

УДК 551.465

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН РОССБИ СО СТРУЙНЫМ ПОТОКОМ: ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ВЕРИФИКАЦИЯ ДЛЯ АНТАРКТИЧЕСКОГО ЦИРКУМПОЛЯРНОГО ТЕЧЕНИЯ

© 2019 г. В. Г. Гневьшев¹, А. В. Фролова², А. А. Кубряков³,
Ю. В. Собко⁴, Т. В. Белоненко^{2*}

¹Институт океанологии РАН им. П.П. Шишова
117997, Москва, Нахимовский пр-т, д. 36

²Санкт-Петербургский государственный университет
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7–9

³Морской гидрофизический институт
299011, Севастополь, ул. Капитанская, д. 2

⁴Deutsche Telekom, стратегическое подразделение в Санкт-Петербурге,
RUS GmbH, «T-Systems»,
199034, Санкт-Петербург, В.О., 13-я линия, 14В

*E-mails: btvlisab@yandex.ru

Поступила в редакцию 11.01.2019 г.

Принята к печати 29.05.2019 г.

В статье рассматривается взаимодействие волн Россби со струйным зональным течением. Предложен новый теоретический подход, где в рамках нелинейной теории показано, что нелинейность в длинноволновом приближении в точности компенсирует доплеровский сдвиг. Это позволяет получить новое дисперсионное соотношение для волн Россби на струйном потоке. На примере проявления волн Россби в Антарктическом циркумполярном течении (АЦТ) данная теория верифицируется при помощи данных спутниковой альтиметрии. Для области, расположенной в зоне АЦТ, проводится сравнение эмпирических скоростей, рассчитанных по альтиметрическим данным, и теоретических фазовых скоростей волн, определенных по нелинейному дисперсионному соотношению с использованием эквивалентного β -эффекта. Сравнение показывает, что полученное в рамках нелинейного подхода новое дисперсионное соотношение позволяет описать перемещение, как в западном, так и в восточном направлении, мезомасштабных вихрей в поле аномалий уровня, идентифицируемых, как волны Россби.

Ключевые слова: волны Россби, мезомасштабные вихри, струйное течение, Антарктическое циркумполярное течение, дисперсионное соотношение, нелинейная теория, альтиметрия.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-351555539-50>

В последние годы наблюдавшийся прогресс в области дистанционного зондирования Земли способствовал развитию эмпирических представлений о волнах Россби в океане. Как указано в работе [1], волны Россби в океане проявляются в виде мезомасштабных вихрей, и теперь их можно изучать для различных частей Мирового океана, анализируя, например, спутниковые альтиметрические данные [2–6]. Скорости перемещения мезомасштабных вихрей, в целом, неплохо согласуются с дисперсионными соотношениями бароклинных волн Россби, хотя при этом многие авторы замечают,

что эмпирические скорости несколько превышают теоретические фазовые скорости, полученные в линейном приближении для гармонических волн [4–10].

Тем не менее в области мощных струйных течений линейная теория не работает, в частности, нарушается свойство перемещения волн Россби на запад. Как показывают спутниковые наблюдения, в области Антарктического циркумполярного течения (АЦТ) мезомасштабные вихри перемещаются не только в западном, но и в восточном направлениях [4, 11, 12]. Указанный факт Killworth с соавт. связывают

с доплеровским сдвигом средней скорости направленного на восток АЦТ, замечая при этом, что отсутствуют строгие оценки средней скорости потока [13]. Однако при взаимодействии волн Россби с потоком происходит не только доплеровское изменение частоты и фазовой скорости волн, но существенная трансформация параметров волн за счет взаимодействия их с течением.

АЦТ — самое мощное течение во всем Мировом океане. Оно расположено приблизительно между 40° и 65° ю.ш., опоясывая антарктический континент с запада на восток. Расход АЦТ составляет 144 Sv ($1 \text{ Sv} = 10^6 \text{ м}^3/\text{с}^{-1}$). По современным представлениям, АЦТ распространяется на значительную глубину и имеет эквивалентно-баротропную структуру, т.е. линии тока на глубине параллельны линиям тока на поверхности [14]. На сегодняшний день не существует однозначных представлений о структуре АЦТ и его струях, хотя правильное их описание имеет существенное значение для корректной оценки вихревого переноса в АЦТ, являющегося одной из трех составляющих баланса глобального океанического конвейера в Южном океане, наряду с потоком чисто дрейфового течения и глубинными геострофическими течениями [15]. Южный океан в целом и АЦТ играют ключевую роль в передаче ветрового воздействия всей цепочке Глобального океанского конвейера.

На основе комплексного анализа альтиметрических измерений и данных моделирования показано, что АЦТ является волноводом волн Россби в океане [11, 12, 16]. Здесь захватывается энергия волн Россби и преобразовывается их структура: волны блокируются мощным потоком и неизменное распространение их в западном направлении прекращается. В области АЦТ волны Россби и мезомасштабные вихри могут распространяться как на запад, так и на восток. В АЦТ фазовые скорости распространения волн в восточном направлении составляют $1\text{--}3 \text{ см/с}$, при этом подчеркивая, что эти скорости значительно меньше: на один-два порядка — типичных поверхностных скоростей течения в стрежне АЦТ [16]. Указанное обстоятельство не позволяет использовать дисперсионные соотношения, рассматривающие взаимодействие волн с течением как простой доплеровский сдвиг, как это предлагается в работе [11], так как огромная разница в скоростях волн и течений делает данную теорию вообще неприменимой к описанию рассматриваемых процессов.

Вместе с тем [12], а в дальнейшем и другие авторы показали, что при взаимодействии волн Россби с сильным потоком доминируют нелинейные эффекты [17, 18].

Проблема волновода и образование критического слоя для баротропных и бароклинных волн Россби на зональном течении в атмосфере и океане освещалась в работах [19–21]. В этих исследованиях меридиональная протяженность зональных потоков принималась существенно большей, чем длина волн Россби, а в качестве границы волновода рассматривалась широта, на которой меридиональная составляющая волнового числа равнялась нулю (условие отражения). Так как фазовые скорости низкочастотных волновых возмущений, как считали авторы, имеют тот же порядок, что и скорости фоновых течений, особую роль играют критические слои, где эти скорости совпадают. Оказалось, что нелинейное взаимодействие баротропных волн Россби и течений приводит к отражению этих волн от критического слоя, а линейное описание динамических процессов в окрестностях таких слоев не работает. В работе [22] дается географическое приложение данного подхода, где граница волновода определяется как область, вытянутая зонально, в которой фазовая скорость волн Россби становится равной нулю. В этой работе фазовые скорости волн определялись по пространственно-временным диаграммам изменений уровня океана, построенным по данным спутниковой альтиметрии. Таким образом, исследование динамики волн Россби в окрестности критических слоев на зональных течениях приобретает первостепенное значение.

