

УДК 551.46

ТРАНСФОРМАЦИЯ БРИЗЕРА ВНУТРЕННИХ ВОЛН ПЕРВОЙ МОДЫ НАД ВЕРТИКАЛЬНЫМ УСТУПОМ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

© 2019 г. П. В. Лобовиков, О. Е. Куркина, А. А. Куркин*, М. В. Кокоулина

*Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева
603950, Нижний Новгород, ул. Минина, 24*

**E-mail: aakurkin@gmail.com*

Поступила в редакцию 17.04.2019 г.

Принята к печати 07.08.2019 г.

В работе решается задача о распространении локализованного внутреннего возмущения в виде осциллирующего волнового пакета (бризера) первой моды в трехслойной жидкости с неровным дном в виде сглаженной ступеньки. Исследование проводится методами численного моделирования в рамках полнонелинейной двумерной (вертикальная плоскость) системы уравнений Навье–Стокса. Проведен цикл расчетов для различных ширины и высоты донного уступа. Неоднородность среды приводит к трансформации волнового поля с формированием слабых отраженных волн старших мод и прошедших в область меньших глубин одного либо двух полнонелинейных бризеров первой моды. Путем анализа линейной устойчивости в терминах чисел Ричардсона и Фруда выявлено, что потенциально неустойчивые области возникают при наименьших значениях ширины уступа. Проведен амплитудный и энергетический анализ вторичных отраженных нелинейных волн. Проанализирован модовый состав полнонелинейного волнового поля. Показано, что первая мода дает наибольший вклад в вертикальную структуру полнонелинейного пакета, однако заметен вклад четвертой, второй и третьей мод.

Ключевые слова: внутренние волны, бризеры, численное моделирование, MITgcm.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-3515556182-193>

ВВЕДЕНИЕ

Внутренние гравитационные волны являются одной из важнейших составляющих волновых движений в стратифицированных водоемах. Такие волны возникают и распространяются на границах раздела слоев различной плотности в стратифицированной жидкости. Волновая динамика внутренних волн достаточно хорошо изучена для двухслойной стратификации, которая в первом приближении описывает распределение плотности воды по глубине для большинства водоемов. Однако в настоящий момент появляется большое количество работ, посвященных исследованиям волновой динамики в трехслойной жидкости, где можно наблюдать более сложные динамические режимы [1, 2]. Подобная стратификация с двумя выраженными скачками плотности встречается в отдельные сезоны в различных акваториях, например, в Южно-Китайском [3] и Балтийском [4] морях. Некоторые волновые процессы, протекающие в трехслойной жидкости, были исследованы в ряде работ, как в рамках слабонелинейной

теории [5], так и в рамках полнонелинейной численной модели [6, 7]. Однако некоторые важные аспекты волновой динамики в трехслойной жидкости изучены недостаточно подробно, например, на сегодняшний день достаточно слабо исследован класс длинных нелинейных локализованных пакетов — бризеров, для которых трехслойная жидкость является простейшей средой, где они могут существовать. Долговременное распространение такого пакета было подтверждено численным моделированием в рамках уравнений Эйлера [8], также, распространение бризероподобных образований наблюдалось и в реальном океане [9–12].

Взаимодействие внутренних волн больших амплитуд с шельфом может способствовать турбулентному перемешиванию и транспорту питательных веществ по вертикали. Существует значительное количество работ, посвященных накату внутренних волн различной природы на прибрежную зону (см., например, [13–15]). Проводились как лабораторные исследования, так и теоретические [16], рассматривались раз-

личные режимы взаимодействия внутренних волн с особенностями топографии как в двухслойной жидкости, так и в трехслойной. В работе [17] исследованы процессы трансформации солитонов понижения первой моды над донным уступом в трехслойной жидкости и продемонстрированы процессы генерации высокомодовых возмущений при взаимодействии с вертикальной ступенью. Также, возможен и обратный процесс: в работе [18] изучались процессы взаимодействия волн второй моды с резко изменяющимся дном, сопровождающиеся генерацией волн первой моды.

К сожалению, в настоящее время, в открытых источниках отсутствует информация о наблюдениях внутренних бризеров в динамике. Доступны лишь наблюдения двух волновых пакетов в точке [9–12], которые имеют сходство с внутренними бризерами. Однако подтвердить принадлежность этих пакетов к данному классу явлений можно лишь имея наблюдения в нескольких последовательных точках вдоль трассы распространения этих волн.

В рамках данной работы исследуются процессы трансформации бризера над вертикальным уступом с различными параметрами в почти трехслойной жидкости симметричной стратификации плотности в рамках полнонелинейной численной модели. Проводится сравнение результатов, полученных при накате полнонелинейного бризера на уступы с различными значениями ширины и высоты. Анализируется линейная устойчивость волнового поля в терминах чисел Ричардсона и Фруда. В качестве основного инструмента численного моделирования используется негидростатическая полнонелинейная численная модель MITgcm [19], которая широко применяется для моделирования процессов различных масштабов, от глобальной циркуляции до поверхностных волн.

1. БРИЗЕРЫ УРАВНЕНИЙ КдВ-ИЕРАРХИИ

Большинство исследований, посвященных изучению динамики внутренних неизлучающих локализованных импульсов, проводятся с помощью упрощенных моделей — нелинейных эволюционных уравнений. Одним из таких уравнений является уравнение Кортевега—де Вриза, которое описывает трансформацию и распространение длинных внутренних волн одной фиксированной моды в слабонелинейном пределе. Во многих задачах, которым свойственна симметричная стратификация, фигурирует

модифицированное уравнение Кортевега—де Вриза (мКдВ):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha_1 \eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0, \quad (1)$$

где $\eta(x, t)$ описывает трансформацию волны вдоль оси распространения и ее эволюцию во времени, c — фазовая скорость распространения волны, α_1 — коэффициент кубической нелинейности, β — коэффициент дисперсии. Коэффициенты уравнения мКдВ определяются через модовую функцию $\Phi(z)$ и нелинейную поправку к ней $T_n(z)$ [18]:

$$\beta = \frac{c}{2D} \int_0^H \Phi^2 dz, \quad (2)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2D} \int_0^H dz \left\{ 9c \frac{dT_n}{dz} \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 - 6c \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^4 \right\}, \quad (3)$$

где функция $\Phi(z)$ находится как решение задачи Штурма—Лиувилля:

$$\frac{d^2 \Phi}{dz^2} + \frac{N^2(z)}{c^2} \Phi = 0, \quad \Phi(0) = \Phi(H) = 0, \\ \Phi_{\max} = \Phi(z_{\max}) = 1, \quad (4)$$

($N^2(z) = -\frac{g}{\rho(z)} \frac{d\rho(z)}{dz}$ — частота Вьяйсяля—Брента, $\rho(z)$ — стратификация плотности, g — ускорение свободного падения, z — вертикальная координата, направленная вверх), а функция $T_n(z)$ — как решение неоднородной краевой задачи:

$$\frac{d^2 T_n}{dz^2} + \frac{N^2}{c^2} T_n = \frac{3}{2} \frac{d}{dz} \left[\left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 \right], \\ T_n(0) = T_n(H) = 0, \quad (5)$$

с дополнительным условием нормализации $T_n(z_{\max}) = 0$, где z_{\max} определяется как координата точки экстремума решения (4).

