ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2025, том 61, № 1, с. 14–22

УДК 551.511

ГЕОРГИЙ СЕРГЕЕВИЧ ГОЛИЦЫН И ДИНАМИКА АТМОСФЕР

© 2025 г. М. В. Курганский

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, стр. 1, Москва, 119017 Россия

e-mail: kurgansk@ifaran.ru

Поступила в редакцию 18.09.2024 г.
После доработки 15.10.2024 г.
Принята к публикации 15.11.2024 г.

Кратко описан пионерский вклад Г.С. Голицына в теорию подобия циркуляции планетных атмосфер, энергетику и статистику тропических и полярных ураганов, внетропических циклонов и антициклонов, а также в энергетику смерчей (торнадо). Дополнительно рассмотрены некоторые вопросы энергетики и статистики пыльных вихрей на Земле и на Марсе.

Ключевые слова: теория подобия, планетные атмосферы, тропические и полярные ураганы, циклоны и антициклоны, смерчи и пыльные вихри, экспоненциальное распределение

DOI: 10.31857/S0002351525010028, **EDN:** HFFGMI

1. ВВЕДЕНИЕ

Георгий Сергеевич Голицын за свою долгую жизнь в науке написал много замечательных работ, о которых скажут и авторы других статей в этом юбилейном выпуске журнала, но я, как вероятно и многие в мире, считаю самой яркой его работой теорию подобия циркуляции планетных атмосфер [Golitsyn, 1970; Голицын, 1973]. Поэтому начну данную статью с попытки краткого аналитического обзора этой теории, которая была создана в самом начале 1970-х гг. и к которой Г.С. Голицын вновь обратился 40 лет спустя [Голицын, 2012], изложив ее в более сжатой и современной форме.

Согласно [Golitsyn, 1970; Голицын, 1973], кинетическая энергия общей циркуляции планетной атмосферы E определяется шестью размерными «внешними» («астрономическими») параметрами: средней плотностью потока энергии от Солнца q, удельной теплоемкостью атмосферы при постоянном давлении c_p (зависит от газового состава атмосферы), радиусом планеты r, массой атмосферы на единицу площади поверхности планеты M, ускорением силы тяжести g (определяется массой планеты и ее радиусом) и, наконец, угловой скоростью вращения планеты ω. Кроме того, E может зависеть от безразмерного отношения удельных теплоемкостей атмосферного воздуха при постоянном давлении и объеме κ и также зависит от величины фундаментальной постоянной Стефана–Больцмана σ, входящей в закон излучения, которое обеспечивает тепловой баланс планетной атмосферы.

Согласно П-теореме, функциональное соотношение между указанными восемью размерными величинами, в определение которых входят четыре независимые размерности длины, времени, массы и температуры, может быть сведено к функциональному соотношению между четырьмя безразмерными величинами: безразмерной энергией

$$\Pi_E = \frac{E c_p^{1/2}}{r^3 q^{7/8} \sigma^{1/8}}$$

и тремя безразмерными критериями

$$\Pi_\omega = \frac{\omega r \sigma^{1/8}}{c_p^{1/2} q^{1/8}}, \quad \Pi_g = \frac{c_p q^{1/4}}{g r \sigma^{1/4}}, \quad \Pi_M = \frac{q^{5/8} r \sigma^{3/8}}{c_p^{3/2} M},$$

а также безразмерной постоянной κ. Поэтому по теореме о неявной функции

$$E = \frac{q^{7/8} \sigma^{1/8}}{c_p^{1/2}} r^3 f\left(\Pi_\omega, \Pi_g, \Pi_M, \kappa\right). \quad (1)$$

Критерии Π_ω Π_g Π_M, хотя и выглядят достаточно громоздкими, имеют ясный физический смысл, что можно продемонстрировать, если вместо определяющих параметров c_p и σ ввести «внутренний» параметр $c = c_p^{1/2}\left(q/\sigma\right)^{1/8}$, который с точностью до зависящего от κ множителя определяет адиабатическую скорость звука. Здесь $(q/\sigma)^{1/4}$ – эффективная температура радиационного равновесия. Теперь мы имеем

$$\Pi_\omega = \frac{\omega r}{c} \equiv \frac{r}{L_0}, \qquad \Pi_g = \frac{c^2}{g r} \equiv \frac{H}{r},$$

$$\Pi_M = \frac{rq}{c^3 M} \equiv \frac{r}{c}\cdot\frac{q}{Mc^2} \equiv \frac{\tau_1}{\tau_2}.$$

