УДК 551.515.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ АТМОСФЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НАД ГОРАМИ КРЫМА

© 2019 г. В. Н. Кожевников

МГУ имени М.В. Ломоносова 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2 E-mail: kozhvn@mail.ru

> Поступила в редакцию 19.06.2018 г. Принята к печати 03.04.2019 г.

При использовании нелинейной аналитической модели обтекания гор исследовались орографические возмущения и адекватность модели. Теоретические расчеты траекторий движения, возмущений температуры и влажности сопоставлялись с данными стереофотограмметрических измерений волновых облаков. Показано, что модель успешно описывает пространственную структуру и амплитуды возмущений в тропосфере вне приземного турбулентного слоя. Установлено, что в дни наблюдения облаков турбулентные процессы в приземном слое мало влияли на волновые процессы на высотах выше 2.5 км.

Ключевые слова: физика атмосферы, облака, гидродинамика, моделирование, обтекание гор, масштаб Лира.

DOI: https://doi.org/10.31857/S0002-351555449-57

При исследовании явления обтекания гор широко используются методы теоретического моделирования. Все они опираются на решение системы уравнений гидротермодинамики. На первом этапе использовались исключительно аналитические методы моделирования. В начале это были линеаризированные модели (см., например, [1-3]), опирающиеся на предположение о малости возмущений поля скорости. Позже начали применяться нелинейные модели, учитывающие не малость возмущений (см., например, [4-8]). В последние годы бурно развиваются численные методы, использующие возрастающие возможности современной вычислительной математики и техники [8]. В частности в [9–13] можно видеть, как современные методы прогноза погоды успешно доводятся до исследований локального процесса обтекания гор в районе города Новороссийска.

Аналитические модели учитывают не все известные физические факторы явления, но при этом добиваются точного их учета. Численные модели включают в расчет практически все факторы, но при этом используют ряд приближенных параметрических соотношений. Адекватность любого метода моделирования должна тщательно проверяться, — и лучше всего путем прямых измерений в природе. Настоящая работа направлена на исследование адекватности нелинейной аналитической модели, достаточно давно используемой в наших исследованиях [6]. Исходными являются следующие уравнения движения, неразрывности и адиабатичности:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \overrightarrow{V} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\nabla} p - \overrightarrow{g}, \\ \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \left(\overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{V} \right) = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + \overrightarrow{\nabla} \left(\rho \overrightarrow{V} \right) \right] = 0, \quad (1) \\ \frac{d}{dt} \Theta = 0, \\ \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \left(\overrightarrow{V} \overrightarrow{\nabla} \right), \quad \overrightarrow{V} = (u, v, w), \\ \overrightarrow{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right), \quad \Theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad (1.1) \end{cases}$$

где: t — время, (x, y, z) — координаты, u, v, w — компоненты скорости, ρ, p, T — плотность, давление и температура воздуха, g — вектор силы тяжести, Θ — потенциальная температура,

k — отношение удельных теплоемкостей c_p/c_v . Силы Кориолиса не учитываются, и это означает, что модель может применяться только при рассмотрении среднемасштабных ситуаций. Предположение об адиабатичности требует, чтобы рассматривались достаточно быстрые процессы при условии небольшой влажности воздуха. Отсутствие учета сил вязкости и турбулентной вязкости означает, что модель должна использоваться в первую очередь для исследований вне приземного слоя. Такой подход при изучении явления обтекания гор успешно применялся в нашей стране в работах таких исследователей, как И.А. Кибель, А.Ф. Дюбюк, Л.Н. Гутман и др. (см. [5, 6]), и за рубежом — таких исследователей, как Кене, Скорер и др. (см. [3, 14]). При этом было установлено, что возмущения атмосферы можно с успехом вести, используя двумерное и стационарное приближения, упрощение термодинамических величин по Буссинеску, а также предположение о невозмущенности атмосферы перед горами. При этом оставалась еще одна принципиальная трудность — нелинейность поля скоростей. Преодолеть эту трудность без предположения о малости возмущений скоростей удалось за счет перехода к рассмотрению частных состояний натекающего потока перед горами. Впервые такой подход был использован в работе [4], и созданная модель за рубежом получила название «модель Лонга». В настоящей работе использован иной способ преобразования выписанных уравнений [5, 6, 15]. Он также позволил свести проблему к решению уравнения Гельмгольца для возмущений функции. При этом требования к натекающему потоку изменились не очень сильно, а именно, следовало использовать предположение о независимости от высоты скорости и вертикального градиента температуры у:

$$U = const, \gamma = const.$$
(2)

