

УДК 532.51: 532.527: 532.529.2: 551.463.2: 551.515.3: 551.552

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ВИХРЕВОГО ДВИЖЕНИЯ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ДИФФУЗИЕЙ

© 2019 г. Л. Х. Ингель

ФГБУ «НПО «Тайфун»

249038, Обнинск, ул. Победы, 4

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН

119017 Москва, Пыжевский пер., 3

e-mail: lev.ingel@gmail.com

Поступила в редакцию 06.03.2018 г.

Принята к печати 30.05.2018 г.

Конвекция, обусловленная двойной (дифференциальной) диффузией во вращающейся среде, вообще говоря, может приводить к переносу завихренности, в частности, к ее концентрации. В геофизических приложениях это обычно не рассматривается, поскольку пространственные и временные масштабы такой конвекции и эффектов вращения сильно различаются — период планетарного вращения на много порядков больше характерного времени существования соответствующих конвективных структур в морской воде. В работе обращается внимание на то, что в атмосфере возможны процессы, в которых заметный перенос завихренности, обусловленный различием эффективных коэффициентов переноса для разных субстанций, представляется более реальным. Эффекты типа двойной диффузии в воздухе, в принципе возможны, в связи с некоторым различием в скоростях переноса тепла, водяного пара и (или) тяжелой примеси. Рассмотрена простейшая линейная модель конвекции, обусловленной двойной диффузией во вращающейся среде. Обсуждается возможность вклада подобных эффектов в концентрацию завихренности при зарождении смерчей.

Ключевые слова: двойная (дифференциальная) диффузия, конвекция, вращение, тяжелая примесь, турбулентный перенос, линейная модель, смерчи.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-351555336-40>

К настоящему времени известен ряд специфических особенностей гидротермодинамики двухкомпонентных сред, плотность которых зависит не только от температуры, но и от концентрации примеси (см., например, [1–6]). В геофизических приложениях в этой связи обычно обсуждаются свойства соленой морской воды. Коэффициенты молекулярной диффузии для тепла и соли различаются на два порядка и это позволяет как теоретически, так и экспериментально уверенно идентифицировать некоторые эффекты, связанные с двухкомпонентным характером среды. Нетривиально, в частности, то, что в таких средах диссипативные процессы могут приводить не к затуханию, а к генерации течений. Это связано с упомянутым различием скоростей диффузии (распространен термин «двойная» или «дифференциальная» диффузия).

В настоящей заметке обращается внимание на некоторые особенности проявлений двухкомпонентного характера среды при наличии фонового вращения. Влияние вращения на конвекцию, обусловленную дифференциальной диффузией, ранее обсуждалось в литературе (см., например, [3, 5, 6] и библиографию в этих работах). Но в геофизических приложениях приходится иметь в виду, что эффекты планетарного вращения проявляются на достаточно больших пространственных масштабах, в то время как эффекты молекулярной диффузии — на малых. Поэтому в морской воде эффекты вращения не могут заметно влиять на отдельные конвективные элементы (например, такие как «солевые пальцы» [1]).

Но имеются и другие, не столь изученные и прозрачные, примеры двойной диффузии,

относящиеся к атмосфере. Это относится, например, к воздуху, содержащему водяной пар. Скорости обмена теплом и водяным паром могут несколько различаться из-за того, что существует «дополнительный» механизм обмена теплом — радиационный обмен [7]. Другой пример, на котором мы ниже остановимся — воздух, содержащий тяжелые частицы, например, капли воды. Турбулентная диффузия такой тяжелой примеси — сложная задача, но мы здесь ограничимся простым и естественным предположением, что турбулентная диффузия тяжелой примеси несколько медленнее, чем турбулентный обмен теплом и водяным паром. Как будет видно ниже, этого уже достаточно для некоторой концентрации завихренности на фоне быстрого вращения.

Физическая идея представляется достаточно простой: поскольку разница скоростей диффузии «легкой» компоненты (тепла, водяного пара) и примеси может приводить к возникновению конвекции, плотностных течений [8], то возникающие во вращающейся среде сходящиеся течения, в принципе, должны приводить и к концентрации завихренности.

