

УДК 551.511.61

## СЛОИСТАЯ СТРУКТУРА УСТОЙЧИВО-СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ СО СДВИГОМ СКОРОСТИ

© 2019 г. А. В. Глазунов<sup>3,1,\*</sup>, Е. В. Мортиков<sup>1,3</sup>, К. В. Барсков<sup>2,1</sup>, Е. В. Каданцев<sup>5</sup>, С. С. Зилитинкевич<sup>4,5,\*\*</sup>

<sup>1</sup>Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. Ломоносова  
19234, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, 1, стр. 1

<sup>2</sup>Институт физики атмосферы им. А.М.Обухова РАН  
119017, Москва, Пыжевский пер. 3

<sup>3</sup>Институт вычислительной математики РАН им. Г.И. Марчука  
119991, Москва, ул. Губкина, 8

<sup>4</sup>Финский метеорологический институт, FMI

<sup>5</sup>Институт атмосферных и земных систем (INAR),  
Университет Хельсинки, Финляндия

E-mail: \*glazunov@inm.ras.ru, \*\* sergej.zilitinkevich@fmi.fi

Поступила в редакцию 11.09.2018 г.

Принята к печати 03.04.2019 г.

Проанализированы данные численного моделирования устойчиво-стратифицированных турбулентных течений Куэтта при различных значениях числа Ричардсона. Для расчетов применены две различные технологии: прямое численное моделирование (DNS) и моделирование методом крупных вихрей (LES). Показано, что, независимо от метода расчета, наряду с хаотической турбулентностью, течения содержат крупные организованные структуры. В поле температуры эти структуры проявляются как наклонные слои жидкости со слабоустойчивой стратификацией, разделенные очень тонкими слоями с большими градиентами температуры. Существование подобных слоистых структур в природе косвенно подтверждается анализом данных натурных измерений на метеорологической мачте, где обнаружены гистограммы распределения градиентов температуры, далекие от нормального распределения и аналогичные распределениям в численных моделях. В моделях зафиксирован рост турбулентного числа Прандтля при увеличении градиентного числа Ричардсона. Вполне вероятно, что выявленные структуры служат эффективными барьерами для вертикального турбулентного переноса тепла, не блокируя при этом перенос импульса. Предлагается гипотеза, что именно эти структуры и служат физическим механизмом поддержания турбулентности при сверхкритически устойчивой стратификации.

**Ключевые слова:** атмосферный пограничный слой (АПС), прямое (DNS) и вихреразрешающее (LES) численное моделирование турбулентных течений, прямые измерения турбулентности, самоорганизованные структуры, сдвиг скорости, турбулентное число Прандтля, турбулентность, устойчивая стратификация.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-351555413-26>

### 1. ВВЕДЕНИЕ

При устойчивой стратификации турбулентная кинетическая энергия (ТКЭ) производится из кинетической энергии средней скорости ветра, а расходуется на преодоление сил плавучести, конвертирующих ТКЭ в турбулентную потенциальную энергию (ТПЭ), и вязкую диссипацию — как конечный итог прямого каскада ТКЭ от больших вихрей к меньшим (см., [1–3]). Силы плавучести максимально проявляют себя

на масштабах длины  $\lambda$ , сравнимых с масштабом Обухова [4, 5]

$$L = U_*^2 / (\beta \Theta_*). \quad (1)$$

Здесь:  $U_* = |\tau|^{1/2}$  — скорость трения;  $\tau = \langle u'w' \rangle$  — нормированный на плотность вертикальный турбулентный поток импульса;  $\Theta_* = \langle \Theta'w' \rangle / U_*$  — турбулентный масштаб флуктуаций потенциальной температуры (рассматривается случай сухой атмосферы в приближении идеального газа, плавучесть определяется только температурой

среды и давлением);  $\beta = g/T_0$  — параметр пла-  
вучести,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $T_0$  — ха-  
рактерное значение абсолютной температуры.

Согласно классической парадигме [6–8] счита-  
ется, что на масштабах  $\lambda \ll L$  любой скаляр,  
в том числе динамически активный, как, на-  
пример, потенциальная температура, ведет себя  
подобно пассивной примеси, а его дисперсия  
передается путем прямого каскада от крупных  
масштабов к мелким и, в конечном счете, дис-  
сипирует за счет молекулярной теплопроводности  
или диффузии. При этом предполагается,  
что первоначальная неизотропность, свойствен-  
ная крупномасштабным флуктуациям скорости,  
а также температуры и других скаляров, ослабе-  
вает по мере каскадной передачи так, что тур-  
булентность становится полностью изотропной  
на мельчайших вихрях. Следствием этой фи-  
зической модели является закон «двух третей»  
Колмогорова–Обухова [8, 9] для структурной  
функции пульсаций температуры:

$$H(r) = \langle (\Theta'(x) - \Theta'(x+r))^2 \rangle_{x,t} \simeq \frac{\varepsilon_\Theta}{\varepsilon_u^{1/3}} r^{2/3}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_\Theta$  — скорость диссипации квадрата флук-  
туаций температуры, а  $\varepsilon_u$  — скорость диссипа-  
ции ТКЭ. Соотношению (2) соответствует про-  
странственный спектр флуктуаций температуры  
в инерционном интервале:

$$S_\Theta = C_\phi \varepsilon_\Theta \varepsilon_u^{-1/3} k^{-5/3}, \quad (3)$$

аналогичный спектру ТКЭ:

$$S_u = C_K \varepsilon_u^{2/3} k^{-5/3}, \quad (4)$$

где  $k$  — модуль волнового числа,  $C_\phi$  — константа  
Колмогорова–Обухова–Коррзина и  $C_K$  — кон-  
станта Колмогорова.

Изотропизация ТКЭ происходит в основном  
за счет перераспределения энергии компонент  
скорости флуктуациями давления. При каскад-  
ной передаче флуктуаций скаляра этот меха-  
низм отсутствует. Соответственно, можно ожи-  
дать, что флуктуации температуры становятся  
изотропными на значительно меньших масшта-  
бах, чем флуктуации скорости, в результате чего  
вертикальное направление, заданное градиен-  
том средней температуры, остается выделенным  
вплоть до мелких масштабов, принадлежащих  
к инерционному интервалу (4) в спектре ТКЭ.

Подобный эффект запаздывания изотро-  
пизации флуктуаций пассивных скаляров дав-  
но известен и надежно диагностируется путем  
вычисления асимметрии функций распреде-

ления производных скалярного поля или ко-  
нечно-разностных аналогов этих производных.  
Так, например, прямое численное моделиро-  
вание перемешивания пассивного скаляра од-  
нородной изотропной турбулентностью в рабо-  
тах [10, 11] обнаружило структуры в поле флук-  
туаций скаляра с выделенным направлением  
среднего градиента рассматриваемого скаляра.  
Ступенчатые структуры в поле температуры  
были обнаружены путем DNS-моделирования  
однородной устойчиво-стратифицированной  
турбулентности, возбуждаемой стохастическим  
форсингом [12]. Однако, все упомянутые рас-  
четы флуктуаций скаляра показывают, что при  
увеличении числа Рейнольдса  $Re$  анизотропия  
градиентов флуктуаций несколько снижается.  
Асимптотика соответствующих статистических  
характеристик при очень больших  $Re$  до сих  
пор не получена (см. подробный обзор в [13]).  
Поэтому, обнаруженные в расчетах структуры  
могут оказаться артефактом — следствием недо-  
статочного пространственного разрешения сов-  
ременных DNS-моделей и низких значений  $Re$   
в этих моделях.

В пользу реального существования органи-  
зованных структур в устойчиво-стратифициро-  
ванных турбулентных течениях со сдвигом ско-  
рости при очень больших значениях  $Re$  говорят  
следующие факты. В работе [14] были проведе-  
ны LES-расчеты умеренно-устойчивого АПС  
(слоя Экмана) с очень высоким пространст-  
венным разрешением (количество узлов сетки:  
 $1024^3$ ), демонстрирующие ступенчатую форму  
мгновенных профилей температуры. В этой ра-  
боте путем специальной статистической обработ-  
ки данных с условным осреднением выделены  
динамические структуры в векторном поле ско-  
рости, ассоциированные со ступеньками в поле  
температуры. Кроме того, в качестве визуальной  
демонстрации подобного явления в природе при-  
ведены измеренные профили температуры, со-  
держащие ступеньки, смещающиеся с течением  
времени вниз, как это и должно быть, если струк-  
тура, имеющая вид наклонных слоев, переносит-  
ся средним ветром как единое целое.

Ступенчатая структура температурного поля  
была ранее обнаружена при LES-моделировании  
устойчиво-стратифицированных течений над  
поверхностями городского типа (см. рис. 2 в ра-  
боте [15]). Это говорит о том, что крупные неод-  
нородности земной поверхности, сравнимые по  
высоте с масштабом Обухова  $L$ , не разрушают  
существенно неизотропную, ступенчатую струк-  
туру поля температурных аномалий.

