

УДК: 551.510.53:551.55

ОЦЕНКА ВКЛАДА РАЗЛИЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ В ЭВОЛЮЦИЮ ФАЗЫ КВАЗИДВУХЛЕТНЕГО КОЛЕБАНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ КЛИМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

© 2019 г. Е.М. Володин

*Институт вычислительной математики РАН
Россия, 119333 Москва, ул. Губкина, 8
E-mail: volodinev@gmail.com*

Поступила в редакцию 16.04.2018 г.
После доработки 25.09.2018

Для эволюционного уравнения предлагается техника, оценивающая вклад различных слагаемых в изменение фазы при колебаниях различной частоты. Вклад нормируется таким образом, чтобы сумма вкладов всех слагаемых была равна 1. Разработанная техника применяется к исследованию квазидвухлетнего колебания скорости ветра в экваториальной стратосфере, получаемого по данным 500-летнего преиндустриального эксперимента с моделью климата Института вычислительной математики РАН. Вычислены вклады неорографического и орографического гравитационно-волнового сопротивления (НГВС), а также адвекции среднезональной скоростью, в изменение фазы модельного квазидвухлетнего колебания. Показано, что основным механизмом, ответственным за изменение фазы, является НГВС (вклад 1.58), вертикальная адвекция замедляет изменение фазы (вклад -0.74), а вклады остальных слагаемых невелики.

Ключевые слова: колебание, спектр, энергия, фаза, преобразование Фурье

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-351553135-40>

ВВЕДЕНИЕ

Многие процессы, изучаемые в геофизике, имеют колебательный характер. В связи с этим возникает вопрос о механизме поддержания колебания. Если предположить, что в любых реальных динамических системах диссипация существенна, то для поддержания колебания какой-то процесс должен генерировать энергию, противодействуя диссипации. Исследование природы колебательного процесса в таком случае должно быть непосредственно связано с оценкой генерации или диссипации энергии колебания. Работы, использующие такой подход, немногочисленны. Например, в [1] рассматривается энергетика колебания Маддена-Джулиана, для чего составляются композиты метеополей для различных фаз колебания, и для них вычисляются преобразования энергии. Более общий подход используется в [2], авторы раскладывают метеополы в ряд Фурье по времени и вычисляют генерацию энергии для каждой частоты. Такой подход, в принципе, позволяет исследовать механизм генерации энергии любого колебания. Но этот подход широкого распространения не получил. Можно отметить еще работу [3], где он используется.

Однако, исследование колебательного процесса не должно ограничиваться оценкой эффектов генерации и диссипации энергии. Следует рассматривать еще, какие именно воздействия обеспечивают наблюдаемое периодическое изменение фазы колебания. Это особенно важно для колебательных процессов, где диссипация и генерация энергии малы. Примером такого процесса является квазидвухлетнее колебание (КДК) скорости ветра в экваториальной стратосфере. В данной работе предлагается техника оценки вклада различных механизмов в изменение фазы колебания. Техника применяется к исследованию КДК, полученного в модели климата.

ТЕХНИКА ОЦЕНКИ ВКЛАДА В ИЗМЕНЕНИЕ ФАЗЫ КОЛЕБАНИЯ

Пусть для некоторой величины C решается эволюционное уравнение, где в правой части стоят I слагаемых:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \sum_{i=1}^I F_i. \quad (1)$$

Здесь i – номер слагаемого в правой части, t – время. Будем считать, что это уравнение описывает некоторый реальный физический процесс. Пусть задача решается на временном интервале $t \in [0; T]$, и известно решение этой задачи с шагом Δt .

Тогда можно представить решение в виде разложения в ряд Фурье:

$$C_n = C \cdot B(0) + \sum_{k=1}^{N/2} C \cdot A(k) \sin(2\pi nk / N) + \quad (2) \\ + C \cdot B(k) \cos(2\pi nk / N),$$

где n – номер момента времени, $N = T / \Delta t$ – количество моментов времени, k – номер гармоники. Слагаемые F_i , стоящие в правой части, также могут быть разложены в ряды Фурье:

$$F \cdot i_n = F \cdot Bi(0) + \sum_{k=1}^{N/2} F \cdot Ai(k) \sin(2\pi nk / N) + \quad (3) \\ + F \cdot Bi(k) \cos(2\pi nk / N).$$

