

УДК 551.524

ИССЛЕДОВАНИЕ МУЛЬТИФРАКТРАЛЬНОСТИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ДАННЫМ МЕТЕОСТАНЦИИ ЦУГШПИТЦЕ

© 2024 г. С. А. Рябова*

*Институт динамики геосфер имени академика М.А. Садовского РАН,
Ленинский просп., 38, к. 1, Москва, 119334 Россия*

**e-mail: riabovasa@mail.ru*

Поступила в редакцию 03.03.2023 г.

После доработки 23.09.2023 г.

Принята к публикации 15.11.2023 г.

Проанализированы основные мультифрактальные свойства временных рядов средней, максимальной и минимальной суточной температуры с использованием метода мультифрактального флуктуационного анализа. В качестве исходных данных привлекались результаты инструментальных наблюдений за приземной температурой воздуха, выполненных на метеостанции Цугшпитце в период с 1 августа 1900 г. по 31 января 2023 г. В целом вариации средней, максимальной и минимальной суточной температуры демонстрируют мультифрактальное поведение, особенно для малых временных масштабов примерно до 90 сут. В ходе анализа обобщенного показателя Херста установлено, что рассматриваемые временные ряды имеют долгосрочную положительную корреляцию и что мультифрактальность слабее при больших флуктуациях. Спектр сингулярности для всех временных рядов усечен влево, что означает, что временные ряды имеют мультифрактальную структуру, нечувствительную к локальным флуктуациям больших величин.

Ключевые слова: приземная температура воздуха, вариации, мультифрактальность, показатель Херста, спектр сингулярности

DOI: 10.31857/S0002351524010038

ВВЕДЕНИЕ

Климат представляет собой сложный динамический комплекс различных атмосферных факторов, характеризующийся множественными взаимодействиями между различными его компонентами и нелинейным поведением [Rind, 1999]. Вариации метеорологических параметров характеризуются случайными колебаниями в разных временных и пространственных масштабах, возникающими под воздействием сложных природных процессов, которые невозможно полностью проанализировать, используя только линейные статистические или физические методы [Rial et al., 2004; Maslin, Austin, 2012]. Таким образом, такая сложная система, как климат, должна быть дополнительно проанализирована с привлечением развивающихся сейчас методов анализа динамики нелинейных систем [Аптуков, Митин, 2019; Govindan et al., 2002; Balasis et al., 2013]. Можно ожидать, что полученные в ходе

таких исследований результаты улучшат наше понимание влияния природных и техногенных процессов на формирование климата, а также станут основой для разработки новых климатических моделей и совершенствования моделей предыдущего поколения [Knutti et al., 2010].

Имеющиеся на сегодняшний день исследования продемонстрировали, что как в глобальных, так и в региональных климатических моделях возникают погрешности и неопределенности (в зависимости от временного и пространственного масштаба) при моделировании среднего количества осадков и приземной температуры воздуха (далее по тексту – температура), которые являются переменными, наиболее часто используемыми для климатических исследований [Jaiswal et al., 2015]. С целью уменьшения неопределенности, возникающей при моделировании климатических изменений, необходимо продолжать изучение исторических и текущих климатических условий с помощью всесторон-

Статья подготовлена на основе устного доклада, представленного на IV Всероссийской конференции с международным участием “Турбулентность, динамика атмосферы и климата”, посвященной памяти академика А.М. Обухова (Москва, 22–24 ноября 2022 г.).

него анализа данных о соответствующих климатических параметрах (в частности, данные о температуре).

Развитие компьютерных технологий и методов анализа динамики нелинейных систем позволяет наряду с расчетом базовых статистических характеристик метеорологических показателей вычислять параметры, которые отражают неочевидные, глубинные свойства метеорологических процессов (например, свойства самоподобности и сложного скейлинга) [Tuck, Novde, 1999; Kiraly, Janosi, 2005; Donges et al., 2009; Laib et al., 2018; Xavier et al., 2019]. Одним из таких методов исследований, получившим в последнее время широкое развитие в самых разнообразных областях науки, является мультифрактальный анализ [Тараненко, 2019; Barnsley, 1993; Liu et al., 1997; Gierałowski et al., 2018].