В этих соотношениях, L_0 – масштаб, близкий к синоптическому масштабу Обухова; H – величина порядка высоты однородной атмосферы; Mc^2 – теплосодержание (энтальпия) вертикального столба воздуха единичного сечения; отношение характерных времен τ_1/τ_2 характеризует тепловую инерцию атмосферы. Для подавляющего большинства планет Солнечной системы и их спутников, имеющих атмосферы, таких как спутник Сатурна Титан, $\Pi_g \ll 1$, $\Pi_M \ll 1$, и в предположении автомодельности функции f по значениям критериев Π_g, Π_M получается, что

$$E = \frac{q^{7/8}\sigma^{1/8}}{c_p^{1/2}} r^3 f\left(\Pi_\omega, \kappa\right). \tag{2}$$

В (2) остается наиболее чувствительный (существенный) критерий подобия – вращательное число Маха Π_ω. По справедливости, критерий Π_ω мог бы также быть назван числом Голицына. Дело в том, что, как по всей видимости, впервые указал именно Г.С. Голицын, планеты Солнечной системы и их спутники по значениям Π_ω делятся на три отчетливые группы: (1) медленно вращающиеся Венера и Титан ($\Pi_\omega \ll 1$); (2) умеренно быстро вращающиеся Земля и Марс ($\Pi_\omega = O(1)$); быстро вращающиеся планеты-гиганты ($\Pi_\omega \gg 1$), из которых прежде всего упомянем Юпитер и Сатурн. Исторически с наибольшим успехом теория Г.С. Голицына была применена к объяснению особенностей общей циркуляции атмосферы Венеры. Здесь, полагая автомодельность функции f по значениям $\Pi_\omega \ll 1$, из (2) получается соотношение, которое удобно записать в виде [Голицын, 1973]

$$E = 2\pi B \frac{q^{7/8}\sigma^{1/8}}{c_p^{1/2}} r^3, \tag{3}$$

где $B = B(\kappa) = O(1)$. Соотношение (3) может быть также однозначным образом выведено из соображений размерности, если допустить, что кинетическая энергия общей циркуляции атмосферы Венеры E зависит лишь от четырех размерных параметров: q, c_p, r и σ. Основной вывод теории Г.С. Голицына – независимость кинетической энергии общей циркуляции атмосферы от ее массы – в этом предельном случае (3) ведет к вполне определенным и правильным результатам. При делении $2E$ на полную массу атмосферы $4\pi r^2 M$ и извлечении квадратного корня, получается оценка характерной скорости ветра $U = B^{1/2}\Pi_M^{1/2} c \sim \Pi_M^{1/2} c$. Получающееся значение, ~1 м с$^{-1}$, в дальнейшем получило подтверждение в данных спускаемых аппаратов на Венере. Согласно [Голицын, 1973, 2012], соотношение (3) справедливо вплоть до $\Pi_\omega \sim 1$, т.е. годится для оценки кинетической энергии общей циркуляции атмосфер Земли и Марса и характерной скорости ветра на этих планетах.

Соображения, выходящие за рамки теории подобия и основанные на рассмотрении уравнения баланса тепла, с использованием получившейся оценки для скорости ветра U, позволили Г.С. Голицыну оценить характерный горизонтальный контраст температуры в атмосфере Венеры. Последний по оценке оказался мал, ~1 K, и это помогло разрешить существовавшее в то время противоречие в экспериментальных результатах. Распространение теории подобия на достаточно быстро вращающиеся планеты требует задания универсальной функции от Π_ω в (2). Поскольку кинетическая энергия не зависит от направления вращения планеты, то это – универсальная функция от Π_ω^2, и простейшее предположение, которое может быть сделано и которое делает Г.С. Голицын – это ограничиться линейной зависимостью от Π_ω^2, т.е. записать

$$E = 2\pi\left(1 + a\Pi_\omega^2\right)\frac{q^{7/8}\sigma^{1/8}}{c_p^{1/2}} r^3, \tag{4}$$

где согласно [Голицын, 1973, 2012] a~1 и для простоты записи не учитывается возможная зависимость членов в круглых скобках в (4) от безразмерного параметра κ. Теперь для быстро вращающихся планет-гигантов ($\Pi_\omega \gg 1$)

$$E \approx 2\pi a \frac{q^{7/8}\sigma^{1/8}}{c_p^{1/2}} r^3 \Pi_\omega^2, \tag{5}$$

и на основании (5) сразу следует оценка для характерной скорости ветра $U \sim \Pi_M^{1/2} \Pi_\omega c$. В частности, для атмосферы Юпитера на уровне облаков (давление порядка 1 атмосферы) получаются скорости ветра ~120 м с$^{-1}$ [Голицын, 2012], вполне согласующиеся с данными наблюдений.