Для выделения организованных структур непосредственно из экспериментальных данных потребовались бы измерения мгновенного трехмерного пространственного распределения температуры, что на данный момент недоступно. Кроме того, измерения в атмосфере, как правило, статистически нестационарны, сильно зашумлены и, помимо турбулентности, включают волновые движения. Это затрудняет достоверное детектирование организованных структур. Тем не менее, как показано в настоящей работе, используя достаточно узкие выборки из данных наблюдений на метеорологической мачте удастся вычислить статистические характеристики флуктуаций температуры, говорящие об анизотропии градиентов этих флуктуаций.

Если считать доказанным существование ступенчатых организованных структур в поле температуры при устойчивой стратификации, возникает вопрос о воздействии этих структур на турбулентность. Поскольку температурные ступеньки, хотя и не горизонтальны, но имеют лишь слабый наклон, логично предположить, что в тонких сильно устойчивых прослойках между ступеньками турбулентность существенно ослаблена перепадами плавучести. Это должно приводить к уменьшению среднего турбулентного переноса скалярных величин по вертикали за счет блокировки перемешивания на границах между ступеньками. В то же время, перенос импульса осуществляется не только перемешиванием воздушных частиц с различными свойствами, но и путем передачи импульса флуктуациями давления. Это означает, что при устойчивой стратификации перенос импульса может оказаться более эффективным, чем перенос скаляров.

В книге Мони́на и Яглома [16] (с. 381–382) в качестве аналогии предлагается рассмотреть взаимодействие атмосферы и океана через взволнованную поверхность, где импульс в основном передается за счет сопротивления формы, в то время как обмен теплом осуществляется менее эффективно молекулярными процессами. Похожий механизм может реализовываться и в рассматриваемом случае, так как турбулентность сама по себе создает нестационарные крупномасштабные структуры нерегулярной формы в поле плотности, подобные взволнованной границе раздела между водой и воздухом. Зилитинкевич и др. [2, 3] обнаружили ключевую роль другого механизма, ограничивающего переносы динамически активного скаляра, а именно — противогradientный поток темпе-

ратуры, возникающий при устойчивой стратификации и снижающий коэффициент турбулентной теплопроводности.

Из уравнения бюджета ТКЭ следует, что стационарное поддержание ТКЭ возможно лишь при условии:

$$Rf = \frac{F_b}{S_{ij} \tau_{ij}} \leq 1, \quad (5)$$

где  $F_b = \beta \langle \Theta' w' \rangle$  — поток плавучести;  $S_{ij}$  — тензор скоростей деформации осредненного течения  $\langle \mathbf{u} \rangle$ ;  $\tau_{ij}$  — тензор турбулентных напряжений;  $Rf$  — потоковое турбулентное число Ричардсона, которое, по сути, является отношением скорости конверсии ТКЭ в ТПЭ к скорости генерации ТКЭ тензором  $\tau_{ij}$ .

Помимо этого энергетического критерия, имеется критерий Майлса–Ховарда [17, 18] для плоско-параллельного стратифицированного течения со сдвигом скорости, согласно которому неустойчивость Кельвина–Гельмгольца существует при выполнении условия:

$$Ri = \frac{g / \Theta_0 (d \langle \Theta \rangle / dz)}{(d \langle u \rangle / dz)^2} < Ri_{cr} \approx 0.25, \quad (6)$$

где  $Ri$  — градиентное число Ричардсона.

Энергетический критерий (5) — абсолютен, тогда как критерий (6) относится лишь к одному из механизмов генерации турбулентности, а именно, за счет экспоненциального роста нормальных мод линеаризованного оператора упрощенной задачи о гидродинамической устойчивости — без учета напряжений Рейнольдса и кривизны средних полей скорости и температуры. Мы подчеркиваем, что турбулентное течение всегда содержит широкий набор возмущений, рост которых не ограничивается механизмом неустойчивости Кельвина–Гельмгольца и может происходить, например, за счет вторичной нелинейной неустойчивости, или за счет неустойчивости возмущений конечной амплитуды.

Вопрос о том, может ли в стационарном режиме поддерживаться турбулентность, генерируемая сдвигом средней скорости, при  $Ri \gg Ri_{cr}$  и каким образом организовано течение жидкости в этом случае, долгое время оставался открытым, разрешен сравнительно недавно в EFB-теории турбулентной энергетики и замыкания (теории баланса энергии и потоков; energy and flux budget; см., [2, 3, 19]). Индикатором самоподдержания турбулентности при больших значениях  $Ri$  служит рост турбулентного числа

Прандтля  $Pr_t = K_m / K_h$ , где  $K_m = -\frac{\langle u'w' \rangle}{d\langle u \rangle/dz}$

и  $K_h = -\frac{\langle \Theta'w' \rangle}{d\langle \Theta \rangle/dz}$  — коэффициенты турбу-

лентной вязкости и температуропроводности. Согласно ЕФВ-теории замыкания в плоско-параллельном течении:

$$Pr_t = \frac{K_m}{K_h} \equiv \frac{Ri}{Rf} \rightarrow \frac{Ri}{R_\infty} \text{ при } Ri \gg 1, \quad (7)$$

где  $R_\infty = 0.2$  — максимально возможное значение числа Rf. Турбулентное число Прандтля также растет с ростом Ri, что и обеспечивает выполнения критерия (5). В работе [3] собраны данные лабораторных экспериментов и наблюдений в природе (см., рис. 5 в [3]), подтверждающие линейный рост числа Pr<sub>t</sub> в зависимости от числа Ri при Ri ≫ 1. Данные измерений в устойчиво стратифицированном АПС [20] дают похожую зависимость Pr<sub>t</sub>(Ri) (см., рис. 1а и рис. 2а из работы [20]). Сами авторы работы [20] склонны объяснять полученную ими зависимость погрешностями измерений и приводят свидетельства убывания турбулентного числа Прандтля с усилением устойчивости. Нам представляется, что кажущееся противоречие между поведением функций Pr<sub>t</sub>(Ri), Pr<sub>t</sub>(Rf) и Pr<sub>t</sub>(z/L), может быть связано со спецификой данных, использованных в [20] — сильно устойчивая стратификация при очень слабом ветре, когда турбулентность затухает под действием молекулярной вязкости. Другое возможное объяснение — нелокальность турбулентного переноса вблизи верхней границы АПС и влияние крупных вихрей, определяющих большие потоки при малых и, вообще говоря, произвольных средних значениях градиентов температуры и скорости [21]. Существенно, что на рис. 1б и рис. 2б в [20] число Pr<sub>t</sub>(Rf) сильно убывает только при Rf > 1, что является явным свидетельством нелокальности. Таким образом, доступные данные наблюдений не противоречат существованию турбулентности при очень больших значениях Ri. Существенным недостатком натуральных данных является практическая невозможность прямого измерения всех членов баланса турбулентной энергии и четкого разделения локальных и нелокальных процессов.

Численное моделирование позволяет осуществлять полностью контролируемые эксперименты. Однако, современные вычислительные

возможности не настолько велики, чтобы достичь в DNS-моделях чисел Рейнольдса ( $Re \sim 10^9$ ), характерных для АПС. Совместное влияние вязкости и стратификации подавляет турбулентность, в результате чего современные DNS-модели пока позволяют определить функцию Pr<sub>t</sub>(Ri) лишь при значениях Ri меньших предела гидродинамической неустойчивости (6). Некоторое преимущество дают LES-модели, позволяющие увеличить эффективное число Рейнольдса на грубых сетках. Однако, подсеточные замыкания в этих моделях сами по себе строятся на основе априорных предположений о свойствах подсеточной турбулентности. Кроме того, роль ошибок аппроксимации в таких моделях более существенна, чем в DNS. Поэтому результаты LES-моделирования могут служить лишь предварительными оценками, подлежащими последующей проверке более точными методами.

В данной работе объединены имеющиеся в нашем распоряжении результаты расчетов с LES- и DNS-моделями. Выполнялось моделирование турбулентных устойчиво-стратифицированных течений Куэтта (течений идеального газа в поле силы тяжести между двумя пластинами, движущимися в противоположных направлениях, при охлаждении нижней пластины и нагреве верхней). Мы ограничились этим каноническим течением, чтобы избежать влияния вторичных факторов, таких как статистическая нестационарность, поворот ветра в спирали Экмана и зависимость турбулентных потоков от высоты и, вместе с тем, сохранить близкую аналогию с турбулентностью в АПС. Оставаясь в пределах достижимых на данный момент, относительно небольших чисел Рейнольдса и Ричардсона, мы демонстрируем тенденцию к росту числа Прандтля с усилением устойчивости. При этом, сохраняется ступенчатая структура вертикальных профилей температуры и меняются характерные пространственные масштабы, характеризующие эту структуру. Кроме того, по данным LES вычислены и сопоставлены с теорией структурные функции температурных флуктуаций.

