

УДК: 551.465

ОПИСАНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ОКЕАНСКИХ ГЕОСТРОФИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ С ЛИНЕЙНЫМ ВЕРТИКАЛЬНЫМ СДВИГОМ СКОРОСТИ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ И ДИФФУЗИИ ПЛАВУЧЕСТИ

© 2019 г. Н. П. Кузьмина¹, С. Л. Скороходов², Н. В. Журбас¹,
Д. А. Лыжков¹

¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН
117997, Москва, Нахимовский проспект, 36
* E-mail: kuzmina@ocean.ru

²ФИЦ “Информатика и Управление” РАН
119333, Москва, ул. Вавилова, 44
* E-mail: sskorokhodov@gmail.com

Поступила в редакцию 19.07.2018 г.
Принята к печати 28.11.2018 г.

Рассмотрена спектральная задача типа Орра–Зоммерфельда для описания устойчивых и неустойчивых возмущений океанских геострофических течений с линейным вертикальным сдвигом скорости (параболический вертикальный профиль скорости). Представлены расчеты собственных значений, инкрементов роста неустойчивых мод, собственных функций максимально растущих возмущений. Получено, что неустойчивость геострофического течения наблюдается в широком диапазоне горизонтальных масштабов: кроме длинноволновых возмущений с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость среднего геострофического течения, и возмущений с масштабами радиуса Россби существуют коротковолновые моды с масштабами, значительно меньшими радиуса Россби (субмезомасштабные структуры). Результаты модели используются для оценки времени образования интрузий в Арктическом бассейне, которые наблюдаются в условиях абсолютно устойчивой стратификации.

Ключевые слова: фронты, неустойчивость геострофических течений, трение, диффузия плавучести, задача на собственные значения, интрузии в Арктическом бассейне.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-351555273-85>

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование неустойчивости геострофических течений, образования интрузий и вихрей в зонах океанских фронтов необходимо для анализа механизмов перемешивания, вентиляции термоклина и климатической изменчивости температуры и солености в различных районах океана [1–8].

При описании неустойчивости геострофических течений, которые переносят воду с T, S -индексами, отличающимися от T, S -индексов окружающих вод (например, Атлантическую воду в Арктическом бассейне, которая поступает в бассейн через пролив Фрама и желоб Святой Анны), следует учитывать линейный вертикальный сдвиг скорости геострофического течения: пространственная структура рас-

пределения плотности в области таких течений и связанных с ними фронтов характеризуется не только градиентами плотности (в направлении, поперечном течению), но и градиентами частоты плавучести (подробнее см. [9, 10]). Настоящая работа является продолжением исследований устойчивых и неустойчивых возмущений геострофического течения с линейным вертикальным сдвигом скорости, начатых в [9–11]. В отличие от перечисленных работ, в которых изучалась динамика возмущений в длинноволновом приближении, в данной работе мы рассмотрим устойчивые и неустойчивые возмущения в широком диапазоне пространственных масштабов. Полученные результаты будут применяться к описанию интрузий, наблюдающихся в условиях абсолютно устойчивой стратификации в Арктическом бассейне.

2. МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА

Для исследования методом малых возмущений неустойчивости зонального геострофического течения с вертикальным параболическим профилем скорости (с линейным вертикальным сдвигом скорости) в ограниченном по вертикали слое мы будем ориентироваться на линейное уравнение потенциального вихря в квазигеострофическом приближении, выведенное с учетом вертикальной диффузии плавучести и вертикального трения [10, 11]:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + (1 - z^2) \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \text{Bu} \cdot (1 + \eta y) \Delta p \right) + \\ & + (\mu^2 (1 + \eta y) + 2) \frac{\partial p}{\partial x} = \\ & = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^4 p}{\partial z^4} + \text{Pr} \cdot \text{Bu} (1 + \eta y) \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где p — возмущение давления, $R = sH_0^4 / KL = \text{Re} \cdot H_0 / L$, $\text{Re} = \tilde{U} H_0 / K$ — число Пекле (аналог числа Рейнольдса), K — коэффициент вертикальной диффузии плавучести, s — положительная константа, характеризующая величину вертикального линейного сдвига скорости, \tilde{U} — максимальная скорость течения в слое, $\text{Bu} = H_0^2 N_0^2 / (f^2 L^2)$ — число Бургера (см., например, [12]), N_0 — частота плавучести в фоновом равновесном состоянии, L — горизонтальный поперечный масштаб зонального геострофического течения, $2H_0$ — вертикальный масштаб слоя, f — параметр Кориолиса, Pr — число Прандтля, $\mu^2 = \beta \cdot N_0^2 / (sf^2)$ — параметр, характеризующий влияние β -эффекта на динамику возмущений по сравнению с влиянием линейного вертикального сдвига геострофической скорости, $\eta = 2sfL / N_0^2$, $\Delta p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}$.

Ось x направлена на восток (зональная координата), ось y — на север (меридиональная координата) и ось z — вверх. Безразмерные переменные вводились по формулам: $x^* = x / L$, $y^* = y / L$, $z^* = z / H_0$, $t^* = t \cdot \tilde{U} / L$, где, $\tilde{U} = sH_0^2$, $p^* = p / p_0$, а p_0 — размерная константа, $[p_0] = \text{m}^2 \text{c}^{-2}$ (звездочки, которыми отмечены безразмерные переменные, в уравнении (1) опущены).

При выводе уравнения (1) полагалось, что число Экмана и число Кибеля—Россби много меньше единицы, а также, что скорость зонального течения направлена на восток, вдоль координаты x , то есть: $U(z) = sH_0^2 - z^2$.

При $\eta \ll 1$ уравнение (1) можно упростить (см. [10, 11]):

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + (1 - z^2) \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \text{Bu} \cdot \Delta p \right) + \\ & + (\mu^2 + 2) \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^4 p}{\partial z^4} + \text{Pr} \cdot \text{Bu} \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (1')$$

Для анализа устойчивых и неустойчивых возмущений зонального геострофического течения мы будем опираться на уравнение (1') и следующие граничные условия:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t \partial z} + 2z \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{R} \frac{\partial^3 p}{\partial z^3}, \quad z = \pm 1, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad y = 0, y = 1, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0, \quad z = \pm 1. \quad (4)$$

Условия (2) и (4) есть условия равенства нулю на верхней и нижней границе слоя вертикальной скорости и потоков плавучести соответственно. Условие (3) означает равенство нулю меридиональной компоненты скорости возмущения на боковых границах среднего геострофического течения.

Следуя стандартному подходу исследования неустойчивости геострофических течений (см., например, [12]) будем искать частное решение (1')–(4) в виде бегущего вдоль зональной координаты волнового возмущения $p = F(z) e^{ik(x-ct)} \sin(\pi y)$. Подставляя данное решение в (1')–(4), получим спектральную задачу на собственные значения:

$$\begin{aligned} & (1 - z^2 - c) \left(\frac{d^2 F}{dz^2} - \text{Bu} \cdot (k^2 + \pi^2) F \right) + \mu^2 \cdot F + \\ & + 2F = \frac{1}{ikR} \left(\frac{d^4 F}{dz^4} - \text{Pr} \cdot \text{Bu} (k^2 + \pi^2) \frac{d^2 F}{dz^2} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$-c \frac{dF}{dz} + 2zF = \frac{1}{ikR} \frac{d^3 F}{dz^3}, \quad z = \pm 1, \quad (6)$$

$$\frac{d^2 F}{dz^2} = 0, \quad z = \pm 1, \quad (7)$$

где k — безразмерное волновое число вдоль координаты x , $c = c_1 + i \cdot c_2$ — комплексная фазовая скорость, i — мнимая единица. Возмущения растут со временем, то есть являются неустойчивыми, если $c_2 > 0$.

