

УДК: 551.511.61

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ПРОНИКАЮЩЕЙ КОНВЕКЦИИ СО СДВИГОМ СКОРОСТИ

© 2019 г. А. В. Дебольский^{1,2,*}, В. М. Степаненко^{1,**}, А. В. Глазунов^{1,3,***},
С. С. Зилитинкевич^{1,4,5,6,****}

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
119234, Москва, Ленинские Горы, 1, стр. 4

²Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН
119017, Москва, Пыжевский пер., 3

³Институт вычислительной математики РАН
119991, Москва, ул. Губкина, 8

⁴Финский метеорологический институт, Хельсинки, Финляндия

⁵Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

⁶Университет Хельсинки, Финляндия

E-mails: *and.debol@srcc.msu.ru, **stepanen@srcc.msu.ru, ***glazunov@inm.ras.ru,
****sergej.zilitinkevich@fmi.fi

Поступила в редакцию 01.03.2018 г.

Принята к печати 28.11.2018 г.

В работе рассматриваются подходы к построению интегральных моделей конвективного пограничного слоя (КПС), основанных на концепции полной перемешанности. Для проверки основных гипотез подобия используются результаты вихреразрешающего моделирования (LES – Large Eddy Simulation). Эмпирические константы интегральной модели КПС, полученные по данным LES для случая свободной конвекции, хорошо согласуются с ранее опубликованными данными лабораторных экспериментов. Также показано, что поток кинетической энергии с верхней границы КПС, осуществляемый гравитационными волнами, мал по сравнению с другими составляющими баланса турбулентной кинетической энергии (ТКЭ) в конвективном слое. Впервые применена параметризация генерации ТКЭ за счет сдвига скорости в конвективном пограничном слое в терминах скорости трения и средней скорости ветра в КПС; получены все безразмерные константы теоретической модели. Результаты работы позволяют сформулировать интегральную модель сдвигового КПС, пригодную для практического использования.

Ключевые слова: конвективный пограничный слой, вихреразрешающее моделирование, проникающая конвекция.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-35155523-16>

1. ОБОЗНАЧЕНИЯ

A – коэффициент вовлечения $A = -\frac{B_h}{B_s}$

A_1 – константа отношения механической генерации ТКЭ к генерации плавучестью $A_1 = \frac{C_s}{C_1}$

A_5 – константа интеграла диссипации механической части генерации для конвекции со сдвигом $A_5 = \frac{V_*^3}{2} \left(1 - h^{-1} \int_0^h \varepsilon dz \right)$

b – плавучесть

Δb – скачок плавучести в слое вовлечения КПС

B – поток плавучести

C_1 – константа интеграла диссипации свободной конвекции $C_1 = 1 - 2W_*^{-3} \int_0^h \varepsilon dz$

c_2 – константа пропорциональности между средней ТКЭ в КПС и масштабом генерации для случая свободной конвекции $c_2 = \frac{\int_0^h E_k dz}{hW_*^2}$

$C_{TZ} = \frac{10}{3} c_2$

C_3, C_4 – константы пропорциональности турбулентного потока ТКЭ из слоя вовлечения в свободную атмосферу для свободной конвекции и конвекции со сдвигом соответственно

c_6 — константа пропорциональности между средней ТКЭ в КПС и масштабом механической

$$\text{генерации } c_2 = \frac{\int_0^h E_k dz - c_2 W_*^2}{h V_*^2}$$

C_D — аэродинамический коэффициент обмена с поверхностью

E_k — турбулентная кинетическая энергия (ТКЭ)

Δf — ширина фильтра LES-модели

f — параметр Кориолиса

F — турбулентный поток ТКЭ

$$F = \overline{u'_i u'_i w'} + \frac{1}{\rho} \overline{p' w'}$$

h — высота КПС

l — половина толщины слоя вовлечения в интегральных моделях КПС нулевого порядка

N — частота Вайсяля–Брента

S — механическая генерация ТКЭ, $S = \tau \cdot \frac{\partial u}{\partial z}$

u_* — скорость трения, $u_*^2 = \tau_s \rho^{-1}$

U_m — модуль скорости ветра в перемешанном подслое КПС

U_g — модуль геострофической скорости ветра

ΔU — скачок модуля скорости ветра в слое вовлечения

V_* — масштаб скорости, определяемый механической генерацией ТКЭ, $V_*^3 = 2u_* U_m$

W_* — конвективный масштаб скорости Дирдорфа, $W_*^3 = B_s h$

W_e — комбинированный масштаб скорости, $W_e^3 = W_*^3 + \eta^3 u_*^3$

W_{new} — комбинированный масштаб скорости, $W_{new}^3 = \alpha_1 W_*^3 + \alpha_5 V_*^3$

W_m — комбинированный масштаб скорости, $W_m^3 = c_2 W_*^3 + c_6 V_*^3$

δ — толщина слоя вовлечения

ε — скорость диссипации ТКЭ

ζ — безразмерная высота в КПС, $\zeta = \frac{z}{h}$

τ — вектор вертикального потока импульса

Φ — универсальная безразмерная функция безразмерной высоты КПС

странственное разрешение, чтобы воспроизводить турбулентную конвекцию в явном виде. Поэтому используются параметризации конвекции [1–5]. При этом высота конвективного пограничного слоя часто выступает в качестве диагностической переменной. Корректность воспроизведения конвекции существенно влияет на рассчитываемую моделями облачность и, следовательно, на радиационный перенос. На сетках с грубым вертикальным разрешением, используемых в моделях климата, большие градиенты метеовеличин в слое вовлечения конвективного пограничного слоя (КПС) значительно сглаживаются, что приводит к ошибкам в определении потоков этих величин и динамики КПС в целом.

Данные наблюдений и лабораторных экспериментов показывают, что в целом эволюция высоты КПС хорошо описывается интегральными («балковыми») соотношениями [6–8], поэтому целесообразно уточнение существующих параметризаций конвекции на их основе. Интегральные модели КПС основаны на системе уравнений, неизвестными переменными которой являются высота КПС h , перепады метеовеличин в слое вовлечения и коэффициент вовлечения. Коэффициент вовлечения определяется как отношение экстремума потока плавучести в слое вовлечения к значению потока на поверхности $A = \frac{-B_h}{B_s}$.

В последние десятилетия наибольшее распространение получили два вида интегральных моделей КПС — модели «нулевого» [9] и «первого» порядка [10]. Они различаются в том, каким образом представлен перепад плавучести и скорости на границе КПС в соответствующих идеализированных профилях. На рис. 1 представлены эти профили для плавучести и горизонтальной скорости в моделях «нулевого» порядка. В них градиенты плавучести и скорости в слое вовлечения аппроксимируются разрывами этих величин на высоте h .

В моделях первого порядка предполагается, что внутри слоя вовлечения плавучесть и скорость ветра меняются линейно, при этом толщина слоя вовлечения δ становится новой независимой переменной и требует дополнительного соотношения, необходимого для замыкания системы уравнений модели. Однако установление физически обоснованных связей δ с другими параметрами вовлечения представляет собой сложную задачу, включающую параметризацию турбулентных, волновых и термодинамиче-

2. ВВЕДЕНИЕ

Современные модели общей циркуляции атмосферы и океана, предназначенные как для прогноза погоды, так и для моделирования климата, все еще имеют недостаточное про-