Итак, модель использует следующие соотношения:

$$\nabla^2 \psi' + \chi^2 \psi' = 0, \quad \psi' = \psi - \psi_0, \quad \psi_0 = -Uz, \quad (3)$$
$$\mu = -\frac{\partial \psi}{\partial \psi} \quad w = -\frac{\partial \psi}{\partial \psi}$$

$$\chi = \frac{N}{U} = 2\pi\lambda_c^{-1}, \quad \lambda_c = 2\pi\frac{U}{N}, \quad (4)$$

$$N^{2} = \frac{g}{\overline{\Theta}} \frac{d\overline{\Theta}}{dz} = g \frac{(\gamma_{a} - \gamma)}{T_{1}}, \quad \gamma = -\frac{dT}{dz}, \quad (5)$$

где: ψ — функция тока, индексом 0 выделена функция тока в натекающем потоке, ψ' — воз-

мущение функции тока, γ_a — сухоадиабатический градиент температуры, g — ускорение силы тяжести, N — частота Брента—Вяйсяля, T_1 — характерная температура, чертой сверху обозначаются значения в натекающем потоке. Возмущения температуры определяются по формуле:

$$T' = -\left(\gamma_a - \gamma\right) \frac{\Psi'}{U}.$$
 (6)

Решение задачи строится для гор высотой порядка 1 и горизонтальной протяженности до 100 км. Форма рельефа может быть произвольной, но достаточно гладкой.

Необходимо подчеркнуть, что в подобных исследованиях атмосфера рассматривается не в рамках прежней классической гидродинамики однородной жидкости, а в рамках гидродинамики расслоенной жидкости. Это приводит к необходимости учитывать наличие у частиц воздуха силы плавучести. Эта сила определяется тем, что при быстрых вертикальных смещениях любая частица в силу адиабатичности изменяет свою температуру с сухоадиабатическим градиентом, тогда как в среде этот градиент существенно другой. По этой причине атмосфера упруга по отношению к таким смещениям и, значит, возмущения в ней при обтекании гор должны иметь волновой характер. Мерой этой упругости является частота плавучести. Поскольку натекающий поток обладает скоростью, у возмущений появляется характеристика, объединяющая оба указанных фактора. Этой характеристикой является масштаб Лира λ_c [2], задаваемый соотношением (4).

Методы преобразования исходных нелинейных уравнений, используемые в [4], учитывают упругость среды по отношению к вертикальным смещениям ее частиц через градиент плотности, и это полностью подходит для водной среды, но не приемлемо для атмосферы. Принципиальное отличие данной модели от [4] состоит также в том, что учитывается вертикальная неограниченность атмосферы.

Предположение (2), конечно, соответствует реальности лишь частично. Нередко в тропосфере скорость возрастает с высотой. Наши оценки данных радиозондирования для летнего периода в Крыму показали, что почти в трети случаев скорость с высотой изменяется мало. Градиенты температуры при радиозондировании определяются с малой точностью. Резкие изменения этой величины в тонких слоях при данном моделировании учесть пока невозможно. Результаты предыдущих исследований и настоящей работы позволяют надеяться, что влияние этих слоев на общую картину возмущений не является значительным.

Репрезентативность данной модели исследовалась на основе результатов измерения положения облаков над горами Крыма во время ежегодных летних экспедиций сотрудников и студентов кафедры физики атмосферы Московского университета. При этом рассматривались только волновые орографические облака Ac lent. Измерения и визуальные наблюдения этих облаков показали, что они однозначно «высвечивают» положение в пространстве гребней волновых возмущений. Об этом свидетельствовали многие факты. Данные облака практически не меняли своего положения в пространстве в течение многих часов, но чаще всего — в течение одного-полутора часов [16, 17], т.е. были практически квазистационарными. Неоднократно удавалось видеть, как после исчезновения эти облака вновь появлялись на прежнем месте и в прежней форме. Несколько раз были зафиксированы ситуации, когда перед исчезновением облака «истончались» настолько, что становилось видным, что они состоят из своеобразных струй. Каждая такая струя напоминала мини-облачную улицу, направленную по потоку. Было установлено, что при развитии конвекции эти облака исчезали и, как правило, в период с 13 до 17 часов.