Что касается метеорологии и климатологии, то здесь мультифрактальные методы в основном привлекались при анализе данных об осадках, причем исследования варьировались от простых эмпирических исследований скейлингового поведения [Svensson et al., 1996; Sivakumar, 2000; Kantelhardt et al., 2006; Yuan et al., 2013] до выделения однородных областей осадков [Garcia-Marin et al., 2015] и анализа качества моделей осадков [Garcia-Marin et al., 2008]. Здесь следует отметить, что исследований, посвященных анализу мультифрактальности временных вариаций температуры, значительно меньше [Burgueno et al., 2014; Jiang et al., 2016; Kalamaras et al., 2017, 2019].

Климат горных районов уникален и сильно отличается от климата прилегающих равнин. Для гор характерны пониженные температуры и атмосферное давление, повышенная интенсивность солнечной радиации, образование специфических ветров и абсолютная влажность воздуха.

Цель настоящей работы заключалась в изучении временных особенностей температуры в горных районах на примере обработки и анализа данных продолжительного мониторинга температуры на высокогорной метеостанции Цугшпитце.

ХАРАКТЕРИСТИКА МЕСТА НАБЛЮДЕНИЙ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Цугшпитце – самая высокая гора на территории Германии. Цугшпитце входит в состав хребта Веттерштайн (является частью Северных Известняковых Альп). Она находится в 11 км

от немецкого города Гармиш-Партенкирхен и в 6 км от австрийского поселка Эрвальд, по ее вершине проходит государственная граница между Германией (Бавария) и Австрией (Тироль). Гора Цугшпитце состоит из трех пиков: восточного, среднего и западного – самого высокого. Точная высота горы составляет 2962 м над уровнем моря.

Южнее горы находится Цугшпитцплатт – высокогорное карстовое плато, пронизанное множеством пещер и впадин, возникших в ходе процессов химического выветривания. По склонам горы спускаются три ледника: два самых больших в Германии (Северный Шнефернер и Хелленталфернер) и относительно небольшой Южный Шнефернер (по последним данным ледник практически растаял, а площадь остальных значительно уменьшилась [<https://phys.org/news/2022-09-germany-glaciers-scalding-summer.html>]).

Несмотря на то, что гора Цугшпитце располагается на территории умеренного пояса, для ее вершины характерен тундровый климат с большим количеством осадков и довольно высокими температурами. Цугшпитце является местом встречи западных и южных ветров. Расположенная в северной части Альп гора Цугшпитце представляет собой первое высокое орографическое препятствие для западных ветров в Альпах, на котором скапливаются влажные воздушные массы и выпадают обильные осадки (на склоны Цугшпитце ежегодно выпадает до 2000 мм осадков). Дующие с юга на север ветры несут на Цугшпитце теплый сухой воздух, благодаря которому температуры на склонах массива не опускаются до очень низких и могут приводить к необычно высоким температурам зимой. Период воздействия южных ветров на регион горы Цугшпитце невелик и составляет порядка 60 сут в году. В целом на горе Цугшпитце преобладают морозные дни (период с отрицательными температурами длится в среднем 310 сут в году).

В настоящей работе использовались данные инструментальных наблюдений за вариациями температуры на метеостанции, расположенной на высоте 2574 м на горе Цугшпитце. Географические координаты: 47°25'00" с.ш., 10°58'59" в.д. Эта высокогорная метеостанция была открыта в 1900 г. и выполняет регистрацию температуры до настоящего момента. В работе рассматривались среднесуточные данные за период с 1 августа 1900 г. по 31 января 2023 г. Следует отметить,

что в данных имеется единственный пропуск с 1 мая по 14 августа 1945 г.

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ДАННЫХ

При проведении настоящих исследований первичная обработка временного ряда вариаций температуры на метеостанции Цугшпитце сводилась к редакции данных, выявлению выбросов с применением критерия на основе диаграммы “ящик с усами” (или “коробчатая диаграмма”) [Тьюки, 1982; Hoaglin et al., 1983] и критерия Титьена–Мура [Tietjen et al., 1973], восстановлению пропусков методом линейной интерполяции и методом с использованием вейвлет-преобразования [Сидак, 2019]. Подробно методы первичной обработки данных, используемые в настоящей работе, описаны в монографии [Адушкин и др., 2021]. В результате обработки были сформированы банки данных, которые содержали временные ряды минимальной, максимальной и средней температуры с дискретизацией 1 сут.