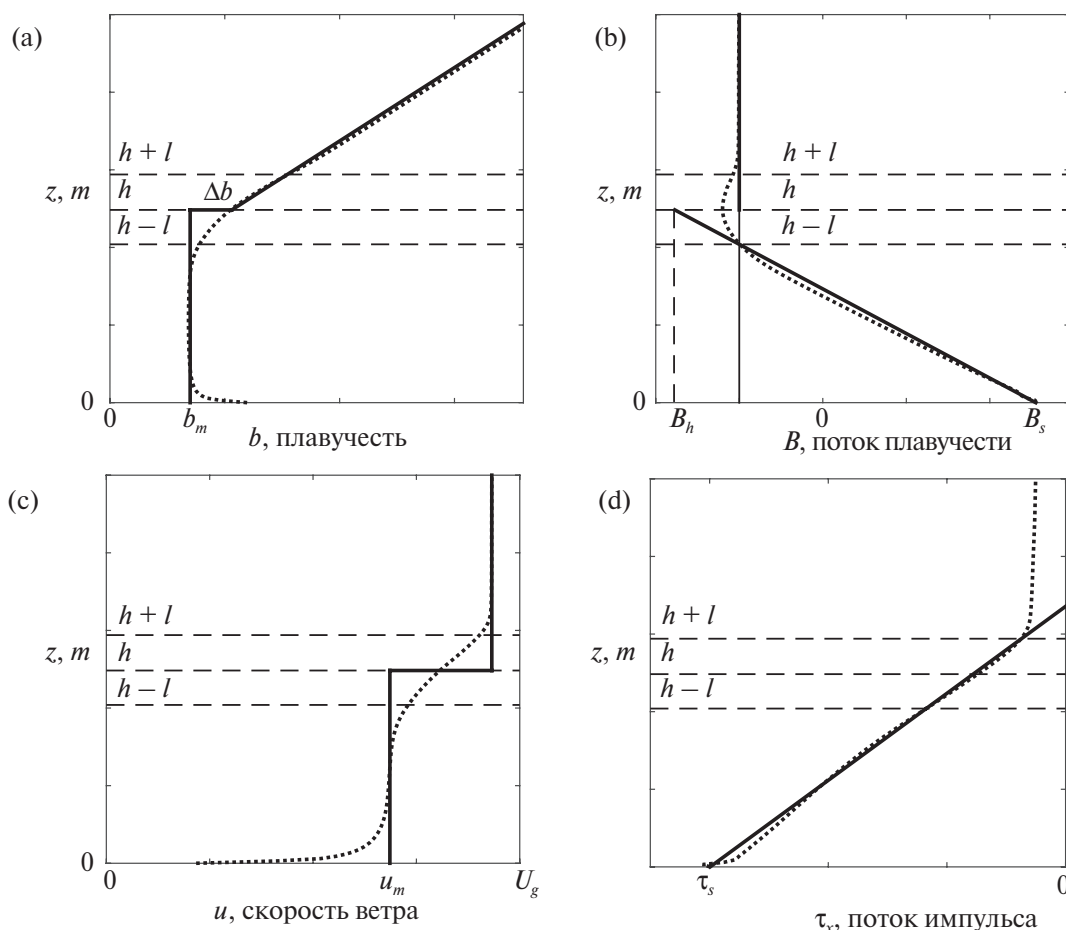


Рис. 1. Профили плавучести (а), потока плавучести (б), горизонтальной скорости ветра (с) и вертикального потока импульса в конвективном пограничном слое (КПС), развивающегося на фоне устойчиво стратифицированной свободной атмосферы, при наличии фонового ветра. Сплошной черной линией представлены схематические профили, используемые в интегральных моделях КПС, пунктирной линией — осредненные по времени профили по данным LES-расчетов данной работы (см. разделы 4 и 5).

ских процессов в слое вовлечения. Физика данных процессов остается недостаточно изученной (см., например [11]).

В целом точность моделей нулевого порядка практически совпадает с точностью моделей первого порядка в случаях свободной конвекции и конвекции со сдвигом при сильно устойчивой стратификации в свободной атмосфере [12, 13], ухудшаясь лишь при слабой устойчивости в свободной атмосфере или при наличии значительного градиента геострофического ветра [14]. Модели обоих типов также приводят к большим ошибкам в определении высоты КПС h и перепада скорости в слое вовлечения ΔU над сильно шероховатой поверхностью [15].

В предложенных к настоящему моменту моделях нулевого порядка не возникает связи между скоростью трения на поверхности u_* и сдвигом скорости в слое вовлечения ΔU , что, в частности,

и обуславливает невысокую точность расчетов над сильно шероховатой поверхностью. Модели первого порядка эту зависимость учитывают, однако неопределенности параметризации, приносимые с новой переменной δ и дополнительные математические сложности в решении получающейся системы уравнений в значительной степени сводят на нет это достоинство. Поэтому представляется перспективным предложенный в работах [16, 17] подход, при котором в модели нулевого порядка реализуется связь u_* с ΔU (подробно излагается в разделе 3.3).

В связи со сказанным выше целью данной работы является проверка интегральной модели проникающей конвекции со сдвигом скорости [16, 17] по данным численных экспериментов с вихреразрешающей моделью (LES — Large Eddy Simulation) Института вычислительной математики (ИВМ) РАН, в которой энергетически преобладающая часть турбулентных вихрей вос-

производится явно; эта задача подразумевает, среди прочего, определение эмпирических констант интегральной модели.

3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ КПС

3.1. Уравнение притока тепла

Основу интегральных моделей КПС составляет интегрированное по высоте КПС уравнение притока тепла в приближении горизонтальной однородности и в предположении, что поток плавучести линейно меняется с высотой, а частота Брента–Вяйсяля N над КПС постоянная по высоте. Полученное таким образом уравнение имеет вид:

$$\frac{d\left(\frac{1}{2}N^2h^2\right)}{dt} = B_s - B_h = (1+A)B_s, \quad (1)$$

где t — время, h — высота КПС, B_s — приземный поток плавучести (принятый для простоты постоянным по времени), B_h — поток плавучести на границе КПС. Так как внутри КПС плавучесть постоянна, поток плавучести на верхней границе выражается через скачок плавучести, Δb , по формуле $B_h = -\Delta b \frac{dh}{dt}$ [18], где $\Delta b \frac{dh}{dt}$ — скорость роста КПС или скорость вовлечения.

При этом разность $B_s - B_h$ в правой части (1), выражается через коэффициент вовлечения:

$$A = \frac{-B_h}{B_s} = \frac{l}{h-l}. \quad (2)$$

Если считать этот коэффициент постоянным и известным из данных наблюдений и ограничиваться режимом свободной конвекции, толщина КПС полностью описывается уравнением (1). Такой подход применялся в начале развития интегральных моделей КПС (см. [18–20]). При отсутствии вовлечения $A(t) = 0$ решение уравнения (1) сводится к классической формуле

Н.Н. Зубова $h = \sqrt{\frac{2B_s t}{N^2}}$ [19]. При $A = \text{const} > 0$

уравнение (1) принимает вид

$$\frac{dh}{dt} = (1+A) \frac{B_s}{N^2 h}. \quad (3)$$

Наблюдаемые при измерениях в атмосфере и в лабораторных экспериментах значения коэффициента вовлечения лежат в примерном диапазоне $0 \leq A \leq 1$ (см. табл. 1 в [21]), то есть

практически во всем интервале между предельными режимами $B_h = 0$ [18] и $B_h = -B_s$ [22]. Естественно, что при таком разбросе уравнение (3) с постоянным A , вообще говоря, неудовлетворительно, хотя наблюдаемые значения A в атмосферных КПС обычно близко к значению 0.2 [6, 8, 21, 23]. Ниже будет показано, что значение $A \approx 0.2$ получается из анализа баланса турбулентной кинетической энергии для хорошо развитого КПС при свободной конвекции, если предположить, что интегральная по КПС генерация ТКЭ силами плавучести полностью компенсируется диссипацией. Таким образом, такие простые интегральные модели КПС, как формула (3), во многих случаях хорошо воспроизводят высоту КПС.

3.2. Уравнение интегрального баланса ТКЭ: режим свободной конвекции

В общем случае коэффициент вовлечения является переменной во времени величиной, определение которой требует добавления еще одного уравнения в систему, образующую интегральную модель КПС. Для его вывода выписывается уравнение баланса ТКЭ на границе перемешанного слоя и слоя вовлечения $z = h - l$ [24], или уравнение баланса (ТКЭ) интегрируется по высоте для горизонтально однородного пограничного слоя [13, 16, 25]:

$$\int_0^h \frac{\partial E_k}{\partial t} dz = \int_0^h B dz + \int_0^h \tau \cdot \frac{\partial u}{\partial z} dz - \int_0^h \frac{\partial F}{\partial z} dz - \int_0^h \varepsilon dz, \quad (4)$$

где ε — диссипация турбулентной кинетической энергии, $F = \overline{u'u'_i w'} + \frac{1}{\rho} \overline{p'w'}$ — вертикальный турбулентный поток ТКЭ, B — поток плавучести, $\tau = (\overline{u'w'}, \overline{v'w'}, \overline{w'w'})$ — вертикальный поток импульса, $\mathbf{u} = (u, v, w)$ — вектор скорости ветра.