Nochet et al., используя 2.5-слойную модель, исследовали крупномасштабную бароклинную неустойчивость, как потенциальный источник волн Россби и крупномасштабной изменчивости в океане [23]. Они показали, что эта бароклинная неустойчивость возникает в среднем потоке тогда, когда фазовые скорости двух вертикальных режимов модели равны среднему влиянию потока. Эти неустойчивые области есть в каждом океаническом бассейне, особенно в районах интенсификации западных пограничных течений, а также в АЦТ. Авторы делают предположение, что рассмотренные в модели неустойчивые моды, вероятно, должны наблюдаться и в данных спутниковой альтиметрии, однако сравнение теории с эмпирическими данными они не проводят, возможно, потому, что теория, основанная на предложении о ра-

венстве порядков скоростей волн и течения, не позволяет дать адекватное толкование наблюдениям.

Killworth и Blundell, используя WKBJ-приближение для низких частот по сравнению с инерционной частотой, рассмотрели задачу о собственных значениях для дисперсионного соотношения волн Россби при наличии среднего потока с учетом градиентов крупномасштабных топографических неоднородностей дна океана [24, 25]. Продемонстрировав для Мирового океана различные примеры, они показали богатое разнообразие поведения волн, в том числе захват решения на определенных широтах и на крупномасштабных топографических особенностях дна. Однако дисперсионное соотношение, позволяющее объяснить взаимодействие волн с течением при значительной разнице в порядках скоростей, авторы не приводят.

В работе [12] проанализированы оценки адвекции относительной и планетарной завихренности. Автор показал их равновесие в районе АЦТ, указывая, что меридиональный градиент сдвигового потока и меридиональный градиент планетарной завихренности дают сравнимый вклад в уравнениях сохранения потенциальной завихренности. Однако и в этой работе отсутствуют теория, описывающая нелинейное взаимодействие волн Россби с АЦТ и согласующаяся с наблюдениями.

Основная проблема описания взаимодействия волн Россби с АЦТ заключается в том, что предлагаемые теории исходят из предположения, что скорости среднего потока и волн сравнимы, а критический слой образуется лишь тогда, когда скорости становятся равны. Однако с развитием спутниковой альтиметрии и накопления данных появилась реальная возможность оценки этих скоростей. Оказалось, что скорости АЦТ значительно превышают скорости волн Россби, характерные для этих широт. Это обстоятельство делает непригодными ранее выдвинутые теории описания волн Россби на течении, в которых скорости течения и волн принимались сравнимыми или равными по величинам.

В данной работе мы предлагаем новый подход, который свободен от подобного рода ограничений. В рамках нелинейной теории мы показываем, что нелинейность в длинноволновом приближении в точности компенсирует доплеровский сдвиг, и это позволяет получить новое дисперсионное соотношение для волн Россби на струйном потоке. Это диспер-

сионное уравнение мы тестируем, анализируя спутниковую альтиметрию для различных районов АЦТ. Предложенная нелинейная теория может быть применена для других областей Мирового океана.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Используются массивы АДТ (Absolute Dynamic Topography, абсолютная динамическая топография) — измерения уровня океана относительно геоида, предоставляемые Aviso+ (<http://www.aviso.altimetry.fr/en/data/products/auxiliary-products/mss.html>). Пространственное разрешение альтиметрических данных составляет 0.25° широты и долготы, временная дискретность — 7 суток. Данные за период 1993–2016 гг. представляют собой массивы, полученные путем комбинирования данных со всех альтиметрических миссий, включая спутники серии Cryosat, TOPEX/Poseidon, Envisat, Jason и ERS1/2. Данные приведены к узлам регулярной сетки с пространственным разрешением $0.25^\circ \times 0.25^\circ$.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим нелинейное уравнение квази-геострофического потенциального вихря для океанских движений синоптического масштаба (см. [26], т. 2, ф-ла (6.8.11)):

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \Psi'_x \partial_y - \Psi'_y \partial_x \right] \cdot \left[\nabla_h^2 \Psi + \left(\frac{1}{S} \Psi'_z \right)'_z + \beta y \right] = 0,$$

где Ψ — функция тока, $S = \frac{N^2}{f^2}$, N — частота Брента–Вяйсаля, $\beta = \frac{df}{dy}$, f — параметр Корио-

лиса. Уравнение для Ψ можно записать через относительную завихренность $\zeta_0 = V'_x - U'_y$, где геострофические скорости можно записать через функцию тока $\Psi = P$, где P — давление, $U = -P'_y$, $V = P'_x$, U и V — зональная и меридиональная составляющие скорости течения.

Тогда

$$\zeta_0 = V'_x - U'_y = P''_{xx} + P''_{yy} = \nabla_h^2 P = \nabla_h^2 \Psi.$$

Окончательно имеем:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \Psi'_x \partial_y - \Psi'_y \partial_x \right] \cdot \left[\zeta_0 + \left(\frac{1}{S} \Psi'_z \right)'_z + \beta y \right] = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) это полное нелинейное уравнение для функции тока.

Практически во всех работах по взаимодействию волн Россби с крупномасштабными течениями на первом этапе рассматриваются бесконечно малые линейные волны Россби. Далее, за счет баротропно-бароклиной неустойчивости линейные волны нарастают до конечных величин и в игру вступают ранее отброшенные нелинейные члены. Следуя данному подходу, проведем линеаризацию уравнения (1) путем разложения по малому параметру ε .

В предположении, что фоновое течение является однородным по вертикальной координате, фоновое течение $\vec{U} = (U, V)$ не зависит от z :

$$\vec{U} = \vec{U}(x, y)$$

$$\Psi = \Psi_0(x, y) + \varepsilon \varphi_1(x, y, z, t), \quad \varepsilon \ll 1. \quad (2)$$

В уравнении (2) первое слагаемое — это фоновое стационарное течение, при этом $U(x, y) = -(\Psi_0(y))'_y$ — зональная часть фонового стационарного течения, $V(x, y) = (\Psi_0)_x'$ — меридиональная часть.

Тогда выполняется:

$$\begin{aligned} -(\Psi_0(y))'_y &= U(y) = U, \\ -(\Psi_0(y))''_{yy} &= U'_y. \end{aligned}$$

Второе слагаемое в уравнении (2) — это линейные волны. Будем искать φ_1 в виде гармонических волн:

$$\varphi_1 = \varphi_1(z) \exp(i(kx + ly - \omega t)).$$

Если фоновое течение строго зональное, тогда оно является точным решением нелинейного уравнения завихренности (1). Если фоновое течение не зональное, тогда в правую часть уравнения (1) необходимо добавить некий внешний фактор, который поддерживает данное течение. В настоящей работе не уточняется, какая именно природа у этого внешнего фактора. Делается предположение что топография в явном виде влияет только на фоновое течение и не содержится явно в уравнениях для возмущений. Однако влияние внешних факторов может опосредованно влиять на возмущения через относительную завихренность фонового течения.

