

УДК: 531.38, 532.5, 551.510, 551.435.7

## МОДЕЛЬ УСТАНОВЛЕНИЯ НАВЕТРЕННОГО СКЛОНА ЭОЛОВОЙ ФОРМЫ РЕЛЬЕФА

© 2019 г. Е. А. Малиновская

*Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН*

*Россия, 119017, Москва, Пыжевский пер., 3*

*Северо-Кавказский федеральный университет,*

*Институт математики и естественных наук*

*Россия, 355009, Ставрополь, ул. Пушкина, 1*

*E-mail: elen\_am@inbox.ru*

Поступила в редакцию 18.06.18 г.

Принята к печати 28.11.18 г.

Модель установления наветренного склона при воздействии воздушного потока построена на основе анализа состояния слоя, составленного из песчаных несвязных частиц. Предполагается, что ветровой вынос отдельных частиц такого слоя приводит к изменению его протяженности за счет перекачивания и неподвижности более крупных частиц. Учет осаждающихся сальтирующих частиц дает представление о причинах чередования слоев крупных частиц со слоями более мелких, участвующих в ветропесчаном переносе. В предположении линейной зависимости динамической скорости от высоты расположения на наветренном склоне получены формы наветренного склона, близкие к наблюдаемым. Предложен алгоритм для определения линейного коэффициента изменения динамической скорости. Расчет относительного изменения на различных уровнях наветренного склона значений параметра шероховатости и масштаба ламинарного слоя позволили оценить коэффициент сопротивления поверхности.

**Ключевые слова:** эоловые формы рельефа, сальтация, отрыв частицы ветром, механизмы отрыва, перекачивание частицы.

**DOI:** <https://doi.org/10.31857/S0002-351555286-95>

### ВВЕДЕНИЕ

Процессы взаимодействия на границе атмосферы и почвы приводят к ветровой эрозии, загрязнению атмосферы частицами поверхности техногенного происхождения, влияют на опустынивание и эродированность почв [1] и должны учитываться при разработке палеогеографических сценариев [2].

Периодические деформации — эоловые волновые формы рельефа различного масштаба. Их можно разделить на две группы в зависимости от геометрических размеров и масштабов динамических процессов при их образовании: эоловые макроформы (дюны, гряды, барханы и барханские гряды) и эоловые микроформы (эоловая рябь или рифели и микрорябь) [3]. Рельеф на малых масштабах влияет на режимы ветрового выноса [4], на циркуляцию в пограничном слое над опустыненными территориями [5].

Как показано в [6], в соответствии с моделью Багнольда, эоловые формы рельефа формируются в виде нерегулярных песчаных структур в целом за счет сальтирующих частиц. Срывающиеся ветром частицы переносятся на расстояние, равное длине сальтации. С подветренной стороны появляется «тень» — ловушка для частиц. За счет различия в процессах с противоположных сторон структуры происходит ее движение. Высота ряби ограничена, что определяется значениями скорости ветра и размерами частиц. В соответствии с моделью Шарпа [6] высота ряби не зависит напрямую от длины и высоты сальтаций, как у Багнольда. На наветренной стороне процессы перемещения частиц влияют на осыпание частиц с подветренной стороны при критическом угле наклона. Увеличение структуры приводит к тому, что при определенной ее высоте частицы полностью выносятся с вершины, что ограничивает ее рост. В соответствии с представлениями Багнольда рост структуры ограничивает длина сальтации. В модели Шарпа угол подветренного

склона определяет размер ряби. В обеих моделях сальтации частиц играют ключевую роль.

Одной из важных характеристик процесса ветрового выноса пылевых и песчаных частиц является критическая или пороговая скорость ветра — та скорость воздушного потока над подстилающей поверхностью, при которой возможен отрыв частицы от поверхности [7–13].

Для песчаной поверхности изменение скорости ветра  $u(z)$  с высотой над ламинарным подслоем можно описывать как [13]:

$$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{1}{\chi} \ln\left(\frac{9u_* z}{\nu}\right), \quad (1)$$

где  $\chi = 0.4$  — постоянная Кармана,  $u_*$  — динамическая скорость,  $\nu$  — кинематическая вязкость.

Можно выделить три механизма ветрового выноса частицы [14]:

- 1) механизм вертикального выноса неподвижной частицы поверхности под влиянием ветра;
- 2) механизм перекачивания частицы граничного слоя (выход частицы из положения равновесия);
- 3) механизм выноса подвижной частицы граничного слоя под действием ветра.

Песчаные частицы частично или полностью погружены в ламинарный подслой, высота которого определяется масштабом  $\delta_v$  [6, 7]:

$$\delta_v = \frac{\nu}{u_*}, \quad (2)$$

где  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости воздуха. Параметр шероховатости  $z_0$  и коэффициент сопротивления  $C_f$  связаны между собой зависимостью [13]

$$z_0 = R \cdot e^{-\frac{\chi}{\sqrt{C_f}}}, \quad (3)$$

где  $R = 0.4$  м — диаметр аэродинамической трубы, в которой проводились измерения.

Внутренняя структура эоловых форм рельефа, полученная с использованием наземного проникающего радиолокатора (GPR), представлена на рис. 1. В процессе формирования слоев в глубине эоловой формы рельефа определяется косая слоистость с отражающими поверхностями [17]. Как показали пробы, взятые в [17], сигнал OSL (метод оптически стимулированной люминесценции, основанный на измерении доз от ионизирующего излучения) отражает частицы размерами от 180 до 211 мкм. Один слой со-

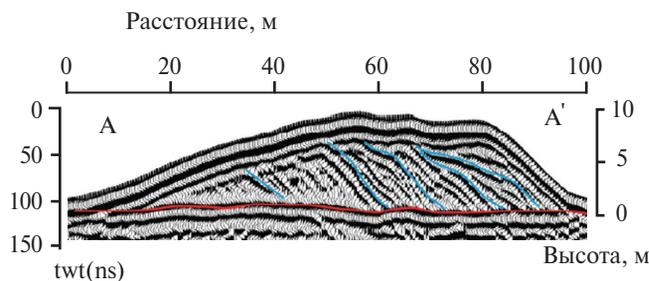


Рис. 1. Внутренняя структура ряби.