В качестве возможного геофизического приложения можно предположить следующее. Известно, что при возникновении смерчей сначала нередко наблюдается относительно темный «рукав», спускающийся из «материнского облака» («воронкообразное облако» — «funnel cloud»). В этом движении важную роль играет отрицательная плавучесть, связанная с наличием тяжелой примеси — гидрометеоров. Сходящиеся движения в верхней части «рукава», вероятно, концентрируют «фоновую» завихренность, существующую в «материнском облаке», интенсифицируя вращение. В то же время, в плавучесть оседающих объемов воздуха могут вносить вклад отклонения температуры и концентрации водяного пара. Например, оседание на фоне устойчивой температурной стратификации должно приводить к адиабатическому повышению температуры, компенсации (частичной или полной) отрицательного отклонения плавучести, что препятствует нисходящему движению и концентрации завихренности. Эта схема, конечно, очень упрощена — важную роль могут играть и фазовые переходы в опускающихся объемах воздуха. Ниже будет представлена простая модель, которая показывает, что даже при полной начальной компенсации веса тяжелой примеси

и относительно небольших различиях коэффициентов обмена, «двойная диффузия», может способствовать поддержанию отрицательного отклонения плавучести, нисходящего движения и процесса концентрации завихренности.

В рассматриваемом случае, в отличие от морской воды, может отсутствовать упомянутый разрыв между характерными пространственными и временными масштабами проявлений эффектов вращения и диффузии. Фоновое вращение в этом случае может оказаться гораздо более быстрым, чем планетарное, что может приводить к заметным эффектам уже на меньших масштабах. С другой стороны, мы аппроксимируем действие мелкомасштабных случайных движений на рассматриваемые процессы турбулентной диффузией, которая проявляется на больших пространственных масштабах. Тем самым, характерные масштабы процессов, связанных с вращением и диффузией приближаются друг к другу, поэтому не исключается, что эти процессы, в принципе, могут эффективно взаимодействовать.

Соображения о возможной существенной роли отрицательной плавучести гидрометеоров в динамике смерчей, приведены, например, в [9]. Неожиданная иллюстрация процесса конвекции, вызываемой тяжелой примесью, содержится в работе [10], где авторы сообщают о наблюдении весьма интенсивной «торнадоподобной структуры» в морской воде под айсбергом; они связывают нисходящие движения с наличием во льду значительного количества твердых включений горных пород, создающих эффекты отрицательной плавучести.

Используем простую модель, аналогичную [8], но с дополнительным учетом фонового вращения среды.

Ориентируемся здесь на исследование процессов вдали от подстилающей поверхности (сюда относится, например, начальная стадия развития упомянутого воронкообразного облака). Это позволяет абстрагироваться пока от краевых эффектов и рассматривать проявления двойной диффузии в безграничной среде.

Плотность среды в обычно используемом приближении линейно зависит от температуры T и концентрации тяжелой примеси S :

$$\rho = \rho_* + \rho' = \rho_* (1 - \alpha T + \beta S). \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность, ρ_* — значение ρ при постоянных средних значениях температуры T_*

и концентрации примеси S ; T , S — соответствующие отклонения от средних, α — коэффициент термического расширения, β — соответствующий коэффициент для примеси; возмущение плотности $\rho' = \rho_* (-\alpha T + \beta S)$.

В общем случае предполагается, что заданы постоянные фоновые стратификации температуры и примеси:

$$\rho_B(z) = \rho_* [1 + (-\alpha\gamma_T + \beta\gamma_S)z],$$

$$\gamma_T = dT_B/dz = \text{const}, \quad \gamma_S = dS_B/dz = \text{const},$$

где индексом B обозначены фоновые значения величин (для отличия от рассматриваемых ниже возмущений).

Линеаризованная система уравнений гидродинамики, переноса тепла и примеси в приближении Буссинеска во вращающейся системе координат без учета перекрестных кинетических эффектов (термодиффузии и диффузионной теплопроводности) для двумерных возмущений имеет вид [1, 2, 4, 8]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} + fv + v\Delta u, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -fu + v\Delta v, \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial z} + v\Delta w + g(\alpha T - \beta S), \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \gamma_T w = \kappa\Delta T, \quad \frac{\partial S}{\partial t} + \gamma_S w = \chi\Delta S. \quad (4)$$

Здесь u , v , w — составляющие скорости вдоль горизонтальных осей x , y и вертикальной оси z соответственно; t — время, $P = p/\rho_*$, p — возмущение давления; g — ускорение свободного падения; v , κ , χ — коэффициенты обмена; $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ — двумерный оператор Лапласа; f — удвоенная угловая скорость фонового вращения (при этом не обязательно имеется в виду планетарное вращение).