Подставляя (2) в (1) и разделяя переменные для линейных членов, получим следующее дисперсионное соотношение:

$$\begin{aligned} (\omega - kU - lV) [k^2 + l^2 + \lambda] + \\ + k(\beta + (\zeta_0)'_y) - l(\zeta_0)'_x = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\lambda \varphi_1(z) = -\left(\frac{1}{S} \varphi_{1z}'\right)'_z$ — собственные значения вертикальной задачи, которые могут быть

найжены, например, в ВКБ-приближении. Тогда дисперсионное уравнение, для уравнения (1) запишется в следующем виде:

$$\omega = \frac{-k(\beta + (\zeta_0)'_y) + l(\zeta_0)'_x}{k^2 + l^2 + \lambda} + kU + lV. \quad (4)$$

Параметр λ может быть определен следующим образом:

а) если частота Брента–Вяйсаля постоянная: $N^2(z) = N_0 = const$, для верхнего граничного условия на свободной поверхности (см. [30],

уравнение (18.6)) $\lambda = \lambda_0 = \frac{f^2}{gH} \equiv F$ — для баротропной моды, где параметр Кориолиса $f = 2\Omega \sin \phi$, Ω — скорость вращения Земли, g — ускорение свободного падения, H — глубина океана; для верхнего граничного условия в виде твердой крышки, баротропная мода соответствует нулевому собственному числу (см. [26], 1984, формула (6.12.10)):

$\lambda = \frac{f^2 \pi^2 m^2}{(N_0 H)^2}$ — для бароклиных мод, $m = 1, 2,$

3..., и бароклиный радиус деформации Россби (для первой моды) $L_R = \frac{N_0 H}{\pi f}$. Бароклиные мо-

ды не чувствуют верхнего граничного условия. В том смысле, что они есть и при свободной поверхности, и при твердой крышке.

б) Если частота Брента–Вяйсаля $N^2(z) \neq const$, то, применяя ВКБ-приближение (Chelton et al., 1998), имеем

$$L_R = \frac{\int_0^H N(z) dz}{\pi f}.$$

Выражение для фазовой скорости имеет вид:

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{-k(\beta + (\zeta_0)'_y) + l(\zeta_0)'_x}{k^2 + l^2 + L_R^{-2}} + U + \frac{l}{k} V. \quad (5)$$

Однако, как показывает обработка спутниковых данных, данное дисперсионное соотношение не подходит для описания волн Россби в районе струйных течений, в том числе и АЦТ, поэтому требуются иные подходы для совместности теории и практики. Поэтому, в поисках модели, описывающей эмпирические результаты, следует перейти к другим теориям.

Приведенные собственные значения относятся к задаче с горизонтальным дном. В случае

топографии в уравнение для нижнего граничного условия войдет рельеф дна [24, 25, 27, 28]. В силу ограниченности объема публикации, эффекты, вызванные топографией дна, не входят в данную работу и являются предметом отдельного обсуждения.

В данной работе выдвигается рабочая гипотеза, что для адекватного описания волн Россби на зональном течении следует применить модель длинноволновой асимптотики нелинейных волн Россби. Эта модель позволяет объяснить поведение волн Россби в окрестности АЦТ.

Специфика волн Россби состоит в том, что монохроматическая волна Россби является одновременно решением как линеаризованного, так и полного нелинейного уравнения завихренности. При этом, в отсутствие течений дисперсионные соотношения линейных и нелинейных волн Россби совпадают и имеют вид:

$$\omega_0 = \frac{-\beta k}{k^2 + l^2 + F}, \quad (6)$$

где ω_0 — частота волн без учета течения.

Однако, как показано выше (см. (5)) при наличии баротропного зонального течения дисперсионное соотношение линейных волн Россби имеет простой доплеровский сдвиг, но вместо параметра β рассматривается $\beta^* = \beta - U''_{yy}$:

$$\omega = \omega_0 + kU = \frac{-\beta^* k}{k^2 + l^2 + F} + kU, \quad (7)$$

где первое слагаемое — это собственная частота линейных волн Россби, второе — доплеровский сдвиг. Для нелинейных волн Россби ситуация иная.

Для простоты изложения сначала рассмотрим двумерную задачу на простом примере мелкой воды (баротропный случай). Уравнение завихренности имеет вид

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \Psi'_x \partial_y - \Psi'_y \partial_x \right] \times \left[\nabla_h^2 \Psi - F\Psi + \beta y \right] = 0. \quad (8)$$

Решение ищем в виде

$$\Psi = \Psi(y) + \phi(x, y, t). \quad (9)$$

Отметим, что, в отличие от (2), здесь уже нет предположения о малости параметра ϵ .

Подставляя (9) в (8) получаем

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left[\nabla_n^2 \phi - F\phi \right] + \phi'_x \left[\beta + \frac{\partial}{\partial y} (\Psi''_{yy} - F\Psi) \right] + A = 0, \quad (10)$$

$$\text{где } A \equiv J(\phi, \nabla_n^2 \phi - F\phi), \quad J - \text{Якобиан.} \quad (11)$$

Для решений вида плоской волны

$$\phi_0 = \phi \exp(i(kx + ly - \omega t)), \quad A = 0, \quad (12)$$

где k и l — зональное и меридиональное волновые числа.

Окончательно получаем

$$i\phi(\omega - kU)(K^2 + F) + i\phi k(\beta - U''_{yy} + FU) = 0, \quad (13)$$

где $K^2 = k^2 + l^2$.

Отсюда получаем следующее дисперсионное соотношение для нелинейных волн Россби на зональном потоке в предположении, что волна движется практически вдоль параллели:

$$\omega = \frac{-k(\beta - U''_{yy} + FU)}{K^2 + F} + kU. \quad (14)$$

Это уравнение перепишем в следующем виде

$$\omega = \frac{-k(\beta - U''_{yy})}{K^2 + F} + kU - \frac{kFU}{K^2 + F}. \quad (15)$$

В формуле (15) первое слагаемое — это собственная частота уже нелинейных волн Россби, второе — доплеровский сдвиг, третье — влияние нелинейности.

Из соотношения (15) видно, что в длинноволновом приближении $K^2 \rightarrow 0$.

Два последних слагаемых взаимно компенсируют друг друга и нелинейные длинные волны Россби как бы перестают чувствовать течение. Длинные нелинейные волны Россби перестают чувствовать абсолютное значение скорости фонового течения, при этом зависимость от относительной завихренности фонового течения остается в первом слагаемом.