Бризер уравнения мКдВ [18], который используется для инициализации поля плотности и горизонтальной скорости в полнонелинейных расчетах в настоящей работе имеет вид:

$$\frac{\eta(x, t)}{A_0} = -4a \operatorname{sech} \theta \times \\ \times \left[\frac{\cos \varphi + (a/b) \sin \varphi \cdot \tanh \varphi}{1 + (a/b)^2 \sin^2 \varphi \cdot \operatorname{sech}^2 \varphi} \right], \quad (6)$$

где

$$\theta = -2b \frac{x}{\xi} - 8b(b^2 - 3a^2) \frac{t}{\tau} + \theta_0,$$

$$\varphi = 2a \frac{x}{\xi} + 8a(3b^2 - a^2) \frac{t}{\tau} + \varphi_0,$$

$$\xi = \frac{1}{|A_0|} \sqrt{\frac{6\beta}{\alpha_1}}, \tau = \left(\frac{6}{\alpha_1} \right)^{3/2} \frac{\sqrt{\beta}}{|A_0|^3},$$

a и b — произвольные параметры, θ_0 и φ_0 — фазовые сдвиги. Параметр b влияет на количество волн в волновом пакете, параметр a определяет величину амплитуды бризера.

В данной работе стратификация плотности задавалась в виде суперпозиции гиперболических тангенсов:

$$\rho(z) = \rho_0 - \Delta\rho_1 \tanh\left(\frac{z - z_{pyc_1}}{d_{pyc_1}}\right) - \Delta\rho_2 \tanh\left(\frac{z - z_{pyc_2}}{d_{pyc_2}}\right), \quad (7)$$

где $\rho_0 = 1020 \text{ кг/м}^3$ — среднее значение плотности, $\Delta\rho_1 = 7.65 \text{ кг/м}^3$, $\Delta\rho_2 = 7.65 \text{ кг/м}^3$ — скачок плотности на верхнем и нижнем пикноклинах соответственно, $z = 0$ соответствует поверхности жидкости, $z_{rus_1} = -30 \text{ м}$, $z_{rus_2} = -70 \text{ м}$ — глубины залегания пикноклинов, $d_{rus_1} = d_{rus_2} = 4 \text{ м}$ — ха-

рактерная полуширина пикноклинов, полная глубина жидкости до уступа составляет 100 м.

Для заданной стратификации плотности (7), была решена задача (4); профили плотности, частоты плавучести и вид первой моды $\Phi(z)$ представлены на рис. 1, а также вычислены коэффициенты c , α_1 , β (результаты приведены в табл. 1).

Схема расчетной области и начального возмущения поля плотности представлен на рис. 2. Длина исследуемой области принималась равной $L = 15000 \text{ м}$, невозмущенная глубина — $H = 100 \text{ м}$ с высотой уступа H_s и шириной W_s . Все рассматриваемые случаи перечислены в табл. 2. Проводилась серия из 15 полномасштабных вычислительных экспериментов, варьировалась как высота уступа в диапазоне 4–20 м с шагом 4 м, так и его полуширина — в диапазоне 100–500 м с шагом 200 м. Форма сглаженного уступа определялась следующим соотношением:

$$D(x) = \frac{-(H - H_s)}{2} - \frac{H_s}{2} \text{th}\left(\frac{x - x_0}{d}\right), \quad (8)$$

где $x_0 = 10000 \text{ м}$ — положение центра зоны неоднородной глубины по оси X , $W_s = 2d$ — характерная ширина уступа.

Таблица 1. Значения коэффициентов уравнения мКДВ для стратификации плотности (7)

Коэффициент	c , м/с	α_1 , (м/с) ⁻¹	β , м ³ /с
Значение	2.0349	0.0025	968.2828

Таблица 2. Характеристики расчетной области для серии численных экспериментов

Эксперимент	Высота уступа, м	Полуширина уступа d , м	Разрешение по пространству ($OX \times OZ$)
Э1	4	100	1500 × 200
Э2	4	300	1500 × 200
Э3	4	500	1500 × 200
Э4	8	100	1500 × 200
Э5	8	300	1500 × 200
Э6	8	500	1500 × 200
Э7	12	100	1500 × 200
Э8	12	300	1500 × 200
Э9	12	500	1500 × 200
Э10	16	100	2000 × 200
Э11	16	300	1500 × 200
Э12	16	500	1500 × 200
Э13	20	100	2000 × 200
Э14	20	300	2000 × 200
Э15	20	500	2000 × 200

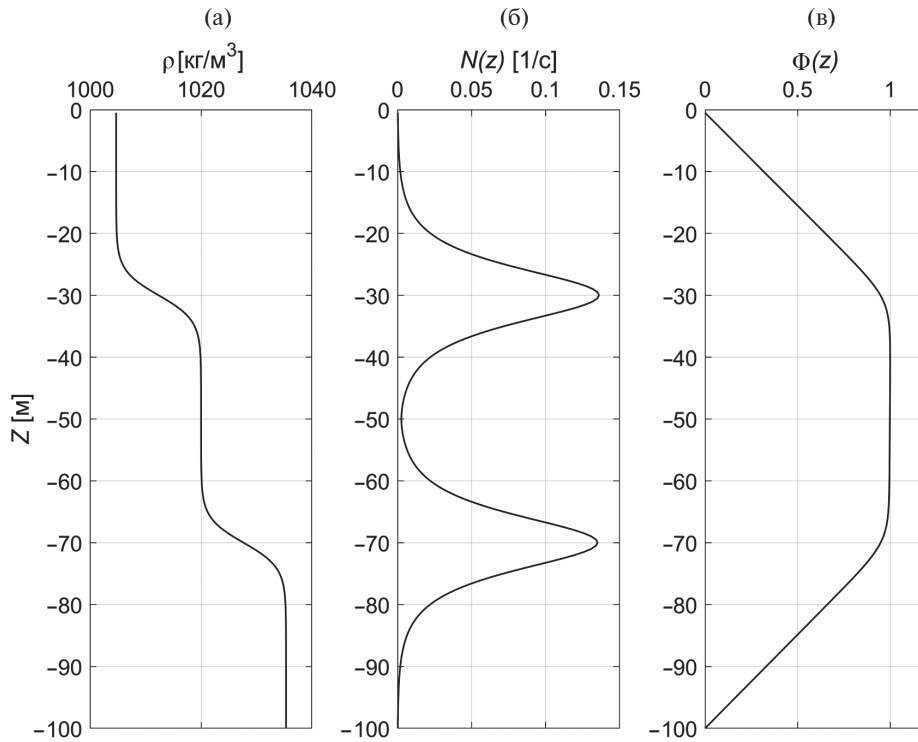


Рис. 1. (а) — стратификация плотности жидкости; (б) — частота Вайселя–Брента; (в) — модовая функция Φ_1 .