При исследовании мультифрактальной структуры временных рядов использовался метод мультифрактального флуктуационного анализа [Kantelhardt et al., 2002].

В этом случае для исходного ряда данных $x(t)$

строится кумулятивный ряд $y(t) = \sum_{i=1}^t x(i)$ кото-

рый разбивается на N сегментов длиной s . Для каждого сегмента $y(t)$ вычисляется флуктуационная функция:

$$F(s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (y(t) - Y_m(t))^2, \quad (1)$$

где $Y_m(t)$ – локальный m -полиномиальный тренд в пределах данного сегмента. Функция $F(s)$ усредняется по всему ряду $y(t)$. Такие вычисления повторяются для различных размеров сегментов, чтобы получить зависимость $F(s)$ в широком диапазоне значений параметра s .

При проведении мультифрактального флуктуационного анализа исследуется зависимость флуктуационной функции $F_q(s)$ от параметра q :

$$F(s) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [F^2(s)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}}, \quad (2)$$

полученная возведением выражения (1) в степень q и последующим усреднением по всем сег-

ментам. Изменяя временную шкалу s при фиксированном показателе q , находим зависимость $F_q(s)$, представляя ее в двойных логарифмических координатах. Если исследуемый ряд сводится к мультифрактальному множеству, проявляющему долгосрочные зависимости, то флуктуационная функция $F_q(s)$ представляется степенной зависимостью:

$$F_q(s) \propto S^{h(q)}, \quad (3)$$

с функцией обобщенного показателя Херста $h(q)$.

Для рядов данных, которые отвечают монофрактальному множеству, флуктуационная функция $F_q(s)$ одинакова для всех сегментов, и обобщенный показатель Херста $h(q) = H$ не зависит от параметра q . Параметр H ($0 < H < 1$), называемый показателем Херста, представляет собой степень самоподобия.

Для мультифрактальных рядов $h(q)$ является нелинейной функцией: при положительных q основной вклад в функцию $F_q(s)$ дают сегменты, проявляющие большие отклонения $F^2(s)$, а при отрицательных q доминируют сегменты с малыми дисперсиями $F^2(s)$. Таким образом, при отрицательных значениях q обобщенный показатель Херста $h(q)$ описывает сегменты, проявляющие малые флуктуации, а при положительных – большие.

Стандартное представление скейлинговых свойств предполагает переход от обобщенного показателя Херста $h(q)$ к массовому показателю $\tau(q)$:

$$\tau(q) = qh(q) - 1, \quad (4)$$

и спектру сингулярности $f(\alpha)$, где α – показатель Гельдера. Из свойств преобразования Лежандра:

$$\begin{cases} \alpha = d\tau / dq \\ f(\alpha) = q\alpha - \tau(q). \end{cases}$$

Типичным графическим представлением функции $f(\alpha)$ является “перевернутая парабола”. Интегральную оценку спектра сингулярности дают два его параметра, которые определяют положение максимума и ширину спектра $f(\alpha^*) = \max f(\alpha)$ и $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Анализ средней суточной температуры, зарегистрированной на метеостанции Цугшпитце, показал, что самая низкая средняя суточная температура (-33.1°C) наблюдалась 13 февраля 1940 г., а самая высокая (13.6°C) – 26 июня 2019 г.

