

УДК 551.510.522, 551.511.32, 532.526.4, 532.527

ОБ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ В АТМОСФЕРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

© 2019 г. О. Г. Чхетиани¹, Н. В. Вазаева^{1,2}

¹Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН
119017, Москва, Пыжевский пер. 3

²МГТУ им. Н.Э. Баумана
105005, Москва, 2-я Бауманская ул. 5, стр. 1
E-mail: lgg@ifaran.ru

Поступила в редакцию 27.12.2018 г.
Принята к печати 29.05.2019 г.

Предложена простая модель развития субмезомасштабных возмущений в атмосферном пограничном слое (АПС). Рост возмущений связан со сдвиговой алгебраической неустойчивостью профиля скорости ветра в АПС. Поиск оптимальных значений таких возмущений (стриков) позволяет решить задачу об оценке их масштабов, которые оказываются порядка 100–200 м по вертикали и 300–600 м по горизонтали. Подобные масштабы отмечаются и для экспериментальных данных о структуре поля ветра в нижней части АПС, полученных в летнее время в 2017, 2018 гг. на Цимлянской научной станции ИФА им. А.М. Обухова РАН при акустическом зондировании атмосферы доплеровским трехкомпонентным минисодаром высокого разрешения.

Ключевые слова: атмосферный пограничный слой, алгебраический рост, оптимальные возмущения, стрики.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-351555562-75>

ВВЕДЕНИЕ

Наряду с организованными крупномасштабными структурами, в пограничном слое постоянно существуют вихревые структуры меньшего, как пространственного — от десятков до сотен метров, так и временного масштабов — десятки секунд–минуты, ориентированные примерно на 30 градусов относительно направления геострофического ветра [1–10]. Несмотря на давнюю регистрацию в численных моделях [11] и достаточно уверенную и детальную экспериментальную регистрацию [8], условия и механизмы генерации и поддержания таких структур остаются не до конца проясненными.

В данной работе предложена простая модель развития субмезомасштабных структур (стриков), основанная на идее развития алгебраических немодальных возмущений вблизи земной поверхности в экмановском слое.

Немодальные возмущения, испытывающие интенсивный алгебраический рост за конечные промежутки времени, связаны с несамосопряженностью оператора линеаризованной задачи

на возмущения. Такие условия, как выяснилось, относятся к значительной части встречаемых в природе и технике течений [12]. Они играют заметную роль в развитии турбулентности и структур в сдвиговых течениях и течениях пограничного слоя [12–15]. Подобные возмущения играют важную роль и в динамике атмосферной циркуляции [16–18]. С ними связаны также неопределенности в атмосферных прогнозах [19]. В атмосферном пограничном слое впервые их анализ был выполнен Фостером [20]. Также можно отметить исследование немодальных возмущений в стратифицированном экмановском слое [21]. В пограничном слое их называют стриками, как и в сдвиговых течениях. С ними связаны наблюдаемые в низкочастотной части спектры флуктуаций скорости с показателем -1 [8, 22–25]. Физика такой формы спектра относительно проста. При сильном сдвиге характерное обратное время τ^{-1} для флуктуаций поля скорости определяется градиентом поля скорости $S = \frac{dU}{dz}$ [26], и оно оказывается много больше времени оборота вихря с волновым числом $k = \tau(k) \sim (k\nu(k))^{-1}$. Тогда спектр энер-

гии оказывается обратно пропорционален волновому числу $E(k) \sim \frac{dv^2(k)}{dk} \approx \varepsilon (Sk)^{-1}$ (ε — диссипация энергии). В [26, 27] на основе анализа размерностей подобный спектр связывается с суперпозицией прямых каскадов без привлечения предположений о наличии организованных структур. В качестве основного масштабного параметра используется динамическая скорость трения u_* .

Предложенная ниже модель развития алгебраических немодальных возмущений позволяет оценить характерные масштабы стриков в АПС. Близкие к ним значения были получены по данным акустического зондирования содаром высокого разрешения.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ РОСТ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЭКМАНОВСКОМ СЛОЕ

Рассмотрим безразмерные уравнения для двумерных (y, z) возмущений поля скорости (u, v, w) и температуры θ в экмановском пограничном слое [29–31], полученных в результате линеаризации уравнений движения:

$$\text{Re} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \Delta u - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\text{Re} \left(\frac{\partial \Delta \Psi}{\partial t} + V \frac{\partial \Delta \Psi}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \text{Ri} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \Delta^2 \Psi + 2 \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (2)$$

$$\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \right) = \Delta \theta. \quad (3)$$

Здесь $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — двумерный оператор Лапласа, Ψ — функция тока (векторный потенциал Стокса), так что поперечная и вертикальная скорости имеют вид

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \Psi}{\partial y}.$$

В качестве пространственного масштаба обезразмеривания выбирается толщина экмановского слоя $h = \left(\frac{\nu_t}{\Omega_0} \right)^{1/2}$, где ν_t — турбулентная вязкость, Ω_0 — частота вращения Земли.

Число Рейнольдса — $\text{Re} = \frac{U_G h}{\nu_t} = \frac{U_G}{(\nu_t \Omega_0)^{1/2}}$, опре-

делено по турбулентной вязкости. Здесь: U_G — скорость геострофического ветра, $\frac{\partial \theta_0}{\partial z}$ — безразмерный градиент температуры. Pr — турбулентное число Прандтля ($\sim 1-1.2$), Ri — число Ричардсона.

Время обезразмерено на $t_* = \frac{h}{U_G} = \frac{1}{\text{Re} \Omega_0}$. Соответственно при разных числах Рейнольдса мы будем иметь следующие масштабы временной шкалы:

Re	1	10	20	50	100	1000
T(c)	10 ⁴	10 ³	5 × 10 ²	2 × 10 ²	10 ²	10

Здесь U, V — компоненты экмановского профиля, φ — угол, на который осуществлен поворот системы координат, для рассмотрения возмущений, повернутых по отношению к скорости геострофического ветра [30, 31]

$$U = \cos(\varphi) - \exp(-z) \cos(z + \varphi), \quad (4)$$

$$V = -\sin(\varphi) + \exp(-z) \sin(z + \varphi). \quad (5)$$

Стрики возникают в нижней части пограничного слоя. Тогда из разложения профиля скорости вблизи $z = 0$ получаем:

$$V \approx z (\cos(\varphi) - \sin(\varphi)),$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} \approx (\cos(\varphi) + \sin(\varphi)) - 2z \sin(\varphi) \approx (\cos(\varphi) + \sin(\varphi)),$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \approx -2 \cos(\varphi) + 2z (\cos(\varphi) + \sin(\varphi)) \approx -2 \cos(\varphi).$$

То есть можно полагать

$$V = \delta_1 z, \quad \frac{\partial U}{\partial z} \approx \gamma, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \approx -\delta_2.$$

Уравнения для возмущений принимают вид:

$$\text{Re} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \delta_1 z \frac{\partial u}{\partial y} + \gamma \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) = \Delta u - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad (6)$$

$$\text{Re} \left(\frac{\partial \Delta \Psi}{\partial t} + \delta_1 z \frac{\partial \Delta \Psi}{\partial y} + \delta_2 \frac{\partial \Psi}{\partial y} - \text{Ri} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \Delta^2 \Psi + 2 \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (7)$$

$$\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + \delta_1 z \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \right) = \Delta \theta. \quad (8)$$

Рассматривая далее в нижней части пограничного слоя¹ (при малых z) возмущения в виде волны:

¹ Мы рассматриваем пограничный слой выше «прандтлевского» логарифмического слоя.

$$u = u(t) \exp(i(\alpha y + \beta(t)z)), \quad (9)$$

$$\psi = \psi(t) \exp(i(\alpha y + \beta(t)z)), \quad (10)$$

выпишем уравнения

$$\operatorname{Re} \left(\frac{\partial u(t)}{\partial t} + iz \left(\frac{\partial \beta(t)}{\partial t} + \alpha \delta_1 \right) u(t) + i\alpha \gamma \psi(t) \right) = -(\alpha^2 + \beta^2(t))u(t) - 2i\beta(t)\psi(t), \quad (11)$$

$$\operatorname{Re} \left[\begin{aligned} & -\frac{\partial(\alpha^2 + \beta^2(t))\psi(t)}{\partial t} - i(\alpha^2 + \beta^2(t))z \times \\ & \times \left(\frac{\partial \beta(t)}{\partial t} + \alpha \delta_1 \right) \psi(t) + i\alpha \psi(t) \delta_2 - i\alpha \operatorname{Ri} \theta(t) \end{aligned} \right] = (\alpha^2 + \beta^2(t))^2 \psi(t) + 2i\beta(t)u, \quad (12)$$

$$\operatorname{Pr} \cdot \operatorname{Re} \cdot \left(\frac{\partial \theta(t)}{\partial t} + iz \left(\frac{\partial \beta(t)}{\partial t} + \alpha \delta_1 \right) \theta(t) + i\alpha \Psi(t) \cdot \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \right) = -(\alpha^2 + \beta^2(t))\theta(t). \quad (13)$$