От себя отметим, что если исходить из оценки $U \sim \Pi_M^{1/2} \Pi_\omega c$ и воспользоваться уравнением термического ветра для оценки разности температур δT между экватором и полюсом, считая что вертикальный сдвиг скорости ветра определяется отношением ~U/H, то $\delta T \sim \Pi_M^{1/2} \left(q/\sigma\right)^{1/4} \Pi_\omega^2$. Исключая Π_ω^2 из (5) и получившегося соотношения, приходим к соотношению

$$E \sim 2\pi r^2 M \Pi_M^{1/2} c_p \delta T. \tag{6}$$

Множитель $2\pi r^2 M$ в (6) равен массе атмосферы над полушарием. Экстраполируя наши рассуждения на наиболее сложный с точки зрения теории Г.С. Голицына случай умеренно быстро вращающихся планет, $\Pi_\omega \to 1 + 0$, видим, что пропорциональная зависимость $E \propto \delta T$ в (6) вполне отвечает условиям в земной атмосфере, в частности интенсификации циркуляции в зимний период и при общем похолодании, и напротив, ее ослаблению в летний период и при глобальном потеплении. Можно также ввести (информационную) энтропию общей циркуляции атмосферы, как меру ее сложности (бароклинного хаоса в ней), исходя из фундаментального соотношения $dS/dE = (\delta T)^{-1}$ [Ландау и Лифшиц, 2002], откуда следует, что $S \propto \ln(\delta T)$. Из сравнения (4) и (6) с учетом определения Π_M следует оценка $\delta T \sim \Pi_M^{1/2}\left(1 + a\Pi_\omega^2\right)\left(q/\sigma\right)^{1/4}$ и для Земли при $(q/\sigma)^{1/4} = 255$ K, $\Pi_\omega = 1.43$, $\Pi_M = 1.17 \cdot 10^{-3}$ получается, что $\delta T \sim 26$ K. Отметим, что эта оценка получена с точностью до множителя порядка единицы, зависящего от параметра κ. Формальное применение подобных рассуждений к Юпитеру дало бы разность температур δT порядка эффективной температуры радиационного равновесия, что неверно. На Юпитере внутренний приток тепла из недр сравним с притоком тепла от Солнца, т.е. Юпитер является своего рода «наполовину звездой». Поэтому, несмотря на то, что на экватор поступает значительно больше солнечной энергии, нежели на полюса, приток тепла на полюсах за счет внутренней конвекции практически нивелирует разность температур между экватором и полюсом.

Общий подход этой капитальной теории подобия циркуляции планетных атмосфер был далее с успехом применен Г.С. Голицыным для оценки полной кинетической энергии E тропических циклонов и ураганов на Земле [Голицын, 1997, 2008, 2012]. В качестве определяющих параметров выбирались: (1) однозначно связанный с потоком тепла от тропического океана к атмосфере вертикальный поток плавучести b, который по отношению к динамическим процессам в атмосфере во многом является внешним параметром, поскольку для формирования тропического циклона необходимо, чтобы температура поверхности океана была не менее 26.5 °С [https://oceanservice.noaa.gov/facts/how-hurricanes-form.html], (2) масса воздуха, вовлеченного в вихревое движение, в расчете на единицу площади поверхности M и (3) локальное значение параметра Кориолиса l, который равен удвоенной вертикальной компоненте угловой скорости вращения Земли в месте расположения тропического циклона. Дело в том, что в процессе своего генезиса зарождающийся конвективный вихрь собирает планетарный угловой момент с большой площади радиусом в многие сотни километров и превращает его в относительный угловой момент, определяемый радиальным профилем азимутальной скорости в вихре. Вращающаяся под зарождающимся тропическим циклоном твердая Земля является бесконечным резервуаром углового момента, который может быть использован только при некотором удалении от экватора. Не случайно, что в обоих полушариях тропические циклоны зарождаются не ближе широты 5° к экватору.

Теперь из соображений размерности с точностью до безразмерного множителя порядка единицы однозначно следует, что (при изложении мы как можно ближе следуем оригинальным обозначениям Г.С. Голицына)

$$E = Mb^2 l^{-4}. \tag{7}$$

Принимая, что для зрелого тропического урагана $M = 10^4$ кг м$^{-2}$ (вихревое движение в ураганах пронизывает всю толщу тропосферы низких широт до высоты ~18 км), $b = 3 \cdot 10^{-2}$ м^2 с$^{-3}$ (что отвечает потоку тепла ~1 кВт м$^{-2}$), $l = 5 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$ (что отвечает широте 20°), получается оценка $E \sim 10^{18}$ Дж [Голицын, 2012]. Соображения размерности также позволяют оценить квадрат скорости в зрелом урагане $U^2 = bl^{-1}$ и площадь $S = bl^{-3}$ им занятую.