При свободной конвекции средняя генерация ТКЭ за счет сдвига скорости ветра равна нулю.

При этом условии $S = \tau \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = 0$, и, используя теорию самоподобия конвективной турбулентности Дирдорфа [20], профили ТКЭ и диссипации можно представить через универсальные функции от безразмерной высоты $\zeta = z/h$:

$$E_k = W_*^2 \Phi_{EK}(\zeta), \varepsilon = (W_*^3/h) \Phi_{DK}(\zeta), \quad (5)$$

где $W_* = (B_s h)^{1/3}$ — дирдорфовский масштаб скорости, характеризующий типичное значение

вертикальной и горизонтальной скорости в самоорганизующихся термиках КПС. Третий член в правой части (4) обычно считается малым, так как на верхней и нижней границе КПС турбу-

лентные потоки $\int_0^h \frac{\partial F}{\partial z} dz = \left(\overline{u_i u_i' w'} + \frac{1}{\rho} \overline{p' w'} \right) \Big|_0^h$

противоположны по знаку и близки по модулю. Зилинтинкевич [16, 17] учел возможное излучение в свободную атмосферу гравитационных волн, возбуждаемых «ударами» термиков в устойчиво-стратифицированный слой вовлечения, и определил $F_{z=h}$ как вертикальный поток энергии за счет этих волн. Тогда, согласно линейной теории [26],

$$F_{z=h} \propto \lambda^2 \Lambda N^3, \quad (6)$$

где λ — длина, а Λ — амплитуда волны. Принимая, согласно [27], $\Lambda \sim \lambda \sim \frac{A}{1+A} h$, получаем:

$$\int_0^h \frac{\partial F}{\partial z} dz = F_h - F_0 = F_h = C_3 N^3 h^3 \left(\frac{A}{1+A} \right)^3. \quad (7)$$

Учитывая линейность профиля потока плавучести (см. рис. 1), $\int_0^h B dz = B_s h \left(\frac{1+A}{2} \right)$, получаем

интегральное уравнение баланса ТКЭ для режима свободной конвекции:

$$C_{TZ} W_*^{-1} \frac{dh}{dt} = C_1 - A - C_3 \frac{N^3}{B_s^{3/2}} \left(\frac{A}{1+A} \right)^3, \quad (8)$$

где $C_{TZ} = \frac{10}{3} \int_0^1 \Phi_{EK}(\zeta) d\zeta = \frac{10/3}{c_2}$,

$C_1 = 1 - 2\alpha_1 = 1 - 2 \int_0^1 \Phi_{DK}(\zeta) d\zeta$ — безразмерные энергетические константы. Если упростить (4), предположив что запас ТКЭ в КПС не меняется $\int_0^h \frac{\partial E_k}{\partial t} dz = 0$ и $F(h) = 0$, то есть суммарная генерация ТКЭ силами плавучести и суммарная диссипация уравновешивают друг друга, то $A = C_1 = \text{const}$. Согласно известным в литературе оценкам (см. табл. 1), а также по данным наших

Таблица 1. Значения констант C_p , C_{TZ} , C_3 по данным LES-экспериментов и оценки из литературы

Константы	C_1	C_{TZ}	C_3
CBL1	0.24	0.65	0.02
CBL2	0.23	0.66	0.01
CBL3	0.22	0.68	0.005
[16]	0.2	0.8	0.1
[14]	0.2	0.7	0.02

LES-экспериментов (раздел 5), $0.15 \leq C_1 \leq 0.25$, чему соответствуют значения $0.15 \leq A \leq 0.25$, неплохо согласующиеся с упомянутыми выше прямыми энергетическими оценками.

3.3. Уравнение баланса ТКЭ: режим конвекции со сдвигом скорости

При наличии средней скорости ветра член $\int_0^h S dz$ существен, и гипотетические соотношения (5) становятся не удовлетворительными. За последние двадцать лет были предложены различные способы параметризации членов интегрального уравнения баланса ТКЭ для конвекции со сдвигом скорости. Часть авторов [9, 28, 29] пренебрегает левой частью (4), аргументируя это тем, что в развитом КПС запас ТКЭ мало меняется. Для верификации таких интегральных моделей используют результаты LES-экспериментов значительной продолжительности, исключая при этом из анализа первые 3–4 ч модельного времени. Параметризации, учитывающие тенденцию запаса ТКЭ [11, 15, 25, 30, 31], обычно используют в качестве масштаба скорости величину W_e , определяемую как

$W_e^3 = W_*^3 + \eta^3 u_*^3$, где $u_* = \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}}$ — скорость трения

в приземном слое, $\eta^3 = \frac{\int_0^h S dz - \int_0^h \varepsilon_s dz}{u_*^3}$ — доля сдвиговой генерации, некомпенсированная локальной диссипацией. Привлекая дополнительное предположение о том, что производная по времени от W_e ведет себя так же, как и производная от W_* в случае свободной конвекции, получается соотношение:

$$\int_0^h \frac{\partial E_k}{\partial t} dz = C_T \frac{W_e^2}{h} \frac{dh}{dt} \quad (9)$$

не предусматривающее самоподобного профиля $E_k = W_e^2 \Phi_E(\zeta)$. Зилинтинкевич [16, 17] предположил, что в случае конвекции со сдвигом скорости ветра вертикальный профиль ТКЭ можно представить в виде суммы членов, описывающих вклад турбулентности механического (сдвигового) и конвективного происхождения:

$$E_k = W_*^2 \Phi_{EK}(\zeta) + V_*^2 \Phi_{SK}(\zeta), \quad (10)$$

где $V_* = (2u_*^2 U_m)^{1/3}$ — сдвиговый масштаб скорости, U_m — модуль средней скорости внутри КПС. Для вычисления левой части (4) в [16, 17] принималось, что $\frac{dV_*}{dt} = 0$, что, однако, не согласуется с данными LES-экспериментов.

Существующие интегральные модели сдвигового КПС можно также разделить на две группы по способу аппроксимации интеграла диссипации по толщине КПС, т. е. последнего члена в правой части (4). В одной группе используется предположение, что каждой из составляющих баланса ТКЭ в КПС — плавучести, сдвигу и турбулентному переносу — соответствует своя доля диссипации, а интегральная диссипация ТКЭ представляется как линейная комбинация соответствующих интегралов. Так, согласно [16, 17]:

$$\int_0^h \varepsilon dz = \alpha_1 W_*^3 + \alpha_5 V_*^3, \quad (11)$$

где $\alpha_1 = \frac{1-C_1}{2}$ — константа, известная из экспериментов для режима свободной конвекции, а α_5 — дополнительная константа. В другой группе моделей постулируется, что интегральная диссипация в КПС пропорциональна интегральной продукции, в сочетании с приближением сильно перемешанного КПС. Это предположение сводит интегральное уравнение ТКЭ к балансу между плавучестью и сдвигом скорости на границе слоя вовлечения. Тогда, используя в качестве альтернативных масштабов скорости W_* и u_* [32], можно выписать следующее соотношение:

$$\int_0^h B dz + \int_0^h S dz - \int_0^h \varepsilon dz = C_1 (W_*^3 + A_1 u_*^3), \quad (12)$$

где, $A_1 = C_s / C_1$, C_s — доля сдвиговой генерации ТКЭ, нескомпенсированная диссипацией. Некоторые авторы предполагают при этом, что $A_1 = \eta^3$. Тогда правую часть (12) можно записать в виде:

$$\int_0^h B dz + \int_0^h S dz - \int_0^h \varepsilon dz = C_1 W_e^3. \quad (13)$$

Перейдем к вычислению второго члена в правой части (4). Разбивая КПС на три подслоя: призмный, перемешанный и слой вовлечения — получаем:

$$\int_0^h S dz = \int_0^{h_s} S dz + \int_{h_s}^{h-l} S dz + \int_{h-l}^h S dz. \quad (14)$$

Первое слагаемое в правой части пропорционально кубу скорости трения $\int_0^{h_s} \tau \cdot \frac{\partial u}{\partial z} dz \propto u_*^3$ [24, 33]. Второе слагаемое мало или равно нулю из-за практического отсутствия градиента скорости в перемешанном слое. В интегральных моделях КПС «нулевого» порядка для определения сдвиговой генерации в слое вовлечения используется выражение для потока импульса

