

УДК 551.551.25

СООТНОШЕНИЕ ВТОРЫХ И ТРЕТЬИХ ТУРБУЛЕНТНЫХ МОМЕНТОВ В ГОРОДСКОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ НА ПРИМЕРЕ ДАННЫХ МИКРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ МАЧТЫ МГУ

© 2023 г. И. Д. Дрозд^{a, b, c, *}, А. Ю. Артамонов^b, К. В. Барсков^b, А. В. Гавриков^{b, d}, А. Д. Пашкин^b,
И. А. Репина^{b, c, e}, В. М. Степаненко^{a, b, c, e}

^aМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Географический факультет,
ул. Ленинские Горы, 1, стр. 1, Москва, 119234 Россия

^bИнститут физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия

^cМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Научно-исследовательский вычислительный центр, ул. Ленинские Горы, 1, стр. 4, Москва, 119234 Россия

^dИнститут океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Нахимовский просп., 36, Москва, 117218 Россия

^eМосковский центр фундаментальной и прикладной математики,
ул. Ленинские горы, 1, стр. 1, Москва, 119234 Россия

*e-mail: drozdil.msu@gmail.com

Поступила в редакцию 06.02.2023 г.

После доработки 21.04.2023 г.

Принята к публикации 26.04.2023 г.

Данная работа посвящена тестированию гипотезы о наличии диагностической связи между вторыми и третьими моментами гидродинамических величин c_1 и c_2 в пограничном слое атмосферы над геометрически сложной поверхностью: $\overline{w'c_1c_2} = C\overline{S_{c_1}}\overline{w'c_2}$. Для проверки данного соотношения использовался семимесячный ряд высокочастотных наблюдений на микрометеорологической мачте, установленной в Метеорологической обсерватории МГУ им. М.В. Ломоносова. Исходя из статистического распределения третьих моментов, были определены оптимальные методы для анализа достоверности исследуемой зависимости. Впервые на большом ряде данных была получена статистически обоснованная оценка оправдываемости тестируемой гипотезы в условиях городской подстилающей поверхности. Исследовано влияние условий стратификации, а также характера подстилающей поверхности в области формирования потока на выполнение связи между вторыми и третьими моментами. Установлено, что для третьих моментов $\overline{w'w'T'}$, $\overline{w'T'T'}$, $\overline{w'u'u'}$ и $\overline{w'v'v'}$ соотношение вторых и третьих моментов справедливо в 80% случаев.

Ключевые слова: пограничный слой атмосферы, городская поверхность, метод ковариации пульсаций, турбулентные потоки, третьи моменты

DOI: 10.31857/S0002351523040156, **EDN:** ZDJNCZ

ВВЕДЕНИЕ

Математическое описание турбулентных процессов в пограничном слое атмосферы является важной составляющей успешного решения задач численного прогноза ее динамики. Эти процессы являются основным механизмом обмена энергией и массой между атмосферой и поверхностью. Для расчета турбулентных потоков в статистически однородном по горизонтали приземном слое

широкое распространение получила теория подобия Монина-Обухова (ТПМО) [Монин и Обухов, 1954], обобщение которой на случай потока над неоднородной поверхностью в настоящее время практически не разработано. Использование ТПМО ограничено нижним слоем атмосферы над однородной поверхностью, в котором параметр устойчивости $|z/L| \leq 1-2$ [Монин и Яглом, 1965; Kaimal and Finnigan, 1994; Wyngaard, 2010]. При этих условиях статистические характеристики метеорологических полей могут зависеть лишь от высоты измерений.

Данные измерений показывают, что в неоднородном ландшафте (поляна, озеро, окруженные

Статья подготовлена на основе устного доклада, представленного на IV Всероссийской конференции с международным участием “Турбулентность, динамика атмосферы и климата”, посвященной памяти академика А.М. Обухова (Москва, 22–24 ноября 2022 г.).

лесом, городские и горные каньоны) на уровнях стандартных измерений наблюдается быстрое изменение потока тепла и импульса с высотой, что не позволяет в общем случае ассоциировать измененные на определенной высоте потоки с потоками на поверхности. смотря на идеализированность условий ТПМО, эта теория, совместно с теорией Колмогорова о существовании инерционного интервала в спектрах компонент скорости, широко используется для оценок потоков импульса, тепла и влаги, переноса примесей в приземном слое в моделях прогноза погоды и климата как над сушей, так и над морем. При наличии горизонтальных и вертикальных градиентов статистических моментов метеорологических величин (в частности, потоков) применение ТПМО должно приводить к ошибкам, уровень которых к настоящему времени изучен недостаточно.

Затруднения применимости ТПМО над неоднородными ландшафтами связано, прежде всего, с тем, что к локальному турбулентному перемешиванию, вызванному высокочастотной турбулентностью, здесь добавляются нелокальные процессы, вызванные неоднородностью генерации турбулентных движений и различными мезомасштабными циркуляциями. При определенных условиях ТПМО применима и над неоднородной поверхностью, но для расчета характеристик атмосферной турбулентности в этом случае необходим более обобщенный подход, который может содержать, в том числе, и классическую ТПМО как частный случай [Johansson et al., 2001; Wilson, 2008]. Были попытки включения в функции подобия новых независимых безразмерных групп [Grachev et al., 2015, 2018], или введения новых эмпирических масштабов [Барсков и др., 2018], а также разработки теории подобия, учитывающей не только вертикальные, но и горизонтальные масштабы турбулентных течений [Tong and Nguen, 2015; Stiperski and Calaf, 2022], но эти работы носили скорее частный характер.

Для изучения статистических характеристик турбулентности пограничного слоя атмосферы в условиях городской застройки необходимы экспериментальные данные. Полученные закономерности в перспективе могут позволить обобщить ТПМО для использования в условиях неоднородного ландшафта.

В настоящей работе приводятся результаты исследования механизмов турбулентного обмена над геометрически сложной городской поверхностью по данным микрометеорологической мачты, установленной в Метеорологической обсерватории (МО) МГУ.

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ ВТОРЫХ И ТРЕТЬИХ МОМЕНТОВ ПРИ НАЛИЧИИ КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР

Турбулентные замыкания второго порядка, использующие алгебраическую связь между вторыми и третьими моментами, полученную в предположении наличия когерентных структур, впервые были предложены в теоретических исследованиях конвективного пограничного слоя [Abdella and McFarlane, 1997; Zilitinkevich et al., 1999; Barskov et al., 2022]. Согласно выдвинутой этими авторами гипотезе, при преобладании вклада в турбулентные потоки крупномасштабных вихрей, вторые и третьи моменты, включающие скалярную величину, например, температуру, связаны алгебраическими соотношениями:

$$\overline{w'w'\theta'} = CS_w\sigma_w\overline{w'\theta'}, \quad (1)$$

$$\overline{w'\theta'\theta'} = CS_\theta\sigma_\theta\overline{w'\theta'}, \quad (2)$$

где $S_c = \frac{\overline{c'^3}}{\overline{c'^2}^{3/2}}$ — коэффициент асимметрии, а

$\sigma_c = \left(\overline{c'^2}\right)^{1/2}$ — стандартное отклонение величины

$c = w, \theta, w$ — вертикальная компонента скорости ветра, θ — потенциальная температура, а C — безразмерная постоянная ~ 1 . Вывод формул (1) и (2) подробно рассмотрен в статье [Zilitinkevich et al., 1999] и в данной работе не приводится. Гипотеза (1) может быть записана с заменой температуры на любую другую скалярную величину (влажность, концентрация газовой или аэрозольной примеси, и т.д.) или горизонтальную компоненту скорости $\theta \rightarrow u_i, i = 1, 2$, т. к. формула (1) при этом остается инвариантной относительно вращения горизонтальных осей декартовой системы. Гипотеза, подобная (2), относительно горизонтальных компонент u_i и $u_j, i, j = 1, 2$; $u_1 = u, u_2 = v$ также должна удовлетворять инвариантности к повороту горизонтальных координатных осей, для этого достаточно принять равенство:

$$\overline{w'u_iu_j} = C \frac{\overline{u_ku_nu_i}}{\overline{u_ku_n}} \overline{w'u_j}, \quad (3)$$

где нижние индексы i, j, k, n принимают значение 1 или 2, суммирование по повторяющимся индексам в правой части необязательно. В частном случае $i = j = k = n$ получаем аналогичное (1–2) выражение:

$$\overline{w'u_iu_i} = C \frac{\overline{u_i^3}}{\overline{u_i^2}^{3/2}} \left(\overline{u_i^2}\right)^{1/2} \overline{w'u_i}. \quad (4)$$

В работе [Zilitinkevich et al., 1999] гипотеза (1–2) для температуры успешно проверена на данных вихреразрешающего моделирования (LES – Large Eddy Simulation) конвективного пограничного слоя.