Волновой вектор $\beta(t)$ определяется уравнением

$$\frac{\partial \beta(t)}{\partial t} = -\alpha \delta_1 \quad (14)$$

и линейно зависит от времени как $\beta(t) = \beta(0) - \delta_1 \alpha t$. Соответственно, при развитии таких возмущений их вертикальный масштаб возрастает, формально захватывая всю область течения, а затем уменьшается. Подобные решения относятся к так называемым немодальным и представляют собой суперпозицию фурье-мод линейной задачи на устойчивость [32]. Впервые такие моды рассматривались лордом Кельвином [33]. Они непосредственно связаны с оптимальными возмущениями, что было показано, в частности Фаррелом [16, 17, 32].

Представление (14) позволяет исключить неоднородность по вертикальной координате из уравнений. В настоящем исследовании мы сознательно не интересуемся границами, а рассматриваем физические причины возможности развития возмущений в нижней части АПС, обусловленные совместным действием сдвига скорости и влиянием силы Кориолиса. Подобный «локальный» анализ позволяет выявить основные динамические процессы и факторы, оценить тенденции и зависимости роста

возмущений от основных параметров течения. Здесь можно отметить приближенный анализ устойчивости экмановского слоя, выполненный в [30], давший неплохие оценки для масштаба возмущений и сильно завышенные для критического числа Рейнольдса. Подобный подход использовался также и в [14].

Соответственно, уравнения для возмущений будут иметь вид

$$\frac{\partial u(t)}{\partial t} = \operatorname{Re}^{-1}(\alpha^2 + \beta^2(t))u(t) - i(2\operatorname{Re}^{-1}\beta(t) + \alpha\gamma)\psi(t), \quad (15)$$

$$\frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = \left[\begin{aligned} & -\operatorname{Re}^{-1}(\alpha^2 + \beta^2(t)) + \\ & + \frac{\alpha}{(\alpha^2 + \beta^2(t))} (2\delta_1\beta(t) + i\delta_2) \end{aligned} \right] \psi(t) - \frac{i\alpha \operatorname{Ri}}{(\alpha^2 + \beta^2(t))} \theta(t) - \frac{2i\operatorname{Re}^{-1}\beta(t)}{(\alpha^2 + \beta^2(t))} u(t), \quad (16)$$

$$\frac{\partial \theta(t)}{\partial t} + i\alpha \Psi(t) \cdot \frac{\partial \theta_0}{\partial z} = -(\operatorname{Pr} \cdot \operatorname{Re})^{-1}(\alpha^2 + \beta^2(t))\theta(t). \quad (17)$$

Аналитическое решение вышеприведенной системы имеет весьма громоздкий вид и в дальнейшем для конечных чисел Рейнольдса мы будем использовать численные решения.

Рассмотрим отдельно случай больших чисел Рейнольдса. Тогда:

$$\frac{\partial u(t)}{\partial t} = -i\alpha \gamma \psi(t), \quad (18)$$

$$\frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = \frac{\alpha}{(\alpha^2 + \beta^2(t))} (2\delta_1\beta(t)\psi(t) + i\delta_2)\psi(t) - \frac{i\alpha \operatorname{Ri}}{(\alpha^2 + \beta^2(t))} \theta(t), \quad (19)$$

$$\frac{\partial \theta(t)}{\partial t} = -i\alpha \Psi(t) \cdot \frac{\partial \theta_0}{\partial z}. \quad (20)$$

Отметим, что хотя кориолисовы члены в системе (18)–(20) опущены вследствие нашего приближения, их влияние тем не менее осталось, поскольку в (19) присутствует градиент компоненты агеострофической скорости, обусловленный как раз поворотом ветра в АПС.

Рассмотрим далее случай нейтральной стратификации ($\operatorname{Ri} = 0$). В этом случае аналитиче-

ское решение (18), (19), как оказалось, имеет достаточно простой вид:

$$u(t) = u(0) + (\alpha^2 + \beta^2(0)) \frac{U_1}{V_2} \times \left(1 - \exp \left(i \frac{\delta_2}{\alpha \delta_1} \left(\arctan \left(\frac{\alpha}{\beta(t)} \right) - \arctan \left(\frac{\alpha}{\beta(0)} \right) \right) \right) \right) \psi(0),$$

$$\psi(t) = \frac{(\alpha^2 + \beta^2(0))}{(\alpha^2 + \beta^2(t))} \exp \left(i \frac{\delta_2}{\alpha \delta_1} \left(\arctan \left(\frac{\alpha}{\beta(t)} \right) - \arctan \left(\frac{\alpha}{\beta(0)} \right) \right) \right) \psi(0). \tag{21}$$

Для энергии возмущения $E(t) = u^2(t) + (\alpha^2 + \beta^2(t))^2 \psi^2(t)$ получаем

$$E(t) = \left(u(0) + \frac{\gamma}{\delta_2} (\alpha^2 + \beta^2(0)) \psi(0) \right)^2 + \frac{(\alpha^2 + \beta^2(0))^2}{\alpha^2 + \beta^2(t)} \psi^2(0) + \frac{\gamma^2}{\delta_2^2} (\alpha^2 + \beta^2(0))^2 \psi^2(0) - 2 \frac{\gamma}{\delta_2} (\alpha^2 + \beta^2(0)) \psi(0) \left(u(0) + \frac{\gamma}{\delta_2} (\alpha^2 + \beta^2(0)) \psi(0) \right) \times \cos \left(\frac{\delta_2}{\alpha \delta_1} \left(\arctan \left(\frac{\beta(t)}{\alpha} \right) - \arctan \left(\frac{\beta(0)}{\alpha} \right) \right) \right). \tag{22}$$

Решение (22) для энергии (деленной на ее начальное значение) показано на рис. 1 пунктирной линией. Также на рис. 1 сплошными линиями показана энергия для конечных чисел Рейнольдса (10, 20, 30, 100) в соответствии с численным решением уравнений (15), (16). Как видно, энергия возмущения нарастает за конечное время до заметных величин. Амплитуда растет с числом Рейнольдса. Также можно отметить увеличение амплитуды при неустойчивой стратификации и уменьшение при устойчивой (рис. 2). В дальнейшем будем рассматривать нейтральную стратификацию.

При увеличении числа Рейнольдса максимальное значение энергии меняется уже слабо — ее амплитуда при $Re = 1000$ приближается к 19, по сравнению с 14 при $Re = 100$ и практически не изменяется при $Re = 10000$ и выше. Соответственно, решение (22) может рассматриваться как верхняя оценка для решений системы (15), (16) с конечными числами Рейнольдса.

Максимальная амплитуда энергии зависит и от угла ориентации возмущений по отношению к направлению геострофического ветра (коэффициенты $\gamma, \delta_1, \delta_2$. К анализу этой зависимости мы вернемся чуть ниже.

Особый интерес представляет другая характеристика алгебраических немодальных возмущений, представляющая собой более общую, чем энергия и часто используемую при анализе [12, 13]. Она формулируется так — для фиксированного момента времени t найти начальное возмущение, для которого функционал $F = E(t) / E(0)$ принимает максимальное значение (рис. 3). Фактически, это решение задачи на оптимизацию, которое позволит нам определить характерные масштабы таких возмущений. Такие возмущения принято называть оптимальными.