стоит из более крупных частиц (светлый фон), затем слой более мелких частиц (темный фон), далее — вновь слой более крупных и т. д.

В [3] рассматривается схема изменения давления на дюне и изменения характера движения ветра (направления и скорости) в разных ее частях. По утверждению авторов эоловые формы рельефа обладают характерными геометрическими параметрами в связи с тем, что именно при таких условиях наблюдается минимальное сопротивление потоку воздуха.

Рассмотрим три варианта модели формирования наветренного склона при воздействии воздушного потока на отдельные частицы слоя. В первом приближении предполагаем, что все частицы выносятся за пределы рассматриваемой области и не влияют на процесс формирования. Далее учитываем осаждение частиц на основе представления о сальтациях частиц. На третьем этапе вносится предположение об изменении скорости воздушного потока у поверхности при движении вверх по наветренному склону. Это позволит связать процессы в воздушной среде и сыпучей среде в единой модели.

Рассмотрим модель динамики изменения эоловых форм рельефа, построенную на уровне слоев без детализации до отдельных песчаных частиц.

**1. Модель формирования наветренного склона при воздействии воздушного потока на отдельные слои.** Будем считать, что песчаные частицы, расположенные на одном уровне, образуют протяженный элемент слоя, который обладает следующими свойствами.

1. Состоит из несвязных частиц.
2. На верхние элементы слоя воздействует воздушный поток.
3. Устойчивость верхнего элемента ветровому воздействию обеспечивают объемные силы вязкого трения, силы сцепления и силы тяготения, действующие на отдельные частицы [14], а также силы, возникающие за счет

воздействия сальтирующих падающих на поверхность частиц [18].

4. Частицы верхнего элемента слоя могут находиться в одном из трех состояний: быть неподвижными, перекачиваться, отрываться от поверхности.
5. Отрыв частиц верхнего элемента слоя уменьшает его протяженность, открывая ветровому воздействию нижележащий элемент слоя.
6. В результате ветрового выноса более мелких частиц формируется слой относительно крупных перекачиваемых частиц, который состоит из совокупности протяженных элементов верхнего слоя.

Учет различных механизмов ветрового выноса частиц поверхности в предположении, что частицы выносятся за пределы рассматриваемой области, позволяет построить следующую схему изменения протяженности элементов слоя на разной высоте эоловой формы рельефа. Предполагаем, что поверхность состоит из частиц одинакового размера правильной формы. При ветровом воздействии некоторая доля частиц  $k$  верхнего слоя выносятся, а оставшиеся перекачиваются по поверхности нижнего слоя до препятствия в виде площадки, сформированной из неподвижных частиц, образуя протяженный элемент слоя. Это происходит за время нахождения вне поверхности первых поднятых сальтирующих частиц. В результате получаем два элемента слоя, открытых ветровому воздействию. Предполагаем, что доля перекачиваемых частиц в каждом элементе слоя остается неизменной. Тогда из двух открытых элементов слоя (нижнего и верхнего) выносятся с поверхности  $1 - k$  доля частиц. Остальные перекачиваются, образуя протяженные элементы слоя. Длина каждого нового элемента слоя будет составлять долю  $k$  от его оторванной части в предыдущий момент времени. Так происходит дальше до тех пор, пока не сформируется песчаная структура, состоящая из нескольких элементов слоя.

Опишем схемой этот процесс математически, приняв за  $x$  длину слоя.

На 1-м шаге через некоторое время  $\Delta t$  протяженность верхнего слоя меняется следующим образом:

$$x(t_0, z_0) \rightarrow x(t_1, z_0) = k \cdot x(t_0, z_0),$$

где  $x(t_0, z_0)$  — протяженность верхнего слоя в начальный момент времени  $t_0$  на высоте  $z_0$ . Че-

рез интервал времени  $\Delta t = t_1 - t_0$  протяженность слоя меняется и становится равной  $x(t_1, z_0)$ , что составляет долю  $k$  от его протяженности в момент времени  $t_0$ . В результате воздушный поток будет воздействовать на два слоя для участка с длинами  $x(t_1, z_0)$  и  $x(t_1, z_0) - x(t_1, z_1)$ .

На 2-м шаге для двух элементов слоев получаем:

$$x(t_1, z_0) \rightarrow x(t_2, z_0) = k^2 \cdot x(t_0, z_0),$$

$$x(t_1, z_1) \rightarrow x(t_2, z_1) = x(t_1, z_1) - k \cdot (x(t_1, z_1) - x(t_1, z_0))$$

Аналогично, на третьем шаге для трех элементов слоев:

$$x(t_2, z_0) \rightarrow x(t_3, z_0) = k^3 \cdot x(t_0, z_0),$$

$$x(t_2, z_1) \rightarrow x(t_3, z_1) = x(t_2, z_1) - k \cdot (x(t_2, z_1) - x(t_2, z_0)),$$

$$x(t_2, z_2) \rightarrow x(t_3, z_2) = x(t_2, z_2) - k \cdot (x(t_2, z_2) - x(t_2, z_1)).$$

...

На  $i$ -м шаге для каждого  $j$ -ого слоя итоговое выражение:

$$x(t_{i-1}, z_0) \rightarrow x(t_i, z_0) = k^i \cdot x(t_0, z_0),$$

$$x(t_{i-1}, z_1) \rightarrow x(t_i, z_1) = x(t_{i-1}, z_1) - k \cdot (x(t_{i-1}, z_1) - x(t_{i-1}, z_0)),$$

...

$$x(t_{i-1}, z_j) \rightarrow x(t_i, z_j) = x(t_{i-1}, z_j) - k \cdot (x(t_{i-1}, z_j) - x(t_{i-1}, z_{j-1})).$$

Здесь  $t_i$  — моменты времени в дискретной модели,  $z_i$  — глубина слоя эоловой структуры.