Уравнения (1–2) получены строго в условиях наличия упорядоченных восходящих и нисходящих ветвей когерентных структур. Но эти структуры могут развиваться не только в конвективном пограничном слое, но и над крупными препятствиями (элементами шероховатости) [Kadivar et al., 2021], сложное сочетание которых представляет собой, например, урбанизированная поверхность. Таким образом, можно предположить, что в слое шероховатости над городской поверхностью упомянутые выше соотношения должны выполняться не только в неустойчивой, но также в безразличной и устойчивой стратификациях [Zilitinkevich, 2002].

Несмотря на то, что алгебраические соотношения (1–2) были предложены более 20 лет назад, работ, проверяющих их на длинном ряде данных измерений, проведено, по-видимому, не было. Так, в работе [Barskov et al., 2019] гипотеза (1) тестировалась на основе данных измерений над озером возле опушки леса за период около недели. Было установлено, при наличии крупных элементов геометрической неоднородности поверхности с наветренной стороны поток тепла лучше описывается формулой (1), а при отсутствии таких элементов – теорией подобия Монина–Обухова. В работе [Пашкин и др., 2021] рассматривается статистическое распределение безразмерной постоянной в уравнении (1) для условий города на примере выборочных непродолжительных серий измерений, и убедительно подтверждается предположение $C \sim 1$. Работа [Barskov et al., 2022] сравнивает распределение третьих моментов над различными типами неоднородной подстилающей поверхности в том числе городской. В настоящей работе в рамках анализа статистических характеристик турбулентности пограничного слоя по данным микрометеорологической мачты Метеорологической обсерватории МГУ им. М.В. Ломоносова осуществляется тестирование гипотезы для условий города на основании длительного (7 месяцев) непрерывного ряда высокочастотных измерений в приложении к вертикальному потоку тепла (1–2), а также к потокам компонент импульса (4).

Задача работы заключается в проверке гипотезы о связи вторых и третьих турбулентных моментов (т. н. “гипотезы Зилитинкевича”) при различных условиях стратификации и характера подстилающей городской поверхности.

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС И ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Измерительный комплекс микрометеорологической мачты, установленной в метеорологической обсерватории МГУ имени М.В. Ломоносова, включает измерительные уровни на высотах 2.2, 11.1, 18.8 м [Артамонов и др., 2019; Drozd et al., 2022b]. С помощью акустических анемометров компании METEK uSonic-3 Scientific (2.2 и 11.1 м) и uSonic-3 класса А (18.8 м) проводятся измерения трех компонент скорости ветра и акустической температуры с частотой 20 Гц и точностью 0.1 м/с и 0.1°C, соответственно (рис. 1). В данной работе разница между акустической и виртуальной температурой пренебрегается, так как для используемых данных в среднем она составляет 0.01°C, что на порядок меньше точности используемых акустических анемометров.

Перед дальнейшим анализом данные проходят этап первичной обработки. В первую очередь ряды данных с учетом особенностей каждого измерительного прибора приводятся к общему виду, вносятся корректирующие поправки и осуществляется поворот осей приборов, после чего данные с трех измерительных уровней поступают на следующий этап обработки в одинаковых единицах измерения и имеют одинаково направленные оси (рис. 1). После этого фильтруются пиковые значения, отклонение от среднего которых превышает три с половиной стандартных отклонения за двадцатиминутный период осреднения, для вертикальной скорости ветра 5 стандартных отклонений, при этом если отклонения превышают пороговые значения на протяжении 3 и более измерений подряд, такие пики считаются значимыми и не удаляются. Далее, если в обрабатываемом двадцатиминутном ряде данных пропущено не более 20% значений, он переходит на следующий этап обработки, в противном случае все 20 минут не учитывались. Следующим этапом обработки осуществляется восстановление пропущенных данных, для этого используется метод, основанный на гауссовом распределении скоррелированных величин до и после пропуска [Drozd et al., 2022a], пропуска длиннее одной минуты не заполнялись. На финальном этапе обработки осуществляется детрендинг и вычисление средних за 20 мин значений. Далее рассчитываются вторые и третьи моменты скорости и температуры, и производные от них величины.

Для проверки гипотез (1, 2, 4) был выбран массив данных мачты с 1 ноября 2019 г. по 31 мая 2020 г., данные за период с 14:00 03.11.19 по 15:00 09.11.19 и с 02:00 27.12.19 по 03:00 29.12.19 (по Москве) отсутствуют из-за технических неисправностей мачты в это время. В работе продемонстрированы результаты по данным измерений на высоте 11.1 и 18.8 м, эти уровни находятся в верхней части слоя

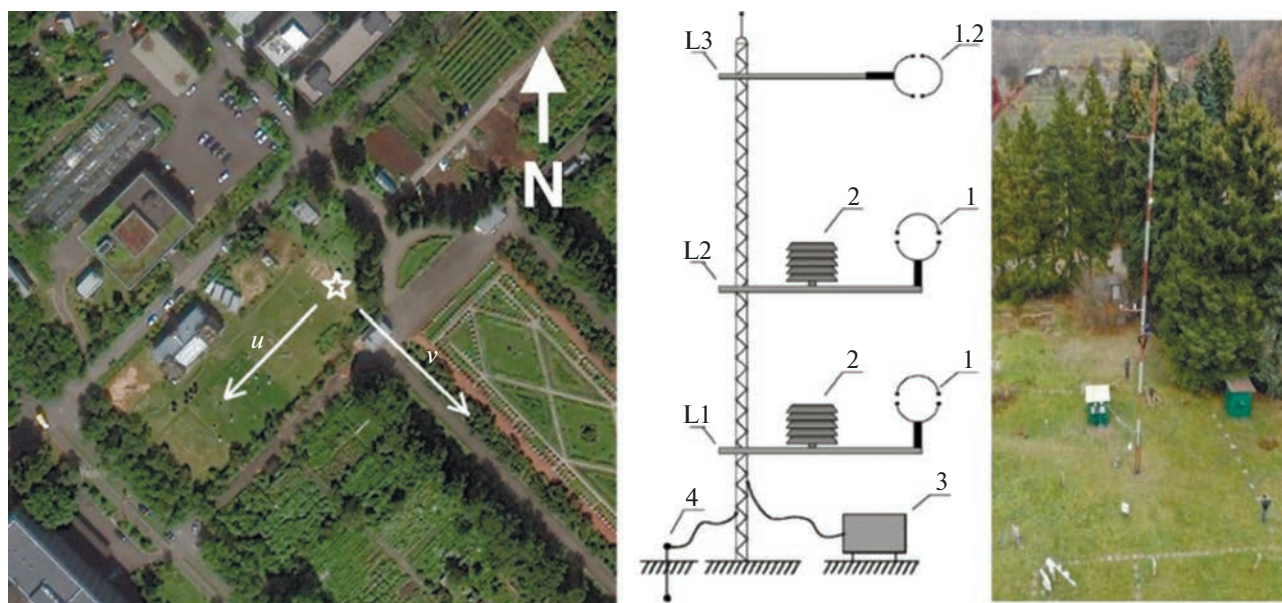


Рис. 1. Месторасположение микрометеорологической мачты (отмечено белой звездой) в Метеорологической обсерватории МГУ и направления горизонтальных осей анемометров (слева); фотография мачты и схема расположения приборов на микрометеорологической мачте в МО МГУ: уровни измерений – L1, L2, L3 на 2.2, 11.1 и 18.8 м; акустические анемометры uSonic-3 Scientific на 2.2 и 11.1 м, анемометр uSonic-3 класса A на 18.8 м – 1; датчики влажности и температуры HMP155 фирмы Vaisala – 2; система сбора данных – 3; контур заземления – 4 (справа) (Артамонов и др., 2019).

