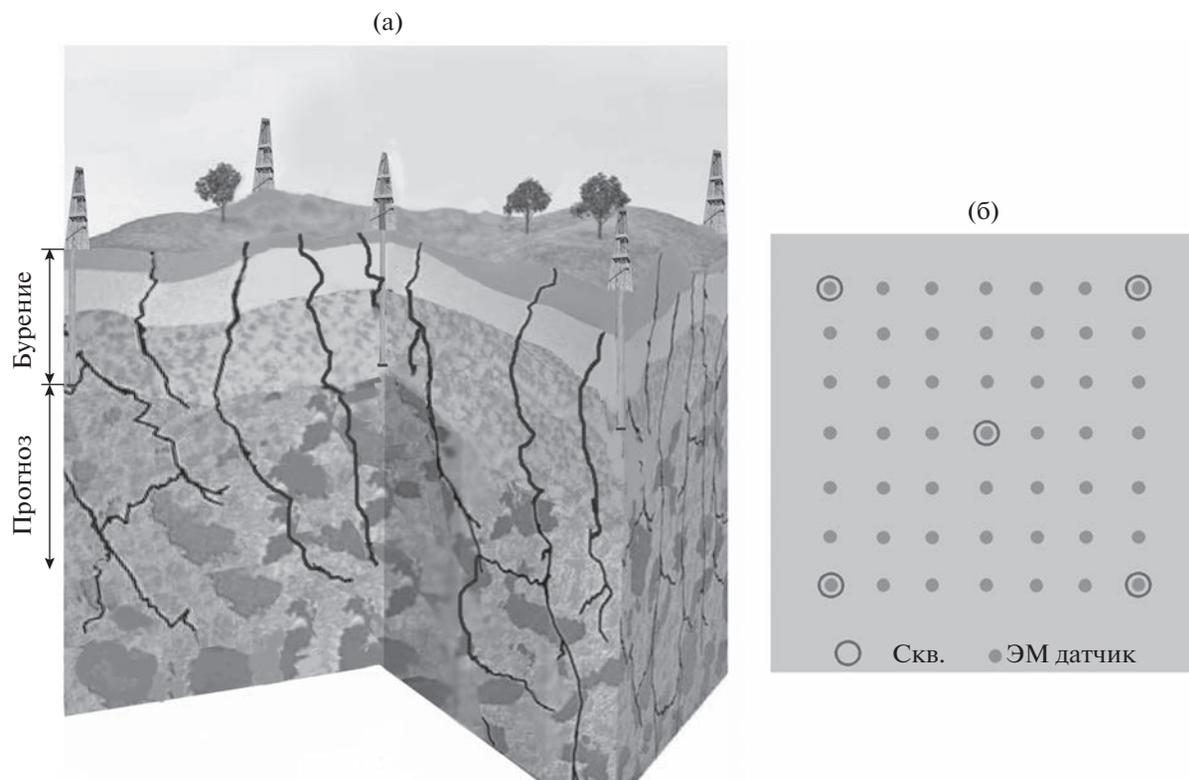
#### СХЕМА ПРОГНОЗА ВО ВРЕМЯ БУРЕНИЯ РАЗВЕДОЧНЫХ СКВАЖИН

Приведенные выше модельные результаты говорят о возможности прогноза теплофизических, а также коллекторских свойств пород, не только по результатам проведенного ранее электромагнитного зондирования участка и каротажных

данных, но и непосредственно во время бурения разведочных скважин. Новая концепция такого прогноза во время бурения (Predicting While Drilling – PWD), основанная на использовании результатов предварительной 3D-электромагнитной разведки участка работ и каротажа во время бурения, была предложена ранее в работах [Spichak, 2013; 2014; 2018]. На рис. 15 показана схема такого прогноза на глубину, превышающую глубину пробуренной скважины.

Ее реализация подразумевает:

- проведение предварительной 3D-электромагнитной разведки с контролируемым источником;
- построение 3D-модели электропроводности;
- прогноз теплофизических и коллекторских свойств пород вне пробуренных скважин по модельной электропроводности и каротажу (макси-



**Рис. 15.** Схема прогноза параметров коллектора во время бурения: (а) — общий вид участка; (б) — расположение скважин и датчиков измерения ЭМ поля.

мально до глубины предварительно построенной модели электропроводности);

– принятие решения о продолжении бурения и его новых параметрах (в частности, направлении бурения).

### ВЫВОДЫ

На основе нейросетевого моделирования прогнозов температуры, теплопроводности и проницаемости пород на глубины ниже забоя скважин показано, что относительная точность прогнозов существенно зависит от соотношения ( $\delta$ ) между глубиной пробуренной скважины и целевой глубиной прогноза. Для всех рассмотренных параметров ошибки прогноза существенно уменьшаются, начиная со значений  $\delta = 0.5$ , то есть, когда прогноз делается на глубины не более, чем вдвое, превышающие глубину скважины. В этом случае средние относительные ошибки прогноза температуры, теплопроводности и проницаемости трещиноватых пород становятся меньше, чем 5, 3.5 и 2.5%, соответственно. Отметим в этой связи, что использование с целью прогноза методов, основанных на установлении корреляции между электропроводностью и искомыми параметрами, приводит к большим ошибкам (не говоря уже о

чисто математической экстраполяции с помощью кригинга). Например, при экстраполяции проницаемости на удвоенную глубину скважины по эмпирической формуле, полученной с помощью уравнения регрессии, относительная ошибка составляет 11.5% [Спичак, Захарова, 2022]. Аналогичные результаты получаются и при экстраполяции температуры [Спичак, Захарова, 2013].

С другой стороны, что в рамках нейросетевого прогноза одинаковый уровень неопределенности значений электропроводности как в обучающих данных, так и в тех, которые используются для прогноза искомым параметром, является причиной очень слабого влияния этой неточности на относительные ошибки прогноза [Спичак, Захарова, 2013; Спичак, 2019]. Это связано с тем, что наилучшее нейросетевое распознавание достигается, когда обучающие и тестирующие данные подобны в широком смысле. В нашем случае и те, и другие данные одинаково искажены (при этом уровень ошибок практически не имеет значения).

Ошибки прогнозов рассматриваемых параметров в окрестности пробуренных скважин зависят от наличия разломов или других глубинных геологических неоднородностей между скважиной и ближайшим ЭМ пунктом, данные из кото-

рого используются для прогноза; критической величиной расстояния между ними (не более, чем 2 км); наличием или отсутствием внедрения метеорных или других вод; использованием адекватного аппарата инверсии ЭМ данных, учитывающего размерность среды в окрестности пунктов прогноза. При этом средние относительные ошибки прогноза температуры и теплопроводности в окрестности пробуренной скважины составили 6%.

На основе полученных результатов обоснована новая схема прогноза теплофизических и коллекторских свойств пород во время бурения разведочных геотермальных скважин. Преимущество такой методики прогноза во время бурения (Predicting While Drilling) состоит в следующем:

- искомые параметры оцениваются в пределах объема, ограниченного границами участка и заданной глубиной (а не только ближайшей окрестностью и длиной пробуренной скважины);
- повышается точность оценок теплофизических и коллекторских свойств пород (за счет использования электропроводности как прокси-параметра);
- прогноз тенденций и решения о целесообразности продолжения бурения, а также его оптимальных параметрах (в частности, перспективном направлении) осуществляются в режиме *online*;
- общая стоимость бурения существенно снижается.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 20-17-00155).

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность д-ру А. Жантеру, предоставившему геотермы скважин, и анонимным рецензентам, которые сделали полезные замечания, улучшившие статью.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Дучков А.Д., Соколова Л.С., Аюнов Д.Е., Злобина О.Н.* Теплопроводность пород осадочного чехла арктической части Западной Сибири // Геология и геофизика. 2013. Т. 54. № 12. С. 1952–1960.
- Дучков А.Д., Шварцман Ю.Г., Соколова Л.С.* Глубинный тепловой поток Тянь-Шаня: достижения и проблемы // Геология и геофизика. 2001. Т. 42. № 10. С. 1512–1529.
- Подгорных Л.В., Хуторской М.Д., Грамберг И.С., Леонов Ю.Г.* Трехмерная геотермическая модель Карского шельфа и прогноз нефтегазоносности // Докл. РАН. 2001. Т. 380. № 2. С. 228–232.
- Поляк Б.Г., Толстихин И.Н., Якуцени В.А.* Изотопный состав гелия и тепловой поток – геохимический и геофизический аспекты тектогенеза // Геотектоника. 1979. № 5. С. 3–23.
- Спичак В.В.* Электромагнитная томография земных недр. М.: Научный мир. 2019. 376 с.
- Спичак В.В., Захарова О.К.* Электромагнитный геотермометр. М.: Научный мир. 2013. 170 с.
- Спичак В.В., Захарова О.К.* Электромагнитный прогноз проницаемости вне скважин // Геофизические исследования. 2022. Т. 23. № 2. С. 18–38. <https://doi.org/10.21455/gr2022.2-2>
- Хайкин С.* Нейронные сети. 2-е изд., испр.: Пер. с англ. М.: ООО “И. Д. Вильямс”. 2006. 1104с.
- Шварцман Ю.Г.* Тепловое поле, сейсмичность и геодинамика Тянь-Шаня. Автореферат дис. докт. геол.-мин. наук. Бишкек: ИГАНРК. 1992. 38 с.
- Aminian K., Ameri S.* Application of artificial neural networks for reservoir characterization with limited data // J. Pet. Sci. Eng. 2005 V. 49(3–4). P. 212–222.
- Arnorsson S., Gunnlaugsson E.* New gas geothermometers for geothermal exploration—calibration and application // Geochimica et Cosmochimica Acta. 1985. V. 49. № 6. P. 1307–1325.
- Bhatt A., Helle H.B.* Committee neural networks for porosity and permeability prediction from well logs // Geophys. Prosp. 2002. V. 50. P. 645–660.
- Dezayes C., Genter A., Hooijkaas G.* Deep-seated geology and fracture system of the EGS Soultz reservoir (France) based on recent 5km depth boreholes. Proc. World Geothermal Congress. Antalya. Turkey. 2005.
- Dezayes C., Genter A., Valley B.* Structure of the low permeable naturally fractured geothermal reservoir at Soultz // Comptes Rendus Géoscience, 2010. V. 343(7–8). P. 517–530.
- Díaz-Curiel J., Biosca B., Miguel M.J.* Geophysical Estimation of Permeability in Sedimentary Media with Porosities from 0 to 50% // Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP Energies Nouvelles. 2016. V. 71. P. 27–44.
- Evans K.F., Kohl T., Hopkirk J., Rybach L.* Studies of the Nature of Non-linear Impedance to Flow within the Fractured Granitic Reservoir at the European Hot Dry Rock Project site at Soultz-sous-Forêts, France. ETH Zurich report-Polydynamics Engineering. Institut für Geophysik. Zurich. Switzerland. 1996. P. 144.
- Geiermann J.* 2-D magnetotelluric sounding and modeling at the geothermal site Soultz-sous-Forêts. Dipl. Phys., J. Gutenberg Universität. Mainz. Germany. 2009. 98 p.
- Genter A., Castaing C., Dezayes C., Tenzer H., Traineau H., Villemain T.* Comparative analysis of direct (core) and indirect (borehole imaging tools) collection of fracture data in the Hot Dry Rock Soultz reservoir (France) // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. B7. 15. P. 419–431.
- Genter A., Evans K., Cuenot N., Fritsch D., Sanjuan B.* Contribution of the exploration of deep crystalline fractured reservoir of Soultz to the knowledge of enhanced geothermal systems (EGS) // C. R. Geoscience. 2010. V. 342. P. 502–516.
- Genter A., Fritsch D., Cuenot N., Baumgärtner J., Graff J.-J.* Overview of the current activities of the European EGS Soultz project: from exploration to electricity production. Proc. Thirty-Fourth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering. Stanford University. Stanford. California. 2009.

- Geraud Y., Rosener M., Surma F., Place J., Le Garzic E., Diraison M.* Physical properties of fault zones within a granite body: Example of the Soultz-sous-Forêts geothermal site // *Comptes Rendus Geoscience*. 2010. V. 342. P. 566–574.
- Harvey C.C., Browne P.R.L.* Mixed-layer clay geothermometry in the Wairakei geothermal field, New Zealand // *Clay and Clay Minerals*. 1995. V. 39. P. 614–621.
- Heap M.J., Kushnir A.R.L., Gilg H.A., Violay M.E.S., Harlé P., Baud P.* Petrophysical properties of the Muschelkalk from the Soultz-sous-Forêts geothermal site (France), an important lithostratigraphic unit for geothermal exploitation in the Upper Rhine Graben // *Geothermal Energy*. 2019. P. 7–27.
- Helle H.B., Bhatt A., Ursin B.* Porosity and permeability prediction from wireline logs using artificial neural networks: a North Sea case study // *Geophys. Prospect*. 2001. V. 49. P. 431–444.
- Huang Z., Shimeld J., Williamson M., Katsube J.* Permeability prediction with artificial neural network modeling in the Venture gas field, offshore eastern Canada // *Geophysics*. 1996. V. 61 (2). P. 422–436.
- Kharaka Y.K., Mariner R.H.* Chemical geothermometers and their application to formation waters from sedimentary basins / Naeser N.D., McCulloch T. (eds.) *Thermal History of Sedimentary Basins*, S.C.P.M. Special issue. Springer Verlag. 1989. P. 99–117.
- Katz A.J., Thompson A.H.* Quantitative prediction of permeability in porous rock // *Phys. Rev. B Condens. Matter*. 1986. V. 34(11). P. 8179–8181.  
<https://doi.org/10.1103/physrevb.34.8179>
- Kushnir A.R.L., Heap M.J., Baud P.* Assessing the role of fractures on the permeability of the Permo-Triassic sandstones at the Soultz-sous-Forêts (France) geothermal site // *Geothermics*. 2018. V. 74. P. 181–189.
- Lim J.* Reservoir permeability determination using artificial neural network // *J. Korean Soc. Geosyst. Eng.* 2005. V. 40. P. 232–238.
- Ma S., Morrow N.R.* Relationships Between Porosity and Permeability for Porous Rocks. SCA Conference. 1996. Paper Number 9610.
- Ollinger D., Baujard C., Kohl T. and Moeck I.* 3-D Temperature Inversion Derived From Deep Borehole Data in the Northeastern German Basin // *Geothermics*. 2010. V. 39. P. 46–58.
- Polyak B.G., Tolstikhin I.N.* Isotopic composition of the Earth's helium and the motive forces of tectogenesis // *Chem. Geology*. 1985. V. 52. P. 9–33.
- Pribnow D., Engelking U., Schellschmidt R.* Temperature prediction for the HDR Project at Soutz-sous-Forêts. GGA tech. rpt. №115869. Hannover. 1997. 10 p.
- Rodi W., Mackie R.L.* Nonlinear conjugate gradient algorithm for 2D magnetotelluric inversion // *Geophysics*. 2001. V. 66(1). P. 174–187.
- Sausse J., Dezayes, C., Dorbath L., Genter A., Place J.* 3D model of fracture zones at Soultz-sous-Forêts based on geological data, image logs, induced microseismicity and vertical seismic profiles // *Comptes Rendus Geoscience*. 2010. V. 342. P. 531–545.
- Spichak V.V.* A new strategy for exploration drilling based on using of an electromagnetic sounding data. Expanded Abstr. Int. Workshop on High Entalphy Geothermal Systems San-Bernardino. California. 2013.
- Spichak V.V.* Reduce exploration drilling costs: pourquoi pas?! Expanded Abstr. D-GEO-D Conference. Paris. France. 2014.
- Spichak V.V.* Advances in electromagnetic techniques for exploration, prospecting, and monitoring of hydrocarbon deposits // *First Break*. 2018. V. 36(10). P. 75–81.
- Spichak V.V., Geiermann J., Zakharova O., Calcagno P., Genter A., and Schill E.* Estimating deep temperatures in the Soultz-sous-Forêts geothermal area (France) from magnetotelluric data // *Near Surface Geophysics*. 2015. V. 13(4). P. 397–408.
- Spichak V.V., Manzella A.* Electromagnetic sounding of geothermal zones // *J. Appl. Geophys.*, 2009. V. 68. P. 459–478.
- Spichak V.V., Zakharova O.* The application of an indirect electromagnetic geothermometer to temperature extrapolation in depth // *Geophys. Prospect*. 2009. V. 57. P. 653–664.
- Spichak V.V., Zakharova O.K., Rybin A.K.* Methodology of the indirect temperature estimation basing on magnetotelluric data: northern Tien Shan case study // *J. Appl. Geophys.* 2011. V. 73. P. 164–173.
- Urang J.G., Ebong E.D., Akpan A.E., Akaerue E.I.* A new approach for porosity and permeability prediction from well logs using artificial neural network and curve fitting techniques: A case study of Niger Delta, Nigeria // *J. Appl. Geophys.* 2020. V. 183. P. 1–14.
- Verma K.A., Cheadle A.B., Routray A., Mohanty K.W., Man-sinha L.* Porosity and Permeability Estimation using Neural Network Approach from Well Log // *Geoconvention Vision*. Canada. 2012.
- Vidal J., Genter A.* Overview of naturally permeable fractured reservoirs in the central and southern Upper Rhine Graben: Insights from geothermal wells // *Geothermics*. 2018. V. 74. P. 57–73.
- Vidal J., Genter A., Chopin F.* Permeable fracture zones in the hard rocks of the geothermal reservoir at Rittershoffen, France // *J. Geophys. Res. Solid Earth*. 2017. V. 122(7). P. 4864–4887.
- Vidal J., Genter A., Durringer P., Schmittbuhl J.* Natural Permeability in Fractured Triassic Sediments of the Upper Rhine Graben from Deep Geothermal Boreholes. World Geothermal Congress. Melbourne. Australia. Expanded Abstracts. 2015a.
- Vidal J., Genter A., Schmittbuhl J.* How do permeable fractures in the Triassic sediments of Northern Alsace characterize the top of hydrothermal convective cells? Evidence from Soultz geothermal boreholes (France) // *Geothermal Energy*. 2015b. V. 3(8).  
<https://doi.org/10.1186/s40517-015-0026-4>
- Vuataz F.-D., Brach M., Criaud A., Fouillac C.* Geochemical monitoring of drilling fluids: a powerful tool to forecast and detect formation waters // *SPE Formation Evaluation*. 1990. P. 177–184.
- Wang B., Wang X., Chen Z.* A hybrid framework for reservoir characterization using fuzzy ranking and an artificial neural network // *Comput. Geosci.* 2013. V. 57. P. 1–10.

## Neural Network Modeling of Electromagnetic Prediction of Geothermal Reservoir Properties

V. V. Spichak<sup>a, \*</sup> and O. K. Zakharova<sup>a, \*\*</sup>

<sup>a</sup>*Geoelectromagnetic Research Center of Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

*\*e-mail: v.spichak@mail.ru*

*\*\*e-mail: okzakharova@mail.ru*

This work conducts neural network modeling of temperature, thermal conductivity, and permeability predictions for depths greater than those drilled, as well as for the immediate vicinity of the exploratory borehole. For this purpose, we use data from three boreholes drilled earlier in the Soultz-sous-Forêts geothermal site (France) and the results of the magnetotelluric sounding performed there. It is shown that the relative accuracy of the predictions depends significantly on the relationship between the depth of the drilled borehole and the target depth of the prediction. For instance, for all the examined parameters, prediction errors become less than 5% if the prediction is made for depths that do not exceed the borehole depth by more than two times. In this case, the average errors of temperature and thermal conductivity predictions for the vicinity of the drilled borehole were 3.6% and 6%, respectively. The obtained results justified a new scheme for predicting the thermophysical and porosity/permeability properties of rocks while drilling exploratory geothermal boreholes.

*Keywords:* temperature, thermal conductivity, permeability, geothermal borehole, electromagnetic sounding, prediction, artificial neural network

УДК 550.384

## СВОЙСТВА ТИТАНОМАГНЕТИТА ПИЛЛОУ-БАЗАЛЬТА КРАСНОГО МОРЯ НА РАЗЛИЧНОМ РАССТОЯНИИ ОТ ЗАКАЛЕННОЙ КОРКИ

© 2023 г. А. Н. Целебровский<sup>1</sup>\*, В. И. Максимочкин<sup>1</sup>\*\*, А. А. Татаринцев<sup>1</sup>,  
Ю. А. Алехина<sup>1</sup>, Р. А. Грачев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, г. Москва, Россия

\*E-mail: tselebr@physics.msu.ru

\*\*E-mail: maxvi@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 28.04.2022 г.

После доработки 30.06.2022 г.

Принята к публикации 04.07.2022 г.

Изучены магнитные свойства и минералогия титаномагнетита в пиллоу-базальте Красного моря го-лоценового возраста на различном расстоянии от поверхности контакта с водой. Выявлено, что со-став титаномагнетита в пиллоу-базальте меняется от корки в глубь подушки: содержание титана в титаномагнетите растет, а магния и алюминия — уменьшается. Титаномагнетит в поверхностном слое пиллоу-базальта (0–2 см) однофазно окислен, максимальная степень окисления 0.13, а на рас-стоянии более 3 см от корки имеет стехиометрический состав. По росту магнитной восприимчиво-сти от 0.2 до  $1.8 \times 10^{-2}$  СИ, намагниченности насыщения от 0.026 до 0.895  $A \cdot m^2/kg$  и остаточной на-магниченности насыщения от 0.014 до 0.296  $A \cdot m^2/kg$ , уменьшению коэрцитивности ( $H_c$  от 90 до 15 мТл,  $H_{cr}$  от 153 до 20 мТл), а также наблюдениями электронной и магнитно-силовой микроскопии пока-зано, что при удалении от корки растет концентрация титаномагнетита в базальте и размер зерен от однодоменного состояния до псевдооднодоменного. Установлено, что магнитная жесткость зерен титаномагнетита коррелирует с максимальной скоростью охлаждения базальта. NRM базальта с удалением от поверхности контакта с водой изменяется немонотонно: до глубины примерно 3 см выявлен ее рост, обусловленный ростом концентрации титаномагнетита, далее уменьшение, обу-словленное уменьшением магнитной жесткости зерен. Несмотря на довольно сильную вариацию магнитных свойств в слое 0–7 см пиллоу-базальта, эксперименты по методике Телье–Коэ по всем слоям показали близкие величины палеонапряженности геомагнитного поля (62.5–66.0 мкТл) при высоком коэффициенте качества (11–45). Закономерности в величине палеонапряженности при удалении от поверхности подушки не выявлено.