Таким образом, в длинноволновом приближении, то есть при $K^2 \ll F$, получаем дисперсионное соотношение для нелинейных волн Россби:

$$\omega = \frac{-k(\beta - U''_{yy})}{F} \quad (16)$$

или $\omega = \frac{-k\beta^*}{F}$, где $\beta^* = \beta - U''_{yy}$, β^* называется эквивалентным β -эффектом. Тогда для фазовой

скорости нелинейных волн Россби в длинноволновом приближении можно записать:

$$c^* = -\beta^* \cdot R^2. \quad (17)$$

Следует отметить, что впервые в дисперсионное соотношение для волн Россби вводится слагаемое U''_{yy} таким образом, что меридиональные градиенты планетарной завихренности — β -эффект и относительной завихренности — составляющая U''_{yy} участвуют одновременно в виде слагаемых (формулы (16) и (5)). Это означает, что волны Россби при взаимодействии с течением преобразуют свою энергию в соответствии со свойствами самого течения.

Итак, в данной работе выдвигается следующая рабочая гипотеза. Для АЦТ волны следует считать нелинейными в длинноволновом приближении. Из теории мелкой воды следует, что нелинейность в длинноволновом приближении в точности компенсирует доплеровский сдвиг. Отметим, что это факт, ранее никем не отмечавшийся, и данный результат является принципиально новым. Принято считать, что в рамках теории КДВ (уравнение Кортевега де Вриза) нелинейность в точности компенсирует дисперсионное расплывание, что приводит к решениям в виде уединенных солитонов. Для волн Россби актуальность КДВ следует из баланса между нелинейностью и доплеровским сдвигом, что, в сущности, было бы более правильно. Следовательно, актуальность КДВ для описания волн Россби в окрестности АЦТ приобретает новое обоснование. Более того, переход от линейных волн к нелинейным позволяет не только оправдать исчезновение в дисперсионном соотношении доплеровского сдвига, но и снять вопросы о баротропно-бароклиной неустойчивости.

Отметим, что сам механизм формирования нелинейных длинноволновых решений имеется в работе [29], где показано, что при больших β первоначально линейно неустойчивые моды способны через обратный каскад передать энергию в длинноволновый предел, и там формируются нелинейные устойчивые образования конечной амплитуды. Эти образования не приводят к фатальному разрушению фонового потока, и некоторым образом сосуществуют. Такой механизм образования нелинейных длинноволновых формирований конечной амплитуды они называют «multi-stage instability».

Заметим, что с момента появления пионерских работ Chelton [2, 4], все аналитические и численные работы стремились решить

главную проблему — расхождение эмпирических и теоретических оценок скорости волн Россби, иногда в два раза. (Теория давала значительно меньшие фазовые скорости, чем это получалось на основе анализа альтиметрических карт). Основными факторами, которые привлекались для устранения расхождений, были топография и бароклинность течения. Отметим, что единого мнения на этот вопрос не существует. Killworth [24, 25], в отличие от Chelton, пришел к выводу, что топография дает нулевой интегральный эффект на волновые возмущения.

На более поздних стадиях весьма вероятным является проявление модуляционной неустойчивости, которая приведет к появлению отдельных нелинейных образований. Следовательно, мы придем к логическому выводу о переходе к КДВ-уравнению. В данной задаче, нелинейность компенсирует не дисперсию, которая и так стремится к нулю, а доплеровский сдвиг.

Переход от баротропной задачи (мелкая вода — двумерный случай) к более общему баротропно-бароклинному случаю (трехмерная задача) следует начать с двух и трехслойных моделей, но их анализ выходит за рамки данной работы в силу ее ограниченности. Рассмотрение общего бароклиного случая следует начинать с модельных задач. Для точного переноса дисперсионного соотношения (17) на бароклиный случай можно предположить, что течение и волновое возмущение в нелинейном случае имеют общую вертикальную структуру. Вертикальные моды как бы не цепляются друг за друга, что позволяет нелинейным возмущениям как бы проскальзывать по фоновому течению.

Последнюю фразу необходимо пояснить. Рассмотрим уравнение для термического ветра ([30], формула 44.10, т. 2). Из него видно, что вертикальная структура (зависимость от «z» поля скорости, а, следовательно, и функции тока) однозначно связана с наклоном изопикн. Следовательно, если бы волны имели вертикальную структуру, отличную от вертикальной структуры течения, то тогда прохождение вихрей через течение сопровождалось бы встречей двух наклонов изопикн, что привело бы к серьезным последствиям. (Именно так и происходит в линейной задаче бароклиной неустойчивости. Запас потенциальной энергии, который обусловлен наклоном изопикн, высвобождается и переходит в кинетическую энергию.) Следовательно, сосуществование двух ре-

шений с различной вертикальной структурой в данной точке в один и тот же момент времени маловероятно. Поскольку волны существуют довольно длительный срок, тогда, используя терминологию Гилла [31], можно сказать что происходит геострофическая приспособляемость двух решений — волны и течения. А это возможно только при идентичности их вертикальной структуры. Конечно, скорее всего, они не совсем идентичны, но в первом приближении это можно не учитывать.

Нелинейность — довольно сложное понятие. Она, следуя Незлину [1], сама создает некие дополнительные уклоны свободной поверхности. Однако только для того, чтобы просто разделить переменные и получить математическое решение, можно сделать предположение об идентичности вертикальных структур, что впоследствии позволяет получить математическое решение. На самом деле это предположение является вполне логичным и обосновано физически, так как в противном случае волны тратили бы свою энергию на продвижение по течению и быстро затухали. Хотя, возможно, что в тех районах, где течение меняет свою структуру изопикн, это и происходит: вихри поглощаются течением. Но, исходя из дальнейшего, более вероятно, что из-за слабого различия вертикальных структур вихри просто постепенно тратят энергию при прохождении по полю изопикн течения и постепенно угасают.

Рассмотрим бароклинный случай.

Вернемся к уравнению (1). Уравнение завихренности имеет вид:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \Psi_x' \partial_y - \Psi_y' \partial_x \right] \cdot \left[\nabla_h^2 \Psi + \left(\frac{1}{S} \Psi_z' \right)' + \beta y \right] = 0. \quad (18)$$

В этом случае решение ищем в виде:

$$\Psi(x, y, z, t) = [\Psi_0(y) + \varphi(x, y, t)]Z(z), \quad (19)$$

где $\varphi(x, y, t) = \exp(i(kx + ly - \omega t))$.

Решая вертикальную задачу на собственные значения

$$-\lambda Z(z) = \left(\frac{1}{S} Z(z)' \right)'_z,$$

получаем следующее дисперсионное соотношение:

$$\omega = \frac{-k(\beta - U''_{yy} + \lambda U)}{K^2 + \lambda} + kU, \quad (20)$$

которое при $K^2 \ll F$ имеет вид (17).