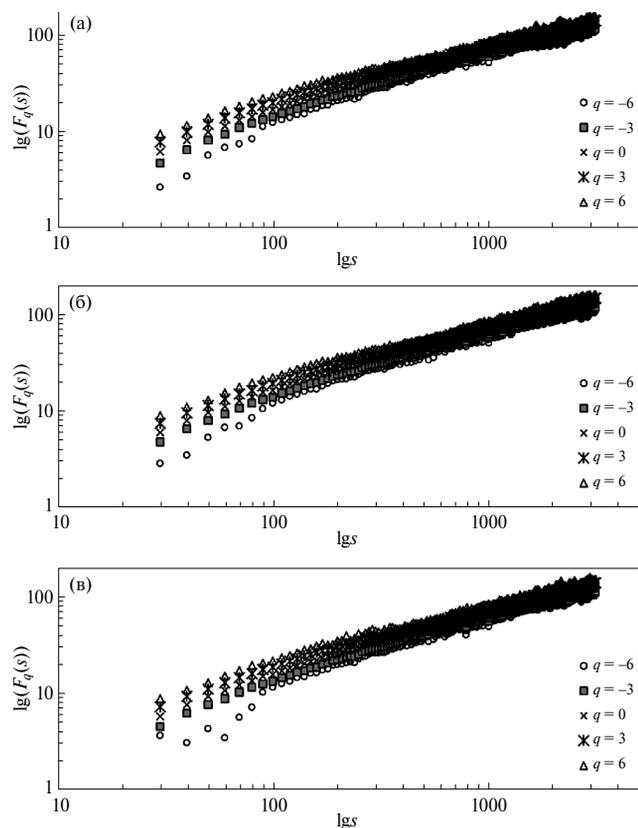


Рис. 1. Зависимость флуктуационной функции $F_q(s)$ для моментов $q = -6, -3, 0, 3, 6$ от s в логарифмическом масштабе для временных рядов минимальной (а), максимальной (б) и средней температуры (в).

Временные ряды суточной температуры демонстрируют периодические вариации, которые связаны с годовым сезонным циклом, при этом самыми теплыми месяцами являются июль и август (2.5°C), а самым холодным – февраль (-11.3°C).

Известно, что в целом периодические тренды оказывают влияние на нелинейные свойства временных рядов [Krzyszczak et al., 2017], и поэтому из временных рядов минимальной, максимальной и средней температуры удалялся сезонный цикл перед применением метода мультифрактального флуктуационного анализа. Для удаления сезонной компоненты использовался метод Loess, описанный в работе [Cleveland et al., 2015] и успешно опробованный при исследовании стока в бассейне Хуанхэ [Li et al., 2015], при исследовании температуры воздуха над Грецией [Kalamaras et al., 2017, 2019].

Метод мультифрактального флуктуационного анализа применяется к временным рядам с удаленной из них сезонной и трендовой компонентой. Поскольку линейные тренды исключаются из исходных временных рядов перед использованием метода мультифрактального флуктуаци-

онного анализа, то следует, что при применении мультифрактального анализа в ходе подгонки (с использованием полиномов второго порядка) будут удаляться из профиля тренды второго порядка. Длина сегмента s выбиралась в диапазоне от $10^{1.5}$ до $10^{3.5}$ сут.

Результаты вычислений $F_q(s)$ для различных моментов q в зависимости от s в логарифмическом масштабе для временных рядов минимальной, максимальной и средней температуры представлены на рис. 1. Анализ данных, приведенных на рис. 1, показал, что масштабное поведение $F_q(s)$ (т.е. наклон) для $q \geq 0$ почти одинаково для трех рассматриваемых временных рядов. Этот факт наблюдается и для отрицательных значений q и для $s > 90$ сут, но не для малых временных масштабов ($s < 90$ сут), где наклон $F_q(s)$ увеличивается (для маленьких отрицательных значений q наклон становится больше). Такое поведение показывает наличие большей степени мультифрактальности для малых временных масштабов ($s \leq 90$ сут) и для отрицательных значений q ; во всех остальных случаях мультифрактальность слабее. Согласно работе [Ihlen, 2012] малые сегменты способны различать локальные периоды с большими (положительные q) и малыми флуктуациями (отрицательные q), поскольку малые сегменты встроены в эти периоды. Напротив, большие сегменты пересекают несколько локальных периодов как с малыми, так и с большими флуктуациями и поэтому усредняют их различия по величине. Таким образом, $F_q(s)$ для больших масштабов (большие сегменты s) аналогичны монофрактальным временным рядам.