Помимо численных экспериментов, мы используем данные измерений турбулентности на метеорологической мачте Университета Хельсинки (Хьютиала, Финляндия). Данные этих измерений, соответствующие большим значениям Re, показывают общие закономерности с результатами DNS и LES, что свидетельствует о возможности существования аналогичных организованных структур в устойчивых АПС.

## 2. КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛЕЙ, ДИЗАЙНА ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

### 2.1. Численные методы и параметризации

Обе численные модели (DNS [22, 23] и LES [24, 25]) предназначены для решения уравнений гидротермодинамики несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений близки между собой и основаны на консервативных конечно-разностных аппроксимациях по пространству [26] второго (DNS) и четвертого (LES) порядков. По времени использовались явные схемы Адамса–Бэшфорта второго порядка с шагами много меньшими, чем шаг, определяемый условием Куранта. Уравнения Пуассона решаются предобусловленными итерационными методами сопряженных градиентов (LES) и би-сопряженных градиентов (DNS). В DNS-модели используется сгущающаяся к поверхности неравносторонняя ортогональная сетка, а в LES-модели шаги сетки постоянные и одинаковые по всем направлениям.

Для вычисления тензора подсеточных/подфильтровых напряжений  $\tau_{ij}$  в LES используется смешанная локализованная подсеточная модель:

$$\tau_{ij}^{mix} = \tau_{ij}^{smag} + \tau_{ij}^{ssm} = -2(C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} + \left( \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \overline{u_i u_j} \right), \quad (8)$$

где:  $\bar{a} \equiv F(a)$  — явно заданный дискретный пространственный фильтр;  $\bar{S}_{ij}$  — тензор скоростей деформации фильтрованного поля скорости;  $C_s$  — коэффициент, зависящий от координат и времени и определяемый динамически [27] путем минимизации некоторого функционала [24]. Для вычисления подсеточных потоков скаляра используется модель вихревой диффузии:

$$\vartheta_i^\ominus = -K_h^{subgr} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_i}, \quad (9)$$

где: коэффициент диффузии  $K_h^{subgr} = (1/Pr^{subgr})(C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}|$  пропорционален коэффициенту вихревой вязкости, а подсеточное турбулентное число Прандтля фиксировано:  $Pr^{subgr} = 0.8$ .

Заслуживает упоминания следующее свойство данной модели, полезное по отношению к рассматриваемой задаче: коэффициенты подсеточной вязкости и диффузии в областях с подавленной турбулентностью автоматиче-

ски уменьшаются если прямой каскад кинетической энергии локально ослаблен. Благодаря этому свойству модели большие градиенты температуры при устойчивой стратификации не размываются. В частности, модель правильно воспроизводит верхнюю границу устойчиво стратифицированного АПС даже на очень грубых сетках (см. тесты по сценарию GABLS в работе [21]). Поэтому можно надеяться, что данная LES-модель способна воспроизводить внутреннюю, слоистую структуру поля температуры.

### 2.2. Методики проведения расчетов

#### DNS

В DNS-модели на поверхности пластин задавались граничные условия Дирихле для скорости и температуры. В каждом расчете фиксировались число Рейнольдса  $Re$  и интегральное число Ричардсона  $Ri_b$ , определенные соотношениями:

$$Re = 2h\Delta U/\nu, \quad Ri_b = \frac{2h\beta\Delta\Theta}{\Delta U^2}, \quad (10)$$

где:  $\nu$  — молекулярная кинематическая вязкость;  $h$  — полуширина канала;  $\Delta U$  и  $\Delta\Theta$  — разности между скоростями и температурами пластин соответственно. Степень устойчивости варьировалась путем изменения параметра плавучести  $\beta$ . Молекулярное число Прандтля  $Pr_\nu$  равнялось 0.7.

Пространственное разрешение выбиралось таким образом, чтобы явно воспроизвести все возможные масштабы и удовлетворяло условию:  $\Delta_g \leq \eta$ , где  $\eta = \nu^{3/4} \epsilon_n^{1/4}$  — диссипативный масштаб Колмогорова, а  $\Delta_g$  — максимальный шаг сетки. Расчеты проводились в двояко-периодической области с соотношением сторон  $L_x : L_y : 2h = 6 : 4 : 1$ , где  $L_x$  — длина области в направлении движения пластин,  $L_y$  — ее ширина,  $2h$  — расстояние между пластинами. Размер сетки модели составлял  $768 \times 512 \times 512$  узлов. Вычисления выполнялись вплоть до установления равновесного состояния, а затем еще в течение интервала безразмерного времени  $\delta\tilde{t} = \delta t \Delta U / h = 4800$ , на котором собирались статистики (интервал времени сбора статистик в нормировке на скорость трения уменьшается с увеличением  $Ri_b$  и лежит в диапазоне  $41 \leq \delta t U_* / h \leq 123.6$ ). Были проведены две серии расчетов при разных значениях числа Рейнольдса:  $Re = 80000$  и  $Re = 120000$ . Параметр  $\beta$ , характеризующий в наших экспериментах статическую устойчивость, менялся в диапазоне, соответствующем диапазону ин-

тегральных чисел Ричардсона  $0 \leq Ri_b \leq 0.12$ . Максимальное значение параметра устойчивости достигнуто в наших расчетах по DNS-модели при  $h/L \approx 8$ . При дальнейшем увеличении  $Ri_b$  турбулентность становилась перемежающейся или затухала.

### LES

В LES-модели задавались скорости движения пластин и динамический параметр шероховатости  $z_0$ . Среднее по площади напряжение трения на пластинах  $\tau_s(t)$  рассчитывалось по формулам теории подобия Монины–Обухова [5] с использованием универсальных функций [28], а вертикальный кинематический поток температуры на поверхности,  $F_s(t)$ , отрицательный на нижней и положительный на верхней пластинках, вычислялся таким образом, чтобы масштаб Обухова  $L$  оставался фиксированным, независимо от присутствующих в модели вариаций  $\tau_s$ :

$$F_s = \pm |\tau_s|^{3/2} / (\beta L). \quad (11)$$

Статическая устойчивость течения в LES характеризовалась безразмерным параметром  $h/L$ . Существенно, что в турбулентном течении Куэтта нормированный профиль средней скорости  $\langle u \rangle / U_*$  не зависит от  $z_0$ , поэтому мы можем сравнивать эти профили в DNS- и LES-моделях между собой. То же самое справедливо и для безразмерных профилей температуры  $\langle \Theta - \Theta_h \rangle / \Theta_*$  (здесь  $\Theta_h$  — температура в центре канала).

LES-модель интегрировалась на равноостронней сетке, содержащей  $512 \times 512 \times 128$  узлов. Соотношение сторон расчетной области составляло  $L_x : L_y : 2h = 4 : 4 : 1$ . Вычисления проводились при следующих значениях параметра устойчивости:  $h/L = 0, 2, 4, 8, 12$  и  $16$ . При дальнейшем увеличении параметра  $h/L$  турбулентность в LES-модели с данным пространственным разрешением затухает. Интервал сбора статистик в каждом из расчетов составлял около 20 единиц безразмерного времени  $tU_*/h$ .

### 2.3. Данные измерений

В работе использовались данные мониторинга характеристик атмосферной турбулентности на 127-метровой мачте исследовательской станции SMEAR II (Station for Measuring Ecosystem-Atmosphere Relations, Хьютиала, Финляндия,  $24^\circ 17' 13''$  E,  $61^\circ 51' 5''$  N). Измерения трех компонент скорости ветра и температуры производились на нескольких уровнях с частотой 10 Гц