$\overline{u'w'} = \Delta U \frac{dh}{dt}$, а градиент скорости оценивается как $\frac{\partial U}{\partial z} \approx \frac{\Delta U}{l}$, ($l = \frac{A}{1+A} h$, хотя некоторые модели используют в качестве масштаба длины высоту КПС [24]). При использовании масштаба $l = \frac{A}{1+A} h$, интеграл сдвиговой генерации выражается в виде:

$$\int_0^h \tau \cdot \frac{\partial u}{\partial z} dz \approx C_s u_*^3 + C_M \frac{(\Delta U)^2}{l} \frac{dh}{dt}, \quad (15)$$

где, по данным LES-моделирования и лабораторных экспериментов, $\eta = \sqrt[3]{C_s / C_1} = 2$ и $C_M = 0.7$. Формула (15) имеет существенный недостаток, поскольку ведет к выражению

$A \sim \frac{C_1}{1 + C_{TZ} \Delta b - C_M \Delta U}$ (подробный вывод см. в [34]), и при принятых значениях C_{TZ} и C_M и скачках Δb , ΔU типичных для хорошо развитых КПС сильно завышает коэффициент вовлечения или даже меняет его знак. Интегральные модели КПС первого порядка менее подвержены подобному эффекту из-за интерполяции профиля потока импульса в слое вовлечения и появлению в связи с этим члена $\sim u_*^2 \Delta U$ в (15), где $\Delta U = U_g - U_m$. Этот член может фигурировать и в моделях нулевого порядка; например, в работе [16] такое же слагаемое появляется в результате аппроксимации $\int_0^h S dz \approx 2u_*^2 U_m$. Оценка правомерности этой аппроксимации также будет проверена по данным LES-экспериментов, обсуждаемых ниже.

В работе [16] уравнение интегрального баланса ТКЭ включает поток ТКЭ из слоя вовлечения за счет уходящих вверх гравитационных волн F_h . При этом в качестве масштаба длины волны принимается $\Lambda \sim h$ [27], в отличие от режима свободной конвекции, где Λ считается пропорциональной толщине слоя вовлечения $\Lambda \sim \frac{A}{1+A} h$. Отсюда следует:

$$F_h = C_4 \lambda^2 \Lambda N^3 = C_4 h^3 N^3 \left(\frac{A}{1+A} \right)^2. \quad (16)$$

В результате, для случая конвекции со сдвигом интегральное уравнение (4), согласно [16], принимает вид:

$$C_{TZ} W_*^{-1} \frac{dh}{dt} = C_1 - A - C_4 \frac{N^3}{B_s^{3/2}} \left(\frac{A}{1+A} \right)^2 + A_5 \left(\frac{V_*}{W_*} \right)^3, \quad (17)$$

где введена константа $A_5 = \frac{1-\alpha_5}{2}$.

3.4. Оптимальная модель КПС

В настоящей работе строится интегральная модель КПС при проникающей конвекции со сдвигом скорости, сочетающая минимальную сложность с реалистичным учетом всех существенных механизмов.

Интегральный баланс тепла (раздел 3.1) выражается общепризнанным уравнением:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} N^2 h^2 - h B_s A \left(\frac{dh}{dt} \right)^{-1} \right] = B_s, \quad (18)$$

которое эквивалентно (1), (2).

Интегральный бюджет ТКЭ (раздел 3.3) согласно [16, 17] с поправкой на уточненную формулу (32) в разделе 5 имеет вид:

$$\begin{aligned} C_{TZ} W_*^{-1} \frac{dh}{dt} + C_6 W_*^{-3} \frac{d(V_*^2 h)}{dt} = \\ = C_1 - A - C_4 \frac{N^3}{B_s^{3/2}} \left(\frac{A}{1+A} \right)^2 + A_5 \left(\frac{V_*}{W_*} \right)^3, \end{aligned} \quad (19)$$

где $W_* = (B_s h)^{1/3}$ — конвективный масштаб скорости Дирдорфа [20], $V_* = (2u_*^2 U_m)^{1/3}$ — масштаб скорости, характеризующий механическую (сдвиговую) генерацию турбулентности [16, 17]. Интегральный бюджет количества движения выражается парой уравнений, получаемых путем почленно-го интегрирования уравнений движения:

$$\begin{aligned} h \frac{dv_m}{dt} - \Delta v \frac{dh}{dt} = \\ = -C_D u_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2} + f h (u_m - u_g), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} h \frac{du_m}{dt} - \Delta u \frac{dh}{dt} = \\ = -C_D v_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2} - f h (v_m - v_g), \end{aligned} \quad (21)$$

где u_m и v_m — средние значения составляющих скорости ветра внутри КПС, Δu и Δv — скачки скорости на верхней границе КПС, f — параметр Кориолиса, u_g и v_g — составляющие скорости геострофического ветра. При выводе уравнений (20), (21), профили составляющих вертикального потока импульса τ_x и τ_y принимаются линейными, а приземные значения этих составляющих определены по аэродинамическим формулам:

$$\tau_{xs} = C_D u_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2}, \quad (22)$$

$$\tau_{ys} = C_D v_m \sqrt{u_m^2 + v_m^2}, \quad (23)$$

где C_D — коэффициент сопротивления. Ниже эта модель проверяется и калибруется по данным вихреразрешающего моделирования.

4. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА ОСНОВЕ LES-МОДЕЛИ

Детальное описание вихреразрешающей модели ИВМ РАН (далее LES INM RAS), используемой в данной работе, а также результаты ее сравнения с другими моделями для различных видов течений можно найти в [35–37]. Численное решение системы уравнений гидродинамики в приближении Буссинеска реализовано с помощью метода конечных разностей, для аппроксимации по пространству используется консервативная по импульсу и энергии схема 4-го порядка точности [38], для которой используется разнесенная C-сетка Аракавы, для аппроксимации по времени используется явная схема «предиктор–корректор» Адамса–Бэшфорта второго порядка. Программный код модели реализован для многопроцессорных ЭВМ с распределенной памятью с помощью технологии MPI.

Для оценки применимости различных аппроксимаций членов интегрального баланса ТКЭ и других предположений из [16], приводящих к системе уравнений интегральной модели КПС, описанной выше, был проведен ряд численных экспериментов, в которых КПС развивался под действием постоянного по времени и горизонтали положительного потока тепла на подстилающей поверхности $H_s = 0.35 \text{ Кмс}^{-1}$ что соответствует потоку плавучести $B_s = 0.22 \text{ мс}^{-1}$. На верхней границе расчетной области поток тепла был задан равным нулю. Граничные условия для скорости на нижней и верхней границах задавались в терминах потока импульса, рассчитанного с использованием логарифмического профиля между границей и ближайшим модельным уровнем с шероховатостью поверхности равной $z_{\text{ВОТ}} = 0.1$ и $z_{\text{ТОР}} = 10^{-9}$ соответственно. Во всех экспериментах использовались периодические граничные условия по горизонтали. Чтобы исключить отражение от верхней границы гравитационных волн, распространяющихся вверх от слоя вовлечения, в слое $z_{\text{ТОР}} - 30\Delta z < z < z_{\text{ТОР}}$ к решению применялось рэлеевское демпфирование со временем релаксации $t_d = 1.3 \cdot 2 \cdot \Delta t$, где Δt — шаг модели по времени, Δz — разрешение модели по вертикали. Количество расчетных узлов модели составляло $N_x = 512$, $N_y = 512$, $N_z = 394$ по координатам x , y , z соответственно.

Для корректного воспроизведения процессов в слое вовлечения и независимости статистик

первого и второго порядка от разрешения модели необходимо соблюсти условие $\frac{h}{C_s \Delta f} > 56$,

где C_s — константа Смагоринского, Δf — ширина фильтра [39]. При типичных значениях $A = 0.2$,

$C_s = 1.2$ и оценке толщины слоя вовлечения $\delta = \frac{Ah}{(1+A)}$ это условие соответствует $11.2\Delta f = \delta$.