Как показано в [Голицын, 2024], последние два соотношения суть не просто следствия соображений размерности, но логически вытекают из свойств решения фундаментального уравнения А.Н. Колмогорова [Kolmogoroff, 1934], описывающего случайные движения. Подставляя указанные выше значения параметров и учитывая, что в соответствии с теорией конвекции во вращающейся жидкости в получающемся соотношении $U = cb^{1/2}l^{-1/2}$ появляется численный коэффициент $c \approx \sqrt{3} \approx 1.7$ [Голицын, 2012], получается, что $U \approx 43$ м с$^{-1}$. При этом $S \sim 24 \cdot 10^4$ км^2, что отвечает радиусу тропического циклона ~280 км. Опять эта оценка справедлива с точностью до безразмерного коэффициента порядка единицы.

Эти же соображения были положены Г.С. Голицыным в основу оценок основных характеристик полярных мезоциклонов (ураганов) [Голицын, 2008, 2012]. Как следует из (7), при примерно том же значении $b = 3 \cdot 10^{-2}$ м^2 с$^{-3}$ (полярные мезоциклоны конвективной природы образуются, когда очень холодный воздух температурой $\leqslant -30$°C натекает на относительно теплую поверхность моря с температурой ~0°C, так что реализуются очень большие вертикальные потоки тепла), в силу двух причин: (а) полярные мезоциклоны более мелкие и (б) самое главное, параметр Кориолиса в приполярных широтах почти в 3 раза больше параметра Кориолиса на широте 20°, а в формулу (7) входит его четвертая степень, мы получаем, что $E \sim 10^{16}$ Дж, что на два порядка ниже, чем для тропических циклонов.

Попытка применить схожие рассуждения к торнадо (смерчам) наталкивается на определенные трудности. Дело в том, что между тропическими циклонами и торнадо имеется существенное физическое отличие (мы не говорим об отличии в размерах, геометрии и прочее). В то время как в тропических циклонах первопричина движения есть взаимодействие между атмосферой и океаном, в торнадо выделение скрытого тепла происходит на определенной высоте над поверхностью Земли, и сами торнадо (по крайней мере, наиболее сильные из них) зарождаются наверху, и только затем вихревое движение передается вниз, в форме разрушительной воронки (хобота). Поэтому, в то время как вертикальный поток плавучести b является в динамике и энергетике тропических циклонов в значительной степени «внешним» параметром, скорость подвода энергии на единицу массы в торнадо ε, связанная с выделением скрытого тепла, является в большой степени внутренним параметром задачи. Кроме того, внешним параметром задачи в контексте тропических циклонов было локальное значение параметра Кориолиса l. Прямое же действие силы Кориолиса на торнадо пренебрежимо мало, и необходимо искать другой определяющий параметр, который неизбежно будет внутренним параметром, определяемым решением задачи. В [Голицын и др., 2023] в качестве такого параметра вводится характерное время воздействия вихря на окружающую среду, порядка времени оборота вихря вокруг своей оси t_0. Время t_0 обратно пропорционально вертикальной завихренности ζ в вихревом ядре торнадо; отношение ζ/l определяет фундаментальное число Кибеля—Россби. Теперь вместо (7) можно записать

$$E = M\varepsilon^2 t_0^4. \tag{8}$$

Таким же образом с точностью до коэффициента порядка единицы имеем $U^2 = \varepsilon t_0$ и $S = \varepsilon t_0^3$. Указанная трудность с отсутствием в задаче достаточного числа внешних определяющих параметров была обойдена в работе [Голицын и др., 2023] следующим образом. Рассматривались статистические данные о торнадо в пяти градациях по шкале Фуджита (от F0 до F4). Среднему значению скорости $\overline{u}$ для каждой градации присваивалось характерное значение диаметра вихря D, а значит и площади $S = \pi D^2/4$, последнее в предположении, что вихри круговые. Полагая $U = \overline{u}$, значения ε и t_0 оценивались, соответственно, по формулам: $\varepsilon = \overline{u}^3 / S^{1/2}$ и $t_0 = S^{1/2}/\overline{u}$. Также считалось, что поскольку скорость ветра в торнадо максимальна вблизи поверхности Земли, то можно в (8) положить, что $M = 10$ кг м$^{-2}$, т.е. ограничиться нижним десятиметровым слоем атмосферы, что также целесообразно при оценке разрушений, вызываемых торнадо. При таком подходе энергия самых сильных смерчей в [Голицын и др., 2023] на семь-восемь порядков меньше оцененной выше энергии тропического урагана. Отметим, что указанный подход согласуется с использованием интегрированной кинетической энергии (integrated kinetic energy, IKE), оцениваемой путем интегрирования по нижнему 10-метровому слою атмосферы в области, где скорость ветра превышает 18 м/с, и предложенной в [Powell and Reinhold, 2007] для оценки разрушительной силы тропических циклонов. При этом энергия самых сильных смерчей в [Голицын и др., 2023] будет на три-четыре порядка меньше IKE тропических циклонов [см. Powell and Reinhold, 2007].