В настоящем исследовании будут использованы результаты инструментального измерения характеристик облаков, наблюдавшихся над горами 8.09.1975 и 15.07.1976. Эти данные были проанализированы и опубликованы ранее в [16, 17]. Они были выбраны из многих других, поскольку согласно данным радиозондирования в эти дни направление ветра было достаточно близким к требованиям двумерной модели, а скорость ветра в тропосфере менялась не столь заметно. Результаты измерений сопоставлялись с данными теоретических расчетов. Последние теперь будем считать предварительными по двум причинам. 1. В работе [17] использовался однослойный вариант решения (3), т.е. условие (2) характеризовало всю неограниченную по высоте атмосферу. Кроме того в то время пришлось ограничиться расчетом только траекторий движения и при этом для ограниченной части пространства и в малом количестве точек. 2. В [16] использовалась пространственная численная модель Кисельниковой для расчета полей вертикальной скорости для нескольких уровней высоты. Такой подход не позволил ответить на вопрос, насколько результаты измерений полей облачности соответствуют результатам расчетов. В данной работе используется трехслойный вариант модели [18, 19], в которой нижний слой представляет тропосферу толщиной 11 км, а два вышележащих — всю верхнюю атмосферу. Толщина среднего слоя задавалась равной 9 км, значения *U* — одинаковыми во всех слоях. Расчеты позволяли получать поля траекторий движения, возмущений температуры и относительной влажности Fotn. Форма рельефа гор определялась с карты высот путем специальной процедуры усреднения и учитывалась с точностью до 30 м. Максимальная высота гор равнялась 1125 м. Судить о свойствах натекающего потока можно было только по результатам радио-зондирования в Севастополе и Симферополе. В [16, 17] мы пытались задавать свойства натекающего потока, непосредственно опираясь на данные зондирования в день наблюдения облачности. Настоящий анализ привел к выводу о неудачности такого подхода. Оснований для этого достаточно. 1. Зондирование проводится на удалении от зоны возмущений в несколько десятков км. 2. Зондирование проводится не в то время, когда наблюдаются облака. З. Для данного исследования необходимо более детально знать изменения параметров атмосферы с высотой. 4. Точность получаемых данных не достаточно высока, особенно в отношении градиентов температуры и влажности. Поэтому было решено: не связывать жестко модельные расчеты с данными зондирования, а сравнивать результаты измерений облаков с результатами целого набора вариантов расчета. Наиболее подробно были проанализированы 10 из них. Диапазон изменений основных характеристик представлен в табл. 1. Нижними индексами здесь даются номера слоев (снизу вверх). Скорость Иизменялась в диапазоне от 9.75 до 12 м/с, значения масштаба λ_c в тропосфере от 4.97 до 6.24 км. Значения градиента у задавались в двух вариантах: в однослойном, когда они были одинаковы в слоях, и в трехслойном — когда в верхних слоях они задавались равными 0 и 3 град/км. Результаты возмущений от этих параметров зависели мало, гораздо сильнее они зависели от скорости U и. значит, масштаба λ_c в нижнем слое. Возмущения становятся особенно сильными, когда в потоке появляются роторы в понимании [4], т.е. когда некоторые частицы воздуха двигаются почти вертикально. Повышение интенсивности возмущений сопровождается сначала появлением областей возвратного течения, а затем — полностью замкну-

КОЖЕВНИКОВ

	1	1		, ,	1	1				
п/н	Nº	<i>U</i> , м/с	γ_1	γ ₂	γ ₃	λ ₁	λ ₂	λ ₃	ζ	р/в
1	902	9.75	5.83	0	3	4.97	2.97	3.45	1.42	В
2	904	9.82	5.83	0	3	5.01	3.00	3.47	1.41	В
3	903	9.90	5.83	0	3	5.05	3.02	3.50	1.40	Р
4	901	10	5.83	5.83	5.83	5.10	4.49	3.83	1.38	В
5	103	10	5.83	0	3	5.10	3.05	3.54	1.38	В
6	92	10	6	0	3	5.20	3.04	3.53	1.36	б/р
7	90	10	6.87	6.87	6.87	5.85	5.00	4.03	1.21	Р
8	785	10.48	6	0	3	5.45	3.19	3.69	1.30	В
9	498	10.5	6	0	3	5.46	3.19	3.70	1.29	Р
10	111	12	6	0	3	6.24	3.65	4.23	1.13	б/р

Таблица 1. Параметры натекающего потока для 10 вариантов расчета

тых вихрей. Такие вихри были в 5 из указанных вариантов, в 3 — были роторы в самой начальной стадии развития, в 2 — роторы отсутствовали. Наличие таких стадий развития возмущений отражается в последней колонке табл. 1 буквами: В — наличие вихрей, Р — наличие роторов, б/р — отсутствие роторов. В соседней колонке таблицы значениями параметра ζ дается еще одна количественная характеристика процесса перехода возмущений к роторному течению. Этот параметр по [8] предложено называть безразмерной высотой горы и определять величиной обратной внутреннему числу Фруда, введенному в [4]. При этом с учетом того, что среда не ограничена по высоте, в качестве масштаба предлагается использовать максимальную высоту горы. В данной работе полезно с этой целью использовать соотношения:

$$\zeta = F_i^{-1} = \frac{Nh_m}{U} = 2\pi \frac{h_m}{\lambda_c}.$$
 (7)