Для более общего бароклинного случая в нелинейном случае возникает вопрос о значении якобиана. Однако, опираясь на работу Sinha и Richards [32], можно утверждать, что для двухмодового случая: баротропная мода (не зависящее от глубины фоновое течение) и первая бароклинная мода (нелинейные волны Россби), интеграл взаимодействия обратится в ноль, и можно предположить, что дисперсионное соотношение в ВКБ-приближении сохранит свой вид (формула (17)).

АНАЛИЗ МАТЕРИАЛОВ

Для анализа выбран район, ограниченный $40^\circ-60^\circ$ ю.ш., $80^\circ-120^\circ$ в.д., расположенный в Индийском океане. На рис. 1 хорошо видна струя АЦТ, расположенная в полосе широт между $45^\circ-55^\circ$ ю.ш., проявляющаяся отрицательными значениями уровня и максимальными значениями геострофических течений. Изолинии уровня и значений скоростей геострофических течений имеют преимущественно зональное распределение величин. Изолинии кинетической энергии также вытянуты зонально. Величины уровня АДТ убывают по направлению к южному полюсу от 0.6 м на 40° ю.ш. до -1.2 м на 60° ю.ш., а в полосе $45^\circ-48^\circ$ ю.ш. меняют знак. Область, в которой происходит смена знака АДТ, характеризуется максимальными значениями скоростей и кинетической энергии, и, очевидно, определяет границу волновода, где захватывается энергия волн и мезомасштабных вихрей [12, 22]. На рис. 1б видно, что течение АЦТ является существенно неоднородным, а осредненные за 25-летний период геострофические скорости изменяются в широком диапазоне, достигая 50 см/с, при этом можно выделить несколько струй с выраженной восточной составляющей. В целом рис. 1 демонстрирует возможности спутниковой альтиметрии для описания изменчивости уровня океана и геострофической циркуляции в данной акватории.

Верификация нелинейной теории для акватории АЦТ проводилась также по альтиметрическим данным: рассматривались аномалии уровня океана. На рис. 2 показаны оценки эквивалентного β^* , рассчитанные по формуле $\beta^* = \beta - U''_{yy}$. Отметим, что в отличие от параметра β , который всюду положителен, значения β^* в данной области могут быть как положительными, так и отрицательными. Выяснилось также, что значения β^* , изменяющиеся в диапазоне

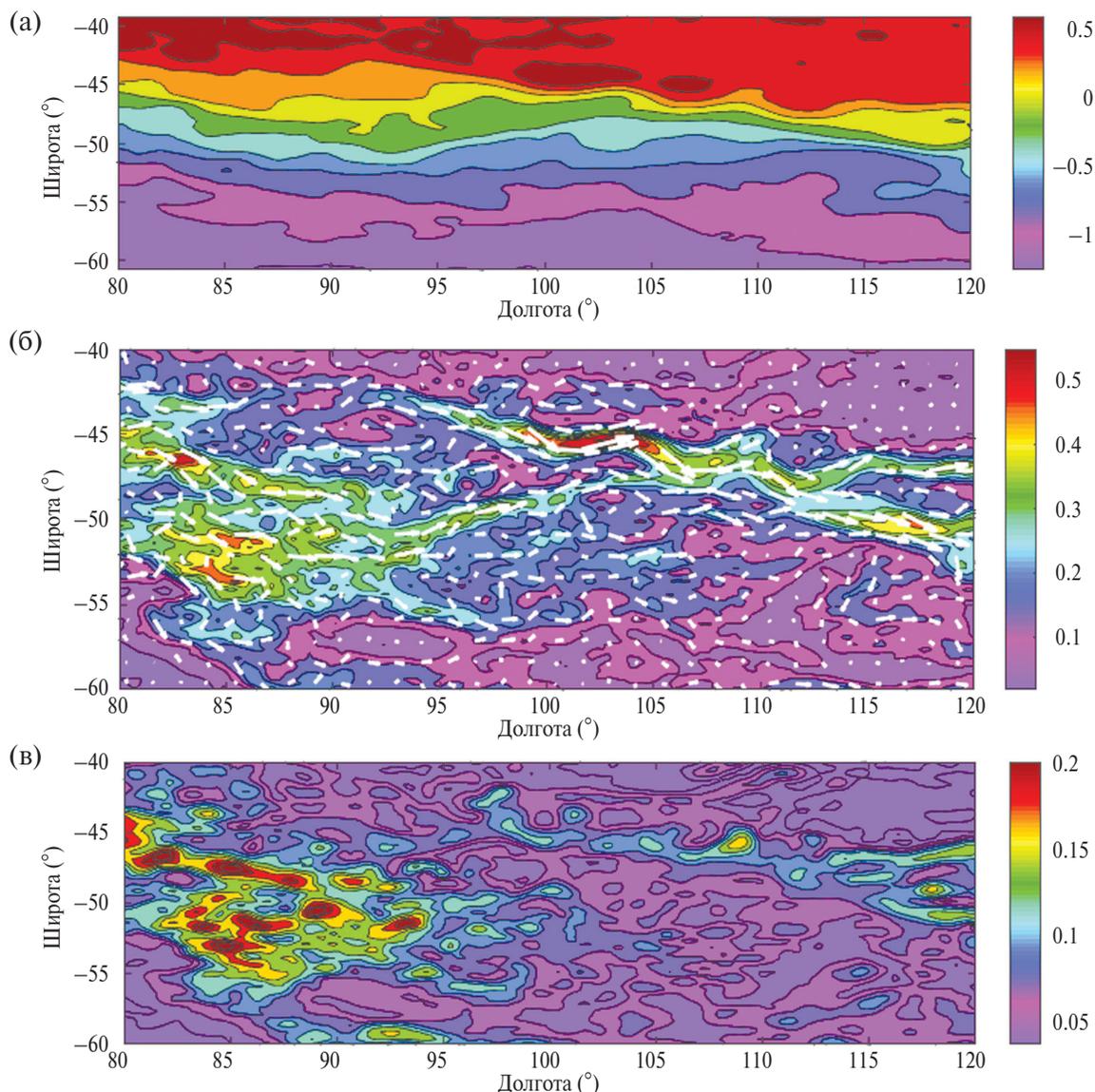


Рис. 1. Уровень океана ADT (м) (а); геострофические течения (м/с) (б); кинетическая энергия ($\text{м}^2/\text{с}^2$) (в). Осреднение за период 1993–2017 гг.

от $(-2 \text{ до } 4) \cdot 10^{-11} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}$, по величинам в целом превышают значения параметра β , который изменяется в данном районе от $1.1 \cdot 10^{-11} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}$ (для 60° ю.ш.) до $1.7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}$ (для 40° ю.ш.). Это означает, что в формулу (17) значительный вклад дает составляющая, связанная не с β -эффектом, а со вторым слагаемым — меридиональным изменением сдвига зонального течения, то есть U''_{yy} .