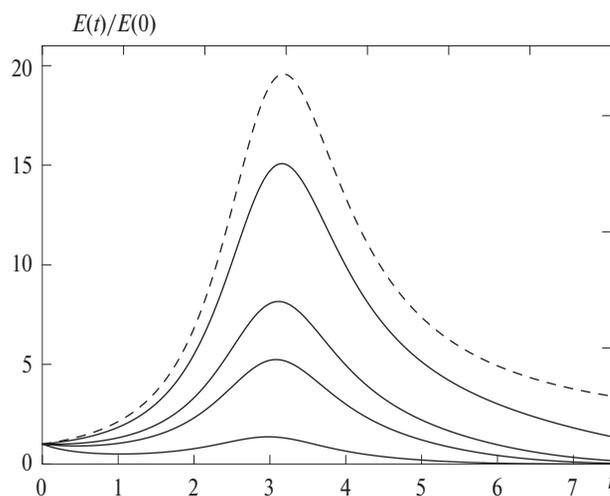


Рис. 1. Энергия возмущения. Числа Рейнольдса: 10, 20, 30, 100, ∞ (пунктир). $\alpha = 1, \beta(0) = 3, \varphi = 0, u(0) = \psi(0) = 1$.

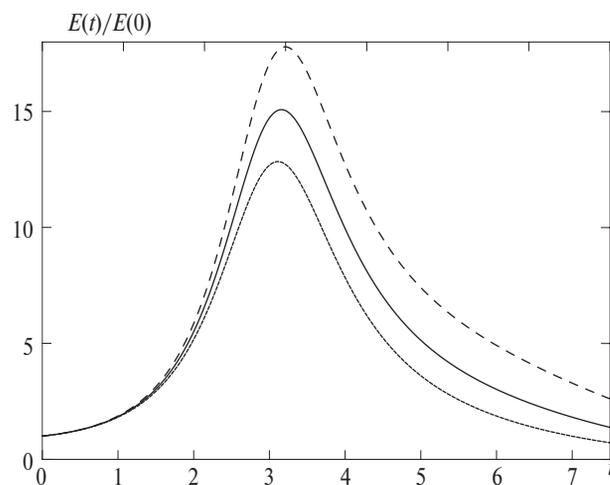


Рис. 2. Энергия возмущения при $Re = 100, \alpha = 1, \beta(0) = 3, \varphi = 0, u(0) = \psi(0) = 1$. $Ri = 0$ — сплошная линия. $Ri = 0.1, \frac{\partial \theta_0}{\partial z} = -1$ — пунктир. $\frac{\partial \theta_0}{\partial z} = +1$ — точечный пунктир.

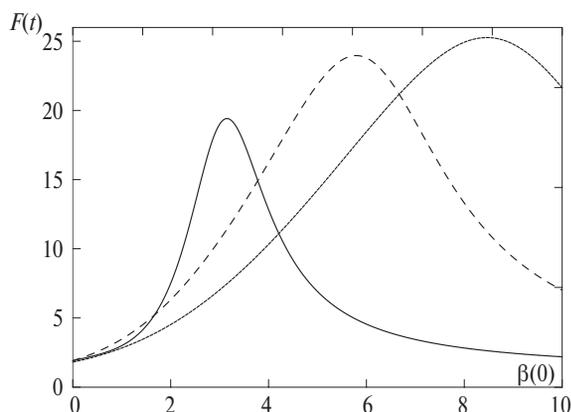


Рис. 3. Функция F . $\alpha = 1, 2, 3$; $\varphi = 0$, $u(0) = \psi(0) = 1$, $T = 3$.

Здесь мы используем аналитическое выражение для энергии, полученное выше.

Начальное значение энергии имеет вид $E(0) = u^2(0) + (\alpha^2 + \beta^2(0))^2 \psi^2(0)$.

Как мы видим из рис. 3 максимум F сдвигается по волновым числам с ростом α . Однако, для определения примерного масштаба стрика в нашей модели необходимо рассмотреть еще зависимость от угла.

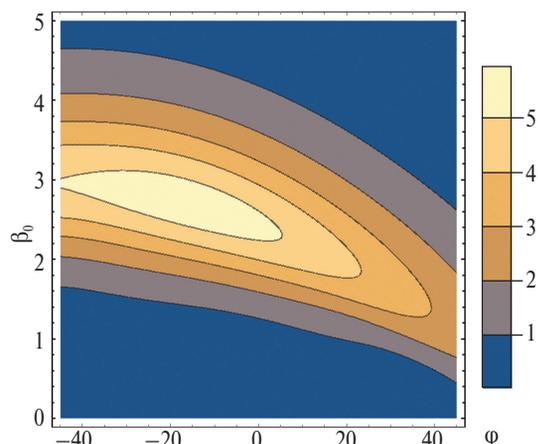


Рис. 4. Функция F . $Re = 30$; $\alpha = 1$; $u(0) = \psi(0) = 1$, $T = 2$.

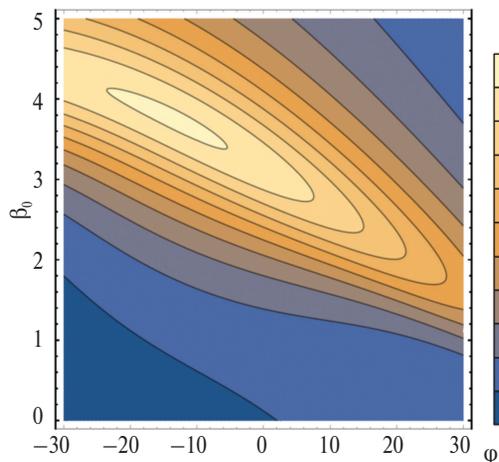


Рис. 6. Функция F . $\alpha = 1$; $u(0) = \psi(0) = 1$, $T = 3$.

Для определения оптимальных масштабов стриков имеет смысл рассматривать решения системы (18)–(21) при конечных числах Рейнольдса. Построим далее линии уровня функции F на плоскости (β_0, φ) при различных волновых числах α , числах Рейнольдса и временах t .

Как видно из рис. 4 рост возмущения наблюдается уже при малых подпороговых числах Рейнольдса (10–30). Растут возмущения, повернутые на отрицательный угол относительно направления геострофического ветра. Здесь и далее решения приведены в широком диапазоне безразмерных волновых чисел (от 0 до 5), при этом экстремумы роста оптимальных возмущений расположены на мелких масштабах (3–5).

При увеличении числа Рейнольдса наблюдается уже рост оптимальных возмущений повернутых на положительный угол относительно направления ветра. Ниже приведены линии уровня при числах Рейнольдса $Re = 75$ (рис. 5).

На рис. 6 и 7 приведены линии уровня функции F на плоскости (β_0, φ) при различных волновых

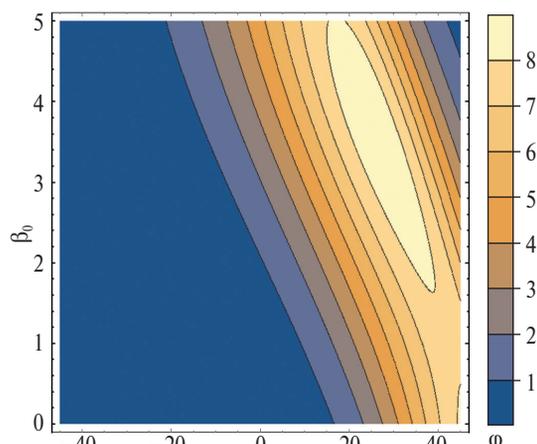


Рис. 5. Функция F . $Re = 75$; $\alpha = 3$; $u(0) = \psi(0) = 1$, $T = 3$.

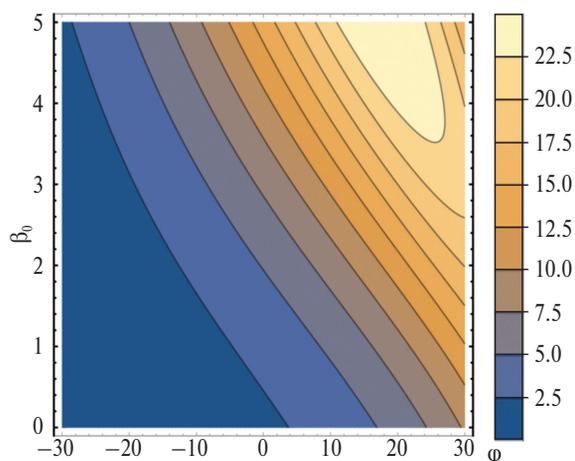


Рис. 7. Функция F . $\alpha = 3$; $u(0) = \psi(0) = 1$, $T = 3$.

числах α и временах t уже при бесконечных числах Рейнольдса: $\alpha = 1, t = 3; \alpha = 2, t = 1; \alpha = 3, t = 3$.