Рассмотрим колебание величины C , соответствующее k -й гармонике. Чтобы такое колебание имело достаточно большую амплитуду, обычно нужно выполнение двух условий. Поскольку в реальных физических системах диссипация существует и нередко бывает значительной, должно существовать воздействие, которое бы подкачивало энергию в колебание с выбранной нами частотой. Если мы считаем, что энергия E определена как $E = C^2/2$, то чтобы вычислить генерацию энергии $G = \partial E / \partial t$, надо левую и правую части уравнения (1) умножить на C :

$$G = \frac{\partial(C^2/2)}{\partial t} = \sum_{i=1}^I C \cdot Fi, \quad (4)$$

а выражение для генерации энергии k -й гармоники $G(k)$ можно получить, разложив в ряд Фурье (4) и принимая во внимание ортогональность базиса из тригонометрических функций:

$$G(k) = \sum_{i=1}^I C \cdot A(k) F \cdot Ai(k) + C \cdot B(k) F \cdot Bi(k), \quad (5)$$

то есть генерация является скалярным произведением C и F . Если мы имеем установившийся колебательный процесс, то генерация энергии в среднем за цикл в результате всех воздействий должна быть равна нулю. Однако, вклад различных воздействий может быть разным, в том числе может иметь разные знаки. Такой подход

для вычисления генерации энергии колебаний различных частот для задач геофизики применялся, например, в [3]. Выражение (5), в частности, означает, что если амплитуда воздействия F_i на выбранной частоте задана, то максимальная генерация энергии для выбранного k будет достигнута в случае нулевого сдвига фаз между F_i и C . Если же сдвиг фаз равен $\pm \pi/2$, то генерация энергии будет равна нулю. Заметим, что любое воздействие с выбранной частотой может быть представлено в виде суммы воздействия со сдвигом фаз равным нулю и воздействия со сдвигом фаз равным $\pm \pi/2$ по отношению к C . Генерация, равная нулю при сдвиге фаз $\pm \pi/2$ не значит, что такое воздействие не влияет на колебание. Именно такое воздействие и обеспечивает собственно колебательный процесс, т. е. циклическое изменение фазы колебания. Предложим простую технику, позволяющую оценить количественно вклад различных воздействий в изменение фазы колебания. Эта техника идейно очень близка к изложенной выше технике вычисления генерации энергии, но отличается от нее тем, что рассчитывается не генерация энергии колебания, а вклад в изменение его фазы, то есть не скалярное произведение C и F , а величина, которую можно назвать аналогом векторного произведения. Насколько известно автору, такая техника не применялась до сих пор, по крайней мере, в задачах физики атмосферы и океана.

Определим вклад воздействия F_i в изменения фазы колебания k -й гармоники $P_i(k)$ так, чтобы сумма вкладов всех воздействий была равна некоторому заданному числу, например 1, чтобы величина $P_i(k)$ была максимальной при сдвиге фаз между $F_i(k)$ и $C(k)$ равном $\pm \pi/2$, и чтобы вклад от суммы воздействий был равен сумме вкладов от каждого воздействия. Продифференцируем по времени уравнение (2), принимая во внимание (1) и считая, что $t = n\Delta t$ и равенство имеет место для коэффициентов каждой гармоники. Получим

$$(C \cdot A(k) \cos(2\pi nk / N) - C \cdot B(k) \sin(2\pi nk / N)) \times \\ \times 2\pi k / T = \\ = \sum_{i=1}^I F \cdot Ai(k) \sin(2\pi nk / N) + F \cdot Bi(k) \cos(2\pi nk / N). \quad (6)$$

Умножим левую и правую части (6) на $(C \cdot A(k) \cos(2\pi nk / N) - C \cdot B(k) \sin(2\pi nk / N))$ и просуммируем по времени. Получим:

$$(C \cdot A(k)^2 + C \cdot B(k)^2) \cdot 2\pi k / T = \quad (7)$$

$$= \sum_{i=1}^I -F \cdot Ai(k) \cdot C \cdot B(K) + F \cdot Bi(k) \cdot C \cdot A(k)$$