Согласно [Голицын и др., 2023] величина форсинга ε варьирует от 195.9 до 1156.0 м^{2}с$^{-3}$ для смерчей интенсивности от F0 до F4 по шкале Фуджита. Отметим, что такой же порядок величины форсинга получается, если в статистически равновесном режиме приравнять скорость генерации удельной кинетической энергии за счет скрытого тепла, выделяемого при влажной конвекции, к скорости диссипации энергии за счет мелкомасштабного турбулентного трения,

$$\left\langle -L\left(\mathbf{v}\cdot\nabla q_s\right)\right\rangle = -\left\langle \mathbf{v}\cdot\mathbf{R}\right\rangle \equiv \varepsilon. \tag{9}$$

Здесь **v** – вектор (значительной по величине) скорости в вихре, $L = 2.5\cdot 10^6$ м^2 с$^{-2}$ – скрытая теплота парообразования, q_s – удельная влажность насыщающих паров воды, **R** – сила трения. Угловые скобки в (9) означают статистическое осреднение. Вычисляя левую часть (9) с помощью уравнения Клаузиуса–Клапейрона при температуре $T = 293$ K, общем давлении $p = 850$ гПа, парциальном давлении насыщающих паров воды $p_s(T) = 23.4$ гПа, вертикальной скорости в смерче $w = 10$ м с$^{-1}$, получаем, что $\varepsilon = 3.3\cdot 10^2$ м^2 с$^{-3}$. С учетом того, что вертикальная скорость растет вместе с тангенциальной скоростью ветра в торнадо, эта оценка вполне соответствует диапазону полученных в [Голицын и др., 2023] значений ε.

Еще более мелкомасштабными (на Земле) и значительно более слабыми, чем торнадо являются пыльные вихри. Однако парадоксально, что в определенном отношении (если отвлечься от того, что это сухо-конвективные вихри), пыльные вихри ближе к тропическим циклонам, нежели к торнадо. Дело в том, что пыльные вихри инициируются процессами взаимодействия с сильно нагретой подстилающей поверхностью и для своего устойчивого существования должны переноситься слабым (умеренным) ветром, чтобы переходить на новые, нагретые участки почвы, покрытые тонким слоем горячего воздуха, который служит «топливом» для этих вихрей. Ровно то же самое происходит с тропическими циклонами, которые должны двигаться и переходить на новые теплые участки моря, иначе за счет ветрового перемешивания температура поверхности воды уменьшается и тропический циклон лишается источника энергии.

Как это, например, следует из «термофизической» теории [Renno et al., 1998], для квадрата максимальной азимутальной скорости в пыльном вихре справедлива формула $U^2 \approx g'h$, где $g' \approx 0.19$ м с$^{-2}$ – плавучесть в ядре вихря и h – высота конвективного пограничного слоя, внутри которого существует пыльный вихрь. Использовано, что температура воздуха в ядре пыльного вихря в среднем на 6 K выше окружающей температуры в типичных пустынных условиях. Тогда для $h = 10^3$ м получается, что $U \approx 14$ м с$^{-1}$. При этом энергия пыльного вихря с характерной (определенной по диаметру) площадью $S \sim 10^2$ м^2, заключенная в нижнем 10-метровом слое воздуха, дается формулой

$$E' \sim MU^2S. \tag{10}$$

Здесь $M = 10$ кг м$^{-2}$ – учитываемая масса воздуха на единицу площади поверхности. Подставляя вышеприведенные значения в (10), получаем оценку $E' \sim 2\cdot 10^5$ Дж, что на два порядка меньше соответствующим образом вычисленной энергии самых слабых смерчей категории F0 [Голицын и др., 2023]. Оценка скорости U, а значит и энергии E', будет несколько ниже, если в качестве h принять высоту вихря [напр., Kurgansky et al., 2016], которая может определяться положением вторичной инверсии в пограничном слое и быть меньше высоты основного конвективного пограничного слоя.

На Марсе пыльные вихри встречаются повсеместно и во многом определяют общий радиационный режим в марсианской атмосфере, перенося (по средней оценке) до 50% всей пыли в марсианскую атмосферу. Одно время считалось, что пыльные вихри могут служить триггером для возникновения пыльных бурь на Марсе (касательно физики и гидродинамики пыльных бурь см. замечательную работу [Barenblatt and Golitsyn, 1974]), но в настоящее время имеется консенсус, что это взаимодополняющие и взаимоисключающие явления. Скорость ветра в марсианских пыльных вихрях значительно выше, чем у их земных собратьев; также вихри могут иметь больший размер, как горизонтальный, так и вертикальный [Balme and Greeley, 2006]. Все это при оценках кинетической энергии вихрей E может перевесить меньшую на два порядка плотность воздуха на