Данный параметр впервые был введен при моделировании обтекания горы-полукруга в [15, 20, 21], где в (7) вместо h_m использовался радиус горы и были проанализированы ситуации для значений ζ = 1, 2 и 3. Практически одновременно с [21] была опубликована работа [7], в которой Майлс и Хуперт представили результаты аналогичного моделирования для значений $\zeta = 0.5, 1, 1.27$ и 1.5. В наших расчетах было установлено, что переход к роторному течению должен происходить между значениями 1 и 2. В [7] было уточнено, что это должно происходить между значениями 1.27 и 1.5. Однако вскоре встал вопрос о том, насколько данные результаты остаются справедливыми для гор не идеальной, а реальной формы. В рамках модели [22], опирающейся на те же соотношения (2)–(6), но рассматривающей обтекание гор реальной формы, было установлено, что в возмущениях проявляется не только масштаб Лира, но и масштаб формы рельефа. В частности, было показано, что для гор Крыма этот масштаб порядка 15–20 км. Вопрос о параметре ζ в [17] не был проанализирован подробно, однако теперь понятно, что величину *h*, при определении числа Фруда и безразмерной высоты горы для реальных ситуаций следует применять с осторожностью. Данные, представленные в таблице, показывают, что значения параметра ζ не могут служить четким критерием перехода к роторному режиму возмущений. Действительно, видим: в одних случаях роторы отсутствуют над горами при значениях ζ равных 1.13 и 1.36, в других случаях роторы начальной стадии развития имеют место при значениях ζ равных 1.21, 1.29 и 1.40, наконец, в 5 случаях замкнутые вихри возникают при значениях ζ больших 1.30. Интерес к данному параметру связан с тем, что, начиная с публикации [4], ряд исследователей предлагают считать модели не репрезентативными, когда они предсказывают появление роторов. Такое мнение опирается на представления классической гидродинамики, а именно на следующее рассуждение. Поскольку при появлении над горами в части пространства возвратных течений более тяжелые частицы воздуха располагаются над более легкими, такое течение должно терять устойчивость. Однако, представленные в [4] результаты экспериментов показали, что такая ситуация существовала в реальности вполне устойчиво. В связи с этим следует вспомнить, что рассматривается течение в расслоенной среде, в которой устойчивость, по-видимому, является иной. Во всяком случае, этот важный вопрос требует продолжения исследований.

Полученные в данной работе картины возмушений иллюстрируются рис. 1–3. На них демонстрируются случаи, данные о которых представлены в табл. 1 под номерами 6.8 и 9. Они характеризуют практически весь диапазон возмущений — от течений без роторов до течений с весьма развитыми вихрями. На рис. 1-3 тонкими сплошными линиями представлены траектории движения и изолинии отрицательных Т'. Частицы воздуха двигаются вдоль траекторий слева направо. Траектории от изолиний Т' отличить нетрудно. Первые характеризуют все пространство, тогда как вторые — только те области, где траектории заметно смещаются вверх. Кроме того, возмущения Т' для удобства представляются несколькими близкими по значениям изолиниями, поскольку предназначены главным образом для выделения границ областей с отрицательными Т'. Изолинии относительной влажности иллюстрируются штриховыми жирными линиями. На рисунках показывается наиболее интересная часть пространства: по высоте до 10 и по горизонтали от — 6 до 25 км. Линии тока для удобства отождествляются по их высоте zu в натекающем потоке в км, изолинии T' — по значениям VT в градусах, изолинии относительной влажности — по значениям Fotn в долях от 100%. Наборы значений этих величин для каждого случая приводятся под рисунками, при этом шаг изменений для zu дается в скобках. Над рисунками приводится остальная информация: номер варианта счета, скорость U, послойные значения у и масштаба Лира. Обтекаемый рельеф гор закрашен, вершина расположена в точке x = 0. Измеренное положение облаков над горами представлено условно дугами линий со звездочками или крестиками (соответственно облаков 8 сентября или 15 июля). Высота и горизонтальная протяженность дуг дают представление о толщине и ширине облаков. Пространственные характеристики облаков определялись на основе стереофото-грамметрического метода [17]. А именно, вначале облака фотографировались двумя специальными камерами, разнесенными друг от друга на расстояние около 1 км. Затем в лабораторных условиях каждая пара снимков обрабатывалась на высокоточной установке при использовании стереоэффекта. Пространственные характеристики любого облака определялись в результате обмера набора таких пар его точек, которые однозначно отождествлялись на обоих снимках, как принадлежащие одной и той же особенности формы поверхности облака. Таких точек удавалось выделить для каждого облака немного. Поэтому границы облаков определялись приближенно, хотя положение каждой отдельной точки в пространстве

Var. No. 92:
$$U = 10 \gamma_j = 6, 0, 3 \lambda_j = 5.2051, 3.0435, 3.526$$



Рис. 1. Картина траекторий движения частиц, совмещенная с изолиниями возмущений *T*['], *Fotn* и положением облаков, наблюдавшихся 8.09.1975 над районом г. Ялты с 9 до 11 ч 30 мин.