Обобщенные показатели Херста $h(q)$ для временных рядов минимальной, максимальной и средней температуры в зависимости от момента q приведены на рис. 2. Из данных, представленных на рис. 2, получаем, что для всех рассматриваемых в работе временных рядов наблюдается зависимость $h(q)$ от q . Исходя из того, что для мультифрактальных рядов $h(q)$ является нелинейной функцией, можно сделать вывод о мультифрактальности вариаций минимальной, максимальной и средней температуры. Как видно из рис. 2, $h(q) > 0.5$, то есть рассматриваемые временные ряды, имеют долгосрочную положительную корреляцию, а это означает, что за высоким значением температуры, вероятно, последует другое высокое значение температуры (или, аналогично, за низким значением температуры последует

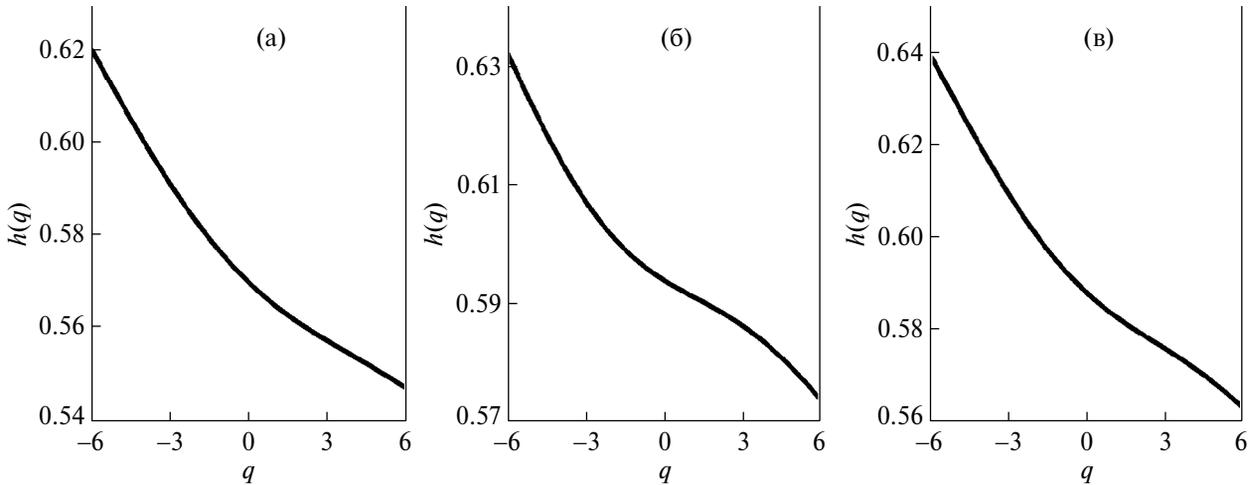


Рис. 2. Зависимость обобщенных показателей Херста $h(q)$ от момента q для временных рядов минимальной (а), максимальной (б) и средней температуры (в).