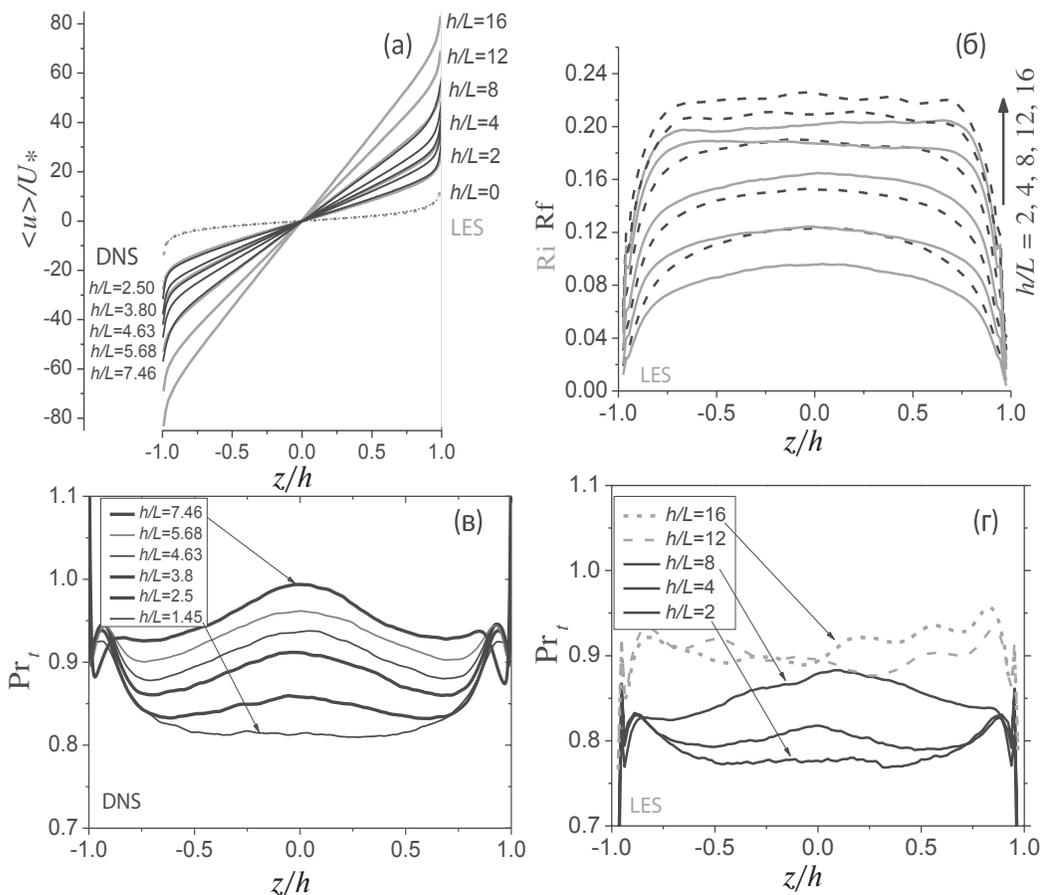
с помощью трехкомпонентных ультразвуковых анемометров (Solent Research 1012R2, Gill Instruments Ltd., Lymington, Hampshire, UK). Подробно эти данные и методы их предварительной обработки и селекции описаны в работе [29]. Мачта расположена в лесистой холмистой местности. Чтобы минимизировать влияние рельефа и неоднородной растительности, использовались только данные с датчиков, расположенных на уровне 67 м, существенно превышающей высоту деревьев и вариации рельефа. Согласно оценкам высоты пограничного слоя, выполненным в работе [29], этот уровень ( $z = 67$  м) находится внутри АПС даже при наибольших значениях безразмерной высоты  $z/L$  (одновременно служащей локальной характеристикой статической устойчивости). Ряд данных был разделен на 30-минутные интервалы, для каждого из которых были получены значения  $z/L$  и средней скорости ветра  $\bar{U}$ . Нас интересовали гистограммы распределения градиентов потенциальной температуры. Так как при редком расположении датчиков на мачте вычислить производную  $d\Theta/dz$  с достаточной точностью невозможно, мы ограничились производной  $d\Theta/dx$  вдоль направления ветра. Ее оценка выполнялась в предположении «замороженной турбулентности»:

$$\frac{d\Theta}{dx} \approx -\frac{1}{\bar{U}} \frac{d\Theta}{dt} \approx -\frac{1}{\bar{U}} \frac{\Delta\Theta}{\Delta t}, \quad (12)$$

где:  $\Delta t = 0.1$  с — временной шаг высокочастотных измерений. Данные при слабом ветре,  $\bar{U} < 5$  м/с, не использовались. Были выбраны узкие интервалы безразмерной высоты  $z/L$  с сильной устойчивостью:  $z/L \in [3, 3.5]$  и  $z/L \in [4, 4.5]$ . На каждом из выбранных 30-минутных интервалов из оценки (12) производной  $d\Theta/dx$  был удален линейный тренд, а затем полученная величина производной была нормирована на ее собственное средне-квадратичное отклонение (СКО).

### 3. СРЕДНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЧЕНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ DNS- И LES-МОДЕЛЕЙ

На рис. 1а изображены профили средней безразмерной скорости течения  $\langle u \rangle / U_*$ , полученные с помощью DNS- и LES-моделей при различных значениях параметра  $h/L$ . Черные кривые вычислены по DNS-модели при  $Re = 80\,000$ , а серые — по LES-модели. С уменьшением масштаба Обухова,  $L$ , безразмерный градиент скорости увеличивается. Кривые с наибольши-



**Рис. 1.** Средние характеристики течений в DNS- и LES-моделях при разных значениях параметра устойчивости  $h/L$ : (а) — нормированная средняя скорость (DNS-черные кривые, LES-серые кривые); (б) — градиентное  $Ri$  и потоковое  $Rf$  числа Ричардсона; (в) и (г) — турбулентные числа Прандтля  $Pr_t$ .

ми градиентами соответствуют режимам наиболее сильной устойчивости. Несмотря на грубую сетку (в центре канала шаг сетки по вертикали в LES приблизительно в 2.4 раза больше шага в DNS-модели) удалось воспроизвести турбулентность, незатухающую в LES-модели вплоть до значений  $h/L = 16$ . Для сравнения, в DNS-модели удастся получить незатухающую турбулентность лишь до значений  $h/L = 8$ . В DNS-расчетах масштаб  $L$  явным образом не задавался, поэтому параметр  $h/L$  на рис. 1а имеет нецелые значения, не совпадающие со значениями  $h/L$  в LES. Тем не менее, можно видеть, что кривые на рис. 1а, полученные в DNS- и LES-моделях при близких значениях  $h/L$ , тоже близки между собой.

Вычисленные в LES градиентные числа Ричардсона  $Ri$  (серые сплошные линии) и потоковые числа Ричардсона  $Rf$  (черный пунктир) изображены на рис. 1б. В центре канала при  $h/L = 16$  значение  $Ri$  достигает величины  $\sim 0.2$ . В DNS-расчетах — максимальное достигнутое

число Ричардсона  $Ri \sim 0.17$ . Таким образом, в выполненных расчетах режим сильной устойчивости, при котором ожидается существенный рост числа Прандтля,  $Pr_t$ , с увеличением  $Ri$  все еще не достигнут. Тем не менее, и в DNS (рис. 1в), и в LES (рис. 1г) число Прандтля заметно возрастает с ростом  $h/L$  и  $Ri$ . Значение  $Pr_t$  в центре канала меняется в DNS от 0.82 до 0.98, а в LES от 0.78 до 0.9.

На основании наших расчетов нельзя с уверенностью судить, которая из моделей, DNS или LES, лучше описывает поведение  $Pr_t$  при больших числах Рейнольдса, наблюдаемых в АПС. В DNS существенную роль играют молекулярные вязкость и температуропроводность, причем их вклад увеличивается по мере усиления статической устойчивости и порождается этим уменьшения максимального масштаба турбулентных движений при одновременном увеличении Колмогоровского масштаба диссипации. В LES по мере уменьшения характерных масштабов турбулентных движений усиливается

роль параметризации подсеточной турбулентности. В нашей модели она считается не подверженной влиянию стратификации: в частности, задано постоянное значение турбулентного числа Прандтля  $Pr_t^{subgr} = 0.8$ .

При увеличении  $h/L$  расчеты требуют все больших вычислительных ресурсов. Во-первых, уменьшаются масштабы вихрей, что требует увеличения чисел Рейнольдса, сгущения пространственных сеток и соответствующего уменьшения шага по времени для обеспечения численной устойчивости. Во-вторых, при прочих равных условиях уменьшается скорость трения. Это увеличивает длительность расчетов, поскольку для получения надежных статистик необходимый интервал времени осреднения  $\delta t$  берется обратно пропорциональным  $U_*$  (чтобы сохранить безразмерную величину  $\delta th/U_*$ ). Кроме того, как показывает наш опыт, при сильной устойчивости в течениях возбуждаются пассив-

ные крупномасштабные моды и волновые составляющие решения, что требует дополнительного времени для осреднения их вклада. Так, например, для функции  $Pr_t(z/h)$ , вычисленной в LES-модели при  $h/L = 12$  и  $h/L = 16$  (рис. 1г), интервал осреднения  $\delta th/U_* = 20$  недостаточен для устранения видимой асимметрии относительно  $z = 0$ . Нам представляется, что anomальная форма этих двух кривых (отсутствие максимума  $Pr_t$  в центре канала) может быть вызвана недостаточным для рассматриваемой стратификации разрешением LES-модели.