Var. No. 785: $U = 10.48 \gamma_i = 6,0,3 \lambda_i = 5.4549, 3.1896, 3.6953$



Рис. 2. Картина возмущений атмосферы, совмещенная с положением облаков 8.09.1975 для случая развитых роторов.

Var. No. 498: $U = 10.5 \gamma_i = 6,0,3 \lambda_i = 5.4653, 3.1957, 3.7023$



Рис. 3. Картина траекторий движения, совмещенная с изолиниями возмущений *T'*, *Fotn* и положением облаков, наблюдавшихся 15.07.1976 над районом г. Ялта с 7 до 10 ч 30 мин.

измерялось с точностью в несколько десятков метров. Фотографировались облака из п. Кацивели с земли (т.е. сбоку и снизу). Облака обычно находились на удалении в 10-20 км от места съемки. Точность определения характерной высоты облаков была не хуже, чем половина их толщины, т.е. около ± 200 м. Измерения показали, что в плановой проекции облака имели форму полос.

Эти полосы не были прямолинейными, их ширина и среднее положение осей определялись приближенно. Кроме того, оси полос нередко были направлены по-разному у разных облаков и эти отличия иногда доходили до 30°. Вершины гор в плане также располагались не по прямой линии. Все это серьезно осложняло процедуру совмещения в вертикальной плоскости результатов измерений с результатами расчетов. Анализ этой стороны дела привел к выводу, что в вертикальной проекции, представ-ляемой на рисунках, горизонтальные координаты облаков определяются с погрешностью до 10 км. Но здесь речь идет об одном облаке. Если же судить о горизонтальном положении целой группы облаков, наблюдаемых одновременно, то следует полагать, что за счет усреднения расстояние между отдельными облаками в группе и их горизонтальное положение относительно гор определяется с точностью около 4 км.

Анализируя пространственное положение облаков, следует понять, в какой мере оно согласуется с волновым характером возмущений, предсказываемым моделью. Проведенные расчеты в этой работе также, как и во многих предыдущих (см., к примеру, [6, 8] (с. 119, 127, 128, 153), [14] (с. 300-304), [23] (т. 1, с. 359-365)), показали, что в поле траекторий следует отмечать не только наличие волн, но обращать внимание на то, что всегда волны образуют характерные пространственные структуры. Рис. 1 в полной мере позволяет видеть это. Над подветренным склоном гор на высотах в диапазоне 1–4 км расположены волновые ложбины, ниже по потоку на высотах 1-6 км — гребни волн. В первой из этих областей частицы воздуха смещаются вниз по сравнению с их исходными высотами в натекающем потоке. Во второй области частицы смещаются вверх, и здесь, в соответствии с предположением об адиабатичности, возмущения Т' отрицательны, что и подтверждается представленными изолиниями. По мере удаления от гор по любому направлению (в том числе по вертикали и горизонтали) подобная тенденция периодически повторяется примерно с масштабом Лира. Важно отметить, что фазовые линии волнового поля здесь не совпадают с вертикалью, а по мере увеличения высоты их точки нелинейно смещаются навстречу основному потоку (примерно на 5 км). Такой наклон фазовых линий показывает, что модель правильно описывает распространение волновой энергии от гор. Отмеченные области вертикальных положительных смещений частиц воздуха (T' < 0) позволяют заметить еще два свойства. 1. Амплитуды смещений быстро уменьшаются по потоку. 2. С высотой амплитуды меняются не монотонно, а почти гармонически с периодом порядка λ_c. Области положительных смещений частиц воздуха, очевидно, являются благоприятными для появления в них облаков. Рис. 1-3 показывают, что их следует различать в зависимости от того, где они расположены — над областью гор или ниже по потоку. Первые имеют своеобразную форму, заметно меняющуюся с высотой. Вторые по форме достаточно однородны и почти равномерно распределены по потоку. Вертикальные размеры последних около 2, а горизонтальные — 4 км. Для удобства будем различать их по номеру следования по потоку от гребня гор и по высоте. Во всех рассмотренных вариантах отмеченные свойства возмущений в главном повторяются, однако одновременно проявляются и различия. В первую очередь можно заметить, что интенсивность возмущений растет при уменьшении значения масштаба λ_α. Это легко увидеть, если рассматривать результаты, представленные на рисунках, последовательно в порядке номеров 3, 1, 2, т.е. в порядке уменьшения значений масштаба Лира в тропосфере: 5.46-5.20-5.01. Важнее отметить другое, а именно, что особенно резкие изменения происходят, когда степень развития роторов над горами достигает стадии появления развитых замкнутых вихрей, подобных тем, что показаны на рис. 2. На рис. 1 и 3 замкнутые вихри отсутствуют, и, как ожидалось, картины возмущений достаточно близки. Здесь области положительных смещений организованы относительно просто они как бы выстраиваются двумя цепочками друг над другом. На рис. 2 картина возмущений существенно сложнее.