Для исключения влияния периодических граничных условий на характеристики КПС достаточным считается выбор минимальных размеров расчетной области $\frac{(L_x, L_y, L_z)}{h_0} = (5, 5, 2)$,

где h_0 — начальная высота КПС. Динамическое замыкание для подсеточных напряжений в модели LES INM RAS, предполагающее изотропность неявного фильтра, налагало ограничение на шаг сетки модели $\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{\Delta y}{\Delta z} \approx 1$, где Δx , Δy , Δz , — шаги сетки модели по координатам x , y , z . Использовалось разрешение по пространству $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 5$. Размеры расчетной области составили $(L_x, L_y, L_z) = (2.56, 2.56, 1.92 \text{ км})$, и начальная высота КПС $h_0 = 250 \text{ м}$.

Для приведенных выше параметров экспериментов $\frac{h}{C_s \Delta f} \approx 30$. В отличие от LES-модели, использованной в [39], коэффициент Смагоринского в LES INM RAS рассчитывается динамически, поэтому условие, налагаемое на вертикальное разрешение, можно несколько ослабить. Напомним, что задачей LES-экспериментов была проверка гипотетических соотношений (5), (7), (10), (11), (16) и определение соответствующих эмпирических констант α_1, C_{TZ}, C_3 для случая свободной конвекции и C_4, A_4 для случая конвекции со сдвигом скорости:

$$\alpha_1 = \frac{\int_0^h \varepsilon dz}{W_*^3} = \frac{(1 - C_1)}{2}, \quad (24)$$

$$c_2 = \frac{\int_0^h E_k dz}{h W_*^2} = \frac{3}{10} C_{TZ}, \quad (25)$$

$$C_3 = \frac{F_h}{N^3 h^3 \left(\frac{A}{1+A} \right)^3}, \quad (26)$$

$$C_4 = \frac{F_h}{N^3 h^3 \left(\frac{A}{1+A} \right)^2}, \quad (27)$$

$$\alpha_5 = \frac{\int_0^h \varepsilon dz - \alpha_1 W_*^3}{V_*^3} = \frac{(1 - A_5)}{2}. \quad (28)$$

Определение этих констант осуществлялось следующим образом. Выполнялась серия экспериментов для безветренной конвекции при стратификации в свободной атмосфере, характеризующийся различным градиентом потенциальной температуры выше КПС: $\gamma_0 = 0.01, 0.02, 0.03 \text{ jг}^{-1}$, обозначаемые далее как CBL1, CBL2 и CBL3. Для воспроизведения конвекции со сдвигом скорости проведены два эксперимента, в которых варьировались шероховатость поверхности z_0 и скорость геострофического ветра U_g : $z_0 = 0.001 \text{ м}$ — в эксперименте CBLu5, и $z_0 = 0.1 \text{ м}$ — в эксперименте CBLu7. Стратификация в свободной атмосфере принималась как в эксперименте CBL3, а при вычислении констант C_4 и A_5 по данным экспериментов CBLu5 и CBLu7, использовались значения C_1, C_{TZ} полученные ранее в экспериментах со свободной конвекцией.

В анализе результатов LES-экспериментов ключевую роль играет определение высоты КПС. В данной работе высота КПС определялась как высота минимального значения потока плавучести, вычисленного осреднением по горизонтали внутри расчетной области вихреразрешающей модели.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Основные результаты численных экспериментов при безветрии иллюстрируются рисунками 1 и 2. На рис. 2 показаны временные ряды значений констант C_1, C_{TZ} и C_3 , рассчитанных по формулам (24)–(26), а также их значения из работы [16]. Дисперсия временных рядов относительно средних значений существенна, однако выраженных трендов не наблюдается, что подтверждает гипотезы подобия и дает основание принимать величины C_1, C_{TZ}, C_3 константами. Значения C_1, C_{TZ}, C_3 по вихреразрешающим расчетам заметно отличаются от предыдущих оценок: так, C_1 в среднем по трем экспериментам выше, а C_{TZ} — ниже значений,

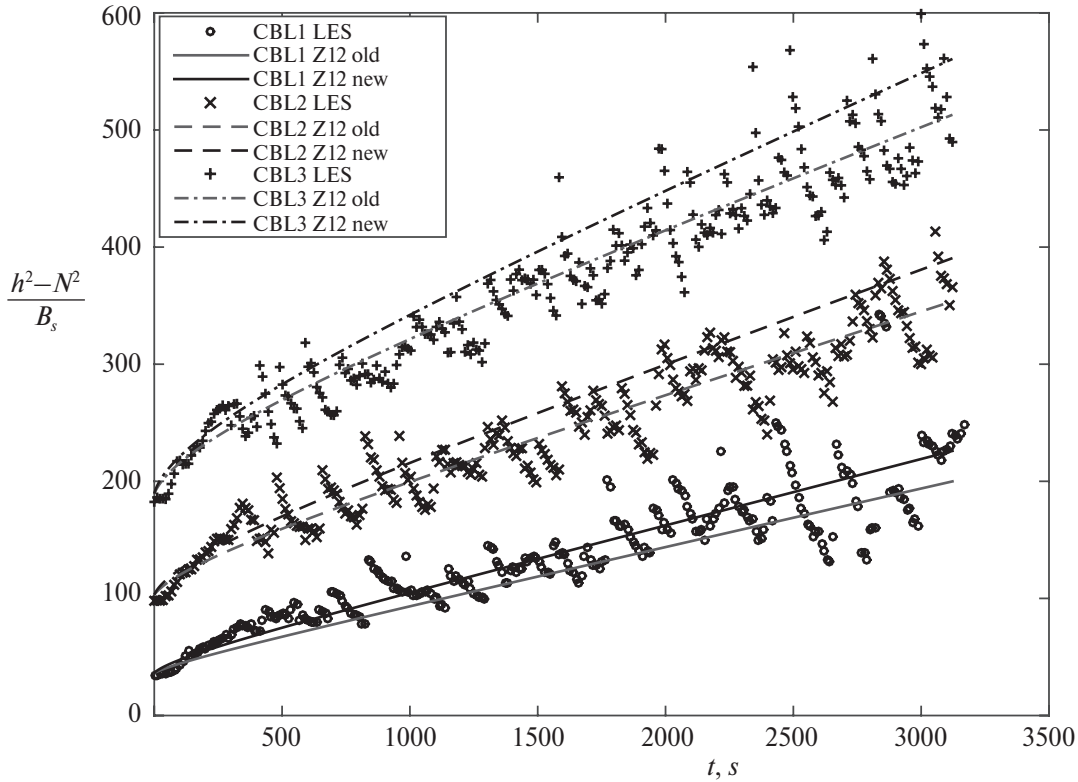


Рис. 2. Изменения во времени высоты КПС по данным LES-моделирования свободной конвекции (эксперименты CBL1, CBL2, CBL3 — обозначены маркерами). Линиями представлены решения уравнений интегральной модели [16] с двумя различными наборами констант C_1 , C_{TZ} , C_3 : суффикс old обозначает набор констант из оригинальной работы [16], суффикс new — оценки констант из LES-расчетов данной работы по формулам (24)–(26) (подробнее см. табл. 1).

предлагаемых в [16, 17]. Оценка константы C_3 по данным экспериментов CBL1, CBL2, CBL3 на порядок меньше, чем в [16], но согласуется с результатами других LES-экспериментов [14]. Значения констант по данным экспериментов CBL1, CBL2, CBL3 и их значения из предыдущих работ приведены в табл. 1.

На рис. 2 показаны результаты расчета высоты КПС по модели LES и по интегральной модели [16]. Как видно, во всех трех экспериментах высота КПС растет с течением времени t пропорционально \sqrt{t} , и при этом наблюдаются колебания h с периодом $\sim h/W_* \sim 10^2$ с.