Как мы видим из рис. 6 и 7 при $\alpha = 1, 2$ максимум роста соответствует возмущениям, повернутым под углом $-20 \div -30$ по отношению к ветру с вертикальным волновым числом, близким к 4. При дальнейшем увеличении поперечного волнового числа $\alpha = 3$ максимум ориентирован уже под положительным углом по направлению к ветру и с вертикальным волновым числом 5. При значениях турбулентной вязкости $5 \text{ м}^2/\text{с}$ имеем оценки масштабов оптимальных возмущений в нижней части АПС 100–200 по вертикали и 300–600 по горизонтали. Это может рассматриваться как верхняя оценка масштабов стриков.

Выполним более детальное исследование масштабов оптимальных возмущений. Для этого решаем следующую задачу: найти, при каких значениях волновых чисел $\alpha, \beta_0 = \beta(0)$ и угла φ оптимальная функция F принимает максимальное значение при заданных значениях числа Рейнольдса Re и времени T . Время T выбиралось при значениях 1–5. Актуальность имеют значения 1–3, поскольку стрики формируются в АПС за времена порядка характерного экмановского времени, определяющего время перестройки АПС при изменениях внешних параметров. Числа Рейнольдса менялись от 10, при котором начинается рост оптимальных возмущений до 10000. Получена таблица (табл. 1) со значениями всех параметров, наглядное представление которой приводится на рис. 8–10.

Мы не показываем точки, где значения волновых чисел $\alpha < 1$, попадающие уже в область крупных масштабов. Этим возмущениям соответствует медленный рост, и максимальные значения достигаются при больших значениях T . Подобные точки отброшены и на рис. 8–11. На них представлены координаты оптимальных возмущений в плоскостях (α, φ) и (β_0, φ) .

На основании результатов, представленных в табл. 1 и на рис. 7–9 можно получить оценку масштабов оптимальных возмущений.

В самом деле, из определения числа Рейнольдса $Re = \frac{U_g h}{\nu_t} = \frac{U_g}{(\nu_t \Omega_0)^{1/2}}$ имеем для экмановского масштаба, используемый для обезразмеривания $h = \frac{Re \nu_t}{U_g}$. В свою очередь ν_t можно оценить из ее представления $\nu_t = l^2 \left(\left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right)^{1/2}$ [32]. l — длина

Таблица 1. Значение параметров $T, F_{\text{opt}}, \alpha, \beta_0, \varphi$ при различных числах Рейнольдса Re

Re	T	F _{opt}	α	β ₀	φ
10	1	2.06	0.91	1.50	-13.81
25	1	2.68	1.47	1.79	5.11
50	1	2.81	1.61	1.82	14.49
75	1	3.16	2.01	1.89	17.68
100	1	3.42	2.33	1.95	19.36
125	1	3.59	2.57	2.01	20.43
150	1	3.71	2.76	2.06	21.18
175	1	3.81	2.91	2.10	21.74
200	1	3.89	3.05	2.14	22.17
500	1	3.95	3.17	2.18	24.28
1000	1	4.32	4.1	2.53	25.20
10000	1	4.52	4.94	2.88	26.51
10	2	4.18	0.46	1.421	-47.844
25	2	5.89	0.58	1.804	-43.352
50	2	6.90	0.71	2.211	-37.502
75	2	8.00	2.07	3.295	12.199
100	2	8.98	2.33	3.473	13.795
125	2	9.73	2.53	3.630	14.536
150	2	10.33	2.68	3.769	14.968
175	2	10.83	2.82	3.894	15.252
200	2	11.25	2.94	4.008	15.453
500	2	13.81	3.82	4.932	16.226
1000	2	15.33	4.60	5.809	16.477
10000	2	18.24	8.31	10.187	16.760
10	3	6.97	0.31	1.32	-55.29
25	3	10.77	0.38	1.70	-49.15
50	3	13.04	0.46	2.04	-46.89
75	3	14.12	0.51	2.26	-46.14
100	3	14.80	0.55	2.44	-45.77
125	3	14.16	2.38	4.75	16.14
150	3	15.81	2.57	4.96	16.44
175	3	15.92	0.63	2.82	-45.04
200	3	18.50	2.84	5.33	16.52
500	3	27.00	3.70	6.73	16.07
1000	3	32.70	4.44	8.02	15.72
10000	3	44.87	7.94	14.32	15.06

перемешивания. Ее явное представление и зависимость от z не принципиально для наших оценок. Ниже мы будем использовать ее значение порядка ~ 30 м [34]. Для экмановского профиля для среднего значения турбулентной вязкости, получим:

$$v_t \approx 2^{1/2} l^2 \frac{U_G}{h}.$$

Из этой оценки турбулентной вязкости также нетрудно дать оценку и для связи эффективного

числа Рейнольдса в экмановском слое со значением геострофической скорости:

$$Re \sim 2^{-1/6} \left(\frac{U_G}{\Omega l} \right)^{2/3}.$$

При $l \approx 30$ м, $\Omega \sim 7 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, получим (для скорости в м/с) $Re \sim 11.7 U_G^{2/3}$. Такая оценка справедлива в условиях, близких к нейтральным и может рассматриваться как нижняя. При неустойчивой стратификации необходимо учитывать возрастание эффективной длины пере-

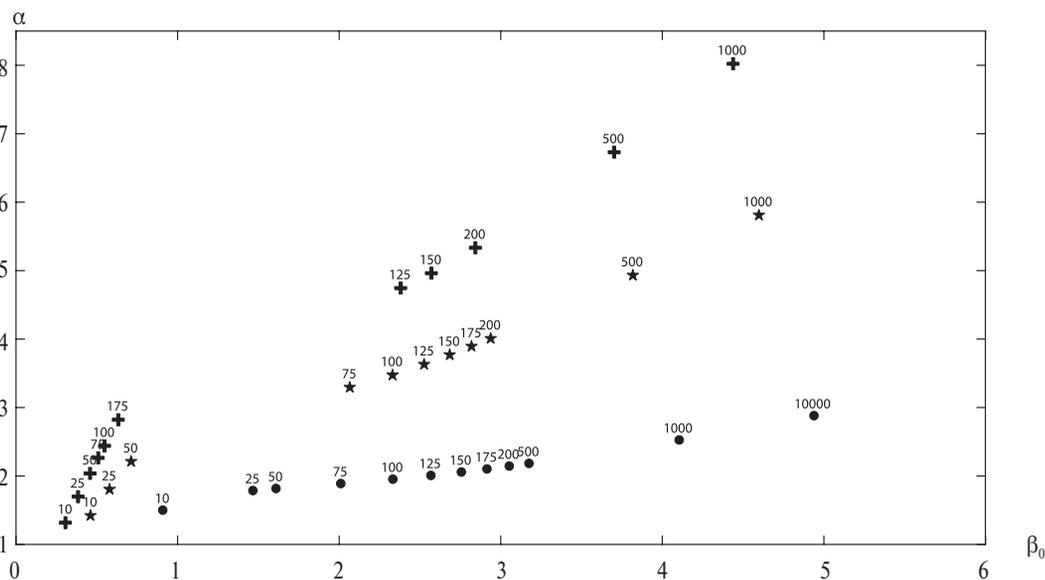


Рис. 8. Волновые числа оптимальных возмущений α , β_0 , при которых достигается максимальное значение F при изменении числа Рейнольдса. $T=1$ — кружки; $T=2$ — звезды; $T=3$ — кресты. Цифрами над символами приведены значения числа Рейнольдса.