*Ключевые слова:* палеомагнетизм, базальты, Красное море, титаномагнетит.

DOI: 10.31857/S0002333723010088, EDN: CVCUTY

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Для получения информации о строении маг-нитноактивного слоя океанской коры и интерпре-тации линейных магнитных аномалий в океане используются образцы базальтов, добытые со дна океана либо драгированием, либо подводными аппаратами [Шрейдер и др., 1982]. В большинстве случаев это базальты подушечных лав. Поступая в воду, базальтовый расплав сразу облекается стек-ловатой оболочкой из-за быстрого охлаждения водой, образуя на поверхности потока наросты (подушки). Лава продолжает течь под этой кор-кой [Богданов и др., 1983]. Подушки вытянуты по направлению течения и в совокупности могут со-ставлять протяженные трубообразные потоки. Скорость охлаждения различных частей в потоке может существенно отличаться. Это оказывает влияние на кристаллизацию титаномагнетита,

ответственного за магнитные свойства и остаточ-ную намагниченность таких базальтов. Из-за большой скорости охлаждения в базальте поверх-ностной части подушки образуются зерна тита-номагнетита малых размеров, близких к одно-менным. Известно [Thellier, Thellier, 1959], что из-верженные породы, содержащие однодоменные магнитные зерна, более предпочтительны для определения палеонапряженности геомагнитно-го поля. Внутренние части подушки остывают медленнее и поэтому будут содержать зерна тита-номагнетита больших размеров, чем поверхност-ные, и, возможно, псевдооднодоменной или даже многодоменной структуры. На таких зернах принципы Телье могут не выполняться [Шашка-нов, Металлова 1972; Levi, 1977; Большаков, Щербакова, 1979] и палеопределиения могут да-

вать ложную информацию о древнем геомагнитном поле.

Другим фактором, который может оказывать влияние на надежность определения палеонапряженности геомагнитного поля по океаническим базальтам, является окисление титаномагнетита, носителя остаточной намагниченности [Gee, Kent, 2007; Максимочкин, Целебровский, 2015; Грибов и др., 2018]. Известно [Bleil, Petersen, 1983; Johnson, Pariso, 1993; Gee, Kent, 2007], что в условиях дна океана вследствие однофазного окисления титаномагнетита первичная термоостаточная намагниченность базальтов со временем уменьшается. Логично предположить, что титаномагнетит поверхностных частей подушки может быть подвержен однофазному окислению в большей степени, чем внутренних частей. Однофазное окисление титаномагнетита также может быть причиной получения ложных данных о древнем магнитном поле по естественной остаточной намагниченности океанических базальтов. Можно предположить, что титаномагнетит частей подушки, расположенных ближе к поверхности контакта с водой, будет окисляться более интенсивно, чем внутренних частей, и более предпочтительными объектами для проведения палеомагнитных исследований могут быть последние.

Вопрос использования различных частей пиллоу-базальта для получения более надежных данных о величине и направлении древнего магнитного поля остается открытым.

В связи с этим в данной работе исследованы структура и состав титаномагнетита и магнитные свойства базальта из частей подушечной лавы на различном расстоянии от зоны контакта с водой с целью оценки палеомагнитной информативности естественной остаточной намагниченности.

## 2. ОБРАЗЦЫ, ОБОРУДОВАНИЕ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Исследования проведены на куске пиллоу-базальта П70/3, отобранном из рифтовой зоны Красного моря с помощью подводного управляемого аппарата “Пайсис” во время 30-го рейса НИС “Академик Курчатов” в 1980 г. с базальтового ложа голоценового возраста [Богданов и др., 1983], координаты отбора  $17^{\circ}56.10'$  с.ш. и  $40^{\circ}05.64'$  в.д. Образец  $6 \times 6 \times 7$  см, содержащий корку, т.е. зону заалки первичного расплава, был любезно предоставлен нам старшим научным сотрудником ИО РАН А.А. Шрейдером [Шрейдер и др., 1982].

Для решения поставленной задачи кусок пиллоу-базальта был распилен на 7 слоев толщиной 1 см (рис. 1), параллельных границе контакта с водой. Для удобства слоям по мере удаления от

корки присвоены буквенные обозначения на латинице от “А” до “G”. Из каждого слоя изготовлены образцы кубической формы с ребром 1 см. На образцах-дублях из каждого слоя измерялись начальная магнитная восприимчивость каппаметром ИМВО-М и остаточная намагниченность (NRM) на ротационном магнитометре JR-6 фирмы AGICO, а также проводилось размагничивание NRM переменным магнитным полем на приборе LDA-3A той же фирмы. На кубиках с размером ребра 4–5 мм, вырезанных из этих дублей, измерены гистерезисные характеристики на вибрационном магнитометре VSM фирмы LakeShore cryotronics 7407, в полях интенсивностью до 1.6 Тл. Исследование рудных минералов проводилось на сканирующем электронном микроскопе (СЭМ) Carl Zeiss Ultra 55, где при помощи полупроводникового детектора отраженных электронов регистрировалось изображение в композиционном контрасте. Перед исследованием в СЭМ аншлиф образца покрывался тонким слоем золота толщиной  $\sim 10$  нм. Наличие такой пленки не оказывает существенного влияния как на первичный пучок электронов, так и на сигнал отраженных электронов, но позволяет эффективно удалять заряд с поверхности.

На этом же СЭМ, оборудованном энергодисперсионным спектрометром рентгеновского излучения Oxford Instrument INCA X-act, проведен количественный рентгеновский микроанализ рудных минералов. Энергия первичного пучка выбиралась так, чтобы возбуждать характеристические линии необходимых элементов, но при этом, чтобы область взаимодействия электронного пучка не выходила существенно за исследуемое зерно.

Магнитная структура зерен титаномагнетита изучена с помощью магнитосилового микроскопа SOLVER PRO (NT-MDT) с максимальной областью сканирования до 80 мкм. При этом использовались кантиливеры MFM01. Магнитосиловая микроскопия проводилась на подготовленных аншлифах базальта. Сканируемые площадки аншлифов размерами  $5 \times 10$  мм были ориентированы перпендикулярно плоскости слоев.

Термомагнитный анализ проведен по температурной зависимости магнитного момента в поле  $B = 0.24$  Тл, полученной при нагревах образца в среде воздуха на вибрационном магнитометре и по температурной зависимости восприимчивости при нагревах в среде аргона и воздуха, полученной с помощью MFK1-A фирмы AGICO. Температура Кюри определена по линейной аппроксимации зависимости  $M^2 = f(T)$  по методике Белова–Аррота [Белов, 1958] и по минимуму производной магнитной восприимчивости от температуры.



Рис. 1. Общий вид и предварительно распиленный на 7 слоев кусок пиллоу-базальта П70-3.

Палеонапряженность геомагнитного поля определялась по методике Телье в модификации Коэ [Сое, 1978]. Двойные нагревы проводились в сконструированной нами двухкамерной немагнитной печи, позволяющей исследовать одновременно 4 кубических образца с размером ребра 1 см [Максимочкин и др., 2020]. Для исключения окисления титаномagnetита в экспериментах по методике Телье–Коэ [Щербаков, 2020] нагревы проводились в среде аргона.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

#### 3.1. NRM и магнитная восприимчивость

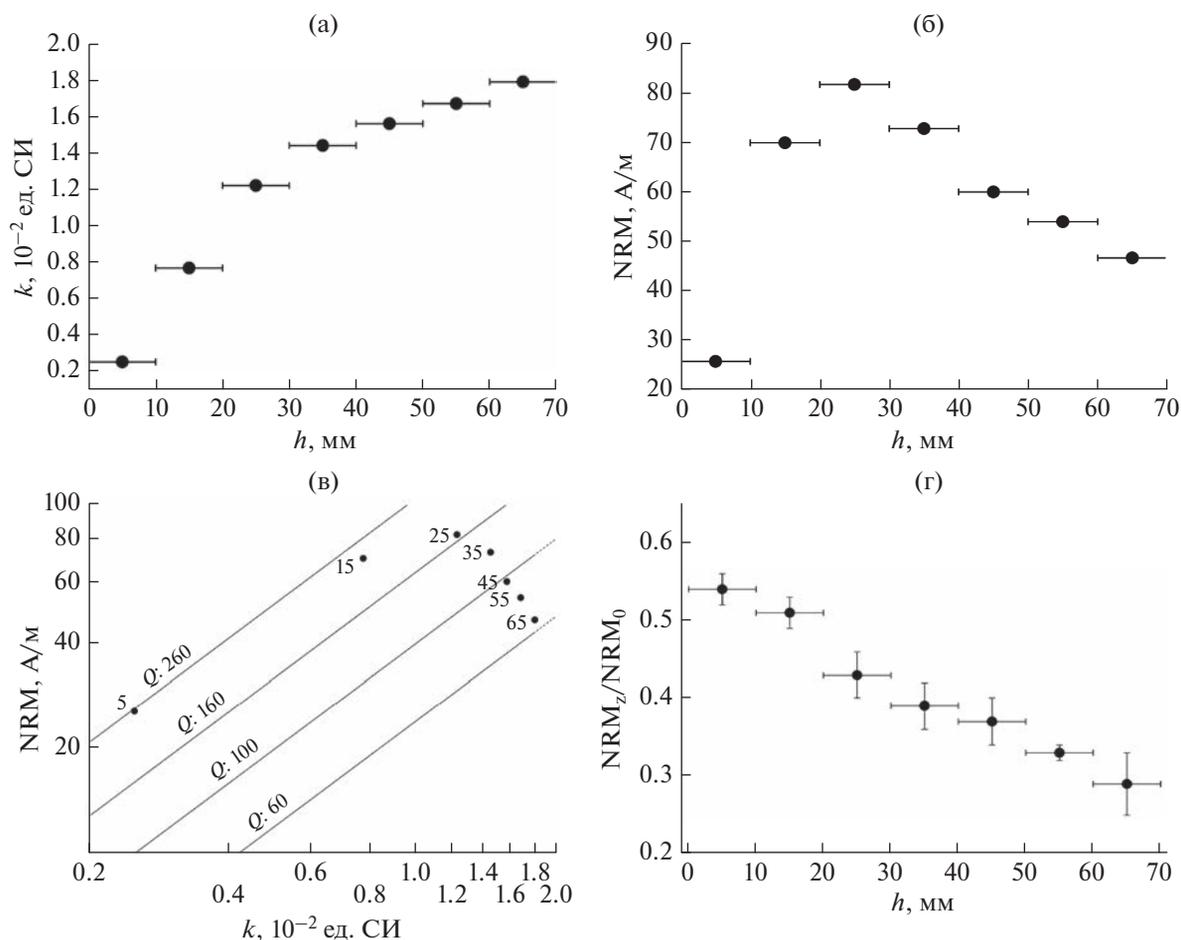
Установлено, что магнитная восприимчивость ( $k$ ) базальта монотонно растет с  $0.250 \times 10^{-2}$  до  $1.185 \times 10^{-2}$  ед. СИ с удалением от корки во всем исследованном интервале 5–65 мм (рис. 2а). При этом величина естественной остаточной намагниченности меняется немонотонно: на расстоянии 20–30 мм наблюдается ее максимум (рис. 2б). Параметр Кенигсбергера ( $Q_n$ ) [Koenigsberger, 1938] уменьшается с 260 для слоя А до 60 в слое G (рис. 2в). Было обнаружено, что по мере удаления от корки изменяется направление NRM: уменьшается угол между NRM и плоскостью контакта с водой (рис. 2г). К сожалению, исследованный нами кусок пиллоу-базальта не был ориентирован, поэтому направление NRM относительно географической системы координат не определялось. Для ориентированных образцов в экваториальных широтах ошибка в определении направления NRM в полученных нами  $12^\circ$  может дать разброс в положении палеополюса в тысячи километров.

Также выявлено, что стабильность NRM к воздействию температуры и переменного магнитного поля растет с приближением к поверхности подушки (рис. 3а, 3б). Поле половинного размагничивания увеличивается с 13 мТл для слоя G до

36 мТл для слоя В (рис. 3а). При этом для слоя А (0–1 см от поверхности) значение поля половинного размагничивания оказалось больше 100 мТл, т.е. выше максимального поля размагничивающей установки LDA. Температура половинного размагничивания естественной намагниченности в циклах Телье растет с 225 до  $340^\circ\text{C}$  (рис. 3б). По результатам размагничивания переменным магнитным полем NRM всех слоев однокомпонентна (рис. 3в, 3г).

#### 3.2. Гистерезисные характеристики

Гистерезисные характеристики представлены на рис. 4а, 4б и в табл. 1. Выявлено, что намагниченность насыщения ( $M_s$ ) и остаточная намагниченность насыщения ( $M_{rs}$ ) базальта растут с удалением от поверхности вглубь подушки (рис. 4а). Основные изменения наблюдаются до глубины 2 см, далее  $M_{rs}$  практически не изменяется, а  $M_s$  продолжает медленно расти. Коэрцитивная ( $H_c$ ) и остаточно-коэрцитивная ( $H_{cr}$ ) силы уменьшаются с удалением от корки по закону, близкому к гиперболическому (рис. 4б). По критерию Дея–Данлопа [Day et al., 1977; Dunlop, 2002] ферромагнитные зерна базальта на расстоянии менее 2 см от поверхности находятся в однодоменном состоянии (рис. 4в). Для слоя А соотношения гистерезисных характеристик базальта сильно отклоняются от критерия Дея. Это можно объяснить вкладом в магнитные свойства базальта суперпарамагнитных зерен. Завышенное значение отношения  $M_{rs}/M_s > 0.5$  для слоев 5–15 мм может быть связано с тем, что в поле 1.6 Тл не достигается магнитное насыщение [Fabian, 2006]. На расстоянии более 20–25 мм от поверхности вклад в магнитные свойства базальта вносят псевдооднодоменные зерна.



**Рис. 2.** Естественные магнитные характеристики базальта на различном расстоянии ( $h$ ) от поверхности контакта с водой в подушечной лаве: (а) – магнитная восприимчивость; (б) – естественная остаточная намагниченность; (в) – параметр Кенигсбергера  $Q_n = NRM/(kH_f)$ , где  $H_f = 40$  А/м; цифры около точек – расстояние центра образца от поверхности контакта с водой в мм; (г) – тангенс наклона  $NRM$  в системе координат образца.  $NRM_0$  – параллельная плоскости контакта с водой составляющая намагниченности;  $NRM_z$  – перпендикулярная составляющая.

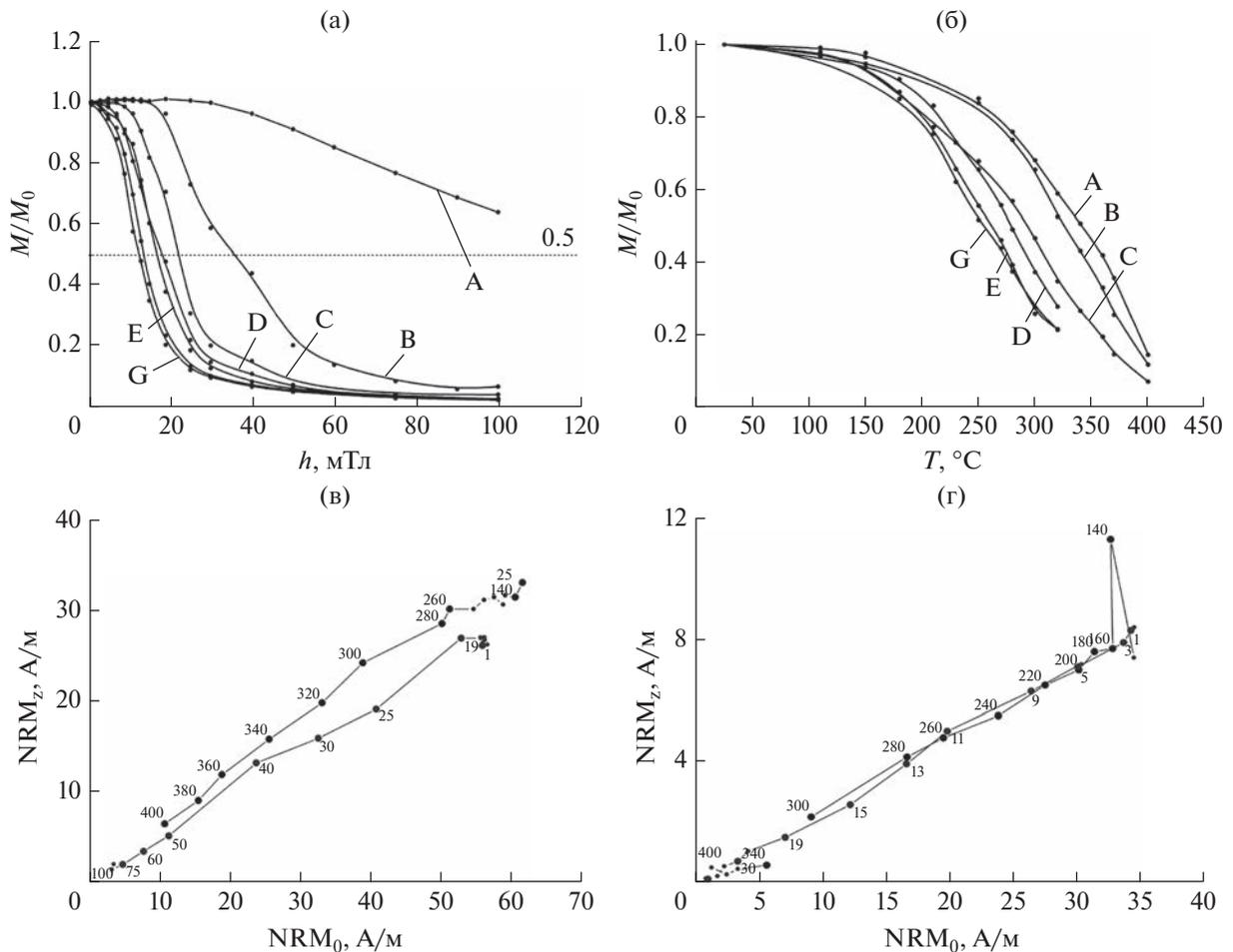
Гистерезисные характеристики, полученные нами, находятся в согласии с данными, полученными в работе [Zhou et al., 2000] на молодом пиллоу-базальте, отобранном с хребта Хуан-де-Фука (западное побережье США).

### 3.3. Терромагнитный анализ

Результаты терромагнитного анализа показаны на рис. 5 и табл. 2. Значения температуры Кюри ( $T_c$ ), определенные по магнитной восприимчивости (рис. 5а) и по намагниченности в поле 0.24 Тл (рис. 5б), оказались довольно близки друг к другу. Установлено, что при удалении от поверхности контакта с водой на 4–5 см температура Кюри базальта в подушке уменьшается с 320 до 220°C, и далее до 6–7 см практически не изменяется (рис. 5г).

Для проб с глубины менее 3 см обнаружено небольшое уменьшение температуры Кюри после

нагрева образцов до 600°C в среде аргона. Наибольшая разница  $\Delta T_c = 30^\circ\text{C}$  наблюдалась для слоя А. Как было показано в работах [Максимочкин и др., 2020; Максимочкин, Целебровский, 2019; Maksimochkin, Tselebrovskiy, 2017], уменьшение  $T_c$  обусловлено гомогенизацией окисленного *in situ* титаномагнетита. Дополнительные эксперименты, проведенные на исследованной коллекции, подтвердили вывод, сделанный в отмеченных выше работах. Показано, что однократные нагревы в воздухе до 400°C приводят к росту температуры Кюри с сохранением однофазного состояния (рис. 5в, кривые 1, 2). Например, для слоя В  $T_c$  выросла с 280 до 307°C, слоя F – с 225 до 241°C (рис. 5б). Последующая выдержка в аргоне при температуре 600°C в течение 40 минут приводит к почти полному восстановлению окисленного в лаборатории титаномагнетита (рис. 5в, кривые 3, 4). Так,  $T_c$  слоя В понизи-



**Рис. 3.** Результаты размагничивания переменным магнитным полем (а) и температурой (б) NRM различных слоев подушки; (в) и (г) — диаграммы Зийдervильда по результатам магнитной и термочистки для слоев В и Г соответственно. Красные точки — магнитная чистка, а черные — термочистка.  $NRM_0$  — параллельная плоскости контакта с водой составляющая намагниченности,  $NRM_z$  — перпендикулярная составляющая.

лась до 269°C, т.е практически до исходного состояния (рис. 5в).

$T_c$  базальта слоев Е–Г при нагреве образцов в среде аргона не изменяется. Можно заключить, что титаномагнетит базальта на расстоянии более 4 см от поверхности контакта с водой не окислен и находится в стехиометрическом состоянии.

