ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2025, том 61, № 2, с. 260–272

УДК 551.466

ОЦЕНКА АМПЛИТУДЫ СЕЙШ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ УДАЛЕННЫМИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯМИ В МАЛЫХ ВОДОЕМАХ СУШИ

Д. Н. Валеева[a], *, М. А. Носов[a, b], **

[a]*Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы, 1, стр. 2, Москва, 119991 Россия*

[b]*Институт морской геологии и геофизики Дальневосточного отделения РАН, ул. Науки, 1Б, Южно-Сахалинск, 693022 Россия*

**e-mail: dilaravn@mail.ru*

***e-mail: m.a.nosov@mail.ru*

Поступила в редакцию 09.08.2024 г.
После доработки 17.12.2024 г.
Принята к публикации 27.12.2024 г.

Проанализирован процесс формирования сейшевых колебаний уровня, инициируемых удаленными землетрясениями в малых водоемах суши, и предложен метод оценки амплитуды таких колебаний. Показано, что для оценки амплитуды водоем может быть описан двумя параметрами: горизонтальной протяженностью и максимальным периодом собственных колебаний. Метод основан на точном аналитическом решении одномерной задачи в рамках линейной теории длинных волн. Метод предполагает знание горизонтальных компонент сейсмических колебаний грунта. Для численных расчетов в работе использована запись катастрофического землетрясения в Турции 6 февраля 2023 г., полученная сейсмометром кафедры физики Земли физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва) на расстоянии 2050 км от эпицентра. Работоспособность метода подтверждена путем сопоставления аналитических оценок с результатами двумерного численного моделирования, проведенного для набора модельных бассейнов цилиндрической формы и постоянной глубины, а также для водоемов с батиметрией, соответствующей реальным озерам. Показано, что означенное землетрясение в водоемах московского региона могло возбудить колебания уровня с размахом до 0.5 м.

Ключевые слова: сейши, землетрясения, теория длинных волн, аналитическое решение, численное моделирование

DOI: 10.31857/S0002351525020086, **EDN:** GJBOQZ

1. ВВЕДЕНИЕ

Землетрясения являются одной из известных (классических) причин возникновения сейш — стоячих волн в замкнутых или частично замкнутых водоемах [Kvale, 1955; Rabinovich, 2009; McGarr, 2011; Смирнов и др., 2014]. Многочисленные описания и видеозаписи стоячих волн с амплитудой более метра в естественных и искусственных водоемах, расположенных вблизи эпицентров сильных землетрясений [https://youtu.be/S5dKWNA6CLU], позволяет отнести сейсмогенные сейши к категории опасных явлений. Заметим, что внезапное возникновение колебаний уровня с амплитудой более метра во внутренних водоемах, которые не подвержены регулярному воздействию штормовых волн и приливов, или в плавательных бассейнах могут представлять угрозу для береговой инфраструктуры и даже для человеческих жизней.

Известно, что не только близкие, но и удаленные землетрясения способны возбуждать сейши значительной амплитуды. Например, сейсмические волны от катастрофического землетрясения в Японии 11 марта 2011 г. [Тохоку, 2011] на расстоянии от эпицентра в 8300 км вызвали колебания уровня в норвежских фьордах с амплитудой около 1.5 м [Bondevik et al, 2013]. Заметим, что на расстоянии 850 км от эпицентра в оз. Бива (Biwa), расположенном в центральной части острова Хонсю, амплитуда сейш по данным измерений не превышала 0.1 м [Iwaki and Toda, 2022]. Аляскинское землетрясение 1964 г. послужило причиной сейшевых колебаний уровня, которые были зарегистрированы мареографами в разных частях света [McGarr and Vorhis, 1965]. Сейши, вызванные Великим Лиссабонским землетрясением 1755 г., описаны И. Кантом [Kant, 1839].

