

УДК 551.466.8

ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ИМПУЛЬСА ВНУТРЕННИМИ ВОЛНАМИ В СДВИГОВОМ ПОТОКЕ

© 2019 г. А. А. Слепышев^{1, 2*}, Н. В. Лактионова²

¹Морской гидрофизический институт РАН
299011, Севастополь, ул. Капитанская, 2

²Филиал МГУ им. М. В. Ломоносова в Севастополе
299001, Севастополь, ул. Героев Севастополя, 7

*E-mail: slep55@mail.ru

Поступила в редакцию 17.04.2019 г.

Принята к печати 07.08.2019 г.

В приближении Буссинеска рассматриваются свободные внутренние волны при учете вращения Земли и плоскопараллельного течения, перпендикулярного к направлению распространения волны. Для однородной стратификации и при постоянном сдвиге скорости течения аналитически решается краевая задача для амплитуды вертикальной скорости и находится дисперсионное соотношение. Определяются вертикальные волновые потоки импульса и две составляющие скорости стока дрейфа. При наличии указанного сдвигового течения скорость стока дрейфа, поперечная к направлению распространения волны, отлична от нуля. Аналогичные расчеты выполнены и для двухслойной модели. Вертикальный волновой поток импульса может превосходить соответствующий турбулентный поток.

Ключевые слова: внутренние волны, волновой поток импульса, стоков дрейфа.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0002-3515556194-200>

Вертикальный обмен в океане играет важную роль в переносе жизненно необходимых для экосистемы веществ: кислорода, азота, микроэлементов, а также сероводорода, радионуклидов и др. [1–3]. По имеющимся представлениям вертикальный обмен в основном осуществляется мелкомасштабной турбулентностью, которая, вообще говоря, имеет перемежаемый характер и сильно подавлена стратификацией в пикноклине [4–6]. В этой связи представляется актуальным исследование вклада внутренних волн в вертикальный обмен. Внутренние волны повсеместно присутствуют в океане, нередко распространяясь в виде цугов — локализованных в пространстве волновых пакетов [1, 7]. Вертикальный перенос импульса внутренними волнами при учете турбулентной вязкости и диффузии рассматривался в работах [8, 9]. Было получено, что при наличии турбулентной вязкости и диффузии фазовый сдвиг между колебаниями вертикальной скорости w и горизонтальной скорости u отличен от $\pi/2$, что и приводит к ненулевому вертикальному волновому потоку импульса \overline{uw} . Ниже будет показано, что у инерционно-гравитационных внутренних волн (при учете вращения Земли) поток \overline{uw} также отличен от нуля даже при неучете турбулентной вязкости и диффузии при наличии

течения, у которого компонента скорости, нормальная горизонтальному волновому вектору, зависит от вертикальной координаты. Дело в том, что в этом случае уравнение для амплитуды вертикальной скорости имеет комплексные коэффициенты, собственная функция — комплексная, что и приводит к фазовому сдвигу между колебаниями u и w , отличному от $\pi/2$.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваются свободные инерционно-гравитационные внутренние волны на плоскопараллельном стратифицированном течении с вертикальным сдвигом скорости в безграничном бассейне постоянной глубины. Компонента скорости течения $V_0(z)$, поперечная к направлению распространения волны, зависит от вертикальной координаты. Система уравнений гидродинамики в приближении Буссинеска [10] для волновых возмущений имеет вид:

$$\frac{Du}{Dt} - fv = -\frac{1}{\rho_0(0)} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu + w \frac{dV_0}{dz} = -\frac{1}{\rho_0(0)} \frac{\partial P}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0(0)} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{g\rho}{\rho_0(0)}, \quad (3)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = -w \frac{d\rho_0}{dz}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

где x, y, z — две горизонтальные и вертикальная координаты, ось z направлена вертикально вверх, u, v, w — соответственно две горизонтальные и вертикальная компоненты волновой скорости течения, P и ρ — волновые возмущения давления и плотности, $\rho_0(z)$ — профиль невозмущенной средней плотности, $V_0(z)$ — скорость среднего течения, направленная вдоль оси y , g — ускорение свободного падения, f — параметр Кориолиса; действие оператора $\frac{D}{Dt}$ раскрывается по формуле

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + (v + V_0) \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}.$$

В океане от поверхности до дна плотность воды меняется не более чем на 3–4% [10], а при глубине моря в 100 м менее чем на 1% [11], поэтому в приближении Буссинеска в знаменателе правых частей формул (1)–(3) осредненная по глубине плотность принимается равной плотности на поверхности моря [10].