#### 4. ОРГАНИЗОВАННЫЕ СТРУКТУРЫ ПРИ УСТОЙЧИВОЙ СТРАТИФИКАЦИИ

На рис. 2 изображены вертикальные сечения безразмерной температуры  $(\theta - \theta_h)/\theta_*$ , вычисленные в DNS и LES. На всех рисунках отчетливо выделяются наклонные слои, вну-

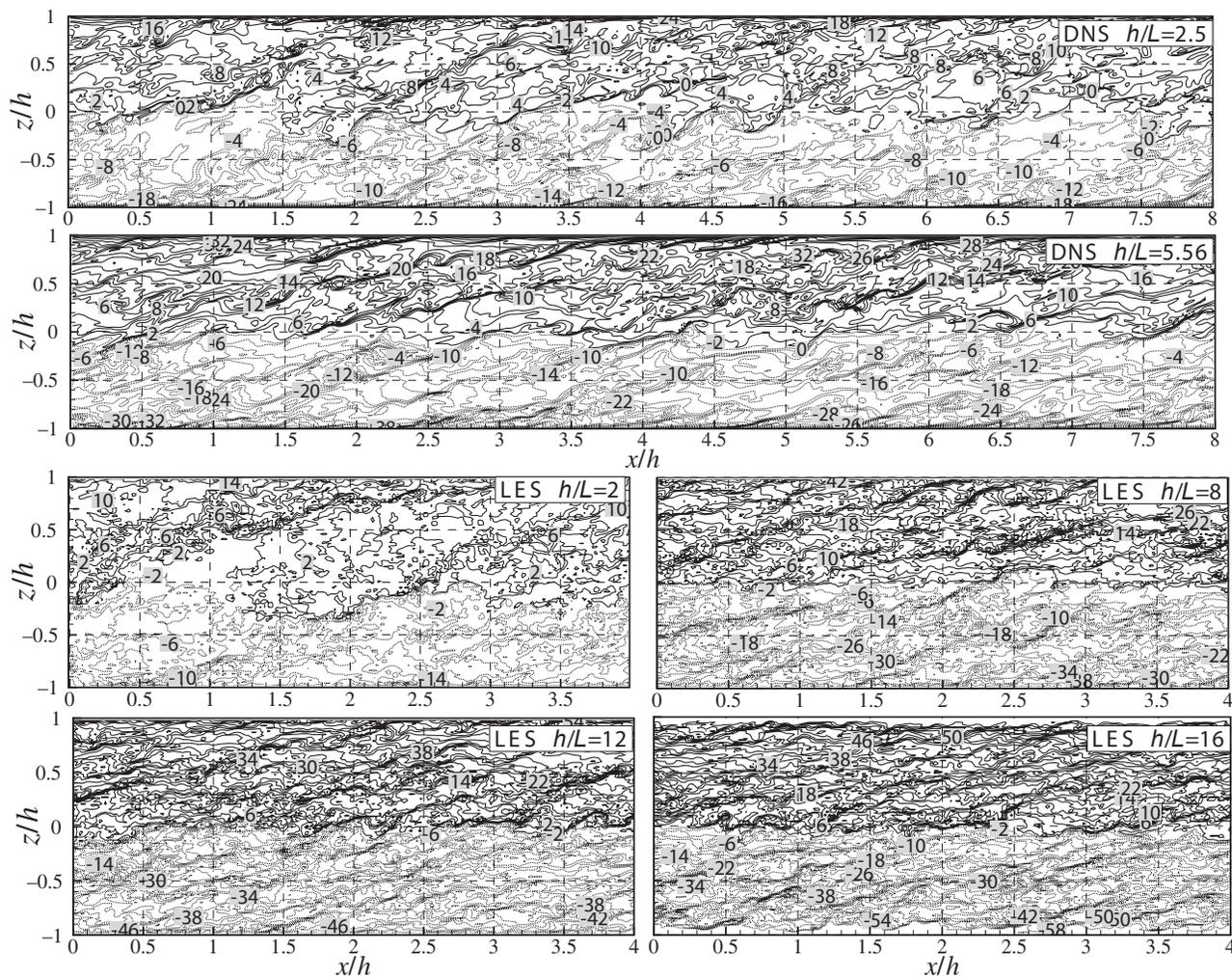
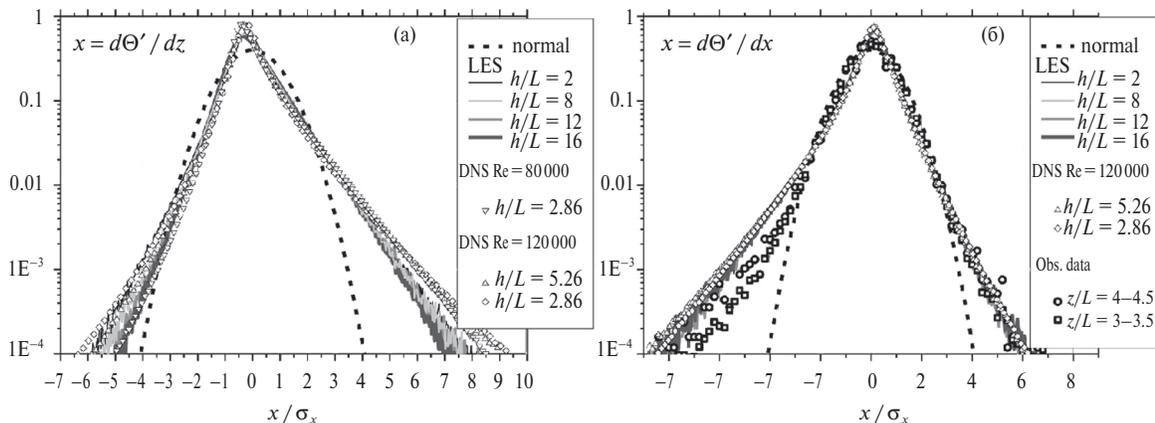


Рис. 2. Мгновенные вертикальные сечения поля нормированной температуры  $(\theta - \theta_h)/\theta_*$  при разных значениях  $h/L$ , вычисленные в DNS (вверху,  $Re = 80000$ ) и LES (внизу). Изображены фрагменты расчетных областей.



**Рис. 3.** Гистограммы распределений производных аномалий температуры, вычисленные по данным LES (сплошные линии), DNS (мелкие символы) и данным наблюдений на метеорологической мачте (крупные символы): (а) — распределения производных по вертикали; (б) — распределения производных по горизонтали (вдоль оси, соответствующей направлению ветра). Для сравнения приведено нормальное распределение (normal).

три которых стратификация близка к нейтральной. Слои разделены тонкими прослойками нерегулярной формы. Из рисунков видно, что при увеличении параметра  $h/L$  толщина и угол наклона слоев уменьшаются. В поле скорости аналогичная слоистость визуально не обнаруживается.

Гистограммы распределений нормированных случайных величин  $\frac{1}{\sigma_a} \frac{\Delta\Theta'}{\Delta x}$  и  $\frac{1}{\sigma_a} \frac{\Delta\Theta'}{\Delta z}$  изображены на рис. 3 (здесь  $\sigma_a$  — оценка СКО соответствующей переменной). Использовались данные в центре канала. Распределения асимметричны и имеют вид, далекий от нормального распределения.

Были выполнены оценки коэффициентов асимметрии  $K = \mu_3 / \sigma_a^3$ , где  $\mu_3$  — третий центральный момент случайной величины с дисперсией  $\sigma_a^2$ . Далее будем обозначать как  $K_x$  и  $K_z$  коэффициенты асимметрии для аппроксимаций производных температуры по соответствующим направлениям.

В DNS-модели коэффициенты асимметрии увеличиваются по абсолютной величине с усилением устойчивости и немного уменьшаются с увеличением числа Рейнольдса. Так, при  $Re = 80000$  с изменением параметра  $h/L$  от 1.45 до 7.7 отрицательный коэффициент  $K_x$  меняется в диапазоне от  $-1.02$  до  $-2.16$ , а положительный коэффициент  $K_z$  меняется незначительно — от 1.73 до 1.83. При сопоставимых значениях  $h/L$  абсолютная величина коэффициентов асимметрии при  $Re = 120000$  приблизительно на 5–10% меньше, чем их величина при  $Re = 80000$ .

В LES-модели оба коэффициента меняются с изменением  $h/L$  незначительно и лежат в интервалах  $K_x \in [-0.85, -0.71]$  и  $K_z \in [0.9, 1.01]$ . Таким образом с увеличением числа Рейнольдса DNS-модель приближается по этому свойству к LES-модели. Различие между двумя моделями заметно на рис. 2 — в DNS поле температуры имеет сглаженный вид.