Марсе. В особенности, сказанное выше относится к гигантским пыльным вихрям на Марсе, где скорость ветра может доходить до $U = 10^2$ м с$^{-1}$, а площадь (оцененная по диаметру) до $S = 10^6$ м^2. При этом высота вихря может составлять до 8 км. Поскольку физика такого явления достаточна сложна, и источником энергии вихря помимо вертикального потока плавучести от нагретой марсианской поверхности может служить непосредственный нагрев Солнцем поднятого вихрем столба пыли (особенно при боковом нагреве), что создает дополнительную плавучесть (см. Раздел 6 в [Kurgansky, 2016] и ссылки там), то мы исходим из соотношения $E = MU^2S$ (справедливого с точностью до коэффициента порядка единицы), которое при $M \sim 10^2$ кг м$^{-2}$ дает полную кинетическую энергию пыльного вихря $E \sim 10^{12}$ Дж, или для нижнего 10-метрового слоя воздуха $E' \sim 10^9$ Дж. Последняя величина сравнима с соответствующей энергией слабых (категории F1) земных торнадо [Голицын и др., 2023].

Обработка данных наблюдений интенсивных атмосферных вихрей, как тропических циклонов [Голицын и др., 1999а,б], так и торнадо [Курганский, 2000; Dotzek et al., 2005], показывает, что их распределения по интенсивности близки к экспоненциальным. Наиболее простое объяснение состоит в том, что в обоих случаях в земной системе имеется бесконечный резервуар потенциальной энергии, из которого и черпается кинетическая энергия вихрей E [Голицын, 2012]. В силу аддитивности энергии, мы можем предположить, что в случае статистически независимого бесконечно малого приращения энергии δE для плотности вероятности значений E выполняется функциональное уравнение $p(E + \delta E) = p(\delta E)p(E)$. Дифференцируя обе части уравнения по E, будем иметь $dp(E + \delta E)/dE = p(\delta E)dp(E)/dE$. Деля это уравнение на предыдущее и принимая во внимание, что получившееся уравнение должно выполняться при всех E и δE, мы получаем $d\ln p(E)/dE = c$, где постоянная c обязана быть отрицательной, чтобы обеспечить условие $\int_0^\infty p(E)dE = 1$ того, что $p(E)$ – это действительно плотность вероятности. В принципе, схожее рассуждение применимо к плотности вероятности времени жизни тропических циклонов, которые также показывают отрицательное экспоненциальное распределение по времени их жизни [Голицын и др., 1999а,б].

Что касается пыльных вихрей на Земле и на Марсе, то они в целом демонстрируют не экспоненциальный, а степенной характер распределения падения давления в центре вихрей [Lorenz, 2014; Jackson et al., 2018]. Напомним, что в силу уравнения циклострофического баланса, падение давления в центре пыльного вихря является мерой его интенсивности. Однако распределение пыльных вихрей по их линейному размеру (диаметру D) имеет скорее экспоненциальный [Курганский, 2006; Kurgansky, 2006], нежели степенной [Lorenz, 2009] характер, хотя это отчасти остается предметом дебатов [см. Lorenz and Jackson, 2016; Kurgansky, 2022]. Экспоненциальный характер такого распределения находит подтверждение в теории Джейнса [Jaynes, 1957], использующей максимизацию информационной энтропии (энтропии Шеннона)

$$S = -\int_0^\infty \ln p(D)\, p(D)\, dD, \tag{11}$$

во-первых, при естественном условии, что $\int_0^\infty p(D)dD = 1$, и, во-вторых, при условии, что задан (известен априори) первый момент распределения $p(D)$: $\bar{D} = \int_0^\infty D\, p(D)dD$. В контексте пыльных вихрей можно предположить, что $\bar{D}$ определяется удвоенной абсолютной величиной масштаба Обухова $|L| = u_*^3\kappa^{-1}b^{-1}$, где u_* – скорость трения, $\kappa = 0.4$ – постоянная Кармана и b – поток плавучести [Hess and Spillane, 1990; Kanak et al., 2000; Курганский, 2006; Kurgansky, 2006]. Основу этого предположения может составить то, что при очень сильно неустойчивой стратификации атмосферного пограничного слоя все градиенты скорости, а значит и радиально сходящиеся движения к центру пыльного вихря, сосредоточены в пределах приземного слоя толщиной $\sim |L|$ [Hess and Spillane, 1990], что в силу теоремы Бернулли и закона сохранения массы дает примерно такую же величину радиуса восходящей струи в центре вихря. Особо отметим, что указанное экспоненциальное распределение хорошо описывает основную долю популяции пыльных вихрей, но вряд ли годится для описания событий гигантских (экстремальных) пыльных вихрей, регистрируемых с околомарсианских орбитальных станций.

Отметим, что схожие рассуждения, основанные на условной максимизации информационной энтропии могут быть использованы для обоснования экспоненциального распределения тропических и полярных циклонов по их интенсивности, если в качестве среднего (математического ожидания) значения кинетической энергии E принять значение (7), следующее из теории Г.С. Голицына.

