ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2019, том 55, № 3, с. 29–35

УДК 551.515.3, 551.54.541;551.508.41

# ДИНАМИКА КОНВЕКТИВНОГО ПОДЪЕМА КРУПНОМАСШТАБНЫХ СЛАБО НАГРЕТЫХ АТМОСФЕРНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ

**© 2019 г. Л. Ф. Черногор**

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина*
*61022, Харьков, пл. Свободы, 4, Украина*
**e-mail: Leonid.F.Chernogor@gmail.com*

Поступила в редакцию 20.12.2017 г.
Принята к печати 30.05.2018 г.

С использованием в качестве исходных уравнений для скорости движения центра масс нагретого атмосферного образования, массы вовлекаемого холодного воздуха и полного интеграла плавучести, получены точные и приближенные соотношения, описывающие высотную и временную зависимости скорости подъема, характерного радиуса и избыточной относительной температуры при конвективном подъеме слабо нагретых крупномасштабных (сотни метров и более) образований в атмосфере. Показано, что в процессе подъема избыток температуры в образовании сравнительно быстро релаксирует, его радиус увеличивается медленно и незначительно. Скорость движения центра масс образования изменяется немонотонно: сначала увеличивается от нуля, достигает максимального значения, а затем убывает до нуля. Численные оценки выполнены для ситуаций, представляющих практический интерес.

**Ключевые слова:** высотная зависимость, временная зависимость, скорость подъема, радиус нагретого образования, избыточная относительная температура, высота подъема, время подъема.

**DOI:** https://doi.org/10.31857/S0002-351555329-35

## ВВЕДЕНИЕ

Количественное описание динамики конвективного подъема нагретых образований в атмосфере, именуемых также термиками, конвективными ячейками, облаками, представляет значительный теоретический [1, 2] и практический интерес [3–15].

В работе автора [16] рассмотрена динамика конвективного подъема нагретых образований в атмосфере в случае умеренного и сильного нагревов. В обеих случаях не учитывалась вертикальная стратификация атмосферы — формально считалось, что частота Вяйсяля–Брента [17] $N$ стремилась к нулю, что приводит к сохранению полного интеграла плавучести. В уравнении для радиуса $R$ образования это означало, что $R \ll kg/N^2$, где $k \approx 0.1-10$ при $\vartheta \approx 0.1-10$ соответственно. Здесь $g$ — ускорение свободного падения, $\vartheta$ — избыток относительной температуры в образовании. Указанное неравенство выполняется для $R \le 1-10$ км. В уравнении для $\vartheta$ членом с $N^2$ можно пренебречь, если $R \ll 3\alpha\vartheta(\vartheta+1)g/N^2$, где $\alpha \approx 0.1$ — коэффициент захвата холодного воздуха. Последнее неравенство при слабом и умеренном нагреве, т.е. при $\vartheta \approx 10^{-4}-10^{-2}$, выполняется лишь при $R \le 0.3-30$ м. Тем самым исключается из рассмотрения случай подъема слабо нагретых крупномасштабных (сотни–тысячи метров) образований. Примерами таких образований могут быть тепловые шапки над готовящимися [14] или свершившимися землетрясениями, горящими торфяниками, горящим травяным покровом или низкорастущим кустарником и т. д.

Заметим, что в случае сильного ($\vartheta \gg 1$) нагрева полученные в работе соотношения без учета членов с $N^2$ справедливы при $R \le 30$ км.

Цель настоящей работы — получение аналитических точных и приближенных соотношений, описывающих динамику конвективного подъема слабо нагретых крупномасштабных образований в атмосфере, а также оценка основных параметров этих образований для типичных ситуаций.

## ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

При перечисленных в работе [16] упрощающих предположениях исходная система уравнений имеет вид:

$$\frac{dv}{dt} = \vartheta g - \beta(1+\vartheta)\frac{v^2}{R}, \ v(0) = 0. \quad (1)$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{v}{1+2\vartheta}\left[\alpha(1+\vartheta)^2 - \frac{N^2 R}{3g}\right], \ R(0) = R_0, \quad (2)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -3\alpha\frac{\vartheta(1+\vartheta)^2}{1+2\vartheta}\frac{v}{R} - \frac{N^2}{g}\frac{1+\vartheta}{1+2\vartheta}v, \ \vartheta(0) = \vartheta_0. \quad (3)$$

Обозначения в системе уравнений (1)–(3) такие же, как и в работе [16]. В отличие от работы [16], в уравнении (3) будем считать, что $3\alpha\vartheta(1+\vartheta)/R \ll N^2/g$. При $\vartheta \approx 10^{-4}-10^{-2}$ неравенство выполняется при $R \geq 30-300$ м. В уравнении (2), по-прежнему, будем считать, что $\alpha(1+\vartheta)^2 \gg N^2 R/3g$. При тех же $\vartheta$ имеем $R \ll 3\alpha g/N^2$ или $R \leq 3$ км. Таким образом, далее нас будут интересовать нагретые образования, имеющие радиус $R \approx 30-3000$ м. В настоящей работе условно они называются крупномасштабными.

При выполнении указанных неравенств и $\vartheta \ll 1$ система уравнений (1)–(3) принимает вид:

$$\frac{dv}{dt} = \vartheta g - \beta\frac{v^2}{R}, \ \beta \approx \frac{1}{2}, \ v(0) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{dR}{dt} = \alpha v, \ R(0) = R_0, \quad (5)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -\frac{N^2}{g}v, \ \vartheta(0) = \vartheta_0. \quad (6)$$

## ВЫСОТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

Учитывая, что оператор $d/dt = (dz/dt)(d/dz) = v(d/dz)$ из системы уравнений (4)–(6) получим следующие соотношения:

$$v\frac{dv}{dz} = \vartheta g - \beta\frac{v^2}{R}, \ v(0) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{dR}{dz} = \alpha, \ R(0) = R_0, \quad (8)$$

$$\frac{d\vartheta}{dz} = -\frac{N^2}{g}, \ \vartheta(0) = \vartheta_0. \quad (9)$$

Решения уравнений (8) и (9) имеют вид:

$$R = R_0\left(1 + \frac{\alpha}{R_0}z\right) = R_0\left(1 + \frac{z}{z_R}\right), \ z_R = \frac{R_0}{\alpha} \gg R_0, \quad (10)$$

$$\vartheta = \vartheta_0\left(1 - \frac{z}{z_\vartheta}\right), \ z_\vartheta = \frac{\vartheta_0 g}{N^2} = \vartheta_0 L, \ L = \frac{g}{N^2}\cdot \quad (11)$$

Подставляя (10) и (11) в уравнение (7) и производя его интегрирование, получим

$$v = \sqrt{\frac{2\vartheta_0 g z_R F}{(a+1)(1+z/z_R)^a}}, \quad (12)$$

где $F(x) = (1+x)^{a+1}\left[(1-bx) + b\frac{1+x}{(a+1)(a+2)}\right] - \left[1 + \frac{b}{(a+1)(a+2)}\right]$, $a = 2\beta/\alpha \approx 10$, $x = z/z_R$, $b = z_R/z_\vartheta$.

Можно показать, что $v$ достигает максимума при $x \approx x_0$, где $x_0$ — корень уравнения

$$(1+x_0)F'(x_0) = aF(x_0), \quad (13)$$

(штрих означает производную по $x$). Решение громоздкого уравнения (13) возможно лишь численными методами.

Решения (10)–(12) являются точными для уравнений (7)–(9).

Для скорости получим приближенное решение. Для этого предположим, что $z_\vartheta \ll z_R$. При $\vartheta \approx 10^{-4}-10^{-2}$ это неравенство выполняется при $R_0 \geq 10-10^3$ м. Это означает, что в уравнении (7) можно считать $R(z) \approx R_0$. Тогда (7) примет вид:

$$v\frac{dv}{dz} \approx \vartheta_0 g\left(1 - \frac{z}{z_\vartheta}\right) - \frac{\beta v^2}{R_0}, \ v(0) = 0. \quad (14)$$

Решение уравнения (14) имеет вид:

$$v = \sqrt{\frac{\vartheta_0 g R_0}{\beta}\Phi(z)} = v_{ch}\Phi^{1/2}(z), \ v_{ch} = \sqrt{\frac{\vartheta_0 g R_0}{\beta}}, \quad (15)$$

где $\Phi(x) = 1 - x + r - (1+r)e^{-x/r}$, $x = z/z_\vartheta$, $r = R_0/2\beta z_\vartheta$.