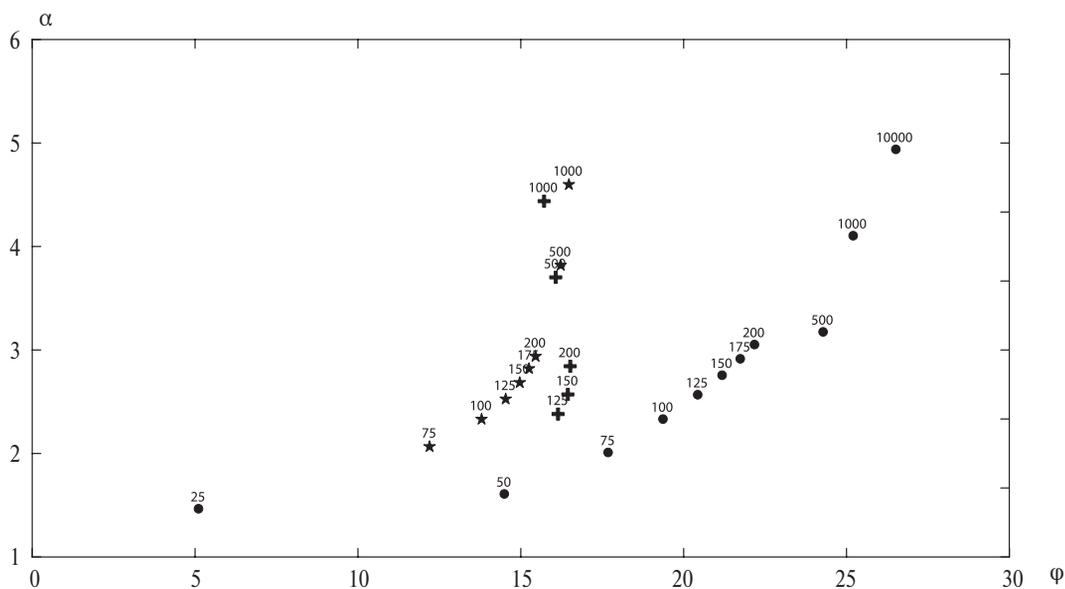


Рис. 9. Горизонтальное волновое число оптимальных возмущений α и угол ϕ , при которых достигается максимальное значение F при изменении числа Рейнольдса. $T=1$ — кружки; $T=2$ — звезды; $T=3$ — кресты. Цифрами над символами приведены значения числа Рейнольдса.

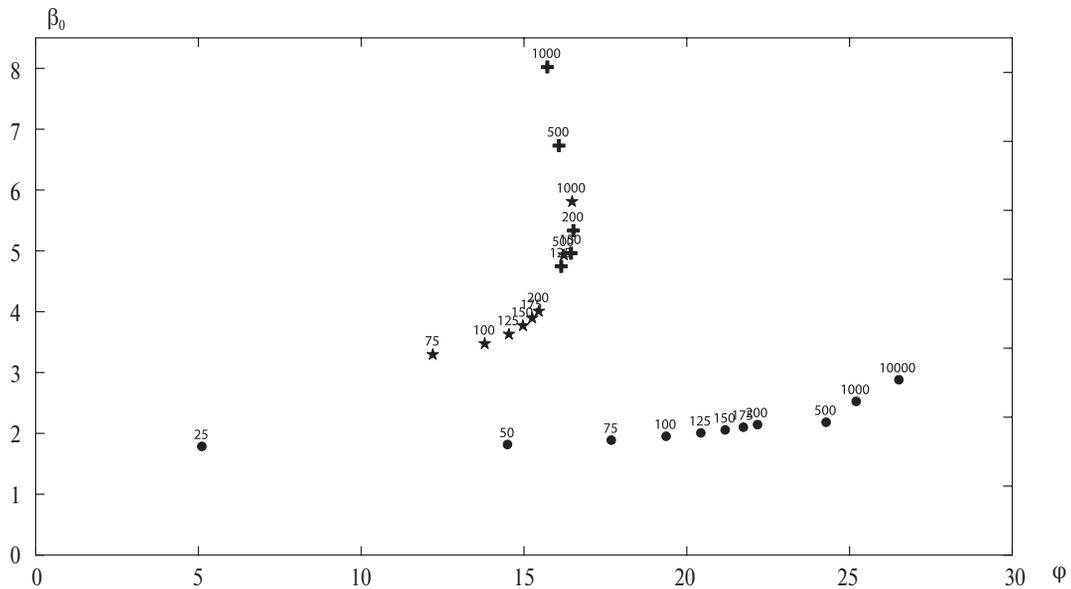


Рис. 10. Вертикальное волновое число оптимальных возмущений β_0 и угол φ , при которых достигается максимальное значение F при изменении числа Рейнольдса. $T = 1$ — кружки; $T = 2$ — звезды; $T = 3$ — кресты. Цифрами над символами приведены значения числа Рейнольдса.

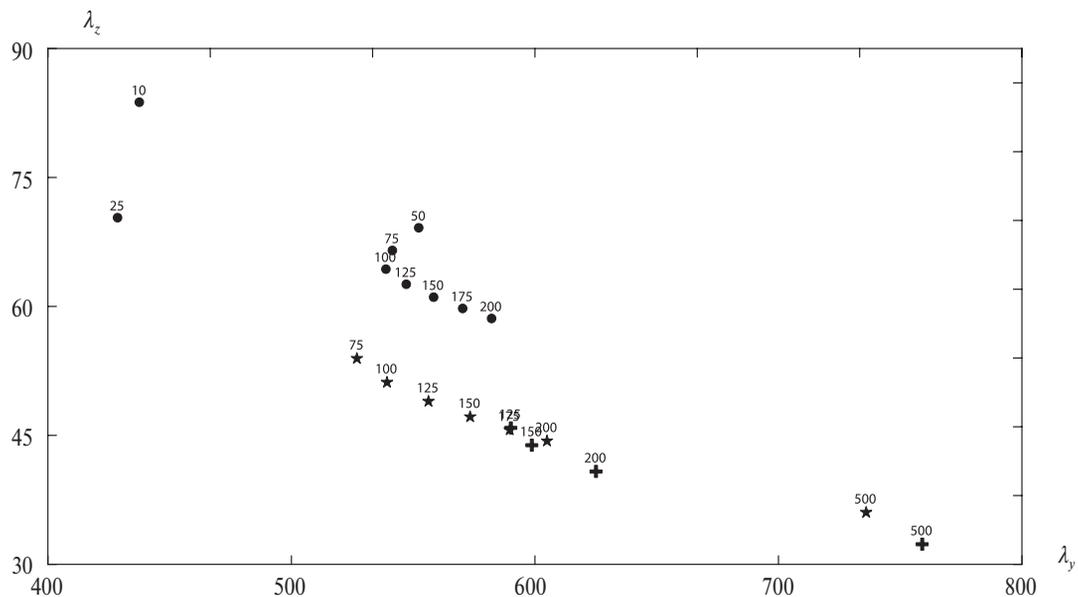


Рис. 11. Горизонтальные и вертикальные масштабы оптимальных возмущений $\lambda_y \sim h\pi/\alpha$, $\lambda_z \sim h\pi/\beta_0$ (в метрах), при которых достигается максимальное значение F . $T = 1$ — кружки; $T = 2$ — звезды; $T = 3$ — кресты. Цифрами над символами приведены значения числа Рейнольдса.

мешивания и связь ее с отклонением градиента температуры в АПС от адиабатического.

Для экмановского масштаба получаем оценку:

$$h \sim 2^{1/4} / \text{Re}^{1/2}.$$

Используя эту зависимость пересчитываем масштабы в табл. 1 как $\lambda_y \sim h\pi/\alpha$, $\lambda_z \sim h\pi/\beta_0$ и представляем их на рис. 11. Как видно, горизонтальные масштабы лежат в диапазоне 400–800 м, с ос-

новным распределением в области 500–600 м, вертикальные масштабы сосредоточены в области 45–65 м. Интересно отметить, что эти значения оказываются близкими к недавним данным полученным при лидарном зондировании атмосферы [35] и данным микросодара, полученным в летнее время в Цимлянске 2017, 2018 гг. (вертикальное разрешение 1 м (от 2 до 50 м), временное 1 с) [36].

ХАРАКТЕРНЫЕ МАСШТАБЫ СТРИКОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ РАСЧЕТА В КВАЗИДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ

Квазидвумерные численные модели являются полезной основой для гидродинамических исследований. Подробное описание таких моделей приведено, например, в [37, 38]. В настоящем исследовании мы рассматриваем случай нейтральной стратификации, результаты представлены в безразмерном виде. Ось x направлена вдоль оси валика, ось y — перпендикулярно ей. Средние профили характеристик когерентных структур предполагаются независимыми от продольной координаты x .

Размер расчетной области в безразмерных величинах по координате y , выбирается таким, чтобы в него уложилось целое число (6) волн начального возмущения. По координате z — 12, что превышает высоту АПС, которая в сред-

нем равна 5. Код программы написан на языке Fortran. Количество шагов сетки по горизонтали (координате y) бралось равным 361, по вертикали (координате z) — 121.