В начальный момент времени заданы отклонения температуры и концентрации примеси, которые компенсируют друг друга в поле плотности; среда находится в состоянии покоя и механического равновесия:

$$u = v = w = 0, \quad \alpha T(x, z) = \beta S(x, z), \quad \rho' = p = 0 \text{ при } t = 0. \quad (5)$$

Ограничимся здесь простейшей задачей об эволюции двумерных возмущений, гармонически зависящих от горизонтальной и вертикальной координат x , z (подобно, например, [2]):

$$w = W(t) \cos(k_x x) \cos(k_z z), \quad (6)$$

$$v = V(t) \sin(k_x x) \sin(k_z z) \text{ и т. д.}$$

Здесь k_x , k_z — волновые числа. Для амплитуд $W(t)$, $V(t)$ и т.д. получается линейная система в обыкновенных производных. Аналитическое решение в общем случае довольно громоздко. Для краткости остановимся на простейшем случае отсутствия фоновой стратификации обеих компонент. Решение для возникающего возмущения вихревой составляющей скорости, с учетом начальных условий, имеет вид:

$$V = Y \left(\frac{k_x}{k} \right) \left\{ D_s \exp(-\chi k^2 t) - D_\theta \exp(-\kappa k^2 t) + \left[(D_\theta - D_s) \cos \omega t + \left(\frac{D_\theta}{T_\theta^{1/2}} - \frac{D_s}{T_s^{1/2}} \right) \sin \omega t \right] \exp(-\nu k^2 t) \right\}. \quad (7)$$

Здесь введены обозначения, $k = (k_x^2 + k_z^2)^{1/2}$, $\omega = (k_z/k)f$, масштаб скорости $Y = \alpha g \theta_0 / \nu k^2$, θ_0 — начальное отклонение температуры, а также безразмерные параметры

$$T_\theta = \frac{\omega^2}{(\nu - \kappa)^2 k^4}, \quad T_s = \frac{\omega^2}{(\nu - \chi)^2 k^4},$$

$$D_\theta = \frac{\nu}{\nu - \kappa} \frac{T_\theta^{1/2}}{1 + T_\theta}, \quad D_s = \frac{\nu}{\nu - \chi} \frac{T_s^{1/2}}{1 + T_s}.$$

Параметры $T_{\theta,s}$, с точностью до безразмерных множителей, зависящих от коэффициентов обмена и геометрического фактора k_z/k , являются аналогами числа Тейлора. Интересно отметить немонотонную зависимость амплитуды возникающего вихревого движения V (величин $D_{\theta,s}$) от этих параметров (т.е. от фоновой скорости вращения среды ω , f).

Пусть, например, коэффициенты турбулентного обмена в атмосфере $\nu = \kappa = 5 \text{ м}^2/\text{с}$, $k = 10^{-2} \text{ м}^{-1}$ (что соответствует длине полуволны около 300 м) $k_x = k_z = k/\sqrt{2}$, $\alpha = 3 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, $f = 3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ (т.е. угловая скорость фонового вращения в материнском облаке на полтора порядка выше, чем скорость планетарного вращения; приняты значения коэффициентов переноса, характерные для турбулентного обмена в атмосфере); начальная амплитуда $\theta_0 = 1 \text{ К}$. При этом масштаб скорости $Y \approx 60 \text{ м/с}$, $\omega \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$. На рис. 1 представлена зависимость возникающей вихревой скорости V от времени для случаев, когда коэффициент переноса примеси χ немного отличается от коэффициента теплопроводности κ (по вертикальной

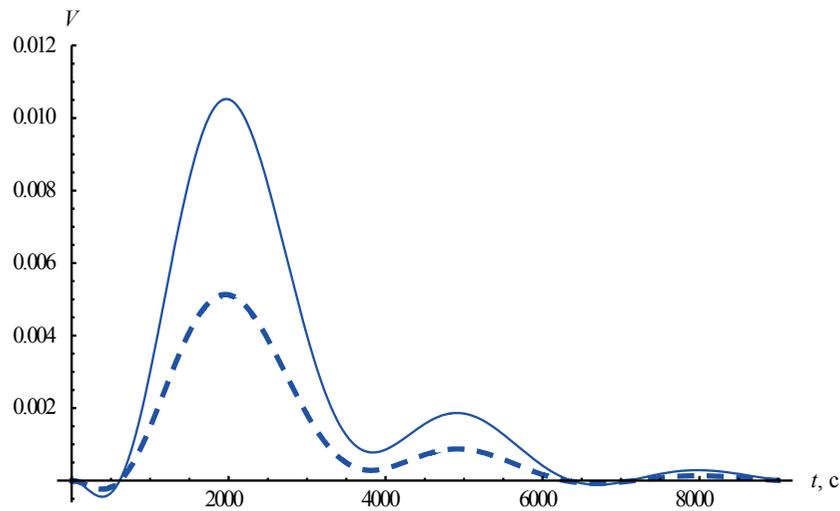


Рис. 1. Примеры временной зависимости амплитудной функции $V(t)$ (нормирована на Yk_x / k) при отсутствии фоновой стратификации. Штриховая и сплошная линии отвечают случаям, когда коэффициент переноса χ примеси на 10% и 20% меньше к соответственно.