Функция $\Phi(z)$, а вместе с ней и $v(z)$ принимают максимальное значение при

$$z_0 = \frac{R_0}{2\beta}\ln\left(1 + \frac{2\beta z_\vartheta}{R_0}\right) = r z_\vartheta \ln\left(1 + \frac{1}{r}\right), \ r \leq 1. \quad (16)$$

Тогда $v_m = v(z_0) = v_{ch}\Phi^{1/2}(z_0)$. При этом

$$\Phi(z_0) = 1 - r_0\ln\left(1 + \frac{1}{r_0}\right), \ r_0 = z_0/z_\vartheta. \quad (17)$$

Если $r_0 \ll 1$, то $\Phi(r_0) \approx 1 + r_0\ln r_0$ и $v_m \approx v_{ch}$.

**Таблица 1.** Основные параметры нагретого образования

| $R_0$, м | $\vartheta_0$ | $10^{-4}$ | $3{\cdot}10^{-4}$ | $10^{-3}$ | $3{\cdot}10^{-3}$ | $5{\cdot}10^{-3}$ | $8{\cdot}10^{-3}$ | $10^{-2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $z_\vartheta$, м | 10 | 30 | $10^2$ | $3{\cdot}10^2$ | $5{\cdot}10^2$ | $8{\cdot}10^2$ | $10^3$ |
| 30 | $z_0$, м | 8.6 | 20.8 | – | – | – | – | – |
| | $v_{ch}$, м/с | 0.24 | 0.42 | – | – | – | – | – |
| | $v_m$, м/с | 0.11 | 0.34 | – | – | – | – | – |
| 300 | $z_0$, м | 9.8 | 28.6 | 86.3 | 208 | 294 | 390 | – |
| | $v_{ch}$, м/с | 0.78 | 1.34 | 2.45 | 4.2 | 5.47 | 6.93 | – |
| | $v_m$, м/с | 0.42 | 0.76 | 1.41 | 2.62 | 3.54 | 4.67 | – |
| 3000 | $z_0$, м | 10 | 29.9 | 98.6 | 286 | 463 | 709 | 863 |
| | $v_{ch}$, м/с | 2.45 | 4.2 | 7.8 | 13.4 | 17.3 | 21.9 | 24.5 |
| | $v_m$, м/с | 1.36 | 2.35 | 4.33 | 7.38 | 9.78 | 12.6 | 14.1 |

Результаты расчета $z_\vartheta$, $z_0$, $v_m$ и $v_{ch}$ по соотношениям (11), (16) и (17) приведены в табл. 1.

## ВРЕМЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

*Первое приближение (начальная стадия)*

Из уравнений (4)–(6) следуют такие оценки времен становления $v$, $R$ и $\vartheta$: $t_v = \dfrac{R_0}{\beta v_{ch}}$, $t_R = \dfrac{R_0}{\alpha v_{ch}}$, $t_\vartheta = \dfrac{\vartheta_0 g}{N^2 v_{ch}} = \dfrac{\vartheta_0 L}{v_{ch}}$.

Параметр $t_v$ описывает время становления скорости термика за счет его торможения. Результаты оценок времени становления параметров нагретого образования приведены в табл. 2, 3 и 4. Из таблиц следует, что всегда $t_R$ больше $t_v$ примерно в 5 раз. В то же время отношение $t_\vartheta$ / $t_v$ может быть намного меньше единицы и, напротив, намного больше единицы. Это зависит от степени нагрева образования, т.е. $\vartheta_0$, и его радиуса. Для крупномасштабных ($R \approx 1000$–$3000$ м) образований при всех $\vartheta_0$ имеем $t_\vartheta < t_v$.