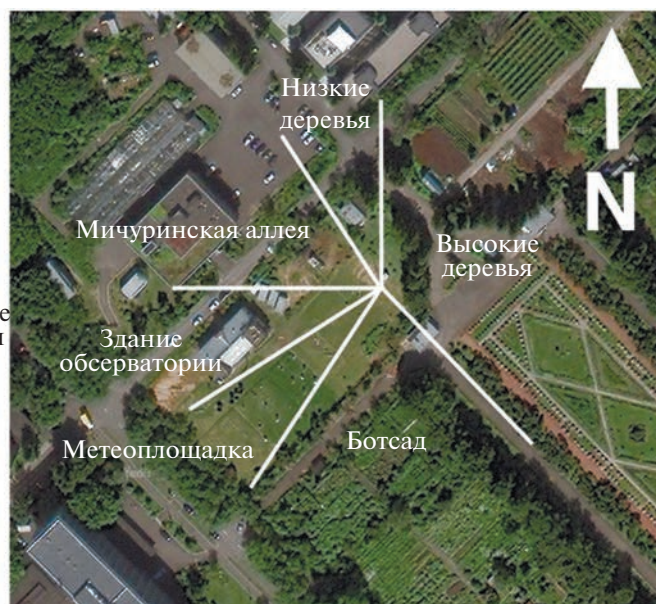
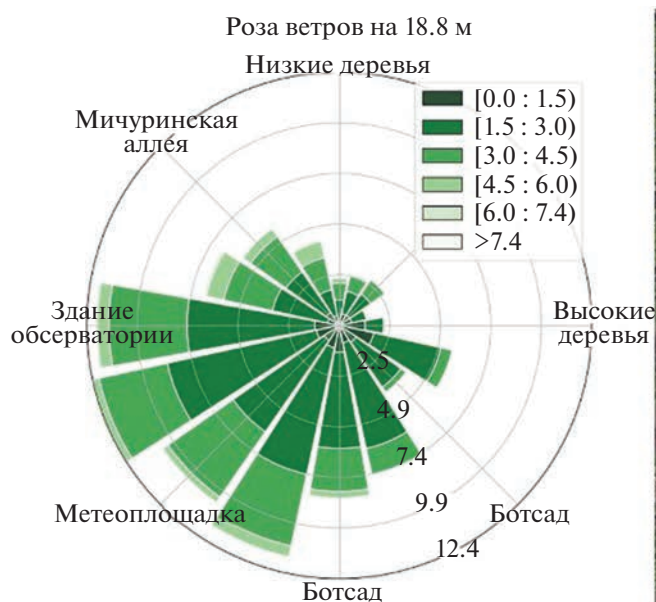


Рис. 2. Роза ветров микрометеорологической мачты МО МГУ с 01.11.19 по 31.05.20 на высоте 18.8 м (слева); сектора направления ветра, выделенные по критерию относительной однородности подстилающей поверхности (справа).

шероховатости (сопоставимы с высотой близлежащих зданий и высоких деревьев) и являются репрезентативными для городского приземного слоя. Измерения за указанный период были разбиты на случаи с различным направлением ветра

(рис. 2). Границы представленных на рис. 2 секторов были выделены по характеру подстилающей поверхности и приведены в табл. 1.

Также для рассмотрения влияния на гипотезы (1, 2, 4) условий стратификации анализируемый

Таблица 1. Выделяемые сектора вокруг мачты МО МГУ. Границы секторов приводятся в градусах относительно севера прибора (азимут 135°)

	Ботсад	Метео- площадка	Здание обсерватории	Мичуринская аллея	Низкие деревья	Высокие деревья
Границы секторов, °	0–70	70–100	100–130	130–180	180–245	245–360

набор данных был разделен по типам стратификации. Для определения условий стратификации использовался параметр устойчивости:

$$\xi = \frac{z}{L} = -\frac{zg u_2 \overline{w'T'}}{\bar{T} (\overline{w'u'^2} + \overline{w'v'^2})^{3/4}}, \quad (5)$$

где z – высота измерений, L – масштаб Обухова, $\bar{T}$ – средняя температура, g – ускорение свободного падения, u_2 – постоянная Кармана, $\overline{w'T'}$ – вертикальный поток тепла, $\overline{w'v'}$ – компоненты вертикального потока импульса. Случаи с $\xi < -0.01$ были отнесены к неустойчивой стратификации, $-0.01 \leq \xi \leq 0.01$ – к безразличной, $\xi > 0.01$ – к устойчивой.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Помимо рассчитанных из данных измерений третьих моментов $\overline{w'w'T'}$, $\overline{w'T'T'}$, $\overline{w'u'u'}$, $\overline{w'v'v'}$, также были получены оценки третьих моментов $\overline{w'w'T'_{th}}$, $\overline{w'T'T'_{th}}$, $\overline{w'u'u'_{th}}$, $\overline{w'v'v'_{th}}$, где $\overline{w'c'_1c'_2_{th}} \equiv S_{c_1} \left(\overline{c'^2_i} \right)^{1/2} \overline{w'c'_2}$ (здесь $c_1 = w$, $c_2 = T$ или $c_1 = c_2 = w, T, u, v$), здесь и далее называемые “теоретическими третьими моментами” и обозначающиеся как третьи моменты с нижним индексом “th”. С использованием введенных обозначений гипотезы (1–2, 4) принимают вид:

$$\overline{w'c'_1c'_2} = C \overline{w'c'_1c'_2_{th}}. \quad (6)$$

Из уравнения (6) видно, что соотношение измеренных и теоретических третьих моментов должно описываться линейной регрессией с нулевым свободным коэффициентом и угловым коэффициентом ≈ 1 , исходя из гипотезы Зилитинкевича. Применяв критерий Стьюдента и оценив уровень значимости p для нулевой гипотезы “угловой коэффициент = 1”, были получены количественные оценки подтверждения гипотезы. Принимается, что гипотеза статистически оправдана, если значение $p > 0.05$. Для оценки значимости полученных результатов приводятся доверительные интервалы уровня 95% для рассчитанных значений угловых коэффициентов регрессии и коэффициентов детерминации. Примеры полу-

ченных для высот 11.1 и 18.8 м в разных секторах оценок по различным третьим моментам показаны на рис. 3.

Приведенные на рис. 3 диаграммы рассеяния позволяют помимо получения численных характеристик достоверности гипотезы визуально оценить характер распределения измеренных третьих моментов относительно теоретических. Для третьих моментов вида $\overline{w'w'T'}$ справедливы следующие закономерности во взаимном распределении. При неустойчивой стратификации наблюдается наибольший разброс значений как измеренных, так и теоретических, причем большинство точек лежит в 3 четверти графика (отрицательные $\overline{w'w'T'}$ и $\overline{w'w'T'_{th}}$). Для устойчивой стратификации разброс третьих моментов на порядок меньше, большинство точек лежит в 1 четверти графика (положительные $\overline{w'w'T'}$ и $\overline{w'w'T'_{th}}$). Амплитуда разброса точек при нейтральной стратификации сопоставима с амплитудой при устойчивой, значения третьих моментов плотно сгруппированы с обеих сторон от 0. Для всех условий стратификации характерен больший разброс значений $\overline{w'w'T'}$, чем $\overline{w'w'T'_{th}}$, т.е. облака точек сильнее вытянуты вдоль оси ординат, из-за чего угловой коэффициент регрессии в большинстве случаев больше 1, наиболее ярко это выражается при нейтральной стратификации, при этом коэффициент детерминации для подвыборки с нейтральной стратификацией наиболее низкий.

Значения третьих моментов $\overline{w'T'T'}$ и $\overline{w'T'T'_{th}}$ распределены с меньшим разбросом, чем третьи моменты вида $\overline{w'w'T'}$. Наибольший разброс точек характерен для условий неустойчивой стратификации, причем облако точек смещено в правую половину графика (положительные $\overline{w'T'T'}$). Облака точек для устойчивой и нейтральной стратификации плотно сгруппированы вокруг 0. При неустойчивой и устойчивой стратификации характерен больший разброс значений $\overline{w'T'T'}$, чем $\overline{w'T'T'_{th}}$, т.е. облака точек сильнее вытянуты вдоль оси абсцисс, из-за чего угловой коэффициент регрессии в большинстве случаев меньше 1. При безразличной стратификации, как и для соотношения $\overline{w'w'T'}$ и $\overline{w'w'T'_{th}}$, наблюдается тенденция