Непосредственно сейсмической генерации длинных волн в замкнутых водоемах посвящено сравнительно небольшое число публикаций. Однако близким гидродинамическим явлениям, в том числе стоячим длинным волнам в ограниченных водоемах или резервуарах, в научной литературе уделено значительное внимание. В частности, этой теме посвящены разделы в классических книгах по гидродинамике [Лэмб, 1947; Кочин и др., 1963]. Теоретические основы описания возбуждения волн в колеблющихся сосудах, представлены в работах [Моисеев и Петров, 1966; Сретенский, 1977]. Одно из возможных технических приложений этой задачи – описание колебаний топлива в баках ледокольных судов – приведено в работе [Елизарова и Сабурин, 2013]. Результаты численного моделирования сейсмоиндуцированных сейшевых колебаний в водоемах с реальной батиметрией представлены в работах [Ichinose and Anderson, 2000; Bondevik et al, 2013]; для воспроизведения сейшевых колебаний авторы обеих работ использовали линейную теорию длинных волн. В статье [Ichinose and Anderson, 2000] воздействие землетрясения было описано как мгновенное изменение начального уровня воды, соответствующее вертикальным смещениям дна (горизонтальное смещение не учитывалось), – именно таким образом поступают при описании генерации цунами землетрясением [Levin and Nosov, 2016]. В статье [Bondevik et al, 2013] подход был иным: в качестве вынуждающего воздействия были использованы горизонтальные компоненты ускорения, записанные сейсмографом.

Основной целью настоящей работы является анализ механизма формирования сейсмогенных сейшевых колебаний в замкнутом водоеме суши с целью разработки метода оценки амплитуды колебаний уровня по реальной акселерограмме. В основу метода положено аналитическое решение одномерной задачи. Проверка адекватности оценок производится с применением двумерного численного моделирования на наборе цилиндрических водоемов фиксированной глубины и озер с реальной батиметрией.

2. ОГРАНИЧЕНИЯ ИСПОЛЬЗУЕМОЙ МОДЕЛИ И ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Будем рассматривать возбуждение сейшевых колебаний в небольших замкнутых водоемах суши, горизонтальные размеры которых L существенно уступают длинам сейсмических волн Λ: $L \ll \Lambda$. В этом случае сейсмические колебания можно представить как движения недеформируемой чаши водоема с единым для каждой точки ускорением. Это позволяет описывать генерацию сейш сейсмическими колебаниями в неинерциальной системе отсчета путем введения внешней силы (ускорения).

При типичных для сильных землетрясений периодах поверхностных сейсмических волн (~ 10–100 с) их фазовая скорость составляет ~ 4 км/с [Soomro et al, 2016], т.е. длины поверхностных волн составляют Λ ~ 40–400 км. Можно заключить, что разрабатываемый нами метод применим для водоемов с размерами до нескольких километров. Очевидно, что большая часть водоемов суши и искусственных бассейнов удовлетворяет условию $L \ll \Lambda$.

Горизонтальные размеры естественных водоемов суши, как правило, существенно превосходят глубину. Длины волн низших мод сейшевых колебаний по порядку величины соответствуют горизонтальным размерам водоема. Следовательно, низшие моды должны хорошо описываться теорией длинных волн. Именно эту теорию мы будем применять ниже.

При расчете отклика водоема на сейсмические колебания в качестве исходных данных может использоваться либо реальный сигнал, зарегистрированный сейсмометром вблизи водоема, либо синтетическая сейсмограмма, рассчитанная численно. В обоих случаях сейсмический сигнал может содержать высокочастотные компоненты, которые способны возбуждать в водоеме короткие волны, не описываемые теорией длинных волн. Если в качестве условия применимости теории длинных волн принять $\lambda > 10H$, где H – глубина водоема, то, зная скорость длинных волн $\sqrt{gH}$, где g – ускорение силы тяжести, несложно получить условие на предельный период $T_c = 10\sqrt{H / g}$. При типичных для небольших природных водоемов глубинах ~ 1–10 м предельный период составляет ~ 3–10 с.

На юго-востоке Турции 6 февраля 2023 г с интервалом в несколько часов произошли два мощных землетрясения. В настоящей работе мы будем использовать запись первого из этих двух событий ($M_w = 7.8$), которое по данным Геологической службы США (USGS) произошло в 01:17:34 (UTC). Координаты эпицентра 37.226°N, 37.014°E, глубина гипоцентра 10 км. Сигнал был зарегистрирован сейсмометром кафедры физики Земли физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова (55.7°N, 37.5°E) на эпицентральном расстоянии около 2050 км.