Данная задача в длинноволновом приближении, $\delta^2 = \text{Bu} \cdot (k^2 + \pi^2) \ll 1$, рассматривалась в работе [11]. Здесь мы будем решать задачу (5)–(7) в широком диапазоне изменения волнового числа k и при различных значениях параметров задачи, Bu , Pr , R . В связи с этим необходимо иметь в виду, что существуют границы применимости данной модельной задачи для описания изменчивости в океане. Во-первых, учитывая, что уравнение (1) выведено в геострофическом приближении, число Кибеля–Россби должно быть мало: $\tilde{U} / fL \ll 1$ (при расчетах мы будем рассматривать только такие масштабы возмущений в направлении координаты y , которые равны поперечному масштабу течения) и $\tilde{U} / \tilde{L}f = \tilde{U} \cdot k / Lf \ll 1$, где \tilde{L} — масштаб возмущения вдоль течения. Во-вторых, уравнение (1') получено при $\eta \ll 1$, то есть при достаточно жестком ограничении на вертикальный сдвиг скорости среднего потока. В некоторых случаях, однако, ограничение на вертикальный сдвиг скорости геострофического потока может отличаться от неравенства $\eta \ll 1$. Анализ области применимости модели для описания изменчивости в области широких фронтальных течений представлен в Приложении к данной статье.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ (5)–(7)

Для поиска собственных функций (СФ) модельной задачи (5)–(7) использовался высокоточный метод численного решения уравнения 4-го порядка с малым параметром при старшей производной, разработанный ранее для решения задачи Орра–Зоммерфельда [13, 14]. Данный метод, основанный на использовании степенных разложений решения в граничной и центральной точках отрезка $z \in [-1, 1]$ и на сшивке этих разложений во внутренней точке, был модифицирован с учетом краевых условий (6), (7), которые отличны от краевых условий задачи Орра–Зоммерфельда и включают искомый спектральный параметр в качестве множителя [15]. Для эффективности решения настоящей задачи в широком диапазоне изменения волнового числа метод был оптимизирован на основе использования при проведении расчетов асимптотических разложений при $k \rightarrow 0$ [16], что позволяло уменьшать время численного счета и получать собственные значения (СЗ) с большей точностью при произвольно малом изменении волнового числа.

Для проверки расчетов проводилась серия тестов. Так, например, численные решения задачи в длинноволновом приближении сравнивались с аналитическими решениями, полученными в [10], и асимптотическими разложениями при $k \rightarrow 0$ (подробнее см. [11]). Более того, СЗ такой задачи рассчитывались независимо двумя методами: высокоточным методом [13, 15] и стандартным методом с использованием среды МАТЛАБ [17]. Результаты сравнения подробно представлены в работе [17].

До представления результатов расчетов обратим внимание на некоторые важные положения. Решениями уравнения (5), как и уравнения Орра–Зоммерфельда, являются непрерывно дифференцируемые функции. Общее решение уравнения можно представить как сумму двух линейно независимых четных функций и двух линейно независимых нечетных функций, поэтому решениями задачи (5)–(7) являются четные СФ и соответствующие им собственные значения, а также нечетные СФ с соответствующими собственными значениями (см., например, [13, 15]). Для конкретных значений волнового числа k и параметров задачи Bu , Pr , R , и μ существует счетное множество дискретных СЗ задачи (5)–(7) как для четных собственных функций, так и для нечетных собственных функций. Для удобства анализа СЗ представляются в координатных осях c_1 , c_2 . Это распределение СЗ называют спектрами собственных значений. Пример спектра СЗ для нечетных собственных функций можно найти, например, в статье [11]. Как для четных решений, так и для нечетных решений при некоторых конкретных значениях k и параметров задачи существуют не более одного СЗ, соответствующего неустойчивому возмущению, и счетное число СЗ, соответствующих устойчивым возмущениям. В настоящей работе нас будут интересовать распределения СЗ в системе координат c_1 , c_2 и при непрерывном изменении волнового числа k для неустойчивых возмущений (четные и нечетные решения) и для тех устойчивых возмущений (четные и нечетные решения), которые характеризуются минимальным значением модуля мнимой части комплексной фазовой скорости (устойчивые, слабо затухающие со временем возмущения). Будут представлены также инкременты роста неустойчивых мод для различных значений параметров задачи и некоторые примеры графиков СФ. Все представленные ниже результаты получены при $\mu = 0$. Краткое замечание о влиянии β -эффекта на динамику возмущений изложено в разделе 4.