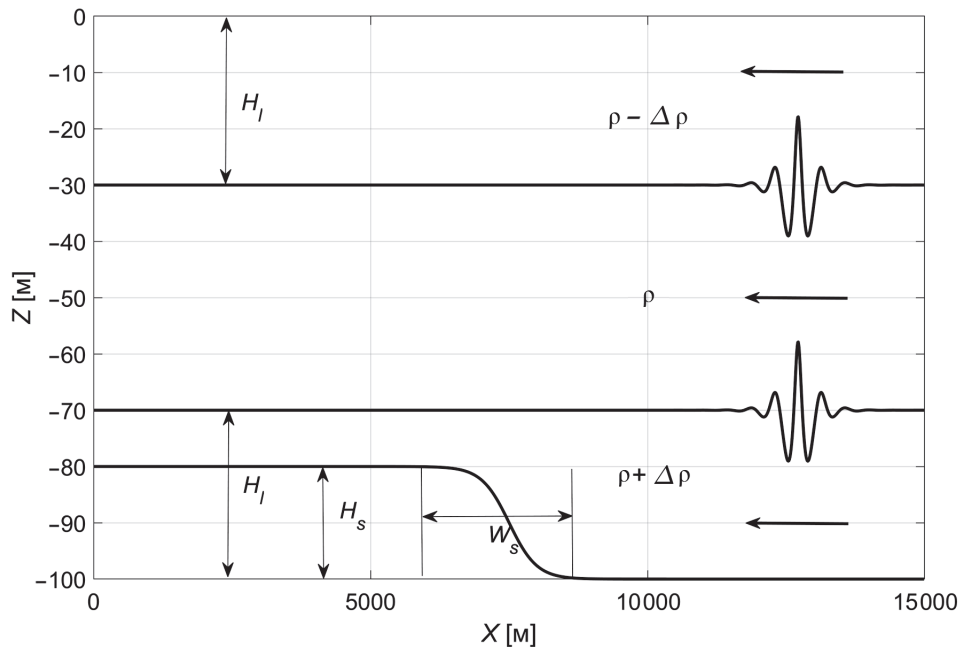


Рис. 2. Схема проводимых экспериментов.

2. ГЕНЕРАЦИЯ ПОЛНОНЕЛИНЕЙНОГО БРИЗЕРА

Структура и характеристики полнонелинейных бризеров могут существенно отличаться от аналогичных характеристик слабонелинейных бризеров. По этой причине слабонелинейный

пакет, заданный как начальное условие в полнонелинейной задаче, начинает трансформироваться и генерировать мелкомасштабные осциллирующие «хвосты». В данной работе для чистоты экспериментов, после того, как слабонелинейный бризер трансформировался в полнонелинейный, осциллирующие образования

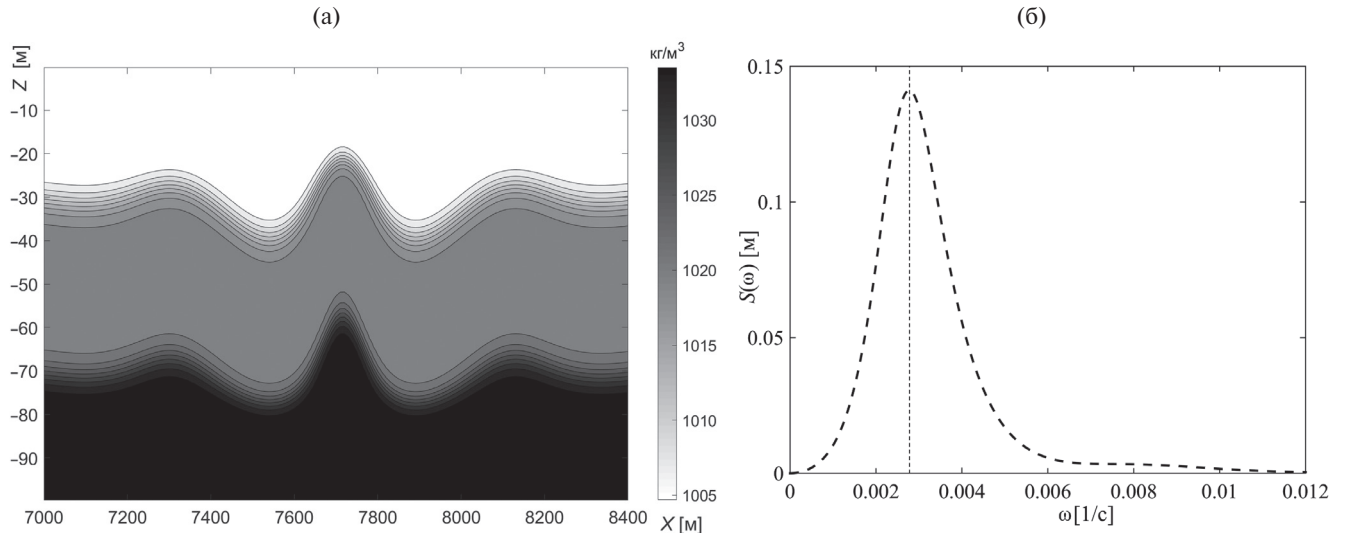


Рис. 3. а — поле плотности со смещением изолиний в виде слабонелинейного бризера; б — частотный спектр временной записи смещения изолинии плотности на горизонте — 30 м (в невозмущенном состоянии).

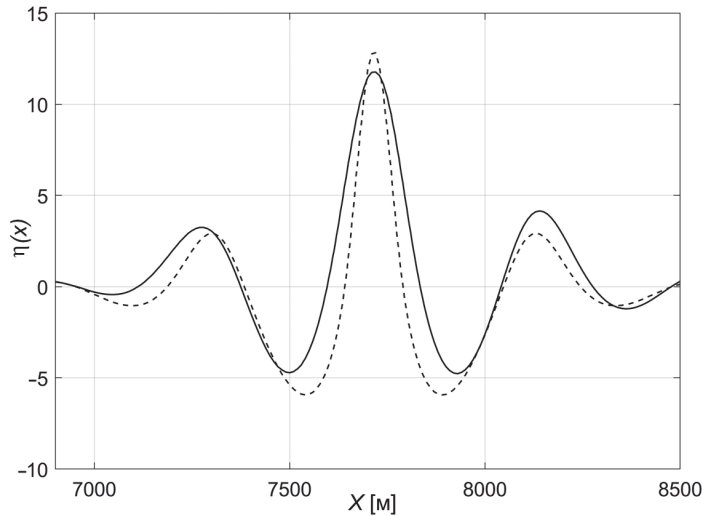


Рис. 4. Сравнение вертикального смещения верхнего пикноклина в полнонелинейном (сплошная линия) и слабонелинейном (пунктирная линия) бризерах.

«обрезались», и бризер вновь помещался в невозмущенную стратификацию. Процедура повторялась итеративно до получения стабильного полнонелинейного бризера (критерии определения полнонелинейного бризера рассмотрены более подробно в [8]). Рассчитанные с помощью модели MITgcm [19] поля скорости и плотности полнонелинейных бризеров использовались в последующих экспериментах по трансформации бризеров над вертикальным уступом. Подобный подход применялся в [20] для генерации уединенных волн большой амплитуды в рамках полнонелинейной численной модели.