Напомним, что при безветренной конвекции справедлива оценка суммарной энергии ТКЭ:

$$\int_0^h E_k dz = C_{TZ} h W_*^2. \quad (29)$$

Потому логично ожидать, что при конвекции со сдвигом скорости разность $h^{-1} \int_0^h E_k dz - C_{TZ} W_*^2$ окажется пропорциональной V_*^2 . Как показано на рис. 3, отношение этих величин как функция времени по данным эк-

сперимента CBLu7 действительно практически постоянно:

$$\frac{h^{-1} \int_0^h E_k dz - C_{TZ} W_*^2}{V_*^2} = C_6 \approx 0.4, \quad (30)$$

где C_6 — константа пропорциональности. На рис. 4 показана временная эволюция средней ТКЭ $h^{-1} \int_0^h E_k dz$ в КПС со сдвигом скорости по мере роста КПС, для нормировки ТКЭ используются: масштаб Дирдорфа W_*^2 , характеризующий ТКЭ конвективного происхождения, и масштаб, введенный Зилитинкевичем [16, 17], $V_* = (2u_*^2 U_m)^{1/3}$, характеризующий ТКЭ, порождаемую сдвигом скорости, и их линейная комбинация $W_+ = C_{TZ} W_*^2 + C_6 V_*^2$. Как видно из рисунка, первое и второе отношение существенно меняются, а нормировка с помощью обобщенного масштаба делает безразмерную среднюю ТКЭ в КПС почти постоянной. Отсюда следует полезное соотношение:

$$\int_0^h E_k dz = h (C_{TZ} W_*^2 + C_6 V_*^2). \quad (31)$$

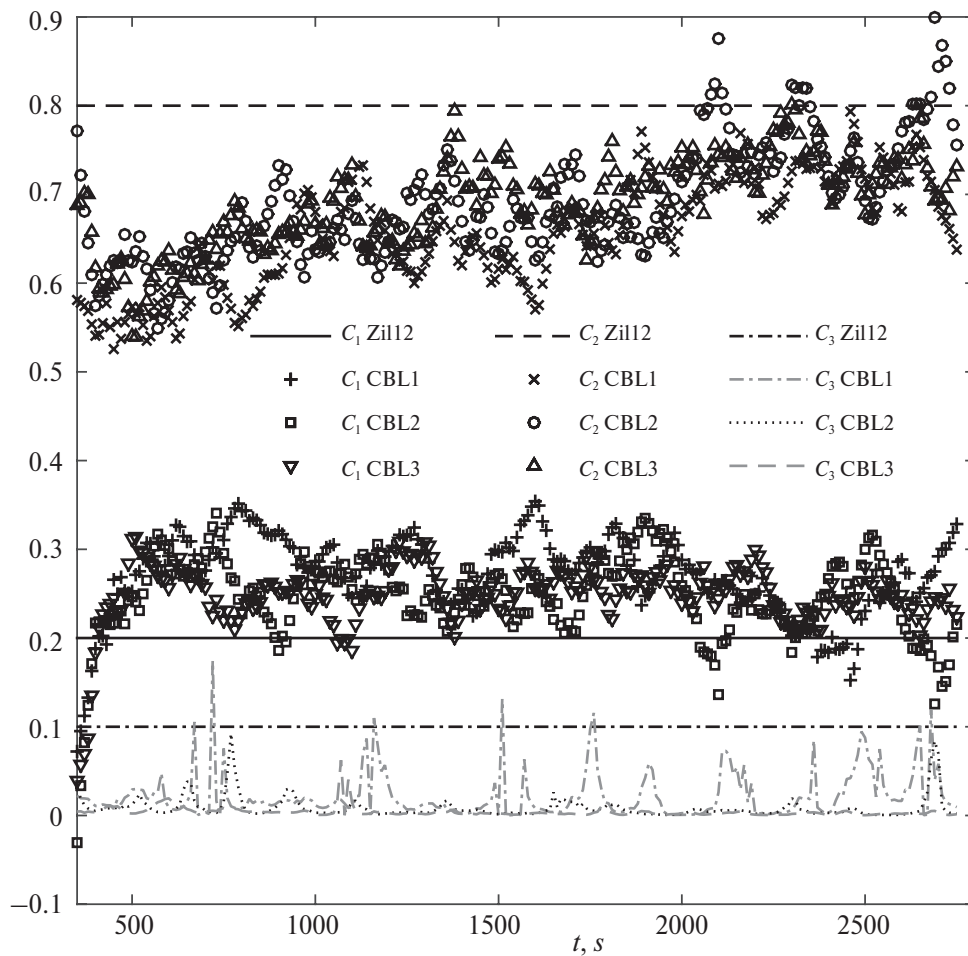


Рис. 3. Изменения во времени констант C_1 , C_{TZ} , C_3 по данным экспериментов CBL1, CBL2, CBL3.

Согласно (31), левая часть уравнения интегрального баланса ТКЭ записывается в виде:

$$\frac{d}{dt} \left(\int_0^h E_k dz \right) = C_{TZ} \frac{d}{dt} (hW_*^2) + C_6 \frac{d}{dt} (hV_*^2). \quad (32)$$

Приведенные выше результаты связаны с разнонаправленным изменением во времени масштабов W_* и V_* . Масштаб Дирдорфа W_* растет вместе с h , а V_* снижается из-за уменьшения трения в приземном слое и средней скорости в КПС (не показано). Существенное уменьшение масштаба сдвиговой части генерации ТКЭ V_* во времени нарушает предположение из [16] о неизменности этой величины $\frac{dV_*^2}{dt} = 0$. Таким образом, левая часть интегрального уравнения баланса ТКЭ должна иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\int_0^h E_k dz \right) &= \frac{d}{dt} h (c_2 W_*^2 + C_6 V_*^2) = \\ &= C_{TZ} W_*^2 \frac{dh}{dt} + C_6 \frac{d(hV_*^2)}{dt}, \end{aligned} \quad (33)$$

где справа появляется член $C_6 \frac{d(hV_*^2)}{dt}$, отсутствующий в оригинальном уравнении (17). Выражение ТКЭ через масштаб W_e и вынесение соответствующей константы пропорциональности C_T за знак производной по времени, как в (10), не отражает универсального свойства интегрального баланса ТКЭ, поскольку соответствующая кривая на рис. 3 падает со временем. Это вероятнее всего является следствием того, что для упрощения масштаба W_e в уравнении (13) из оценки сдвиговой генерации (15) отбрасывается член с ΔU , и получаемый масштаб скорости W_e растет быстрее, чем средняя ТКЭ в КПС.

Рассмотрим теперь, насколько приведенные выше масштабы подходят для оценки интеграла диссипации ТКЭ. Для этого обратимся к рис. 5, на котором кривые отношения интеграла диссипации к различным масштабам построены таким же способом, как и для рис. 4, описанным выше, при этом $W_{new}^3 = W_*^3 + A_5 V_*^3$. Из него видно, что значительный тренд имеет лишь отно-

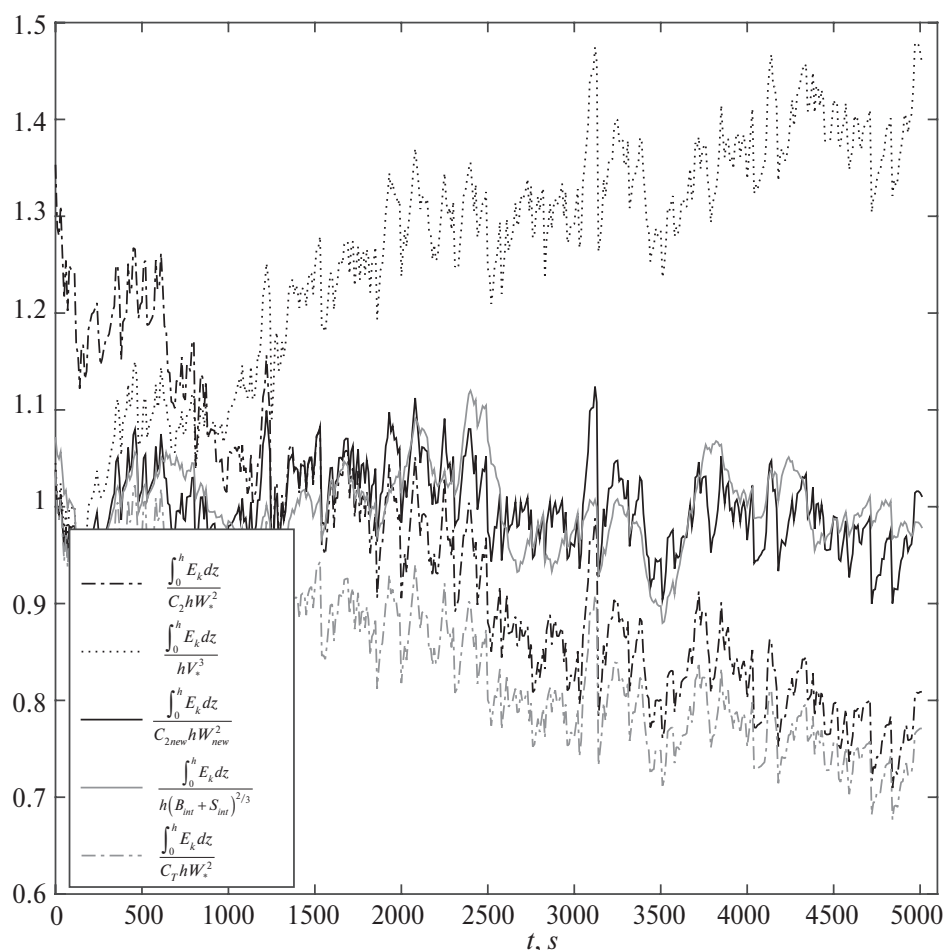


Рис. 4. Изменения во времени отношения интеграла ТКЭ в КПС и различных интегральных масштабов, по данным эксперимента CBLu7.