Исходя из предложенной схемы, при  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $\Delta x = x(t_i, z_j) - x(t_{i-1}, z_j) \rightarrow 0$  а также при  $\Delta z \rightarrow 0$ ,  $\Delta x = x(t_i, z_j) - x(t_i, z_{j-1}) \rightarrow 0$ . Для элемента слоя частиц минимальной величиной является средний радиус частиц  $\langle r \rangle$ , а минимальной величиной времени, соответствующей масштабу частицы, — среднее значение времени отрыва  $t_p$  частицы от поверхности. Отсюда следует уравнение в форме:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -k \frac{\langle r \rangle}{t_p} \frac{\partial x}{\partial z}. \quad (4)$$

Уравнение (4) представим в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \chi}{\partial \tau} = -k \frac{\partial \chi}{\partial \xi},$$

где  $\chi = \frac{x}{\langle r \rangle}$ ,  $\xi = \frac{z}{\langle r \rangle}$ ,  $\tau = \frac{t}{t_p}$ . Для уравнения (4)

можно найти решение в виде:

$$\chi(\tau, \xi) = A \exp\left(\lambda \tau - \frac{\lambda}{k} \xi\right).$$

Примем во внимание начальные условия, предполагая, что первоначально верхний слой имеет длину  $\chi_0$ , а частицы слоя отрываются одновременно. Следовательно,  $t_p$  — время отрыва доли частиц  $k$  элемента слоя и

$$\chi(\tau_0, \xi) = T(0) Z(\xi) = \chi_0.$$

$$\chi(\tau, \xi_0) = T(\tau) Z(\xi_0) = k^\tau \chi(\tau_0, \xi_0) = k^\tau \chi_0.$$

Таким образом, получаем решение:

$$\chi(t, z) = \chi_0 k^{\tau - \frac{\xi - \xi_0}{k}}. \quad (5)$$

На рис. 2 показана характерная форма наветренного склона в моменты времени:  $t = 15t_p$  для значений  $k = 0.8$  и  $k = 0.4$ .

Как видно, формируются склоны на глубине ниже середины с углом наклона около  $10^\circ$  при  $k = 0.8$ , что близко к наблюдаемым в эоловых структурах геометрическим характеристикам [12]. Отметим, что в соответствии с (5) угол наклона у самой вершины представляется слишком крутым, поэтому процессы осыпания будут уменьшать высоту эоловой формы и угол при вершине.

Таким образом, модель формирования наветренного склона без учета осаждения вынесенных частиц позволяет предполагать, что определяющим механизмом в процессах структурирования эоловой формы рельефа является наличие нескольких сценариев отрыва частицы от повер-

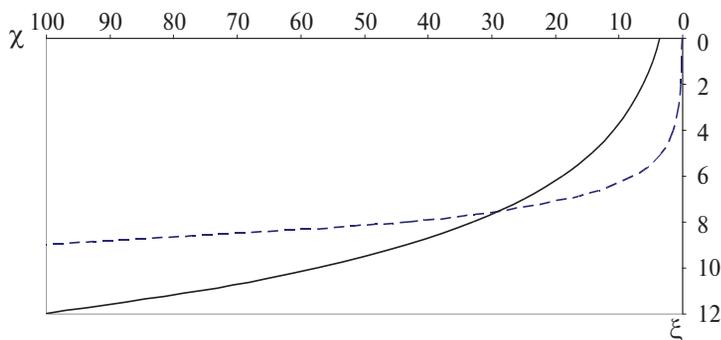
ности. Именно тот факт, что часть частиц отрывается от поверхности, а остальные перекапываются, определяет особенности формы наветренного склона.

**2. Уточнение модели с учетом осаждения сальтирующих частиц. Периодичность слоев внутри дюн.** При построении модели (4) считалось, что происходит ветровой вынос частиц за пределы рассматриваемой области. Однако в реальных условиях немаловажным является учет осаждения частиц в результате, в частности, сальтаций.

Пусть  $n_1$  — число падающих сальтирующих частиц,  $n_2$  — число выносимых воздушным потоком частиц, тогда относительный прирост частиц  $\Delta n = n_1 - n_2$ . Доля частиц  $k'$ , оставшихся в результате такого перемешивания на поверхности из числа  $N$ , лежащих в верхнем слое частиц:

$$k' = \frac{n_1 - n_2}{N} = k_1 - k_2, \quad (6)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  доли частиц падающих и отрываемых ветром от поверхности. Доля выносимых воздушным потоком частиц  $1 - k$ . При  $0.1 \leq k' \leq 1$  можно считать, что подходит модель, предложенная в предыдущем разделе. Если предположить, что за время  $T$  нахождения сальтирующей частицы вне поверхности вынесено  $\lambda$  элементов слоев, расположенных на разной высоте, то  $T = \lambda \Delta t$ . За это время не происходит осаждение, поэтому модель формирования наветренного склона из предыдущего раздела вполне приемлема. За время формируется наклоненная поверхность, состоящая из более крупных частиц. Длина наклоненной поверхности, состоящей из протяженных элементов слоя, больше одного протяженного слоя того же масштаба. Вынесенные за пределы частицы займут такой же объем после осаждения, однако толщина нового слоя будет меньше. Длина слоя увеличится на величину  $\frac{1}{\cos \alpha} - 1$ , где  $\alpha$  — угол наветренного склона, поэтому толщина нового



**Рис. 2.** Форма наветренного склона в момент времени  $t = 15t_p$  для участка слоя длиной  $100 \langle r \rangle$  до глубины  $12 \langle r \rangle$  для значений  $k = 0.8$  (сплошная линия) и  $k = 0.4$  (пунктирная линия).