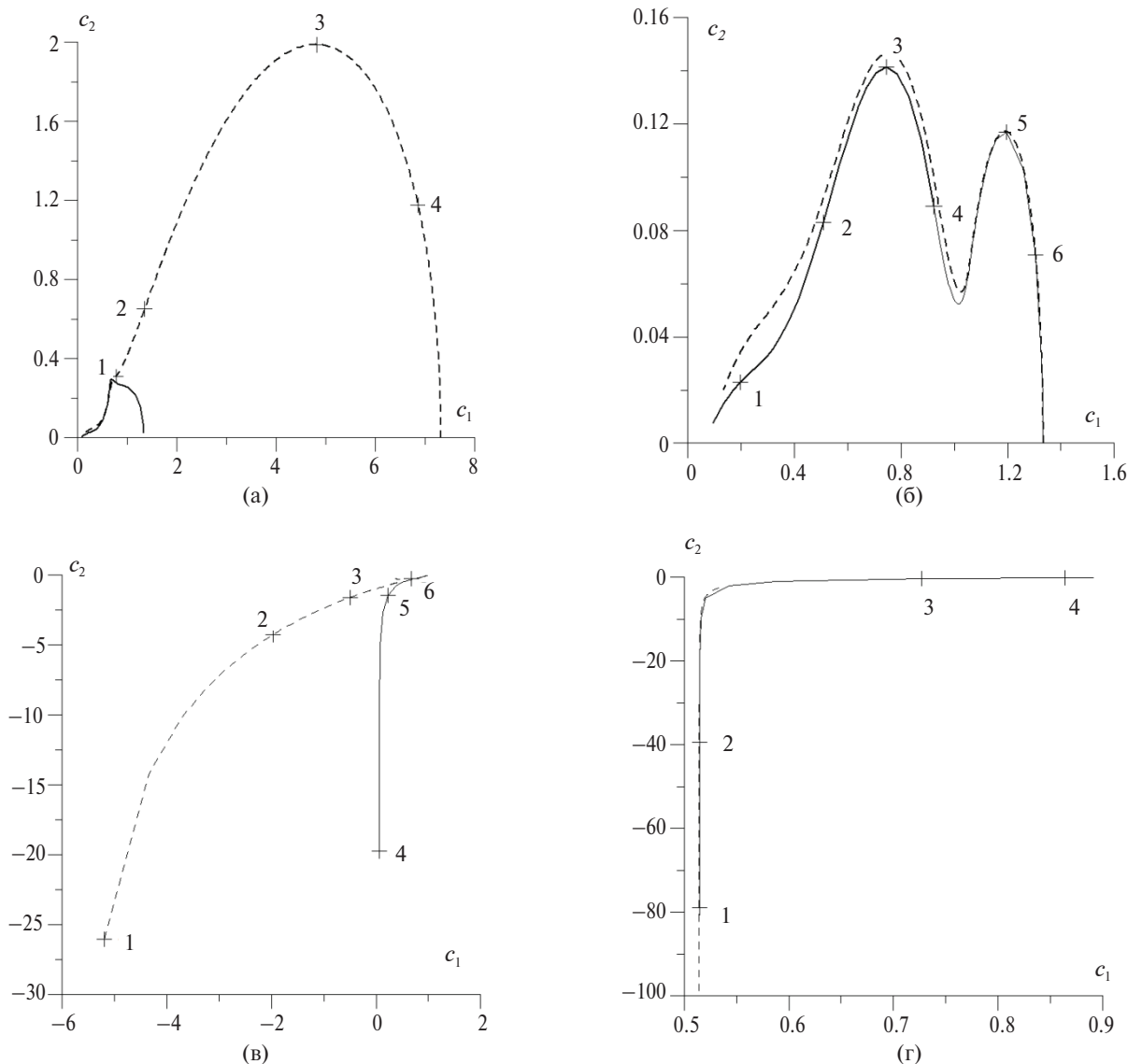


Рис. 1. Распределения комплексной фазовой скорости в плоскости c_1, c_2 , рассчитанные при $Vu = 10^{-4}$, $R = 10$, $Pr = 1$, (сплошная линия) и $Vu = 10^{-4}$, $R = 10$, $Pr = 10$ (пунктир); цифрами на кривых отмечены точки, в которых даны значения волновых чисел: (а) четные неустойчивые решения (1. $k = 30.0$; 2. $k = 2.0$; 3. $k = 0.04$; 4. $k = 0.01$); (б) нечетные неустойчивые решения (1. $k = 1000$; 2. $k = 300$; 3. $k = 140$; 4. $k = 60$; 5. $k = 2$; 6. $k = 0.5$); (в) четные устойчивые решения (1. $k = 0.01$; 2. $k = 0.1$; 3. $k = 0.5$; 4. $k = 0.0125$; 5. $k = 0.2$; 6. $k = 15$); (г) нечетные устойчивые решения (1. $k = 0.0125$; 2. $k = 0.2$; 3. $k = 15$).

На рис. 1 даны распределения комплексной фазовой скорости в системе координат c_1 и c_2 (так называемые траектории СЗ) для следующих значений параметров задачи: $Pr = 1, 10$; $Vu = 10^{-4}$; $R = 10$. Каждой точке кривой соответствует конкретное волновое число k . Для удобства анализа значения волновых чисел в некоторых случаях отмечены на представленных траекториях СЗ. Верхние фрагменты рисунка относятся к четным и нечетным неустойчивым решениям, нижние фрагменты — к четным и нечетным устойчивым решениям. Выбран-

ные параметры R и Vu являются типичными для фронтов Арктического бассейна [11].

Согласно расчетам неустойчивые моды могут возникать в широком диапазоне волнового числа, то есть даже на коротких длинах волн, масштаб которых значительно меньше радиуса деформации Россби, причем фазовая скорость неустойчивых возмущений зависит от волнового числа. Неустойчивые длинноволновые возмущения с фазовой скоростью, направленной вдоль потока и превышающей его максимальную скорость, можно отнести к новому виду не-

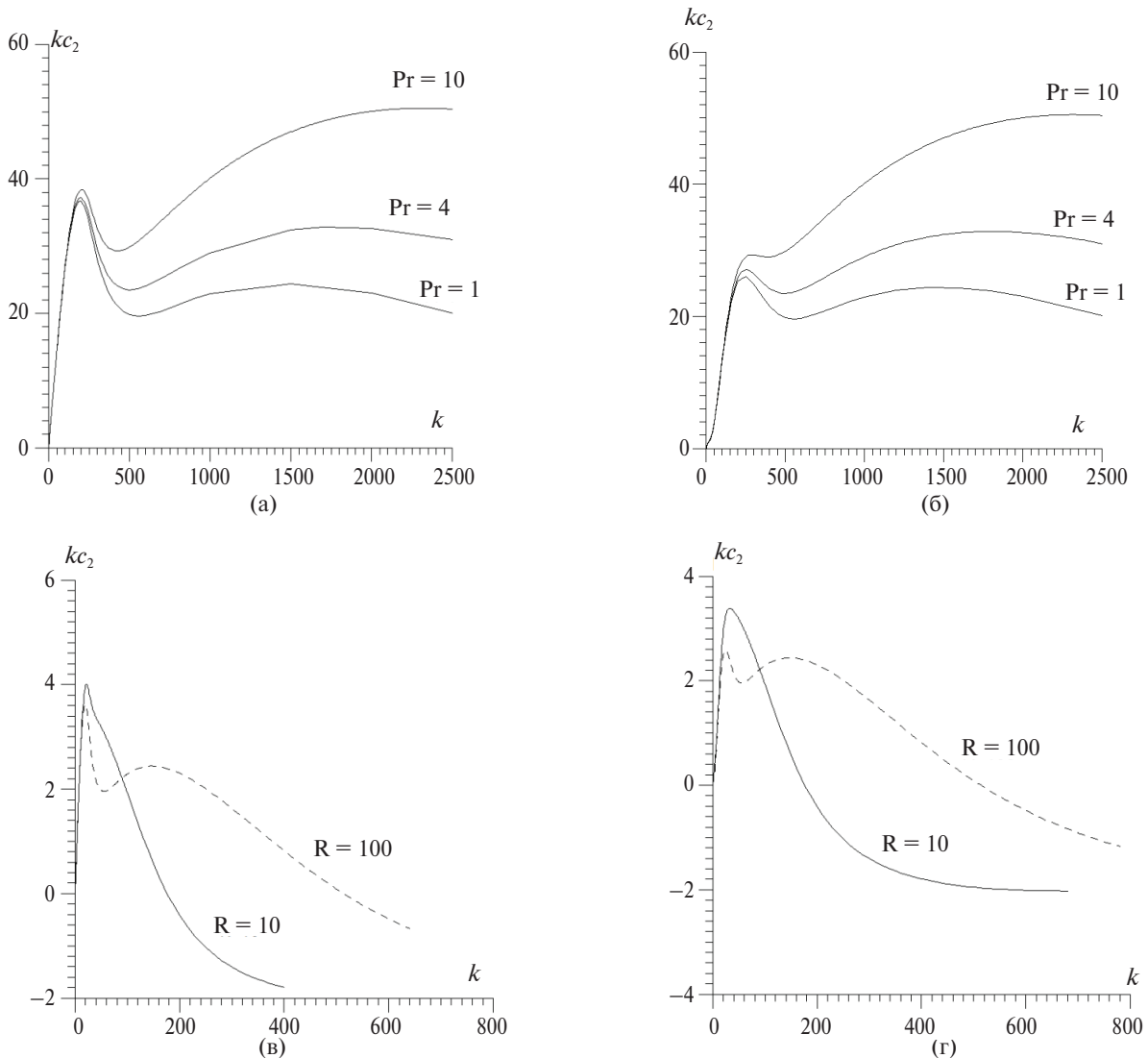


Рис. 2. Инкременты роста неустойчивых мод для четных и нечетных решений, как функций от волнового числа k , для различных значений параметров задачи: (а) и (б) четные решения (а) и нечетные решения (б) при $Pr = 1, 4, 10$ ($Bu = 10^{-4}$, $R = 10$); (в) и (г) четные (в) и нечетные (г) решения при $R = 10, 100$ ($Pr = 1$, $Bu = 10^{-2}$).

устойчивости (см. подробное описание данного вида неустойчивости в работах [10, 11]).

Число Прандтля практически не влияет на длинноволновые неустойчивые и устойчивые моды, которые описываются нечетными решениями, что находится в полном согласии с результатами работы [11]. Для четных решений мы имеем совершенно иную картину: увеличение числа Прандтля оказывает существенное влияние на длинноволновые возмущения: расширяется диапазон неустойчивых длинноволновых мод и возникают устойчивые возмущения, которые направлены против потока, то есть в западном направлении ($c_1 < 0$).