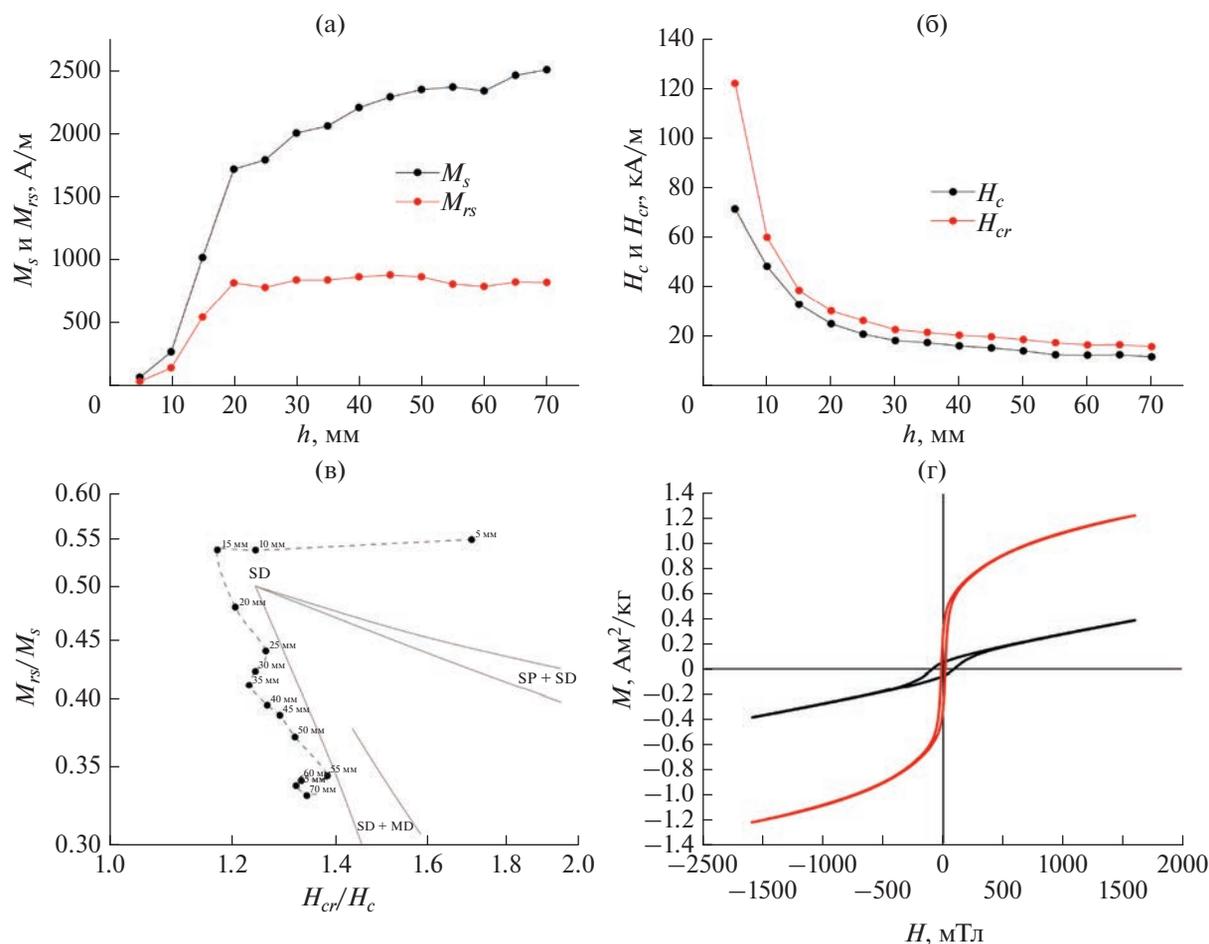
Из рис. 5г также видно, что даже после гомогенизации  $T_c$  поверхностных слоев остается выше, чем  $T_c$  слоев, удаленных на расстояния более 4 см от поверхности контакта. Это свидетельствует о том, что состав титаномагнетита базальта изменяется с удалением от зоны контакта.

### 3.4. Электронная и магнитосиловая микроскопия

Электронно-зондовый анализ показал, что магнитные свойства исследованного пиллоу-базальта П70/3 обусловлены титаномагнетитом. Выявлено увеличение содержания ульвошпинели

в титаномагнетите при удалении от границы контакта с водой (табл. 3, рис. 6). При расчете миналов ульвошпинели и магнетита учитывались другие шпинельные соединения ( $MgAl_2O_4$ ,  $MgFe_2O_4$ ,  $Mg_2TiO_4$ ,  $FeAl_2O_4$ ). В поле сканирования кристаллов титаномагнетита в отдельных точках также фиксировались С, Na, К, Mn, Si, S, Ca, Cu, Cl, V. Так как размер зерен, на которых определялся элементный состав, достаточно мал (несколько микрон), результаты расчета концентрации миналов помимо прямой погрешности могут иметь искажения, связанные с содержащимся в матрице железом. Однако определение элементного состава матрицы показало, что ее влиянием на определение состава титаномагнетита можно пренебречь, так как содержание титана и железа в ней не превышало 2%.

Температура Кюри, рассчитанная по концентрации элементов в титаномагнетите по Латтард [Lattard et al., 2006] и по Ричардсу [Richards et al.,



**Рис. 4.** Гистерезисные характеристики образца П70/3 базальта подушечной лавы на различном расстоянии от поверхности ( $h$ ): (а) — намагниченность насыщения ( $M_s$ ) и остаточная намагниченность насыщения ( $M_{rs}$ ); (б) — коэрцитивная ( $H_c$ ) и остаточно-коэрцитивная ( $H_{cr}$ ) силы; (в) — диаграмма Дея–Данлопа (цифры около точек — расстояние от корки до нижней границы слоя); (г) — пример петли гистерезиса для слоя 5–10 мм (черная линия) и 60–65 мм (красная линия).

1973], для исследованных слоев пиллоу-базальта П70/3 представлена на рис. 7.

В большинстве случаев измеренная температура Кюри находится между значениями, рассчитанными по двум методам. Только для слоя А измеренная  $T_c$  базальта оказалась близка к расчетной по Ричардсу, т.е. при учете примесей магния и алюминия.

Разброс расчетной температуры Кюри, оцененной двумя методами, можно объяснить малой статистикой определения элементного состава кристаллов титаномагнетита.

Атомносиловая и магнитосиловая микроскопии показали, что при приближении к корке размер и видимая концентрация магнитных частиц уменьшаются (рис. 8, рис. 9).

На расстоянии 0–1 см от корки (слой А) титаномагнетит представлен в виде однодоменных частиц, в том числе, образующих цепочки. Для

слоя В (1–2 см) магнитосиловая микроскопия показывает наличие магнитных частиц размерами не более 2–3 мкм. Для слоев глубже 2 см видимые магнитные частицы образуют крестообразные и дендритные структуры (рис. 9) довольно больших размеров, вплоть до 15–20 мкм в длину; во внешнем поле порядка 70 мТл отдельные части дендрита ведут себя как одно-, двух- или трехдоменные образования.

### 3.5. Палеонапряженность геомагнитного поля по различным частям подушечной лавы

На образцах, вырезанных из разных слоев, проведено определение палеонапряженности геомагнитного поля методом Телье–Коэ. Хотя температура Кюри исследованных образцов, определенная по  $k(T)$  и  $M(T)$ , не превышала 320°C, размагничивание NRM показало, что намагниченность в основном разрушается при на-

**Таблица 1.** Гистерезисные характеристики базальта 70/3

$h$ , см	$M_s$ , А · м <sup>2</sup> /кг	$M_{rs}$ , А · м <sup>2</sup> /кг	$H_c$ , мТл	$H_{cr}$ , мТл
0.0–0.5	0.026	0.014	90	153
0.5–1.0	0.098	0.053	61	76
1.0–1.5	0.366	0.197	42	49
1.5–2.0	0.614	0.295	32	38
2.0–2.5	0.640	0.282	27	34
2.5–3.0	0.716	0.303	23	29
3.0–3.5	0.736	0.303	22	27
3.5–4.0	0.788	0.312	21	26
4.0–4.5	0.818	0.317	20	25
4.5–5.0	0.839	0.312	18	24
5.0–5.5	0.846	0.291	16	22
5.5–6.0	0.835	0.285	16	21
6.0–6.5	0.879	0.297	16	21
6.5–7.0	0.895	0.296	15	20

греве до 400–450°C. Термомагнитный анализ показал, что нагревы образцов в воздухе до 400°C приводят к однофазному окислению титаномагнетита независимо от степени его окисления *in situ*. Для минимизации минералогических изменений в циклах Телье нагревы производились в среде аргона. В работе [Maksimochkin, Tselebrovskiy, 2017] на подводных базальтах было показано, что проведение экспериментов Телье в среде аргона позволяет получать более качественные результаты.

Терморазмагничивание NRM, образование парциальной термоостаточной намагниченности и диаграммы Арай–Нагаты [Nagata et al., 1963], полученные в экспериментах по методике Телье–Коэ, показаны на рис. 10а–10г. Расчетные значения палеонапряженности приведены в табл. 4. По принятым в настоящее время критериям качества [Сое, 1978] результаты всех определений палеонапряженности можно считать надежными, ко-

эффициент качества для всех определений  $q > 10$ . Из табл. 4 также видно что разброс палеонапряженности, определенной по различным частям подушки на расстояниях 0–7 см от поверхности контакта с водой, не превышает 3%. Какой-либо закономерности по результатам семи определенных не выявлено. Среднее значение палеонапряженности, равно  $63.9 \pm 1.8$  мкТл. Эта величина на 60% больше современного магнитного поля в месте отбора исследованного образца пиллоу-базальта П70/3. Высокие значения палеонапряженности были получены нами ранее и на других образцах из рифтовой зоны Красного моря [Максимочкин, Целебровский, 2015; 2019].

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ

Как отмечено выше, формирование пиллоу-базальта происходит при подводном излиянии лавы. Расплав, контактирующий с водой, охлаждается очень быстро. Скорость охлаждения базальта поверхностных и внутренних частей потока может существенно отличаться.

Исследования пиллоу-базальта Красного моря П70/3 позволили установить закономерности изменения магнитоминералогических свойств титаномагнетита носителя остаточной намагниченности и магнитных характеристик базальта в глубь подушки и получить новые данные о надежности определения направления и величины древнего магнитного поля по пиллоу-базальтам.

Гистерезисные характеристики, электронная и магнитосиловая микроскопии показали, что ближе к корке на расстояниях 0–1.5 см формируются зерна титаномагнетита очень малых размеров, однодоменные и даже суперпарамагнитные ( $M_{rs}/M_s = 0.54$ ,  $H_c = 42–90$  мТл). Магнитосиловая микроскопия также показала, что зерна находятся в однодоменном состоянии. При удалении от корки в глубь подушки размеры зерен титаномагнетита увеличиваются, формируется дендритная структура, часть зерен переходят в псевдооднодо-

**Таблица 2.** Температура Кюри  $T_c$  для различных слоев пиллоу-базальта 70/3

$h$ , см	$T_c$ , °C (по $k(T)$ в среде аргона)		$T_c$ , °C (по $M(T)$ в поле 0.24 Тл в воздухе)	
	нагрев	охлаждение	нагрев	охлаждение
0–1 (А)	320	290	316	–
1–2 (В)	290	270	280	307
2–3 (С)	260	250	252	273
3–4 (D)	240	230	234	249
4–5 (E)	217	215	221	240
5–6 (F)	225	220	225	241
6–7 (G)	212	214	215	231

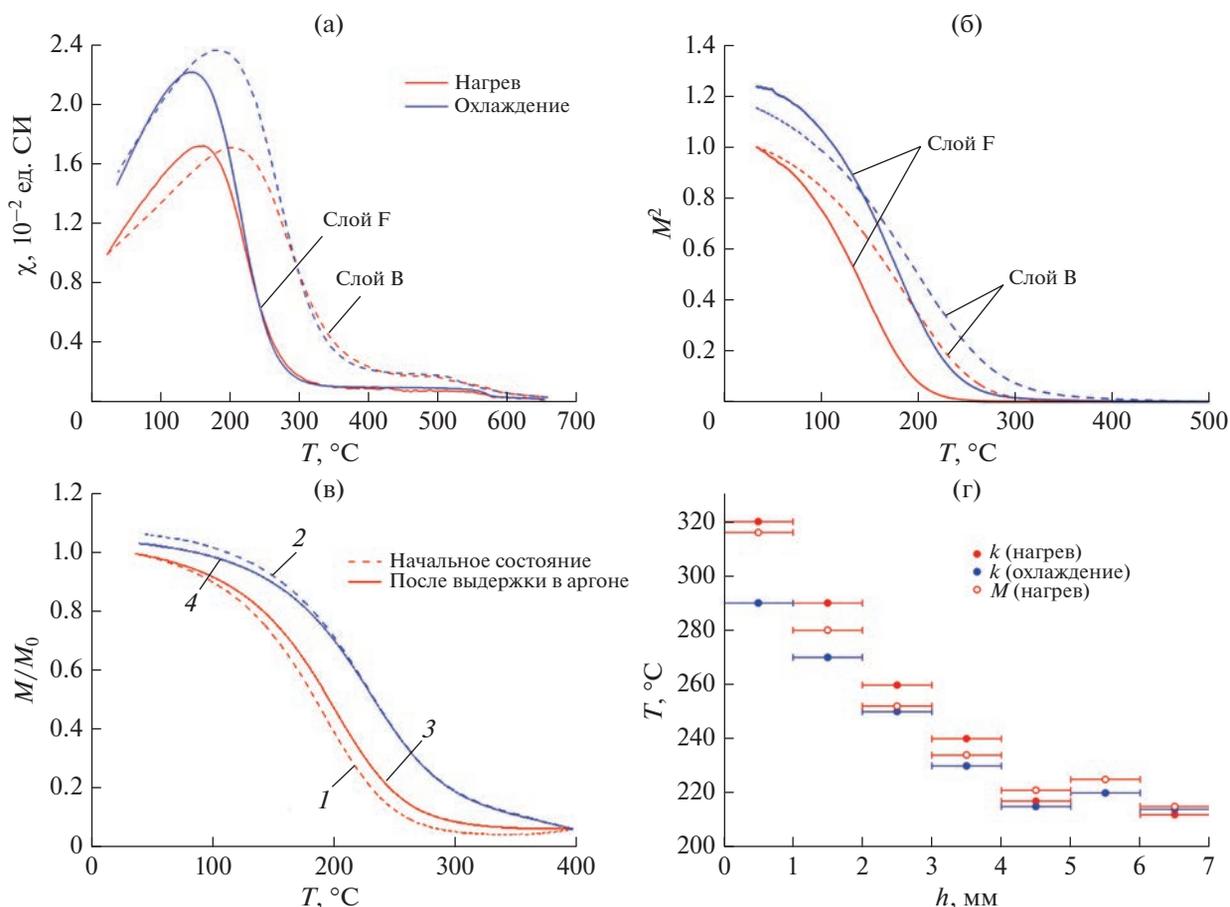


Рис. 5. Примеры термомагнитных кривых восприимчивости (а), намагниченности в поле 0.24 Тл (б), (в) и температура Кюри (г) базальтовых проб, отобранных на различном расстоянии от поверхности. Красные кривые – нагрев, синие – охлаждение.

менное состояние. Отношение  $M_{rs}/M_s$  уменьшается до 0.33, а коэрцитивная сила уменьшается до 15–16 мТл. Состав титаномагнетита также изменяется. Для корки характерна низкая концентрация титана (1.2%) и повышенное содержание магния (18%) в титаномагнетите. При удалении от корки на 1.5 см концентрация магния падает практически до 0. Концентрация алюминия на первых 2 см падает с 25 до 5% и далее существенно не меняется, а титана, наоборот, растет с 1.2 до 13%. Этим объясняется уменьшение  $T_c$  базальта с 290°C до 215°C при удалении от зоны закалки. В основном, изменение состава титаномагнетита и температуры Кюри происходят в первых 3 см от внешнего края, далее состав (стабилизируется) остается практически неизменным. Усредненная концентрация ульвошпинели глубже 2.5 см составляет 39%, магнетита 46%, магний и алюминий, содержащих шпинельные миналы, – 15%.

Уменьшение коэрцитивной силы при удалении от зоны контакта с водой можно объяснить увеличением размера зерен титаномагнетита, что

подтверждается непосредственным наблюдением зерен титаномагнетита в электронном и магнитосиловом микроскопах. Существенный рост намагниченности насыщения базальта при удалении от корки можно объяснить ростом концентрации титаномагнетита в базальте. Основной рост концентрации титаномагнетита происходит в интервале 0–2 см. Это также подтверждается данными электронной и магнитосиловой микроскопии и ростом остаточной намагниченности насыщения.

Установлено, что титаномагнетит внутренних частей исследованного образца подушечной лавы на расстоянии более 3 см от корки практически не окислен, т.е. находится в стехиометрическом состоянии. Титаномагнетит в пиллоу-базальте на расстоянии 0–3 см от корки имеет небольшую степень однофазного окисления. Максимальная степень окисления ( $Z$ ), рассчитанная по зависимости  $T_c(Z)$  [Nishitani, Kono, 1983], составила  $0.13 \pm 0.03$ . Выше было показано, что палеонапряженность, определенная по различным ча-

**Таблица 3.** Усредненные значения концентрации миналов титаномagnetита

Глубина, мм	Ульвошпинель, %	Магнетит, %	Примеси, % *
0–5	4.0	42.0	54.5
5–10	23.3	38.5	38.0
10–15	25.5	43.0	24.0
15–20	29.8	33.0	35.0
20–25	35.0	44.5	19.0
25–30	40.3	52.0	9.0
30–35	33.7	49.5	18.0
35–40	45.0	46.5	8.0
40–45	43.7	46.0	10.0
45–50	40.7	50.5	9.0
50–55	44.3	44.0	12.0
55–60	33.8	38.5	27.0
60–65	34.0	41.0	25.0
65–70	42.3	48.5	7.5

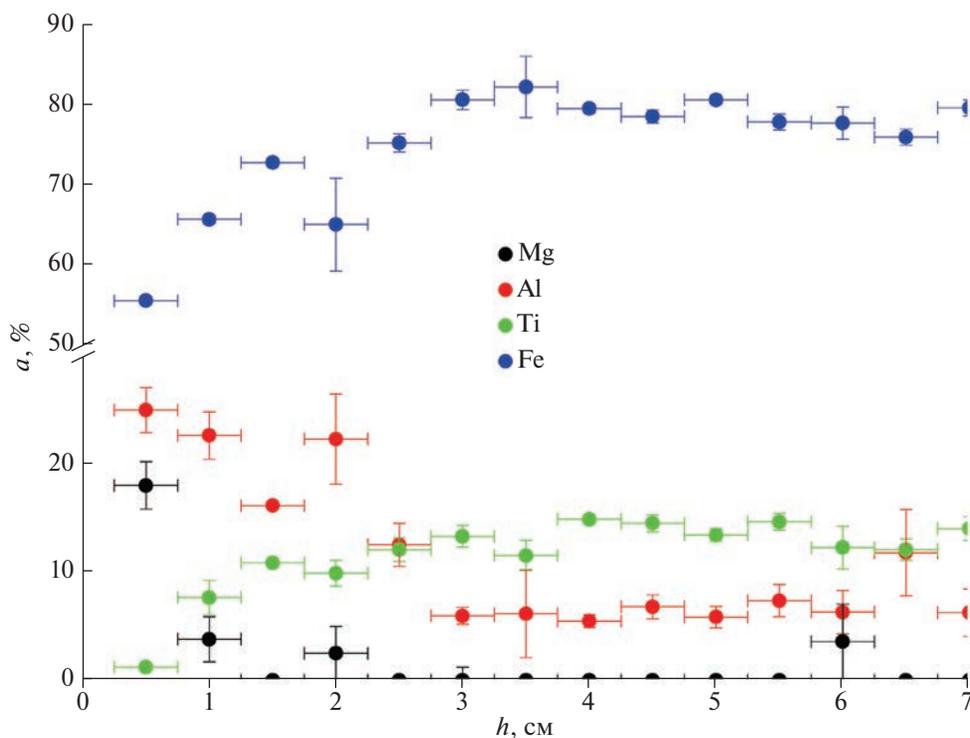
Примечания: \*Колонка “Примеси” соответствует общему вкладу шпинельных миналов, содержащих магний и алюминий.

стям пиллоу-базальта, отличается не более, чем на 3%.

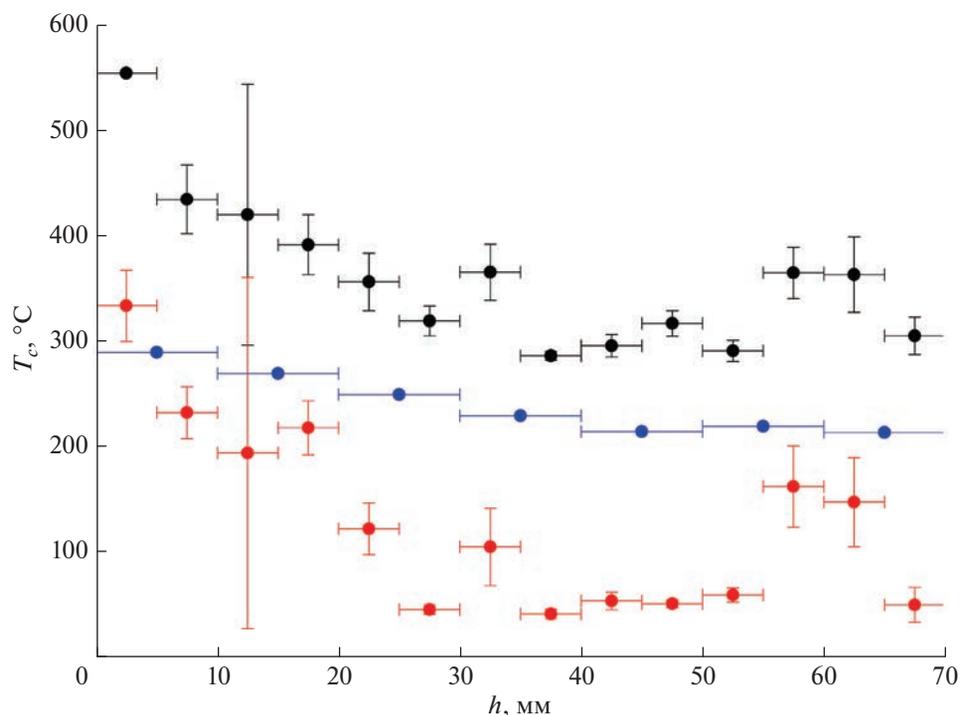
Это может свидетельствовать о том, что возможно окисление произошло на стадии остывания базальта, либо небольшая степень окисления  $Z < 13\%$  оказывает незначительное влияние на па-

леомагнитную информативность NRM пиллоу-базальта.