Граничные условия на поверхности моря ($z = 0$) — условие «твердой крышки», которое отфильтровывает внутренние волны от поверхностных [10]: $w(0) = 0$. Граничные условия на дне — условие «непротекания»: $w(H) = 0$, где H — глубина моря.

ЛИНЕЙНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Решения в линейном приближении представляются в виде:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{с.с.}, \quad v_1 = v_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{с.с.}, \\ w_1 &= w_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{с.с.}, \quad P_1 = P_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{с.с.}, \\ \rho_1 &= \rho_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{с.с.}, \end{aligned} \quad (6)$$

где с.с. — комплексно сопряженные слагаемые, A — амплитудный множитель, θ — фаза волны; $\partial\theta/\partial x = k$, $\partial\theta/\partial t = -\omega$, k — горизонтальное волновое число, ω — частота волны. Предполагается, что волна распространяется вдоль оси x .

Подставляя (6) в систему (1)–(5) находим связь амплитудных функций $u_{10}, v_{10}, \rho_{10}, P_{10},$ с w_{10} и уравнение для w_{10}

$$u_{10} = \frac{i}{k} \frac{dw_{10}}{dz}, \quad v_{10} = \frac{1}{\omega} \left(\frac{f}{k} \frac{dw_{10}}{dz} - iw_{10} \frac{dV_0}{dz} \right), \quad (7)$$

$$\rho_{10} = -\frac{i}{\omega} w_{10} \frac{d\rho_0}{dz}, \quad (8)$$

$$\frac{P_{10}}{\rho_0(0)} = \frac{i}{k} \left[\frac{\omega}{k} \frac{dw_{10}}{dz} + \frac{f}{\omega} \left(i \frac{dV_0}{dz} w_{10} - \frac{f}{k} \frac{dw_{10}}{dz} \right) \right]. \quad (9)$$

Функция w_{10} удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \frac{d^2 w_{10}}{dz^2} + \frac{ik}{\omega^2 - f^2} f \frac{dV_0}{dz} \frac{dw_{10}}{dz} + \\ + \frac{kw_{10}}{\omega^2 - f^2} \left[k(N^2 - \omega^2) + if \frac{d^2 V_0}{dz^2} \right] = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где $N^2 = -\frac{g}{\rho_0(0)} \frac{d\rho_0}{dz}$ — квадрат частоты Брента-Вяйсяля.

Граничные условия для w_{10} :

$$w_{10}(0) = w_{10}(H) = 0. \quad (11)$$

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Stokes в своей работе [12] для потенциальных волн на поверхности жидкости установил, что лагранжева скорость частиц жидкости в слабонелинейном приближении отличается от эйлеровой на величину, пропорциональную квадрату амплитуды волны, причем множитель при квадрате амплитуды волны зависит от глубины. Позже эта разность была названа скоростью стокова дрейфа частиц жидкости [13, 14].

Для волн произвольной природы (не обязательно потенциальных) скорость стокова дрейфа определяется по формуле [13]:

$$\mathbf{u}_s = \left(\int_0^t \mathbf{u} d\tau \nabla \right) \mathbf{u}, \quad (12)$$

где \mathbf{u} — поле волновых эйлеровых скоростей; черта сверху означает осреднение по периоду волны. В [13] скорость стокова дрейфа определялась по формуле (12) для не потенциальных волн Кельвина.

Горизонтальная компонента скорости стокова дрейфа для рассматриваемых нами волн, направленная вдоль волнового вектора, с точностью до членов, квадратичных по амплитуде волны, имеет вид

$$u_s = \frac{AA^*}{k} \left[\frac{1}{\omega} \frac{d}{dz} \left(w_{10} \frac{dw_{10}^*}{dz} \right) + \text{с.с.} \right]. \quad (13)$$

Поперечная к направлению распространения волны горизонтальная компонента скорости стокова дрейфа определяется по формуле

$$v_s = -AA^* \frac{ik}{\omega\omega^*k} \frac{dV_0}{dz} \frac{dw_{10}}{dz} w_{10}^* - AA^* \frac{w_{10}^*}{\omega^*\omega} \left(\frac{dw_{10}}{dz} \frac{dV_0}{dz} + \frac{if}{k} \frac{d^2w_{10}}{dz^2} + w_{10} \frac{d^2V_0}{dz^2} \right) + \text{с.с.} \quad (14)$$

Используя (7) найдем вертикальные волновые потоки импульса \overline{uw} и \overline{vw} .