На рис. 2а, б даны инкременты роста неустойчивых мод для четных и нечетных ре-

шений, как функций от волнового числа k , для различных значений числа Прандтля, $Pr = 1, 4, 10$; ($Bu = 10^{-4}$, $R = 10$). На всех графиках наблюдаются два максимума. Первый максимум для четных решений при всех рассмотренных значениях числа Прандтля наблюдается при $k \sim 200$, то есть при $Bu^{1/2}k \approx 2$. Для нечетных решений с увеличением числа Прандтля наблюдается смещение этого максимума в сторону больших волновых чисел и увеличение его амплитуды: $Bu^{1/2}k \approx 2.5$, $kc_2 \approx 26$ при $Pr = 1$, $Bu^{1/2}k \approx 2.9$, $kc_2 \approx 29.3$ при $Pr = 10$. Тот факт, что величина $Bu^{1/2}k$ с изменением значений числа Прандтля от 1 до 10 меняется приблизительно от 2 до 3, говорит о том, что максимально растущие моды возникают на масшта-

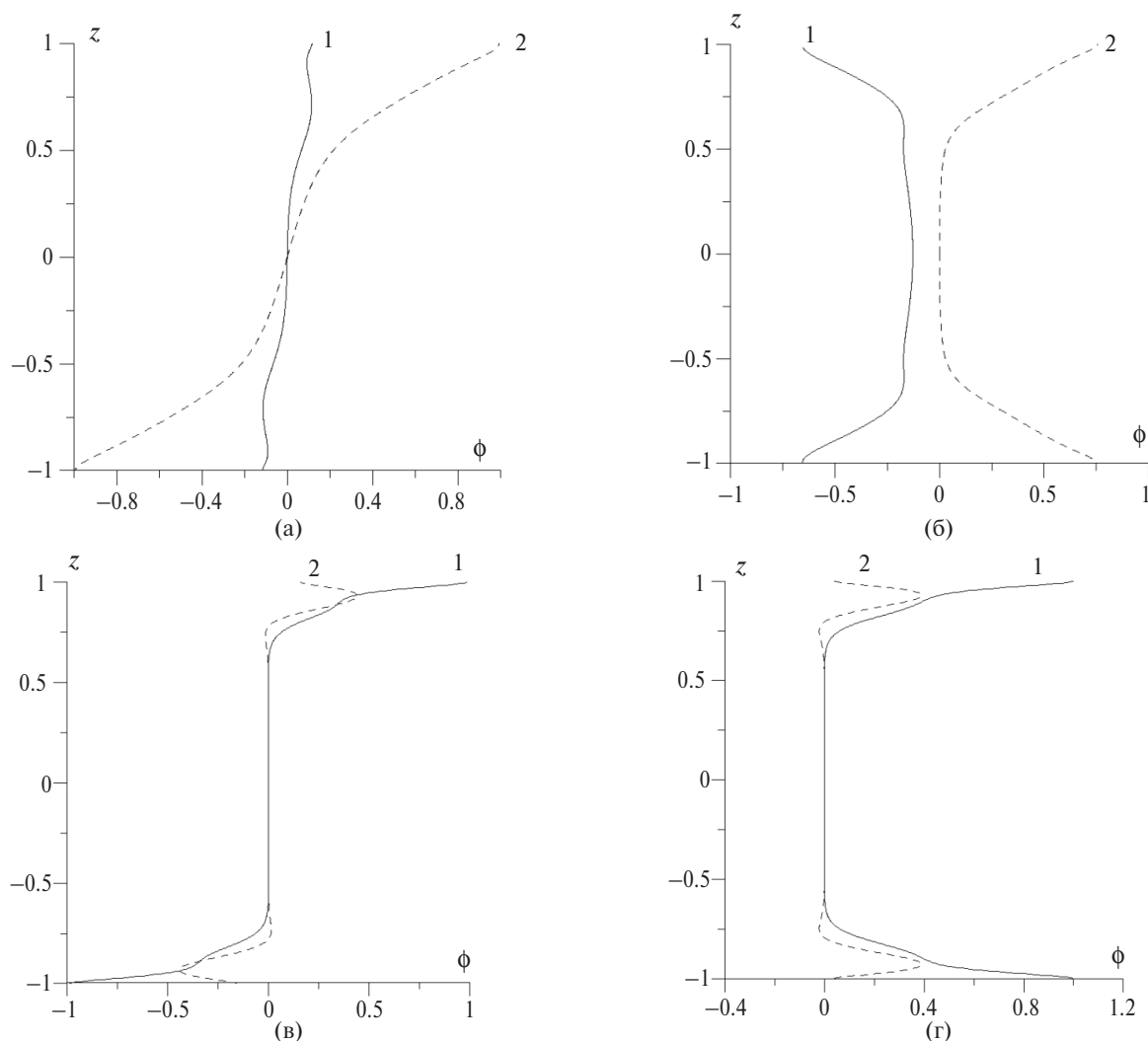


Рис. 3. Производные собственных функций $\phi = dF/dz$ (возмущение плотности; сплошные линии: $\text{Re}(\phi)$; пунктир: $\text{Im}(\phi)$), рассчитанные при $Bu = 10^{-4}$, $Pr = 1$, $R = 10$ для области первого максимума ($Bu^{1/2}k \approx 2$ и $Bu^{1/2}k \approx 2.5$ для четных (а) и нечетных (б) решений соответственно) и второго максимума ($Bu^{1/2}k \approx 15$ для четных (в) решений и $Bu^{1/2}k \approx 14$ для нечетных (г) решений соответственно).

бах, близких к радиусу деформации Россби. Как для четных, так и для нечетных решений первый максимум наблюдается при фазовой скорости возмущений $c_1 = 0.5 - 0.6$, что соответствует бароклинной неустойчивости, которая является основной причиной образования синоптических вихрей в океане.

Второй максимум наблюдается при очень больших волновых числах неустойчивых мод, которые имеют горизонтальный масштаб вдоль течения, значительно меньший локального радиуса Россби. Амплитуда этого максимума интенсивно возрастает с увеличением числа Прандтля. Обсуждение корректности описания таких неустойчивых мод в рамках модели (5)–(7) приведено в разделе 4.

На рис. 2в, г даны инкременты роста неустойчивых мод для четных и нечетных решений, как функций от волнового числа k , для различных значений параметра $R = 10, 100$; ($Pr = 1$, $Bu = 10^{-2}$). С увеличением параметра наблюдается увеличение диапазона волновых чисел, при которых течение неустойчиво. Величина $Bu^{1/2}k$ в точке первого максимума мало отличается от предыдущих случаев. Для четных решений эта величина равна: $Bu^{1/2}k \approx 2.2$ при $R = 10$ и $Bu^{1/2}k \approx 1.9$ при $R = 100$; для нечетных решений: $Bu^{1/2}k \approx 3.2$ при $R = 10$ и $Bu^{1/2}k \approx 2.5$ при $R = 100$. При изменении параметра R наблюдается небольшое смещение максимально растущей моды в сторону более малых волновых чисел.

На рис. 3 представлены производные собственных функций $\phi = dF/dz$ (возмуще-

ние плотности), рассчитанные при $Bu = 10^{-4}$, $Pr = 1$, $R = 10$, для области первого максимума ($Bu^{1/2}k \approx 2$ и $Bu^{1/2}k \approx 2.5$ для четных и нечетных решений соответственно) и второго максимума ($Bu^{1/2}k \approx 15$ для четных решений и $Bu^{1/2}k \approx 14$ для нечетных решений). Учитывая, что решение задачи описывается формулой $p = \text{Re}[F(z)e^{ik(x-ct)} \sin(\pi y)]$, неустойчивые возмущения могут иметь сложную вертикальную структуру и квазипериодический характер по вертикали.

4. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В этом разделе, который будет иметь отчасти дискуссионный характер, мы обсудим роль диссипативных процессов в дестабилизации течения, корректность описания неустойчивости в области второго максимума на кривых $c_2(k) \cdot k$ (рис. 2), влияние на неустойчивость граничных условий и другие вопросы.