Масштабы начальных возмущений брались порядка значений масштабов оптимальных возмущений из табл. 1. В качестве иллюстрации на рис. 12 представлен временной ход для максимального значения энергии валиков в безразмерном виде, полученный при $Re = 100, 150$. С увеличением числа Рейнольдса амплитуда пика максимального значения энергии валиков возрастает. Рост возмущений носит транзитный характер, как и для линейризованной задачи. В первые моменты времени энергия уменьшается, а затем возрастает от минимального значения почти в 3 раза при $Re = 150$ и в 2 раза при $Re = 100$. К этому моменту времени (примерно 6.5 мин при $Re = 150$ и около 8 мин при $Re = 100$) развиваются стрики — валики малого пространственного и временного масштабов. Далее возмущения затухают. На рис. 13 показано пространственное распределение продольной компоненты скорости при $Re = 150$ для момента времени, соответствующего максимальному значению безразмерной энергии. Отметим, что на горизонтальном масштабе валика мезомасштабной циркуляции в экмановском слое «укладывается» до 5–7 субмезомасштабных валиков-стриков [36, 37]. Это отражено на рис. 13, где на заднем плане серым цветом показаны линии уровня в установившемся режиме для продольной скорости мезомасштабных возмущений при том же числе Рейнольдса и угле по отношению к геострофическому ветру. Амплитуда мезомасштабных возмущений в 2–3 раза выше чем для алгебраических воз-

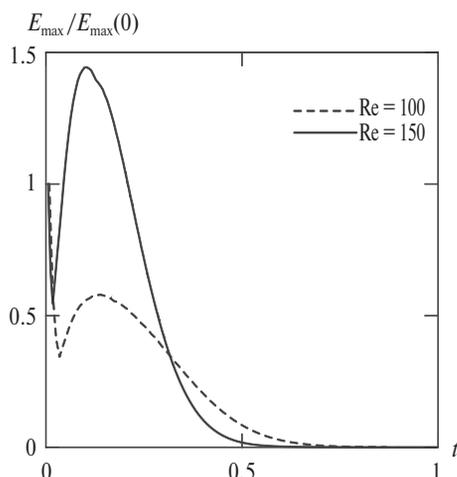


Рис. 12. Максимальное значение энергии при $Re = 100$ (пунктир) $\alpha = 2.33, \beta(0) = 1.95, \varphi = 19.36$; $Re = 150$ (сплошная линия) $\alpha = 2.76, \beta(0) = 2.06, \varphi = 21.18$.

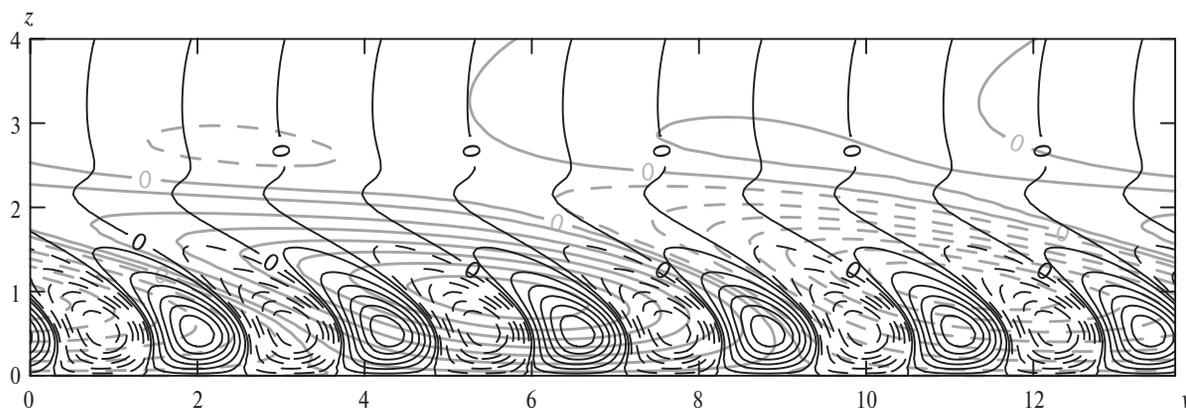


Рис. 13. Пространственное распределение продольной компоненты скорости u по осям y, z , отражающее масштабы стриков, для момента времени, соответствующего максимальному значению безразмерной энергии (см. рис. 12. $Re = 150, \alpha = 2.76, \beta(0) = 2.06, \varphi = 21.18$. Интервал между линиями равен 0.002. Отрицательные значения показаны пунктирной линией. Серые контурные линии — продольная компонента скорости установившейся мезомасштабной циркуляции при $Re = 150, \varphi = 21.18$.

мущений. Горизонтальный масштаб стриков в безразмерном виде примерно равен 1, что согласуется с результатами, полученными с использованием анализа оптимальных возмущений, и данными наблюдений. Схожие картины для поля скорости приводятся в [20].

ХАРАКТЕРНЫЕ МАСШТАБЫ СТРИКОВ ПО ДАННЫМ АКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

В 2016–2018 гг. на Цимлянской научной станции ИФА им. А.М. Обухова РАН (ЦНС) проводились испытания доплеровского трехкомпонентного минисодара высокого разрешения, получившего название ВРМС — Высокого Разрешения Мини Содар (английская аббревиатура — HRMS) [35]. Оригинальная конструкция ВРМС, использующая отдельные акустические антенны для излучения и приема звука, позволила уменьшить мертвую зону локатора и охватить измерениями диапазон высот от 3 до 45 м при разрешающей способности около одного метра по высоте и одной секунды по времени. Сопоставления с измерениями скорости ветра акустическим анемометром показали достоверность и хорошую точность данных ВРМС.

Для детектирования структур при обработке полей скорости, полученных методом акустического зондирования, необходимо использовать последовательную фильтрацию. В случае субмезомасштабных структур, наблюдаемых в нижней

части АПС, исходя из их пространственно-временных характеристик выбираются соответственно 3–5-минутное и 9–12-минутные осреднения. На рис. 14 — поле скорости для часовой записи от 23 июля 2018 г. со слабым ветром (11.00–12.00) на ЦНС с 5-минутным осреднением. Хорошо фиксируется основной крупный временной масштаб 6–8 минут.

На рис. 15 (для 26.07.2017) хорошо фиксируется основной крупный временной масштаб 5–7 мин, наблюдаемый во всех 3 компонентах поля скорости, соответствующий масштабу 300–500 м, определяемому через среднюю скорость ветра, переносящего структуры. Измерения проводились с разрешающей способностью по высоте 1 м на высотах 3–45 м с временным интервалом 1 с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несмотря на давнюю регистрацию стриков в численных моделях [11], уверенная и детальная их экспериментальная регистрация в АПС появилась относительно недавно [8]. Физические механизмы усиления и поддержания таких структур связывают со сдвиговыми неустойчивостями [39] или конвективной аналогией [40], где роль температурного поля играют турбулентные напряжения Рейнольдса. Турбулентная спиральность, присутствующая в АПС [35, 41], может быть одним из источников интенсификации завихренности в таких структурах [42, 43].

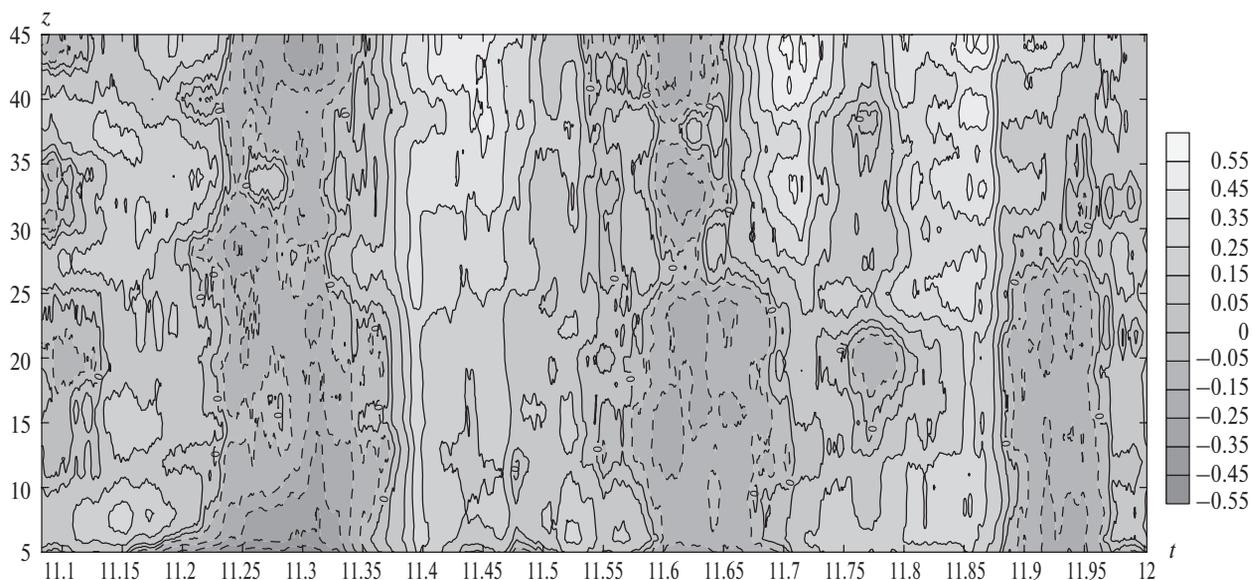


Рис. 14. Вертикальное поле скорости для часовой записи, выполненной минисодаром приземного слоя от 23 июля 2018 г. (Цимлянская научная станция (ЦНС), 11.00–12.00) с 5-минутным осреднением.