слоя уменьшится на такую же величину. В результате при выносе частиц из измененного слоя задействуются новые более глубокие элементы.

Учет осаждения ранее поднятых с поверхности частиц позволяет объяснить причины периодического формирования слоев более крупных частиц внутри структуры. Это связано с тем, что именно крупные частицы перекатываются, образуя однородный слой. Его длина увеличивается за счет возникновения уклона поверхности. Сальтирующие частицы задействованы в процессах переноса, формируют промежуточный слой. С ростом эоловых форм рельефа высвобождаются новые частицы из глубин, что приводит к появлению нового слоя из крупных частиц.

При столкновении с препятствием в виде неоднородности или с другими частицами слоя, крупные частицы наклоненной поверхности могут оставаться неподвижными, создавая устойчивость слоя из более крупных частиц к воздействию ветра. Поэтому далее будет рассмотрен процесс формирования наветренного склона при условии замедления воздушного потока при движении вверх по склону.

**3. Модель формирования наветренного склона при воздействии воздушного потока на отдельные элементы слоя с учетом изменений профиля скорости ветра при движении вверх по склону в направлении движения ветра.** Известно, что при движении вверх по склону меняется профиль скорости ветра. Наличие препятствий для потока ветра, таких как песчаные дюны, приводит к перераспределению скорости и давления. Статическое давление постепенно уменьшается при движении вверх по наветренному склону, образуя уменьшающийся градиент давления. Этот ускоряющий поток компенсирует эффект вязкости, поэтому воздушный поток у поверхности замедляется. Движение воздуха в ламинарном слое сверху замедляется, следовательно, уменьшается доля отрываемых ветром частиц.

Из [6–13] известны зависимости для критических скоростей отрыва частиц от их размера. Также известны законы распределения частиц по размерам для разных территорий. Как правило, в естественных условиях логнормальный закон встречается существенно чаще. Тем не менее, для сальтирующих частиц их эмпирическое распределение по размерам имеет одномодовый характер с максимумом в области 60–75 мкм. В расчетах в дальнейшем в качестве аппроксимации будет использоваться нормальный закон

распределения (позволяющий получить аналитические результаты) [14]:

$$\Phi(r, a, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(r-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (7)$$

где  $\sigma^2 = 1.9 \cdot 10^{-10}$ ,  $a = 1 \cdot 10^{-4}$  м. Известны выражения для критической скорости динамического трения  $\Delta u_{*kp}$  (при которой происходит ветровой вынос частиц) от размера частицы  $r$ , которые в основном включают степенную зависимость [10, 11]. При аналитическом выводе зависимости доли отрываемых частиц от динамической скорости использована следующая формула [14]:

$$u_{k*} = A \sqrt{\frac{\sin \alpha \cdot C_a + \frac{4}{3} \pi g \rho_p r^2}{\rho r}},$$

где  $\rho_p$  — плотность частицы,  $\rho$  — плотность воздуха,  $\alpha$  — угол между центрами взаимодействующих частиц,  $C_a = 0.0024 \frac{H}{M}$ . Каждому интервалу

валу  $\Delta u_{*kp}$  соответствуют интервалы для радиусов частиц  $\Delta r$ . Исходя из соотношения (7), можно рассчитать долю выносимых частиц при некоторой динамической скорости

$$1 - k(u_*) = \frac{1}{\sigma N \sqrt{2\pi}} \int_{r(u_{*kp})}^{r(u_{*kp} + \Delta u_{*kp})} e^{-\frac{(r-a)^2}{2\sigma^2}} dr, \quad (8)$$

где  $1 - k(u_*)$  — доля отрываемых частиц,

$N = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} e^{-\frac{(r-a)^2}{2\sigma^2}} dr$  — общее количество ча-

стиц с характерными радиусами от  $r_{\min}$  до  $r_{\max}$ ,  $\sigma$  — среднеквадратическое отклонение. Значения для них взяты соответственно  $3 \cdot 10^{-5}$  и  $3 \cdot 10^{-4}$  м, значение  $\Delta u_{*kp}$  выбрано условно. На рис. 3 приведен график зависимости доли выносимых частиц от скорости ветра, исходя из (8). Из рисунка видно, что при небольших скоростях ветра порядка 4 м/с на высоте 1 м отрывается 20% частиц, а при 5 м/с — 90% частиц.

Исходя из результатов расчета (8) с использованием аппроксимации для двух близких к линейным участков кривой на рис. 3 получены коэффициенты, определяющие углы наклона этих прямых. Приближенно можно считать, что двух интервалов скоростей ветра (от 4 до 4.5 и от 4.5 до 5.2 м/с) характерны две разные линейные зависимости изменений процента отрываемых частиц от скорости ди-

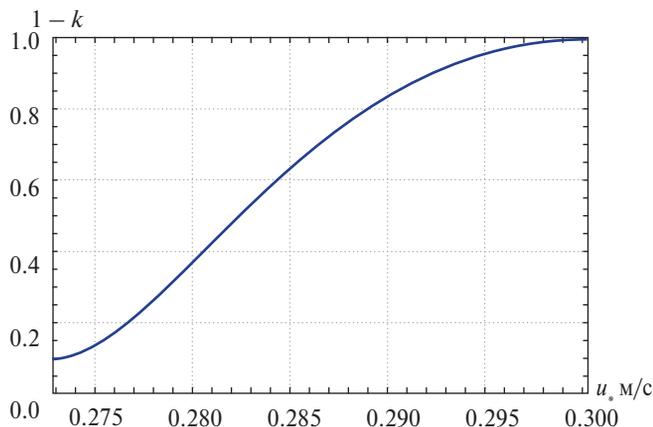


Рис. 3. Зависимость доли отрываемых частиц от динамической скорости  $u_*$ .