$$\overline{uw} / |A^2| = \frac{i}{k} \left(w_{10}^* \frac{dw_{10}}{dz} - w_{10} \frac{dw_{10}^*}{dz} \right), \quad (15)$$

$$\overline{vw} / |A^2| = \frac{iw_{10}w_{10}^*}{\omega\omega^*} (\omega - \omega^*) \frac{dV_0}{dz} + \frac{f}{k\omega\omega^*} \left(\omega^* w_{10}^* \frac{dw_{10}}{dz} + \omega w_{10} \frac{dw_{10}^*}{dz} \right). \quad (16)$$

При $\frac{dV_0}{dz} \neq 0$ волновой поток импульса \overline{uw} и поперечная к направлению распространения компонента скорости стокова дрейфа v_s при учете вращения Земли отличны от нуля. Поток импульса \overline{vw} отличен от нуля и при отсутствии течения, но при учете вращения Земли.

Нормирующий множитель A находится по известной величине максимальной амплитуды вертикальных смещений. Для этого выразим вертикальное смещение ζ , используя соотношение $\frac{d\zeta}{dt} = w$:

$$\zeta = \frac{iw_{10}}{\omega} A \exp(ikx - i\omega t) + \text{с.с.}$$

Отсюда следует

$$A = \frac{\zeta_{\max}}{2 \max |w_{10} / \omega|}. \quad (17)$$

Таким образом, амплитуда вертикальных смещений пропорциональна $|w_{10} / \omega|$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Уравнение (10) допускает точные аналитические решения для ряда частных случаев, которые мы и рассмотрим.

1. Однородная стратификация, постоянный сдвиг скорости

В этом случае $N = \text{const}$, $\frac{dV_0}{dz} = V_{00} = \text{const}$, $V_0(z) = V_{00} \cdot (z - H)$, $H < 0$. Уравнение (10) упрощается к виду:

$$\frac{d^2w_{10}}{dz^2} + ia \frac{dw_{10}}{dz} + bw_{10} = 0, \quad (18)$$

где $a = \frac{fkV_{00}}{\omega^2 - f^2}$, $b = k^2 \frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2}$.

Решение краевой задачи (11), (18) имеет вид:

$$w_{10}(z) = e^{-\frac{ia \cdot z}{2}} \cdot \sin \left(z \sqrt{\frac{a^2}{4} + b} \right). \quad (19)$$

При этом справедливо дисперсионное соотношение, вытекающее из граничного условия (11) при $z = H$:

$$\omega^2 = f^2 - \frac{f^2 V_{00}^2}{2(N^2 - f^2) - 2\sqrt{(N^2 - f^2)^2 + f^2 V_{00}^2 \left(1 + \frac{\pi^2 n^2}{k^2 H^2} \right)}}, \quad (20)$$

где n — номер моды. При $V_{00} \rightarrow 0$ дисперсионное соотношение (20) переходит в известное соотношение для однородной стратификации [10, 14]:

$$\omega^2 = f^2 + \frac{k^2(N^2 - f^2)}{k^2 + \left(\frac{\pi n}{H}\right)^2}.$$

Из (15), (16), используя (19) находим вертикальные потоки импульса:

$$\overline{uw} = \frac{A^2 f V_{00}}{\omega^2 - f^2} \times \sin^2 \left(z \sqrt{\frac{f^2 k^2 V_{00}^2}{4(\omega^2 - f^2)} + \frac{k^2(N^2 - \omega^2)}{\omega^2 - f^2}} \right), \quad (21)$$

$$\overline{vw} = \frac{A^2 f}{\omega k} \sqrt{\frac{f^2 k^2 V_{00}^2}{4(\omega^2 - f^2)} + \frac{k^2(N^2 - \omega^2)}{\omega^2 - f^2}} \times \sin \left(2z \sqrt{\frac{f^2 k^2 V_{00}^2}{4(\omega^2 - f^2)} + \frac{k^2(N^2 - \omega^2)}{\omega^2 - f^2}} \right). \quad (22)$$

Две компоненты скорости стокова дрейфа находятся из (13), (14) с использованием (19):

$$u_s = \frac{2A^2 \chi^2}{k\omega} \cos(2\chi z), \quad (23)$$

$$v_s = -A^2 \chi V_{00} \frac{(2\omega^2 - f^2)}{\omega^2(\omega^2 - f^2)} \sin(2\chi z), \quad (24)$$

где $\chi = \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$.