В работе [Kurgansky, 2022] была предпринята попытка аналогичной условной максимизации энтропии Реньи [Rényi, 1961]

$$S_\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \ln \int_0^\infty p^\alpha(D) dD, \qquad (12)$$

где $\alpha > 0$, что ведет к степенному распределению, и применить получающееся степенное распределение, в сравнении с экспоненциальным распределением, к пыльным вихрям на Земле и на Марсе. Энтропия Реньи (12) является определенным обобщением энтропии Шеннона (11) и сводится к ней при $\alpha \to 1$, что можно показать, используя правило Лопиталя [Rényi, 1961]. Хотя степенные распределения с показателем, заметно большим единицы, сравнимы по точности с экспоненциальным распределением, последнее обладает преимуществом однозначности, в то время как существует степень свободы в выборе оптимального показателя степени степенного распределения.

В заключение отметим, что в совсем недавней работе [Акперов, Голицын, Семенов, 2024] по данным реанализа ERA5 для периода 2010–2021 гг. был подтвержден экспоненциальный характер распределения внетропических циклонов и антициклонов над Северным полушарием (> 20° с.ш.) по их интенсивности. Вновь, исходя из свойств решения фундаментального уравнения А.Н. Колмогорова [Kolmogoroff, 1934], получено, что время жизни таких синоптических вихрей с точностью до коэффициента порядка единицы равно периоду их обращения вокруг своей оси. Оценен форсинг и кинетическая энергия синоптических вихрей в зависимости от их глубины. Найдено, что медианные значения кинетической энергии вихрей варьируют в пределах 10^{18}–10^{19} Дж, что в целом превышает значения, полученные в предыдущих работах [Smith, 1980; Dzambo et al., 2023].

В этой краткой статье автор описал только некоторые из выдающихся работ Г.С. Голицына по динамике атмосфер, сделав акцент на его известную теорию подобия циркуляции планетных атмосфер. Как представляется, приложения этой теории далеко не исчерпаны, особенно в связи с открытием астрономами все большего числа экзопланет, в их числе не только планет-гигантов типа Юпитера (как это было вначале), но и земного типа. Важными для геофизической гидродинамики являются работы Г.С. Голицына по конвекции во вращающейся жидкости, к которым я обращаюсь лишь в контексте приложений этой теории к земным ураганам и торнадо (смерчам), имеющим влажно-конвективную природу. Представляют несомненный интерес пионерские работы Г.С. Голицына по статистике тропических циклонов (ураганов), о которых также идет речь в данной статье.

Составляя это эссе, я также упомянул некоторые свои работы, которые примыкают к работам Г.С. Голицына, и были во многом им инспирированы. Это относится к работам по статистике торнадо, где я также пересекся с замечательным энтузиастом в изучении торнадо, безвременно ушедшим от нас Николаем Доцеком, и к исследованиям динамики и статистики пыльных вихрей на Земле и на Марсе, где благодаря Г.С. Голицыну я смог познакомиться с выдающейся диссертацией Питера Синклера [Sinclair, 1966] — пионера в систематическом экспедиционном исследовании пыльных вихрей, известного среди коллег как Dr. Dust Devil, — которая вызвала у меня долговременный интерес к этой тематике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Акперов М.Г., Голицын Г.С., Семенов В.А. Энергетика циклонов и антициклонов в их развитии // Докл. РАН. 2024. Т. 519. № 1. С. 535–542.

Голицын Г.С. Введение в динамику планетных атмосфер. Л.: Гидрометеоиздат, 1973. 104 с.

Голицын Г.С. Статистика и энергетика тропических циклонов // Докл. РАН. 1997. Т. 354. №4. С. 535–538.

Голицын Г.С. Полярные и тропические ураганы: их энергия, размеры и количественные критерии их генерации // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2008. Т. 44. № 5. С. 579–590.

Голицын Г.С. Статистика и динамика природных процессов и явлений: Методы, инструментарий, результаты. М.: КРАСАНД. 2012. 400 с.

Голицын Г.С., Работа А.Н. Колмогорова 1934 г. — основа для объяснения статистики природных явлений макромира // УФН. 2024. Т. 194. № 1. С. 86–96.

Голицын Г.С., Демченко П.Ф., Мохов И.И., Припутнев С.Г. Тропические циклоны: статистические закономерности функций распределения в зависимости от интенсивности и времени жизни // Докл. РАН. 1999а. Т. 366. № 1. С. 116–120.

Голицын Г.С., Писаренко В.Ф., Родкин М.В., Ярошевич М.И. Статистические характеристики параметров тропических циклонов и проблема оценки риска // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1999б. Т. 35. № 6. С. 734–741.