В рамках адиабатического приближения можно полагать, что водяной пар переносится вдоль траекторий как пассивная примесь. Поэтому появления облаков следует ожидать только там, где температура частиц воздуха заметно уменьшается по сравнению с той, которую они имели в натекающем потоке. Ясно, что это может происходить только внутри областей отрицательных T', — конкретно только в областях, где переносимый пар за счет понижения температуры будет достигать состояния насыщения. С целью теоретического осмысления этого процесса были проведены расчеты характеристик относительной влажности для нескольких вариантов. В натекающем потоке при этом изменения удельной влажности с высотой задавались по формуле $q = q_0 [1 + a \sin(d + bz)] \exp(-cz)$.

Такое задание реализовывалось либо в двух, либо в трех слоях различной толщины с соответствующими изменениями коэффициентов q_0, a , b, c, d. Экспонента в формуле обеспечивала основную тенденцию убывания влажности с высотой, гармоническая модуляция позволяла изменять ее в отдельных слоях. Один пример теоретического задания вертикального профиля влажности для наблюдения облачности 15 июля показан на рис. 4 совместно с данными радиозондирования за два срока. В пределах паспортной точности теоретический профиль на трех уровнях высоты в диапазоне 2.7-7 км воспроизводил данные зондирования. На рис. 1-3 внешние контуры облаков определяются изолиниями со значениями Fotn = 1. В расчетах изменения давления вдоль траекторий вычислялись приближенно; поэтому и поле влажности определялось также приближенно. В результате этого показанные контуры хорошо воспроизводят координаты облаков и лишь качественно их форму. Но это не столь важно, поскольку расчеты проводились с целью понять, как положение облаков в пространстве зависит от вертикальных изменений удельной влажности воздуха. В первую очередь при этом необходимо было разобраться в том, за счет чего над горами появляются многослойные облака. Проведенные в работе численные эксперименты привели к выводу, что в природе такие многоярусные облака появляются не только вследствие плавных изменений в натекающем потоке влажности, но и вследствие резких изменений температуры в отдельных тонких слоях. Расчеты также показали, что при соответствующем задании профиля влажности в натекающем потоке теоретически можно получать облака в любой точке полей отрицательных Т'.

В вариантах, иллюстрируемых на рисунках, влажность в натекающем потоке задавалась поразному, и это приводило к разным результатам прогнозирования полей облачности. При этом неизменно облака попадали в соответствующие области положительных смещений частиц. В случае примера, иллюстрируемого на рис. 1, модель предсказывает появление двух облаков в 1-й области положительных смещений и целую дорожку облаков во всех аналогичных областях ниже по потоку. В варианте, иллюстрируемом рис. 2, модель предсказывает появление одного облака в 1-й области. Следует при этом подчеркнуть, что в этом случае возмущения характеризуются высокой интенсивностью и наличием замкнутых вихрей. На рис. 3 показан вариант, когда теория предсказывает трехслойное облако в 1-й области положительных смещений и одно облако ниже по потоку во 2-й области.

Теперь можно провести конкретное сопоставление предсказываемой картины возмущений с результатами измерений облачности. На рис. 1 и 2 приведены результаты измерения облаков, одновременно наблюдавшихся 8 сентября. Эти облака, как и в [17], будем различать по номерам 2-4 в соответствии с уменьшением их высоты. На рис. 1 облако 2 попадает в самую верхнюю часть 1-й области положительных смещений. Облако 3 расположено в нижней части той же области, но частично выходит за его левую границу. Однако, с учетом реальной точности определения горизонтальных координат облако 3 можно мысленно переместить по потоку почти на 2 км. Тогда облака 2 и 3 будут убедительно «высвечивать» пространственные характеристики 1-й области положительных смещений. С облаком 4 ситуация несколько иная. Оно лежит у правой границы области отрицательных Т'. Если его аналогично предыдущему сместить по потоку на 2 и вверх на 0.2 км, то и оно почти попадет в нижнюю часть 2-й области положительных смещений. Получается, что положение облака 4 не дает ясного ответа на вопрос о соответствии наблюдений теории: его можно считать соответствующим, как области первой волны возмущений, так и второй.