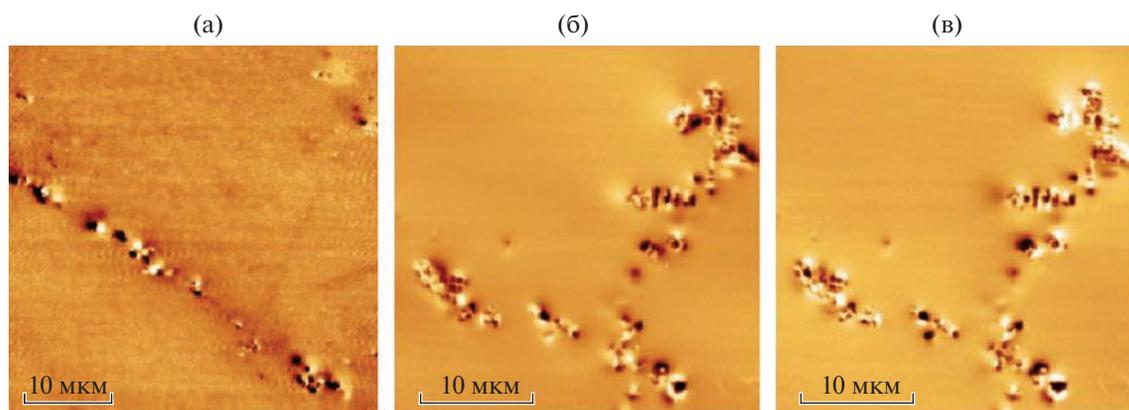
Из результатов, представленных на рис. 10 видно, что в экспериментах Телье–Коэ значительная часть намагниченности сохранялась при нагреве выше температуры Кюри образцов. Пре-



**Рис. 6.** Результаты элементного анализа (содержания Mg, Al, Ti, Fe) кристаллов титаномagnetита на различном расстоянии от края пиллоу-базальта П70/3.



**Рис. 7.** Температура Кюри образцов, отобранных на различном расстоянии от поверхности в пиллоу-базальте: синие точки –  $T_c$ , определенная экспериментально; черные точки –  $T_c$ , рассчитанная по работе [Lattard et al., 2006], красные точки – по работе [Richards et al., 1973].



**Рис. 8.** Магнитосиловое изображение зерен титаномагнетита: (а) – цепочки магнитных частиц на расстоянии 5–7 мм от корки подушки; (б) и (в) – изображения магнитных частиц в базальте на расстоянии 2–3 см от корки в магнитном поле 70 мТл в плоскости сканирования ((б) – поле направлено влево, (в) – вправо)).

вышение деблокирующих температур над  $T_c$  можно объяснить следующим образом.  $T_c$  фактически есть медианное значение по ансамблю зерен в образце (50% зерен титаномагнетита имеют  $T_c$  ниже этого значения, а 50% выше) Кривые температурной зависимости намагниченности в поле 0.24 Тл “пологие”, что косвенно подтверждает факт большой дисперсии  $T_c$  по зернам. При этом наибольший вклад в остаточную намагниченность

должны вносить зерна с меньшим содержанием ульвошпинели (соответственно с большей  $T_c$ ), так как они имеют большую спонтанную намагниченность. Все эти факты могут приводить к тому, что максимальная блокирующая температура окажется выше медианной  $T_c$  образца.

Формирование титаномагнетитовых зерен, их размер и состав логично связать со скоростью охлаждения базальта, которая для различных ча-

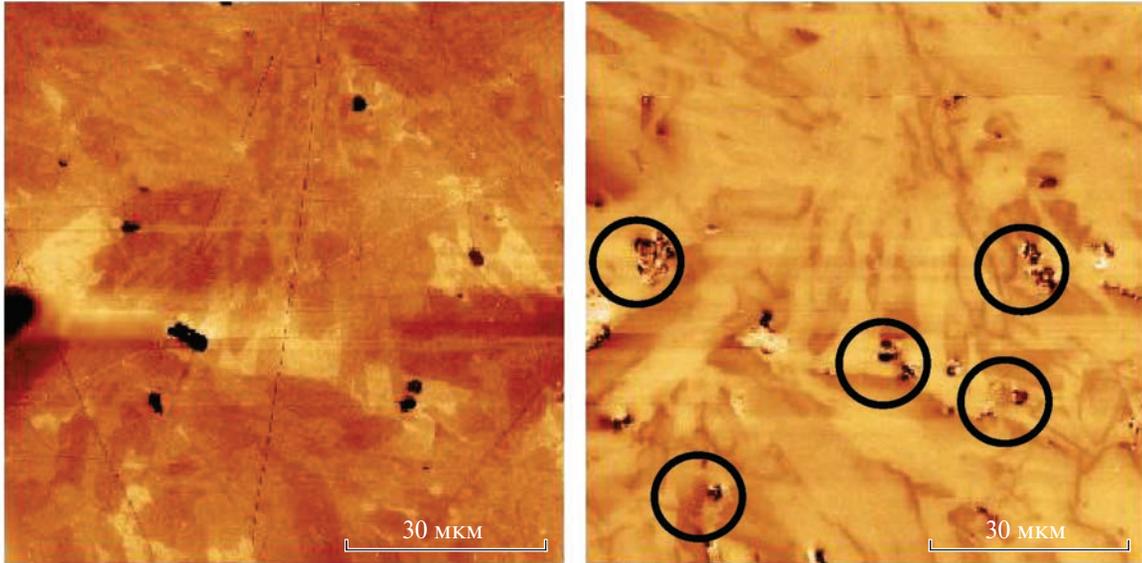


Рис. 9. Атомно-силовое (слева) и магнитно-силовое (справа) изображения аншлифа пробы базальта на расстоянии 4–5 см от корки подушки. Кругами выделены магнитные образования (кристаллы титаномagnetита).

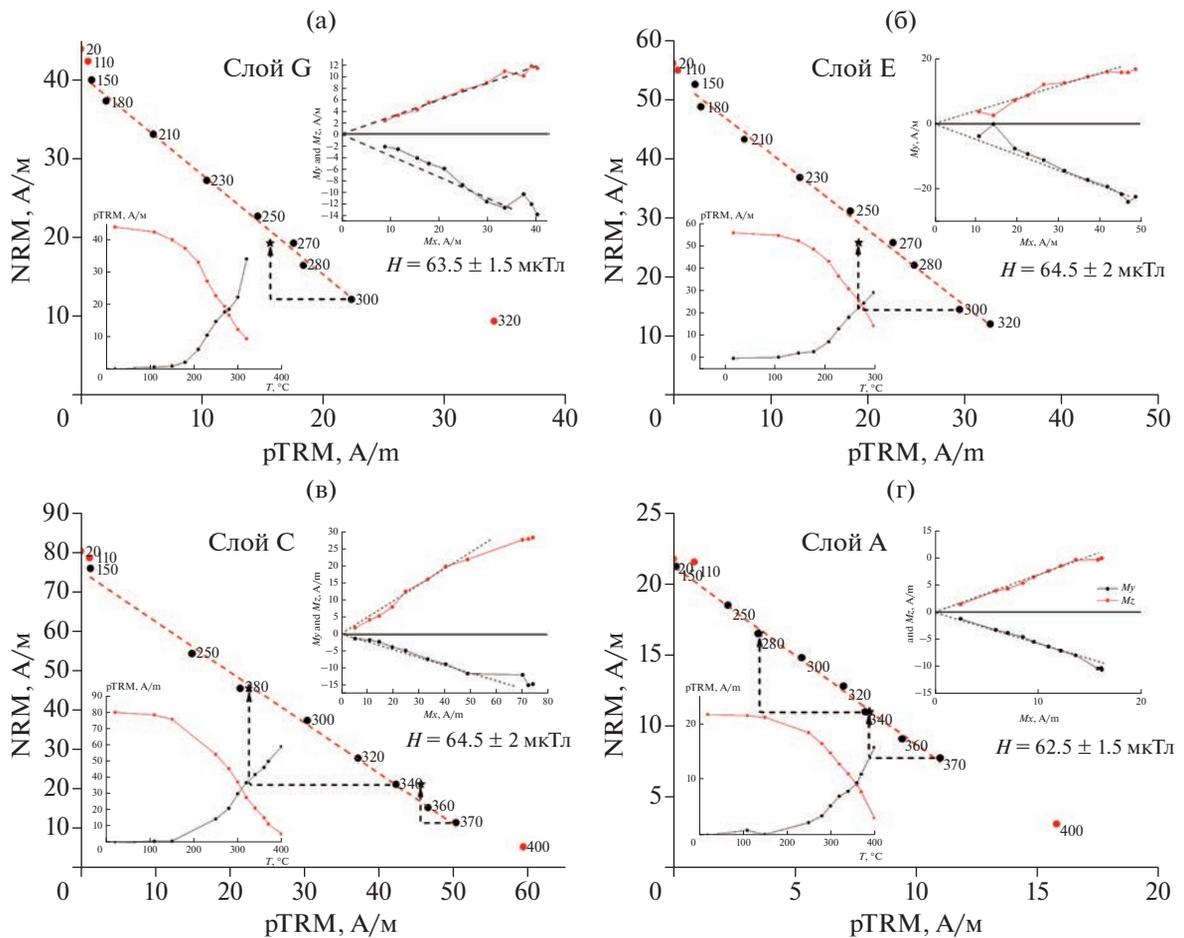


Рис. 10. Диаграммы Арай–Нагаты по результатам проведения процедур Телье–Коз на образцах, вырезанных из куска подушечной лавы П70/3 на различном расстоянии от поверхности: (а) – (0–1) см; (б) – (2–3) см; (в) – (4–5) см; (г) – (6–7) см. На каждом рисунке также изображены кривые терморазрушения NRM и образования pTRM в циклах Телье (в левом нижнем углу), а также диаграммы Зийдервельда [Zijderveld, 1967] (в правом верхнем углу).

**Таблица 4.** Палеонапряженность геомагнитного поля, определенная по различным частям пиллоу-базальта П70/3

$h$ , см	$T_1-T_2$	$g$	$f$	$b$	$\sigma$	$q$	$H$ , мкТл
0–1 (А)	150–370	0.85	0.62	1.25	0.03	21	$62.5 \pm 1.5$
1–2 (В)	20–370	0.86	0.74	1.25	0.02	45	$62.5 \pm 1.0$
2–3 (С)	150–370	0.81	0.80	1.29	0.04	23	$64.5 \pm 2.0$
3–4 (D)	180–320	0.85	0.62	1.32	0.02	37	$66.0 \pm 1.0$
4–5 (Е)	150–320	0.86	0.72	1.29	0.04	22	$64.5 \pm 2.0$
5–6 (F)	150–320	0.86	0.55	1.27	0.05	11	$63.5 \pm 2.5$
6–7 (G)	150–300	0.85	0.63	1.27	0.03	22	$63.5 \pm 1.5$

Примечания:  $h$  – расстояние от корки;  $T_1-T_2$  – температурный интервал, по которому рассчитана палеонапряженность;  $g$  – фактор равномерности точек на диаграмме Арай–Нагаты;  $f$  – доля намагниченности, по которой рассчитана палеонапряженность;  $b$  – тангенс угла наклона линейного участка диаграммы Арай–Нагаты;  $\sigma$  – среднеквадратичное отклонение точек от прямой;  $q$  – обобщенный коэффициент качества [Соe, 1978].

стей подушки может существенно отличаться. По оценкам [Zhou et al., 2000], стеклянная корка охлаждается со скоростью порядка 1000 К/сек. Вероятно, эта величина соответствует максимальной скорости охлаждения. Внутренняя часть остывает со скоростью менее 0.1 К/сек. Для оценки изменения скорости охлаждения с удалением от поверхности контакта с водой нами проведена упрощенная симуляция процесса охлаждения подушечной лавы. На полупространстве задавалась граница вода–базальт. Температура на границе  $T = 600$  К равна температуре кипения воды при давлении 20 МПа (давление столба воды на глубине 2 км). В качестве начальных условий температура базальта была принята равной температуре его плавления при нормальном давлении – 1600 К. Для расчета изменения температурного поля от времени использованы: коэффициент теплопроводности  $\lambda = 2.5$  Вт/(м · К), удельная теплоемкость  $c = 1500$  Дж/(кг · К), плотность  $\rho = 2800$  кг/м<sup>3</sup>, характерные для базальтов [Roman, Arndt, 2020;

**Таблица 5.** Максимальная скорость охлаждения базальта ( $V_{\max}$ ) и время достижения породой температуры 850 К ( $t_{850}$ ) для различных расстояний ( $h$ ) от поверхности контакта с водой по результатам моделирования

$h$ , см	$t$ (850 К), с	$V_{\max}$ , К/с
0.5	206	22.0
1.5	1854	2.45
2.5	5150	0.88
3.5	10095	0.45
4.5	16685	0.27
5.5	24924	0.18
6.5	34811	0.13
7.5	46346	0.10
8.5	59529	0.08
9.5	74359	0.06

Yoder, 1976]. Использовано решение уравнения теплопроводности в виде:

$$\Delta T \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right), \quad a = \lambda/(c\rho).$$

Расчеты показали, что скорость охлаждения со временем изменяется немонотонно, поэтому для количественной оценки было взято максимальное значение скорости охлаждения каждого слоя.

Пиковые значения скорости охлаждения и времена охлаждения до температуры фазового перехода магнетита ( $T_c = 850$  К) для первых 10 см от границы раздела сред показаны в табл. 5.

Согласно представленной модели, скорость охлаждения базальта на расстоянии 1 см от контакта с водой достигает 22 К/с, а время охлаждения до температуры Кюри магнетита составляет 206 с. На расстоянии 7–8 см максимальная скорость охлаждения оказалась равна значению 0.1 К/с, приведенному в статье [Zhou et al., 2000], а время охлаждения до 850 К – более 10 ч.

Высокая корреляция между модельной скоростью охлаждения и параметрами  $H_c$  и  $H_{cr}$  (табл. 6) подтверждает наше предположение, что магнитная жесткость титаномагнетита определяется величиной максимальной скорости охлаждения для данного слоя, т.е. чем выше скорость охлаждения, тем мельче зерно.

Между  $M_s$  и  $V_{\max}$  также получился высокий коэффициент корреляции, но отрицательный (табл. 6). Это свидетельствует о том, что концентрация титаномагнетита в базальте обратно пропорциональна скорости охлаждения его охлаждения в интервале 0–7 см от поверхности контакта с водой.

Несмотря на довольно существенный разброс гистерезисных характеристик базальта различных частей подушки и размеров зерен титаномагнетита, а также наличие однофазного окисления, метод Телье дал достаточно близкие значения палеонапряженности, отличающиеся не более чем на 3%. Таким образом, можно констатировать, что на базальтах, содержащих однофазно окис-

**Таблица 6.** Коэффициенты корреляции между максимальной скоростью охлаждения (расчитанной по модели) и гистерезисными характеристиками

	$M_s$	$M_{rs}$	$H_c$	$H_{cr}$
$V_{max}$	-0.93	-0.99	0.97	0.99

ленный в пределах 0–0.13 титаномагнетит в виде однодоменных зерен, а также титаномагнетит стехиометрического состава в виде псевдо-однодоменных зерен с магнитными характеристиками  $M_{rs}/M_s = 0.33–0.41$  и  $H_{cr}/H_c = 1.23–1.34$  можно получить надежные определения палеонапряженности методом Телье–Коэ.

Выше было показано, что направление NRM поверхностных частей пиллоу-базальта не совпадает с NRM внутренних частей. При удалении от поверхности угол между NRM и поверхностью контакта с водой увеличивается, максимальная разница составила  $12^\circ$ . Возможно, это связано с напряжениями, возникающими в пиллоу-базальте из-за быстрой скорости и неравномерности охлаждения. Однако этот вопрос требует дополнительных исследований. Можно лишь предположить, что более надежную информацию о направлении древнего магнитного поля несут более глубокие части пиллоу-базальта, находящиеся на расстоянии более 3–4 см от зоны закалки.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам исследования пиллоу-базальта подушечной лавы можно сделать следующие выводы.

1. Магнитные свойства базальта подушки определяются титаномагнетитом. Содержание титана в титаномагнетите растет с удалением от поверхности контакта с водой, а магния и алюминия – уменьшается. Титаномагнетит в поверхностном слое 0–2 см базальта П70/3 голоценового возраста подвержен однофазному окислению, на расстоянии более 3–4 см от зоны контакта с водой титаномагнетит имеет стехиометрический состав.

2. При приближении к поверхности в пиллоу-базальте уменьшается концентрация и размер зерен титаномагнетита. Размер зерен уменьшается с псевдооднодоменного состояния до однодоменного и суперпарамагнитного: магнитные свойства базальта на расстоянии более 3 см от поверхности подушки определяются псевдооднодоменными зернами титаномагнетита, в слое 10–15 мм зерна находятся в однодоменном состоянии, в зоне контакта с водой (расстояние до 5 мм) вклад в магнитные свойства вносят зерна титаномагнетита в суперпарамагнитном состоянии.

3. Магнитная жесткость титаномагнетита и его концентрация в пиллоу-базальте коррелируют с пиковой скоростью охлаждения для данного

слоя: магнитная жесткость прямо пропорциональна этой скорости, концентрация титаномагнетита – обратно пропорциональна.

4. Несмотря на довольно большую вариацию естественных (NRM,  $k$ ) и гистерезисных ( $H_c$ ,  $H_{cr}$ ,  $M_{rs}/M_s$ ) магнитных параметров базальта в подушечной лаве, величину древнего магнитного поля можно определять по различным частям подушки. Отличие значений палеонапряженности, определенных методом Телье–Коэ по частям подушки, расположенным на расстояниях 1–7 см от поверхности контакта с водой, составляет не более 3%.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 20-05-00573.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Белов К.П. Ферромагнетики и антиферромагнетики вблизи точки Кюри // Успехи физических наук. 1958. Т. 65. № 2. С. 207–231.
- Богданов Ю.А. и др. Атлас подводных фотографий Красноморского рифта / А.С. Монин, В.С. Ястребов (ред.). М.: Наука. 1983. 139 с.
- Большаков А.С., Щербакова В.В. Термомагнитный критерий определения доменной структуры ферромагнетиков // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1979. № 2. С. 38–47.
- Грибов С.К., Долотов А.В., Щербаков В.П. Экспериментальное моделирование химической остаточной намагниченности и методики Телье на титаномагнетит-содержащих базальтах // Физика Земли. 2018. № 2. С. 109–128.
- Максимочкин В.И., Грачев Р.А., Целебровский А.Н. Определение поля формирования искусственной CRM и rTRM методом Телье на различных стадиях окисления природного титаномагнетита // Физика Земли. 2020. № 3. С. 134–146.
- Максимочкин В.И., Целебровский А.Н. Влияние химической намагниченности океанических базальтов на определение палеонапряженности геомагнитного поля методом Телье // Вестник Московского университета. 2015. Т. 6. С. 136–143.
- Максимочкин В.И., Целебровский А.Н. Палеонапряженность геомагнитного поля по базальтам Красного моря // Палеомагнетизм и магнетизм горных пород. Материалы XXV юбилейной Всероссийской школы-семинара по проблемам палеомагнетизма и магнетизма горных пород. Ярославль: Филигрань. 2019. С. 156–163.
- Шашканов В.А., Металлова В.В. Нарушение закона Телье для парциальных термоостаточных намагниченностей // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1972. № 3. С. 80–86.
- Шрейдер А.А. и др. Детальные геомагнитные исследования рифтовой зоны на юге Красного моря // Океанология. 1982. Т. 22. № 3. С. 439–445.
- Щербаков В.П., Грибов С.К., Афиногенова Н.А., Цельмович В.А. Однофазное окисление ферромагнитных зерен как причина L-образной формы диаграмм Арай–Нагата // Физика Земли. 2020. № 5. С. 70–80.