Вначале будем пренебрегать торможением нагретого образования. Тогда вместо уравнения (4) имеем такое уравнение:

$$\frac{dv}{dt} = \vartheta g,\ v(0) = 0. \tag{18}$$

К нему следует прибавить уравнение (6) в таком виде:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -\frac{v}{L}. \tag{19}$$

**Таблица 2.** Времена становления основных параметров нагретого образования ($R \approx 30$ м)

| $\vartheta_0$ | $10^{-4}$ | $3{\cdot}10^{-4}$ | $10^{-3}$ | $3{\cdot}10^{-3}$ | $5{\cdot}10^{-3}$ | $8{\cdot}10^{-3}$ | $10^{-2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_v$, с | 245 | 141.6 | 77.5 | 44.7 | 34.6 | 27.4 | 24.5 |
| $t_R$, с | 1225 | 708 | 387.5 | 223.5 | 173 | 137 | 122.5 |
| $t_\vartheta$, с | 41.7 | 71.4 | 128.2 | 224 | 289 | 365 | 417 |

**Таблица 3.** Времена становления основных параметров нагретого образования ($R \approx 300$ м)

| $\vartheta_0$ | $10^{-4}$ | $3{\cdot}10^{-4}$ | $10^{-3}$ | $3{\cdot}10^{-3}$ | $5{\cdot}10^{-3}$ | $8{\cdot}10^{-3}$ | $10^{-2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_v$, с | 774 | 447 | 245 | 141 | 109 | 86.6 | 77.4 |
| $t_R$, с | 3871 | 2237 | 1225 | 706 | 547 | 433 | 387 |
| $t_\vartheta$, с | 13.2 | 22.6 | 40.5 | 70.9 | 91.5 | 115.5 | 132 |

**Таблица 4.** Времена становления основных параметров нагретого образования ($R \approx 3000$ м)

| $\vartheta_0$ | $10^{-4}$ | $3{\cdot}10^{-4}$ | $10^{-3}$ | $3{\cdot}10^{-3}$ | $5{\cdot}10^{-3}$ | $8{\cdot}10^{-3}$ | $10^{-2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_v$, с | 2450 | 1416 | 775 | 447 | 346 | 274 | 245 |
| $t_R$, с | 12250 | 7080 | 3875 | 2235 | 1730 | 1370 | 1225 |
| $t_\vartheta$, с | 4.2 | 7.1 | 12.8 | 22.4 | 28.9 | 36.5 | 41.7 |

Исключая из (18) и (19) $v$ и $\vartheta$ получим следующие соотношения:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\vartheta = -N^2\vartheta,\ \vartheta(0) = \vartheta_0, \quad (20)$$

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = -\frac{g}{L}v = -N^2 v,\ v(0) = 0. \quad (21)$$

После интегрирования (20) и (21) получим, что

$$\vartheta = \vartheta_0 \cos Nt.$$
$$v = v_0 \sin Nt,\ v_0 = \frac{g\vartheta_0}{N} = LN\vartheta_0. \quad (22)$$

Из соотношений (5) и (6) имеем уравнение и его первый интеграл

$$\frac{dR}{d\vartheta} = -\alpha L,\ L = \frac{g}{N^2},\ R(\vartheta_0) = R_0.$$
$$R = R_0 + (R_m - R_0)\left(1 - \frac{\vartheta}{\vartheta_0}\right),\ R_m = \alpha\vartheta_0 L. \quad (23)$$

Здесь $R_m$ — значение радиуса при $\vartheta = 0$.

Подставляя (22) в (23), получим, что

$$R = R_0 + (R_m - R_0)(1 - \cos Nt). \quad (24)$$

Из уравнения (22) видно, что $\vartheta = 0$ при $t_0 = \frac{\pi}{2}N^{-1} \approx 157$ с. При этом $v = v_0$, а $R = R_m$.