Нормирующий множитель A находится по известной максимальной амплитуде вертикальных смещений ζ_{\max} (17):

$$A = \frac{\omega \zeta_{\max}}{2 \max |\sin(\chi z)|}.$$

На рис. 1 показаны дисперсионные кривые первых двух мод, рассчитанные по формуле (20) при $N = 5$ цикл/ч, $H = -100$ м, $V_{00} = 2 \times 10^{-3} \text{ с}^{-1}$.

Турбулентный вертикальный поток импульса определяется по формуле $\overline{v'w'} = -K_z \frac{dV_0}{dz}$, коэффициент вертикального турбулентного обмена оценивается по эмпирической формуле $K_z = 9.36 \times 10^{-5} / N_c \text{ м}^2/\text{с}$, здесь N_c — частота Брента–Вяйсяля в цикл/ч [15]. Сравнение волновых (15), (16) и турбулентного потоков импульса приводится на рис. 2 для внутренней волны нижней моды при $k = 0.01 \text{ рад/м}$, $\zeta_{\max} = 1 \text{ м}$.

Волновой поток \overline{vw} превышает по абсолютной величине поток \overline{uw} и сопоставим с турбулентным потоком.

Две компоненты скорости стока дрейфа частиц жидкости для внутренней волны первой моды при $k = 0.01 \text{ рад/м}$, $\zeta_{\max} = 1 \text{ м}$ показаны на рис. 3.

Продольная компонента скорости стока дрейфа u_s по абсолютной величине, в целом, превышает поперечную v_s .

2. Двухслойная модель стратификации и градиента скорости течения

Пусть частота Брента–Вяйсяля имеет постоянные значения N_1 и N_2 в нижнем и верхнем слое соответственно (рис. 4а). Вертикальную координату границы раздела слоев обозначим за h , координату дна моря — за H ($h < 0$, $H < 0$). В нижнем и верхнем слое пусть скорость течения меняется по линейному закону и непрерывна на границе раздела слоев (рис. 4б)

Вертикальный градиент скорости течения в нижнем слое V_{100} , в верхнем — V_{200} . Уравнение (10) для функции $w_{10}(z)$ запишем в каждом слое:

В первом (нижнем) слое:

$$\frac{d^2 w_{10}}{dz^2} + ia_1 \frac{dw_{10}}{dz} + b_1 w_{10} = 0. \tag{25}$$

Во втором (верхнем) слое:

$$\frac{d^2 w_{10}}{dz^2} + ia_2 \frac{dw_{10}}{dz} + b_2 w_{10} = 0, \tag{26}$$

где коэффициенты a_i и b_i определяются по формулам:

$$a_i = \frac{fkV_{i00}}{\omega^2 - f^2}, b_i = k^2 \frac{N_i^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2}, (i = 1, 2). \tag{27}$$

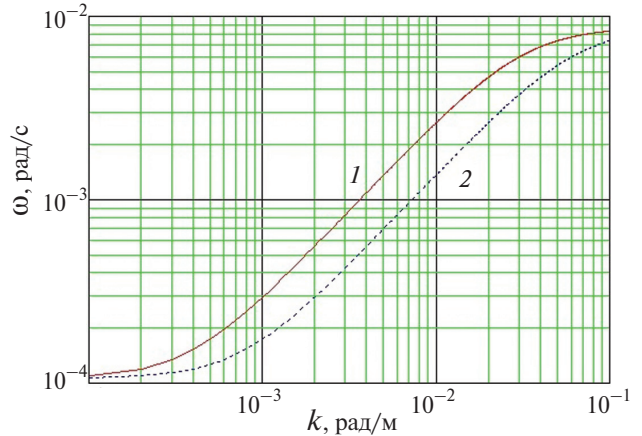


Рис. 1. Дисперсионные кривые первых двух мод при однородной стратификации.