- Bleil U., Petersen N.* Variations in magnetization and low-temperature titanomagnetite oxidation of ocean floor basalts // *Nature*. 1983. V. 301. P. 384–388.
- Coe R.S.* Geomagnetic Paleointensities From Radiocarbon-Dated Lava Flows on Hawaii and the Question of the Pacific Nondipole Low // *J. Geophys. Res.* 1978. V. 83. № B4. P. 1740–1756.
- Day R., Fuller M., Schmidt V.A.* Hysteresis properties of titanomagnetites: grain-size and compositional dependence // *Phys. Earth Planet. Inter.* 1977. V. 13. P. 260–267.
- Dunlop D.J.* Theory and application of the Day plot ( $M_{rs}/M_s$  versus  $H_{cr}/H_c$ ) 1. Theoretical curves and tests using titanomagnetite data // *J. Geophysical Research*. 2002. V. 107. № B3. P. EPM 4-1-EPM 4-22.
- Fabian K.* Approach to saturation analysis of hysteresis measurements in rock magnetism and evidence for stress dominated magnetic anisotropy in young mid-ocean ridge basalt // *Phys. Earth Planet. Inter.* 2006. V. 154. № 3–4. P. 299–307.
- Gee J.S., Kent D.V.* Source of Oceanic Magnetic Anomalies and the Geomagnetic Polarity Timescale // *Treatise on Geophysics*. 2007. V. 5. P. 455–507.
- Johnson H.P., Pariso J.E.* Variations in oceanic crustal magnetization: systematic changes in the last 160 million years // *J. Geophysical Research*. 1993. V. 98. № B1.
- Koenigsberger J.G.* Natural residual magnetism of eruptive rocks (part 1) // *Terr. Magn. Atmos. Electr.* 1938. V. 43. № 2. P. 119–130.
- Lattard D. et al.* Curie temperatures of synthetic titanomagnetites in the Fe–Ti–O system: Effects of composition, crystal chemistry, and thermomagnetic methods // *J. Geophysical Research: Solid Earth*. 2006. V. 111. № 12.
- Levi S.* The effect of magnetite particle size on paleointensity determinations of the geomagnetic field // *Phys. Earth Planet. Inter.* 1977. V. 13. P. 245–259.
- Maksimochkin V.I., Tselebrovskiy A.N.* Chemical magnetization when determining Thellier paleointensity experiments in oceanic basalts. *Geophysical Research Abstracts*. 2017. V. 19. EGU2017-10613.
- Nagata T., Arai Y., Momose K.* Secular variation of the geomagnetic total force during the last 5000 years // *J. Geophys. Res.* 1963. V. 68. № 18. P. 5277–5281.
- Nishitani T., Kono M.* Curie temperature and lattice constant of oxidized titanomagnetite // *Geophysical J. Royal Astronomical Society*. 1983. V. 74. № 2. P. 585–600.
- Richards J.C.W., O'Donovan J.B., Hauptman Z., O'Reilly W., Creer K.M.* A magnetic study of titanomagnetite substituted by magnesium and aluminium // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 1973. V. 7. № 4. P. 437–444.
- Roman A., Arndt N.* Differentiated Archean oceanic crust: Its thermal structure, mechanical stability and a test of the sagduction hypothesis // *Geochimica et Cosmochimica Acta*. 2020. V. 278. P. 65–77.
- Thellier E., Thellier O.* Sur l'intensité du champ magnétique terrestre dans le passé historique et géologique // *Ann. Géophysique*. 1959. V. 15. № 8.
- Yoder H.S.* Generation of Basaltic Magma. Washington, DC: The National Academies Press. 1976.
- Zhou W., Voo R.V., Peacor D.R., Zhang Y.* Variable Ti-content and grain size of titanomagnetite as a function of cooling rate in very young MORB // *Earth and Planetary Science Letters*. 2000. V. 179. № 1. P. 9–20.
- Zijderveld J.D.A.* A.C. demagnetization of rocks: analysis of results. *Methods in paleomagnetism* / Collinson D.W., Creer K.M., Runkorn S. (eds.). Elsevier, Amsterdam. 1967. P. 254–286.

## Properties of Red Sea Pillow-Basalt Titanomagnetite at Different Distances from the Crust

A. N. Tselebrovskiy<sup>a, \*</sup>, V. I. Maksimochkin<sup>a, \*\*</sup>, A. A. Tatarintsev<sup>a</sup>, Yu. A. Alekhina<sup>a</sup>, and R. A. Grachev<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Lomonosov Moscow State University, faculty of physics, Leninskie gory 1/2, Moscow, 119991 Russia

\*e-mail: tselebr@physics.msu.ru

\*\*e-mail: maxvi@physics.msu.ru

The magnetic properties and mineralogy of titanomagnetite in the Red Sea pillow-basalt at different distances from the contact surface with water were studied. It was revealed that the composition of titanomagnetite in the pillow basalt changes from the crust deep into the pillow: the titanium content in titanomagnetite increases, while the magnesium and aluminum content decreases. Titanomagnetite in the surface layer of pillow basalt (0–2 cm) is single-phase oxidized, with a maximum oxidation degree of 0.13, and at more than 3 cm from the crust has stoichiometric composition. According to the increase in magnetic susceptibility from 0.2 up to  $1.8 \times 10^{-2}$  SI, saturation magnetization from 0.026 to 0.895 A m<sup>2</sup>/kg and residual saturation magnetization from 0.014 to 0.296 A m<sup>2</sup>/kg, decrease in coercivity ( $H_c$  from 90 to 15 mT,  $H_{cr}$  from 153 to 20 mT), as well as by observations of electron and magnetic force microscopy, it is shown that the concentration of titanomagnetite in basalt and the grain size from single-domain state to pseudo-single-domain state increase with distance from the crust. The magnetic hardness of titanomagnetite grains was found to correlate with the maximum cooling rate of basalt. The NRM of basalt varies non-monotonically with distance from the pillow surface: up to a depth of about 3 cm its growth caused by the growth of titanomagnetite concentration was revealed, then a decrease caused by a decrease in the magnetic hardness of the grains. In spite of a rather strong variation of the magnetic properties in the 0–7 cm layer of pillow basalt, the experiments by the Thellier-Coe method for all layers showed close values of the geomagnetic field paleointensity (62.5–66.0 μT) with a high value of quality coefficient  $q$  (11–45). No regularity in the value of paleointensity with distance from the cushion surface was detected.

**Keywords:** paleomagnetism, basalts, Red Sea, titanomagnetite

## О СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ ТИПИЗАЦИИ ИСТОЧНИКОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ ПО ЗНАКАМ ПЕРВЫХ ВСТУПЛЕНИЙ ВОЛН В ЛАБОРАТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ

© 2023 г. В. Б. Смирнов<sup>1, 2, \*</sup>, А. В. Исаева<sup>1</sup>, Т. И. Карцева<sup>2</sup>, А. В. Патонин<sup>3</sup>,  
Н. М. Шихова<sup>3</sup>, А. В. Пономарев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия

<sup>3</sup>Геофизическая обсерватория “Борок” ИФЗ РАН, г. Борок, Россия

\*E-mail: vs60@mail.ru

Поступила в редакцию 15.04.2022 г.

После доработки 29.08.2022 г.

Принята к публикации 29.08.2022 г.

Предложенная в работе [Zang et al., 1998] и широко используемая в лабораторных экспериментах по физике горных пород процедура разделения типов событий акустической эмиссии (АЭ) на сдвиговые, отрывные и компакционные (*shear, tension and collapse*), опирающаяся на подсчет знаков первых вступлений волн на акустических датчиках, рассмотрена со статистических позиций. В предположении однородного и независимого распределения ошибок определения знаков вступлений на датчиках получены оценки статистической значимости и мощности критерия разделения типов для заданного количества используемых датчиков. Рассмотрены и сопоставлены между собой три подхода к построению статистического критерия, основанные на оценке вероятности события, симметричном и несимметричном критериях проверки гипотез. На основе результатов статистического исследования даны практические рекомендации по выбору порога для разделения типов событий АЭ в экспериментальных исследованиях.

**Ключевые слова:** акустическая эмиссия, фокальный механизм, статистическая проверка гипотез, лабораторные эксперименты, физика горных пород.

**DOI:** 10.31857/S0002333723010052, **EDN:** CADTET

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Тип разрушения в очаге землетрясения, известный в сейсмологии как фокальный механизм [Aki, Richards, 2002], несет существенную информацию, которая используется для прояснения тектонических условий и причин возникновения землетрясения [Stein, Wysession, 2003; Kanamori, 2009; Watts, 2015; Emdnov et al., 2022; Timoshkina et al., 2022]. Решения фокальных механизмов производятся по набору знаков первых вступлений волн на сети сейсмических станций, окружающих очаг землетрясения [Aki, Richards, 2002; Stein, Wysession, 2003]. Более продвинутой информацией об очагах землетрясений являются оценки тензора сейсмического момента (центроид-моменты) [Kostrov, Das, 2005; Udias et al., 2014; D’Amico, 2018]. Такие оценки в массовом порядке надежны для достаточно сильных землетрясений, они публикуются в нескольких мировых каталогах. На региональном уровне центроид-моменты определяются далеко не всеми сейсмическими агентствами (см., например, [Abubakirov et al.,

2021]), и фокальные механизмы все еще остаются распространенным типом сведений о характере подвижек в очагах слабых и умеренных землетрясений.

При лабораторных исследованиях по физике сейсмического процесса также используются решения фокальных механизмов и оценки тензоров момента источников акустических событий, рассматриваемых как микротрещины в испытываемых образцах горных пород [Sondergeld, Estey, 1982; Ohtsu, 1991; 2008a; 2008b; Ohtsu et al., 2007; Clarke et al., 2019; Lei et al., 1992; Kwiatek et al., 2014; Charalampidou et al., 2015; Kolář et al., 2020; Petružálek et al., 2018; 2019; 2020; Zang et al., 2000; Stierle et al., 2016; Graham et al., 2010; Naoi et al., 2020]. Главное преимущество лабораторных систем регистрации акустических событий по сравнению с сейсмическими сетями заключается в том, что в лабораторных условиях более равномерное окружение датчиками очаговой области. Однако надежное решение фокальных механизмов и отыскание тензоров момента при лабора-

торных экспериментах сопряжено с рядом технических трудностей.

Во-первых, количество датчиков обычно составляет 12–16, что согласно сейсмологической практике, находится на нижней допустимой грани для получения информации о механизме очага землетрясения. В глобальном Гарвардском каталоге для этих целей используются сотни сейсмических станций, а в региональном Калифорнийском каталоге количество станций превышает тысячу.

Во-вторых, частотный диапазон лабораторных акустических датчиков таков, что в экспериментах количество длин волн, укладываемое на интервале источник–приемник, обычно не превосходит 10 (а часто составляет 3–5), что на порядок-два меньше, чем в полевой сейсмологии. Это обстоятельство снижает точность локации акустических источников по сравнению с локацией очагов землетрясений, что, в свою очередь, снижает надежность решения фокального механизма в условиях лабораторных экспериментов.

Компромиссным решением вопроса получения информации о характере источника акустической эмиссии (АЭ) в лабораторных условиях является типизация микротрещин, излучающих акустические волны, которые регистрируются системой датчиков, расположенных на поверхности образца [Zang et al., 1996; 1998]. На основе анализа волновых форм АЭ соответствующему излучателю (очагу АЭ) присваивается один из трех типов:  $S$  – сдвиговый очаг (трещина сдвига),  $T$  – очаг расширения (трещина отрыва),  $C$  – очаг сжатия или компакция (например, схлопывание пор горной породы) [Zang et al., 1998].

Идея идентификации очага того или иного типа согласно работе [Zang et al., 1998] заключается в следующем. Если акустические волны излучаются при расширении некоторой микрообласти в образце горной породы (разрыв поры, образование трещины отрыва), то такой очаг обладает однополярной диаграммой направленности излучения [Ohtsu, 2008a], и все датчики на поверхности образца регистрируют в первом вступлении импульс одного знака – в данном случае импульс сжатия, которому в работе [Zang et al., 1998] присвоен знак минус. В классификации по работе [Zang et al., 1998] это будет очаг АЭ типа  $T$ . Такая ситуация в сейсмологии аналогична, например, взрыву, произведенному в земной коре на некоторой глубине.

Если, наоборот, происходит схлопывание локальной пустотности в образце (например, компакция порового пространства), то все датчики в первом вступлении зарегистрируют положительный импульс (импульс растяжения). Это будет очаг типа  $S$ .

В случае сдвиговой подвижки в очаге акустического события излучение имеет квадрупольный характер: в двух секторах излучаются импульсы сжатия, в двух – импульсы растяжения [Stein, Wyssession, 2003; Udias, Buform, 2018; Ohtsu, 2008a]. Соответственно, в идеале равномерного окружения источника АЭ акустическими датчиками половина из них зафиксирует положительные вступления, половина отрицательные. В этом случае мы имеем событие типа  $S$ .

В условиях реального лабораторного эксперимента идеальные сценарии обнаружения событий АЭ разных типов ( $T$  – на всех датчиках знаки минус,  $C$  – на всех датчиках знаки плюс и  $S$  – количество плюсов равно количеству минусов), оказываются “зашумлены”. Различные факторы накладывают на детерминированную теоретическую картину распределения знаков вступлений на датчиках случайную компоненту. К ним, в первую очередь, относятся: неравномерное покрытие датчиками поверхности образца, в частности, как правило, отсутствие датчиков на торцевых поверхностях цилиндрических образцов; ограниченная диаграмма направленности чувствительности датчиков и случайная ориентация трещин по отношению к системе акустических наблюдений; неравномерное и анизотропное распределение диссипативных свойств образца и их изменения в процессе постепенного разрушения образца; различное качество контакта датчиков с образцом (и, соответственно, разная эффективная чувствительность датчиков), обусловленное как неоднородностями поверхности образца, так и технологическими особенностями крепления датчиков на образце; механические и электрические шумы, создающие помехи в приемном тракте и др. Эти факторы приводят к тому, что на том или ином датчике либо вообще не выделяется вступление волны, либо выделяется не первое вступление. Во втором случае из-за накладывающихся на акустический сигнал помех пропускается один или несколько полупериодов волны, что определяет вероятность неверного определения знака вступления.

Ошибки определения знаков первых вступлений на датчиках могут иметь различные, не связанные между собой, причины. В этой ситуации процедура типизации очагов АЭ может рассматриваться с позиций математической статистики. Если наблюдаемое количество плюсов превышает количество минусов, и такое преобладание плюсов является статистически значимым, то можно говорить о реализации события типа  $S$ . Если минусов больше, чем плюсов – то событие типа  $T$ . Если же нельзя сделать заключения о статистически значимом преобладании того или иного знака, то событию следует присвоить тип  $S$ .

Для отнесения очага АЭ к тому или иному типу в работе [Zang et al., 1998] было предложено использовать порог дискриминации по величине, названной “полярностью” (*polarity*, формула (2) в работе [Zang et al., 1998]):

$$\delta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n G_i, \quad (1)$$

где  $G_i$  обозначает знак вступления на  $i$ -м датчике:  $G_i = 1$ , если знак плюс и  $G_i = -1$ , если знак минус;  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $n$  — количество датчиков;  $-1 \leq \delta \leq 1$ . Величина порога отнесения очага АЭ к тому или иному типу выбиралась эмпирически и составила 0.25 [Zang et al., 1998]. Таким образом, если  $\delta \leq -0.25$ , то очаг относят к типу  $T$ ; если  $-0.25 < \delta < 0.25$ , то — к типу  $S$ ; если  $\delta \geq 0.25$ , то — к типу  $C$ .

Простота предложенной в работе [Zang et al., 1998] процедуры по сравнению с процедурами решения фокальных механизмов или оценки тензора сейсмического момента позволяет производить массовую типизацию очагов АЭ в экспериментах даже с достаточно простыми системами регистрации сигналов АЭ, что определяет ее широкое использование в лабораторных исследованиях вплоть до настоящего времени [Zang et al., 2000; Stanchits et al., 2006; 2011; Fortin et al., 2009; Graham et al., 2010; Stanchits, Dresen, 2010; Charalampidou et al., 2015; Patonin, Shikhova, 2018; Petružálek et al., 2019; Zhang et al., 2019]. При этом, однако, встает вопрос о статистической значимости принятых решения об отнесении очага АЭ к тому или иному типу в зависимости от количества используемых датчиков и доли датчиков, на которых идентифицировано вступление того или иного знака. В настоящей статье приведены результаты рассмотрения этого вопроса в предположении однородного и независимого распределения ошибок определения знаков вступлений.

## 2. ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ

В предположении что факторы, “зашумляющие” сигнал на конкретном датчике, не зависят от факторов, действующих в это же время на других датчиках, можно рассматривать  $G_i$  как набор  $n$  независимых одинаково распределенных случайных величин. Пусть вероятность “выпадения” знака минус на датчике равна  $p$ , т.е.  $P(G_i = -1) = p$ , соответственно, вероятность выпадения знака плюс равна  $q = 1 - p$ , или  $P(G_i = 1) = q$ .

Для определенности будем обозначать через  $(n, k)$  случай, когда на  $k$  из  $n$  датчиков “выпали” знаки минус. В таком случае вероятность реализации случая  $(n, k)$  определяется биномиальным распределением:

$$P(n, k) = C_n^k p^k q^{n-k}. \quad (2)$$

Примем, что для очага сдвигового типа  $S$  вероятности “выпадения” на любом датчике знаков плюс и минус равны:  $p = q = 1/2$ . Тогда, из формулы (2) получаем:

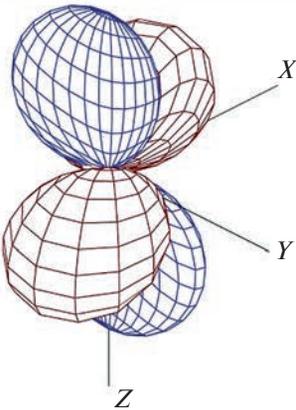
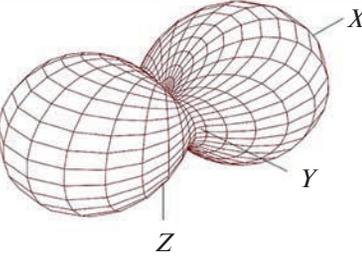
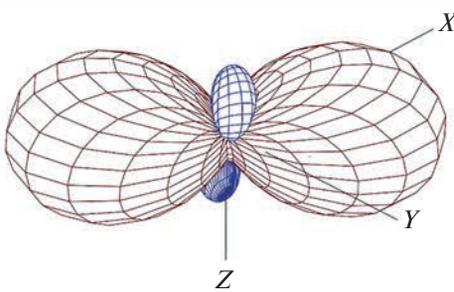
$$P(n, k) = C_n^k \left(\frac{1}{2}\right)^n. \quad (3)$$

Заметим, что в статистическом смысле это эквивалентно известной задаче о выпадении  $k$  раз решки в  $n$  опытах по подбрасыванию монеты.

## 3. ФИЗИЧЕСКАЯ ИЛЛЮСТРАЦИЯ

С физической точки зрения различные значения вероятности  $p$  в нашей модели соответствуют различным механизмам очагов акустических событий. Для очагов “чистых” типов — сдвига, расширения или коллапса — вероятность  $p$  “выпадения” минусов может принимать только одно из трех значений:  $1/2$  — для сдвига  $S$ ;  $0$  — для коллапса  $C$ ;  $1$  — для расширения  $T$ .

В природе могут быть очаги смешанного типа, например, сдвиг с расширением. Такое наблюдается, в частности, в вулканических постройках, когда магма “расширяет” трещину, находящуюся в сдвиговом поле напряжений. В сейсмологии события с очагами смешанных типов известны как недипольные (*non double-couple*) [Stein, Wysession, 2003; Dreger, 2018]. Такие очаги наблюдаются и в лабораторных экспериментах [Petružálek et al., 2018; 2020; Zhang et al., 2019; Zhuang, Zang, 2021]. Параметры недипольных очагов описываются тензором сейсмического момента, который в общем случае рассчитывается по полным волновым формам, а в лабораторных экспериментах — с учетом не только знаков, но и величин первых вступлений продольных волн [Graham et al., 2010]. Пример диаграммы направленности излучения при сдвиге с расширением  $ST$  (*shear-tensile*) в сравнении с чистыми типами сдвига  $S$  и отрыва (расширения)  $T$  показан на рис. 1 (согласно работе [Petružálek et al., 2020]). На рисунке видно, что диаграмма остается квадрупольной, но лепестки волн сжатия и растяжения теперь становятся неодинаковыми (в отличие от чисто сдвигового источника типа  $S$ ). Это означает, что в случае определения в эксперименте знаков по превышению вступлением некоторого порога в положительную или отрицательную сторону, количество минусов в случае смешанного очага сдвига с расширением будет больше, чем при чистом сдвиге. Соответственно, в этом случае вероятность возникновения минусов  $p$  может быть больше  $1/2$ , но меньше 1.

Тип $S$	Тип $T$	Тип $ST$
		
$p = 1/2$	$p = 1$	$1/2 < p < 1$

**Рис. 1.** Диаграммы излучения очагов разных типов [Petružálek et al., 2020] и соответствующие им вероятности  $p$ . Красным цветом показаны лепестки волн сжатия (знаки минус на датчиках), синим – волн расширения (знаки плюс на датчиках).

#### 4. МЕТОД ВЕРОЯТНОСТИ СОБЫТИЯ (*P-VALUE APPROACH*)

Рассмотрим вопрос о вероятности  $P(n, k)$  реализации случая  $(n, k)$  в предположении справедливости гипотезы:  $p = q = 1/2$  (соответствует типу  $S$  очага зарегистрированного события АЭ). Воспользуемся подходом расчета  $P$ -значения, используемым иногда в математической статистике наряду с методом проверки статистических гипотез [Stern et al., 2016]. Данный подход подразумевает, что для фактически наблюдаемого события рассчитывается вероятность его наступления при условии, что гипотеза была верна. В нашем случае в качестве такого события рассмотрим факт “выпадения” конкретного количества минусов  $k$ . Гипотеза  $H_0$  сводится к равенству:  $p = q = 1/2$ , а вероятность “выпадения”  $k$  минусов при условии справедливости  $H_0$  определяется формулой (3).

Подход оценки  $P$ -значения предполагает, что если рассчитанная вероятность рассматриваемого события мала, то мы должны заключить, что реализация такого маловероятного случая в эксперименте указывает на несправедливость гипотезы  $H_0$ . Таким образом, в нашем случае, получив в эксперименте конкретное количество минусов  $k$  и рассчитав вероятность по формуле (3), следует сравнить эту вероятность с некоторым порогом. Если рассчитанная вероятность оказалась ниже порога, то мы отклоняем гипотезу  $H_0$  и принимаем, что тип данного события АЭ –  $S$  или  $T$ .

Дальнейший выбор между  $S$  или  $T$ , согласно идее работы [Zang et al., 1998], осуществляется детерминистским образом: определяется преобладание знаков плюс или минус, чтобы отнести событие к типу  $S$  или  $T$ , соответственно.