Данные измерений, полученные описанным в разделе 3 способом, подтверждают асимметрию распределения градиентов температуры (символы на рис. 3б). Абсолютная величина коэффициента асимметрии  $K_x$  в данных измерений меньше, чем в численных моделях, и составляет 0.3–0.4. Это вполне объяснимо, с учетом статистической нестационарности данных и неэквивалентности всех определяющих параметров в разных 30-минутных интервалах, из которых составлялась выборка. В силу центральной предельной теоремы гистограмма, построенная по данным, включающим в себя различные случайные процессы, приближается к Гауссову распределению, что отчетливо заметно на рис. 3б в области малых значений случайной величины.

Распределение вероятностей флуктуаций температуры (а не ее производных), как и флуктуаций компонент скорости, согласно нашим численным экспериментам, измерениям на мачте в Хьютиала и предшествующим измерениям (например, [30]) близки к нормальному распределению, что, казалось бы, свидетельствует об отсутствии организованных структур. Результаты настоящей работы свидетельствуют об ошибочности подобного заключения.

### 5. СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ ФЛУКТУАЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И ХАРАКТЕРНЫЕ МАСШТАБЫ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Согласно данным наблюдений, высокочастотный участок спектра температурных флуктуаций в устойчивом АПС имеет вид:  $S_\Theta(f) \sim f^{-5/3}$  (см., например, [31]). В соответствии с гипотезой «замороженной турбулентности» этот участок соответствует пространственному спектру  $S_\Theta(k_x) \sim k_x^{-5/3}$  и, по теореме Винера–Хинчина–Колмогорова, структурной функции  $H_x(x') \sim x'^{2/3}$ . Такой вид спектра легко принять за проявление законов Колмогорова–Обухова (2)–(4) для инерционного участка спектра локально-изотропной трехмерной турбулентности. Однако, эти степенные зависимости сами по себе еще не являются доказательством изотропности. Измерения спектров в природе доступны только для горизонтального направления (вдоль среднего ветра) и ничего не говорят о виде структурных функций  $H(\mathbf{r})$ , где  $\mathbf{r}$  — вектор смещения и пространственных спектров  $S_\Theta(\mathbf{k})$ , где  $\mathbf{k}$  — волновой вектор. Дело в том, что спектральные «наклоны»  $S \sim k^{-n/3}$  возникают не обя-

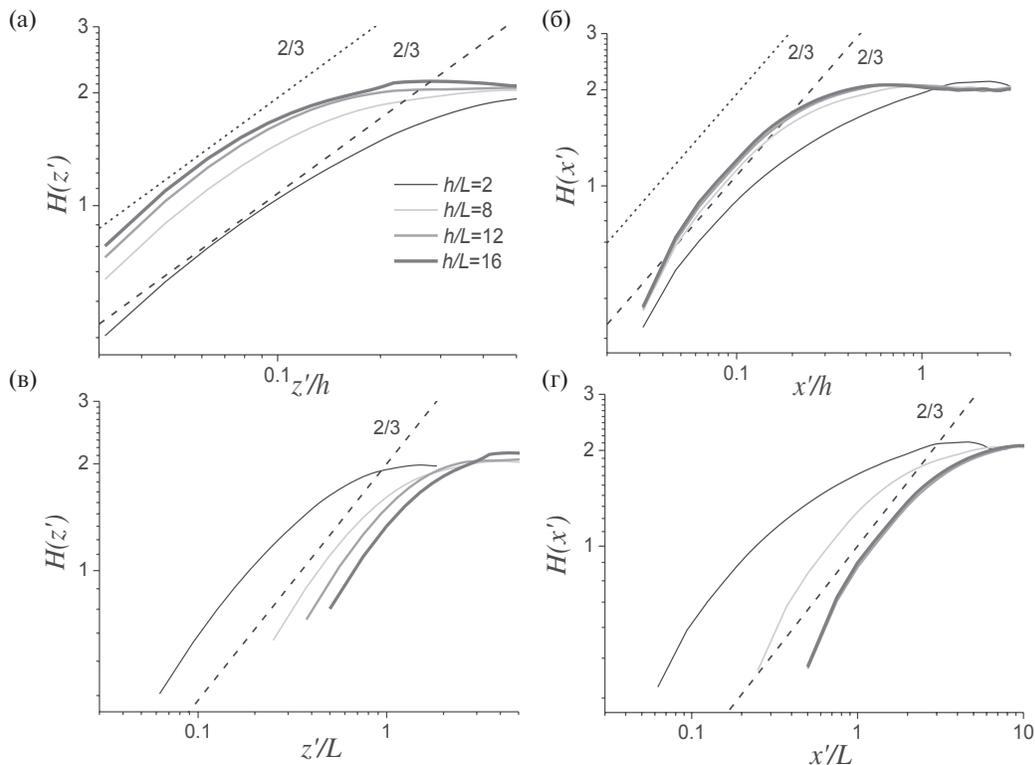
зательно в интервале прямого каскада трехмерной изотропной турбулентности, но и, согласно теории размерностей, в любых других инерционных интервалах, если одним из определяющих параметров оказывается величина, имеющая ту же размерность, что и диссипация ТКЭ  $\epsilon_u$ . Классическим примером спектра ТКЭ, имеющего тот же функциональный вид:  $S \sim k^{-5/3}$ , является спектр крупномасштабных флуктуаций скорости на интервале обратного каскада в форсированной двумерной турбулентности [32]. Для флуктуаций температуры спектры с «наклонами»  $-4/3$  и  $-1/3$  были ранее обнаружены на крупных масштабах в LES-модели конвективного АПС [33], где роль определяющего параметра играет вертикальный турбулентный поток плавучести  $F_b$ , являющийся источником ТКЭ и ТПЭ и имеющий размерность  $\text{м}^2/\text{с}^3$ .

На рис. 4 изображены структурные функции флуктуаций температуры:

$$H_x(x') = \langle (\tilde{\Theta}'(x) - \tilde{\Theta}'(x+x'))^2 \rangle_{x,t},$$

$$H_z(z') = \langle (\tilde{\Theta}'(z) - \tilde{\Theta}'(z+z'))^2 \rangle_{x,t},$$

где  $\Theta' = \Theta' / \sigma_\Theta$  — флуктуации температуры, нормированные на их СКО.



**Рис. 4.** Структурные функции  $H(z')$  и  $H(x')$  нормированных на СКО флуктуаций температуры  $\bar{\theta}'$  в зависимости от смещений в различной нормировке. Функции вычислены по данным серии LES-расчетов при различных значениях параметра устойчивости  $h/L$ ; значения этого параметра, соответствующие каждому типу кривых, указаны в легенде к рис. 4а. Прямые пунктирные линии одинакового типа на рис. 4а и рис. 4б, соответствующие степенным функциям  $Cz'^{2/3}$  и  $Cx'^{2/3}$ , имеют равные коэффициенты  $C$ .

Для вычисления этих функций, использовались данные расчетов по LES-модели при разных значениях  $h/L$  из интервала высот  $-0.5h < z < 0.5h$ . Как видно из рисунков, при больших, превышающих радиус корреляции значениях  $z'$  и  $x'$  получается  $H \rightarrow 2$ . Ожидаемая степень структурных функций  $H(r) \sim r^{2/3}$ , хорошо видна для функции  $H_x$  (рис. 4б) при  $-0.05 < x'/h < 0.2$  и хуже — для функции  $H_z$ . Отчетливо проявляется несовпадение структурных функций  $H_x$  и  $H_z$  при малых значениях аргумента (см. пунктирные линии, показывающие степень  $2/3$  на рис. 4а и рис. 4б). Из этих функций  $H_z$  существенно превышает  $H_x$ , что свидетельствует о значительно меньших масштабах изменчивости температуры в вертикальном направлении и, со своей стороны, характеризует наличие слоистости, т.е. структур, вытянутых преимущественно в горизонтальном направлении.

Рост турбулентного числа Прандтля  $Pr_t$  с увеличением  $h/L$ , продемонстрированный в двух независимых сериях численных экспериментов, свидетельствует против общепризнанной концепции  $z$ -less стратификации [34, 35]. Согласно этой концепции, при  $L \ll z$  масштаб Обухова  $L$  остается единственным турбулентным масштабом длины, характеризующим турбулентность<sup>1</sup>. Следовательно, должны выполняться асимптотические соотношения:

$$\frac{d\langle u \rangle}{dz} = c_m \frac{U_*}{L}; \quad \frac{d\langle \Theta \rangle}{dz} = c_h \frac{\Theta_*}{L}, \quad (13)$$

где  $c_m$  и  $c_h$  — универсальные константы. Таким образом, в рамках концепции  $z$ -less стратификации при сильной устойчивости:

$$Pr_t = \frac{d\langle \Theta \rangle / dz U_*}{d\langle u \rangle / dz \Theta_*} = c_h / c_m = \text{const.}$$

Данные наблюдений в устойчивом АПС (см., например, [38]) показывают, что при больших значениях  $\xi = z/L$  соотношения (13) нарушаются. Теоретическое объяснение зависимости турбулентного числа Прандтля от стратификации получено в ЕФВ-теории [2, 3].