Свободные параметры начального слабонелинейного мКдВ бризера a и b подбирались таким образом, чтобы слабонелинейный бри-

зер был наиболее близок к полнонелинейному. На рис. 3а представлено распределение плотности со смещением изолиний в виде бризера мКдВ (6) со значениями свободных параметров $a = -0.09$ и $b = 0.05$, соответственно, а на рис. 3б — его спектр:

$$S(\omega_k, x) = \sum_{j=1}^n \eta(x, t_j) e^{(-2\pi i/n)(j-1)(2\omega_k \Delta t - 1)} \quad (9)$$

в точке 4000 м, где $\omega_k = k/(2\Delta t)$, Δt — шаг по времени в массиве $\{t_j\}$ k — номер соответствующей гармоники в дискретном разложении Фурье.

На рис. 4 приведено сравнение вертикального смещения верхнего пикноклина в слабонелинейном и полнонелинейном бризерах после проведения процедуры генерации. Как можно

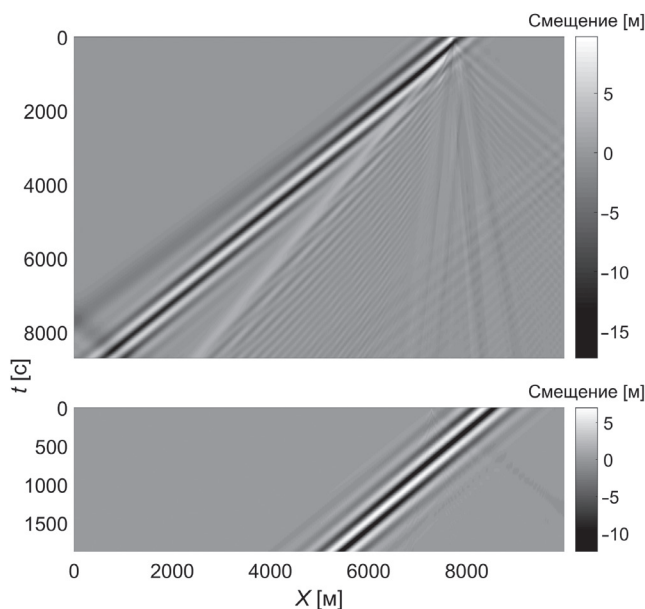


Рис. 5. Пространственно-временная диаграмма первой (вверху) и третьей (внизу) итерации процесса генерации полнонелинейного бризера (серая шкала показывает смещение верхнего пикноклина).

видеть из рис. 4, ширина и амплитуда сгенерированного полнонелинейного бризера близки к аналогичным характеристикам, полученным в рамках слабонелинейной теории для выбранных параметров a и b .

На рис. 5 приведены пространственно-временные диаграммы первой и третьей (послед-

ней) итерации процесса генерации полнонелинейного бризера (бризер распространяется справа налево). Приведенная иллюстрация явно демонстрирует образование полнонелинейной бризерной структуры. Здесь можно наблюдать генерацию мелкомасштабных осциллирующих «хвостов» и бароклинных возмущений и формирование головного волнового пакета.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Сгенерированный таким образом полнонелинейный бризер использовался для инициализации задачи, а именно использовались полнонелинейные поля плотности и горизонтальной скорости (в инициализации вертикальной компоненты нет необходимости, поскольку MITgcm самостоятельно рассчитывает вертикальную скорость из уравнения неразрывности).

В качестве примера, иллюстрирующего полученные результаты, на рис. 6 представлено распределение поля плотности во время трансформации полнонелинейного бризера над вертикальным сглаженным уступом с высотой 20 м и полушириной 300 м в различные моменты времени (рис. 6).

При высоте уступа, сравнимой с толщиной нижнего слоя (12–20 м), в результате трансфор-

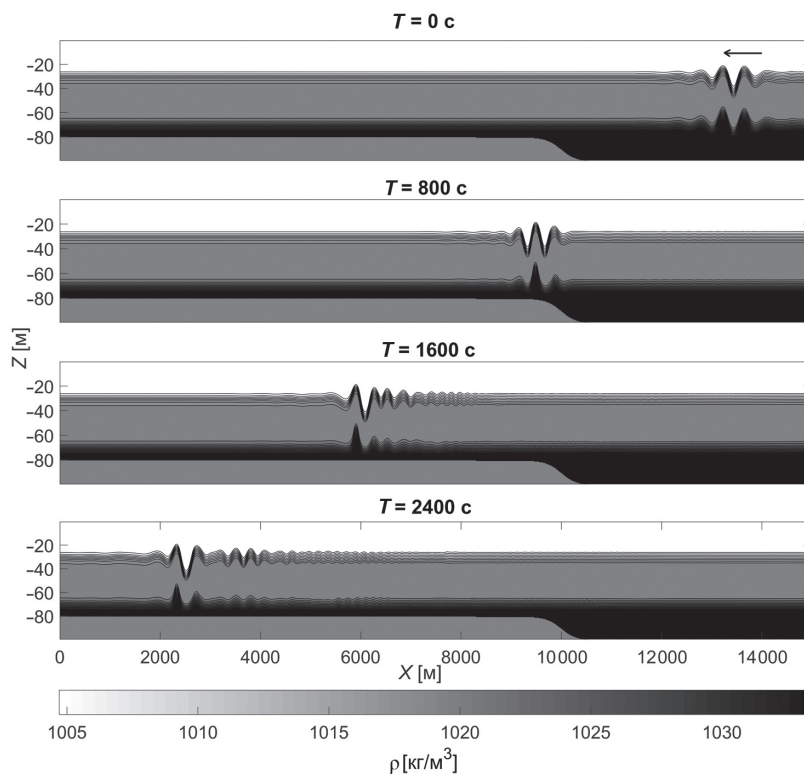


Рис. 6. Поле плотности [кг/м³] в различные моменты времени трансформации полнонелинейного бризера для условий Э14.

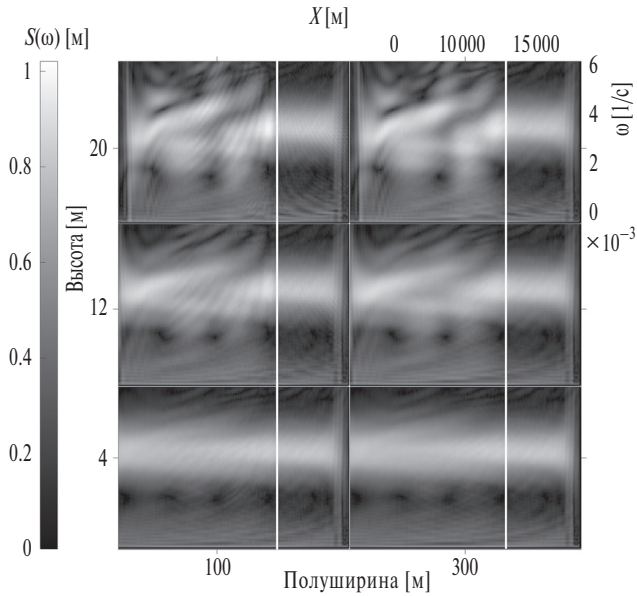


Рис. 7. Изменение амплитудных спектров в пространстве для верхнего пикноклина вдоль трассы распространения волны в зависимости от параметров вертикального уступа.

мации наблюдается генерация двух полнонелинейных бризеров с различными спектральными характеристиками (на рис. 7 приведены амплитудные спектры смещения верхнего пикноклина вдоль трассы для различных параметров донного уступа), а также наблюдается частичное отра-

жение исходной волны от зоны неоднородности глубины. При относительно небольших высотах уступа (4–8 м), генерации второго бризера не наблюдается.