динамического трения, которые можно представить как

$$1 - k(u_*) = \begin{cases} 46.0 \cdot u_* - 12.0 & \text{при } u_* \in (0.26; 0.28), \\ 7.85 \cdot u_* - 1.35 & \text{при } u_* \in (0.28; 0.3). \end{cases} \quad (9)$$

Теперь примем во внимание тот факт, что при движении вверх по склону меняется профиль скорости ветра, а именно, ослабевает воздушный поток ближе к вершине. Для того чтобы увидеть, как это влияет на особенности формирования наветренного склона, предположим, что скорость потока уменьшается линейно от основания эоловой структуры к ее вершине, например, в соответствии с формулой:

$$u_*(z) = u_{*0} - \gamma z,$$

где  $\gamma$  — константа. Тогда, долю отрываемых частиц (8) определяем как:

$$k(u_*) = \begin{cases} 46.0 \cdot (u_{*0} - \gamma z) - 12.0 & \text{при } u_* \in (0.26; 0.28), \\ 7.85 \cdot (u_{*0} - \gamma z) + 1.35 & \text{при } u_* \in (0.28; 0.3). \end{cases} \quad (10)$$

Здесь  $u_{*0}$  — динамическая скорость у поверхности для горизонтальной поверхности.

Чтобы определить, как влияет ветер на скорость формирования и угол наклона наветренного склона, предположим, что коэффициент  $k$  линейно зависит от глубины слоя  $z$ :  $k = k_0 + \mu z$ . При  $z = 0$  доля отрываемых частиц равна  $k_0$ . При движении вниз по наветренному склону коэффициент меняется. Уравнение для протяженности элементов слоя примет вид:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -(k_0 + \mu z) \frac{\langle r \rangle}{t_p} \frac{\partial x}{\partial z}, \quad (11)$$

безразмерная форма:

$$\frac{\partial \chi}{\partial \tau} = -(k_0 + \mu \xi) \frac{\partial \chi}{\partial \xi}.$$

Получаем частное решение для тех же начальных и граничных условий:

$$\chi(\tau, \xi) = \chi_0 \left( \frac{\mu \xi + k_0}{\mu \xi_0 + k_0} \right)^{\frac{\lambda}{\mu}} e^{\lambda \tau},$$

$$\lambda = \frac{\tau \cdot \ln(k_0)}{\tau - \frac{1}{\mu} \ln \left( \frac{\mu \xi + k_0}{\mu \xi_0 + k_0} \right)}. \quad (12)$$

Выражение (12) определяет форму наветренного склона, близкую к наблюдаемой в природе. На рис. 4 представлены три варианта формы наветренного склона для трех значений  $k_0$ : 0,7; 0,5 и 0,3. Наиболее правдоподобной ситуацией является вариант при  $k_0$  от 0,5 до 0,7.

Таким образом, уточненная модель слоев дает наветренный склон соответствующий реальной форме, поэтому, вероятно, относительная доля срываемых частиц  $1 - k$  линейно меняется при движении вверх по склону.

Определим  $\gamma$ , зная долю отрываемых с поверхности частиц. При  $k = 0$  получаем точку равновесия. Обозначив в (10) константы соответственно  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , получим  $0 = A_1 \cdot u_{*0} - A_2 \cdot \gamma z_{k=0} - A_3$ , откуда

$$\gamma = \frac{A_1 \cdot u_{*0} - A_3}{A_2 \cdot z_{k=0}}, \quad (13)$$

Таким образом, предложенная модель, учитывающая изменения скорости воздушного потока у поверхности при движении вверх по наветренному склону, определяет форму наветренного склона, соответствующую наблюдаемой в природе. Возможно решение обратной задачи по определению изменения динамической скорости при движении вверх по склону на основе анализа особенностей геометрических характеристик наветренного склона.

**4. Оценка скорости движения подветренного склона.** Оценим скорость перемещения линии подветренного склона с учетом осыпания, которое происходит при превышении некоторого критического угла. Схожий процесс описывается моделью песчаной кучи [15]. Однако, в данном случае, она не стыкуется с концепцией слоев, так как описывает динамику для отдельных элементов.

Пусть на вершине эоловой структуры  $\Delta k = k_L - k > 0$ , где  $k$  — доля отрываемых частиц в данной точке,  $k_L$  — доля отрываемых частиц в точке на расстоянии, равном длине сальтации  $L$ . Тогда происходит увеличение числа частиц, а, следовательно, и высоты структу-

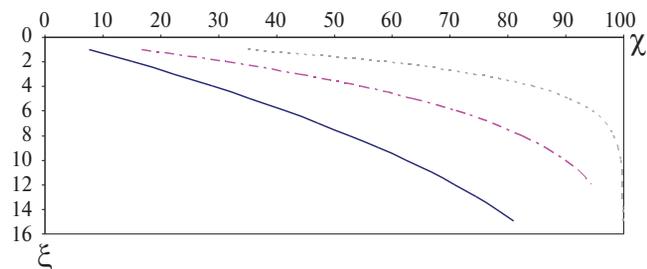


Рис. 4. Форма наветренного склона при разных значениях  $k_0$ : 0.7 (сплошная линия); 0.5 (пунктирная линия) и 0.3 (линия точками).

ры на вершине на величину  $\Delta z$ . Пусть критический угол наклона подветренного склона к горизонту  $\beta$ . Частицы, находящиеся в выделенном треугольнике на вершине (рис. 5), будут осыпаться вниз по склону (в силу идей о критическом угле наклона), равномерно заполняя полосу шириной  $\Delta x$ . Площадь этой полосы будет равна площади треугольника, в котором были заключены осыпающиеся частицы:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \Delta z^2 \Delta k^2 \cdot \operatorname{ctg} \beta = \frac{z_{str}}{\sin \beta} \Delta x \cdot$$

Отсюда

$$\Delta x = \frac{1}{2} \frac{\Delta z^2 \Delta k^2}{z_{str}} \cdot \cos \beta.$$

Тогда скорость смещения слоев подветренного склона определяем как

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\Delta k^2}{2} \cos \beta \left( 2\Delta z - \frac{\Delta z^2}{z_{str}^2} \right) \frac{\partial z}{\partial t}. \quad (14)$$