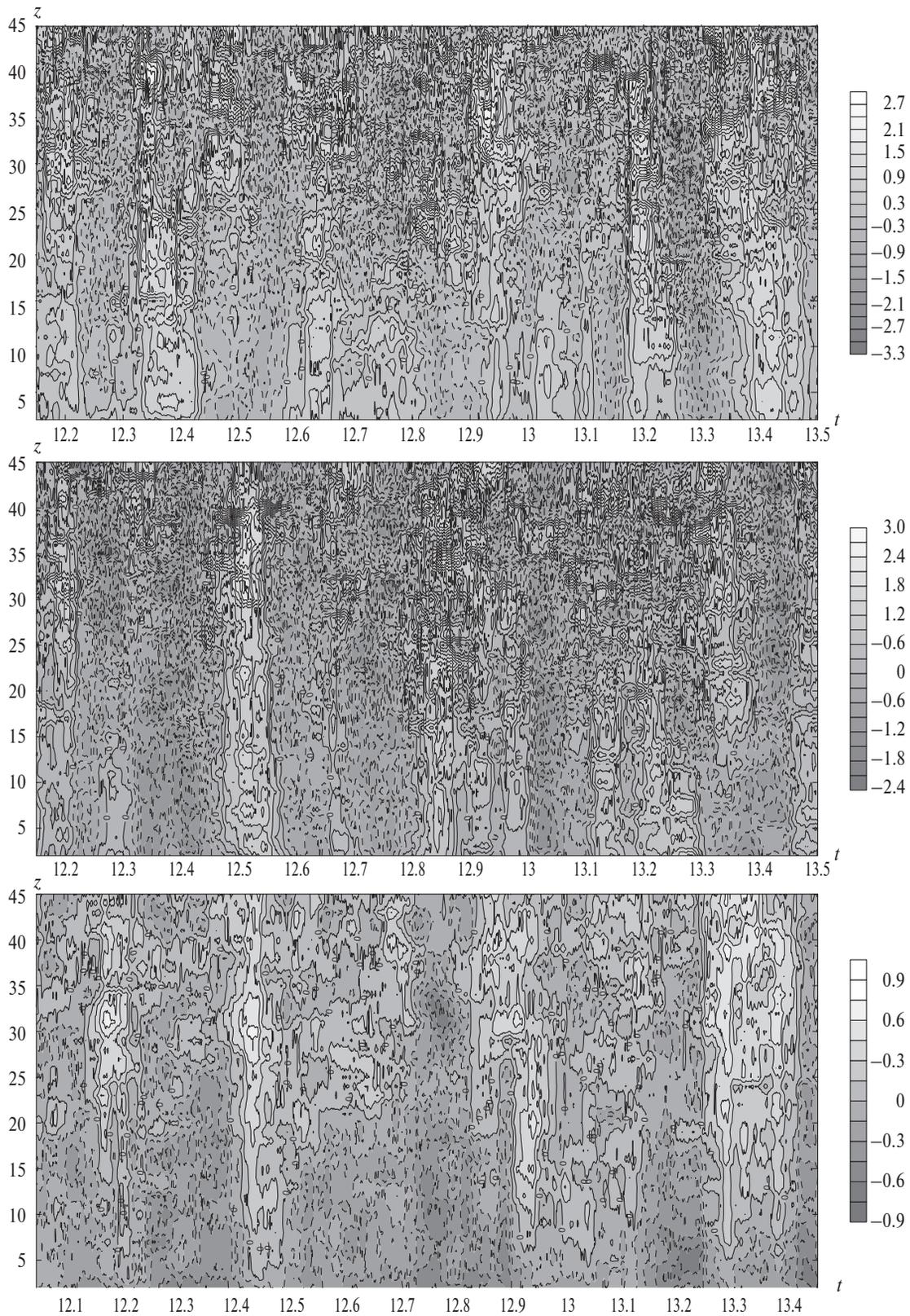


Рис. 15. Компоненты скорости (U, V, W) от 26.07.2017 г. (ЦНС, 12.00–13.30) по данным минисодара. Горизонтальные компоненты с 4-минутным осреднением за вычетом 12-минутного среднего. Вертикальная компонента (нижний график) — 4-минутное осреднение.

Предложенная выше простая модель, учитывающая основной механизм роста возмущений, связанный как со сдвигом, так и с агеострофической компонентой скорости ветра в АПС, позволяет оценить их характерные масштабы и ориентацию. Максимум энергии таких возмущений сдвигается по волновым числам с ростом безразмерного горизонтального волнового числа α . Так при $\alpha = 1.2$ максимум роста соответствует возмущениям повернутым под углом $-20^\circ \div -30^\circ$ по отношению к ветру с вертикальным волновым числом, близким к 4. При дальнейшем увеличении поперечного волнового числа $\alpha = 3$ возмущения ориентированы уже под положительным углом ($\sim 15^\circ$) по направлению к ветру и с вертикальным волновым числом 5. Соответственно, для масштабов возмущений (стриков) в нижней части АПС получают оценки их размеров – порядка 100–200 м по вертикали и 300–600 м по горизонтали. Подобные масштабы отмечаются и для экспериментальных данных о структуре поля ветра в нижней части АПС, полученных в 2017, 2018 гг. в летнее время на Цимлянской научной станции ИФА им. А.М. Обухова РАН при акустическом зондировании атмосферы доплеровским трехкомпонентным минисодаром высокого разрешения [36]. Схожие пространственные распределения получались в [44].

Авторы выражают признательность М.В. Калашнику, В.Ф. Крамару и М.А. Каллистратовой за интерес к работе и полезные обсуждения. Авторы также благодарны рецензенту за высказанные критические и конструктивные замечания, позволившие улучшить изложение результатов настоящего исследования.