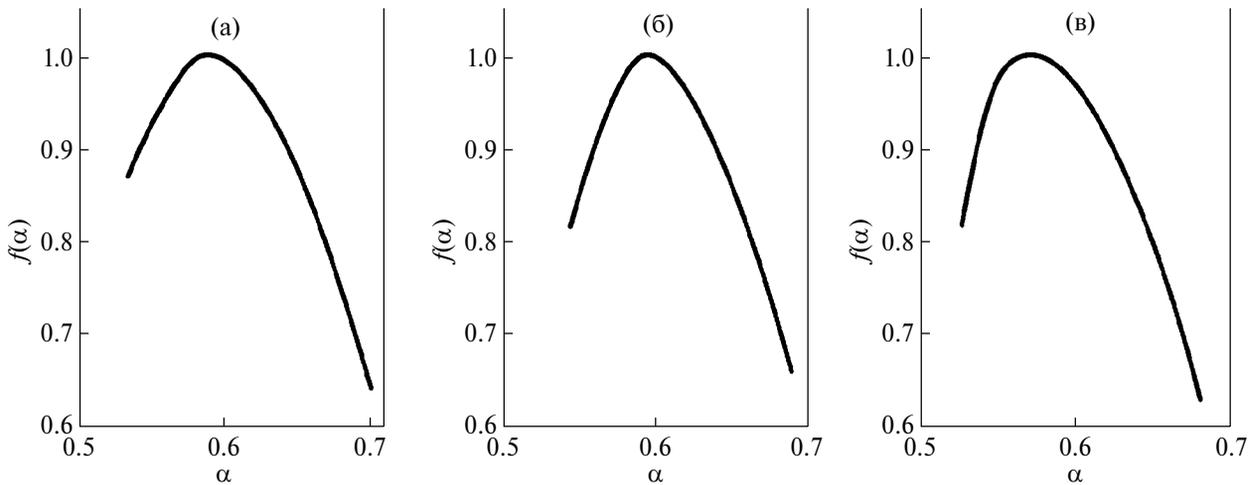


Рис. 3. Спектр сингулярности для временных рядов минимальной (а), максимальной (б) и средней температуры (в).

другое низкое значение). Кроме того, из данных на рис. 2 можно сделать вывод, что мультифрактальность слабее для положительных значений, поскольку наклон $h(q)$ больше для отрицательных значений q , чем для положительных. Полученный вывод согласуется с данными рис. 1.

На рис. 3 представлены спектры сингулярности в зависимости от показателя “частоты” сингулярности (показатель Гельдера) для временных рядов минимальной, максимальной и средней температуры. Данные на рис. 3 показывают, что спектры сингулярности вариаций минимальной, максимальной и средней температуры имеют левое усечение и длинный правый хвост. Это связано с мультифрактальной структурой рассматриваемых временных рядов, нечувствительной к локальным флуктуациям большой величины. Максимальное значение $f(\alpha)$ соответствует $q = 0$, тогда как значения $f(\alpha)$ слева от него соответствуют положительным значениям q и, аналогично,

значения $f(\alpha)$ справа от максимума соответствуют отрицательным значениям q . Из рис. 3 следует, что $f(\alpha)$ незначительно изменяется слева от своего максимального значения (положительные значения q) и, наоборот, существенно изменяется справа от своего максимума (отрицательные значения q). Кроме того, диапазон минимального и максимального значений параметра α характеризует степень мультифрактальности временного ряда; диапазон больше справа от максимума $f(\alpha)$, что означает, что существует более высокая степень мультифрактальности для отрицательного q , подтверждая таким образом результаты масштабного поведения $F_q(s)$ и распределение обобщенного показателя Херста $h(q)$ (рис. 1 и 2 соответственно).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выполнении настоящих исследований проанализированы основные мультифракталь-

ные свойства временных рядов суточной температуры в горном районе, а именно с помощью метода мультифрактального флуктуационного анализа изучены фрактальные особенности временных рядов минимальной, максимальной и средней суточной температуры по данным высокогорной метеостанции Цугшпитце. Установлено, что в целом все три временных ряда демонстрируют мультифрактальное поведение, особенно для малых временных масштабов, примерно до 90 сут. Анализ зависимости обобщенного показателя Херста $h(q)$ от момента q показал, что рассматриваемые временные ряды имеют долгосрочную положительную корреляцию и что мультифрактальность слабее при больших флуктуациях (положительные значения q). Спектр сингулярности для всех временных рядов усечен влево, что означает, что временные ряды имеют мультифрактальную структуру, нечувствительную к локальным флуктуациям больших величин. Также следует отметить, что мультифрактальное поведение практически одинаково для всех временных рядов (минимальная, максимальная и средняя суточная температура).