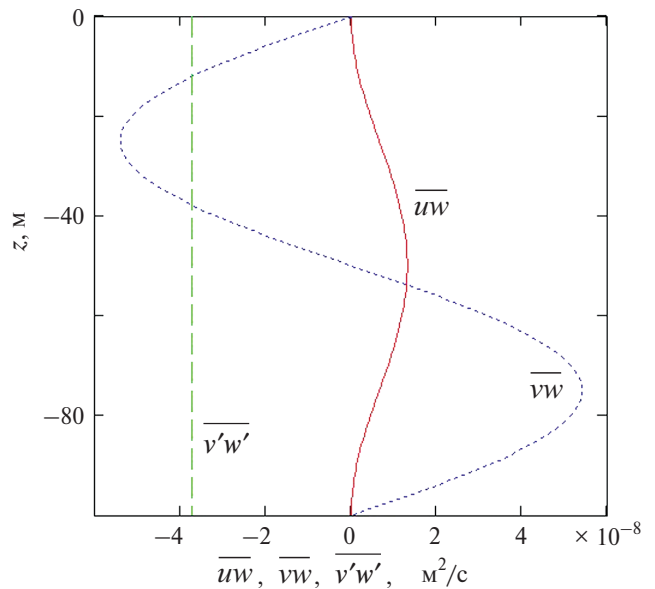


Рис. 2. Волновые и турбулентный вертикальные потоки импульса.

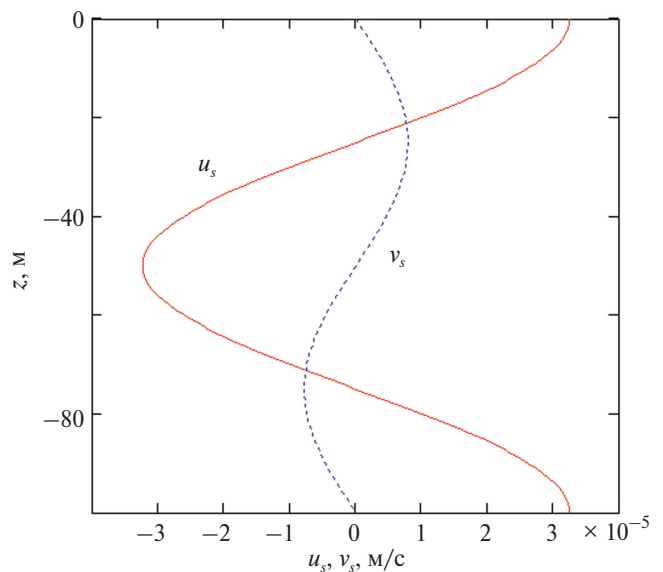


Рис. 3. Вертикальные профили двух компонент скорости стока дрейфа.

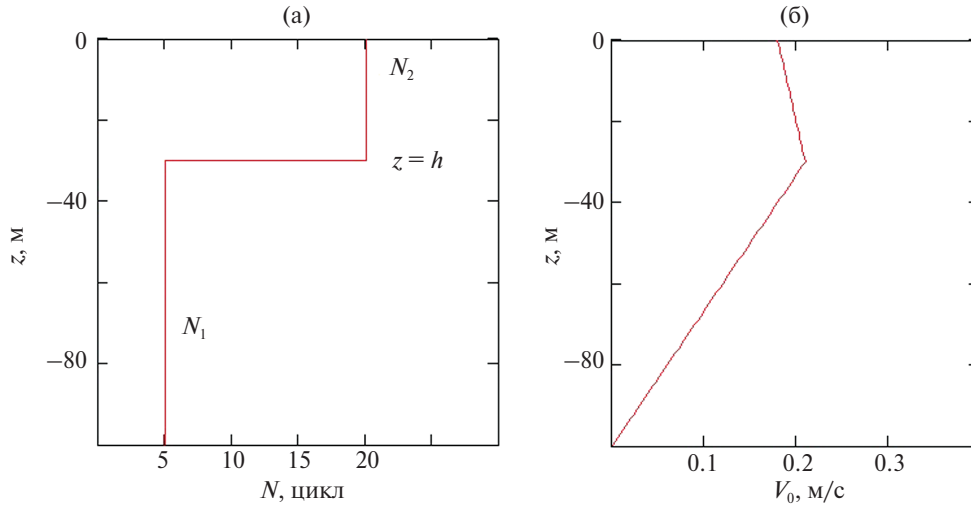


Рис. 4. Вертикальные профили: (а) — частоты Брента–Вяйсяля; (б) — скорости течения.