##### 4.1. Вероятности выпадения конкретного количества минусов на $n$ датчиках

С использованием  $P$ -значений мы можем наглядно представить зависимость вероятности выпадения конкретного количества минусов  $k$  от количества датчиков  $n$ . При этом величину вероятности  $(1 - P(n, k))$  будем воспринимать как характеристику “величины статистических доказательств”, направленных против правдоподобия “нулевой” гипотезы  $H_0$  ( $p = q = 1/2$ ) [Amrhein et al., 2017].

Иллюстрацию наших оценок мы проведем на примере акустической системы, используемой в Геофизическая обсерватория “Борок” Института физики Земли РАН. В составе сервоуправляемого прессового комплекса INOVA [Patonin et al., 2014] используется система регистрации сигналов АЭ шестнадцатью продольными датчиками, тем самым количество “ненулевых” датчиков с определенными на них знаками вступлений заключено в диапазоне от 4 до 16. На рис. 2 представлены рассчитанные по формуле (3) кривые вероятностей  $P(n, k)$  “выпадения”  $k$  минусов в случаях различного количества “ненулевых” датчиков  $n$ . Явля-

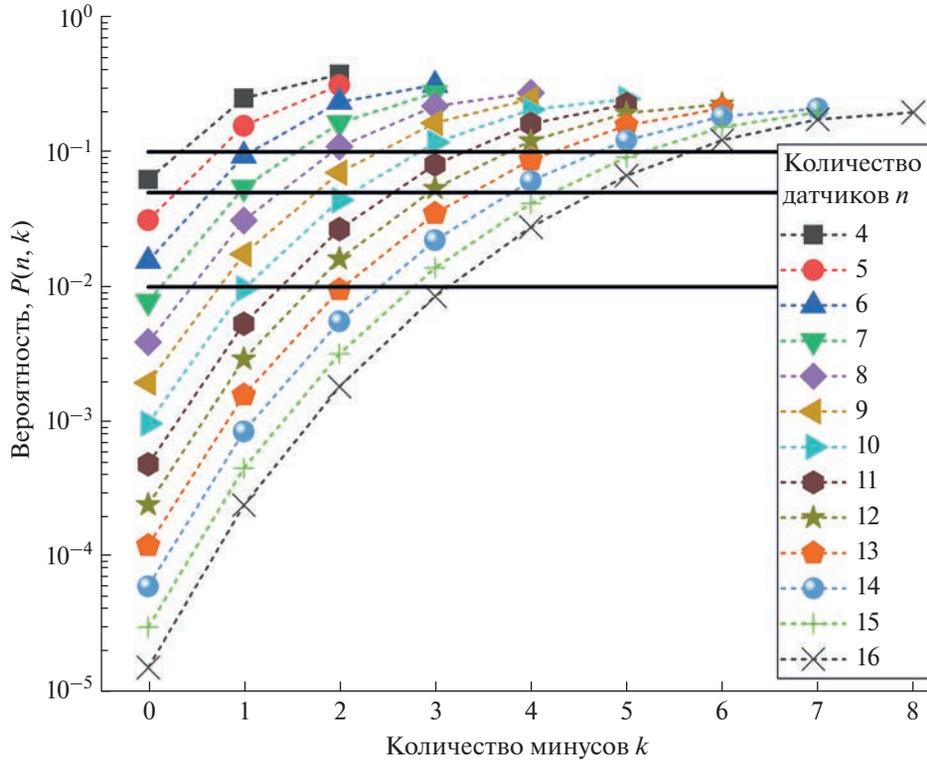


Рис. 2. Вероятность “выпадения”  $k$  минусов в случае  $n$  датчиков, рассчитанная по формуле (3). Горизонтальными линиями показаны уровни вероятностей 0.01, 0.05 и 0.1.

ясь вероятностью “выпадения” минусов на  $k$  датчиках из  $n$  в предположении справедливости “нулевой” гипотезы  $H_0$ , величина  $P(n, k)$  показывает вероятность реализации события АЭ типа  $S$  в случае  $(n, k)$ . Для сравнения на рис. 4 горизонтальными линиями показаны уровни вероятностей 0.01, 0.05 и 0.1. Обычно такие величины используют в качестве уровней значимости в методах проверки статистических гипотез.

#### 4.2. Вероятности достижения порогов “полярности”

Поскольку методика работы [Zang et al., 1998] предусматривает отделение очагов типа  $S$  от типов  $T$  и  $C$  при переходе “полярности” через пороги  $-0.25$  и  $0.25$ , пересчитаем ось абсцисс на рис. 2, связав ее с величинами “полярности” из формулы (1). Пусть  $k$  датчиков из  $n$  зарегистрировали знак минус, соответственно,  $(n - k)$  зарегистрировали знак плюс. Тогда, согласно (1) “полярность” равна:

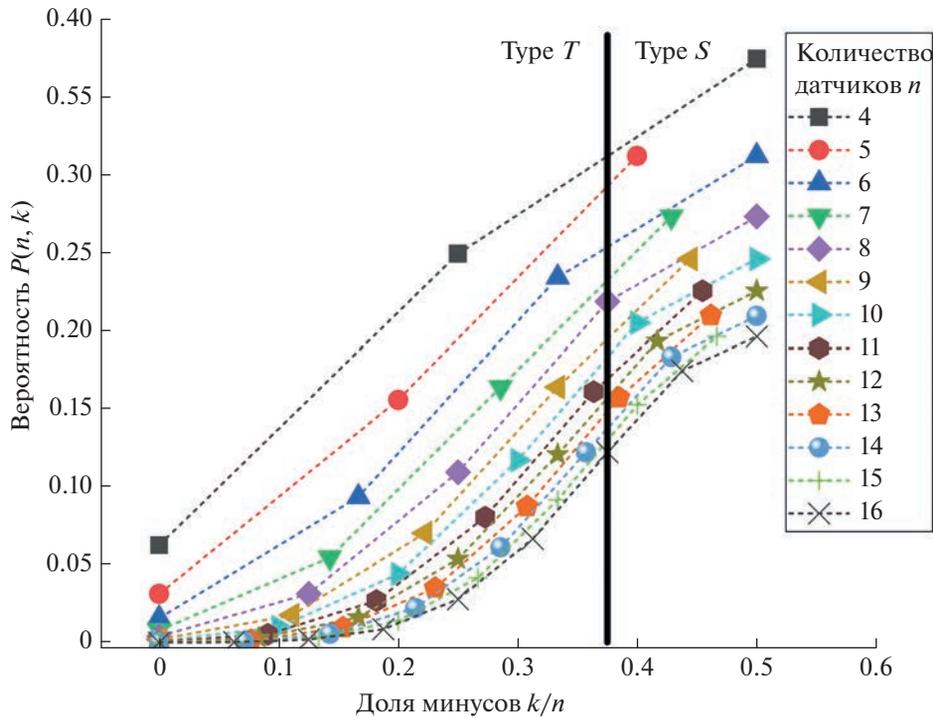
$$\delta = \frac{(n - k) - k}{n} = 1 - 2\frac{k}{n}. \quad (4)$$

Для определенности теперь будем считать, что плюсов больше, чем минусов, следовательно,

значение “полярности”  $\delta$  положительное. Из (4) видно, что величина “полярности” определяется долей знаков  $k/n$  (в рассмотренном случае – долей знаков минус). К примеру, из (4) находим, что при выбранном в работе [Zang et al., 1998] пороге  $\delta_0 = 0.25$  (разделяющем типы  $S$  и  $C$ ), соответствующее значение  $\frac{k}{n} = 0.375$ .

На рис. 3 вероятность  $P(n, k)$  представлена как функция отношения  $k/n$  для разных количеств датчиков  $n$ . Также на рис. 3 вертикальной линией отмечено значение  $\frac{k}{n} = 0.375$ , отвечающее  $\delta_0 = 0.25$ . Как обсуждалось выше, в рамках подхода, подразумевающего расчет  $P$ -значений, по величине  $P(n, k)$  принимается решение о том, отвергается гипотеза  $H_0$  (тип события  $S$ ) или нет. При этом  $P(n, k)$  сравнивается с некоторой пороговой величиной вероятности, ниже которой наблюдаемое событие признается маловероятным, и гипотеза  $H_0$  отклоняется.

Если в своих рассуждениях мы зафиксируем не какое-то конкретное количество минусов  $k$ , а отношение  $\frac{k}{n} = 0.375$ , то из рис. 3 видно, что с ро-



**Рис. 3.** Вероятность “выпадения”  $k$  минусов в случае  $n$  датчиков в зависимости от доли знаков минус  $k/n$ . Сплошная вертикальная линия отмечает значение  $k/n = 0.375$ , соответствующее порогу  $\delta_0 = 0.25$ , предложенному в работе [Zang et al., 1998].

стом количества датчиков соответствующая вероятность  $P(n, k)$  уменьшается (ордината пересечения  $P(n, k)$  с вертикальной линией при  $\frac{k}{n} = 0.375$  уменьшается с ростом количества датчиков  $n$ ). Таким образом, если при большем количестве датчиков  $n$  мы наблюдаем  $\frac{k}{n} = 0.375$  или меньшее значение, то все более уверенно мы можем считать гипотезу  $H_0$  (тип события  $S$ ) несправедливой. Действительно, если при большем количестве датчиков наблюдаемое количество минусов мало, то разумно отказаться от предположения, что наблюдаемое событие относится к типу  $S$ .

На рис. 4 сплошной линией показана зависимость вероятности  $P(n, k)$  от количества датчиков  $n$  для  $\delta_0 = 0.25$  из [Zang et al., 1998] (что соответствует  $\frac{k}{n} = 0.375$ ). Приведенные на рис. 4 значения вероятности получены как ординаты пересечения кривых  $P(n, k)$  с вертикальной линией  $\frac{k}{n} = 0.375$  на рис. 3. Будем обозначать такую зависимость как  $P(n, \delta_0)$ .

#### 4.3. Обсуждение: метод вероятности события

На рис. 4 видно, что при пороговом значении  $\delta_0 = 0.25$ , предложенном в работе [Zang et al., 1998], даже для 16 датчиков уровень вероятности  $P(n, \delta_0)$  превышает значение 0.1. Обычно уровень вероятности 0.1 используют в методе проверки статистических гипотез как максимально допустимый уровень вероятности ошибок 1-го рода (уровень значимости), т.е. вероятности ошибочно отвергнуть верную гипотезу. Получается, что выбор порога  $\delta_0 = 0.25$  предписывает отвергать гипотезу  $H_0$  ( $S$ -тип события), хотя при этом и при справедливой гипотезе  $H_0$  вероятность наблюдать в эксперименте соответствующие соотношения плюсов и минусов ( $\frac{k}{n} \leq 0.375$ ) сравнительно велика — более чем 0.1. Таким образом, выбор  $\delta_0 = 0.25$  может приводить к ошибочному отказу от гипотезы  $H_0$  и занижать, тем самым, долю событий типа  $S$ .

Ситуация улучшается, если использовать порог  $\delta_0 = 0.5$  ( $\frac{k}{n} = 0.25$ ). Соответствующая кривая показана на рис. 4 пунктиром. В этом случае “значимость” на уровне 0.1 (и ниже) достигается при числе датчиков 9 и более. Таким образом, для

порога  $\delta_0 = 0.5$  получаем следующее правило разделения типов  $S$  и  $C$ : если знаки минус наблюдаются не более чем на четверти датчиков, то мы отказываемся от типа  $S$  в пользу  $C$ . При этом если мы все же ошибаемся, к примеру, наблюдая  $\frac{k}{n} = 0.25$  и отвергая на самом деле верную гипотезу  $H_0$  о  $S$ -типе события, то при 9 и более датчиках вероятность такой ошибки не превысит 0.1, т.е. будет относительно невелика.

Аналогичные рассуждения можно провести для противоположного случая, когда количество минусов превышает количество плюсов, чтобы получить правило разделения типов  $S$  и  $T$ .

Для обеспечения одинакового уровня вероятности отклонения гипотезы  $H_0$  ( $S$ -тип) при различном количестве датчиков нужно задавать для каждого  $n$  свой порог селекции  $\delta_{\min}$ . На рис. 5а и в табл. 1 представлены зависимости порогового значения  $\delta_{\min}$  от  $n$  для уровня вероятности, заданного равным 0.1. На этом же рисунке для каждого  $n$  показано максимальное количество датчиков со знаком минус  $k_{\max}$ , обеспечивающее отклонение гипотезы  $H_0$  о реализации события типа  $S$  в пользу события типа  $C$ . Величина  $k_{\max}$  рассчитана согласно (3) из условия:  $P(n, k_{\max}) \leq 0.1$ . На рис. 5б и в табл. 1 для сравнения представлены аналогичные зависимости для более жесткого уровня вероятности 0.05.

### 5. МЕТОД ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Наряду с рассмотренным выше методом вероятности события ( $P$ -value approach), в математической статистике используют более продвинутый метод проверки статистических гипотез. Дело в том, что применение метода вероятности события может приводить к неконтролируемым ошибкам 1-го рода [Amrhein et al., 2017]. Метод проверки статистических гипотез предполагает прямое отыскание вероятностей ошибок 1-го рода (отклонить справедливую нулевую гипотезу) и 2-го рода (принять несправедливую нулевую гипотезу). Это позволяет для конкретного критерия рассматривать величины вероятностей ошибок 1-го и 2-го родов в совокупности, в зависимости от селектирующего параметра критерия.

Во ВВЕДЕНИИ отмечалось, что согласно пороговому критерию, предложенному в работе [Zang et al., 1998], события АЭ относятся к типу  $S$ , если величина “полярности” (1) лежит в диапазоне  $-\delta_0 < \delta < \delta_0$ , к типу  $T$  – если  $\delta$  оказывается меньше или равна  $-\delta_0$ , к типу  $C$  – если  $\delta$  больше или равна  $\delta_0$ , где величина порога  $\delta_0$  задается заранее. Из соотношения (4) следует, что задание

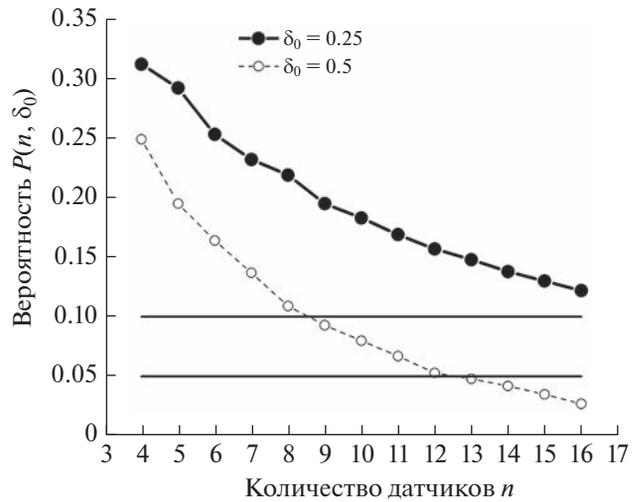


Рис. 4. Зависимость вероятности достижения порогового значения “полярности”  $\delta_0$  от количества датчиков  $n$  в предположении справедливости гипотезы  $H_0$ :  $p = q = 1/2$ . Сплошная кривая – для порогового значения  $\delta_0 = 0.25$  из работы [Zang et al., 1998]. Пунктирная кривая – для  $\delta_0 = 0.5$ . Горизонтальными линиями отмечены значения вероятностей 0.1 и 0.05.

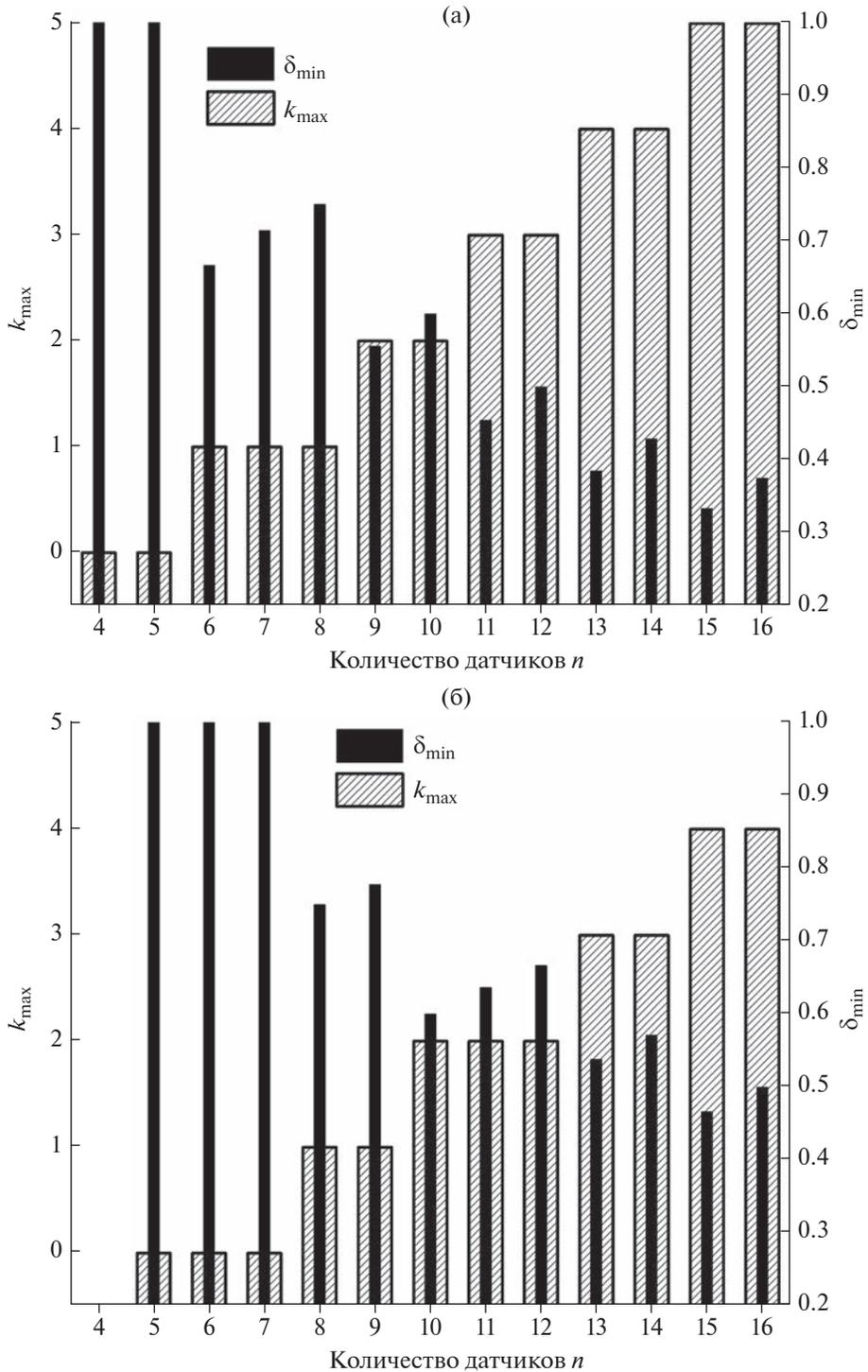
порога  $\delta_0$  эквивалентно заданию порогового значения для количества знаков минус (или плюс) в наборе из  $n$  датчиков. Далее мы будем пользоваться именно такой формулировкой порогового критерия, в которой задается диапазон изменений для количества знаков минус, а решение о типе события ( $S$ ,  $T$  или  $C$ ) принимается в зависимости от того, в каком диапазоне оказалось фактически наблюдаемое количество минусов. Мы рассмотрим такой подход с позиций теории проверки статистических гипотез, оценим значимость и мощность соответствующих критериев.

#### 5.1. Симметричный критерий

Обозначим, для определенности, количество фактически “выпавших” минусов через  $\eta$ . Заметим, что значение  $\eta$  непосредственно вычисляется через величины  $G_i$  – знаки вступления на  $i$ -м датчике,  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $G_i$  принимают значения 1 или  $-1$ . Формально такую связь можно записать в виде:

$$\eta = \sum_{i=1}^n S(G_i),$$

где  $S(G_i) = 1$ , если  $G_i = -1$ , и  $S(G_i) = 0$ , если  $G_i = 1$ . Поскольку, как обсуждалось выше,  $G_i$  рассматриваются как независимые одинаково распределенные случайные величины, то и вычисляемая с их помощью величина  $\eta$  тоже является случайной. Если мы, как раньше, считаем, что



**Рис. 5.** Порог селекции  $\delta_{\min}$  и максимальное количество  $k_{\max}$  знаков минус в наборе из  $n$  датчиков, обеспечивающие отклонение гипотезы  $p = q = 1/2$  (реализация события типа  $S$ ) в пользу гипотезы о реализации события типа  $C$  при заданном значении пороговой вероятности  $P_0 = P(n, k_{\max}) = P(n, \delta_{\min})$ : (а) –  $P_0 = 0.1$ ; (б) –  $P_0 = 0.05$ .

$P(G_i = -1) = p$  и  $P(G_i = 1) = q = 1 - p$ , тогда  $\eta$  будет иметь биномиальное распределение, т.е.  $P(\eta = k) = P(n, k)$ , задаваемое формулой (2), где  $k = 0, \dots, n$ .

Переформулируем в терминах пороговых значений для количества минусов условие из работы [Zang et al., 1998]: если величина “полярности” (1) лежит в диапазоне  $-\delta_0 < \delta < \delta_0$ , то событие АЭ от-

носят к типу  $S$ , где порог  $0 < \delta_0 \leq 1$ . Для количества минусов такое симметричное условие формулируется следующим образом: если фактически наблюдаемое количество минусов  $\eta$  лежит в диапазоне  $m_0 < \eta < n - m_0$ , то событие АЭ следует отнести к типу  $S$ .