Сейсмометр кафедры физики Земли регистрирует скорость смещений в вертикальном направлении (Z), а также по направлениям восток–запад (E) и север–юг (N) с частотой оцифровки 100 Гц. Оригинальный сигнал был подвергнут следующей обработке: сначала скорости были пересчитаны в ускорение, затем ускорения обработаны низкочастотным фильтром с частотой отсечки $f_c = 0.25$ Гц. После фильтрации частота оцифровки сигнала была уменьшена до 1 Гц.

Зарегистрированные и фильтрованные сигналы по направлениям Z, E и N представлены на рис. 1. Видно, что процедура низкочастотной фильтрации незначительно изменяет оригинальный сигнал и, что особенно важно в контексте рассматриваемой задачи, фактически не сказывается на пиковых амплитудах ускорения. Спектральные оценки, представленные на рис. 2, под-

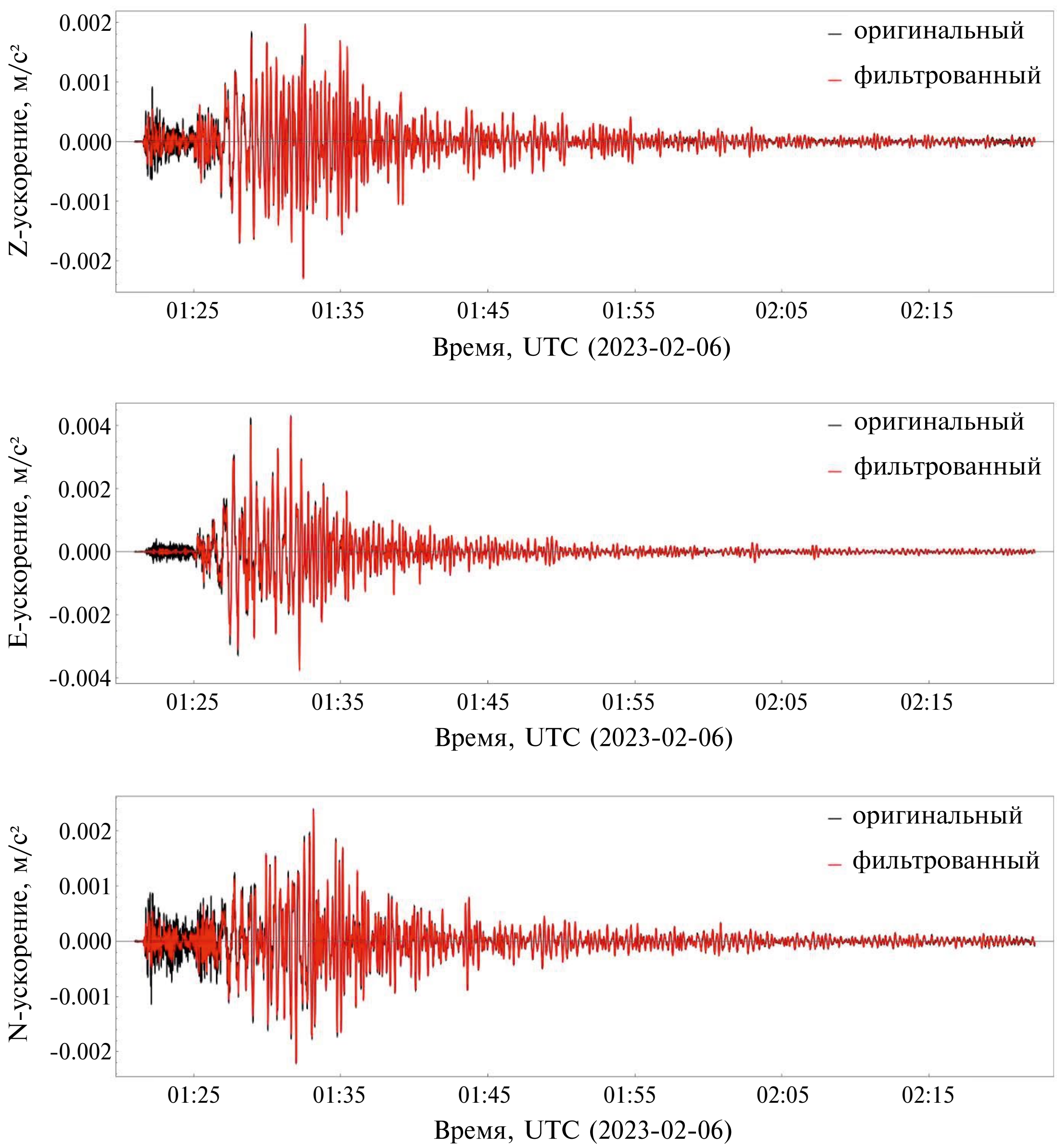

Рис. 1. Оригинальные и фильтрованные акселерограммы землетрясения в Турции 6 февраля 2023 г.