По спектрам на рис. 7 кажется, что динамика полнонелинейного бризера при трансформации практически не зависит от ширины сглаженного уступа. Но на самом деле эта зависимость заметна при анализе полей скорости и проявляется в том, что бризер в процессе трансформации над узким уступом оказывается потенциально менее устойчив в линейном смысле.

На рис. 8 представлены графики распределения максимальных значений чисел Фруда:

$$Fr(x) = \frac{\max_{z,t} u_{\max}(x)}{c(x)}, \quad (10)$$

где $c(x)$ — линейная скорость в зависимости от пространственной координаты x для расчетов Э13, Э14 и Э15.

Как можно видеть из рис. 8, превышение значений чисел Фруда $Fr > 1$ достигается лишь при значении полуширины ступеньки $d = 100$ м. При значениях полуширины $d = 300$ м и $d = 500$ м превышения не наблюдается, причем это справедливо для любой высоты уступа в рассмотренном диапазоне, за исключением высоты 20 м.

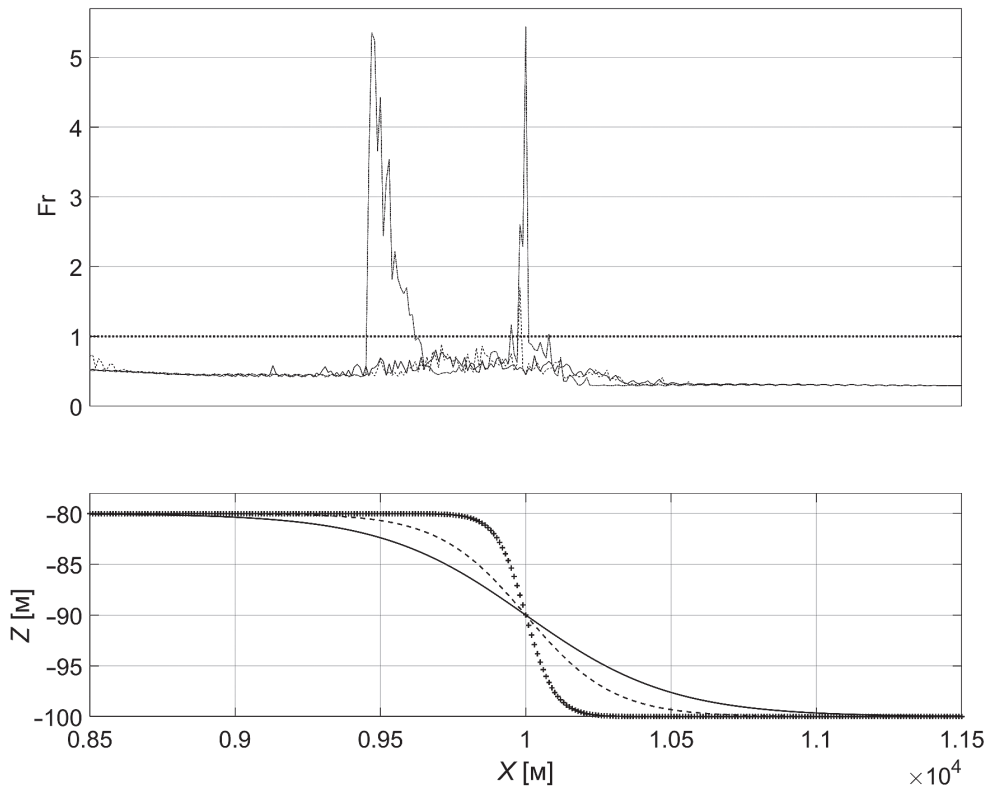


Рис. 8. Распределение максимальных значений чисел Фруда при значениях полуширины 500 м (сплошная линия), 300 м (штриховая линия) и 100 м ('+') при высоте уступа 20 м.

Также необходимым критерием линейной устойчивости волновых полей является условие в терминах числа Ричардсона:

$$Ri = \frac{N^2(z)}{(du/dz)^2} < 0.25. \quad (11)$$

На рис. 9 представлено распределение поля плотности спустя несколько секунд после столкновения бризера с уступом в численном эксперименте Э15 с потенциально неустойчивыми областями, рассчитанными при помощи чисел Ричардсона.

Как можно видеть из рис. 9, потенциально неустойчивые области после взаимодействия сконцентрированы в основном в центре и на пиках волнового пакета. Здесь также видно, что возмущение плотности стало сильно несимметричным по вертикали.

При исследовании динамики взаимодействия внутренних волн с препятствиями и неоднородностями среды особый интерес представляет количественный анализ параметров вторичных отраженных нелинейных волн, образующихся в результате взаимодействия с зоной неоднородности. Оценим амплитуды отраженных волн по отношению к начальной амплитуде локализованной волны. Поскольку наиболее интенсивные вторичные волны с наибольшими значениями амплитуд наблюдались в эксперименте Э13, анализ проводился именно для этого эксперимента. На рис. 10 приведено смещение верхней и нижней изопикнических линий в области перед уступом в конечный момент времени для эксперимента Э13.

Всего здесь можно наблюдать около 28 мелкомасштабных волн, амплитуды которых не

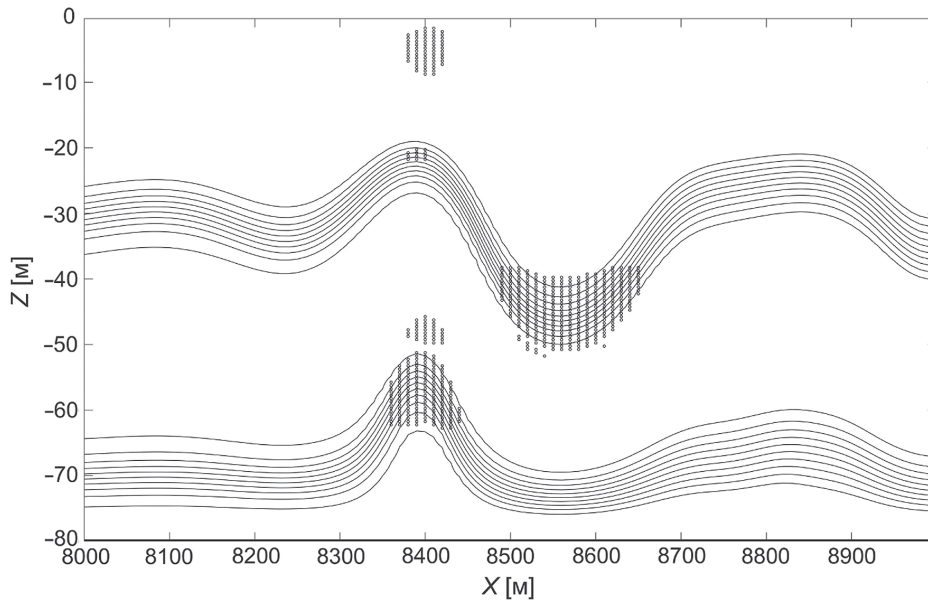


Рис. 9. Распределение поля плотности после взаимодействия бризера с уступом с потенциально неустойчивыми областями — показаны ('+')