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИДГ РАН № 1220329000185–5 “Проявление процессов природного и техногенного происхождения в геофизических полях”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Адушкин В.В., Рябова С.А., Спивак А.А. Геомагнитные эффекты природных и техногенных процессов. М.: ГЕОС, 2021. 264 с.
- Антуков В.Н., Митин В.Ю. Фрактальный анализ метеорологических рядов с помощью метода минимального покрытия // Географический вестн. 2021. № 2. С. 67–79.
- Сидак С.В. Восстановление пропущенных значений температуры воздуха с использованием вейвлетов // Устойчивое развитие: региональные аспекты: сборник материалов XI Международной научно-практической конференции молодых ученых, Брест, 24–26 апреля 2019 г. Брест: БрГТУ, 2019. С. 141–143.
- Тараненко А.М. Фракталы и мультифракталы в электрокардиограммах и электроэнцефалограммах: Информативность и новые возможности // Современные проблемы науки и образования. 2019. № 6. <https://doi.org/10.17513/spno.29500>
- Тьюки Д. Анализ результатов наблюдений. Разведочный анализ. М.: Мир, 1981. 693 с.
- Balasis G., Donner R., Potirakis S., Runge J., Papadimitriou C., Daglis I., Eftaxias K., Kurths J. Statistical mechanics and information-theoretic perspectives on complexity in the Earth system // Entropy. 2013. V. 15. № 11. P. 4844–4888.
- Barnsley M.F. Fractals everywhere. San Diego, CA, USA: Academic Press, 1993. 533 p.
- Burgueno A., Lana X., Serra C., Martínez M.D. Daily extreme temperature multifractals in Catalonia (NE Spain) // Phys. Lett. A. 2014. V. 378. № 11–12. P. 874–885.
- Cleveland R.B., Cleveland W.S., McRae J.E., Terpenning I. STL: A seasonal-trend decomposition procedure based on Loess // Journal of Official Statistics; Stockholm. 1990. V. 6. № 1. P. 3–33.
- Donges J.F., Zou Y., Marwan N., Kurths J. Complex networks in climate dynamics // The European Physical Journal Special Topics. 2009. V. 174. № 1. P. 157–179.
- Garcia-Marin A.P., Estevez J., Medina-Cobo M.T., Ayuso-Munoz J.L. Delimiting homogeneous regions using the multifractal properties of validated rainfall data series // Journal of Hydrology. 2015. V. 529. № 1. P. 106–119.
- Garcia-Marin A.P., Jimenez-Hornero F.J., Ayuso-Munoz J.L. Multifractal analysis as a tool for validating a rainfall model // Hydrological Processes. 2008. V. 22. № 14. P. 2672–2688.
- Gieratowski J.J., Żebrowski J.J., Orłowska-Baranowska E., Baranowski R. Heart rate variability, multifractal multiscale patterns and their assessment criteria // Physiological Measurement. 2018. V. 39. № 11. <https://doi.org/10.1088/1361-6579/aae86d>
- Govindan R.B., Vyushin D., Bunde A., Brenner S., Havlin S., Schellnhuber H.J. Global climate models violate scaling of the observed atmospheric variability // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. № 2. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.028501>
- Hoaglin D.C., Mosteller F., Tukey J.W. Understanding robust and exploratory data analysis. New York: Wiley, 1983. 447 p.
- Ihlen E.A.F. Introduction to multifractal detrended fluctuation analysis in Matlab // Frontiers in Physiology. 2012. V. 3. <https://doi.org/10.3389/fphys.2012.00141>
- Jaiswal R.K., Lohani A.K., Tiwari H.L. Statistical analysis for change detection and trend assessment in climatological parameters // Environ. Processes. 2015. V. 2. P. 729–749.
- Jiang L., Zhang J., Liu X., Li F. Multi-fractal scaling comparison of the air temperature and the surface temperature over China // Physica A. 2016. № 462. P. 783–792.
- Kalamaras N., Philippopoulos K., Deligiorgi D., Tzani C.G., Karvounis G. Multifractal scaling properties of daily air temperature time series // Chaos, Solitons and Fractals. 2017. V. 98. P. 38–43.
- Kalamaras N., Tzani C.G., Deligiorgi D., Philippopoulos K., Koutsogiannis I. Distribution of air temperature multifractal characteristics over Greece // Atmos. 2019. V. 10. № 2. <https://doi.org/10.3390/atmos10020045>