шение $\left(\int_0^h \varepsilon dz\right) / \left(\overline{c_1''} W_e^3\right)$, что также может быть объяснено отсутствием члена с ΔU в определении W_e .

Оценки констант α_5 , C_6 , C_4 , а также величины A по данным эксперимента CBLu7 составили 0.12, 0.22, 0.005 соответственно. Поскольку, $\frac{\alpha_1}{\alpha_5} \neq \frac{c_2}{C_6}$ уравнение (17) нельзя переписать в виде (8), заменяя W_* на W_{new} . Как видно из значения параметра C_4 , характеризующего поток энергии гравитационных волн из КПС в вышележащую инверсию, при характерных значениях $A = 0.2$, $B_s = 10^{-2}$, $N = 10^{-2}$ этот поток (третий член справа в уравнении (17)) $C_4 \frac{N^3}{B_s^{3/2}} \left(\frac{A}{1+A}\right)^2 \approx 10^{-9}$, т. е. значительно меньше остальных слагаемых ба-

ланса ТКЭ в конвективном слое (например, A), и им можно пренебречь.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Был проведен ряд численных экспериментов по воспроизведению свободной конвекции и конвекции со сдвигом над однородной поверхностью с помощью LES-модели ИВМ РАН. Данные расчетов подтверждают, что профили ТКЭ и диссипации ТКЭ хорошо масштабируются с помощью высоты КПС и масштаба Дирдорфа, соответствующие безразмерные константы оказались близкими к предыдущим оценкам из лабораторных экспериментов. Анализ экспериментов со сдвиговой конвекцией показал, что в этом случае масштабирование интеграла ТКЭ и интеграла диссипации по высоте КПС с помощью линейной комбинации W_* и V_* является оправданным предположением и позволяет строить интегральные модели КПС в приближении «нулевого порядка» — мгновенного скач-

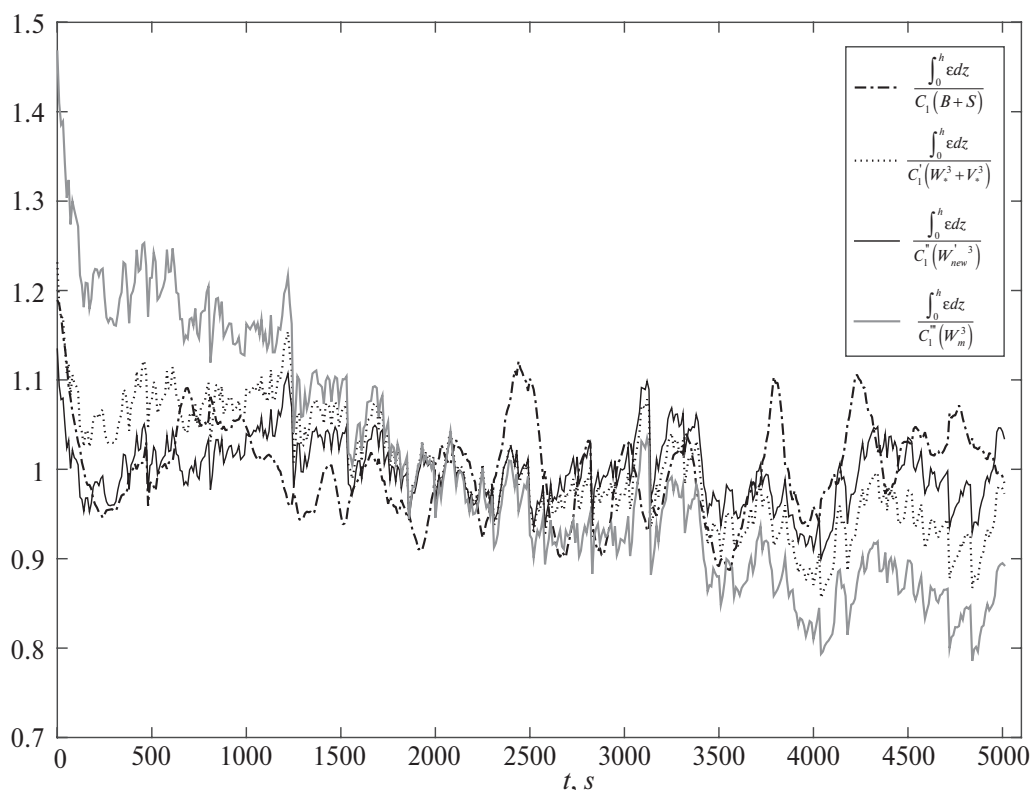


Рис. 5. Изменения во времени отношения интеграла диссипации в КПС и различных интегральных масштабов, по данным эксперимента CBLu7.

ка температуры и скорости на верхней границе. Также показано, что поток ТКЭ, выносимый из слоя вовлечения гравитационными волнами, мал и им можно пренебречь в уравнении интегрального баланса ТКЭ.

Источники финансирования. Настоящая работа поддержана Российским научным фондом (грант 17-17-01210) — в части проведения численных экспериментов с вихреразрешающей моделью и грантом РФФИ 17-05-41095 РГО_a — в части обзора состояния проблемы и верификации интегральных моделей КПС. С.С. Зилитинкевич благодарит за поддержку Российский научный фонд (гранты 15-17-20009 и 15-17-30009) и Академию Финляндии (грант АВВА № 280700 и ClimEco № 314798/799). Коллектив авторов благодарит Суперкомпьютерный центр МГУ имени М.В. Ломоносова за предоставленные вычислительные ресурсы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kohler M., Ahlgrim M., Beljaars A. Unified treatment of dry convective and stratocumulus-topped boundary layers in the ECMWF model // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 2011. V. 137. № 654. P. 43–57.
2. Witek M.L., Teixeira J., Matheou G. An Integrated TKE-Based Eddy Diffusivity/Mass Flux Boundary Layer Closure for the Dry Convective Boundary Layer // Journal of the Atmospheric Sciences. 2010. V. 68. P. 1526–1540.
3. Hong S.-Y., Noh Y., Dudhia J. A New Vertical Diffusion Package with an Explicit Treatment of Entrainment Processes // Monthly Weather Review. 2006. V. 134. P. 2318–2341.
4. Suarez M.J., Arakawa A., Randall D.A. The parameterization of the planetary boundary layer in the ucla general circulation model: Formulation and results // Monthly weather review. 1983. V. 111. P. 2224–2243.
5. Konor C.S. et al. Parameterization of pbl processes in an atmospheric general circulation model: Description and preliminary assessment // Monthly Weather Review. 2009. V. 137. № 3. P. 1061–1082.
6. Bange J., Spieß T., Kroonenberg A. Characteristics of the early-morning shallow convective boundary layer from Helipod flights during STINHO-2 // Theoretical and Applied Climatology. 2007. V. 90. № 1–2. P. 113–118.
7. Stull R.B. An introduction to boundary layer meteorology. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1999. 667p.
8. Deardorff J.W., Willis G.E., Stockton B.H. Laboratory studies of the entrainment zone of a convectively mixed layer // Journal of Fluid Mechanics. 1980. V. 100. № 1. P. 41–64.
9. Tennekes H. A Model for the Dynamics of the Inversion Above a Convective Boundary Layer // Journal of the Atmospheric Sciences. 1973. V. 30. № 4. P. 558–567.