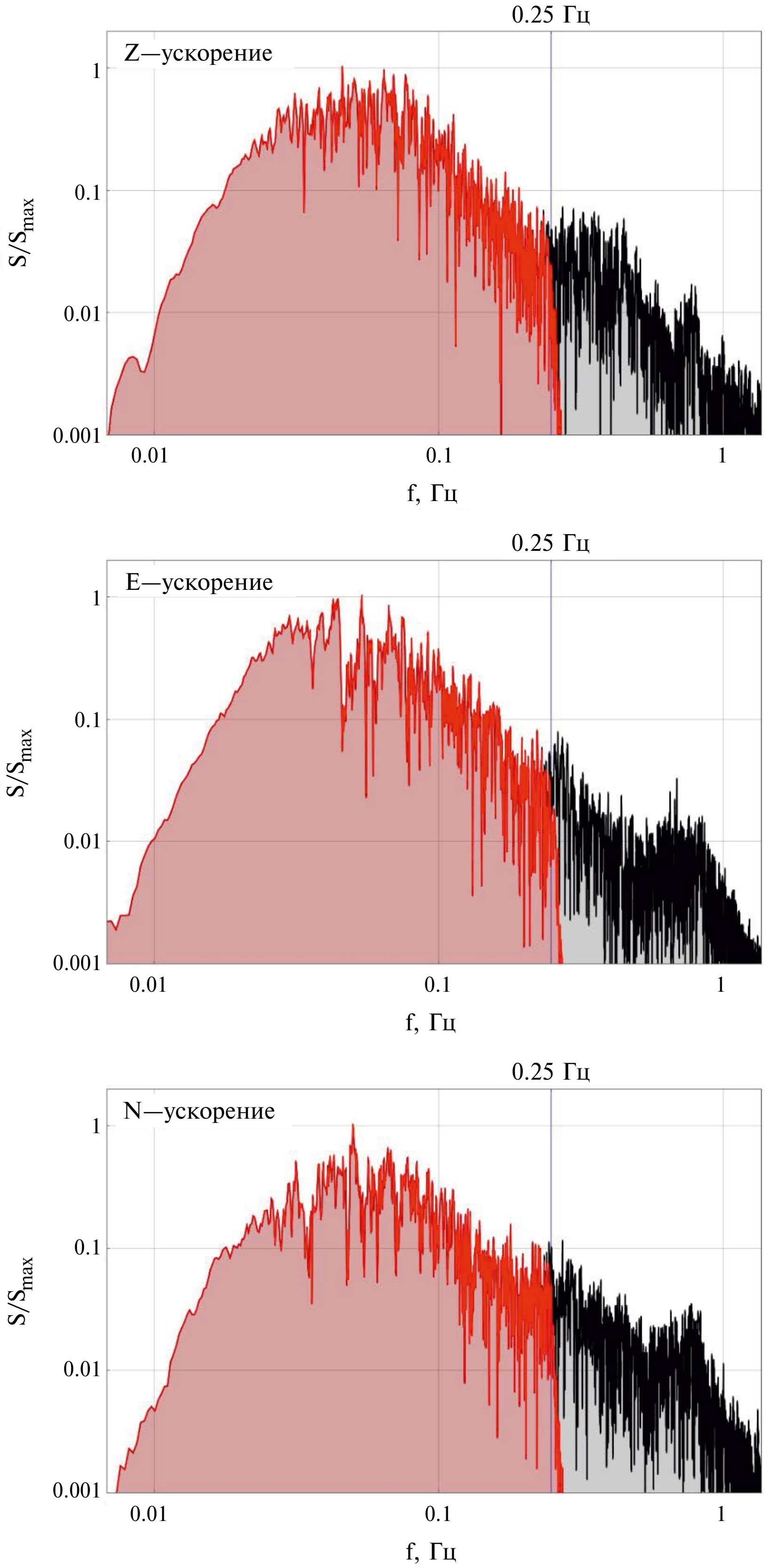

Рис. 2. Нормированные на максимальное значение спектральные оценки акселерограмм землетрясения в Турции 6 февраля 2023 г. Оригинальный сигнал – черная кривая, фильтрованный – красная. Частота отсечки фильтра «0.25 Гц» отмечена на рисунке

тверждают, что основной сигнал приходится на низкие частоты (< 0.1 Гц), и фильтрация с частотой отсечки $f_c = 0.25$ Гц только удаляет слабую высокочастотную компоненту сигнала.