или

$$\frac{\sum_{i=1}^I (-F \cdot Ai(k) \cdot C \cdot B(K) + F \cdot Bi(k) \cdot C \cdot A(k))}{(C \cdot A(k)^2 + C \cdot B(k)^2) \cdot 2\pi k / T} = 1. \quad (8)$$

Тогда логично определить вклад i -го воздействия в изменение фазы колебаний k -й гармоники $P_i(k)$ следующим образом:

$$P_i(k) = \frac{-F \cdot Ai(k) \cdot C \cdot B(K) + F \cdot Bi(k) \cdot C \cdot A(k)}{(C \cdot A(k)^2 + C \cdot B(k)^2) \cdot 2\pi k / T}. \quad (9)$$

Сумма вкладов всех воздействий будет равна 1. Вклад будет положительным, если воздействие опережает по фазе изменение C и отрицательным, если отстает по фазе.

ПРИМЕНЕНИЕ К ДИАГНОЗУ КВАЗИДВУХЛЕТНЕГО КОЛЕБАНИЯ

Предложенный подход анализа колебательных процессов применим к диагнозу КДК скорости зонального ветра в экваториальной стратосфере, полученному в численном эксперименте с климатической моделью. Модель климата INMCM5, данные которой используются, описана в [4]. Модель состоит из двух основных блоков: модели атмосферы и модели океана. В атмосферном блоке разрешение составляет 2×1.5 градуса по долготе и широте и 73 уровне по вертикали до высоты 0.2 гПа (около 60 км). В нижней половине стратосферы, где реализуется квазидвухлетнее колебание, шаг сетки по вертикали составляет около 500 м, что обеспечивает адекватное воспроизведение явления [5]. Численный эксперимент проведен в режиме преиндустриального климата, для чего концентрации малых газовых составляющих, аэрозолей, солнечное излучение и другие воздействия на климатическую систему соответствовали 1850 г. и не изменялись в течение эксперимента. Продолжительность численного эксперимента составляла 500 лет, начальные данные были получены также путем счета модели в преиндустриальном режиме, так что существенного тренда, связанного с несоответствием начального состояния модельному климату, в течение рассматриваемых 500 лет не было. КДК представляет собой распространяю-

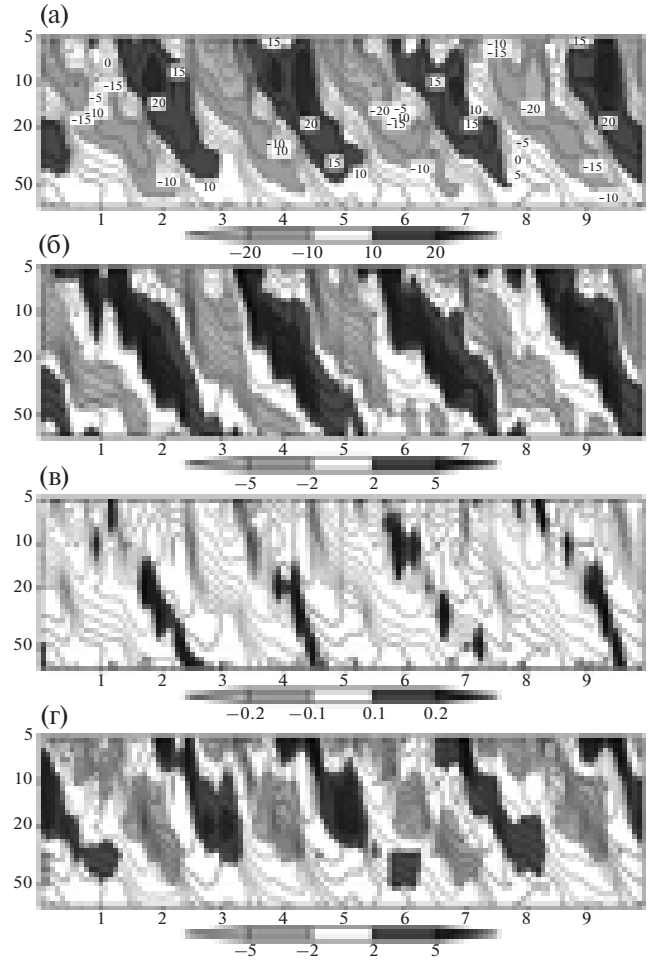


Рис. 1. А – U (м/с); Б – F_{nogwd} (м/с/мес); В – F_{ogwd} (м/с/мес); Г – F_{adv} (м/с/мес), см. (10). Изображены среднемесячные данные осредненные в полосе 5° ю. ш.– 5° с. ш. за 10 лет. Среднее по времени вычтено. На рисунках для F_{nogwd} , F_{ogwd} , F_{adv} изолиниями показана также скорость ветра U , изображенная цветом на верхней панели. По оси абсцисс отложены годы эксперимента, по оси ординат – давление (гПа).