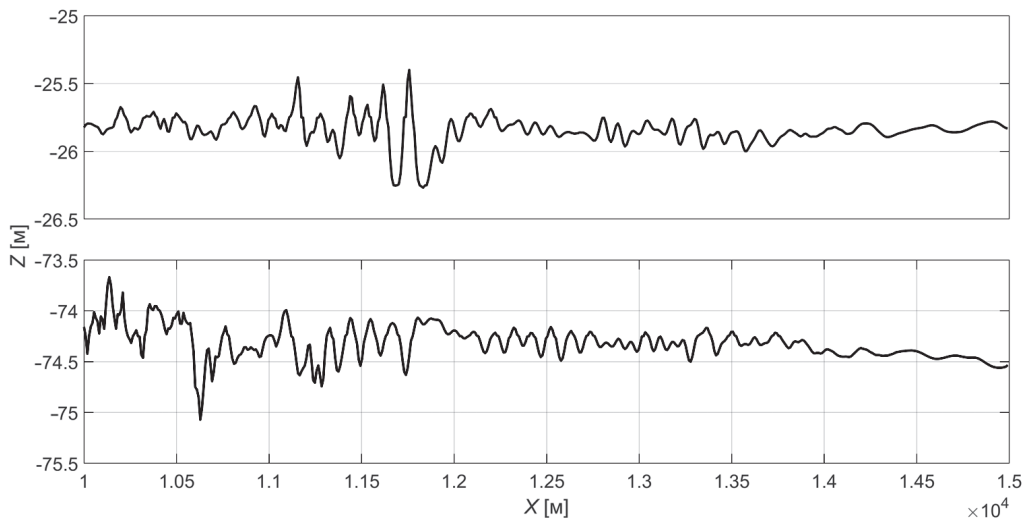


Рис. 10. Смещение верхнего и нижнего пикноклинов в области перед уступом в конечный момент времени для эксперимента Э13.

превышают 4% от амплитуды начального бризера. Это отчетливо прослеживается на рис. 11, где проиллюстрированы отношения амплитуд отраженных волн A к амплитуде начальной волны $A_i = 11.85$ м, как на верхней, так и на нижней границе раздела слоев.

Полезно также оценить энергетические характеристики отраженных образований по отношению к максимальной энергии, наблюдаемой во время исследуемого процесса. Кинетическая энергия, сосредоточенная в замкнутой области $(x, z) \in [x_1; x_2] \times [-H; 0]$ вычисляется путем интегрирования в этой области:

$$E_k = \int_{-H}^0 \int_{x_1}^{x_2} \bar{\rho}(V_x^2 + V_z^2) dx dz. \quad (12)$$

Потенциальная энергия, в свою очередь, определяется следующим образом:

$$E_p = \int_{-H}^0 \int_{x_1}^{x_2} \bar{\rho} g z dx dz. \quad (13)$$

Полная энергия волнового поля вычисляется как сумма кинетической и потенциальной энергии $E = E_k + E_p$, однако, физически значимой величиной при оценке нелинейных процессов является псевдоэнергия $E = Ek + APE$, где APE — доступная потенциальная энергия, определяющая количество потенциальной энергии, доступной для преобразования в кинетическую:

$$APE = \int_{-H}^0 \int_{x_1}^{x_2} (\bar{\rho} - \rho) g z dx dz, \quad (14)$$

где $\bar{\rho}(x, z, t)$ — поле плотности с учетом смещения изолиний, ρ — невозмущенное поле плотности.

На рис. 12 приведено изменение кинетической и доступной потенциальной энергии в прямоугольной области перед уступом $(x, z) \in [10\ 500\ \text{м}; 12\ 000\ \text{м}] \times [-100\ \text{м}; 0\ \text{м}]$.

Максимальное значение кинетической энергии наблюдается в момент времени, ког-

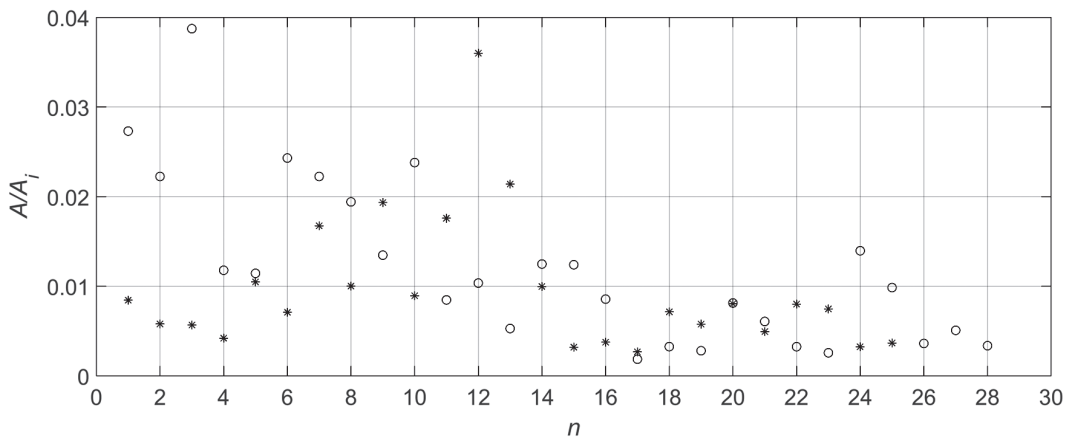


Рис. 11. Отношения амплитуд отраженных волн A_i к амплитуде начальной волны A , n — номер волны (* — верхняя изопикна, o — нижняя изопикна).

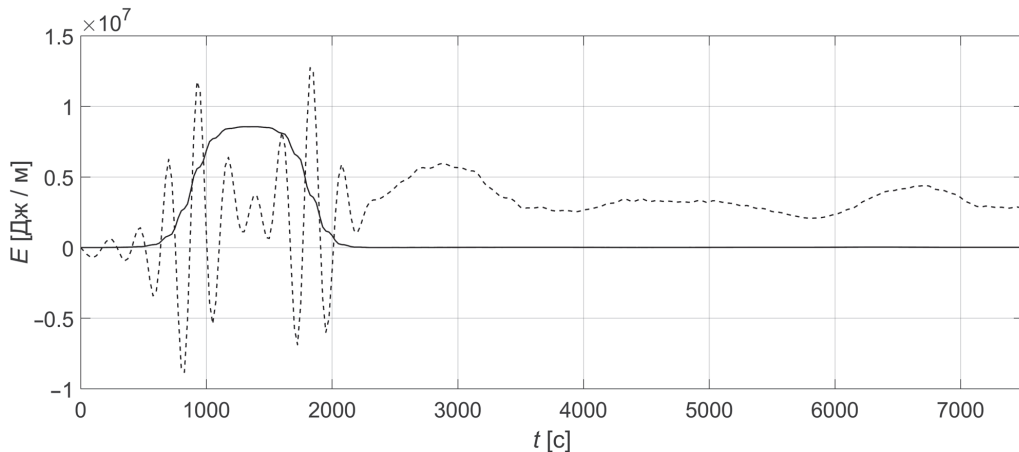


Рис. 12. Кинетическая (черная линия) и доступная потенциальная энергии (пунктир) в замкнутой области перед уступом.