На рис. 2 положение облака 2 почти явно не соответствует данным расчета, поскольку оно попадает в вышележащую 1-ю область положительных Т'. Положение облака 3 наоборот — идеально соответствует теоретическим результатам, - особенно если его перемесить в пределах точности определения его координат. Облако 4 частично попадает в 1-ю область отрицательных Т'. Если же его начать перемещать по пространству аналогично предыдущему, то и тогда его положение будет лишь частично соответствовать предсказаниям модели. В целом положение этих облаков, как единой группы, должно рассматриваться, как свидетельство того, что они подтверждают адекватность созданной модели скорее для варианта, близкого к 92, т.е. представленного на рис. 1.

На рис. 3 данные теории иллюстрируются совместно с данными измерений пространственного положения облаков, наблюдавшихся 15 июля (номера 5–10). Эти облака следует разделить на





Рис. 4. Вертикальные профили относительной влажности (в долях от 100%): заданные (сплошная линия) и измеренные за два срока радиозондирования.

три группы. Первая группа из 4 облаков с номерами 5-8 образует по существу единое многоярусное облако с общей вертикальной мощностью почти в 4 км. Положение облаков 6-8 этой группы идеально соответствует предсказаниям модели, поскольку полностью попадают в первую область отрицательных значений Т'. Облако 5 частично выходит за границы этой области, однако с учетом точности определения его координат его также можно считать попадающим в область теоретического прогноза. Ко второй группе было отнесено облако 9. Нетрудно видеть, что оно идеально «высвечивает» область гребней волн во 2-й области положительных смещений. Под номером 10 здесь представлена третья группа облаков. Согласно [17] эта группа включала пять облаков — 4 небольших и одного среднего по размерам. Все они располагались практически в одну линию, вытянутую параллельно линии гор. В [17] была высказана гипотеза, что облако средних размеров состояло из двух, расположенных на разном удалении от гребня гор. Подтвердить эту догадку не было возможности, поскольку промежуток между ними не просматривался с места фотографирования. В пользу этой гипотезы свидетельствует то, что облако 9, как показано на рисунках, имеет вдвое меньшую ширину, чем облака третьей группы. Если считать, что облако средних размеров состояло из двух, то получается, что в группе 3 (под номером 10) было 6 облаков той же ширины, что и облако 9. Все они попадают в область отрицательных T'. В итоге, можно считать, что облака, наблюдавшиеся 15 июля, практически подтверждают предсказания теории.

Подведем итоги. Понятно, что исследование адекватности модели было проведено далеко не для всех возможных ситуаций: использовались результаты измерений всего для двух дней, измерения проводились летом при условиях умеренной влажности воздуха, рассматривались конкретные горы и т.д. Несмотря на это, результаты следует считать успешными. Установлено, что для широкого диапазона состояний атмосферы созданная аналитическая модель правильно предсказывает пространственную организацию волновых возмущений на высотах выше 2.5 км. Это проявляется в образовании обширных структур, в которых волны имеют близкие фазы, а вертикальные смещения частиц воздуха близкие значения. Размеры структур и их периодичность по пространству явно коррелируют с масштабом Лира. Более того, случай наблюдений, проведенный 15 июля, позволил проанализировать, в какой мере модель может предсказывать амплитуды волн. Теоретически рассчитанные облака, как легко видеть, не только попали в первую область положительных смещений, но и образовали многоярусную структуру, близкую к наблюдаемой. При расчете положения этих облаков профиль влажности, как сказано выше и показано на рис. 4, по существу задавался совпадающим с тем, который был определен при радиозондировании. Отсюда получается, что амплитуды волн моделью предсказаны с точностью, с какой это возможно было сделать.

Наконец, следует вспомнить, что теория учитывает не все факторы рассматриваемого явления. Особенно важно заметить, что теория не учитывает наличие приземного турбулентного слоя. Сказанное позволяет предположить, что приземный слой во многих случаях обтекания гор влияет главным образом на процессы непосредственно у земли. В свободной атмосфере, т.е. на высотах выше 2.5 км, возмущения определяются волновыми свойствами всей атмосферы. При этом изменения возмущений по горизонтали приземный турбулентный слой, видимо, искажает мало. Исследование этой и других гипотез следует продолжить.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Дородницын А.А. Возмущения воздушного потока, вызываемые неровностями поверхности земли // Тр. ГГО. 1938. Вып. 23.
- Lyra G. Theorie der stationaren Leewellenstromung in freien Atmosphare // Z. Angew. Math. und Mech. 1943. V. 23. № 1. P. 1–28.
- 3. *Скорер Р.* Аэрогидродинамика окружающей среды. М.: «Мир», 1980. 549 с.