щиеся в высотном интервале 5–70 гПа сверху вниз аномалии зонального ветра. Для примера, на рис. 1 приведены данные за 10 лет анализируемого эксперимента. На верхней панели хорошо видны примерно 4 периода распространяющихся сверху вниз колебаний зональной скорости U . КДК локализовано вблизи экватора, в широтном интервале от 5° ю. ш. до 5° с. ш., поэтому анализируем скорость и ее тенденции именно в этом широтном диапазоне. Уравнение для U , решаемое в модели, можно записать в виде аналогичном (1):

$$\frac{\partial U}{\partial t} = F_{\text{ngwd}} + F_{\text{ogwd}} + F_{\text{adv}} + Fr, \quad (10)$$

где F_{ngwd} , F_{ogwd} – тенденции скорости вследствие параметризации неорографического и орогра-

фического гравитационно-волнового сопротивления, $F_{adv} = -\tau \partial U / \partial p$ — адвекция зонально осредненной вертикальной скоростью, где p — давление, τ — вертикальная скорость, осредненная вдоль круга широты, F_r — вклад остальных слагаемых: адвекции вихрями, горизонтальной и вертикальной диффузии. Слагаемые F_{ngwd} , F_{ogwd} сохранялись в течение численного эксперимента в виде среднемесячных полей, осредненных вдоль круга широты, на стандартных P -уровнях. В таком же виде при счете модели сохраняется зональная и вертикальная скорость, что позволяет вычислить слагаемое F_{adv} . Временной ход трех этих слагаемых вблизи экватора в течение 10 лет модельного эксперимента представлен на рис. 1 в виде, аналогичном представлению зональной скорости. Единицы измерения этих слагаемых (м/с/мес.) выбраны так, чтобы показать, на сколько м/с изменялась бы скорость зонального ветра за месяц, если бы на него воздействовало только это слагаемое. Тенденции скорости показаны градиациями цвета, а сама скорость — изолиниями. Видно, что слагаемое F_{ngwd} в основном положительно в тех местах, где скорость зонального ветра растет со временем и отрицательно там, где U уменьшается со временем. Значения F_{ngwd} достигают 5 м/с/мес. и более. То есть, если бы на зональную скорость действовало бы только это слагаемое, то изменение фазы колебания скорости зонального ветра происходило бы быстрее, а частота колебания была бы больше, чем в действительности. Слагаемое F_{ogwd} также имеет тенденцию быть положительным там, где скорость зонального ветра растет, однако характерные значения составляют лишь 0.1–0.2 м/с/мес. Характерные значения отрицательных величин этого слагаемого еще меньше. Поэтому слагаемое F_{ogwd} способствует распространению фазы колебания сверху вниз, но если бы в правой части (10) было только это слагаемое, то колебание происходило бы с намного меньшей частотой, чем оно происходит в модели. Слагаемое F_{adv} в основном отрицательно там, где скорость зонального ветра увеличивается во времени и положительно там, где скорость убывает. Его характерная величина составляет 2–5 м/с/мес, что несколько меньше, чем для F_{ngwd} . При наличии в правой части только слагаемого F_{adv} фаза колебания распространялась бы в противоположную сторону, чем на самом деле, снизу вверх. Причина — наличие восходящих потоков в приэкваториальной нижней стратосфере, являющихся частью циркуляции Брюера–Добсона. Вертикальная скорость вблизи экватора направлена снизу вверх посто-