Сравним теоретические фазовые скорости волн Россби, определенные по дисперсионным соотношениям, с «эмпирическими» скоростями волн, рассчитанными по альтиметрическим данным. «Эмпирические» оценки скоростей можно получить методом Радона, который был ранее нами успешно апробирован для северо-

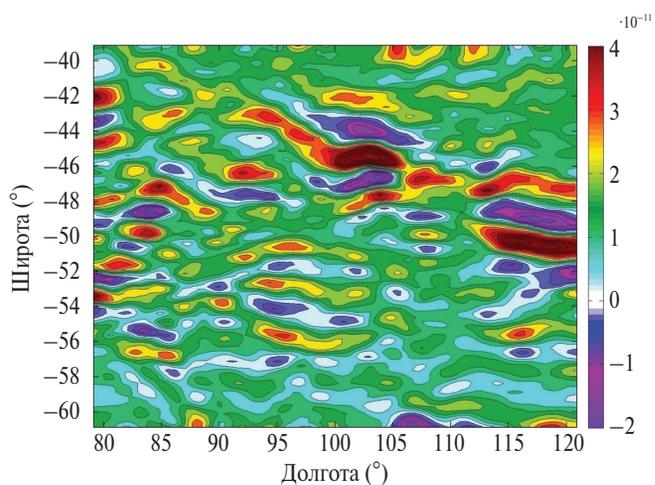


Рис. 2. $\beta^* = \beta - U''_{yy}$ ($\text{м}^{-1} \text{ с}^{-1}$), рассчитанные по данным ADT (м), осреднение за период 1993–2016 гг.

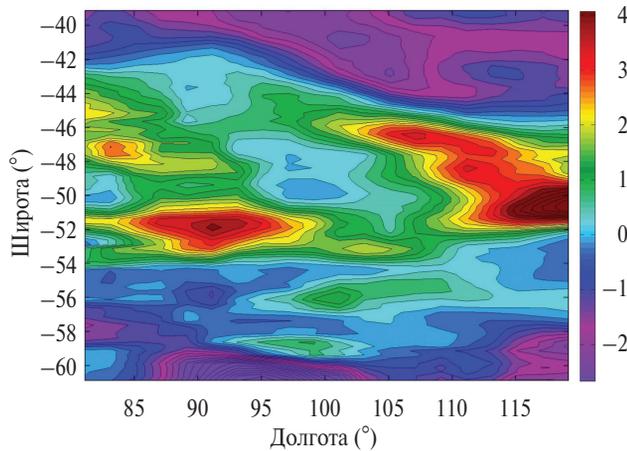


Рис. 3. «Эмпирические» фазовые скорости волн Россби (см/с), рассчитанные методом Радона по альтиметрическим данным за период 1993–2016 гг.

западной части Тихого океана [8]. В этом методе скорости волн Россби определяются по альтиметрическим картам с использованием преобразования Радона [33], применяемым к зональным пространственно-временным диаграммам уровня (Novmöller diagrams). На рис. 3 показаны «эмпирические» скорости волн Россби, рассчитанные для рассматриваемой акватории по данным за период 1993–2016 гг. Видно, что рассчитываемые скорости могут быть как отрицательными, так и положительными: диапазон изменчивости скоростей от -2 до 4 см/с. Отметим, что если в северной части акватории волны распространяются только в западном направлении, то по мере приближения к зоне АЦТ западное распространение волн блокируется, и уже начиная с 44° ю.ш. волны перемещаются не только на запад, но и на восток. В стрежне АЦТ в районе 46° – 52° ю.ш. на рис. 3 выделяются обширные области с положительными значениями скоростей, достигающими 4 см/с, соответствующие восточному направлению перемещения уровней неоднородностей, что может означать, что в этих областях волны Россби направлены на восток.

На рис. 4 показано пространственное распределение бароклинного радиуса деформации Россби R , а на рис. 5 — фазовые скорости, которые рассчитаны двумя способами: по классической формуле для фазовой скорости бароклинных волн Россби в длинноволновом приближении: $c = -\beta \cdot R^2$, и по формуле (17): $c^* = -\beta^* \cdot R^2$. Заметим, что скорости волн, рассчитанные по классической формуле, всюду отрицательны, диапазон изменчивости скоростей от -2.0 до -0.2 см/с, волны Россби распростра-

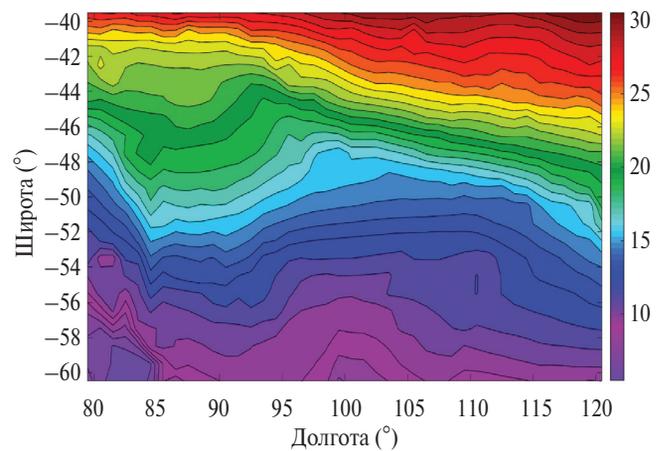


Рис. 4. Радиус деформации Россби (км), построенный на одноградусной сетке по данным ресурса http://www-po.coas.oregonstate.edu/research/po/research/rossby_radius/ [34].

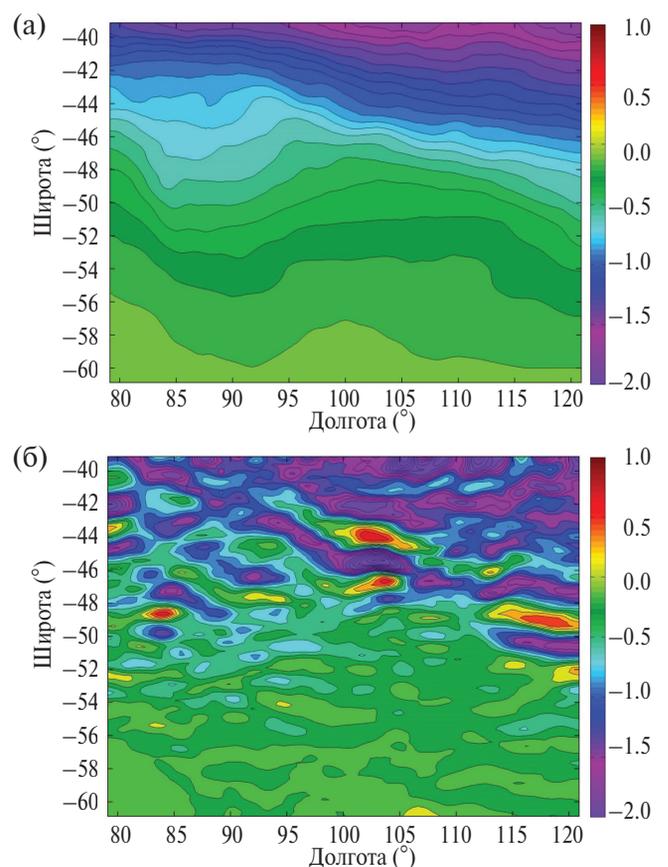


Рис. 5. Фазовые скорости, рассчитанные в длинноволновом приближении по формулам: классическое дисперсионное соотношение $c = -\beta \cdot R^2$, (см/с) (а) и по нелинейной теории $c^* = -\beta^* \cdot R^2$ (б).