Определение максимальной частоты сигнала имеет важное методическое значение. Типичной для поверхностных сейсмических волн скорости распространения около 4 км/с частоте 0.25 Гц соответствует длина сейсмической волны 16 км. Напомним, что одно из условий применимости нашего подхода состоит в том, чтобы горизонтальный размер водоема был существенно меньше длины сейсмической волны. Видно, что при частоте отсечки фильтра $f_c = 0.25$ Гц целесообразно ограничиться водоемами с горизонтальными размерами примерно до 1 км.

Следует еще заметить, что установление определенной частоты отсечки фильтра f_c автоматически исключат из рассмотрения водоемы слишком малых размеров, собственные частоты которых превышают частоту отсечки. При $f_c = 0.25$ Гц к таким предельно малым водоемам можно, например, отнести бассейн глубиной 0.3 м и длиной 3 м.

В силу того, что мы будем использовать линейную теорию длинных волн, еще одним естественным ограничением модели является малость амплитуды колебаний уровня водоема по сравнению с глубиной. В реальных водоемах максимальные амплитуды волн обычно достигаются у берега на минимальной глубине. При использовании в качестве берега «вертикальной стенки», выставленной на определенной изобате H_0 – как это принято в моделях цунами [Levin and Nosov, 2016], – сопоставлять максимальную амплитуду следует именно с глубиной H_0. Принимая, например, $H_0 = 1$ м, получаем, что волны с амплитудой до 0.1 м корректно описываются линейной моделью. И в подавляющем большинстве случаев удаленные землетрясения будут возбуждать именно такие «безопасные» колебания уровня. Но если линейная модель покажет, что амплитуда волн составляет десятки сантиметров или даже метры, то это основание расценивать рассматриваемый случай как потенциально опасный. Для получения точных оценок амплитуд «опасных» сейсмогенных сейшевых колебаний необходим учет нелинейности и топографии прибрежной полосы [e.g. Доброхотов и др. 2023]. Для волн большой амплитуды постановка граничных условий с использованием «вертикальной стенки» возможна только при наличии крутых берегов, что встречается у природных водоемов и почти всегда реализовано в искусственных резервуарах.

Система линейных уравнений теории длинных волн, записанная в неинерциальной системе отсчета 0xyz (начало на невозмущенной поверхности воды, ось 0z направлена вертикально вверх, оси 0x и 0y – горизонтально), начало которой движется по горизонтали с ускорением $\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{h}} = \left(a_E(t), a_N(t)\right)$ и по вертикали с ускорением $a_z = a_z(t)$, имеет следующий вид:

$$\begin{gathered}\frac{\partial \xi}{\partial \boldsymbol{t}} + \left(\nabla, \boldsymbol{H}\vec{\boldsymbol{v}}\right) = 0,\\ \frac{\partial \vec{\boldsymbol{v}}}{\partial \boldsymbol{t}} = -\left(g - a_z\right)\nabla\xi + \vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{h}},\end{gathered} \tag{1}$$

где $\xi = \xi(x, y, t)$ – смещение свободной водной поверхности от равновесного положения, $\vec{v} = \left(u(x, y, t), v(x, y, t)\right)$ – вектор горизонтальной скорости течения. Если предположить, что инициирующий сейшевые колебания сейсмический сигнал вступает в некоторый момент времени $t = 0$, то систему уравнений (1) следует решать с нулевыми начальными условиями:

$$\xi = 0,\ u = 0,\ v = 0. \tag{2}$$

В качестве граничных условий будем использовать условие непротекания на берегах (на близкой к берегу изобате H_0):

$$\left(\vec{v}, \vec{n}\right) = 0, \tag{3}$$

где $\vec{n}$ – нормаль к линии берега (к изобате H_0).