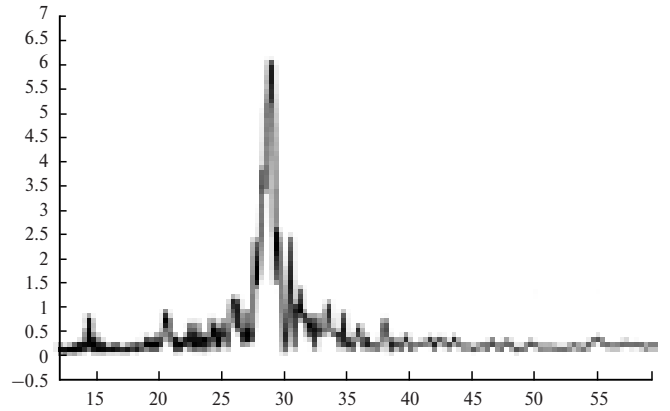


Рис. 2. Временной спектр зонально осредненной зональной скорости ветра (м/с) в модели климата осредненный по области 5° ю. ш.– 5° с. ш., 10–70 гПа. По оси абсцисс отложен период (мес.). Изображена только часть спектра с периодами от 12 до 60 мес.

янно и не меняет знак так, как это делает скорость зонального ветра.

Оценим теперь количественно влияние каждого слагаемого на распространение фазы колебания. Для этого в каждом узле широтно-высотной сетки в интервале широт от 5° ю. ш. до 5° с. ш. и при давлении от 5 до 70 гПа, то есть в той области пространства, где локализовано КДК, вычислим временной спектр, и осредним его по этой области. Результат осреднения представлен на рис. 2. Виден очень хорошо выраженный пик для периода около 28 месяцев, и несколько существенно более мелких пиков. Можно считать, что диапазон от 24 до 36 мес. полностью включает в себя явление КДК. Для каждого k из данного диапазона вычислим $P_{ijl}(k)$ по формуле (9), где индекс i — означает номер слагаемого в правой части (в данном случае 1, 2 или 3), j — номер широты, l — номер вертикального уровня, индекс k характеризует период. Чтобы вычислить усредненную величину P_i для данного явления, просуммируем $P_{ijl}(k)$ по всем индексам с весом, пропорциональным объему ячейки и амплитуде колебаний скорости зонального ветра, и нормируем P_i так, чтобы сумма всех P_i снова равнялась бы 1:

$$P_i = \frac{\sum_{j=J_1}^{J_2} \sum_{l=L_1}^{L_2} \sum_{k=K_1}^{K_2} \cos \varphi_j \Delta P_l P_{ijl}(k) \sqrt{C \cdot A_{jl}(k)^2 + C \cdot B_{jl}(k)^2}}{\sum_{j=J_1}^{J_2} \sum_{l=L_1}^{L_2} \sum_{k=K_1}^{K_2} \cos \varphi_j \Delta P_l \sqrt{C \cdot A_{jl}(k)^2 + C \cdot B_{jl}(k)^2}}. \quad (11)$$

Здесь $J_1, J_2; L_1, L_2; K_1, K_2$ — пределы суммирования по широте, вертикали и периоду соответ-

Таблица. Оценка вклада каждого слагаемого в правой части (10) в результирующее изменение фазы КДК. После знака \pm приведены среднеквадратичные отклонения величин вычисленных отдельно для каждых 50 лет эксперимента

i	1	2	3	4
слагаемое	F_{nogwd}	F_{ogwd}	F_{adv}	F_r
P_i	1.58 ± 0.03	0.02 ± 0.001	-0.74 ± 0.02	0.14 ± 0.01

ственно тому, как они были определены в предыдущем абзаце, φ – географическая широта, ΔP_l – толщина слоя с номером l в координатах давления. При определении таким образом будет по-прежнему,

$$\sum_{i=1}^I P_i = 1. \quad (12)$$

В нашем случае, напомним, $I = 4$. Результаты вычисления P_i приведены в таблице. P_4 , соответствующее слагаемому F_r , было вычислено как остаточное слагаемое, исходя из (12).