а) О параболическом вертикальном профиле скорости геострофического потока. В настоящей работе анализировались устойчивые и неустойчивые моды течения с вертикальным параболическим профилем скорости (с вертикальным линейным сдвигом), в то время как в моделях устойчивости геострофических течений рассматриваются линейные вертикальные профили скорости среднего потока (см., например, [18, 19]). Выбор такого течения в нашей модели мотивировался тем, что во фронтальных океанских зонах, которые разделяют различные водные массы, наблюдаются горизонтальные (поперечные фронту) градиенты не только солёности, температуры и плотности, но и частоты плавучести. Вполне вероятно, что течения в океане с параболическим вертикальным профилем скорости могут встречаться достаточно часто, и прежде всего такие течения следует ожидать в океанских бассейнах, в которые поступает вода с T,S-индексами, отличными от T,S-индексов окружающих вод. Структура фронтов, подробно описанная по эмпирическим данным, полученным в Евразийском бассейне Арктики [6], позволяет судить о существовании поперечных градиентов частоты плавучести в зонах фронтов, и, следовательно, о линейных вертикальных сдвигах геострофического течения. Действительно, если существует горизонтальный градиент частоты плавучести, то поле плотности можно представить в виде (подробнее см. [10, 11]): $\bar{\rho}(z, y) = 2fsyz / g - N_0^2 z / g + 1$

(g – ускорение свободного падения). При таком распределении плотности скорость геострофического потока определяется равенством $U = sz^2 + \text{const}$. Даже если выполняется условие $2fsL / N_0^2 = \eta \ll 1$, не учитывая скорость, обусловленную таким градиентом плавучести, было бы опрометчивым: например, при $L = 10^4$ м, $H_0 = 100 - 300$ м, $f = 1.4 \cdot 10^{-4} \text{с}^{-1}$ максимальная скорость в слое может лежать в диапазоне $1 - 10 \text{см} \cdot \text{с}^{-1}$, то есть равняться типичной скорости медленных геострофических течений (см. также раздел 5). Целесообразно отметить, что в настоящей модельной задаче мы рассматриваем параболический симметричный относительно середины слоя вид вертикального профиля. В перспективе задачу можно усложнить и учесть линейный и постоянный сдвиг скорости течения, то есть задавать профиль геострофической скорости в виде: $U = sz^2 + \tilde{s}z + \text{const}$.

б) О влиянии вертикальной диффузии плавучести и трения на дестабилизацию геострофического течения. Как правило, в классических моделях описания неустойчивых мод геострофических течений с постоянным вертикальным сдвигом скорости используется приближение идеальной жидкости (см., например, [18, 19]). Исключением является модель Майлза [20], в которой анализировалась неустойчивость геострофического потока в полубесконечной по вертикальной координате z области с учетом вертикальной диффузии плавучести при больших значениях числа Пекле. На основе аналитического анализа Майлз показал, что диффузия плавучести не оказывает влияния на бароклинную неустойчивость, а инкременты роста неустойчивых мод, обусловленных влиянием на динамику вертикальной диффузии плавучести, малы по сравнению с инкрементами роста бароклиных возмущений. Тем не менее анализ неустойчивости геострофического течения с линейным вертикальным сдвигом скорости для описания образования интрузий в условиях абсолютно устойчивой стратификации показал, что учет в модели диффузии и трения является целесообразным. Так, именно учет диффузии плавучести позволил описать новый эффект: неустойчивость длинных возмущений, фазовая скорость которых превышает максимальную скорость среднего потока [10, 11]. В случае описания возмущений в рамках идеальной жидкости такой эффект отсутствует. Более того, в спектральном уравнении (5) вклад в динамику диффузии плавучести описывается членом с производной

по z четвертого порядка. Даже если перед таким членом стоит малый множитель ($1/kR \ll 1$), пренебрежение этим членом может привести к потере решений. Таким образом, учет диффузии плавучести и трения позволяет описать в более полном объеме динамику возмущений. На основе рассмотренной модели получено, что существует высокая корреляция между инкрементами роста неустойчивых коротковолновых мод и значениями числа Прандтля, а неустойчивые возмущения могут иметь сложную вертикальную структуру и квазипериодический характер по вертикали. Можно отметить также, что изменение чисел Пекле и Прандтля влияет и на максимально растущие бароклинные моды: наблюдаются уменьшение или возрастание волнового числа максимально растущей бароклиновой моды и изменение ее инкремента роста при вариации этих параметров (см. рис. 2). Наиболее вероятно, что указанные особенности в поведении растущих со временем коротковолновых возмущений обусловлены неустойчивостью критического слоя, которая возникает благодаря влиянию на динамику течения вертикальной диффузии плавучести и трения: наблюдается явная зависимость решений задачи от параметров, описывающих влияние диссипации. Однако более точный вывод о влиянии диффузии плавучести и трения на структуру неустойчивых мод можно получить только на базе сравнения полученных модельных результатов с решениями аналогичной задачи в приближении идеальной жидкости.

в) О диапазоне изменчивости параметров модели применительно к океану. Задача (5)–(7) имеет три параметра, Bu , R , и Pr , которые характеризуют среднее состояние среды. Очевидно, что для описания изменчивости в океане указанные параметры не могут иметь произвольные, сколь угодно малые или сколь угодно большие значения. Параметр Bu для геострофических течений в океане, как правило, меньше единицы. При оценивании числа R нужно учитывать, что вертикальный коэффициент диффузии массы не может быть меньше молекулярного коэффициента диффузии тепла $k_T = 1.4 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. В термоклине океана, где турбулентность имеет перемежающийся характер, наиболее вероятно, что коэффициент диффузии массы может изменяться в пределах $K = 3 \cdot 10^{-7} - 10^{-5} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ [6, 21], а коэффициент диффузии импульса, как правило, не превышает значения $K \sim 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ (см., например, [22]).

г) Об анизотропии неустойчивых мод при больших значениях волнового числа. Согласно расчетам при малых значениях числа Bu (широкое течение) максимально неустойчивые бароклинные моды являются существенно анизотропными. Так при $Bu = 10^{-4}$ и $Bu^{1/2}k \approx 2$ поперечный масштаб возмущения в 200 раз больше продольного (или зонального) масштаба. Если поперечный масштаб течения приблизительно равен масштабу Россби, $L \approx L_R = 2N_0 H_0 / f$, и при этом сохраняется равенство $Bu^{1/2}k \approx 2$, то неустойчивые моды также будут анизотропными: зональный масштаб возмущения будет в четыре раза меньше меридионального (поперечного) масштаба. Таким образом, рассмотренная модельная задача имеет тот же недостаток, что и модели неустойчивости геострофических течений с постоянным вертикальным сдвигом скорости в приближении идеальной жидкости (см., например, [18]): согласно наблюдениям при образовании вихрей в зонах широких океанских течений существенной анизотропии их формы не наблюдается. По-иному дело обстоит с описанием образования интрузий на широких фронтах: веских оснований считать, что интрузии не могут иметь существенную анизотропию, у нас нет (см. раздел 5). Однако нельзя исключать, что сильно анизотропные моды после достижения стационарной фазы могут становиться неустойчивыми и разрушаться на более мелкие структуры. Поэтому можно предположить, что медленно растущие изотропные возмущения, которые, согласно нашей модельной задаче, двигаются вдоль течения с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость течения, после достижения стационарной фазы могут существовать достаточно долго благодаря своей осесимметричной или близкой к осесимметричной форме.