Из (11), учитывая линейную зависимость для  $z$  и  $u_*$ , а также принимая во внимание (13), получим формулу, аналогичную [16]:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = - \frac{z^3}{z_{\max}^3} \frac{k_0^3}{2 \cos \beta \left( 2\Delta z - \frac{\Delta z^2}{z_{str}^2} \right)} \frac{\partial x}{\partial z}. \quad (15)$$

Таким образом, скорость движения эоловой структуры связана со скоростью прироста массы на гребне (за счет процессов осаждения и выноса). Решение данной задачи необходимо для исследования процессов ветровой эрозии,

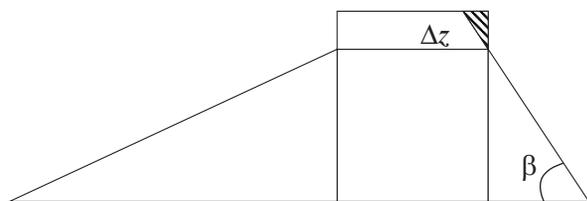


Рис. 5. Формирование подветренного склона.

а именно для уточнения задачи влияния рельефа на интенсивность ветрового выноса.

**5. Методика оценки изменения скорости воздушного потока при движении вверх по наветренному склону эоловых форм рельефа.** Для оценки изменения скорости воздушного потока при движении вверх по наветренному склону эоловых форм рельефа использовалась база радиолокационных снимков поверхности SRTM [21] (Shuttle Radar Topographic Mission — радарная топографическая съемка большей части территории земного шара), которая используется, в частности, в Google Планета Земля. Были подобраны территории, для которых можно не учитывать аккрецию и где малое количество осадков за год. Таким образом, были подобраны 5 территорий для исследования: (территории 1–3) Алжир, Ливия Объединенные Арабские Эмираты (пустыня Сахара), (территория 4) Граница США и Мексики (пустыня Сонора), (территория 5) Китай (пустыня Такла-Макан).

При этом также учитывалось, что:

- имеются исторические снимки за период от 4 лет (миграция крупных эоловых форм рельефа является относительно медленным процессом);
- виден эоловый рельеф, видны периодические структуры с длиной волны около 50–350 м (длину волны удобно подбирать, используя схему областей покрытия на рис. 6).

Будем считать, что

- 1) миграция дюн — относительно равномерный процесс;
- 2) дюны линейны и имеют двухскатную форму;
- 3) расстояние между гребнями дюн почти одинаковое по всей длине;
- 4) дюны обладают характерными углами наклонов наветренного и подветренного склонов.

Процесс определения изменения скорости воздушного потока при обтекании эоловых

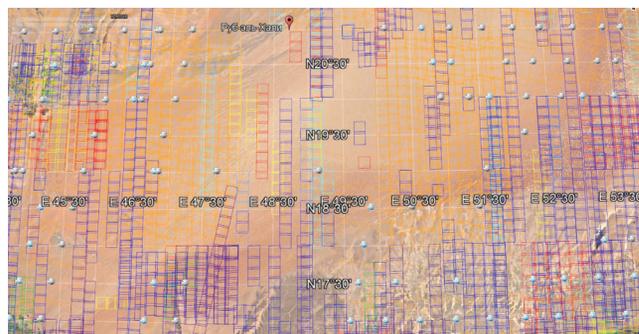


Рис. 6. Схема областей покрытия для спутниковых снимков.

форм рельефа на основе анализа данных миграции дюн предполагает проведение следующих пошаговых действий.

Шаг 1. Определяем 1) изменение координат расположения границы тени эоловой формы рельефа, очерчивающей вершину гребня  $\Delta x$ -линию вершины гребня, 2) изменение ширины тени, 3) расстояние между гребнями.

Шаг 2. Из формулы, учитывающей принцип движения эоловой формы рельефа за счет только процессов осыпания с подветренной стороны при избыточном количестве частиц на гребне определяем  $\Delta z'$  — изменение уровня по высоте при движении вниз по наветренному склону структуры при условии отсутствия выноса пыльного аэрозоля на гребне (при  $k = 1$ ), как

$$\Delta z' = \sqrt{2 \frac{z_{str}}{\text{tg}\beta} \Delta x}.$$

Эта формула дает информацию об изменении высоты структуры за счет процессов осыпания. Зная долю отрываемых частиц в точке на расстоянии одной сальтации от вершины, можно получить скорректированный вариант изменения высоты структуры.

Шаг 3. Определяем реальное изменение высоты структуры из непосредственных измерений или по длине тени, подветренного склона, как  $\Delta z = \Delta x \cdot \text{tg}\beta$ .

Шаг 4. Если на гребне эоловой структуры не происходит ветровой вынос, но только приток частиц, то все частицы, при превышении критического угла наклона, будут осыпаться с подветренной стороны, обеспечивая движение структуры. Реальное изменение высоты зависит от процента отрываемых частиц на расстоянии длины сальтации, откуда  $(1 - \Delta k) \Delta z' = \Delta z$ , и, следовательно,  $\Delta k = 1 - \frac{\Delta z}{\Delta z'}$ . Это позволяет

определить долю частиц, участвующих в процессах сальтационного перемешивания. Данная величина определяет долю частиц, отрываемых на гребне эоловой формы рельефа.

Шаг 5. Предполагая линейное изменение скорости воздушного потока у поверхности, при условии равновесия потоков падающих и выносимых ветром частиц с поверхности у основания эоловой формы рельефа:  $k = Au_{*0} + B\gamma z + C$ , получаем линейный коэффициент изменения скорости воздушного потока у поверхности.

На рис. 7 показаны результаты расчетов, выполненных для нескольких территорий с использованием цифровой модели рельефа, в соответствии с алгоритмом, представленным выше. Можно отметить уменьшение коэффициента  $\Delta k$  для более высоких эоловых форм рельефа. Для значений коэффициента  $\gamma$  на рис. 8 наблюдается степенное ( $\sim -1.1$ ) уменьшение с увеличением высоты структуры.