*Второе приближение (учет торможения)*

При заметном увеличении $v$ необходимо учитывать торможение нагретого образования. Для этого в уравнение (4) подставим $v$ и $\vartheta$, даваемые соотношением (22) и (23). По-прежнему, в силу неравенства $t_v \ll t_R$ будем считать, что $R(t) \approx R_0$. После этого вместо (4) имеем следующее выражение

$$\frac{dv}{dt} = \vartheta_0 g \cos Nt - a_0 \sin^2 Nt,\ a_0 = \frac{\beta v_0^2}{R_0}. \quad (25)$$

Здесь $a_0$ — торможение движущегося образования. Решение (25) принимает вид

$$v = v_0\left[\sin Nt - \gamma(2Nt - \sin 2Nt)\right],\ \gamma = \frac{\beta v_0}{4NR_0}. \quad (26)$$

После решения уравнения (6) с учетом (26) получим, что

$$\vartheta = \vartheta_0\left[\cos Nt + \gamma\left(N^2 t^2 - \sin^2 Nt\right)\right]. \quad (27)$$

Из (27) при $\vartheta = 0$ находится время $t_\vartheta$ полного охлаждения термика. При $\gamma \le 0.14$ имеем

$$Nt_\vartheta \approx \frac{\pi}{2} + \gamma\left(\frac{\pi^2}{4} - 1\right).$$

Из (25) или (26) следует, что скорость $v(t)$ принимает максимальное значение $v_m$ в момент времени $t_0$, который находится из следующего уравнения:

$$\cos Nt_0 - 2\gamma(1 - \cos 2Nt_0) = 0. \quad (28)$$

Решение (28) имеет вид:

$$Nt_0 = \arccos\frac{\left(1 + 64\gamma^2\right)^{1/2} - 1}{8\gamma}. \quad (29)$$

При этом

$$v_m = v_0\left[\sin Nt_0 - \gamma(2Nt_0 - \sin 2Nt_0)\right]. \quad (30)$$

Если $64\gamma^2 \ll 1$, то $Nt_0 \approx \pi/2 - 4\gamma$, $v_m = v_0\left(1 - \pi\gamma + 8\gamma^2\right)$.

При $64\gamma^2 \gg 1$ имеем $Nt_0 \approx \left(2\sqrt{\gamma}\right)^{-1}$, а $v_m \approx v_0/3\sqrt{\gamma}$.

Результаты расчета $t_0$ и $v_m/v_0$ по соотношениям (29) и (30) приведены в табл. 5. Из нее видно, что при увеличении $\gamma$ значение $t_0$ убывает от 157 до 28 с, отношение $v_m/v_0$ — от 1 до 0.19. При $\gamma = 3\cdot10^{-4}$–0.1 значения $t_0$ и $v_m/v_0$ практически не изменяются. Наибольшие вариации этих параметров имеют место при $\gamma \approx 0.1$–3.

**Таблица 5.** Время $t_0$ достижения максимальной скорости $v_m$, соответствующая ему нормированная высота $z_0/z_\vartheta$ и нормированная скорость $v_m/v_0$, а также время $t_m$ достижения максимальной высоты $z_m$ и соответствующая ему нормированная высота $z_m/z_\vartheta$

| $\gamma$ | $3\cdot10^{-4}$ | $10^{-3}$ | $10^{-2}$ | 0.1 | 0.5 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_0$, с | 157 | 156.7 | 153 | 121 | 72 | 49 | 35 | 28 |
| $z_0/z_\vartheta$ | 0.999 | 0.992 | 0.946 | 0.587 | 0.21 | 0.10 | 0.06 | 0.04 |
| $v_m/v_0$ | 1 | 0.997 | 0.98 | 0.89 | 0.44 | 0.32 | 0.23 | 0.19 |
| $t_m$, с | 314 | 313.5 | 308 | 250 | 125 | 87.5 | 62 | 50 |
| $z_m/z_\vartheta$ | 2 | 1.99 | 1.66 | 1.21 | 0.35 | 0.18 | 0.09 | 0.06 |