Источник финансирования. Исследования выполнены при поддержке РФФИ: проекты 17-05-01116, 18-35-00600, а также крупных проектов Президиума Российской Академии наук, КП19-259/П1, КП19-278/П20.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mason P., Thomson D.* Large-eddy simulations of the neutral-static-stability planetary boundary layer // *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 1987. V. 113 P. 413–443.
2. *Lin C.-L., McWilliams J., Moeng C.-H., Sullivan P.* Coherent structures and dynamics in a neutrally stratified planetary boundary layer flow // *Phys. Fluids* 1996. V. 8. P. 2626–2639.
3. *Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Мацкевич М.К.* Измерение компонент завихренности в нижнем 300-метровом слое атмосферы // *Изв. РАН Физика атмосферы и океана.* 1996. Т. 32. № 3. С. 323–328.
4. *Копров Б.М., Копров В.М., Макарова Т.И.* Конвективные структуры приземного слоя воздуха // *Изв. АН. Физика атмосферы и океана.* 2000. Т. 36. С. 44–54.
5. *Иванов В.Н., Бызова Н.Л.* Когерентные структуры в пограничном слое атмосферы // *Метеорология и гидрология.* 2001. № 1. С. 5–25.
6. *Anderson P.S.* Fine-scale structure observed in a stable atmospheric boundary layer by sodar and kite-borne tetheredsonde // *Boundary-Layer Meteorology.* 2003 V. 107. P. 323–351.
7. *Koprov B.M., Koprov V.M., Makarova T.I., Golitsyn G.S.* Coherent structures in the atmospheric surface layer under stable and unstable conditions // *Boundary Layer Met.* 2004. V. 111. P. 19–32.
8. *Drobinski P., Carlotti P., Newsom R.K., Banta R.M., Foster R.C., Redelsperger J.L.* The Structure of the Near-Neutral Atmospheric Surface Layer // *J. Atmos. Sci.* 2004. V. 61. P. 699–714.
9. *Drobinski P., Carlotti P., Redelsperger J.-L., Banta R., Masson V., Newsom R.* Numerical and experimental investigation of the neutral atmospheric surface layer // *J. Atmos. Sci.* 2007. V. 64. P. 137–156.
10. *Шушов Е.А., Копров Б.М., Копров В.М.* Статистические характеристики пространственно-временной изменчивости направления ветра в приземном слое // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2017. Т. 53. № 1. С. 23–28.
11. *Deardorff J.W.* Numerical investigation of neutral and unstable planetary boundary layers // *J. Atmos. Sci.* 1972. V. 29. № 1. P. 91–115.
12. *Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В.* Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука. Сиб. отд., 1999. 290 с.
13. *Schmid P.J., Henningson D.S.* Stability and transition in shear flows. Berlin: Springer Verlag. 2001. 556 p.
14. *Bordag L.A., Chkhetiani O.G., Frohner M., Myrnyy V.* Interaction of a rotational motion and an axial flow in small geometries for a Taylor-Couette problem // *Journal of Fluids and Structures.* 2005 V. 20. № 5. P. 621–641.
15. *Шухман И.Г.* Транзиентный рост и оптимальные возмущения на примере простейшей динамической модели // *ДАН.* Т. 402. № 6. С. 759–761.
16. *Farrell B.F.* 1982: The initial growth of disturbances in a baroclinic flow // *J. Atmos. Sci.* 1982. V. 39. P. 1663–1686.
17. *Farrell B.F.* Optimal excitation of baroclinic waves // *J. Atmos. Sci.* 1989. V. 46. P. 1193–1206.

18. *Калашиник М.В.* Линейная динамика волн Иди в присутствии горизонтального сдвига // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 6. С. 764–773.
19. *Buizza R., Palmer T.N.* The singular-vector structure of the atmospheric global circulation // J. Atmos. Sci. 1995. V. 52. № 9. P. 1434–1456.
20. *Foster R.C.* Structure and energetics of optimal Ekman layer perturbations // J. Fluid Mech. 1997. V. 333. P. 97–123.
21. *Hibino K., Ishikawa H., Ishioka K.* Effect of a capping inversion on the stability of an Ekman boundary layer // J. of the Meteorological Society of Japan. Ser. II. 2012. V. 90. № 2. P. 311–319.
22. *Кадер Б.А.* Трехслойная структура неустойчиво стратифицированного приземного слоя атмосферы // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1988. V. 24. № 12. С. 1235–1250.
23. *Kader B.A., Yaglom A.M., Zubkovskii S.L.* Spatial correlation functions of surface-layer atmospheric turbulence in neutral stratification. In Boundary Layer Studies and Application. Springer. Dordrecht. 1989. P. 233–249.
24. *Kader B.A., Yaglom A.M.* Spectra and correlation functions of surface layer atmospheric turbulence in unstable thermal stratification. In Turbulence and Coherent Structures. Springer. Dordrecht. 1991. P. 387–412.
25. *Копров Б.М., Копров В.М., Пономарев В.М., Чхетиани О.Г.* Измерение турбулентной спиральности и ее спектра в пограничном слое атмосферы // ДАН. 2005. Т. 403. № 5. С. 627–630.
26. *Таунсенд А.А.* Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М.: Изд-во Иностран. литры. 1959. 400 с.
27. *Katul G.G., Porporato A., Nikora V.* Existence of k^{-1} power-law scaling in the equilibrium regions of wall-bounded turbulence explained by Heisenberg's eddy viscosity // Phys. Rev. E. 2012. V. 86. P. 066311.
28. *Nikora V.* Origin of the “–1” Spectral Law in Wall-Bounded Turbulence // J. Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. № 4. P. 734–736.
29. *Браун Р.А.* Аналитические методы моделирования планетарного пограничного слоя. Л.: Гидрометеоиздат, 1978. 152 с.
30. *Lilly D.K.* On the stability of Ekman boundary flow // J. Atmos. Sci. 1966. № 23. P. 481–494.
31. *Пономарев В.М., Хапаев А.А., Чхетиани О.Г.* Роль спиральности в формировании вторичных структур в экмановском пограничном слое // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. С. 435–444.
32. *Farrel B.F., Ioannou P.J.* Optimal excitation of three-dimensional perturbations in viscous constant shear flow // Phys. Fluids A. 1993. V. 5. № 6. P. 1390–1400.
33. *Kelvin Lord (Thomson W.)* Stability of fluid motion: rectilinear motion of viscous fluid between two plates // Philos. Mag. 1887. V. 24. №. 5. P. 188–196.
34. *Blackadar A.K.* The vertical distribution of wind and turbulent exchange in a neutral atmosphere // J. Geophys. Res. 1962. V. 67. №. 8. P. 3095–3102.
35. *Yagi A., Inagaki A., Kanda M., Fujiwara C., Fujiyoshi Y.* Nature of streaky structures observed with a doppler lidar // Boundary-layer meteorology. 2017. V. 163. № 1. P. 19–40.
36. *Крамар В.Ф., Чхетиани О.Г., Вазаева Н.В., Каллистратова М.А., Кузнецов Р.Д., Куличков С.Н., Люлюкин В.С., Кузнецов Д.Д.* Содар для исследований микроструктуры приземного слоя атмосферы. Турбулентность, динамика атмосферы и климата. Международная конференция, посвященная столетию со дня рождения академика Александра Михайловича Обухова. Москва. 16–18 мая 2018 г. Сборник трудов. 2018. М.: Физматкнига.
37. *Пономарев В.М., Чхетиани О.Г., Шестакова Л.В.* Нелинейная динамика вторичных вихревых структур в пограничном слое атмосферы // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 4. С. 72–82.
38. *Вазаева Н.В., Чхетиани О.Г., Максименков Л.О., Шестакова Л.В.* Нелинейное развитие структур в экмановском слое // Вычислительная механика сплошных сред. 2017. Т. 10. № 2. С. 197–211.
39. *Drobinski P., Foster R.C.* On the origin of near-surface streaks in the neutrally-stratified planetary boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 2003. V. 108. P. 247–256.
40. *Никитин Н.В., Чернышенко С.М.* О природе организованных структур в пристенных турбулентных течениях // Механика жидкости и газа. 1997. №1. С. 24–30.
41. *Chkhetiani O.G., Kurgansky M.V., Vazaeva N.V.* Turbulent helicity in the atmospheric boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 2018. V. 168. P. 361–385.
42. *Chkhetiany O.G., Moiseev S.S., Petrosyan A.S., Sagdeev R.Z.* The large scale stability and self-organization in homogeneous turbulent shear flow // Physica Scripta. 1994. V. 49. № 2. P. 214–220.
43. *Чхетиани О.Г.* Интенсификация завихренности в турбулентных течениях со спиральностью // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. №2. С. 161–171.
44. *Foster R.C., Vianey F., Drobinski P., Carlotti P.* Near-surface coherent structures and the vertical momentum flux in a large-eddy simulation of the neutrally-stratified boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 2006. V. 120. P. 229–255.

On the Algebraic Perturbations in Atmospheric Boundary Layer

O. G. Chkhetiani¹, N. V. Vazaeva^{1,2}

¹*Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Science*

Pyzhevsky Avenue, 3, Moscow, 119017, Russia

²*Bauman Moscow State Technical University*

ul. Baumanskaya 2-ya, 5, Moscow, 105005, Russia

e-mail: lgg@ifaran.ru

Received: 27.12.2018

Accepted: 29.05.2019

A simple model for the development of submesoscale perturbations in the atmospheric boundary layer (ABL) is proposed. The growth of perturbations is associated with the shear algebraic instability of the wind velocity profile in the atmospheric boundary layer (ABL). For the scales of optimal perturbations (streaks) in the lower part of the ABL, estimates of their sizes were obtained – about 100–200 m vertically and 300–600 m horizontally. Similar scales are noted for experimental data on the structure of the wind field in the lower part of the ABL, obtained in 2017, 2018 in the summer at the Tsimlyansk Scientific Station at the acoustic sounding of the atmosphere by the Doppler three-component minisodar of high resolution.

Keywords: atmospheric boundary layer, algebraic growth, optimal perturbations, streaks.