Изменение значений динамической скорости при движении вниз по наветренному склону для максимальных и минимальных значений  $\gamma$  представлены на рис. 9. Для уровня на 10 м ниже вершины получаем увеличение величины динамической скорости на 10%. Увеличение скорости воздушного потока может быть связано с присутствием в его составе песчаных частиц [14] в большем количестве, чем на вершине. Если считать, что на вершине параметр шероховатости  $z_0 = 0.002$  см [13], то динамическая скорость  $u_* = 0.25$  м/с [13]. Для уровня на 10 м ниже вершины  $u_* = 0.27$  м/с  $z_0 = 0.003$  см. Тогда масштаб высоты вязкого подслоя  $\delta_v$ , рассчитанный по (2), уменьшается до  $0.65 \cdot 10^{-5}$  м. Это означает, что для наветренного склона частицы близкие к среднему и большего размера не будут погружены полностью в ламинарный подслон [6]. Поэтому ветровой вынос на наветренном склоне эоловой формы рельефа может происходить за счет вертикальных конвективных потоков. Известно, что режим обтекания песчаной поверхности, покрытой рифелями, во время ветрового переноса песка является промежуточным [20]. На начальной стадии отрыва частиц режим обтекания поверхности не достигает развитого шероховатого режима и является переходным от гладкого к турбулентному [19].

Оценка значения по формуле (3) показывает, что на вершине коэффициент сопротивления  $C_f = 0.083$ , а на уровне на 10 м ниже по наветренному склону  $C_f = 0.069$ .

3D-модели эоловых форм рельефа позволяют уточнить плоское изображение, определить углы наклона поверхностей. Однако оценить высоту элементов рельефа относительно сложно. Необходимы неоднократные оценки с разных позиций.

Таким образом, с использованием радиолокационных снимков поверхности SRTM и анализа изменений эоловых форм рельефа можно

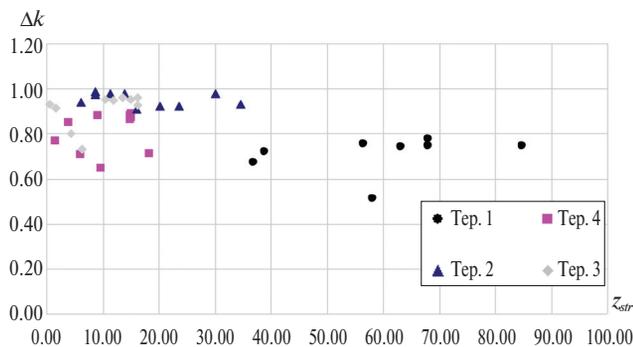


Рис. 7. Результаты расчетов коэффициента  $\Delta k$  для структур разной высоты от 10 до 100 м.

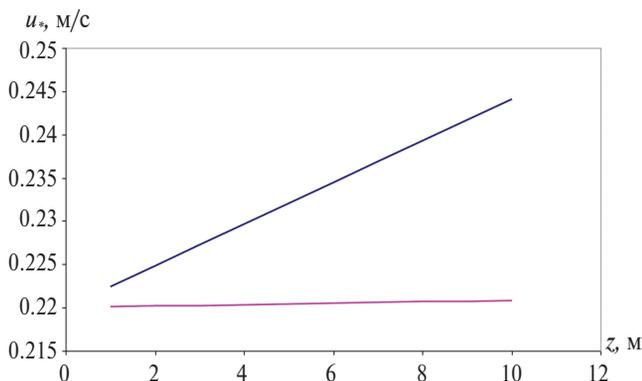


Рис. 9. Изменение динамической скорости  $u_*$  от уровня  $z$  при движении вниз по наветренному склону для минимального и максимального значений коэффициента  $\gamma$ .

оценить замедление динамической скорости при движении вверх по наветренному склону.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Воздушный поток воздействует на песчаные частицы верхнего слоя эоловой формы рельефа. Часть из них остается неподвижной, другие перекатываются, третьи выносятся. Анализ состояния верхнего слоя, составленного из песчаных несвязных частиц, дает представление о причинах изменения его протяженности. При изменении протяженности нескольких элементов слоя на различной глубине при их последовательном раскрытии формируется наветренный склон, угол наклона к горизонту для которого отличен от первоначального и близок к наблюдаемому в природе. Учет времени осаждения сальтирующих частиц в модели формирования наклоненной поверхности наветренного склона дает возможность объяснить особенности строения внутренней структуры эоловых структур. Длина линии наветренного склона в результате оказывается больше, поэтому слой, заполняемый осаждающимися сальтирующими частицами, станет тоньше. При повторном выносе частиц с измененной системой элементов

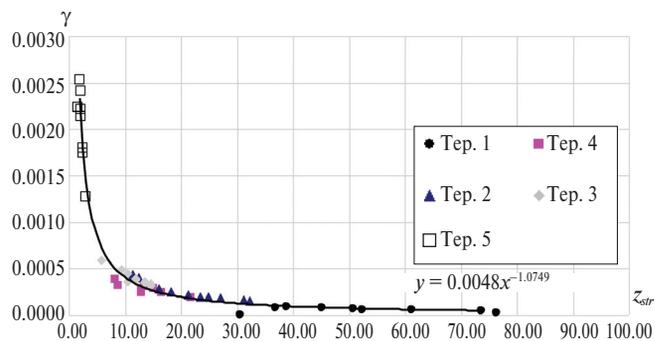


Рис. 8. Результаты расчетов коэффициента  $\gamma$  для структур разной высоты от 10 до 80 м.