д) О корректности описания неустойчивых мод при очень высоких волновых числах. Согласно результатам, представленным на рис. 2, в области очень высоких волновых чисел на кривых $kc_2(k)$ наблюдаются вторичные максимумы. Неустойчивые возмущения с очень короткими длинами волн можно отнести к субмезомасштабным структурам. Предположительно они возникают, как уже говорилось выше, из-за неустойчивости критического слоя, развивающейся вследствие диффузии импульса и массы. При $R = 10$, $Pr = 1$ второй максимум на кривых $kc_2(k)$ наблюдается на длинах волн, приблизительно в 7–8 раз меньших масштаба возмущений в зоне первого максимума. Таким образом, для

описания неустойчивых возмущений в зоне второго максимума с учетом приближения гидростатики необходимо, чтобы отношение f / N_0 было малым, порядка 0.01, что при типичной частоте Вайсяля–Брента $N_0 \sim 3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ практически исключает полярные области океана вне слоев со скачком плотности и характерно только для тропических и южных широт. С учетом ограничения на применимость нашей модели (см. раздел 2) описание таких неустойчивых возмущений возможно при малых вертикальных сдвигах геострофической скорости. Тем не менее рассмотренная модель позволяет высказать предположение, что субмезомасштабные структуры (вихри, интрузии), наблюдаемые в зонах геострофических течений, могут возникать благодаря неустойчивости критического слоя, которая обусловлена вертикальной диффузией импульса и массы.

е) О влиянии β -эффекта на динамику возмущений. Подробное изучение влияния β -эффекта на динамику возмущений течения с вертикальным линейным сдвигом заслуживает отдельного исследования. Однако нами были проведены расчеты задачи (5)–(7) при $\mu^2 = 0.03$ с целью сравнения численного решения полной задачи с аналитическими оценками влияния β -эффекта на длинноволновые возмущения [11]. Было получено, что β -эффект при такой величине параметра μ не влияет на длинноволновые нечетные решения и препятствует возникновению неустойчивости длинноволновых возмущений, которые описываются четными решениями, что находится в полном согласии с результатами [11]. Получено также, что β -эффект практически не влияет на инкременты роста неустойчивых мод с высокими волновыми числами, однако оказывает существенное влияние на фазовые скорости устойчивых и неустойчивых мод, которые описываются четными решениями.

ж) О граничных условиях. Наиболее логичными граничными условиями, с точки зрения авторов, дополнительными к условиям (6) являются условия (7): четвертый порядок уравнения (5) обусловлен учетом в модели диффузии плавучести. Однако вопрос о граничных условиях требует обсуждения. Действительно, при больших числах Прандтля и высоких волновых числах согласно уравнению (5) трение может оказывать существенное влияние на динамику возмущений. В связи с этим были проведены расчеты уравнения (5) с условиями (6) и условиями прилипания: $F(z) = 0$, $z = \pm 1$. Полу-

чено, что использование условия прилипания сужает область неустойчивых мод по сравнению с условиями нулевых потоков на границах области. Следует отметить, что и в этом случае возникают неустойчивые длинноволновые возмущения с фазовой скоростью, превышающей скорость течения, и неустойчивые возмущения при высоких значениях волнового числа (подробнее см. [16]).

5. ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ К ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ИНТРУЗИЙ В ЕВРАЗИЙСКОМ БАСЕЙНЕ АРКТИКИ

Как правило, описание образования интрузий, наблюдающихся в термоклине океана, базируется на трехмерных моделях неустойчивости чисто термохалинных фронтов или двумерных моделях бароклинных фронтов [1, 3, 6, 7, 22]. В таких моделях спектральное уравнение имеет коэффициенты, не зависящие от вертикальной координаты, а устойчивые и неустойчивые моды описываются тригонометрическими функциями. При описании трехмерных возмущений на бароклинных фронтах, когда коэффициенты в спектральном уравнении зависят от вертикальной координаты, естественно возникает вопрос о граничных условиях. Однако в океане интрузии и вихри часто наблюдаются в термоклине океана, то есть вдали от естественных границ: дна и поверхности океана (или дна и слоя скачка плотности). Поэтому с очевидностью возникает проблема применения классических моделей ограниченного слоя для описания синоптических океанских возмущений, наблюдающихся вдали от естественных границ. Тем не менее разумно полагать, что в некоторых ситуациях применение таких моделей является обоснованным. Действительно, гравитационное течение, наблюдающееся в термоклине океана, можно рассматривать, как ограниченный по вертикали слой, и полагать вертикальные скорости на границах слоя равными нулю. Так, например, область поступления Атлантической воды (АВ) в Евразийский бассейн на глубинах ниже 800 метров (Баренцева ветвь АВ) правомерно ассоциировать с ограниченным по вертикали слоем. Вертикальный масштаб этого слоя [т. н. верхний слой Глубинной Полярной воды (ГПВ)] составляет приблизительно 200–250 м. В области слоя практически всегда наблюдается интрузионное расслоение

с вертикальным масштабом полуволны, равным ~ 50 м. Описание характеристик данных интрузий на основе эмпирического анализа подробно изложено в [6].

В работах [10, 11] было предложено описывать интрузии в верхнем слое ГПВ на основе трехмерной модели неустойчивости течения с линейным вертикальным сдвигом скорости в длинноволновом приближении. Основаниями для такого описания явились следующие положения: интрузии наблюдаются на широких бароклиных фронтах ($Bu \ll 1$); в поперечном направлении к фронту, согласно эмпирическим данным, наблюдалось изменение частоты плавучести, что должно свидетельствовать о параболической форме вертикального профиля скорости (или линейном вертикальном сдвиге скорости).

Настоящее исследование, которое посвящено анализу более полной модели неустойчивости течения с линейным вертикальным сдвигом, позволяет получить оценки времени роста неустойчивых мод для различных величин волнового числа k . Здесь мы остановимся на оценках максимально возможных инкрементов роста неустойчивых мод, которые можно получить на основе рассмотренной модели.

а) Неустойчивые возмущения с фазовой скоростью больше единицы, $c_1 > 1$. Учитывая, что инкремент роста неустойчивых мод зависит от вертикального сдвига скорости течения, для оценок мы будем использовать максимальный вертикальный сдвиг скорости, для которого модель корректна. Согласно разделу 2 вертикальный сдвиг скорости должен удовлетворять неравенству $s \ll N_0^2 / (2fL)$. Подставляя в эту формулу значения параметров $N_0 \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, $f = 1.4 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, $L = 2 \cdot 10^5 \text{ м}$, получим, что $s \sim 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}$. Максимальная величина геострофической скорости в этом случае для слоя в 200 м мала: она не превышает $1 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$, что практически соответствует реальности, так как в глубинных водах Арктического бассейна наблюдаются слабые скорости течений [23].

При указанных выше значениях N_0 , f , L и $H_0 = 100 \text{ м}$ число $Bu \approx 10^{-4}$ и, следовательно, для определения инкремента роста мы можем воспользоваться нашими расчетами, которые проводились при таких значениях числа Бургера. Оценим время образования четных неустойчивых мод, рассчитанных при $Bu = 10^{-4}$, $Pr = 20$, $R = 10$. Для этих значений параметров получено: $c_1 = 1.05$, $c_2 = 0.6$ при $k = 10$. От-

сюда следует, что время образования неустойчивой моды с таким волновым числом равно $T \sim 660$ сут. Если исключить в данном случае строгое неравенство, которое налагается на величину вертикального сдвига скорости (см. раздел Приложение), положив $s \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$, то можно получить для нечетных решений более быстрое время образования неустойчивых мод с фазовой скоростью, превышающей скорость течения, при $Bu = 10^{-4}$, $Pr = 1$, $R = 10$: $c_2 \approx 0.1$, $k = 20$: $T \sim 330$ сут, что лучше оценок, полученных в [22].