Голицын Г.С., Чернокульский А.В., Вазаева Н.В. Энергетика торнадо и смерчей // Докл. РАН. 2023. Т. 513. № 1. С. 134–138.

Курганский М.В. Статистическое распределение интенсивных влажно-конвективных спиральных вихрей в атмосфере // Докл. РАН. 2000. Т. 371. № 2. С. 240–242.

Курганский М.В. Распределение по размеру пыльных вихрей в атмосфере // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 3. С. 347–354.

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Ч.1. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 616 с.

Balme M., Greeley R. Dust devils on Earth and Mars. Rev. Geophys. 2006. V. 44. RG3003.

Barenblatt G.I., Golitsyn G.S. Local structure of mature dust storms // J. Atmos. Sci. 1974. V. 31. № 7. P. 1917–1933.

Dotzek N., Kurgansky M.V., Grieser J., Feuerstein B., Névir P. Observational evidence for exponential tornado intensity distributions over specific kinetic energy // Geophys. Res. Lett. 2005. V. 32. L24813.

Dzambo A., McFarquhar G., Sledd A., L'Ecuyer T. Assessing latent and kinetic energy trend changes in extratropical cyclones from 1940 to 2020: Results from ERA-5 reanalysis // Geophys. Res. Lett. 2023. V. 50. e2023GL105207.

Golitsyn G.S. A similarity approach to the general circulation of planetary atmospheres // Icarus. 1970. V. 13. P. 1–24.

Hess G.D., Spillane K.T. Characteristics of dust devils in Australia // J. Appl. Meteorol. 1990. V. 29. P. 498–507.

Jackson B., Lorenz R., Davis K. A framework for relating the structures and recovery statistics in pressure time-series surveys for dust devils // Icarus. 2018. V. 299. P. 166–174.

Jaynes E.T. Information theory and statistical mechanics // Phys. Rev. 1957. V. 106. P. 620–630.

Kanak K.M., Lilly D.K., Snow J.T. The formation of vertical vortices in the convective boundary layer // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2000. V. 126. P. 2789–2810.

Kolmogoroff A.N. Zufallige Bewegungen. Ann. Math. 1934. V. 35. P. 116–117 (перевод: А. Н. Колмогоров. Труды по теории вероятностей. М.: Наука, 1983).

Kurgansky M.V. Steady-state properties and statistical distribution of atmospheric dust devils // Geophys. Res. Lett. 2006. V. 33. L19S06.

Kurgansky M.V., Lorenz R.D., Rennó N.O., Takemi T., Gu Z., Wei W. Dust devil steady-state structure from a fluid dynamics perspective // Space. Sci. Rev. 2016. V. 203. P. 209–244.

Kurgansky M.V. Statistical distribution of atmospheric dust devils on Earth and Mars // Boundary-Layer Meteorology. 2022. V. 184. P. 381–400.

Lorenz R.D. Power law of dust devils on Earth and Mars // Icarus. 2009. V. 203. P. 683–684.

Lorenz R.D. Vortex encounter rates with fixed barometer stations: comparison with visual dust devil counts and large-eddy simulations // J. Atmos. Sci. 2014. V. 71. № 12. P. 4461–4472.

Lorenz R.D., Jackson B.K. Dust devil populations and statistics // Space Sci. Rev. 2016. V. 203. P. 277–297.

Powell M.D., Reinhold T.A. Tropical cyclone destructive potential by integrated kinetic energy // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 2007. V. 88. P. 513–526.

Renno N.O., Burkett M.L., Larkin M.P. A Simple thermodynamical theory for dust devils // J. Atmos. Sci. 1998. V. 55. P. 3244–3252.

Rényi A. On measures of information and entropy // Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematics. Statistics and Probability. 1961. P. 547–561.

Sinclair P.C. A quantitative analysis of the dust devil. Ph.D. Dissertation, University of Arizona, 1966.

Smith P.J. The energetics of extratropical cyclones // Rev. Geophys. 1980. V. 18(2). P. 378–386.

GEORGY SERGEEVICH GOLITSYN AND THE DYNAMICS OF ATMOSPHERES

© 2025 M. V. Kurgansky

Obukhov Institute of Atmospheric Physics RAS, Pyzhevsky per., 3, bld. 1, Moscow, 119017 Russia

e-mail: kurgansk@ifaran.ru

The pioneering contribution of G.S. Golitsyn to the theory of similarity of the circulation of planetary atmospheres, the energetics and statistics of tropical and polar hurricanes, extratropical cyclones and anticyclones, and the energetics of tornadoes is briefly described. In addition, some issues of the energetics and statistics of dust devils on Earth and Mars are considered.

Keywords: similarity theory, planetary atmospheres, tropical and polar hurricanes, cyclones and anticyclones, tornadoes and dust devils, exponential distribution