ются на запад. Пространственное распределение скоростей на рис. 5а имеет зональный характер, что обусловлено зональными изменениями параметра β и радиуса деформации (рис. 4). В то же время на рис. 5б видно, что скорости,

рассчитанные по формуле (17), могут быть как отрицательными, так и положительными; хотя также присутствует тенденция к зональному распределению величин скоростей. Области, соответствующие распространению волн Россби на восток с максимальными скоростями 1 см/с, расположены в стрежне АЦТ и согласуются с расположением областей с положительными значениями «эмпирических» скоростей, рассчитанных по преобразованию Радона. Из этого можно заключить, что волны Россби преобразуют свою энергию таким образом, что могут изменять направление распространения и перемещаться не только на запад, но и на восток. Эти процессы обусловлены нелинейным взаимодействием волн Россби с течением, при котором влияние относительной завихренности может перекрывать β -эффект. По альтиметрическим картам мы также провели сравнение составляющих меридионального градиента относительной завихренности и выявили, что меридиональные изменения сдвига зонального течения U''_{yy} на порядок превышают значения U''_{xy} . Это практически означает, что в дисперсионном соотношении для волн Россби на течении должна на равных приниматься во внимание не только планетарная, но и относительная завихренность.

Таким образом, мы показали, что нелинейная теория в длинноволновом приближении применима для описания распространения волн Россби (мезомасштабных вихрей) на течении. Есть основания рассчитывать, что формула (17) будет справедлива также и для других струйных течений, например, Курошио, хотя, разумеется, данное утверждение требует проверки.

Следует признать, что присутствует некоторая разница между скоростями волн Россби «эмпирическими» (рис. 3) и теоретическими (рис. 5б). В частности, направленные на восток, «эмпирические» скорости волн достигают положительных значений 4 см/с, в то время как максимальные скорости, полученные по формуле (17), составляют 1 см/с. Кроме того, экстремумы на рис. 3 и 5б, хотя, в целом, неплохо согласуются друг с другом, но не идентичны. Все этому можно дать несколько объяснений. Во-первых, и это главное: наша нелинейная теория рассматривается в длинноволновом приближении, в то время как «эмпирические» скорости рассчитываются чисто из наблюдений — по альтиметрическим картам. Во-вторых, в данной статье мы рассматриваем только один нелинейный эффект — влияние сдвигового течения, который мы анализируем на примере АЦТ, име-

ющего, как сказано выше, на самом деле очень сложную структуру струй и меандров, которое также зависит от анемобарических условий, от топографии т.д. В-третьих, могут быть и другие факторы, также влияющие на скорости волн Россби в океане. Тем не менее — мы хотим подчеркнуть — предлагаемая новая теория впервые позволила описать взаимодействие волн Россби со струйным течением. Эта теория, чувствительная к значительной разнице в скоростях волн Россби и самого течения, впервые позволила объяснить распространение на восток волн Россби, захваченных течением, что также мы наблюдаем при анализе альтиметрических карт.

ВЫВОДЫ

1. Подтверждена гипотеза о возможности применения модели длинноволновой асимптотики нелинейных волн Россби для адекватного описания волн Россби на зональном потоке.

2. В рамках нелинейной теории показано, что нелинейность в длинноволновом приближении в точности компенсирует доплеровский сдвиг. Выведено новое дисперсионное соотношение для волн Россби на струйном потоке.

3. Предложенный подход применяется для акватории, расположенной в зоне АЦТ. На основе данных спутниковой альтиметрии проводится верификация указанного метода и исследуется структура волн Россби в АЦТ.

4. Показано, что в области АЦТ величины β^* — эквивалентного β -эффекта — также на порядок превышают значения β . Это означает, что в новом дисперсионном соотношении вклад составляющей, связанной с меридиональным изменением сдвига зонального течения U''_{yy} , больше влияния β -эффекта.

5. Сравнение скоростей течения, рассчитанных по альтиметрическим данным, со скоростями, определенными по нелинейному дисперсионному соотношению, показало, что оно позволяет описать распространение на восток волн Россби, захваченных течением АЦТ. Рассчитанные по новому дисперсионному соотношению фазовые скорости волн Россби зависят от меридионального изменения сдвига зонального потока и в области АЦТ могут быть как отрицательными, так и положительными. Максимальные скорости, соответствующие перемещению волн на восток, составляют 1 см/с и характерны для стрежня АЦТ. В пространственном распределении фазовых скоростей присутствует тенденция к зональному распре-

делению их величин, обусловленная зональным изменением радиуса деформации Россби и параметра β .