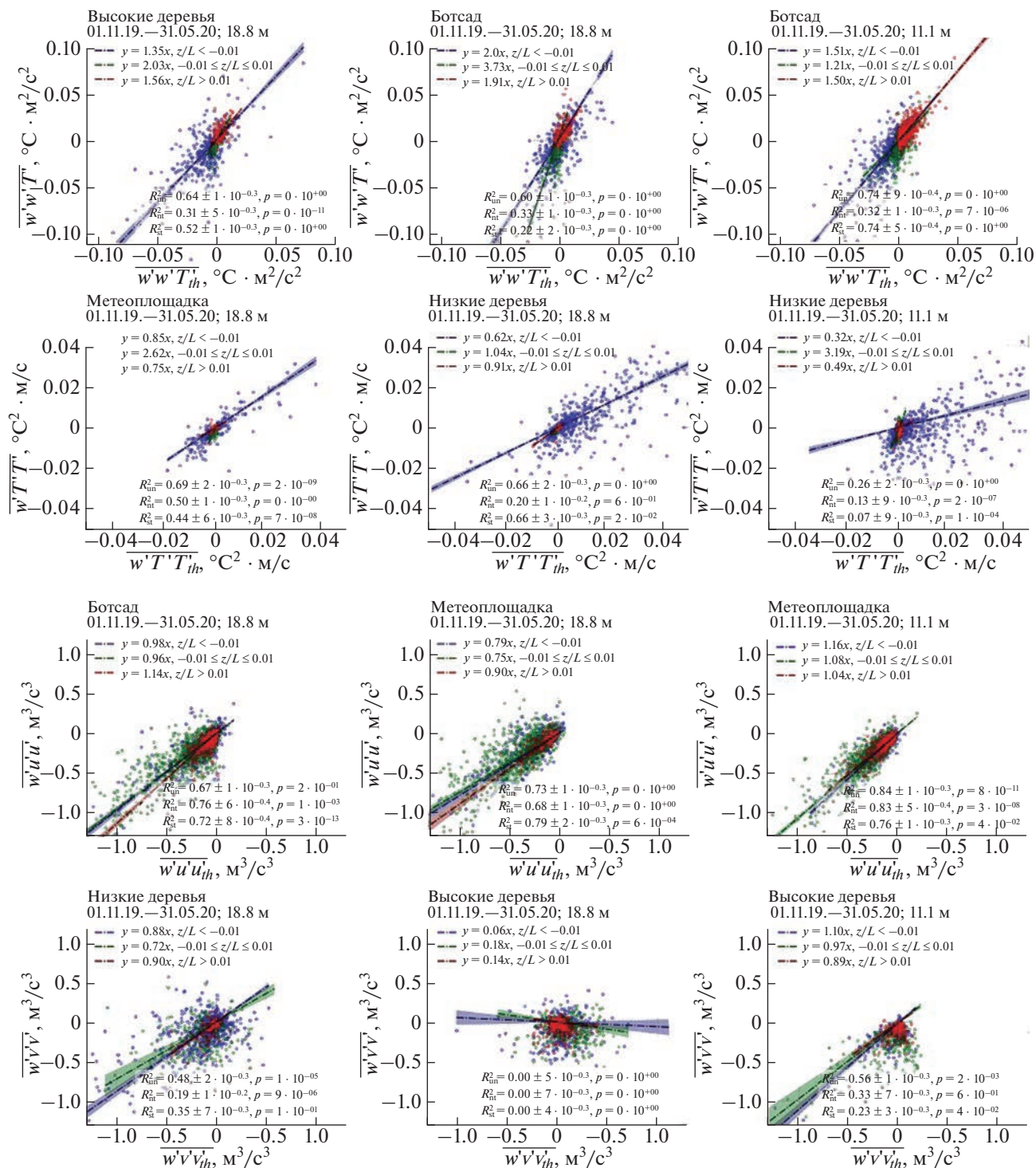


Рис. 3. Распределение измеренных третьих моментов $\overline{w'w'T'}$, $\overline{w'T'T'}$, $\overline{w'u'u'}$, $\overline{w'v'v'}$ относительно теоретических при различной стратификации для секторов направления ветра “Высокие деревья”, “Ботсад”, “Метеоплощадка”, “Низкие деревья”, по данным с 18.8 м (столбец 1, 2) и 11.1 м (столбец 3). Цветные кружки показывают соотношение третьих моментов за каждый двадцатиминутный период осреднения. Цветной заливкой приведены доверительные интервалы. Цвета соответствуют разным условиям стратификации: красный — устойчивая, зеленый — нейтральная, синий — неустойчивая, также стратификация отражена в легенде снизу подстрочными индексами: “st” — устойчивая, “nt” — нейтральная, “un” — неустойчивая, в легенде сверху указаны угловые коэффициенты регрессии (угловые коэффициенты пунктирных прямых), снизу коэффициент детерминации и p значение.

к завышению углового коэффициента регрессии ($C > 1$) из-за вытянутости облака точек вдоль оси ординат.

Распределение третьих моментов $\overline{w'u'u'}$ относительно $\overline{w'u'u'_{th}}$ имеет ярко выраженную линейную составляющую и не зависит от условий стратификации. Подавляющее большинство точек лежит в 3 четверти (отрицательные $\overline{w'u'u'}$ и $\overline{w'u'u'_{th}}$), амплитуда разброса точек на порядок выше, чем для третьих моментов $\overline{w'w'T'}$. Для всех условий стратификации характерны высокие коэффициенты детерминации и коэффициенты регрессии близкие к единице. Распределение третьих моментов $\overline{w'v'v'}$ относительно $\overline{w'v'v'_{th}}$, напротив, плохо описывается линейной регрессией. Амплитуда разброса значений $\overline{w'v'v'}$ и $\overline{w'v'v'_{th}}$ для всех условий стратификации сопоставима с третьими моментами $\overline{w'u'u'}$, однако облако точек для большинства рассматриваемых секторов не имеет выраженного тренда в распределении и квазиравномерно распределено вокруг 0. На низкую описательную способность линейной модели для данного типа распределений также указывают низкие коэффициенты детерминации при всех условиях стратификации. Исключение составляет сектор “Высокие деревья” на 11.1 м, там наблюдается наличие слабовыраженного линейного тренда в распределении третьих моментов $\overline{w'v'v'}$.

Полученные в ходе регрессионного анализа угловые коэффициенты (C) и коэффициенты детерминации (R^2) представлены на рисунках 4 (18.8 м) и 5 (11.1 м). Гипотезы (1–2, 4) были проверены по данным с двух высотных уровней на подвыборках из 6 секторов (табл. 1) и по всем направлениям сразу, а также для трех условий стратификации, таким образом для третьих моментов $\overline{w'w'T'}$, $\overline{w'T'T'}$, $\overline{w'u'u'}$ и $\overline{w'v'v'}$ было получено в общей сложности 168 оценок C и R^2 , каждая из которых основана на ряде данных от 310 до 5519 значений. Гипотезы (1–2, 4) считались подтвержденными, если значение коэффициента C или часть его доверительного интервала лежит в диапазоне от 0.5 до 2. На основе полученных оценок для третьих моментов $\overline{w'w'T'}$ и $\overline{w'T'T'}$ была выявлена существенная зависимость распределения значений C и R^2 от стратификации. Так в 79% случаев значения C при нейтральной стратификации оказывались выше, чем значения C в условиях устойчивой или неустойчивой стратификации, при этом 50% завышенных относительно других случаев стратификации значений C лежали выше верхней границы принятия гипотезы (1–2).

Наименьшие значения коэффициента детерминации также характерны для условий нейтральной стратификации в 68% случаев $R^2 < 0.3$, но и в целом третьи моменты $\overline{w'w'T'}$ и $\overline{w'T'T'}$ характеризуются низкими значениями R^2 вне зависимости от условий стратификации, только 29% значений коэффициентов детерминации больше 0.5. При неустойчивой и устойчивой стратификации для $\overline{w'w'T'}$ 86% коэффициентов C имеют значение больше 1, из них 88% в диапазоне от 1 до 2, а для $\overline{w'T'T'}$ 86% значений C меньше 1, из них 88% в диапазоне от 0.5 до 1. При условиях неустойчивой стратификации гипотезы (1–2) были подтверждены в 100% случаев на 18.8 м и в 71% случаев на 11.1 м, при этом R^2 для неустойчивой стратификации наиболее высокий среди других условий стратификаций в 75% случаев, что является наилучшим показателем среди различных условий стратификации для третьих моментов $\overline{w'w'T'}$ и $\overline{w'T'T'}$. Это объясняется более благоприятными условиями формирования вихревых структур в неустойчиво стратифицированном пограничном слое при прочих равных условиях и согласуется, таким образом, с гипотезой Зилитинкевича.

Коэффициенты C и R^2 для третьих моментов импульса ($\overline{w'u'u'}$, $\overline{w'v'v'}$) в рамках одного сектора практически не отличаются, из чего следует, что на выполнение гипотезы (4) условия стратификации погранслоя влияют незначительно. Гипотеза (4) была подтверждена для $\overline{w'u'u'}$ в 86% случаев (все сектора кроме “Мичуринской аллеи”) на 18.8 м и в 100% случаев на 11.1 м со средним коэффициентом детерминации больше 0.6 (за исключением сектора “Мичуринская аллея” на 18.8 м). Для третьих моментов $\overline{w'v'v'}$ в большинстве случаев гипотеза (4) не подтвердилась, только 38% коэффициентов C легли в диапазон от 0.5 до 2, при этом R^2 не превышает 0.2 на 18.8 м и 0.3 на 11.1 м в 74% случаев. Значительная разница в полученных для $\overline{w'u'u'}$ и $\overline{w'v'v'}$ коэффициентах детерминации и линейной регрессии является следствием различия в распределениях этих третьих моментов (рис. 3), на что в свою очередь влияет направление преобладающего ветра в районе измерений (рис. 2). Так ось u акустических анемометров направлена по направлению преобладающих потоков (юго-запад), в то время как ось v перпендикулярна им (юго-восток) (рис. 1). Таким образом при ветре из секторов “Метеоплощадка”, “Здание обсерватории” и “Высокие деревья” v компонента скорости ветра практически отсутствует, ветер из секторов “Ботсад” и “Низкие деревья”