б) Бароклинные неустойчивые возмущения, $c_1 < 1$. Для оценки времени образования неустойчивых мод, обусловленных бароклиной неустойчивостью, будем опираться на максимально растущую моду (четные решения), которая соответствует $Bu^{1/2}k \approx 2$ для широкого фронта ($Bu = 10^{-4}$, $Pr = 1$, $L = 2 \cdot 10^5 \text{ м}$, $k = 200$, $c \approx 0.6 + i \cdot 0.2$). Оценка времени образования неустойчивой моды при $s \sim 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ будет равна приблизительно 100 сут.

Легко видеть, что все приведенные оценки соответствуют области применимости модели, так как число Кибеля–Россби для рассмотренных масштабов возмущений значительно меньше единицы.

Завершая данный раздел, отметим три важных обстоятельства. Первое. Относительно большое время образования крупномасштабных интрузий на широких фронтах обусловлено ограничением на величину вертикального линейного сдвига. Естественно ожидать, что сдвиг течения с вертикальным параболическим профилем скорости в океане может не удовлетворять ограничению $s \ll N_0^2 / (2fL)$. Для того чтобы избежать такого ограничения необходимо анализировать уравнение (1). Однако, учитывая, что в верхнем слое ГПВ скорости геострофических течений малы, вертикальный сдвиг скорости течения в этом слое может лишь незначительно превышать те оценки линейного сдвига, на основе которых рассчитывались инкременты роста неустойчивых мод для широких фронтов. Второе. Интрузии в верхнем слое ГПВ, согласно анализу эмпирических данных [6], наблюдались не только в поле солёности и температуры, но и в поле плотности, поэтому они не являются скомпенсированными по плотности аномалиями температуры и солёности, которые в англоязычной литературе называют спайсами (spices) [24–26]. Чаще всего спайсы наблюдаются в верхнем перемешанном слое океана [24]. Теоретическое описание образования спай-

сов можно найти, например, в работах [26–28]. Третье. Согласно [6] наклоны интрузий к горизонтали в верхнем слое ГПВ в направлении, поперечном фронту, превышали соответствующие наклоны изопикнических поверхностей, что могло свидетельствовать о неустойчивости длинных возмущений (пункт «а» данного раздела). Для более точного определения механизмов образования интрузий в верхнем слое ГПВ необходимы дополнительные натурные исследования, на основе которых можно будет получить информацию о когерентности и наклонах интрузий в направлении вдоль течения (или вдоль фронтального раздела).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрена спектральная задача типа Орра–Зоммерфельда для описания устойчивых и неустойчивых возмущений океанских геострофических течений с линейным вертикальным сдвигом скорости. Представлены расчеты собственных значений, инкрементов роста неустойчивых мод и собственных функций максимально растущих возмущений. Расчеты проводились в широком диапазоне пространственных масштабов возмущений и при различных значениях чисел Прандтля, Бургера и Пекле.

На основе численных решений получено:

а) фазовая скорость неустойчивых возмущений зависит от волнового числа k , причем неустойчивость течения наблюдается в широком диапазоне горизонтальных масштабов: существуют неустойчивые длинноволновые моды с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость течения, которая подробно изучалась в работах [9–11], неустойчивые моды на масштабах радиуса Россби и коротковолновые возмущения с масштабами, значительно меньшими радиуса Россби, обусловленные, вероятно, неустойчивостью критического слоя, возникающей благодаря вертикальной диффузии массы и импульса; такие возмущения можно отнести к субмезомасштабным структурам;

б) существует высокая корреляция между инкрементами роста неустойчивых коротковолновых мод и значениями чисел Прандтля и Пекле; неустойчивые возмущения характеризуются сложной вертикальной структурой и квазипериодической изменчивостью по вертикали.

В работе представлен подробный анализ полученных результатов.

Результаты моделирования применяются для оценивания времени образования крупномасштабных интрузий в Арктическом бассейне, наблюдающихся в условиях абсолютно устойчивой стратификации.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Уравнение (1') получено из уравнения (1) при условии $\eta \ll 1$, которое является достаточно жестким ограничением области применения рассмотренной модели. Однако в некоторых случаях описания волновых возмущений в зонах широких фронтальных течений в океане ($Bu \ll 1$), ограничение на вертикальный сдвиг геострофической скорости может быть менее жестким, чем неравенство $\eta \ll 1$. Для того чтобы показать это, подставим в уравнение (1) решение в виде $p = \tilde{F}(z, y)e^{ik(x-ct)}$ и для простоты выкладок положим $\mu = 0$. Уравнение (1) при $Pr = 1$ примет следующий вид:

$$(1 - z^2 - c) \left(\frac{\partial^2 \tilde{F}}{\partial z^2} + Bu \cdot (1 + \eta y) (-k^2 \cdot \tilde{F} + \frac{\partial^2 \tilde{F}}{\partial y^2}) \right) + 2\tilde{F} = \frac{1}{ikR} \left(\frac{\partial^4 \tilde{F}}{\partial z^4} + Bu(1 + \eta y) (-k^2 \frac{\partial^2 \tilde{F}}{\partial z^2} + \frac{\partial^4 \tilde{F}}{\partial z^2 \partial y^2}) \right). \quad (8)$$

Граничными условиями для уравнения (8) являются условия (6)–(7) (см. раздел 2), переписанные относительно функции $\tilde{F}(z, y)$.

Пусть $Buk^2 \ll 1$ и $k \gg 1$. В этом случае уравнение (8) можно упростить, переписав его в виде:

$$(1 - z^2 - c) \left(\frac{\partial^2 \tilde{F}}{\partial z^2} - Bu \cdot k^2 (1 + \eta y) \tilde{F} \right) + 2\tilde{F} = \frac{1}{ikR} \left(\frac{\partial^4 \tilde{F}}{\partial z^4} - Buk^2 (1 + \eta y) \frac{\partial^2 \tilde{F}}{\partial z^2} \right). \quad (9)$$

Будем искать решения этого уравнения как разложение в ряд по параметру $\tilde{\delta}^2 = Buk^2 \ll 1$:

$$\tilde{F} = \tilde{F}_0 + \tilde{\delta}^2 \tilde{F}_1 + \tilde{\delta}^4 \tilde{F}_2 + \dots \quad (10)$$

Уравнение (9) соответствует следующей цепочке уравнений:

$$(1 - z^2 - c) \left(\frac{\partial^2 \tilde{F}_0}{\partial z^2} \right) + 2\tilde{F}_0 = \frac{1}{ikR} \left(\frac{\partial^4 \tilde{F}_0}{\partial z^4} \right), \quad (11a)$$

$$(1 - z^2 - c) \left(\frac{\partial^2 \tilde{F}_{n+1}}{\partial z^2} - (1 + \eta y) \tilde{F}_n \right) + 2\tilde{F}_{n+1} = \frac{1}{ikR} \left(\frac{\partial^4 \tilde{F}_{n+1}}{\partial z^4} - (1 + \eta y) \frac{\partial^2 \tilde{F}_n}{\partial z^2} \right), \quad (116)$$

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Учитывая, что каждый член разложения (10) должен удовлетворять граничному условию (3), решения уравнений (11) можно искать в виде функций $\tilde{F}_l(z, y) = \sin(\pi y)(1 + \eta y)^l \phi_l(z)$ ($l = 0, 1, 2, \dots$). Отсюда следует, что уравнения (11) можно свести к цепочке обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $\phi_l(z)$. Если ограничиться первым членом ряда с учетом влияния на динамику возмущений завихренности (см. [11]), то решение задачи (5)–(7) с большой точностью при $\text{Вук}^2 \ll 1$ и $k \gg 1$ будет равно $\phi_0(z)$. Таким образом, при описании на широких фронтах возмущений определенного масштаба, модель (5)–(7) может быть корректна и при $\eta \sim 1$.