Граничные условия на поверхности моря и на дне — условия «твердой крышки»

$$w_{10}(0) = w_{10}(H) = 0. \quad (28)$$

Условия «сшивки» решений на границе раздела слоев: непрерывность вертикальных смещений и непрерывность давления

$$w_{10}(h-0) = w_{10}(h+0), \quad (29)$$

$$ifV_{100}w_{10}(z) + \frac{\omega^2 - f^2}{k} \frac{dw_{10}}{dz} \Big|_{z=h-0} = ifV_{200}w_{10}(z) + \frac{\omega^2 - f^2}{k} \frac{dw_{10}}{dz} \Big|_{z=h+0}. \quad (30)$$

Решение краевой задачи (25)–(30) имеет вид:

$$w_{10}(z) = \frac{\exp(\lambda_{11}h) - \exp((\lambda_{11} - \lambda_{12})H + \lambda_{12}h)}{\exp(\lambda_{21}h) - \exp(\lambda_{22}h)} (\exp(\lambda_{21}z) - \exp(\lambda_{22}z)) \text{ при } h \leq z \leq 0, \quad (31)$$

$$w_{10}(z) = \exp(\lambda_{11}z) - \exp((\lambda_{11} - \lambda_{12})H + \lambda_{12}z) \text{ при } H \leq z \leq h, \quad (32)$$

где $\lambda_{11}, \lambda_{12}$ — корни характеристического уравнения $\lambda^2 + ia_1\lambda + b_1 = 0$; $\lambda_{21}, \lambda_{22}$ — корни характеристического уравнения $\lambda^2 + ia_2\lambda + b_2 = 0$

$$\lambda_{11} = -\frac{ia_1}{2} + i\sqrt{\frac{a_1^2}{4} + b_1}, \lambda_{12} = -\frac{ia_1}{2} - i\sqrt{\frac{a_1^2}{4} + b_1}, \quad (33)$$

$$\lambda_{21} = -\frac{ia_2}{2} + i\sqrt{\frac{a_2^2}{4} + b_2}, \lambda_{22} = -\frac{ia_2}{2} - i\sqrt{\frac{a_2^2}{4} + b_2}. \quad (34)$$

Дисперсионное уравнение имеет вид:

$$(\omega^2 - f^2) [\lambda_{11} \exp(\lambda_{11}h) - \lambda_{12} \exp(\lambda_{12}h + (\lambda_{11} - \lambda_{12})H)] + ifkV_{100} [\exp(\lambda_{11}h) - \exp(\lambda_{12}h + (\lambda_{11} - \lambda_{12})H)] = \{ (\omega^2 - f^2) [\lambda_{21} \exp(\lambda_{21}h) - \lambda_{22} \exp(\lambda_{22}h)] + ifkV_{200} [\exp(\lambda_{21}h) - \exp(\lambda_{22}h)] \} \times \frac{\exp(\lambda_{11}h) - \exp(\lambda_{12}h + (\lambda_{11} - \lambda_{12})H)}{\exp(\lambda_{21}h) - \exp(\lambda_{22}h)}. \quad (35)$$

Дисперсионные кривые первых двух мод показаны на рис. 5.

Вертикальные потоки импульса определяются по формулам (15), (16).

На рис. 6 показаны волновые \overline{uw} , \overline{vw} и турбулентный $\overline{v'w'}$ вертикальные потоки импульса для нижней моды внутренних волн при $k = 0.01$ рад/м, $\zeta_{\max} = 1$ м. Турбулентный поток определяется по тем же формулам, что и в однослойной модели.

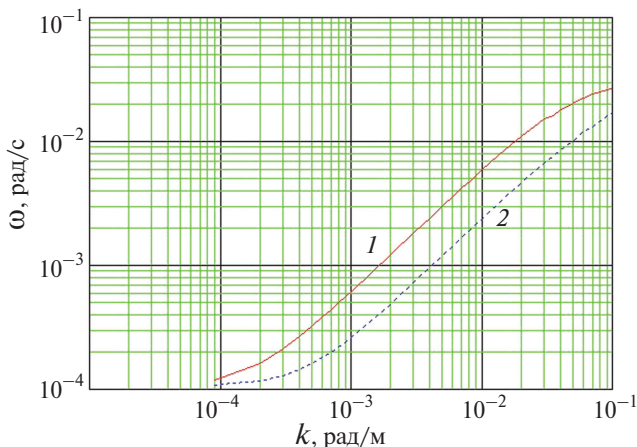


Рис. 5. Дисперсионные кривые первых двух мод при двухслойной стратификации.

Волновой поток \overline{uw} испытывает скачок на границе раздела слоев с переменной знака, т.к. меняет знак градиент скорости течения. Если градиент скорости при $z = h$ знака не меняет, то и поток \overline{uw} также не меняет знак. Если градиент скорости течения равен нулю, то поток \overline{uw} — нулевой. Волновой поток \overline{vw} скачка не испытывает и скорость течения на него почти не влияет. Этот поток значительно превышает по абсолютной величине поток \overline{uw} и турбулентный поток $\overline{v'w'}$. Абсолютные величины двух последних потоков сопоставимы.