Отложим функции  $H_z$  и  $H_x$  в зависимости от смещений, нормированных на масштаб Обухова  $L$ . Если этот масштаб полностью характеризует пространственную структуру поля температуры, то кривые при разных зна-

<sup>1</sup> Здесь  $z$  понимается как расстояние до стенки в АПС, а в общем случае — как масштаб длины, учитывающий отличие конкретной области (в течениях Куэтта  $-h < z < h$ ) от полупространства ( $z > 0$ ) — см. [36, 37].

чениях  $h/L$  должны совпасть. Как видно из рис. 4в, г, этого не происходит. Таким образом, характерная толщина слоев  $L_w$ , наблюдаемых на рис. 2, уменьшается с усилением устойчивости не пропорционально масштабу  $L$ . Это дает дополнительные аргументы в пользу гипотезы о возможности неограниченного роста числа Прандтля  $Pr_t$ .

## 6. ВЫВОДЫ

Результаты расчетов, выполненных при помощи двух независимых численных моделей (DNS и LES), свидетельствуют о наличии организованных крупномасштабных структур в поле температуры устойчиво-стратифицированного пристеночного турбулентного сдвигового течения. Здесь мы ограничились рассмотрением течения Куэтта, как простейшего аналога устойчивого АПС. Это позволило избежать проявления вторичных эффектов, связанных с зависимостью турбулентных потоков от высоты, и провести статистический анализ флуктуаций температуры в широком интервале значений параметра  $h/L$ . Слоистые структуры, выявленные в представленных расчетах, аналогичны структурам, обнаруженным ранее при моделировании АПС, подверженного влиянию сил Кориолиса [14], и в расчетах стратифицированной турбулентности над поверхностью городского типа [15]. Это говорит о том, что исследуемое явление является типичным для устойчивой стратификации.

Показано, что в разных моделях числовые характеристики анизотропии температурных флуктуаций имеют близкие между собой значения. Это проявляется в одинаковом асимметричном виде гистограмм распределения градиентов температуры и в близости коэффициентов асимметрии этих распределений.

Аналогичное проявление асимметрии флуктуаций было обнаружено и в природе. Мы использовали узкие по параметру устойчивости  $z/L$  выборки из данных высокочастотных измерений в устойчивом АПС на существенном удалении от поверхности на метеорологической мачте исследовательской станции SMEAR II (Хьютиала, Финляндия). Полученный специфический вид распределений градиентов измеренной температуры говорит о ее скачкообразных изменениях вдоль направления ветра. Это согласуется с представлением температурного поля в виде наклонных слоев со слабой стратификацией, разделенных тонкими прослойками с сильной

устойчивостью. Более точное подтверждение наличия слоистых структур при очень больших значениях числа Рейнольдса может быть получено путем прямых измерений пространственного поля температурных флуктуаций, например содарных измерений в устойчиво-стратифицированном АПС.

Еще одним подтверждением мелкомасштабной анизотропии является зависимость величины и вида структурной функции температурных флуктуаций  $H_{x_i}$  от направления, в котором эта функция вычисляется. Результаты LES-моделирования показывают, что в вертикальном направлении флуктуации температуры имеют более мелкомасштабный вид, чем эти же флуктуации в горизонтальном направлении. При этом сохраняется типичный для локально-изотропного инерционного интервала вид структурных функций  $H_x(x') \approx x'^{2/3}$ . Предположим, что подобное поведение данной статистической характеристики проявляется и при очень больших значениях Re. Тогда, в измеренных спектрах температуры этот анизотропный интервал будет неотличим от локально-изотропного инерционного интервала, соответствующего каскадной передаче флуктуаций скаляра трехмерной турбулентностью. Таким образом, спектры, полученные по данным измерений, могут ошибочно интерпретироваться, как свидетельство отсутствия самоорганизации в устойчивом АПС. То же самое касается и плотностей вероятностей флуктуаций температуры, которые имеют вид, близкий к нормальному распределению, несмотря на наличие крупномасштабных организованных структур.

Недавние работы [39, 40], в которых представлены измеренные спектры турбулентных флуктуаций компонент скорости в стратифицированном АПС, свидетельствуют об анизотропии этих флуктуаций, в том числе и для мелкомасштабного диапазона изменчивости в устойчивом АПС (см., например, рис. 2 из работы [39]). При этом, в том же диапазоне, может сохраняться характерный для изотропного инерционного интервала вид пространственных спектров с «наклоном»  $-5/3$  для всех трех компонент скорости (рис. 4 в статье [39]). Несомненный интерес представляет дальнейшее исследование возможной связи обсуждаемых в данной работе организованных структур в поле активного скаляра (температуры) с мелкомасштабной анизотропией динамики стратифицированной турбулентности.

На основании анализа структурных функций обнаружено, что при уменьшении масштаба Обухова  $L$  характерные масштабы температурных флуктуаций  $L_w$  уменьшаются, но не пропорционально этому масштабу даже при больших значениях безразмерного параметра устойчивости  $h/L$ . Это свидетельствует против концепции «z-less» стратификации, которая противоречит существованию турбулентности при больших значениях градиентного числа Ричардсона,  $Ri$ .

В DNS- и LES-экспериментах наблюдается увеличение турбулентного числа Прандтля при увеличении  $Ri$ . Это может быть связано со ступенчатым характером вертикальных профилей температуры. Можно предположить, что турбулентность самоорганизуется и формирует некоторое подобие многослойно-стратифицированной жидкости, так, что обмен импульсом между слоями происходит в основном за счет его перераспределения флуктуациями давления, в то время как турбулентный обмен теплом, требующий перемещения масс воздуха, в значительной мере блокируется. Для подтверждения этой гипотезы нужны новые расчеты с DNS- и LES-моделями, специализированная обработка данных и очень подробное пространственное разрешение, увеличивающееся по мере усиления устойчивости.

**Благодарности.** Данное исследование выполнено в Научно-исследовательском вычислительном центре МГУ имени М.В. Ломоносова при основной поддержке Российского научного фонда (грант № 17-17-01210). Сбор данных наблюдений и их обработка (разделы 3 и, частично, 4) выполнялись при поддержке Российского научного фонда грант № 15-17-20009. Разработка численных моделей и проведение численных экспериментов с ними (разделы 2.1, 2.2) выполнены при поддержке РФФИ (гранты 16-05-01094, 18-05-60126, 18-05-60299) и проекта Финской Академии ClimEco No. 314798/799. (2018–2020).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Островский Л.А., Троицкая Ю.И.* Модель турбулентного переноса и динамика турбулентности в стратифицированном сдвиговом потоке // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. № 10. С. 1031–1040.
2. *Zilitinkevich S.S., Elperin T., Kleeorin N., Rogachevskii I.* Energy-and flux-budget (EFB) turbulence closure model for stably stratified flows. Part I: steady-state, homogeneous regimes // Boundary-Layer Meteorol. 2007. V. 125. Issue 2. P. 167–191.