Источники финансирования. Вывод уравнения модели и анализ численных расчетов был выполнен в рамках государственного задания Института океанологии РАН (тема № 0149-2019-0003); анализ применения результатов моделирования к описанию интрузий в Арктике (разделы 4а, 4в, 4г, 4д и 5), выполненный Журбас Н.В., поддерживался Российским научным фондом (проект № 17-77-10080).

Благодарности. Авторы признательны анонимным рецензентам за полезные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Stern M.E. Lateral mixing of water masses // Deep Sea Res. 1967. Part A. V. 14. P. 747–753.
2. Журбас В.М., Кузьмина Н.П., Кульша О.Б. Численное моделирование ступенчатого расслоения главного термоклина океана при вырождении термохалинных интрузий солевыми пальцами (численный эксперимент) // Океанология. 1987. Т. 27. № 3. С. 377–383.
3. Кузьмина Н.П., Родионов В.Б. О влиянии бароклинности на образование термохалинных интрузий в океанских фронтальных зонах // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1992. Т. 28. № 10–11. С. 1077–1086.
4. Журбас В.М., Кузьмина Н.П., Озмидов Р.В., Голенко Н.Н., Пака В.Т. О проявлении процесса субдукции в термохалинных полях вертикальной тонкой структуры и горизонтальной мезоструктуры во фронтальной зоне Азорского течения // Океанология. 1993. Т. 33. № 3. С. 321–326.
5. Rudels B., Bjork G., Muench R.D., Schauer U. Double-diffusive layering in the Eurasian Basin of the Arctic Ocean // J. Mar. Syst. 1999. V. 21 (1–4). P. 3–27.
6. Kuzmina N., Rudels B., Zhurbas V., Stipa T. On the structure and dynamical features of intrusive layering in the Eurasian Basin in the Arctic Ocean // J. Geophys. Res. 2011. V. 116. C00D11. doi: 10.1029/2010JC006920.
7. Kuzmina N.P., Zhurbas V.M. Effects of Double Diffusion and Turbulence on Interleaving at Baroclinic Oceanic Fronts // J. Phys. Oceanogr. 2000. V. 30. P. 3025–3038.
8. Kuzmina N.P., Lee J.H., Zhurbas V.M. Effects of turbulent mixing and horizontal shear on double-diffusive interleaving in the Central and Western Equatorial Pacific // J. Phys. Oceanogr. 2004. V. 34. P. 122–141.
9. Кузьмина Н.П. Об одной гипотезе образования крупномасштабных интрузий в Арктическом бассейне // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2016. Т. 9. № 2. С. 15–26.
10. Kuzmina N.P. Generation of large-scale intrusions at baroclinic fronts: an analytical consideration with a reference to the Arctic ocean // Ocean Science. 2016. V. 12. P. 1269–1277. doi: 10.5194/os-12-1269-2016.
11. Кузьмина Н.П., Скороходов С.Л., Журбас Н.В., Лыжков Д.А. О неустойчивости геострофического течения с линейным вертикальным сдвигом скорости на масштабах интрузионного расслоения // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54. № 1. С. 54–63.
12. Cushman-Roisin B. Introduction to the Geophysical Fluid Dynamics. Englewood Cliffs. N.J.: Prentice Hall, 1994. 320 p.
13. Скороходов С.Л. Численный анализ спектра задачи Орра–Зоммерфельда // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2007. Т. 47. № 10. С. 1672–1691.
14. Скороходов С.Л. Точки ветвления собственных значений оператора Орра–Зоммерфельда // ДАН. 2007. Т. 416. № 5. С. 600–605.
15. Скороходов С.Л., Кузьмина Н.П. Эффективный метод решения модифицированной задачи Орра–Зоммерфельда для анализа неустойчивости течений в Арктическом бассейне // Таврический вестник информатики и математики. 2016. № 3. С. 88–97.
16. Скороходов С.Л., Кузьмина Н.П. Аналитико-численный метод решения задачи типа Орра–Зоммерфельда для анализа неустойчивости течений в океане // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2018. Т. 58. № 6. С. 976–992.
17. Журбас Н.В. О спектрах собственных значений в модельной задаче описания образования крупномасштабных интрузий в Арктическом бассейне (на англ. яз.) // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2018. Т. 11. № 1. С. 40–45.

18. *Eady E.T.* Long waves and cyclone waves // *Tellus*. 1949. V. 1 (3). P. 33–52.
19. *Charney J.G.* The Dynamics of Long Waves in a Baroclinic Westerly Current // *Journ. of Meteorology*. 1947. V. 4. № 5. P. 135–162.
20. *Miles J.W.* Effect of Diffusion on Baroclinic Instability of the Zonal Wind // *J. Atmos. Sci.* 1965. V. 22. P. 146–151.
21. *Merryfield W.J.* Intrusions in Double-Diffusively Stable Arctic Waters: Evidence for Differential mixing? // *J. Phys. Oceanogr.* 2002. V. 32. P. 1452–1439.
22. *Кузьмина Н.П., Журбас Н.В., Емельянов М.В., Пыжевский М.Л.* Применение моделей интерливинга для описания интрузионного расслоения на фронтах глубоководной полярной воды Евразийского бассейна (Арктика) // *Океанология*. 2014. Т. 54. С. 594–604.
23. *Aagaard K.* On the deep circulation of the Arctic Ocean // *Deep Sea Res.* 1981. Part A. V. 28. P. 251–268.
24. *Schmitt R.* Spice and the Demon // *Science*. 1999. V. 283. P. 498–499.
25. *Kuzmina N., Rudels B., Stipa T., Zhurbas V.* The Structure and Driving Mechanisms of the Baltic Intrusions // *Journal of Physical Oceanography*. 2005. V. 35. № 6. P. 1120–1137.
26. *Калашник М.В.* О квазигеострофической динамике стратифицированной двухкомпонентной среды (океан) // *Океанология*. 2012. Т. 52. № 1. С. 5–13.
27. *Ингель Л.Х., Калашник М.В.* Нетривиальные особенности гидротермодинамики морской воды и других стратифицированных растворов // *УФН*. 2012. Т. 182. № 4. С. 379–406.
28. *Калашник М.В., Ингель Л.Х.* Геострофическое приспособление и фронтогенез в стратифицированных в двухкомпонентных средах // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2006. Т. 42. № 4. С. 554–565.

Description of the Perturbations of Oceanic Geostrophic Currents with Linear Vertical Velocity Shear Taking into Account Friction and Diffusion of Density

N. P. Kuzmina¹, S. L. Skorokhodov², N. V. Zhurbas¹, D. A. Lyzhkov¹

¹*Shirshov Institute of Oceanology, RAS*

Nahimovskiy Prospekt, 36, 117997 Moscow, Russia

²*Federal Research Center "Computer Science and Control", RAS*

ul. Vavilova, 44, 119333 Moscow, Russia

e-mail: kuzmina@ocean.ru; sskorokhodov@gmail.com

Received: 19.07.2018

Accepted: 28.11.2018

A spectral problem of Orr-Sommerfeld type for describing stable and unstable disturbances of oceanic geostrophic flows with linear vertical velocity shear is considered. Calculations of eigenvalues, increments of growth rate of unstable modes, and eigenfunctions of the fastest growing disturbances are presented. It is found that the instability of the flow is observed over a wide range of horizontal scales: in addition to long-wave perturbations with a phase velocity exceeding the maximum flow velocity and perturbations with scales of the Rossby radius, short-wave modes with scales much smaller than the Rossby radius (submesoscale structures) exist. The results of the model are used to describe intrusions in the Arctic basin, which are observed under conditions of absolutely stable stratification.

Keywords: fronts, instability of geostrophic currents, friction, diffusion of buoyancy, eigenvalue problem, intrusions in the Arctic basin.