Из системы уравнений (1) видно, что при амплитудах сейсмических ускорений, которые значительно уступают ускорению свободного падения, и, соответственно, при малых амплитудах смещения свободной поверхности, вертикальной компонентой a_z можно пренебречь. Тем не менее, в случае продолжительного воздействия вертикальных сейсмических колебаний возможно развитие параметрического резонанса [e.g. Левин и др, 1984; Levin, 1996]. Известно [Левин и Носов, 2005], что характерное время роста амплитуды волн при параметрическом резонансе составляет $\tau = \dfrac{8g}{\eta_0\omega^3}$, где η_0 и ω – амплитуда и циклическая частота сейсмических колебаний соответственно. При амплитуде ускорения ($a_z \sim \eta_0\omega^2 = 0.002\,\text{м/с}^2$) и доминирующей частоте (~ 0.05 Гц), которые наблюдались при рассматриваемом здесь Турецком землетрясении (см. рис. 1 и 2), получаем оценку величины $\tau \sim 1.3\times10^5$ с (35 ч), что существенно превышает время воздействия сейсмического ускорения на водоем. Таким образом, механизм параметрического резонанса в данном случае не может обеспечить значимого вклада в колебания свободной поверхности.

3. ОДНОМЕРНАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Суммируя приведенные выше соображения, будем рассматривать генерацию сейш горизонтальными сейсмическими колебаниями в рамках линейной теории длинных волн.

Вначале обратимся к упрощенной одномерной задаче о горизонтальных колебаниях канала фиксированной глубины H и длины L, торцевые стенки которого движутся в горизонтальном направлении с заданным ускорением. Для такого бассейна, в покоящейся инерциальной системе координат, линейные уравнения длинных волн можно привести к волновому уравнению (4) с граничными условиями (5):

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} - gH\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} = 0, \tag{4}$$

$$\left.\frac{\partial\xi}{\partial x}\right|_{x=0,L} = -\frac{a(t)}{g}, \tag{5}$$

где $a(t)$ – ускорение, с которым движутся торцевые стенки канала.

Вторая краевая задача для уравнения (4)–(5) с нулевыми начальными условиями ($\xi = 0$, $\frac{\partial\xi}{\partial t} = 0$ при $t = 0$) имеет известное аналитическое решение [Полянин, 2001]:

$$\xi(x,t) = H\int_0^t d\hat{t}\,a(\hat{t})\left(G(x,0,t-\hat{t}) - G(x,L,t-\hat{t})\right), \tag{6}$$

где

$$G(x,\hat{x},t) = \frac{t}{L} + \frac{2}{\pi\sqrt{gH}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\cos\left(\frac{\pi n x}{L}\right)\times$$
$$\times\cos\left(\frac{\pi n\hat{x}}{L}\right)\sin\left(\frac{\pi n\sqrt{gH}}{L}t\right).$$

В результате элементарных преобразований выражение (6) сводится к виду

$$\xi(x,t) = \frac{2H}{\pi\sqrt{gH}}\int_0^t d\hat{t}\,a(\hat{t})\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\cos\left(\frac{\pi n x}{L}\right)\times$$
$$\times\sin\left(\frac{\pi n\sqrt{gH}}{L}(t-\hat{t})\right)\left[1-\cos(\pi n)\right] \tag{7}$$

Для приведения формулы (7) к безразмерному виду, возьмем в качестве линейного масштаба длину бассейна L, а в качестве масштаба времени – период низшей моды сейшевых колебаний канала, определяемый по известной формуле Мериана ($T_0 = \frac{2L}{\sqrt{gH}}$) [Merian, 1828; Forel, 1895]:

$$x^* = \frac{x}{L}, \tag{8}$$

$$t^* = \frac{t\sqrt{gH}}{2L}. \tag{9}$$

С учетом (8)–(7) выражение (7) принимает вид:

$$\frac{\xi(x^*,t^*)}{L} = \frac{2}{\pi}\int_0^t d\hat{t}^*\,\frac{a(\hat{t}^*)}{g}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\cos(\pi n x^*)\times$$
$$\times\sin\left(\pi n\left(t^*-\hat{t}^*\right)\right)\left[1-\cos(\pi n)\right]. \tag{10}$$

Из формулы (10) прямо следует, что при фиксированных прочих равных условиях (период T_0 и акселлерограмма) амплитуда сейшевых колебаний возрастает пропорционально размеру водоема L. Заметим, что изменение размера водоема, разумеется, сказывается на периоде собственных колебаний. Для обеспечения условия $T_0 = const$ глубина водоема должна возрастать по закону $H \sim L^2$.