3. *Zilitinkevich S.S., Elperin T., Kleeorin N., Rogachevskii I., Esau I.* A hierarchy of energy-and flux-budget (EFB) turbulence closure models for stably-stratified geophysical flows // *Boundary-Layer Meteorol.* 2013. V. 146. Issue 3. P. 341–373.
4. *Обухов А. М.* Турбулентность в температурно-неоднородной атмосфере // *Тр. Ин-та теорет. геофизики АН СССР.* 1946. Т. 1. С. 95–115.
5. *Монин А.С., Обухов А.М.* Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы // *Труды Геофизического института АН СССР.* 1954. № 24 (151). С. 163–187.
6. *Колмогоров А.Н.* Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // *Доклады Академии наук СССР.* 1941. Т. 30. № 4. С. 99–102.
7. *Колмогоров А.Н.* Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // *Изв. АН СССР. физ. сер.* 1942. Т. 6. № 1–2. С. 56–58.
8. *Обухов А.М.* Структура температурного поля в турбулентном потоке // *Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз.* 1949. Т. 13. № 1. С. 58–69.
9. *Обухов А.М.* О влиянии архимедовых сил на структуру температурного поля в турбулентном потоке // *Докл. АН СССР.* 1959. Т. 125. № 6. С. 1246–1248
10. *Yeung P.K., Xu S., Sreenivasan K.R.* Schmidt number effects on turbulent transport with uniform mean scalar gradient // *Physics of Fluids.* 2002. V. 14(12). P. 4178–4191.
11. *Brethouwer G., Hunt J.C.R., Nieuwstadt F.T.M.* Microstructure and Lagrangian statistics of the scalar field with a mean gradient in isotropic turbulence // *Journal of Fluid Mechanics.* 2003. V. 474(10). P. 193–225.
12. *Chung D., Matheou G.* Direct numerical simulation of stationary homogeneous stratified sheared turbulence // *Journal of Fluid Mechanics.* 2012. V. 696, P. 434–467.
13. *Gotoh T., Yeung P.K., Davidson P.A., Kaneda Y., Sreenivasan K.R.* Passive scalar transport in turbulence: a computational perspective // *Ten Chapters in Turbulence (Cambridge University Press).* 2013. P. 87–131.
14. *Sullivan P.P., Weil J.C., Patton E.G., Jonker H.J., Mironov D.V.* Turbulent winds and temperature fronts in large-eddy simulations of the stable atmospheric boundary layer // *Journal of the Atmospheric Sciences.* 2016. V. 73(4). P. 1815–1840.
15. *Глазунов А.В.* Численное моделирование устойчиво-стратифицированных турбулентных течений над плоской и городской поверхностями // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2014. Т. 50. № 3. С. 271–271.
16. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика: механика турбулентности. Часть 1. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1965. 640 с.
17. *Miles J.W.* On the stability of heterogeneous shear flows // *Journal of Fluid Mechanics.* 1961. 10(4). P. 496–508.
18. *Howard L.N.* Note on a paper of John W. Miles // *Journal of Fluid Mechanics.* 1961. V. 10. 4. P. 509–512.
19. *Zilitinkevich S.S., Elperin T., Kleeorin N., Rogachevskii I., Esau I., Mauritsen T. and Miles M.W.* Turbulence energetics in stably stratified geophysical flows: Strong and weak mixing regimes // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society.* 2008. V. 134. № 633. P. 793–799.
20. *Grachev A.A., Andreas E.L., Fairall C.W., Guest P.S., Persson P.O.G.* On the turbulent Prandtl number in the stable atmospheric boundary layer // *Boundary-Layer Meteorol.* 2007. V. 125. 2. P. 329–341.
21. *Глазунов А.В.* Численное моделирование устойчиво-стратифицированных турбулентных течений над поверхностью городского типа. Спектры и масштабы, параметризация профилей температуры и скорости // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2014. Т. 50. № 4. С. 406–419.
22. *Мортиков Е.В.* Численное моделирование движения ледяного кия в стратифицированной жидкости // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2016. Т. 52. № 1. С. 120–128.
23. *Глазунов А.В., Мортиков Е.В., Лыкосов В.Н.* Суперкомпьютерные технологии математического моделирования геофизической турбулентности // *Труды Международной конференции «ВПМ'17» Марчуковские научные чтения — 2017 (25 июня — 14 июля 2017 г.). Новосибирск. Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН.* 2017. С. 197–203.
24. *Глазунов А.В.* Вихререзающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания. Ч. I. Формулировка задачи, описание модели и диагностические численные тесты // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2009. Т. 45. № 1. С. 7–28.
25. *Glazunov A., Rannik U., Stepanenko V., Lykosov V., Auvinen M., Vesala T., Mammarella I.* Large-eddy simulation and stochastic modeling of Lagrangian particles for footprint determination in the stable boundary layer // *Geoscientific Model Development.* 2016. V. 9(9). P. 2925–2949.
26. *Morinishi Y., Lund T.S., Vasilyev O.V., Moin P.* Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow // *J. Comp. Phys.* 1998. V. 143. № 1. P. 90–124.
27. *Germano M., Piomelli U., Moin P., Cabot W.H.* A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // *Phys. Fluids. A* 1991. V. 3. P. 1760–1765.
28. *Businger J. A., Wyngaard J.C., Izumi Y., Bradley E.F.* Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer // *J. Atmos. Sci.* 1971. V. 28. № 2. P. 181–189.
29. *Барсков К.В., Глазунов А.В., Репина И.А., Степаненко В.М., Лыкосов В.Н., Маммарелла И.* О применимости теории подобия для устойчиво-стратифицированного атмосферного пограничного слоя над поверхностями сложной структуры //

- Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54. № 5. С. 544–555.
30. *Chu C.R., Parlange M.B., Katul G.G., Albertson J.D.* Probability density functions of turbulent velocity and temperature in the atmospheric surface layer // *Water Resour. Res.* 1996. V. 32. № 6. P. 1681–1688.
  31. *Caughey S.J.* Boundary-layer turbulence spectra in stable conditions // *Boundary-Layer Meteorology.* 1977. V. 11. № 1. P. 3–14.
  32. *Kraichnan R.H.* Inertial ranges in two-dimensional turbulence // *The Physics of Fluids.* 1967. V. 10. № 7. P. 1417–1423.
  33. *Глазунов А.В., Дымников В.П.* Пространственные спектры и характерные горизонтальные масштабы флуктуаций температуры и скорости в конвективном пограничном слое атмосферы // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2013. Т. 49. № 1. С. 37–61.
  34. *Wyngaard J.C.* On the surface-layer turbulence // In: D.A. Haugen, Ed., *Workshop on Micrometeorology*, American Meteorological Society, Boston, 1973, pp. 101–149.
  35. *Nieuwstadt F.T.M.* The turbulent structure of the stable, nocturnal boundary layer // *J. Atmos. Sci.* 1984. V. 41. № 14. P. 2202–2216.
  36. *Обухов А.М.* О распределении масштаба турбулентности в потоках произвольного сечения // *Прикладная математика и механика.* Институт механики АН СССР. 1942. Т. VI. Вып. 2–3. С. 209–221.
  37. *Zilitinkevich S., Druzhinin O., Glazunov A., Kadantsev E., Mortikov E., Repina I., Troitskaya Yu.* Dissipation rate of turbulent kinetic energy in stably stratified sheared flows // *Atmospheric Chemistry and Physics.* 2018 (submitted) <https://www.atmos-chem-phys-discuss.net/acp-2018-978/>
  38. *Grachev A.A., Andreas E.L., Fairall C.W., Guest P.S., Persson P.O.G.* The critical Richardson number and limits of applicability of local similarity theory in the stable boundary layer // *Boundary-Layer Meteorol.* 2013. V. 147, 1. P. 51–82.
  39. *Babić K., Rotach M.W.* Turbulence kinetic energy budget in the stable boundary layer over a heterogeneous surface // *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 2018. V. 144. № 713B. P. 1045–1062.
  40. *Stiperski I., Calaf M.* Dependence of near-surface similarity scaling on the anisotropy of atmospheric turbulence // *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 2018. V. 144. № 712A. P. 641–657.

## The Layered Structure of Stably Stratified Turbulent Shear Flows

A. V. Glazunov<sup>3,1</sup>, E. V. Mortikov<sup>1,3</sup>, K. V. Barskov<sup>2,1</sup>, E. V. Kadancev<sup>5</sup>, S. S. Zilitinkevich<sup>4,5</sup>

<sup>1</sup>*Research Computing Center, Lomonosov Moscow State University*

*Leninskie gory, 1-4, Moscow, 119234, Russia*

<sup>2</sup>*A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics RAS*

*Pyzhevski 3, Moscow, 119017, Russia*

<sup>3</sup>*Institute of Numerical Mathematics RAS*

*Gubkina 8, Moscow, 119991, Russia*

<sup>4</sup>*Finnish meteorological institute*

*P.O. BOX 503, Helsinki, FI-00101, Finland*

<sup>5</sup>*Institute for atmospheric and earth system research, Physicum*

*Kumpula campus, Gustaf Hällströmin katu 2, Helsinki, 00560, Finland*

Received: 11.09.2018

Accepted: 03.04.2019

The data of numerical simulation of stably stratified turbulent Couette flows are analyzed for various values of the Richardson number. Two different methods were used: Direct Numerical Simulation (DNS) and Large Eddy Simulation (LES). It is shown that the flow contains large organized structures, along with chaotic turbulence, regardless of the simulation method. These structures appear as inclined layers in the temperature field with weakly stable stratification, separated by very thin layers with large temperature gradients. The existence of such layered structures in nature is indirectly confirmed by the analysis of field measurement data on the meteorological mast, where temperature gradient distribution histograms are found to be far from the normal distribution and similar to temperature gradient probability distributions obtained by numerical models data. The simulations indicate an increase of the turbulent Prandtl number with increasing of the gradient Richardson number. It is highly likely that the identified structures serve as effective barriers for vertical turbulent heat flux, without the blocking of momentum transfer. We proposed the hypothesis, that it is precisely these structures that serve as the physical mechanism for maintaining turbulence under supercritically stable stratification.

**Keywords:** Atmospheric Boundary Layer (ABL), Direct Numerical Simulation (DNS), Large Eddy Simulation (LES), direct measurements of turbulence, large self-organized structures, turbulent shear flow, turbulent Prandtl number, stable stratification.