да бризер целиком находится в исследуемой области. Кинетическая энергия отраженных волн не превышает 0.45% от максимального значения энергии, это проиллюстрировано на рис. 13, где приведено отношение величин кинетической энергии вторичных волн вблизи уступа к максимальному значению кинетической энергии. Однако, в момент времени ~6400 с наблюдается ярко выраженный максимум. Из рис. 14 видно, что в данный момент времени в исследуемой области присутствуют возмущения 4-й моды.

Обсудим теперь модовый состав полнотелнейного волнового поля смещений изопикниче-

ских поверхностей, воспользовавшись разложением:

$$\zeta(x, z, t) = \sum_n A_n(x, t) \Phi_n(z),$$

где

$$A_n(x, t) = \frac{\int_0^H \zeta(x, z, t) \Phi_n(z) N^2(z) dz}{\int_0^H \Phi_n^2(z) N^2(z) dz}.$$

На рис. 15 приведена зависимость амплитуд теоретических мод $A_n(x^*, t)$ до 4-й включительно от времени в точке расчетной области $x^* = 11300$ м. Из рис. 15 видно, что первая мода дает наиболь-

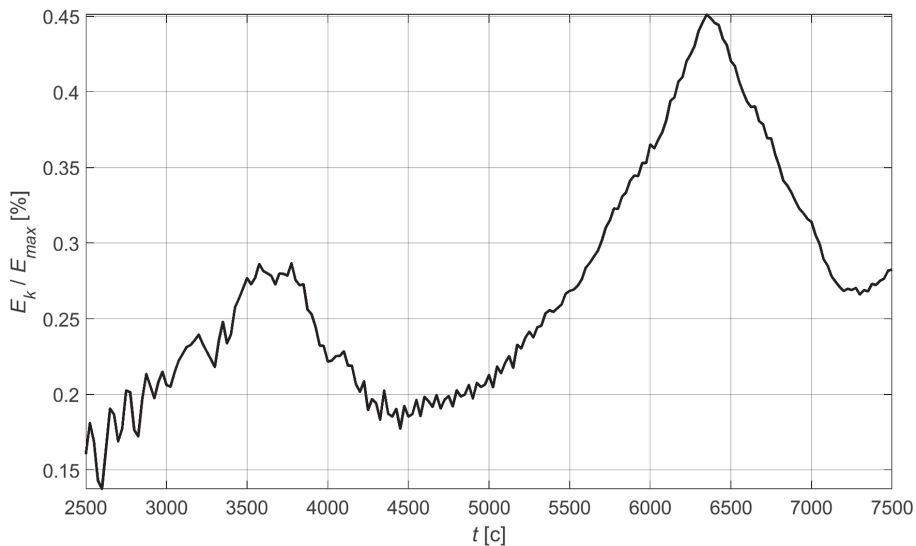


Рис. 13. Отношение величин кинетической энергии вторичных волн вблизи уступа (E_k) к максимальному значению кинетической энергии (E_{max}).

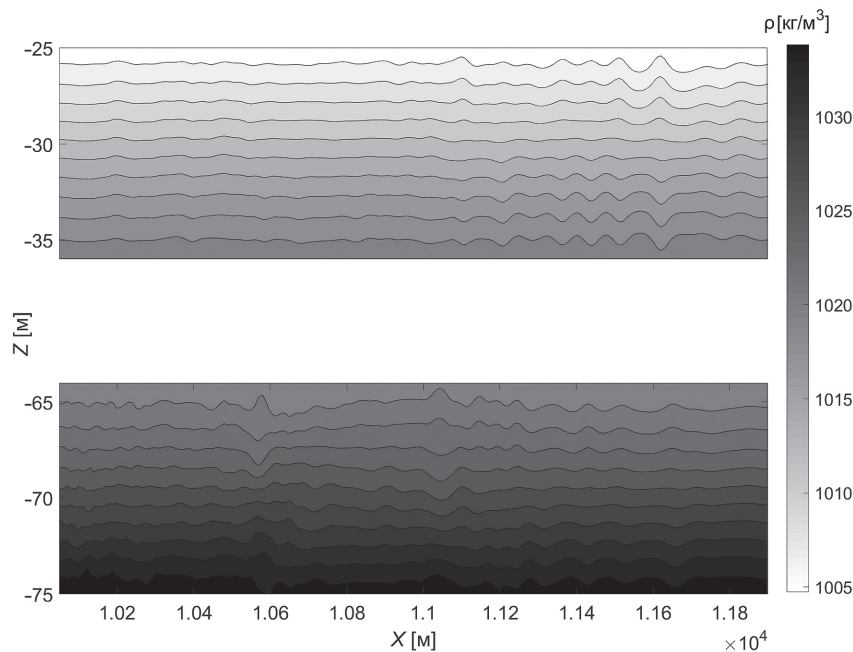


Рис. 14. Область вблизи уступа в момент времени 6400 с, содержащая отраженные волны.

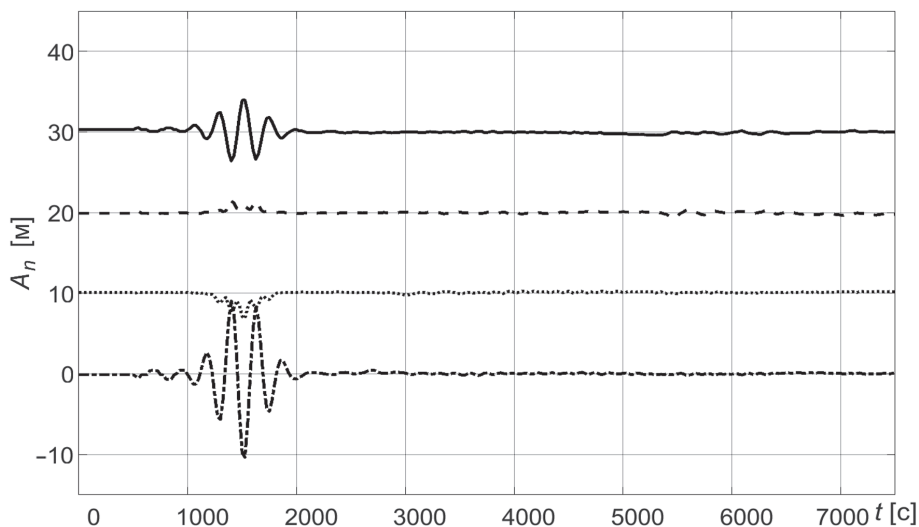


Рис. 15. Амплитуды теоретических мод $A_n(x^*, t)$ ($1 \leq n \leq 4$) в точке расчетной области $x^* = 11\,300$ м (— — — мода 1; ... — мода 2 (амплитуда увеличена на 10 м); — — — мода 3 (амплитуда увеличена на 20 м); — — — мода 4 (амплитуда увеличена на 30 м)).