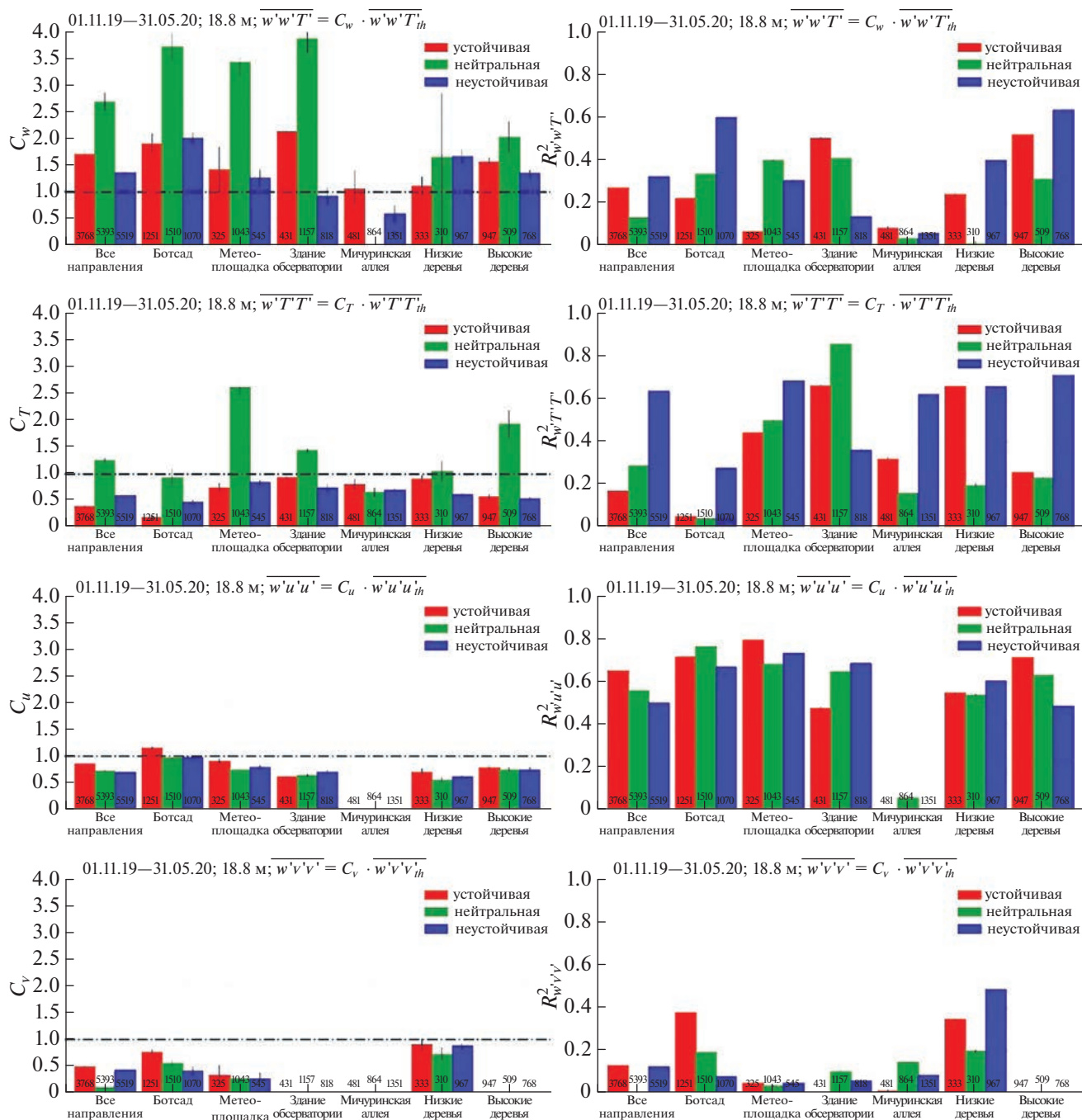


Рис. 4. Угловые коэффициенты (слева) и коэффициенты детерминации (справа) для третьих моментов $w'w'T'$, $w'T'T'$, $w'u'u'$, $w'v'v'$ по данным измерений с 01.11.19 по 31.05.20 на высоте 18.8 м для разных направлений ветра (названия секторов приведены в подписях столбцов). Значения в нижней части столбцов показывают число случаев с данной стратификацией в данном секторе. Черная пунктирная линия показывает теоретическое значение углового коэффициента регрессии для соотношения третьих моментов (приведено в названии для каждого набора столбчатых диаграмм). Вертикальными черными прямыми показаны доверительные интервалы для полученных значений коэффициентов. Цвета соответствуют разным условиям стратификации: красный – устойчивая, зеленый – нейтральная, синий – неустойчивая, также стратификация отражена в легенде.

содержит в равной степени обе компоненты, а в ветре из сектора “Мичуринская аллея” компонента v преобладает. Таким образом ожидается, что гипотеза (4) для $w'u'u'$ будет плохо работать в

секторе “Мичуринская аллея”, а также в секторах “Метеоплощадка”, “Здание обсерватории” и “Высокие деревья” для $w'v'v'$. Однако данное рассуждение в полной мере не объясняет, почему

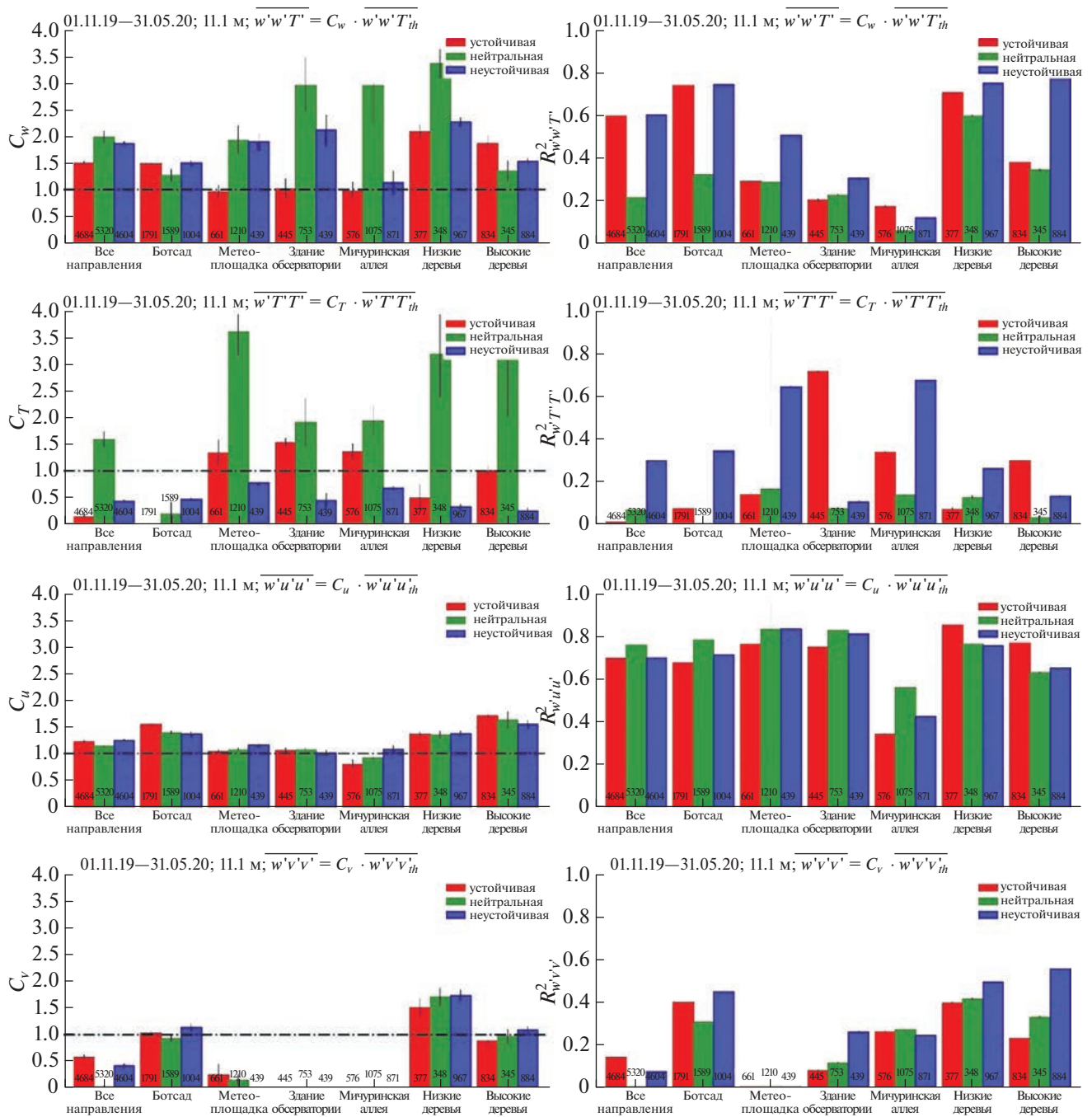


Рис. 5. Угловые коэффициенты (слева) и коэффициенты детерминации (справа) для третьих моментов $w'w'T'$, $w'T'T'$, $w'u'u'$, $w'v'v'$ по данным измерений с 01.11.19 по 31.05.20 на высоте 11.1 м для разных направлений ветра (названия секторов приведены в подписях столбцов). Значения в нижней части столбцов показывают число случаев с данной стратификацией в данном секторе. Черная пунктирная линия показывает теоретическое значение углового коэффициента регрессии для соотношения третьих моментов (приведено в названии набора столбчатых диаграмм). Вертикальными черными прямыми показаны доверительные интервалы для полученных значений коэффициентов. Цвета соответствуют разным условиям стратификации: красный – устойчивая, зеленый – нейтральная, синий – неустойчивая, также стратификация отражена в легенде.