Заметим, что согласно (4) значению  $\delta_0 = 1$  соответствует пороговое значение для количества минусов  $m_0 = 0$ . Тогда для нечетного количества датчиков  $n$  порог  $m_0$  может принимать значения  $m_0 = 0, 1, \dots, \left(\frac{n}{2}\right)$ , где  $n/2$  – целая часть числа. Для четного количества датчиков  $n$  диапазон возможных изменений порогового значения  $m_0$  включает в себя  $m_0 = 0, 1, \dots, \left(\frac{n}{2}\right) - 1$  (вариант  $m_0 = \frac{n}{2}$  исключается, поскольку в этом случае  $\delta_0 = 0$ , что нарушает условие  $0 < \delta_0 \leq 1$ ).

Как обсуждалось выше, реализация события АЭ типа  $S$  отождествляется с гипотезой  $H_0$ :  $p = q = 1/2$ . Альтернативой можно считать ситуацию, что в проведенном эксперименте наблюдалось событие АЭ, которое не относится к типу  $S$ . При этом, в соответствии с нашими предположениями, случайная величина  $\eta$ , выражающая количество минусов, в любом случае имеет биномиальное распределение (2). Тогда альтернативу  $H_1$  можно сформулировать как  $p \neq 1/2$  в формуле (2). Поскольку величина  $p$  имеет смысл вероятности, ее возможные значения лежат в диапазоне от 0 до 1. Тогда альтернатива  $H_1$  задается условием:  $0 \leq p < 1/2$  или  $1/2 < p \leq 1$ .

Сформулируем теперь в терминах ограниченный на наблюдаемое количество минусов симметричный статистический критерий отделения событий типа  $S$  от  $T$  или  $C$ : гипотеза  $H_0$  ( $S$ -тип) принимается, если  $m_0 < \eta < n - m_0$ ; гипотеза  $H_0$  отклоняется, если  $\eta \leq m_0$  или  $\eta \geq n - m_0$ . В такой постановке события типов  $T$  и  $C$  не разделяются между собой, а лишь отделяются от событий типа  $S$ .

5.1.1. Уровень значимости симметричного критерия

Теперь для сформулированного критерия получим связь его уровня значимости с величиной порога  $m_0$ . По определению уровень значимости  $\alpha$  статистического критерия равен вероятности совершить ошибку первого рода [Everitt, Skrondal, 2002; Voronkov, 1998]. Ошибка первого рода состоит в том, что справедливую гипотезу  $H_0$  ошибочно отклоняют. В наших терминах получаем, что в таком случае значение  $\eta$  оказалось в диапазоне  $\eta \leq m_0$  или  $\eta \geq n - m_0$ , но при этом все-та-

**Таблица 1.** Порог селекции  $\delta_{\min}$  и максимальное количество  $k_{\max}$  знаков минус при  $n$  датчиках, обеспечивающие отклонение гипотезы  $p = q = 1/2$  при заданном значении порога вероятности  $P_0 = P(n, k_{\max}) = P(n, \delta_{\min})$

$n$	$P_0 = 0.1$		$P_0 = 0.05$	
	$k_{\max}$	$\delta_{\min}$	$k_{\max}$	$\delta_{\min}$
4	0	1	—	—
5	0	0.66667	0	1
6	1	0.71429	0	1
7	1	0.75	0	1
8	1	0.55556	1	0.75
9	2	0.6	1	0.77778
10	2	0.45455	2	0.6
11	3	0.5	2	0.63636
12	3	0.38462	2	0.66667
13	4	0.42857	3	0.53846
14	4	0.33333	3	0.57143
15	5	0.375	4	0.46667
16	5	1	4	0.5

Прочерки в строке  $n = 4$  для  $P_0 = 0.05$  означают, что вероятность выпадения нуля минусов (выпадения четырех плюсов) при справедливости гипотезы  $p = q = 1/2$  в этом случае больше 0.05.

ки была справедлива  $H_0$ . Соответственно, в такой ситуации, пользуясь сформулированным выше критерием, мы совершим ошибку первого рода. Таким образом, зависимость  $\alpha$  от выбора  $m_0$  для симметричного критерия можно записать в виде:

$$\alpha(m_0) = P(\eta \leq m_0 | H_0) + P(\eta \geq n - m_0 | H_0). \quad (6)$$

Поскольку в предположении справедливости  $H_0$  биномиальное распределение, контролирующее  $\eta$ , симметрично, можно записать выражение для уровня значимости  $\alpha$  как

$$\alpha(m_0) = 2P(\eta \leq m_0 | H_0) = 2 \sum_{k=0}^{m_0} C_n^k \left(\frac{1}{2}\right)^n. \quad (7)$$

На рис. 6 показаны графики зависимости уровня значимости  $\alpha(m_0)$  от порогового значения  $m_0$ , рассчитанные по формуле (7) для различного количества датчиков  $n$ . Видно, что, во-первых, с ростом количества датчиков  $n$  величина  $\alpha(m_0)$  уменьшается – таким образом, увеличение количества датчиков снижает вероятность совершить ошибку первого рода и отклонить на самом деле верную гипотезу. Во-вторых, при фиксированном количестве датчиков  $n$  с ростом  $m_0$  наблюдается рост  $\alpha(m_0)$ . Такой результат тоже понятен. Увеличение  $m_0$  сужает интервал  $m_0 < \eta < n - m_0$

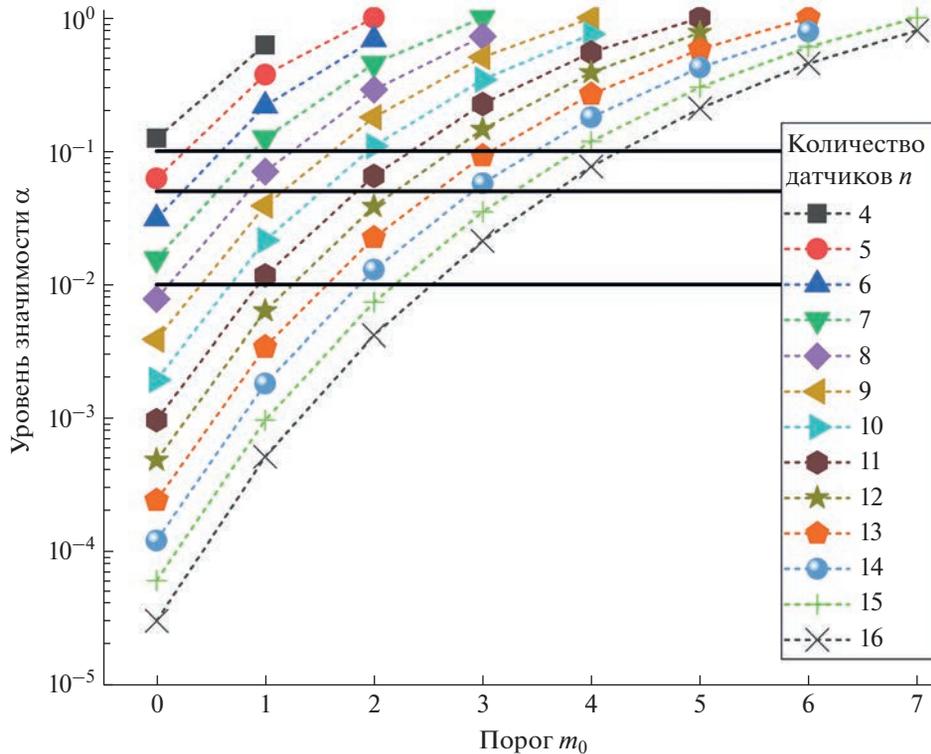


Рис. 6. Зависимость уровня значимости  $\alpha(m_0)$  от порогового значения  $m_0$ . Горизонтальными линиями показаны уровни вероятностей 0.01, 0.05 и 0.1.

для допустимого количества минусов  $\eta$ , когда мы считаем, что гипотеза  $H_0$  ( $S$ -тип) справедлива. Для “узких” интервалов мы будем часто отклонять гипотезу  $H_0$ , что как раз может приводить к ошибкам первого рода, поэтому на рис. 6 мы видим рост  $\alpha(m_0)$  при увеличении  $m_0$ .

### 5.1.2. Мощность симметричного критерия

Чтобы определить мощность статистического критерия  $\gamma$ , нужно рассчитать вероятность ошибки второго рода  $\beta$ , т.е. вероятность принять несправедливую гипотезу  $H_0$ , когда на самом деле верна альтернатива  $H_1$  [Everitt, 2002]. Мощность статистического критерия и вероятность ошибки второго рода связаны простым соотношением:  $\gamma = (1 - \beta)$ .

Для рассматриваемого симметричного критерия нужно вычислить вероятность

$$\begin{aligned} \beta &= P(m_0 < \eta < n - m_0 | H_1) = \\ &= \sum_{k=m_0+1}^{n-(m_0+1)} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \end{aligned} \quad (8)$$

В альтернативе  $H_1$  вероятность  $p$  может быть некоторым значением в диапазоне:  $0 \leq p < 1/2$

или  $1/2 < p \leq 1$ . Согласно (8) вероятность ошибки второго рода  $\beta$  зависит от величины  $p$ . Варьируя  $p$ , можно выяснить, какое наихудшее (наибольшее) значение вероятности ошибки второго рода  $\beta$  можно получить. На рис. 7а показана зависимость  $\beta$  от  $p$  для 16 датчиков при различном уровне порогового значения  $m_0$ . На этом же рисунке показана зависимость мощности критерия  $\gamma = (1 - \beta)$  от величины  $p$  в диапазонах  $0 \leq p < 1/2$  и  $1/2 < p \leq 1$ . На рис. 7б для примера представлены зависимости  $\beta$  и  $\gamma$  для меньшего количества датчиков.

### 5.1.3. Обсуждение: симметричный критерий

а) На рис. 7 видно, что для  $p = 0$  или  $p = 1$  мощность критерия  $\gamma$  равна 1. Это — понятно: если при вероятности, например,  $p = 0$  “выпадает” хотя бы один минус, то  $p$  уже гарантировано не равна 0 — альтернативная гипотеза  $p = 0$  отвергается с вероятностью  $\gamma = 1$ .

б) Видно, что для всех  $m_0$  наихудший результат (максимальные значения  $\beta$  получается, когда значение  $p$  близко к  $1/2$ . Это — тоже понятно: чем ближе параметры (значения) при нулевой гипотезе и при альтернативе, тем сложнее их разделить с

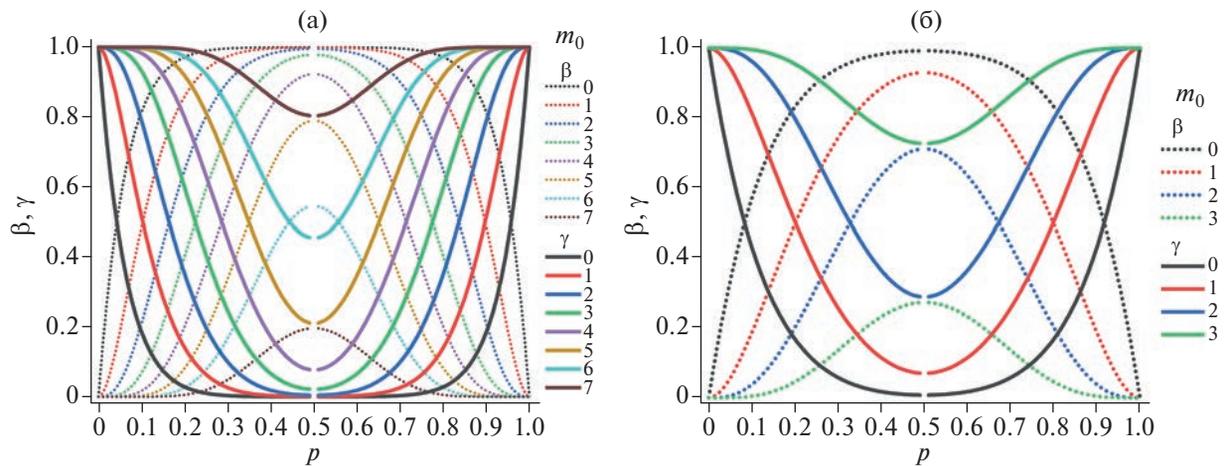


Рис. 7. Зависимость вероятности ошибки второго рода  $\beta$  и мощности симметричного критерия  $\gamma$  от значения вероятности  $p$  в диапазонах  $0 \leq p < 1/2$  и  $1/2 < p \leq 1$  для  $n = 16$  (а) и  $n = 8$  (б) при различных величинах порога  $m_0$ .

помощью какого-либо статистического критерия. В ПРИЛОЖЕНИЕ вынесено доказательство того, что в общем случае (для любых заданных  $m_0$  и  $p$ ) вероятность ошибки второго рода  $\beta$ , определяемая формулой (8), будет иметь максимум при  $p \rightarrow 1/2$ . Соответственно, мощность критерия  $\gamma = (1 - \beta)$  будет иметь минимум для значений  $p$ , близких к  $1/2$ . При этом с уменьшением  $p$  вплоть до нуля (чистый тип  $C$ ) или с ростом  $p$  до единицы (чистый тип  $T$ ) мощность критерия растет до единицы. В случае смешанных типов (см. рис. 1) мощность симметричного критерия будет больше ее минимального значения (достигаемого при  $p \rightarrow 1/2$ ) и меньше 1 (при  $p = 1$ ).

в) Вероятность  $\beta$  уменьшается с ростом  $m_0$ . Увеличение порогового значения  $m_0$  сужает интервал  $m_0 < \eta < n - m_0$  значений  $\eta$ , при реализации которых нулевая гипотеза признается справедливой. Следовательно, с ростом  $m_0$  мы будем чаще отклонять гипотезу  $H_0$  и реже ошибаться, признав ее справедливой, когда на самом деле верна альтернатива  $H_1$ . Таким образом, с ростом  $m_0$  вероятность совершить ошибку второго рода уменьшается. Следовательно, критерий тем более мощный, чем больше  $m_0$ . Но напомним, что с увеличением  $m_0$  увеличивается величина ошибки первого рода  $\alpha$  (см. рис. 6). Тем самым, выбор порога  $m_0$  является компромиссом между приемлемыми вероятностями ошибок первого и второго рода. Используя рис. 7, можно найти наихудшее значение вероятности, при котором будет совершена ошибка второго рода. Это — вероятность  $p = 1/2$ . В ЗАКЛЮЧЕНИИ мы обсудим рекомендации по заданию значений  $\alpha$  и  $m_0$ . Пока же мы

сосредоточим внимание на вероятности  $\beta$  совершить ошибку второго рода для сравнения двух вариантов критериев: симметричного и несимметричного.

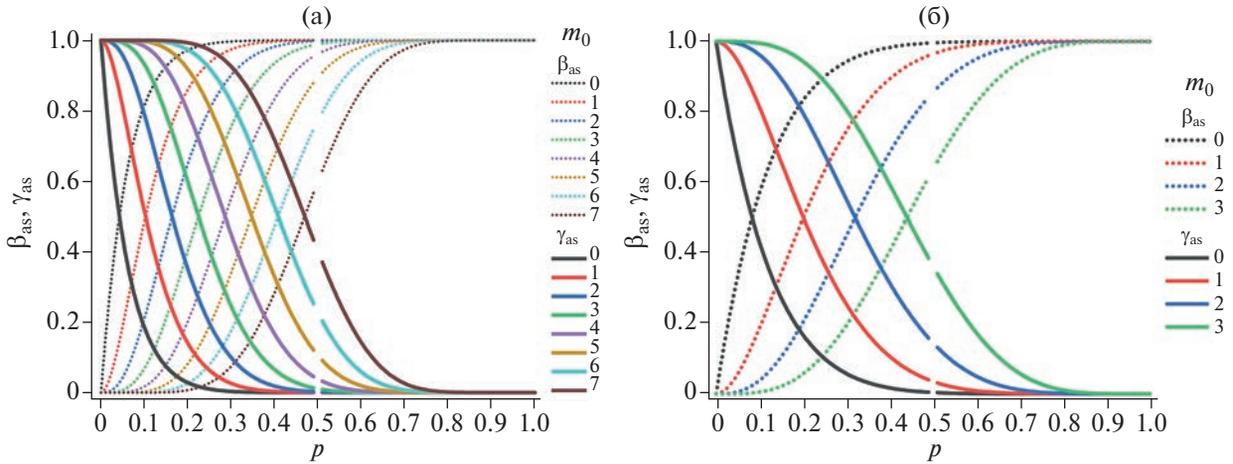
## 5.2. Несимметричный критерий

Рассмотрим теперь методику [Zang et al., 1998] с другой точки зрения. Описанная в работе [Zang et al., 1998] процедура предполагает, что по знаку “полярности” сразу принимается решение, из какой пары типов событий АЭ делается дальнейший выбор: если  $\delta > 0$ , то речь идет о разделении типов  $S$  и  $C$ , если  $\delta < 0$ , то  $S$  и  $T$ . Переформулируем соответствующим образом критерий, по которому принимается решение о типе события АЭ в этом случае. Будем считать, что гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  остаются прежними, но критерии теперь формулируются следующим образом.

Пусть, по-прежнему,  $m_0$  — пороговое значение для количества знаков минус в наборе из  $n$  датчиков,  $m_0 = 1, \dots, \lfloor n/2 \rfloor$ .

I. Случай  $\delta > 0$  для разделения типов  $S$  и  $C$ . В этом случае будем считать гипотезу  $H_0$  справедливой, если фактически наблюдаемое количество минусов  $\eta$  больше порогового значения  $\eta > m_0$ , т.е. в этом случае мы считаем, что тип события АЭ —  $S$ . В противном случае  $\eta \leq m_0$  мы считаем, что реализовался тип  $C$  и справедлива альтернатива  $H_1$ .

II. Случай  $\delta < 0$  для разделения типов  $S$  и  $T$ . В этом случае мы считаем гипотезу  $H_0$  справедливой, если фактически наблюдаемое количество минусов  $\eta$  меньше значения  $\eta < (n - m_0)$ , т.е. в этом случае мы считаем, что тип события АЭ —  $S$ . В про-



**Рис. 8.** Зависимость вероятности ошибки второго рода  $\beta_{as}$  и мощности несимметричного критерия  $\gamma_{as}$  от значения вероятности  $p$  в диапазонах  $0 \leq p < 1/2$  и  $1/2 < p \leq 1$  для  $n = 16$  (а) и  $n = 8$  (б) при различных величинах порога  $m_0$ .

тивном случае  $\eta \geq (n - m_0)$  мы считаем, что реализовался тип  $T$  и справедлива альтернатива  $H_1$ .

### 5.2.1. Уровень значимости несимметричного критерия

Для определенности рассмотрим случай I, когда  $\delta > 0$ , поскольку рассмотрение варианта  $\delta < 0$  можно провести аналогичным способом. Вероятность ошибки первого рода  $\alpha_{as}$  (подстрочный индекс говорит о том, что вероятность рассчитывается для несимметричного критерия) в этом случае равна:

$$\alpha_{as}(m_0) = P(\eta \leq m_0 | H_0) = \sum_{k=0}^{m_0} C_n^k \left(\frac{1}{2}\right)^n. \quad (9)$$

Сопоставляя выражение (9) с (7), замечаем, что  $\alpha_{as}(m_0) = \frac{1}{2} \alpha(m_0)$ . Соответственно, графики зависимости  $\alpha_{as}$  от  $m_0$  выглядят так же, как графики, представленные на рис. 6, но значения  $\alpha_{as}$  будут вдвое меньше. Используя дополнительную информацию  $\delta > 0$  и перейдя к несимметричному критерию, мы разделяем только типы  $S$  и  $C$ . При этом вероятность ошибки первого рода уменьшается, что логично, поскольку теперь мы не можем ошибиться, отклонив тип  $S$  (верную гипотезу  $H_0$ ) в пользу типа  $T$ . В то же время, необходимо отметить, что более строгий анализ ошибки первого рода в случае несимметричного критерия должен также учитывать вероятность самого события-условия  $\delta > 0$ . В рамках настоящей работы мы ограничимся лишь формулой (9) и перейдем к оценке мощности несимметричного критерия.

### 5.2.2. Мощность несимметричного критерия

Определим вероятность ошибки второго рода  $\beta_{as}$  для несимметричного критерия, а затем рассчитаем его мощность по формуле  $\gamma_{as} = (1 - \beta_{as})$ :

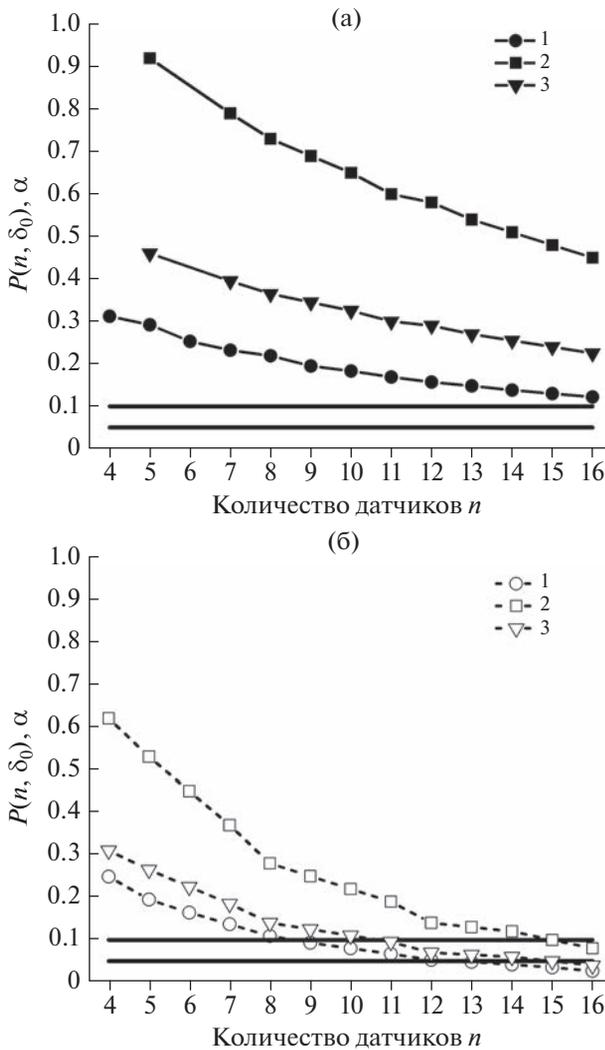
$$\beta_{as} = P(\eta > m_0 | H_1) = \sum_{k=m_0+1}^n C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad (10)$$

где вероятность  $p$  при справедливой альтернативе  $H_1$ :  $0 \leq p < 1/2$  или  $1/2 < p \leq 1$ . Таким образом, как и в случае симметричного критерия (8), вероятность ошибки второго рода зависит от значения  $p$ .