слоя разного уровня будут задействованы новые более глубокие слои. Таким образом, произойдет чередование наклоненных слоев мелких и крупных частиц. В случае, когда процессы ветрового выноса рассматриваются в условиях рельефности, необходимо учитывать изменения скорости воздушного потока у поверхности. Для определенности принято, что происходит уменьшение  $u_*$  при движении вверх по наветренному склону. Этот вариант модели дал более правдоподобные результаты расчетов, соответствующие геометрическим характеристикам наветренного склона, наблюдаемого в природе, а именно,  $8-10^\circ$  к горизонту. Определен коэффициент линейного изменения динамической скорости в зависимости от высоты расположения на наветренном склоне. Предложена формула для оценки скорости перемещения линии подветренного склона. Предложена методика определения динамической скорости при движении вверх по склону на основе анализа геометрических характеристик эоловых форм. Показано, что ближе к вершине при увеличении размеров структур уменьшается отношение числа падающих частиц к числу оторванных. Коэффициент линейного замедления динамической скорости уменьшается с ростом структуры. Показано, что динамическая скорость меняется на 10% относительно уровня, расположенного на 10 м ниже вершины эоловой структуры.

**Источник финансирования.** Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 12.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Литвин Л.Ф. География эрозии почв сельскохозяйственных земель России. М.: Академкнига, 2002. 254 с.
2. Галай Б.Ф., Сербин В.В., Плахтюкова В.С., Галай О.Б. Лёссовые грунты северного Кавказа и Крыма (срав-

- нительный анализ) // Науки о Земле. Наука. Инновации. Технологии. 2017. № 2. С. 98–108.
3. *Зилитинкевич Э.К., Вагер Б.Г., Утина З.М.* Влияние рельефа на профиль скорости ветра // Тр.ГГО. 1972. В.276. С. 168–177.
  4. *Горчаков Г.И., Карпов А.В., Кузнецов Г.А., Бунтов Д.В.* Квазипериодическая сальтация в ветропесчаном потоке на опустыненной территории // Оптика атмосферы и океана. 2016. 29. № 6. С. 472–477.
  5. *Чхетиани О.Г., Калашник М.В., Ингель Л.Х.* Генерация “теплого ветра” над неоднородно нагретой волнистой поверхностью // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49. № 2. С. 137–143.
  6. *Greeley R., Iversen D.J.* Wind as geological process of Earth, Mars and Titan. New York: Cambridge University press, 1985. 333 p.
  7. *Bagnold R.A.* The physics of blown sand and desert dunes. New York, 1973. 263 p.
  8. *Семенов О.Е.* О критической скорости ветра, определяющей начало дефляции // Тр. Казахского НИИ гидрометеорологического ин-та. 1972. № 49. С. 55–63.
  9. *Бютнер Э.К.* Динамика приповерхностного слоя воздуха. Л.: Гидрометиздат, 1978. 156 с.
  10. *Hau Lu.* An integrated wind erosion modeling system with emphasis on dust emission and transport // A thesis submitted in fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, School of Mathematics The University of New South Wales Sydney, Australia, Mathematical Science. 1999. 185 p.
  11. *Гендугов В.М., Глазунов Г.П.* Ветровая эрозия почвы и запыление воздуха. М.: Физматлит, 2007. 238 с.
  12. *Shao Y.* Physics and modeling of wind erosion. Germany: University of Cologne, 2008. 452 p.
  13. *Семенов О.Е.* Введение в экспериментальную метеорологию и климатологию песчаных бурь. Алматы, 2011. 580 с.
  14. *Малиновская Е.А.* Модель отрыва песчаной частицы ветром // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53. № 5. С. 588–596.
  15. *Подлазов А.В.* Двумерные самоорганизованно критические модели типа кучи песка с анизотропной динамикой распространения активности // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20. № 3. С. 3–6.
  16. *Lorenz R.D., Zimbelman J.R.* Dune Worlds: How Windblown Sand Shapes Planetary Landscapes. Springer, 2014. 308p.
  17. *Bristow C.S., Duller G.A.T., Lancaster N.* Age and dynamics of linear dunes in the Namib Desert // Geology. 2007. № 35 (6). P. 555–558.
  18. *Малиновская Е.А.* Трансформация эоловых форм рельефа при ветровом воздействии // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2019 (в печати).
  19. *Kenneth Pye, Haim Tsoar.* Aeolian Sand and Sand Dunes. Berlin. Heidelberg: Springer, 2009. 458 p.
  20. *Byrne R.* Aerodynamic roughness criteria in aeolian sand transport // J. Geophys. Res. 1968. V.25. № 3. P. 292–321.
  21. *Катаев М.Ю., Чугунов А.Г.* Чтение, визуализация и анализ трехмерной модели поверхности Земли по данным SRTM // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2006. Т. 6. С. 38–41.

## Model of the Windward Slope Formation of the Eolian Relief Form

**E. A. Malinovskaya**

*A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences,  
119017 Moscow, Pyzhyovskiy pereulok, 3  
North-Caucasian Federal University, Institute of Mathematics and Natural Sciences,  
Department of socio-economic geography, geoinformatics and tourism  
355009 Stavropol, ul. Pushkina, 1  
e-mail: elen\_am@inbox.ru*

Received: 18.06.2018

Accepted: 28.11.2018

The model for establishing the windward slope upon exposure to the air flow is based on the analysis of the state of the layer composed of sandy incoherent particles. It is assumed that the wind removal of individual particles of this layer leads to a change in its length due to rolling and immobility of larger particles. Accounting for precipitating saltating particles gives an idea of the reasons for the alternation of layers of large particles with layers of smaller ones involved in wind-sand transport. Assuming a linear dependence of the dynamic velocity on the height of the location on the windward slope, the forms of the windward slope, which are close to the observed ones, are obtained. An algorithm for determining the linear coefficient of change of dynamic velocity is proposed. The calculation of the relative change at different levels of the windward slope of the values of the roughness parameter and the scale of the laminar layer made it possible to estimate the coefficient of surface resistance.

**Key words:** aeolian relief forms, saltating, particle separation by wind, separation mechanisms, particle rolling.