$w'v'v'$ плохо описывается гипотезой (4) в секторе “Мичуринская аллея”, а $w'u'u'$ плохо описывается на 18.8 м и хорошо на 11.1 м в этом же секторе.

Таким образом гипотеза (1) была оправдана для $w'w'T'$ в 76% случаев, гипотезы (2) для $w'T'T'$ в 71% случаев, гипотезы (4) для $w'u'u'$ в 93% слу-

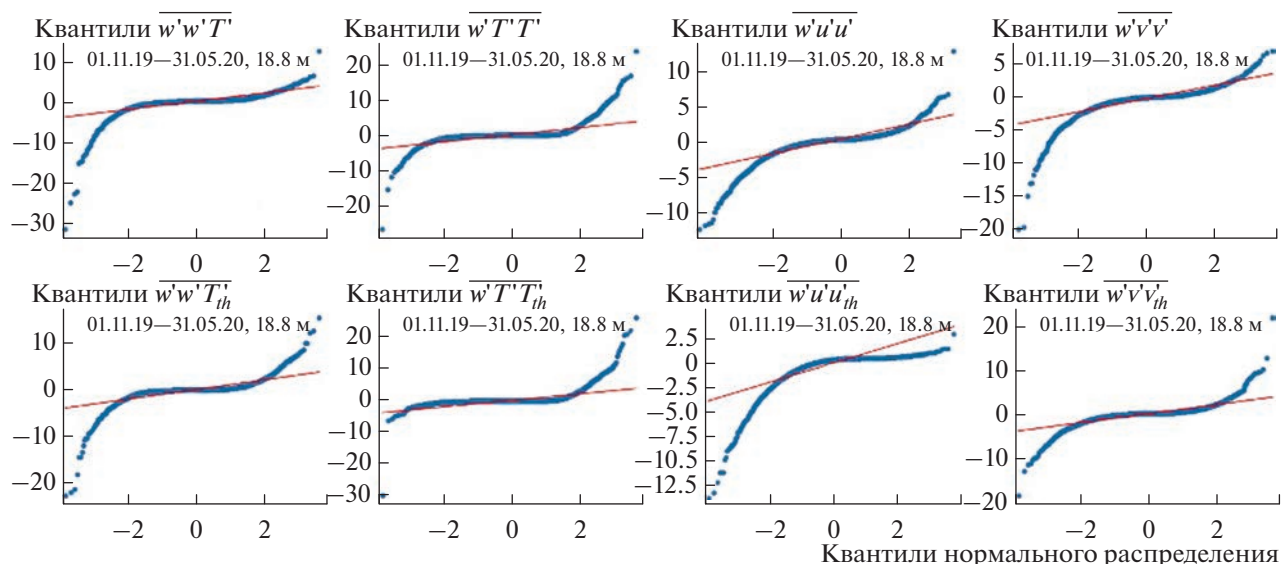


Рис. 6. Графики стандартизированных квантилей измеренных (верхний ряд) и теоретических (нижний ряд) третьих моментов $\overline{w'w'T'}$, $\overline{w'T'T'}$, $\overline{w'u'u'}$, $\overline{w'v'v'}$ по полной выборке данных с 18.8 м и квантилей стандартного нормального распределения. Красная прямая описывается уравнением $y = x$ и показывает абсолютное совпадение распределения изучаемой величины с нормальным распределением. Синяя кривая показывает действительное соотношение распределения третьих моментов и нормального распределения.

чаев, гипотезы (4) для $\overline{w'v'v'}$ в 38% случаев. В общей сложности гипотезы (1–2, 4) для тестируемых третьих моментов были подтверждены в 70% случаев (80% за исключением $\overline{w'v'v'}$).

Отметим, что используемые статистические методы для оценки достоверности нулевой гипотезы (критерий Стьюдента, оценка доверительных интервалов) в большинстве случаев опровергли строгую формулировку гипотезы (1,2, 4) о равенстве измеренных и теоретических третьих моментов, которую можно интерпретировать как “ $C = 1$ ”. Однако стоит учесть, что эти методы проверки соответствия гипотезе имеющейся выборки основаны на предположении нормальности распределения соответствующей случайной величины. В качестве иллюстрации того, что распределение измеренных и теоретических третьих моментов не соответствует нормальному, на рис. 6 представлены Q-Q графики (графики квантилей), которые показывают соотношение квантилей нормального распределения и квантилей распределения третьих моментов, построенных по полной выборке за весь период измерений.

Анализ Q-Q графиков показал, что эмпирическое распределение третьих моментов как измеренных, так и теоретических имеет хвосты в разы, а в отдельных случаях на порядок тяжелее, чем у нормального распределения. Это выражается в значительном отклонении синей линии, показывающей соотношения квантилей нормального распределения и распределения третьих момен-

тов, от красной прямой, указывающей соотношение квантилей при условии нормального распределения третьих моментов (рис. 6). Наибольшие отклонения наблюдаются в областях “крайних” квантилей, другими словами, распределение третьих моментов подразумевает значительно большее количество пиковых значений, чем нормальное, а значит, строго говоря, не может быть описано нормальным распределением. Это ставит под сомнение возможность применения в рамках изучения третьих моментов стандартных статистических тестов, предполагающих нормальность распределения тестируемой выборки.

Для того, чтобы получить статистическое распределение коэффициентов регрессии и детерминации, не опираясь на предположение о нормальности, в работе был использован бутстрап-метод [Lahiri, 1999]. В основе этого метода лежит принцип, согласно которому из общего объема доступных данных случайным образом большое количество раз (в нашем случае 10000) берется малая подвыборка (10% значений), по которой вычисляются исследуемые величины, в нашем случае угловой коэффициент регрессии и детерминации, полученное множество значений преобразуется в функцию плотности вероятности изучаемых характеристик. На рис. 7 и 8 показаны результаты применения бутстрап-метода для получения плотностей вероятности коэффициентов C и R^2 , рассчитанных из соотношения измерен-

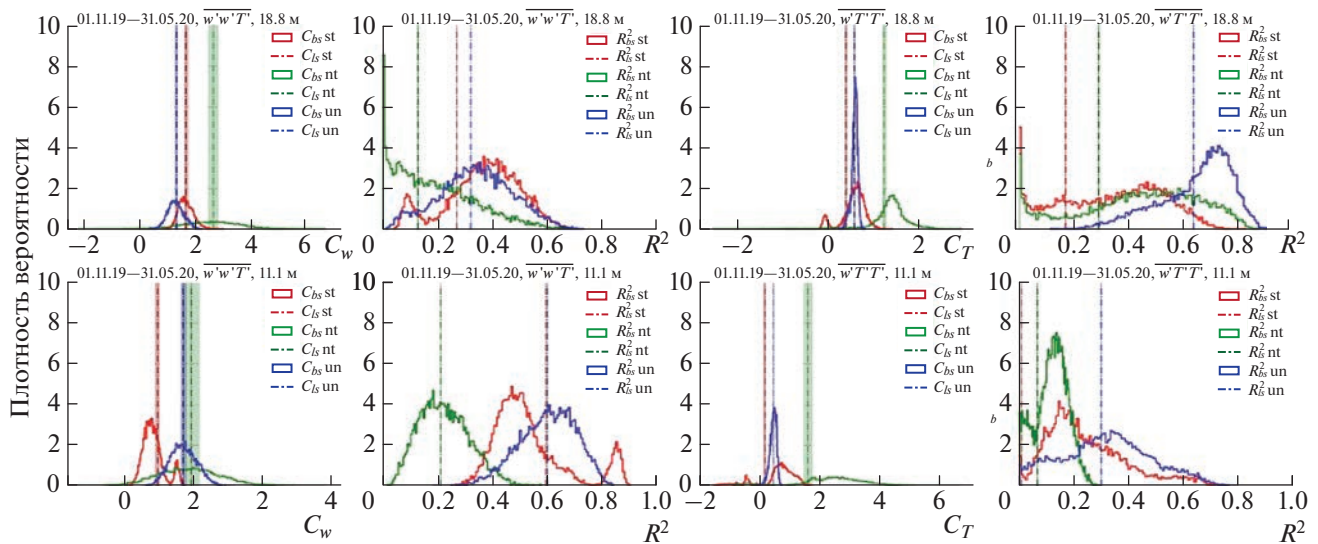


Рис. 7. Плотности распределения угловых коэффициентов регрессии (столбцы 1, 3) и коэффициентов детерминации (столбцы 2, 4), полученные бутстрап-методом (цветные линии, в легенде подстрочный индекс “bs”), и значения угловых коэффициентов регрессии и коэффициентов детерминации (цветные пунктирные прямые) с доверительными интервалами (цветная заливка), полученные по полной выборке (с 01.09.19 по 31.05.20) стандартным методом (в легенде подстрочный индекс “ls”), для третьих моментов $\overline{w'w'T'}$ (столбцы 1, 2), $\overline{w'T'T'}$ (столбцы 3, 4), на высоте 18.8 м (верхний ряд) и 11.1 м (нижний ряд). Цвета соответствуют разным условиям стратификации: красный — устойчивая, зеленый — нейтральная, синий — неустойчивая, также стратификация отражена в легенде подстрочными индексами: “st” — устойчивая, “nt” — нейтральная, “un” — неустойчивая.