- 4. *Long R.R.* Some aspects of the flow of stratified fluids. III. Continuous density gradients // Tellus. 1955. V. 7. No. 3.
- Гутман Л.Н. Введение в нелинейную теорию мезометереологических прцессов. Л.: Гидрометеоиздат. 1969. 295 с.
- 6. *Кожевников В.Н.* Возмущения атмосферы при обтекании гор. М.: Научный мир. 1999. 160 с.
- 7. *Mailes J.W.* Lee waves in a stratified flow. Part II. Semicircular obstacle // J. of fluid mech. 1968. V. 33. № 4.
- 8. *Lin Y.-L.* Mesoscale Dynamics. Cambridge. Univercity Press. 2007. 630 p.
- 9. Торопов П.А., Мысленков С.А., Самсонов Т.Е. Численное моделирование Новороссийской боры и связанного с ней ветрового волнения // Вестн. Моск. Ун-та. 2013. Серия 5: География. № 2. С. 38–46.
- 10. Ефимов В.В., Барабанов В.С. Моделирование Новороссийской боры // Метеорология и гидрология. 2013. Т. 3. № 3. С. 171–176.
- 11. *Торопов П.А., Шестакова А.А.* Тестирование мезомасштабной модели (WRF) для задачи прогноза Новороссийской боры // Вестн. Моск. Ун-та. Серия 3. География. 2014. № 3. С. 23–29.
- 12. Гавриков А.В., Иванов А.Ю. Аномально сильная бора на Черном море: наблюдение из космоса и численное моделирование // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51. № 3. С. 1–12.
- Шестакова А.А., Моисеенко К.Б., Торопов П.А. Гидродинамические аспекты эпизодов Новороссийской боры 2012–2013 гг. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51. № 4. С. 1–13.
- 14. *Госсард Э.*, *Хук У*. Волны в атмосфере. М.: «Мир». 1979. 532 с.

- 15. *Кожевников В.Н.* К одной нелинейной задаче об орографическом возмущении стратифицированного воздушного потока // Изв. АН СССР. 1963. Сер. геофиз. № 7. С. 1108–1116.
- Бибикова Т.Н., Журба Е.В., Кисельникова В.З., Кожевников В.Н. Подветренные орографические возмущения в Крыму // Тр. ГМЦ СССР. 1981. Вып. 238. С. 93–111.
- Кожевников В.Н., Бибикова Т.Н., Журба Е.В. Орографические волны, облака и роторы с горизонтальной осью над горами Крыма // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1986. Т. 22. № 7. С. 682–690.
- Кожевников В.Н., Беданоков М.К. Нелинейная многослойная модель обтекания произвольного профиля // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1993. Т. 29. № 6. С. 780–792.
- Кожевников В.Н., Беданоков М.К. Волновые возмущения над горами Крыма. Теория и наблюдения // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34. № 4. С. 546–556.
- 20. Кожевников В.Н. Орографические возмущения воздушного потока. Диссертация на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук. М.: МГУ, физический факультет. 1965. С. 1–223.
- 21. Кожевников В.Н. Орографические возмущения в двумерной стационарной задаче. // Изв. АН СССР. 1968. Т. 4. № 1. С. 33–52.
- Кожевников В.Н., Лосев А.С. О построении модели обтекания при точном выполнении граничного условия на цилиндрическом профиле // Вест. МГУ. Сер. 3. Физика Астрономия. 1985. Т. 23. № 5. С. 43–50.
- 23. *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана. М.: «Мир». 1986. Т. 1–2.

Modeling of Atmospheric Disturbances above the Crimean Mountains V. N. Kozhevnikov

M.V. Lomonosov Moscow State University Leninskie Gory 1, bld 2, Moscow, 119991, Russia e-mail: kozhvn@mail.ru Received: 19.06.2018

Accepted: 03.04.2019

While using the non-linear analytical model of the flow over the mountains, orographic disturbances and the model adequacy were studied. Theoretically calculated trajectories, disturbances of temperature and humidity were compared with the actual stereophotogrammetric measurements of wavy clouds. It was shown that the model successfully describes the spatial structure and amplitudes of disturbances in the troposphere beyond the turbulent surface air. It was established that, on the days of clouds observations, turbulent processes in the surface air did not have any significant impact on wavy processes at the heights over 2.5 km.

Keywords: physics of the atmosphere, clouds, hydrodynamics, modeling, flow around mountains, Lira scale.