Нагретый объем газа достигает максимальной высоты в момент времени $t_m$, когда $v(t_m) = 0$. Исходя из соотношения (26), для $t_m$ получим следующее уравнение:

$$\sin Nt_m - \gamma\left(2Nt_m - \sin 2Nt_m\right) = 0. \quad (31)$$

В общем случае (31) решается численно (табл. 5). При $\gamma \gg 1$ аргумент $Nt_m$ в (31) мал, т. е. $Nt_m \ll 1$. Раскладывая синусы в ряды и ограничиваясь членами $\sim \left(Nt_m\right)^3$, получим, что

$$Nt_m \approx \sqrt{\frac{3}{4\gamma}}. \quad (32)$$

Интересно, что формула (32) хорошо описывает зависимость даже при $\gamma \approx 0.1$, погрешность расчета $Nt_m$ при этом не превышает 10%. При $\gamma \ll 1$ имеем $Nt_m \approx \pi\left(1 - 2\gamma\right)$. В частности, при $\gamma \approx 0.1$, имеем $Nt_m \approx 2.51$, а по формуле (32) — $Nt_m \approx 2.74$. Важно, что при $\gamma = 1$ отношение $t_m / t_0 \approx 2$, а при $\gamma \gg 1$ отношение $t_{m\min} / t_0 \approx \sqrt{3} \approx 1.73$.

Во избежание недоразумений заметим следующее. Как видно из соотношений (25) и (27), скорость термика и избыток температуры в нем описываются гармоническими функциями, а также членами типа $2\gamma Nt$ и $\gamma N^2t^2$. Поскольку при любых допустимых значениях $\gamma$ величины $Nt_m$ и $Nt_\vartheta$ — ограничены, соотношения (25) и (27) описывают не колебания (и не нарастающие во времени процессы), а релаксирующие процессы.

Оценим далее максимальную высоту подъема нагретого образования

$$z_m = \int\limits_0^{t_m} v\left(t\right)dt. \quad (33)$$

Подставляя (26) в (33) и интегрируя, получим, что

$$z_m = z_\vartheta\left[2\sin^2\frac{Nt_m}{2} - \gamma\left(N^2t_m^2 - \sin^2 Nt_m\right)\right], \quad (34)$$

где $z_\vartheta = \vartheta_0 L$, $Nt_m = \left(3/4\gamma\right)^{1/2}$ при $\gamma \geq 0.1$ или же $Nt_m \approx \pi\left(1 - 2\gamma\right)$ при $\gamma < 0.1$. Результаты расчета $z_m / z_\vartheta$ также приведены в табл. 5, из которой видно, что при увеличении $\gamma$ отношение $z_m / z_\vartheta$ уменьшается примерно на полтора порядка. Резкое уменьшение этого отношения имеет место при $\gamma \geq 0.1$.

Заменяя в выражении (34) время $t_m$ на время $t_0$, получим соотношение для расчета высоты $z_0$, где скорость достигает максимального значения $v_m$. Результаты расчета $z_0 / z_\vartheta$ также приведены в табл. 5. Из табл. 5 следует, что при малых $\gamma$ значение $z_0 \approx z_\vartheta$, а при $\gamma > 10^{-2}$ значение $z_0$ меньше и даже намного меньше $z_\vartheta$.

*Малые колебания*

Нагретое образование, кроме всплывания, способно осуществлять колебания. При этом по периодическому закону изменяются $v$, $R$ и $\vartheta$.

Ограничимся колебаниями с малой амплитудой, т.е. в уравнении (4) будем пренебрегать квадратичным по $v$ членом. Тогда исходная система уравнений сводится к уравнениям (5), (6) и (18), но с другими начальными условиями. Ее решение при $v\left(t=0\right) = v\left(0\right)$, $R\left(t=0\right) = R\left(0\right)$ и $\vartheta\left(t=0\right) = \vartheta\left(0\right)$ имеет вид:

$$v = v\left(0\right)\sin Nt,$$

$$R = R\left(0\right) + \frac{\alpha v\left(0\right)}{N}\left(1 - \cos Nt\right),$$

$$\vartheta = \vartheta\left(0\right) - \frac{Nv\left(0\right)}{g}\left(1 - \cos Nt\right).$$

Из линеаризованной системы уравнений (5), (6) и (18) значение амплитуды $v(0)$ определить не представляется возможным. Зададим $v(0) \approx 0.1$ м/с. Тогда амплитуды колебаний радиуса и параметра $\vartheta$

$$a_R = \frac{\alpha v\left(0\right)}{N} \approx 1\text{ м}, \quad a_\vartheta = \frac{Nv\left(0\right)}{g} \approx 10^{-4}.$$

Заметим, что без учета нелинейного члена в уравнении (4) и потерь в системе колебания возникают на частоте $N$, период колебаний при этом составляет около 10 мин. Значение периода превышает время подъема нагретого образования, поэтому роль колебаний в процессе подъема образования малосущественна.