Две компоненты скорости стокова дрейфа определяются по формулам (13), (14). Нормирующий множитель A определяется по формуле (17). Вертикальные профили двух компонент скорости стокова дрейфа для нижней моды внутренних волн при $k = 0.01$ рад/м, $\zeta_{\max} = 1$ м показаны на рис. 7. Скорость стокова дрейфа вдоль направления распространения волны почти на два порядка превосходит скорость поперек направления распространения волны. Если градиент скорости течения равен нулю, то $v_s = 0$.

ВЫВОДЫ

1. Вертикальный волновой поток импульса \overline{uw} у инерционно-гравитационных внутренних волн отличен от нуля при $\frac{dV_0}{dz} \neq 0$. Если вертикальный градиент скорости $\frac{dV_0}{dz}$ испытывает скачок на границе раздела, то и поток \overline{uw} также испытывает скачок.
2. Вертикальный волновой поток импульса \overline{vw} скачка не испытывает на границе раздела, почти не зависит от скорости течения и превышает по абсолютной величине поток \overline{uw} и турбулентный поток импульса $\overline{v'w'}$.
3. Скорость стокова дрейфа, поперечная к направлению распространения волны при $\frac{dV_0}{dz} \neq 0$ отлична от нуля и почти на два порядка меньше скорости стокова дрейфа вдоль направления распространения волны.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания по теме: № 0827-2019-0003 «Фундаментальные исследования океанологических процессов, определяющих состояние и эволюцию морской среды под влиянием естественных и антропогенных факторов, на основе методов наблюдения и моделирования» (шифр «Океанологические процессы»)

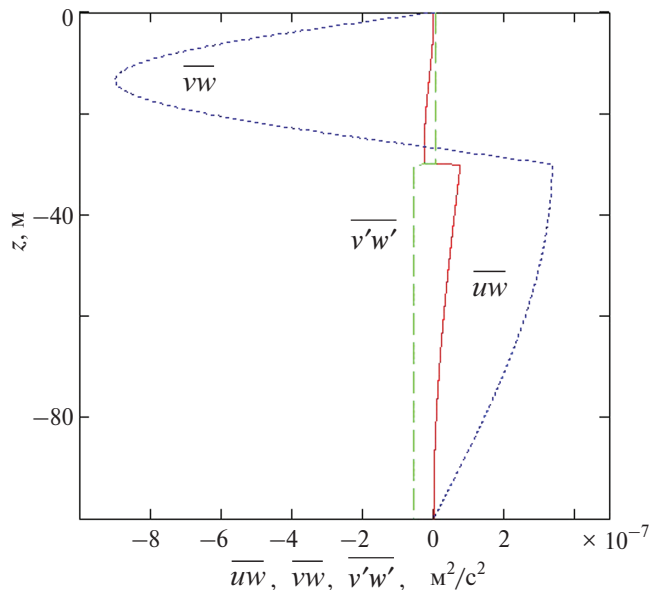


Рис. 6. Волновые и турбулентный потоки импульса для двухслойной стратификации.