Источник финансирования. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 17-05-00034.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Незлин М.В.* Солитоны Россби // Успехи физических наук. 1986. Т. 150. №1. С. 3–60.
2. *Chelton D.B., Schlax M.G.* Global observations of oceanic Rossby waves // Science. 1996. 272. 234–238.
3. *Chelton D.B., Schlax M.G., Samelson R.M., de Szoeke R.A.* Global observations of large oceanic eddies // Geophys. Res. Lett. 2007. 34(15). L15606. doi: 10.1029/2007GL030812, 2007
4. *Chelton D.B., Schlax M.G., Samelson R.M.* Global observations of nonlinear mesoscale eddies // Prog. Oceanogr. 2011. 91. 167–216.
5. *Белоненко Т.В., Захарчук Е.А., Фукс В.Р.* Волны или вихри? // Вестник СПбГУ. Сер. 7. Вып. 3 (№ 21). 1998. С. 37–44.
6. *Белоненко Т.В., Захарчук Е.А., Фукс В.Р.* Градиентно-вихревые волны в океане. 2004. СПб.: Изд-во СПбГУ. 215 с.
7. *Dewar W.K.* On “Too Fast” Baroclinic Planetary Waves in the General Circulation // J. Phys. Oceanogr. 1998. 28 (9). P. 1739–1758.
8. *Белоненко Т.В., Кубряков А.А.* Временная изменчивость фазовой скорости волн Россби в Северной части Тихого океана // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2014. Т. 11. № 3. С. 9–18.
9. *Белоненко Т.В., Кубряков А.А., Станичный С.В.* Спектральные характеристики волн Россби Северо-западной части Тихого океана // Исследование Земли из космоса. 2016. № 1–2. С. 43–52.
10. *Belonenko T.V., Kubryakov A.A., Stanichny S.V.* Spectral Characteristics of Rossby Waves in the Northwestern Pacific based on Satellite Altimetry // Izv. Atmos. Ocean. Phys. 2016. 52:920. doi: 10.1134/S0001433816090073
11. *Hughes C.W.* The Antarctic Circumpolar Current as a waveguide for Rossby waves // J. Phys. Oceanogr. 1995. V. 26(7). P. 1375–1387.
12. *Hughes C.W.* Nonlinear vorticity balance of the Antarctic Circumpolar Current // J. Geophys. Res. 2005. 110. C11008. doi: 10.1029/2004JC002753
13. *Killworth P.D., Chelton D.B., de Szoeke R.A.* The Speed of Observed and Theoretical Long Extratropical Planetary Waves // J. Phys. Oceanogr. 1997. 27(9). P. 1946–1966.
14. *Cunningham S.A., Alderson S.G., King B.A., Brandon M.A.* Transport and variability of the Antarctic Circumpolar Current in Drake Passage // J. Geophys. Res. 2003. 108(C5). 8084. doi: 10.1029/2001JC001147
15. *Тараканов Р.Ю.* Структура крупномасштабной циркуляции антарктических вод. Автореферат дисс. на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. Москва. ИО РАН. 2015. 42 с.
16. *Hughes C.W., Jones M.S., Carnochan S.* Use of transient features to identify eastward currents in the Southern Ocean // J. Geophys. Res. 1998. 103. 2929–2942.
17. *Klocker A., Ferrari R., LaCasce J.H.* Estimating suppression of eddy mixing by mean flows // J. Phys. Oceanogr. 2012a. 42. 1566–1576.
18. *Klocker A., Ferrari R., LaCasce J.H., Merrifield S.T.* Reconciling float-based and tracer-based estimates of eddy diffusivities in the Southern Ocean // J. Mar. Res. 2012b. 70. 569–602.
19. *Анненков С.Ю., Шрира В.И.* О зональных волноводах для волн Россби в Мировом океане // Океанология. 1992. Т. 32. № 1. С. 5–12.
20. *Гневышев В.Г., Шрира В.И.* Трансформация монохроматических волн Россби в критическом слое на зональном течении // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1989а. Т. 25. № 8. С. 852–862.
21. *Гневышев В.Г., Шрира В.И.* Динамика пакетов волн Россби в окрестности зонального критического слоя с учетом вязкости // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1989б. Т. 25. №10. 1989. С. 1064–1074.
22. *Белоненко Т.В., Фролова А.В.* Антарктическое Циркумполярное течение как волновод для волн Россби и мезомасштабных вихрей // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2019. Т. 16. № 1. С. 181–190.
23. *Hochet A., Huck T., Colin de Verdière A.* Large-Scale Baroclinic Instability of the Mean Oceanic Circulation: A Local Approach // J. Phys. Oceanogr. 2015. 45(11). 2738–2754.
24. *Killworth P.D., Blundell J.R.* The dispersion relation for planetary waves in the presence of mean flow and topography. Part I: Analytical theory and one-dimensional examples // J. Phys. Oceanogr. 2004. 34. 2692–2711.
25. *Killworth P.D., Blundell J.R.* The dispersion relation for planetary waves in the presence of mean flow and topography. Part II: two-dimensional examples and global results // J. Phys. Oceanogr. 2005. 35(11). 2110–2133.
26. *Педлоски Дж.* Геофизическая гидродинамика, в 2-х томах. М.: Мир, 1984. Т. 1. 398 с. Т. 2. 416 с.
27. *Зырянов В.Н.* Топографические вихри в динамике морских течений. ИВП РАН. 1995. 240 с.
28. *Zyryanov V.N.* Topographic eddies in a stratified ocean // Regular and chaotic dynamics. 2006.11.4. 491–521. doi: 10.1070/RD2006v011n04ABEH000367
29. *Flier G.R., Malanotte-Rizzoli, Zabusky N.J.* Nonlinear Waves and Coherent Vortex Structures in

- Barotropic β -plane Jets // *J. Phys. Oceanogr.*, 1987. V. 17. P. 1408–1438.
30. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане, в 2-х томах. М., Мир. 1981. 846 с.
31. *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана, в 2-х томах. М., Мир. 1986. Т. 1. 396 с. Т. 2. 415 с.
32. *Sinha B., Richards K.J.* Jet Structure and Scaling in Southern Ocean Models // *J. Phys. Oceanogr.* 1998. 29. 1143–1155.
33. *Challenor P.G., Cipollini P., Cromwell D.* Use of the 3D Radon transform to examine the properties of oceanic Rossby waves // *J. Atmos. Oceanic Technol.* 18. 2001. P. 1558–1566.
34. *Chelton D.B., de Szoeke R.A., Schlax M.G., El Naggar K., Siwertz N.* Geographical variability of the first-baroclinic Rossby radius of deformation // *J. Phys. Oceanogr.* 1998. 28. 433–460.

Interaction of Rossby Waves with a Jet Flow: Basic Equations and Verification for Antarctic Circumpolar Current

V. G. Gnevyshev¹, A. V. Frolova², A. A. Kubryakov³, Yu. V. Sobko⁴, T. V. Belonenko^{2*}

¹*Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences
Nahimovskiy pr., 36, Moscow, 117997, Russia*

²*Saint Petersburg State University,
Universitetskaya nab., 7-9, Saint Petersburg, 199034, Russia*

³*The Marine Hydrophysical Institute
Kapitanskaya Str. 2, Sevastopol, 299011, Russia*

⁴*Deutsche Telekom, division in St. Petersburg, RUS GmbH, "T-Systems"
13th line, V.O. 14 B, St. Petersburg, 199034, Russia
E-mails: *btvlibab@yandex.ru*

Received: 11.01.2019

Accepted: 29.05.2019

The article focuses on the interaction of Rossby waves in the ocean with zonal jet flows. A new approach is proposed to show that nonlinearity in the long-wave approximation exactly compensates the Doppler shift. A new dispersion relation for the Rossby waves interacting with the jets is deduced from the nonlinear theory. The conclusion is verified using satellite altimetry data of the Antarctic Circumpolar Current (ACC). For the ACC area, we compare empirical velocities obtained from the altimetry data with theoretical phase velocities of Rossby waves calculated from nonlinear dispersion relation using the equivalent beta effect. The comparison shows that the new dispersion relation based on the nonlinear approach is capable of describing both the westward and the eastward propagation of mesoscale eddies in the field of sea level anomalies that can be identified as manifestation of Rossby waves in the ocean.

Keywords: Rossby waves, mesoscale eddies, jet current, Antarctic circumpolar current, dispersion relation, nonlinear theory, altimetry.