10. *Betts A.K.* Reply to comment on the paper: 'Non-precipitating convection and its parameterization' // *Quarterly Journal Of The Royal Meteorological Society*. 1974. V. 100. № 425. P. 469–471.
11. *Sun J., Xu Q.* Parameterization of sheared convective entrainment in the first-order jump model: Evaluation through Large-eddy simulation // *Boundary-Layer Meteorology*. 2009. V. 132. № 2. P. 279–288.
12. *Gentine P., Bellon G., van Heerwaarden C.C.* A Closer Look at Boundary Layer Inversion in Large-Eddy Simulations and Bulk Models: Buoyancy-Driven Case // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2015. V. 72. № 2. P. 728–749.
13. *Kim S.W. et al.* Parameterization of entrainment in a sheared convective boundary layer using a first-order jump model // *Boundary-Layer Meteorology*. 2006. V. 120. № 3. P. 455–475.
14. *Fedorovich E., Conzemius R., Mironov D.* Convective entrainment into a shear-free, linearly stratified atmosphere: Bulk models reevaluated through large eddy simulations // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2004. V. 61. № 3. P. 281–295.
15. *Liu P., Sun J., Shen L.* Parameterization of Sheared Entrainment in a Well-developed CBL. Part II: A Simple Model for Predicting the Growth Rate of the CBL // *Advances in Atmospheric Sciences*. 2016. V. 33. P. 1185–1198.
16. *Zilitinkevich S.S. et al.* Theoretical models of the height of the atmospheric boundary layer and turbulent entrainment at its upper boundary // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2012. V. 48. № 1. P. 133–142.
17. *Zilitinkevich S.S.* The Height of Atmospheric Boundary Layer: State of the Art and New Development In: Fernando H., Klaić Z., McCulley J. (eds) *National Security and Human Health Implications of Climate Change*. NATO Science for Peace and Security Series C: Environmental Security. Springer Netherlands, 2012.
18. *Lilly D.K.* Models of cloud-topped mixed layers under a strong inversion // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 1968. V. 94. P. 292–304.
19. *Зубов Н.Н.* Льды Арктики. Москва: Изд. Главсевморпути, 1945. 354 с. 20.
20. *Deardorff J.W.* Parameterization of the planetary boundary layer for use in general circulation models // *Monthly Weather Review*. 1972. V. 100. № 2. P. 93–106.
21. *Zilitinkevich S.S.* *Turbulent Penetrative Convection*. Avebury Technical, 1991. 177 p.
22. *Ball F.K.* Control of inversion height by surface heating // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 1960. V. 86. № 370. P. 483–494.
23. *Villani M.G., Maurizi A., Tampieri F.* Discussion and applications of slab models of the convective boundary layer based on turbulent kinetic energy budget parameterisations // *Boundary-Layer Meteorology*. 2005. V. 114. № 3. P. 539–556.
24. *Tennekes H., Driedonks A.G.M.* Basic Entrainment Equations for the Atmospheric Boundary Layer // *Boundary-Layer Meteorology*. 1981. V. 20. P. 515–531.
25. *Pino D., Vila-Guerau de Arellano J., Kim S.W.* Representing sheared convective boundary layer by zeroth- and first-order-jump mixed-layer models: Large-eddy simulation verification // *Journal of Applied Meteorology and Climatology*. 2006. V. 45. № 9. P. 1224–1243.
26. *Gossard E.E., Hooke W.H.* *Waves in the atmosphere. Atmospheric infrasound and gravity waves: their generation and propagation*. Elsevier Scientific Pub. Co, 1975. 456 p.
27. *Troitskaya Y.I.* The viscous-diffusion nonlinear critical layer in a stratified shear flow // *Journal of Fluid Mechanics*. 1991. V. 233. P. 25–48.
28. *Mahrt L., Lenschow D.H.* Growth Dynamics of the Convectively Mixed Layer // *Journal of Atmospheric Sciences*. 1976. V. 33. № 1. P. 41–51.
29. *Conzemius R., Fedorovich E.* Dynamics of Sheared Convective Boundary Layer Entrainment. Part II: Evaluation of Bulk Model Predictions of Entrainment Flux // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2006. V. 63. № 4. P. 1179–1199.
30. *Fedorovich E.* Modeling the atmospheric convective boundary layer within a zero order jump approach: an extended theoretical framework. 1995. V. 34. P. 1916–1928.
31. *Conzemius R., Fedorovich E.* Bulk Models of the Sheared Convective Boundary Layer: Evaluation through Large Eddy Simulations // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2007. V. 64. № 3. P. 786–807.
32. *Driedonks A.G.M.* Models and observations of the growth of the atmospheric boundary layer // *Boundary Layer Meteorology*. 1982. V. 23. P. 283–306.
33. *Liu P., Sun J., Shen L.* Parameterization of Sheared Entrainment in a Well-Developed CBL. Part I: Evaluation of the Scheme through Large-Eddy... // *Advances in Atmospheric Sciences*. 2016. V. 33. P. 1185–1198.
34. *Pino D., Vilà-Guerau de Arellano J., Duynkerke P.G.* The Contribution of Shear to the Evolution of a Convective Boundary Layer // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2003. V. 60. P. 1913–1926.
35. *Глазунов А.В., Заславский М.М.* Расчет параметров приводного слоя атмосферы по численной модели планетарного пограничного слоя и спектру ветровых волн // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 1997. Т. 33. № 2. С. 163–170.
36. *Глазунов А.В.* Вихреразрешающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания. Часть I. Формулировка задачи, описание модели и диагностические численные тесты // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2009. Т. 45. № 1. С. 5–25.
37. *Глазунов А.В.* Вихреразрешающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания. Часть II. Численные эксперименты; моделирование турбулентности в канале с шероховатыми границами // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2009. Т. 45. № 1. С. 25–37.

38. *Morinishi Y. et al.* Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow // *Journal of computational physics*. Academic Press, 1998. V. 143. № 1. P. 90–124.
39. *Sullivan P.P., Patton E.G.* The Effect of Mesh Resolution on Convective Boundary Layer Statistics and Structures Generated by Large-Eddy Simulation // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2011. V. 68. № 10. P. 2395–2415.

Bulk Models of Sheared Boundary Layer Convection

A. V. Debolskiy^{1,2,*}, V. M. Stepanenko^{1,**}, A. V. Glazunov^{1,3,***},
S. S. Zilitinkevich^{1,4,5,6,****}

¹*Lomonosov Moscow State University*

Leninskiye Gory 1/4, Moscow 119234, Russia

²*Obukhov Institute of Atmospheric Physics, RAS*

Pyzhevsky per., 3, Moscow 119017, Russia

³*Institute of Numerical Mathematics, RAS*

ul. Gubkina, 8, Moscow 119991, Russia

⁴*Finnish Meteorological Institute, Helsinki, Finland*

⁵*Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod*

Prospekt Gagarina, 23/2, Nizhni Novgorod, 603950, Russia

⁶*Institute of Atmospheric and Earth System Research (INAR),*

University of Helsinki, Finland

*e-mails: *and.debol@srcc.msu.ru; **stepanen@srcc.msu.ru*

****glazunov@inm.ras.ru; ****sergej.zilitinkevich@fmi.fi*

Received: 01.03.2018

Accepted: 28.11.2018

The paper discusses approaches to the construction of integral models of the convective boundary layer (CBL), based on the concept of complete mixing. To test analytic bulk models and the basic hypotheses of similarity, we use the results of eddy modeling (LES – Large Eddy Simulation). The empirical constants of the CBL integral models obtained according to the LES data for the case of free convection, are in good agreement with the previously published data of laboratory experiments. It is also shown that the flow of kinetic energy from the upper boundary of the CBL, carried out by gravitational waves, is small compared with other components of the balance of turbulent kinetic energy (TKE) in the convective layer. Parametrization of TKE generation for the case of sheared convective boundary layer in terms of the friction velocity and the average wind velocity in the CBL derived; resulting dimensionless constants are obtained from LES data. The results of the work allow us to formulate an integral model of the shear KPS suitable for practical use.

Keywords: convective boundary layer, Large-Eddy Simulation, sheared penetrating convection.