Этот результат является численным выражением качественных соображений, приведенных при обсуждении рис. 1. Он может быть проинтерпретирован таким образом, что основной вклад в изменение фазы КДК вносит слагаемое от параметризации неорографических гравитационных волн. Вклад параметризации орографических гравитационных волн меньше на 2 порядка и составляет лишь 0.02, т. е. их влияние на распространение фазы несущественно. Вклад адвекции зонально осредненной скоростью отрицателен и примерно наполовину компенсирует вклад первого слагаемого, так как вертикальная скорость направлена вверх, а фаза колебания распространяется вниз. Остаточное слагаемое положительно, но примерно на порядок меньше, чем вклад неорографических гравитационных волн. Вероятно, это можно интерпретировать так, что в остаточное слагаемое входит перенос скорости различными видами разрешаемых моделью распространяющихся вверх волн, влияющих на КДК качественно таким же образом, как и параметризованные волны, но слабее. Такое предположение требует отдельной проверки. Вычисления, выполненные отдельно для каждого 50-летнего отрезка численного эксперимента, показывают сходные результаты. Среднеквадратичные отклонения приведенных в таблице величин составляют всего 0.01–0.03.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена техника, позволяющая вычислять вклад различных механизмов в эволюцию фазы колебаний. Эта техника может быть применена для широкого класса колебательных явлений, в том числе для исследования различных явлений в геофизике. Техника оценки вклада в изменение фазы применена к исследованию природы КДК. Показано, что основным слагаемым, ответственным за изменение фазы колебания, является тенденция скорости от параметризации неорографического гравитационно-волнового сопротивления. Его вклад составляет 1.58. Вклад орографического гравитационно-волнового сопротивления положителен, но примерно на 2 порядка меньше. Вклад адвекции зонально осредненным вертикальным ветром равен -0.74 , т. е. этот процесс частично противодействует наблюдаемому распространению фазы колебания. Полученные результаты не противоречат уже известным представлениям о механизме формирования квазидвухлетнего колебания [5, 6], однако позволяют дать количественную оценку вклада каждого слагаемого в наблюдаемую эволюцию фазы колебания.

Источник финансирования. Работа выполнена в ИВМ РАН. Разработка техники анализа вклада в изменение фазы поддержана грантом РФФИ 17-17-01295. Анализ вклада различных слагаемых в эволюцию фазы квазидвухлетнего колебания в климатической модели поддержан грантом РФФИ 14-27-00126.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mu M., Zhang G.J.* Energetics of Madden-Julian oscillations in the NCAR CAM3: a composite view // *J. Geophys. Res.* 2008. V. 113. D05108. DOI: 10.1029/2007JD008700.
2. *Sheng J., Hayashi Y.* Estimation of the atmospheric energetics in the frequency domain during FGGE year // *J. Atmos. Sci.* 1990. V. 47. № 10. P. 1255–1268.

3. Алексеев В.А., Володин Е.М., Галин В.Я. О роли диссипации в формировании атмосферной циркуляции // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1996. Т. 32. № 6. С. 708–714.
4. Володин Е.М., Мортиков Е.В., Кострыкин С.В., Галин В.Я., Лыкосов В.Н., Грицун А.С., Дианский Н.А., Гусев А.В., Яковлев Н.Г. Воспроизведение современного климата в новой версии модели климатической системы ИВМ РАН // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53. № 2. С. 164–178.
5. Кулямин Д.В., Володин Е.М., Дымников В.П. Моделирование квазидвухлетних колебаний скорости ветра в экваториальной стратосфере. Часть II. Модели общей циркуляции атмосферы // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 1. С. 43–61.
6. Holton J.R., Lindzen R.S. An updated theory for the quasi-biennial cycle in the tropical stratosphere // J. Atmos. Sci. 1990. V. 29. P. 1076–1080.

On one technique of the analysis of oscillation processes for the geophysical problems

E.M. Volodin

Institute of Numerical Mathematics RAS

Gubkina ul., 8, Moscow, 119333, Russia

E-mail: volodinev@gmail.com

Received: 16.04.2018

Revised version received: 25.09.2018

A technique is proposed for evolution equation that estimates the impact of different terms in phase change for oscillations with different frequencies. The impact is normalized in such way that sum of impacts for all terms equals 1. Proposed technique is applied for study of quasibiennial oscillation of zonal wind in equatorial stratosphere produced in 500 year preindustrial run with climate model of Institute of Numerical Mathematics RAS. The impact of nonorographic and orographic gravity wave drag and advection by zonal mean vertical wind to the phase change of model quasibiennial oscillation. It is shown that nonorographic wave drag is main mechanism responsible for phase change (the impact equals 1.58), vertical advection slows down phase change (impact is -0.74), and the impacts of other terms are small.

Keywords: oscillation, spectrum, energy, phase, Fourier transformation