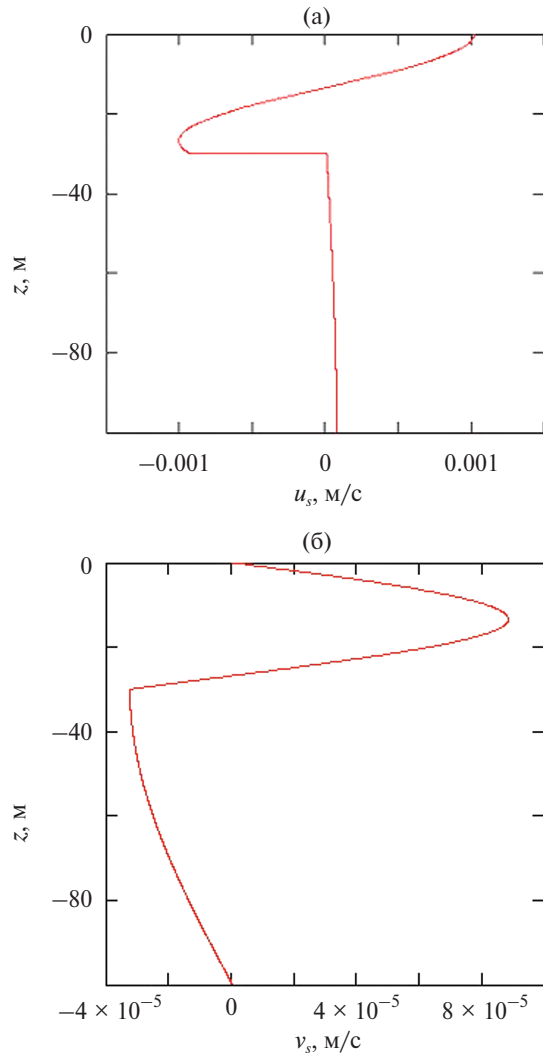


Рис. 7. Профили двух компонент скорости стокова дрейфа для двухслойной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пантелеев Н.А., Охотников И.Н., Слепышев А.А.* Мелкомасштабная структура и динамика океана. Киев: Наукова Думка, 1993. 193 с.
2. *Васильев О.Ф., Воропаева О.Ф., Курбацкий А.Ф.* Турбулентное перемешивание в устойчиво стратифицированных течениях окружающей среды: современное состояние проблемы (обзор) // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 2011. Т. 47. № 3. С. 291–307.
3. *Wunsch C., Ferrari R.* Vertical mixing, energy and the general circulation of the ocean // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 2004. V. 36. P. 281–314.
4. *Keller K.H., Van Atta C.W.* An experimental investigation of the vertical temperature structure of homogeneous stratified shear turbulence // *J. Fluid Mech.* 2000. V. 425. P. 1–29.
5. *Holford J.M., Linden P.F.* Turbulent mixing in a stratified fluid // *Dynamics of atmosphere and oceans.* 1999. V. 30, iss. 2–4. P. 173–198.
6. *Ostrovskii A.G., Zatsepin A.G.* Intense ventilation of the Black Sea pycnocline due to vertical turbulent exchange in the Rim Current area // *Deep-Sea Res.* 2016. V. 116. P. 1–13.
7. *Булатов В.В., Владимиров Ю.В.* Динамика негармонических волновых пакетов в стратифицированных средах. Москва: Наука, 2010. 470 с.
8. *Слепышев А.А.* Процессы переноса, обусловленные слабонелинейными внутренними волнами при наличии турбулентности // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1997. Т. 33. № 4. С. 536–548.
9. *Слепышев А.А.* Вертикальные перенос импульса внутренними волнами при учете турбулентной вязкости и диффузии // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2016. Т. 52. № 3. С. 342–350.
10. *Миропольский Ю.З.* Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1981. 302 с.
11. *Пантелеев Н.А.* Отчет о работах в 44-м рейсе (3-й этап) НИС «Михаил Ломоносов» 7 августа–15 сентября 1985 г. Севастополь: МГИ АН УССР, 1985. Т. 1. 135 с.
12. *Stokes G.G.* On the theory of oscillatory waves // *Trans. Camb. Phil. Soc.* V. 8. P. 441–455.
13. *Longuet-Higgins M.S.* On the transport of mass by time varying ocean current // *Deep-Sea Res.* 1969. V. 16. № 5. P. 431–447.
14. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. Москва: Мир, 1981. Ч. 1. 367 с. Ч. 2. 363 с.
15. *Иванов В.А., Самодуров А.С., Чухарев А.М., Носова А.В.* Интенсификация вертикального турбулентного обмена в районах сопряжения шельфа и континентального склона в Черном море // *Доп. НАН України.* 2008. № 6. С. 108–112.

Vertical Transport of Momentum by Internal Waves in a Shift Current

A. A. Slepyshev^{1,2*}, N. V. Laktionova²¹*Marine Hydrophysical Institute of the Russian Academy of Science
Kapitanskaya St., 2, 299011, Sevastopol, Russia*²*Sevastopol Campus of M.V. Lomonosov Moscow State University
Geroyev Sevastopolya St., 7, 299001, Sevastopol, Russia
E-mail: *slep55@mail.ru*

Received: 17.04.2019

Accepted: 07.08.2019

In Boussinesq approximation free internal waves are considered at the account of rotation of the Earth and a plane-parallel current, perpendicular to a direction to wave propagation. For homogeneous stratification and at constant shift of speed of a current the boundary-value problem for amplitude of vertical velocity analytically solved and the dispersive parity is defined. Vertical wave fluxes of momentum and two components of Stokes drift speed are defined. Stokes drift speed, cross-section to a direction a wave propagation, is distinct from zero in the presence of the specified shift current. Similar calculations are executed for two-layer model. The vertical wave flux of momentum can exceed a corresponding turbulent flux.

Keywords: internal waves, a wave flux of momentum, Stokes drift.