## ОБСУЖДЕНИЕ

Полученные выше точные и приближенные решения справедливы для крупномасштабных ($R \approx 30$–3000 м), слабо ($\vartheta \approx 10^{-4}$–$10^{-2}$) нагретых образований. Примерами таких образований являются тепловые шапки над готовящимися или уже происходящими сильными землетрясениями, горящими залежами торфа, травы и т. п.

Например, при подготовке землетрясения $\vartheta_0 \approx 10^{-3}$–$3\cdot10^{-3}$ [14], а размер очага составляет многие десятки и сотни километров. В этом случае максимальный размер конвективных ячеек определяется не размерами очага, а эффективным радиусом конвективных ячеек. Их диаметр не превышает внешний масштаб турбулентности. Последний в атмосфере составляет величину не более ~ 1 км. Далее примем, что $R \approx 300$ м, $\vartheta_0 \approx 10^{-3}$–$3{\cdot}10^{-3}$. При таком радиусе нагретого объема его центр масс способен подняться на высоту 130–300 м соответственно за время около 240–230 с. При этом радиус образования увеличивается до 310–340 м. Максимальная скорость подъема составляет 1–2.6 м/с. Такая скорость имеет место на высоте 86–208 м соответственно через 130–110 с после начала подъема.

Примерно такие же параметры динамических процессов при конвективном подъеме слабо нагретых крупномасштабных атмосферных объемов будут иметь место и в случае других источников нагрева.

## ВЫВОДЫ

1. Получены точные и приближенные аналитические соотношения, описывающие динамику конвективного подъема крупномасштабных ($R \approx 30$–$3000$ м) слабо ($\vartheta \approx 10^{-4}$–$10^{-2}$) нагретых атмосферных образований.

2. В процессе подъема нагретого образования избыточная температура за время ~ 4–400 с в зависимости от $\vartheta_0$ и $R_0$ постепенно уменьшается до 0. Характерный высотный масштаб уменьшения $\vartheta$ составляет 10–$10^3$ км.

3. Подъем нагретого образования в результате присоединения холодного воздуха сопровождается увеличением его радиуса и массы. Высотный масштаб изменения радиуса составляет 300–30000 м при радиусе 30–3000 м. Заметно радиус увеличивается лишь при его величине порядка десятков метров.

4. В процессе подъема нагретого образования его скорость постепенно увеличивается и достигает максимального значения, равного 0.1–14.1 м/с на высотах 8.6–863 м соответственно через 157–28 с после начала подъема в зависимости от $\vartheta_0$ и $R_0$. Далее скорость за время 90–20 с уменьшается до нуля.

5. Время подъема нагретого образования составляет 50–314 с в зависимости от величины радиуса и значения степени нагрева нагретого образования.

6. Максимальная высота подъема существенно зависит от радиуса образования: при увеличении $R$ на два порядка она увеличивается в 1.3 раза при $\vartheta_0 = 10^{-4}$ и примерно в 2.8 раза при $\vartheta_0 = 10^{-2}$.