На рис. 8 показана зависимость вероятности ошибки второго рода  $\beta_{as}$  несимметричного критерия, используемого для разделения типов  $S$  и  $C$ , от вероятности  $p$ . Графики на рис. 8а соответствуют 16 датчикам, т.е.  $n = 16$ . Также на рис. 8а показана зависимость мощности несимметричного критерия  $\gamma_{as}$  от  $p$ . На рис. 8б для примера представлены зависимости  $\beta_{as}$  и  $\gamma_{as}$  в случае 8 датчиков.

### 5.2.3. Обсуждение: несимметричный критерий

Из рис. 8 видно, что несимметричный критерий дает высокие вероятности ошибок второго рода и, соответственно, имеет низкую мощность, если оказалось, что  $p > 1/2$ . Случай  $p > 1/2$  может реализоваться, если все же оказалось, что наблюдаемое событие АЭ имело тип  $T$ . Поскольку при формулировке несимметричного критерия для случая I ( $\delta > 0$ ) мы исходно отказались от рассмотрения событий типа  $T$ , логично, что мы ошибемся, если все же оказалось, что произошедшее событие относилось к этому типу. Поэтому на рис. 8 график  $\beta_{as}$  стремится к единице при  $p \rightarrow 1$ .



**Рис. 9.** Зависимость вероятности  $P(n, \delta_0)$  достижения порогового значения “полярности”  $\delta_0$  в методе  $P$ -значения и уровня значимости симметричного и несимметричного критериев  $\alpha$  для порога “полярности”  $\delta_0$  от количества датчиков  $n$ : (а) – для  $\delta_0 = 0.25$ ; (б) – для  $\delta_0 = 0.5$ ; 1 – метод  $P$ -значения; 2 – симметричный критерий; 3 – несимметричный критерий. Сплошными горизонтальными линиями отмечены значения уровней 0.1 и 0.05.

Очевидно, возникновение такой ошибки будет зависеть от вероятности события-условия  $\delta > 0$ , что нужно учитывать при более строгом анализе несимметричного критерия.

Применив несимметричный критерий для разделения типов  $S$  и  $C$  в случае  $\delta > 0$ , мы получаем “выигрыш” в уменьшении вероятности совершить ошибку первого рода  $\alpha_{as}$  по сравнению с симметричным критерием. В то же время “платой” за такое преимущество является увеличение вероятности ошибки второго рода при  $p > 1/2$ ,

соответственно, в такой ситуации мощность несимметричного критерия меньше, чем симметричного. Действительно, применяя несимметричный критерий, когда при  $\delta > 0$  событие все же было типа  $T$ , мы неминуемо совершим ошибку второго рода.

### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрение предложенной в работе [Zang et al., 1998] процедуры определения типа события АЭ по соотношению знаков вступлений на регистрирующих датчиках со статистических позиций позволяет построить оценки значимости решения об отнесении источника АЭ к тому или иному типу. Возможно использование трех различных подходов: основанной на концепции  $P$ -значения оценке вероятности реализации зарегистрированного в эксперименте соотношения числа знаков, симметричного критерия для порогового критерия отделения событий типа  $S$  от  $T$  и  $C$  без их разделения и несимметричного критерия для порогового критерия разделения событий всех трех типов, соответствующего работе [Zang et al., 1998]. Во всех трех подходах в качестве нулевой гипотезы рассматривается отнесение события к типу  $S$ . Мощность пороговых критериев зависит от априорных представлений о допустимых механизмах очага событий альтернативных типов, отличных от  $S$ . Мощность максимальна для механизмов чистых типов  $T$  и  $C$ , рассмотренных в [Zang et al., 1998], и уменьшается для смешанных типов, таких, например, как  $ST$  (*shear-tensile*), рассмотренных в работе [Petružálek et al., 2020] (см. рис. 1).

На рис. 9 представлено сравнение уровней значимости (вероятностей отклонить справедливую нулевую гипотезу) для трех рассмотренных подходов. Рис. 9 аналогичен рис. 4, на который добавлены результаты отыскания уровней значимости симметричного и несимметричного критериев для пороговых значений “полярности”  $\delta_0$ , равных 0.25 (рис. 9а) и 0.5 (рис. 9б).

На рис. 9а видно, что при величине порога “полярности”  $\delta_0 = 0.25$  в случае характерного для экспериментов количества датчиков общепринятая величина значимости разделения гипотез в 0.1 не достигается. Для обеспечения уровня значимости разделения типов событий АЭ не хуже 0.1 порог дискриминации по “полярности” целесообразно увеличить со значения 0.25, предложенного в работе [Zang et al., 1998], до 0.5 (рис. 9б). При этом для определения типа нужно использовать данные не менее, чем 9 датчиков. На рис. 9б видно также, что при использовании порога  $\delta_0 = 0.5$  результаты использования  $P$ -значения и несимметричного критерия практически совпадают при  $n \geq 9$ .

Можно также задавать априори уровень значимости и использовать переменное значение порога полярности в зависимости от числа датчиков (рис. 5 и табл. 1).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Из формулы (8)

$$\begin{aligned}\beta &= P(m_0 < \eta < n - m_0 | H_1) = \\ &= \sum_{k=m_0+1}^{n-(m_0+1)} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}.\end{aligned}$$

Для удобства обозначим  $m = (m_0 + 1)$ , тогда

$$\beta = \sum_{k=m}^{n-m} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}.$$

Найдем максимум  $\beta$  как функции от  $p$ . Заметим, что  $\beta$  по смыслу является вероятностью, поэтому  $0 \leq \beta \leq 1$ . При этом при  $p = 0$  и  $p = 1$  получаем  $\beta = 0$ . Поскольку  $\beta$  не является тождественным нулем при  $0 < p < 1$ , из условия  $\frac{\partial \beta}{\partial p} = 0$  можем получить значение  $p$ , соответствующее максимуму  $\beta$  как функции от  $p$ .

Найдем соответствующую производную:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \beta}{\partial p} &= \frac{\partial}{\partial p} \left( \sum_{k=m}^{n-m} C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \right) = \sum_{k=m}^{n-m} \frac{n!}{k!(n-k)!} \times \\ &\times \left( k p^{k-1} (1-p)^{n-k} - (n-k) p^k (1-p)^{n-k-1} \right) = \\ &= n! \sum_{k=m}^{n-m} \left( \frac{p^{k-1} (1-p)^{n-1-(k-1)}}{(k-1)!(n-1-(k-1))!} - \frac{p^k (1-p)^{n-1-k}}{k!(n-1-k)!} \right).\end{aligned}$$

Разобьем выражение на две части:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \sum_{k=m}^{n-m} \frac{p^{k-1} (1-p)^{n-1-(k-1)}}{(k-1)!(n-1-(k-1))!}, \\ \varphi_2 &= \sum_{k=m}^{n-m} \frac{p^k (1-p)^{n-1-k}}{k!(n-1-k)!}.\end{aligned}$$

Тогда  $\frac{\partial \beta}{\partial p} = n!(\varphi_1 - \varphi_2)$ . В  $\varphi_1$  сделаем замену переменной суммирования  $k' = k - 1$ , чтобы вид суммы  $\varphi_1$  был максимально похожим на  $\varphi_2$ :

$$\varphi_1 = \sum_{k'=m-1}^{n-1-m} \frac{p^{k'} (1-p)^{n-1-k'}}{k'!(n-1-k')!}.$$

Видно, что суммы в  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  различаются только слагаемыми при  $k' = m - 1$  и  $k = n - m$ . Поскольку  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  входят в выражение для  $\frac{\partial \beta}{\partial p}$  с противополо-

жными знаками, следовательно, в  $\frac{\partial \beta}{\partial p}$  все одинаковые слагаемые сумм  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  уйдут. Таким образом, мы можем записать:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \beta}{\partial p} &= n! \left( \frac{p^{m-1} (1-p)^{n-1-(m-1)}}{(m-1)!(n-1-(m-1))!} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{p^{n-m} (1-p)^{n-1-(n-m)}}{(n-m)!(n-1-(n-m))!} \right) = \\ &= \frac{n! p^{m-1} (1-p)^{m-1}}{(m-1)!(n-m)!} \left( (1-p)^{n+1-2m} - p^{n+1-2m} \right).\end{aligned}$$

Воспользуемся формулой сокращенного умножения  $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , чтобы преобразовать последний множитель в предыдущей формуле. Тогда получим

$$\begin{aligned}\frac{\partial \beta}{\partial p} &= \frac{n! p^{m-1} (1-p)^{m-1}}{(m-1)!(n-m)!} \left( (1-p) - p \right) \times \\ &\times \left( (1-p)^{n-2m} + p(1-p)^{n-1-2m} + \dots + p^{n-1-2m} (1-p) + p^{n-2m} \right).\end{aligned}$$

В этом выражении при  $0 < p < 1$  нулевое значение может принимать только множитель  $((1-p) - p) = 1 - 2p$ , что справедливо при  $p = 1/2$ .

Таким образом,  $\frac{\partial \beta}{\partial p} = 0$  при  $p = 1/2$ , соответственно, вероятность как функции от  $p$  имеет максимум.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в соответствии с государственными заданиями физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова и Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН.

Лабораторные исследования, инициировавшие выполнение этой работы, проводились в Центре коллективного пользования "Петрофизика, геомеханика и палеомагнетизм" Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН..

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Abubakirov I.R., Pavlov V.M.* Determining the Double Couple Moment Tensor for Kamchatka Earthquakes from Regional Seismic Waveforms // *Izv., Phys. Solid Earth*. 2021. V. 57. P. 332–347.  
<https://doi.org/10.1134/S1069351321030010>
- Aki K., Richards P.G.* Quantitative Seismology. Univ. Science Books. 2002. 685 p.
- Amrhein V., Korner-Nievergelt F., Roth T.* The earth is flat ( $p > 0.05$ ): significance thresholds and the crisis of unreplicable research // *Peer J*. 2017. V. 5. P. e3544.  
<https://doi.org/10.7717/peerj.3544>

- Borovkov A.A.* Mathematical Statistics. Gordon and Breach Publishers. Amsterdam. 1998. 478 p.
- Charalampidou E.M., Stanchits S., Kwiatak G., Dresen G.* Brittle failure and fracture reactivation in sandstone by fluid injection // *Eur. J. Environ. Civ. Eng.* 2015. <https://doi.org/10.1080/19648189.2014.896752>
- Clarke J., Adam L., Sarout J., van Wijk K., Kennedy B., Dautriat J.* The relation between viscosity and acoustic emissions as a laboratory analogue for volcano seismicity // *Geology*. 2019. V. 47. P. 499–503. <https://doi.org/10.1130/G45446.1>
- D'Amico S.* Moment tensor solutions: A useful tool for seismotectonics / D'Amico S. (ed.). Springer. 2018. 752 p.
- Dreger D.S.* Berkeley Seismic Moment Tensor Method, Uncertainty Analysis, and Study of Non-double-couple Seismic Events / D'Amico S. (ed.). Moment Tensor Solutions. Springer Natural Hazards. Springer, Cham. 2018. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-77359-9\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77359-9_4)
- Emanov A.F., Emanov A.A., Chechel'nitskii V.V. et al.* The Khuvsgul Earthquake of January 12, 2021 ( $M_W=6.7$ ,  $M_L=6.9$ ) and Early Aftershocks // *Izv. Phys. Solid Earth*. 2022. V. 58. P. 59–73. <https://doi.org/10.1134/S1069351322010025>
- Everitt B., Skrandal A.* The Cambridge dictionary of statistics. Cambridge University Press. Cambridge. 2002. 106 p.
- Fortin J., Stanchits S., Dresen G., Gueguen Y.* Acoustic Emissions Monitoring during Inelastic Deformation of Porous Sandstone: Comparison of Three Modes of Deformation // *Pure Appl. Geophys.* 2009. V. 166. P. 823–841. <https://doi.org/10.1007/s00024-009-0479-0>
- Graham C.C., Stanchits S., Main I.G., Dresen G.* Comparison of polarity and moment tensor inversion methods for source analysis of acoustic emission data // *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. Oxford*, 2010. V. 47. P. 161–169.
- Kanamori H.* Earthquake Seismology: Treatise on Geophysics / Kanamori H. (ed.). Elsevier. 2009. 653 p.
- Kolář P., Petružálek M., Lokajíček T., Šílený J., Jechumtálová Z., Adamová P., Boušková A.* Acoustic emission events interpreted in terms of source directivity // *Pure Appl. Geophys.* 2020. V. 177. P. 4271–4288. <https://doi.org/10.1007/s00024-020-02517-w>
- Kostrov B.V., Das S.* Principles of Earthquake Source Mechanics. Cambridge Univ Press. 2005. 286 p.
- Kwiatak G., Charalampidou E.M., Dresen G., Stanchits S.* An improved method for seismic moment tensor inversion of acoustic emissions through assessment of sensor coupling and sensitivity to incidence angle // *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.* 2013. V. 65. P. 153–161. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmmms.2013.11.005>
- Lei X.L., Nishizawa O., Kusunose K., Satoh T.* Fractal structure of the hypocenter distributions and focal mechanism solutions of acoustic emission in two granites of different grain sizes // *Journal of Physics of the Earth*. 1992. V. 40. P. 617–634. <https://doi.org/10.4294/jpe1952.40.617>
- Naoi M., Chen Y., Yamamoto K., Morishige Y. et al.* Tensile-dominant fractures observed in hydraulic fracturing laboratory experiment using eagle ford shale // *Geophysical J. International*. 2020. V. 222(2). P. 769–780. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa183>
- Ohtsu M.* Simplified moment tensor analysis and unified decomposition of acoustic emission source: application to in situ hydrofracturing test // *J Geophys Res.* 1991. V. 96 (B4)7. P. 6211–6221. <https://doi.org/10.1029/90JB02689>
- Ohtsu M.* Source Mechanisms of AE. Acoustic Emission Testing / Grosse C., Ohtsu M. (eds.). Berlin, Heidelberg, Springer. 2008a. P. 149–174. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-69972-9\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-540-69972-9_7)
- Ohtsu M.* Moment Tensor Analysis. Acoustic Emission Testing / Grosse C., Ohtsu M. (eds.). Berlin, Heidelberg, Springer. 2008b. P. 175–200. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-69972-9\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-540-69972-9_8)
- Ohtsu M., Isoda T., Tomoda Y.* Acoustic emission techniques standardized for concrete structures // *J Acoustic Emission*. 2007. V. 25. P. 21–32.
- Patonin A.V., Ponomarev A.V., Smirnov V.B.* A laboratory instrumental complex for studying the physics of the destruction of rocks // *Seismic instruments*. 2014. V. 50. P. 9–19. <https://doi.org/10.3103/S0747923914010046>
- Patonin A.V., Shikhova N.M.* Variations of types of acoustic emission signals during the destruction of rocks in a laboratory experiment. The nineteenth international conference “Physical-Chemical and petrophysical researches in the Earth’s sciences”. Proceedings of the conference. Moscow. 2018. P. 254–256.
- Petružálek M., Jechumtálová Z., Kolář P., Adamová P., Svitek T., Šílený J., Lokajíček T.* Acoustic emission in a laboratory: mechanism of microearthquakes using alternative source models // *J Geophys Res. Solid Earth*. 2018. V. 123(6). P. 4965–4982. <https://doi.org/10.1029/2017JB015393>
- Petružálek M., Jechumtálová Z., Šílený J., Kolář P., Svitek T., Lokajíček T., Turková I., Kotrlý M., Onysko R.* Application of the shear-tensile source model to acoustic emissions in West-erly granite // *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.* 2020. V. 128. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmmms.2020.104246>
- Petružálek M., Lokajíček T., Svitek T., Jechumtálová Z., Kolář P., Šílený J.* Fracturing of migmatite monitored by acoustic emission and ultrasonic sounding // *Rock. Mech. Rock. Eng.* 2019. V. 52. P. 47–59. <https://doi.org/10.1007/s00603-018-1590-2>
- Sondergeld C.H., Estey L.H.* Source mechanisms and microfracturing during uniaxial cycling of rock // *Pure and Applied Geophysics*. 1982. V. 120(1). P. 151–166. <https://doi.org/10.1007/BF00879434>
- Stanchits S., Dresen G.* Advanced acoustic emission analysis of brittle and porous rock fracturing. EPJ Web of Conferences. EDP Sciences. 2010. V. 6. <https://doi.org/10.1051/epjconf/20100622010>
- Stanchits S., Mayr S., Shapiro S., Dresen G.* Fracturing of porous rock induced by fluid injection // *Tectonophysics*. 2011. V. 503. P. 129–145. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2010.09.022>
- Stanchits S., Vinciguerra S., Dresen G.* Ultrasonic velocities, acoustic emission characteristics and crack damage of basalt and granite // *Pure Appl Geophys*. 2006. V. 163. P. 975–994. <https://doi.org/10.1007/s00024-006-0059-5>
- Stein S., Wysession M.* An introduction to seismology, earthquakes, and earth structure. Blackwell Publishing. 2003. 498 p.
- Stern H.S.* A test by any other name: P values, Bayes factors, and statistical inference // *Multivariate behavioral research*.

2016. V. 51(1). P. 23–29.

<https://doi.org/10.1080/00273171.2015.1099032>

Stierle E., Vavryčuk V., Kwiatak G., Charalampidou E.M., Bohnhoff M. Seismic moment tensors of acoustic emissions recorded during laboratory rock deformation experiments: sensitivity to attenuation and anisotropy // *Geophysical Supplements to the Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2016. V. 205. P. 38–50.

<https://doi.org/10.1093/gji/ggw009>

Timoshkina E.P., Mikhailov V.O., Smirnov V.B. et al. Model of the Rupture Surface of the Khuvsgul Earthquake of January 12, 2021 From InSAR Data // *Izv. Phys. Solid Earth*. 2022. V. 58. P. 74–79.

<https://doi.org/10.1134/S1069351322010098>

Udias A., Buforn E. Principles of seismology. Cambridge Univ Press. 2018. 544 p.

Udias A., Madariaga R., Buforn E. Source Mechanism of Earthquakes. Cambridge Univ Press. 2014. 302 p.

Watts A.B. Crust and lithosphere dynamics. Treatise in Geophysics / Watts A.B. (ed.). Elsevier. 2015. 630 p.

Zang A., Wagner F.C., Stanchits S., Dresen G., Andresen R., Haidekker M.A. Source analysis of acoustic emissions in Aue granite cores under symmetric and asymmetric compressive loads // *Geophys J Int*. 1998. V. 135. P. 1113–1130. <https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.1998.00706.x>

Zang A., Wagner F.C., Stanchits S., Janssen C., Dresen G. Fracture process zone in granite // *J. Geophys. Res.* 2000. V. 105. P. 651–661.

Zang A., Wagner F.C., Dresen G. Acoustic emission, microstructure, and damage model of dry and wet sandstone stressed to failure // *J Geophys Res Solid Earth*. 1996. V. 101. P. 17507–17521.

Zhang B., Xiaopeng T., Binxiang J., Jinzhou Z., Zheming Z., Shunde Y. Study on microseismic mechanism of hydrofracture propagation in shale // *J. Petroleum Science and Engineering*. 2019. V. 178. P. 711–722.

<https://doi.org/10.1016/j.petrol.2019.03.085>

Zhuang L., Zang A. Laboratory hydraulic fracturing experiments on crystalline rock for geothermal purposes // *Earth-Science Reviews*. 2021. 103580.

<https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2021.103580>

## On the Statistical Significance Test for the Procedure of Polarity Classification by Types of Acoustic Emission Sources

V. B. Smirnov<sup>a, b, \*</sup>, A. V. Isaeva<sup>a</sup>, T. I. Kartseva<sup>b</sup>, A. V. Patonin<sup>c</sup>, N. M. Shikhova<sup>c</sup>, and A. V. Ponomarev<sup>b</sup>

<sup>a</sup>*Faculty of Physics, Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

<sup>b</sup>*Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Science, Moscow, 123242 Russia*

<sup>c</sup>*Geophysical Observatory “Borok,” Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Borok, 152742 Russia*

\*e-mail: vs60@mail.ru

Using a mathematical statistics approach, we review the procedure for type classification of acoustic emission (AE) events into shear, tension, and collapse, proposed by Zang et al. (1998). The procedure is based on counting the signs of first pulses of waves arriving at acoustic sensors and is widely used in rock physics experiments. Under the assumption that the determination errors of first-pulse signs at sensors have uniform and independent distribution, the statistical significance and power of the type separation test are evaluated for a given number of sensors used. We consider and compare three methods of the construction of a statistical test based on the *P*-value approach and symmetric and asymmetric statistical hypothesis tests. Considering the results of the statistical study, we propose some practical recommendations for selecting a threshold to classify AE event types in experimental studies.

*Keywords:* acoustic emission, focal mechanism, statistical testing, laboratory experiments, rock physics