- Kantelhardt J.W., Koscielny-Bunde E., Rybski D., Braun P., Bunde A., Havlin S.* Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records // *J. Geophys. Res.* 2006. V. 111. <https://doi.org/10.1029/2005JD005881>
- Kantelhardt J.W., Zschiegner S.A., Bunde A., Havlin S., Koscielny-Bunde E., Stanley H.E.* Multifractal detrended fluctuation analysis of non-stationary time series // *Physica A.* 2002. № 316. P. 87–114.
- Kiraly A., Janosi I.M.* Detrended fluctuation analysis of daily temperature records: Geographic dependence over Australia // *Meteorol. Atmos. Phys.* 2005. V. 88. P. 119–128.
- Knutti R., Furrer R., Tebaldi C., Cermak J., Meehl G.* A. Challenges in combining projections from multiple climate models // *J. Climate.* 2010. V. 23. № 10. P. 2739–2758.
- Krzyszczak J., Baranowski P., Zubik M., Hoffmann H.* Temporal scale influence on multifractal properties of agro-meteorological time series // *Agricultural and Forest Meteorology.* 2017. V. 239. P. 223–235.
- Laib M., Telesca L., Kanevski M.* Long-range fluctuations and multifractality in connectivity density time series of a wind speed monitoring network // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science.* 2018. V. 28. № 3. <https://doi.org/10.1063/1.5022737>
- Li E., Mu X., Zhao G., Gao P.* Multifractal detrended fluctuation analysis of streamflow in the Yellow River Basin, China // *Water.* 2015. V. 7. № 4. P. 1670–1686.
- Liu Y., Cizeau P., Meyer M., Peng C.K., Stanley H.E.* Correlations in economic time series // *Physica A.* 1997. № 245. P. 437–440.
- Maslin M., Austin P.* Uncertainty: Climate models at their limit? // *Nature.* 2012. V. 486. P. 183–184.
- Rial J.A., Pielke R.A., Beniston M., Claussen M., Canadell J., Cox P., Held H., de Noblet-Ducoudre N., Prinn R., Reynolds J.F., Salas J.D.* Nonlinearities, feedbacks and critical thresholds within the Earth's climate system // *Climatic Change.* 2004. V. 65. P. 11–38.
- Rind D.* Complexity and climate // *Science.* 1999. V. 284. № 5411. P. 105–107.
- Sivakumar B.* Fractal analysis of rainfall observed in two different climatic regions // *Hydrological Sciences Journal.* 2000. V. 45. № 5. P. 727–738.
- Svensson C., Olsson J., Berndtsson R.* Multifractal properties of daily rainfall in two different climates // *Water Resour. Res.* 1996. V. 32. № 8. P. 2463–2472.
- Tietjen G.L., Moore R.H., Beckman R.J.* Testing for a single outlier in simple linear regression // *Technometrics.* 1973. V. 15. № 4. P. 717–721.
- Tuck A.F., Hovde S.J.* Fractal behavior of ozone, wind and temperature in the lower stratosphere // *Geophys. Res. Lett.* 1999. V. 26. № 9. P. 1271–1274.
- Xavier S.F.A., da Silva Jale J., Stosic T., dos Santos C.A.C., Singh V.P.* An application of sample entropy to precipitation in Paraiba State, Brazil // *Theoretical and Applied Climatology.* 2019. V. 136. № 1–2. P. 429–440.
- Yuan N., Fu Z., Mao J.* Different multi-fractal behaviors of diurnal temperature range over the north and the south of China // *Theoretical and Applied Climatology.* 2013. V. 112. № 3–4. P. 673–682. <https://phys.org/news/2022-09-germany-glaciers-scalding-summer.html>

Investigation of Temperature Multifractality According to Zugspitze Weather Station Data

S. A. Riabova*

Sadovsky Institute of Geosphere Dynamics of Russian Academy of Sciences, Leninsky prosp., 38, build. 1, Moscow, 119334 Russia

*e-mail: riabovasa@mail.ru

The main multifractal properties of time series of mean, maximum and minimum daily temperatures are analyzed using the method of multifractal fluctuation analysis. As initial data, we used the results of instrumental temperature observations made at the Zugspitze meteorological station in the period from August 1, 1900 to January 31, 2023. In general, variations in the mean, maximum and minimum daily temperatures demonstrate multifractal behavior, especially for small time scales, up to about 90 days. An analysis of the generalized Hurst exponent found that the considered time series have a long-term positive correlation and that the multifractality is weaker with large fluctuations. The singularity spectrum for all time series is truncated to the left, which means that the time series have a multifractal structure that is insensitive to local fluctuations of large values.

Keywords: air temperature, variations, multifractality, Hurst exponent, singularity spectrum