7. Нагретые конвективные ячейки над готовящимся землетрясением, имеющие радиус 300 м и степень нагрева 0.1–0.3 K, поднимаются на высоту 130–300 м за время около 4 мин. Максимальная скорость подъема составляет 1–3 м/с, для ее достижения требуется около 2 мин времени.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Morton B.R., Taylor G., Turner J.S.* Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources // Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, physical and engineering sciences. The Royal Society, 1956. V. 234. № 1196. P. 1–23.
2. *Гостинцев Ю.А., Шацких Ю.В.* О механизме генерации длинноволновых акустических возмущений в атмосфере всплывающим облаком продуктов взрыва. Физика горения и взрыва. 1987. № 2. С. 91–97.
3. *Glasstone S., Dolan P.J.* Effects of nuclear weapons. Department of Defense, Washington, DC (USA); Department of Energy, Washington, DC (USA). 1977. 653 p.
4. The 1980 eruptions of Mount St. Helens. Washington. Washington: D. C. 1981. 843 p.
5. *Гостинцев Ю.А., Иванов Е.А., Куличков С.Н. и др.* О механизме генерации инфразвуковых волн в атмосфере большими пожарами // ДАН СССР. 1985. Т. 283. № 3. С. 573–576.
6. *Черногор Л.Ф.* Физические процессы в околоземной среде, сопровождавшие военные действия в Ираке (март — апрель 2003 г.) // Космічна наука і технологія. 2003. Т. 9. № 2/3. С. 13–33.
7. *Черногор Л.Ф.* Геофизические эффекты и геоэкологические последствия массовых химических взрывов на военных складах в г. Артемовск // Геофизический журнал. 2004. Т. 26. № 4. С. 31–44.
8. *Черногор Л.Ф.* Геофизические эффекты и экологические последствия пожара и взрывов на военной базе вблизи г. Мелитополь // Геофизический журнал. 2004. Т. 26. № 6. С. 61–73.
9. *Черногор Л.Ф.* Экологические последствия массовых химических взрывов при техногенной катастрофе // Геоэкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология. 2006. № 6. С. 522–535.
10. *Черногор Л.Ф.* Земля — атмосфера — ионосфера — магнитосфера как открытая динамическая нелинейная физическая система. 1 // Нелинейный мир. 2006. Т. 4. № 12. С. 655–697.
11. *Черногор Л.Ф.* Земля — атмосфера — ионосфера — магнитосфера как открытая динамическая не-

линейная физическая система. 2 // Нелинейный мир. 2007. Т. 5. № 4. С. 198–231.

12. *Черногор Л.Ф.* Физика и экология катастроф: Монография. — Харьков: ХНУ имени В. Н. Каразина. 2012. 556 с. 13.

13. *Горькавый Н.Н., Тайдакова Т.А., Проворникова Е.А., Горькавый И.Н., Ахметвалеев М.М.* Аэрозольный шлейф Челябинского болида Астрономический вестник. 2013. Т. 47. № 4. С. 299–303.

14. *Пулинец С.А., Узунов Д.П., Карелин А.В., Давиденко Д.В.* Физические основы генерации краткосрочных предвестников землетрясений. Комплексная модель геофизических процессов в системе литосфера — атмосфера — ионосфера — магнитосфера, инициируемых ионизацией // Геомагнетизм и аэрономия. 2015. Т. 55. № 4. С. 540–558.

15. *Черногор Л.Ф.* Атмосферные эффекты газо-пылевого следа Челябинского метеороида 2013 года // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53. № 3. С. 296–306.

16. *Черногор Л.Ф.* Динамика конвективного подъема нагретых образований в атмосфере // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54. № 6. С. 626–634.

17. *Госсард Э.Э., Хук У.Х.* Волны в атмосфере. М.: Мир. 1978. 532 с.

# Dynamics of Convective Upwelling of Large-Scale Weakly Heated Atmospheric Aggregates

**L. F. Chernogor**

*Karazin Kharkiv National University*
*Svobody, 4, Kharkiv, 61022, Ukraine*
*e-mail: Leonid.F.Chernogor@gmail.com*

Received: 20.12.2017
Accepted: 30.05.2018

Equations for the center-of-mass speed of the parcel of heated air, the mass of the entrained cool air, and the resulting buoyancy of the entire air aggregate have been used to obtain exact and approximate relations for describing height and temporal dependences of the characteristic radius, the excess relative temperature, and a weakly heated large-scale (hundreds of meters and greater) air aggregate convective upwelling. It is shown that the excess temperature relaxation in the air aggregate occurs quickly, the aggregate radius increases slowly and insignificantly. The variations in the center-of-mass speed of the aggregate are not monotonous. First, the speed increases from zero to a maximum value, and then it decreases to zero. Numerical simulations have been performed for the case of interest to practical applications.

**Keywords:** height dependence, temporal dependence, upwelling speed, heated aggregate radius, excess relative temperature, upwelling height, upwelling time.