ший вклад в вертикальную структуру полнонелинейного бризера, поскольку в качестве начального условия использовался бризер первой моды (б) при $t = 0$ и нулевых фазах φ_0 и θ_0 . Однако, следует отметить, что возмущение второй моды имеет форму огибающей волнового пакета, а поправка четвертой моды в момент прохождения бризера через выбранную точку трассы распространения имеет форму самого волнового пакета и сравнимую с первой модой амплитуду. Слабые отраженные волны, пришедшие в рассматриваемую точку после 5000 с, наиболее заметны в поле третьей и четвертой моды. Отметим также, что это разложение весьма условно, так как эти моды являются связанными за счет нелинейности задачи и распространяются все вместе, а не каждая со своей скоростью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен ряд полномасштабных численных экспериментов по генерации полнонелинейного бризера и его трансформации над сглаженным вертикальным уступом в трехслойной жидкости с симметричной стратификацией плотности. В результате сравнения профиля полученного бризера в верхнем пикноклине с профилем бризера мКдВ с идентичными параметрами получено достаточно хорошее совпадение форм и амплитуд нелинейных пакетов. Результаты численного моделирования трансформации полнонелинейного бризера над уступом и спектрального анализа полученных данных продемонстрировали образование двух полнонелинейных бризеров после столкновения исходного бризера с зоной неоднородности глубины. Исследованы особенности процесса трансформации от ширины усту-

па в терминах чисел Ричардсона и Фруда — показано, что потенциальные неустойчивые области возникают при наименьших значениях ширины уступа они располагаются в центре волнового пакета на протяжении всего эксперимента. Проведен анализ вторичных волн, возникающих в результате отражения исходного волнового пакета от уступа. Выполнена оценка амплитуд отраженных волн, которая показала, что амплитуды отраженных возмущений не превышают 4% амплитуды начальной волны. Энергетический анализ вторичных волн продемонстрировал, что кинетическая энергия, сосредоточенная в области отраженных образований, не превышает 0.45% от максимального значения энергии.

Источники финансирования. Представленные результаты получены в рамках государственного задания в сфере научной деятельности (Задания № 5.4568.2017/6.7 и № 5.1246.2017/4.6) и при поддержке гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ НШ-2685.2018.5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kurkina O.E., Kurkin A.A., Rouvinskaya E.A., Soomere T. Propagation regimes of interfacial solitary waves in a three-layer fluid // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2015. V. 22. P. 117–132.
2. Mercier M.J., Vasseur R., Dauxois T. Resurrecting dead-water phenomenon // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2011. V. 18. P. 193–208.
3. Yang Y.J., Fang Y.C., Tang T.Y., Ramp S.R. Convex and concave types of second baroclinic mode internal solitary waves // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2010. V. 17. P. 605–614.

4. *Lepparanta M., Myrberg K.* Physical Oceanography of the Baltic Sea. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2009. 378 p.
5. *Талипова Т.Г., Пелиновский Е.Н., Ламб К., Гримшоу Р., Холловэй П.* Эффекты кубической нелинейности при распространении интенсивных внутренних волн // ДАН СССР. 1999. Т. 364. № 6. С. 824–827.
6. *Rubino A., Brandt P., Weigle R.* On the dynamics of internal waves in a nonlinear, weakly nonhydrostatic three-layer ocean // *J. Geophys. Res.* 2001. V. 106. P. 26899–26915.
7. *Rusas P.-O., Grue J.* Solitary waves and conjugate flows in a three-layer fluid // *European J. Mech. B/Fluids.* 2002. V. 21. P. 185–206.
8. *Lamb K., Polukhina O., Talipova T., Pelinovsky E., Xiao W., Kurkin A.* Breather generation in the fully nonlinear models of a stratified fluid // *Physical Rev. E.* 2007. V. 75. №. 4. P. 046306.
9. *Lee J.-H., Lozovatsky I., Jang S.-T., Jang Ch.-J., Hong Ch.-S., Fernando H.J.S.* Episodes of nonlinear internal waves in the Northern East China Sea // *Geophysical Research Letters.* 2006. V. 33. P. L18601.
10. *Osborne A.R.* Nonlinear ocean waves and the inverse scattering transform. San Diego: Elsevier, 2010. 944 p.
11. *Shroyer E.L., Moum J.N., Nash J.D.* Energy transformations and dissipation of nonlinear internal waves over New Jersey's continental shelf // *Nonlinear Processes in Geophysics.* 2010. V. 17. P. 345–360.
12. *Shroyer E.L., Moum J.N., Nash J.D.* Mode 2 waves on the continental shelf: ephemeral components of the nonlinear internal wavefield // *Journal of Geophysical Research.* 2010. V. 115. P. C07001.
13. *Талипова Т.Г., Куркина О.Е., Рувинская Е.А., Пелиновский Е.Н.* Распространение уединенных внутренних волн в двухслойном океане переменной глубины // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана.* 2015. Т. 51. № 1. С. 103–112.
14. *Талипова Т.Г., Пелиновский Е.Н., Куркина О.Е., Гиниятуллин А.Р.* Отражение длинных внутренних волн малой амплитуды от подводного откоса // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана.* 2014. Т. 50. № 4. С. 484–488.
15. *Талипова Т.Г., Пелиновский Е.Н., Куркин А.А., Куркина О.Е.* Моделирование динамики интенсивных внутренних волн на шельфе // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана.* 2014. Т. 50. № 6. С. 714–722.
16. *Karl R. Helfrichand W., Melville K.* On long nonlinear internal waves over slope-shelf topography // *J. Fluid Mech.* 1986. V. 167. P. 285–308.
17. *Терлецкая Е., Семин С., Талипова Т., Смирнов Д., Бровченко И.* Трансформация внутренних уединенных волн понижения над донной ступенькой в трёхслойной стратифицированной жидкости // *Прикладна гідромеханіка.* 2015. Т. 17. С. 56–63.
18. *Терлецкая Е.В.* Взаимодействие внутренних уединенных волн второй моды с подводной ступенькой // *Прикладна гідромеханіка.* 2014. Т. 16. С. 70–75.
19. *Adcroft A., Campin J.-M.* MITgcm User Manual. Cambridge: MIT, 2011. 455 p.
20. *Терлецкая Е., Мадерич В., Бровченко И.* Взаимодействие уединенных внутренних волн при фронтальном столкновении // *Прикладна гідромеханіка.* 2011. V. 13. С. 68–77.

Transformation of First Mode Breather of Internal Waves above the Bottom Step in a Three-Layer Fluid

P. V. Lobovikov, O. E. Kurkina, A. A. Kurkin, M. V. Kokoulina

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev

Minin St. 24, 603950, Nizhny Novgorod, Russia

E-mail: aakurkin@gmail.com

Received: 17.04.2019

Accepted: 07.08.2019

In the present study we consider propagation of a localized internal perturbation in the form of an oscillating wave packet (breather) of the first mode in a three-layer fluid with an uneven bottom shaped as a smoothed step. The study is carried out by methods of numerical simulation within a fully nonlinear two-dimensional (vertical plane) set of Navier–Stokes equations. A set of calculations was carried out for different widths and heights of the bottom step. Inhomogeneity of the medium leads to transformation of the internal wave field with the formation of weak reflected waves and one or two first-mode breathers passed to the shallow zone. By analyzing linear stability in terms of Richardson and Froude numbers, it was revealed that potentially unstable regions arise at the smallest values of the step width. An amplitude and energy analysis of secondary reflected nonlinear waves was performed. The vertical mode composition of the fully nonlinear wave field is analyzed. It is shown that the first mode makes the largest contribution to the vertical structure of the full-nonlinear packet, though the fourth, second and the third modes also contribute noticeably.

Keywords: internal wave, breathers, numerical modeling, MITgcm.