ных и теоретических третьих моментов по данным с 11.1 и 18.8 м.

Полученные при стандартном расчете значения изучаемых коэффициентов не всегда совпадают с наиболее вероятным значением, полученным бутстрап-методом, и являются математическим ожиданием коэффициента. Таким образом, если распределение асимметрично и имеет “тяжелый хвост” в распределении, оценка искомой характеристики, полученная стандартным методом по полной выборке, значительно смещается от наиболее вероятного значения. На рис. 7 видно, что в условиях нейтральной стратификации для третьих моментов $\overline{w'w'T'}$ и $\overline{w'T'T'}$ распределение углового коэффициента регрессии практически не имеет пика и в среднем квазиравномерно распределено в диапазоне от -1 до 4 , при этом распределение R^2 для соотношения этих же моментов при нейтральной стратификации имеет пик в диапазоне от 0 до 0.3 , это свидетельствует о высокой степени ненадежности полученных с помощью линейной аппроксимации коэффициентов C , что можно интерпретировать в терминах гипотезы Зилитинкевича, как отсутствие крупных когерентных структур в условиях нейтрально стратифицированного погранслоя. Напротив, в условиях неустойчивой стратификации для третьих моментов $\overline{w'w'T'}$ и $\overline{w'T'T'}$ наблюдаются четко выраженные пики в распределении угловых

коэффициентов (в особенности у $\overline{w'T'T'}$), лежащих в диапазонах от 0 до 2 , что говорит о статистической значимости полученных оценок коэффициента C . Максимумы плотностей вероятности R^2 при неустойчивой стратификации смещены в сторону больших значений коэффициентов детерминации относительно других типов стратификации, что в совокупности подтверждает сделанный ранее вывод, что соотношение (1) и (2) лучше всего выполняются в условиях неустойчивой стратификации.

Распределения коэффициентов регрессии и детерминации для третьих моментов $\overline{w'u'u'}$ и $\overline{w'v'v'}$ коренным образом отличаются друг от друга (рис. 7). Так угловые коэффициенты регрессии $\overline{w'u'u'}$ для всех типов стратификации имеют крайне высокую вероятностную плотность, все значения распределены в диапазоне от 0.4 до 1.1 на 18.8 м и от 1 до 1.5 на 11.1 м с четко выраженными симметричными пиками, средние коэффициенты детерминации $\overline{w'u'u'}$ для всех типов стратификации больше 0.5 , для уровня 11.1 м более 90% значений R^2 лежат в диапазоне от 0.6 до 0.8 , что позволяет с высокой степенью статистической достоверности говорить о действительности соотношения (4) в отношении третьих моментов вида $\overline{w'u'u'}$. Противоположная ситуация наблю-

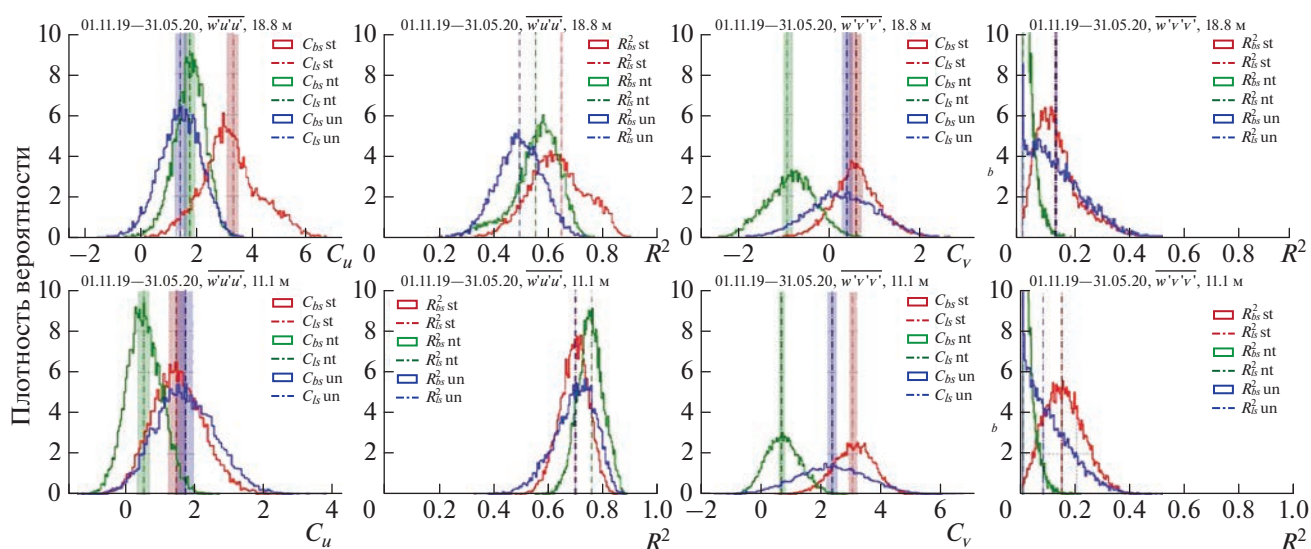


Рис. 8. Плотности распределения угловых коэффициентов регрессии (столбцы 1, 3) и коэффициентов детерминации (столбцы 2, 4), полученные бутстрап-методом (цветные линии, в легенде подстрочный индекс “bs”), и значения угловых коэффициентов регрессии и коэффициентов детерминации (цветные пунктирные прямые) с доверительными интервалами (цветная заливка), полученные по полной выборке (с 01.09.19 по 31.05.20) стандартным методом (в легенде подстрочный индекс “ls”), для третьих моментов $\overline{w'u'u'}$ (столбцы 1, 2), $\overline{w'v'v'}$ (столбцы 3, 4), на высоте 18.8 м (верхний ряд) и 11.1 м (нижний ряд). Цвета соответствуют разным условиям стратификации: красный — устойчивая, зеленый — нейтральная, синий — неустойчивая, также стратификация отражена в легенде подстрочными индексами: “st” — устойчивая, “nt” — нейтральная, “un” — неустойчивая.

дается для третьих моментов $\overline{w'v'v'}$, распределения коэффициентов регрессии не имеют выраженного пика, и, хотя средние значения для случаев неустойчивой и устойчивой стратификации лежат на нижней границе соответствия тестируемой гипотезы, более 50% всех значений C меньше 0.5. При этом 99% значений коэффициентов детерминации для всех условий стратификации меньше 0.4 с пиками в распределении меньше 0.2, что подтверждает крайне низкую скоррелированность третьих моментов $\overline{w'v'v'}$ и отсутствие выраженного линейного тренда в их распределении, что также продемонстрировано на рис. 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проделанной работы впервые на длинном временном ряде данных (с 01.11.2019 по 31.05.2020) подтверждена алгебраическая зависимость моментов разных порядков, предполагающая наличие организованных турбулентных структур, в условиях различной стратификации над поверхностью сложной геометрической формы. Кроме того, впервые справедливость в статистическом смысле гипотезы Зилитинкевича была продемонстрирована для третьих моментов компонент скорости.

В работе было продемонстрировано, что статистическое распределение третьих моментов не

соответствует нормальному распределению, так что стандартные методы оценки достоверности гипотез относительно этих моментов (тест Стьюдента и оценка доверительных интервалов) недостаточно обоснованы. Использование бутстрап-метода позволяет получить более детальную статистическую информацию о параметрах диагностической связи турбулентных моментов разных порядков и учесть особенности эмпирического распределения изучаемых характеристик. Анализ полученных бутстрап-методом функций плотности вероятности коэффициентов линейной регрессии и детерминации подтвердил выводы, сделанные на основе регрессионного анализа.