оси отложены значения выражения, содержащегося в фигурных скобках в (7)). Видно, что уже при различии значений коэффициентов переноса в 20% скорость возникающего вихревого течения, согласно полученному решению, может приближаться по порядку величины к 1 м/с (но такие скорости, строго говоря, выходят за рамки линейного приближения).

Представленная выше простая модель демонстрирует не рассматривавшийся, видимо, ранее эффект интенсификации вращения при действии дифференциальной диффузии во вращающейся среде. Интенсивность возникающих вихревых течений, вероятно, может быть значительно выше, чем в приведенном примере — масштаб скорости Y быстро возрастает с ростом пространственных масштабов возмущений (с уменьшением k). Выше приведены соображения относительно возможного влияния этого механизма на зарождение смерчей. Важнейшее условие эффективности действия рассматриваемого механизма — различие скоростей турбулентной диффузии тепла и примеси (в рассмотренном примере — гидрометоров). Показано, что для заметных эффектов, в принципе, может быть достаточно очень небольшого различия значений коэффициентов переноса.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Программы № 56 фундаментальных исследований Президиума РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Мир, 1977. 431 с.
2. Walin G. Note on the stability of water stratified by both salt and heat // *Tellus* 1964. V. 16. № 3. P. 389–393.
3. Radko T. *Double-Diffusive Convection*. Cambridge: Cambridge University Press. 2013. 342 p.
4. Ингель Л.Х., Калашник М.В. Нетривиальные особенности гидротермодинамики морской воды и других стратифицированных растворов // *Успехи физических наук*. 2012. Т. 182. № 4. С. 379–406.
5. Pearlstein J. Effect of rotation on the stability of a doubly diffusive fluid layer // *J. Fluid Mech.* 1981. V. 103. P. 389–412.
6. Kerr O.S. The effect of rotation on double-diffusive convection in a laterally heated vertical slot // *J. Fluid Mech.* 1995. V. 301. P. 345–370.
7. Ингель Л.Х. Конвективно-радиационная неустойчивость влажного воздуха // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2003. Т. 39. № 5. С. 726–728.
8. Ингель Л.Х. Плотностные течения, обусловленные «двойной диффузией» // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2010. Т. 46. № 1. С. 48–52.
9. Кушин В.В. Смерч. М.: Энергоатомиздат, 1993. 127 с.
10. Писаревская Л.Г., Волков В.А. Торнадоподобная структура под айсбергом в Баренцевом море // *Проблемы Арктики и Антарктики*. 2007. № 77. С. 56–67.

Vortex Motion Due to Differential Diffusion

L. Kh. Ingel

Research and Production Association "Typhoon"
ul. Pobedy, 4, Obninsk, 249038 Russia
Obukhov Institute of Atmospheric Physics, RAS
Pyzhevsky per., 3, Moscow, 119017 Russia
**e-mail: lev.ingel@gmail.com*

Received: 06.03.2018

Accepted: 30.05.2018

Convection caused by the double (differential) diffusion in a rotating medium can lead to a transfer of vorticity, and in particular, to its concentration. In geophysical applications, it is not considered usually, because the spatial and temporal scales of such convection and rotation effects differ greatly — the period of planetary rotation is many orders of magnitude greater than the characteristic time of existence of the corresponding convective structures in sea water. The paper draws attention to the fact that in the atmosphere there are possible the processes, in which a noticeable transfer of vorticity, caused by the difference in the effective exchange coefficients for various substances, seems to be more real. Effects of the type of double diffusion in the air are possible in principle, in connection with some difference in the rates of heat, water vapor and (or) heavy admixture transfer. The simplest linear model of convection due to double diffusion in a rotating medium is considered. The possibility of the contribution of such effects to the concentration of vorticity during the tornado formation is discussed.

Keywords: double (differential) diffusion, convection, rotation, heavy admixture, turbulent transfer, linear model, tornado.