Установлено, что диагностическая связь третьих со вторыми моментами по гипотезе Зилитинкевича и соавт. (Zilitinkevich et al., 1999; Abdella and McFarlane, 1997) для температуры ($\overline{w'w'T'}$, $\overline{w'T'T'}$) и компонент импульса ($\overline{w'u'u'}$, $\overline{w'v'v'}$) выполняется над городской поверхностью в 70% случаев со значениями безразмерной константы от 0.5 до 2 (в 80% без учета $\overline{w'v'v'}$). Статистическая значимость и параметры диагностических формул для третьих моментов $\overline{w'w'T'}$, $\overline{w'T'T'}$ зависят от условий стратификации, а $\overline{w'u'u'}$, $\overline{w'v'v'}$ от направления преобладающего ветра, зависимости от характера подстилающей поверхности

установлено не было. Наиболее точно обсуждаемая гипотеза описывает соотношение третьих и вторых моментов для $\overline{w'u'u'}$, это соотношение наблюдается в 93% случаев при среднем $R^2 > 0.6$ (за исключением сектора ориентированного перпендикулярно u компоненте скорости ветра), в то время как $\overline{w'v'v'}$ слабо описывается моделью линейной регрессии с единичным угловым коэффициентом. Для третьих моментов $\overline{w'w'T'}$, $\overline{w'T'T'}$ при нейтральной стратификации в случаях 78% была отмечена тенденция к завышению коэффициента C относительно других условий стратификации. В условиях устойчивой и неустойчивой стратификации значения коэффициента C для $\overline{w'w'T'}$ чаще всего лежат в диапазоне от 1 до 2, для $\overline{w'T'T'}$ — в диапазоне от 0.5 до 1. Для $\overline{w'w'T'}$, $\overline{w'T'T'}$ наиболее строго изучаемое соотношение выполняется в условиях неустойчивой стратификации.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа частично поддержана Министерством науки и высшего образования России, соглашения № 075-15-2021-574 (техническая поддержка измерений), № 075-15-2022-284 (анализ результатов статистической обработки данных). Статистическая обработка данных поддержана грантом РНФ 21-17-00249.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Артамонов А.Ю., Варенцов М.И., Гавриков А.В., Пашкин А.Д., Репина И.А., Степаненко В.М. Микрометеорологическая мачта в МО МГУ // Эколого-климатические характеристики атмосферы Москвы в 2018 г. по данным Метеорологической обсерватории МГУ им. М.В. Ломоносова. 2019. С. 157–161.

Барсков К.В., Глазунов А.В., Репина И.А., Степаненко В.М., Лыкосов В.Н., Маммарелла И. О применимости теории подобия для устойчиво-стратифицированного атмосферного пограничного слоя над поверхностями сложной структуры // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54. № 5. С. 544–554.

Монин А.С., Обухов А.М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы // Труды ГЕОФИАН. 1954. № 24(151). С. 163–187.

Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1965, 640 с.

Пашкин А.Д., Репина И.А., Степаненко В.М., Богомолов В.Ю., Смирнов С.В., Тельминов А.Е. Связь статистических характеристик турбулентности с когерентными структурами по результатам пульсационных измерений в городском каньоне // Процессы в геосредах. 2021. № 1(27). С. 1020–1027.

Abdella K., McFarlane N. A new second-order turbulence closure scheme for the planetary boundary layer // J. Atmos. Sci. 1997. V. 54. № 14. P. 1850–1867.

Barskov K., Chechin D., Drozd I., Artamonov A., Pashkin A., Gavrikov A., Stepanenko V., Varentsov M., Repina I. Relationships Between Second and Third Moments in the Surface Layer Under Different Stratification over Grassland and Urban Landscapes // Boundary-Layer Meteorology. 2022. P. 1–28.

Barskov K., Stepanenko V., Repina I., Artamonov A., Gavrikov A. Two regimes of turbulent fluxes above a frozen small lake surrounded by forest // Boundary-Layer Meteorology. 2019. V. 173. № 3. P. 311–320.

Drozd I., Gavrikov A., Stepanenko V. Comparative characteristics of gap filling methods in high-frequency data of micrometeorological measurements // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. IOP Publishing, 2022a. V. 1023. № 1. P. 012009.

Drozd I., Repina I., Gavrikov A., Stepanenko V., Artamonov A., Pashkin A., Varentsov A. Atmospheric turbulence structure above urban nonhomogeneous surface // Russian J. Earth Sci. 2022b. V. 22. № 5. P. 12.

Grachev A.A., Andreas E.L., Fairall C.W., Guest P.S., Persson P.O.G. Similarity theory based on the Dougherty–Ozmidov length scale // Quarterly J. Royal Meteorological Society. 2015. V. 141(690). P. 1845–1856.

Grachev A.A., Leo L.S., Fernando H.J., Fairall C.W., Creggan E., Blomquist B.W., ... Hocut C.M. Air–sea/land interaction in the coastal zone // Boundary-layer meteorology. 2018. V. 167(2). P. 181–210.

Johansson C., Smedman A.-S., Högström U., Brasseur J.G., Khanna S. Critical test of the validity of Monin–Obukhov similarity during convective conditions // J. Atmos. Sci. 2001. V. 58. № 12. P. 1549–1566.

Kadivar M., Tormey D., McGranaghan G. A review on turbulent flow over rough surfaces: Fundamentals and theories // International J. Thermofluids. 2021. V. 10. P. 100077.

Kaimal J.C., Finnigan J.J. Atmospheric boundary layer flows: their structure and measurement. Oxford: Oxford University Press, 1994. 304 p.

Lahiri S.N. Theoretical comparisons of block bootstrap methods // The Annals of Statistics. 1999. V. 27. P. 386–404.

Stiperski I., Calaf M. Generalizing Monin–Obukhov similarity theory (1954) for complex atmospheric turbulence // arXiv preprint arXiv:2206.14592. 2022.

Tong C., Nguyen K.X. Multipoint Monin–Obukhov similarity and its application to turbulence spectra in the convective atmospheric surface layer // J. Atmos. Sci. 2015. V. 72. P. 4337–4348.

Wilson J.D. Monin–Obukhov functions for standard deviations of velocity // Boundary-Layer Meteorol. 2008. V. 129. № 3. P. 353–369.

Wyngaard J.C. Turbulence in the atmosphere. N.Y.: Cambridge University Press, 2010. 393 p.

Zilitinkevich S., Gryanik V., Lykosov V., Mironov D. Third-order transport and nonlocal turbulence closures for convective boundary layers // J. Atmos. Sci. 1999. V. 56. P. 3463–3477.

Zilitinkevich S.S. Third-order transport due to internal waves and non-local turbulence in the stably stratified surface layer // Quarterly J. Royal Meteorological Society. 2002. V. 128(581). P. 913–925.

The Ratio of the Second and Third Turbulent Moments in the Urban Boundary Layer of the Atmosphere on the Example of Data from the Moscow State University Eddy Covariance Tower

I. D. Drozd^{1, 2, 3, *}, A. Yu. Artamonov², K. V. Barskov², A. V. Gavrikov^{2, 4}, A. D. Pashkin²,
I. A. Repina^{2, 3, 5}, and V. M. Stepanenko^{1, 2, 3, 5}

¹*Lomonosov Moscow State University, Faculty of Geography, ul. Leninskie Gory, 1, bild. 1, Moscow, 119234 Russia*

²*Obukhov Institute of Atmospheric Physics, RAS, Pyzhevsky, 3, Moscow, 119017 Russia*

³*Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, ul. Leninskie Gory, 1, bild. 4, Moscow, 119234 Russia*

⁴*Shirshov Institute of Oceanology, RAS, Nakhimovsky prosp., 36, Moscow, 117218 Russia*

⁵*Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics, ul. Leninskie Gory, 1, bild. 1, Moscow, 119234 Russia*

*e-mail: drozdil.msu@gmail.com

This work is devoted to testing the hypothesis about the presence of a diagnostic connection between the second and third moments of the hydrodynamic quantities c_1 and c_2 in the atmospheric boundary layer above a geometrically complex surface: $\overline{w' c_1' c_2'} = C S_{c_1} \sigma_{c_1} \overline{w' c_2'}$. To test this ratio, a seven-month series of high-frequency measurements on an eddy covariance tower installed at the Meteorological Observatory of Lomonosov Moscow State University was used. Based on the statistical distribution of the third moments, the optimal methods for analyzing the reliability of the dependence under study were determined. For the first time on a large series of data, a statistically valid assessment of the validity of the tested hypothesis was obtained in the conditions of the urban underlying surface. The influence of stratification conditions and the nature of the underlying surface in the area of flux formation on the fulfillment of ratio second and third moments is studied. It is established that for the third moments $\overline{w' w' T'}$, $\overline{w' T' T'}$, $\overline{w' u' u'}$, and $\overline{w' v' v'}$ relation second and third moments is valid in 80% of cases.

Keywords: atmospheric boundary layer, urban surface, eddy covariance method, turbulent fluxes, third moments