В контексте развития метода оценки амплитуды сейшевых колебаний наше основное предположение состоит в том, что по реальной (или синтетической) сейсмограмме с помощью одномерной аналитической модели (10) возможно оценить максимальный размах сейшевых колебаний в пространственном (двумерном) случае. При этом реальный водоем описывается всего двумя параметрами, которые легко могут быть определены на практике заблаговременно (до сейсмического события): размером водоема L и максимальным периодом его собственных колебаний T_0.

Для учета влияния обеих горизонтальных компонент сейсмического сигнала предлагается провести серию расчетов, варьируя азимутальный угол оси канала. При этом эффективное ускорение (вдоль оси канала) будет вычисляться по формуле:

$$a(t) = a_E(t) sin\alpha + a_N(t) cos\alpha,$$

где α – азимутальный угол, отсчитываемый по часовой стрелке от направления на Север. В силу того, что нас интересует амплитуда колебаний уровня «у берега», расчеты по формуле (10) целесообразно проводить всего в одной точке канала: $x^* = 0$.

4. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ СЕЙСМОИНДУЦИРОВАННЫХ СЕЙШ

Для проверки адекватности предположения о возможности использования одномерной аналитической модели для оценки амплитуды сейшевых колебаний не только в канале, но и в пространственно распределенных (реальных) водоемах использовалась численная двумерная модель, построенная на основе линейных уравнений мелкой воды в неинерциальной системе отсчета (1) с начальными (2) и граничными (3) условиями. По причинам, указанным в разделе 1, вертикальной компонентой ускорения мы пренебрегаем. Отметим, что аналогичная система уравнений использовалась для воспроизведения сейсмогенных сейш в работе [Bondevik et al, 2013].

Начально-краевая задача (1)–(3) решалась в сферических координатах на сетке «Arakawa C-grid» [Аракава и Мезингер, 1979], часто используемой для решения такого рода уравнений. Классическая явная по времени конечно-разностная схема имеет второй порядок точности по координатам и первый по времени [Аракава и Мезингер, 1979; Зильберштейн и др., 1990]. Такая схема была использована, например, в работе [Носов и др., 2018]. Однако, при идеальном сохранении общего объема воды, она дает небольшие колебания в полной энергии стоячих волн. По этой причине, оставляя прежним порядок точности по координатам, мы повысили порядок по времени, использовав схему «leap-frog» («чехарда»). Устойчивость разностной схемы обеспечивалась выполнением критерия Куранта–Фридрихса–Леви, с помощью которого устанавливался шаг по времени.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для численного моделирования сейсмогенных сейшевых колебаний нами были выбраны набор цилиндрических бассейнов постоянной глубины и четыре водоема с реальными распределениями глубин, данные о батиметрии которых были получены с ресурса [https://lakemaps.org/]. Батиметрия реальных водоемов соответствует озерам «Белая вода», «Первое Русалочье», «Глубокое» и «Колдун», которые расположены в Ивановской и Владимирской областях.

Для каждого водоема численное воспроизведение сейшевых колебаний проводилось до модельного времени 3600 с. В результате численных расчетов были получены пространственные распределения амплитуд колебаний уровня (размах), которые представлены на рис. 3 (цилиндрические водоемы) и рис. 4 (реальные водоемы). Из рисунков видно, что размах колебаний уровня не является пренебрежимо малым, – он может достигать нескольких десятков сантиметров и даже превышать 0.5 м.

Для дальнейшей интерпретации результатов следует напомнить о модовой структуре сейшевых колебаний в цилиндрических бассейнах постоянной глубины. Собственные циклические частоты ω определяются из условия [Лэмб, 1947]

$$J_s'\left(\frac{\omega R}{\sqrt{gH}}\right) = 0, \qquad (11)$$

где J_s – функция Бесселя, $s = 0,1,2,3,\ldots$ Нормальные колебания воды в круговом бассейне подразделяются на два класса: круговые симметричные относительно центра бассейна при $s = 0$ (узловые окружности) и несимметричные при $s > 0$ (узловые диаметры). Примечательно, что минимальная собственная частота соответствует не $s = 0$, а $s = 1$. Соответствующий максимальный собственный период вычисляется по следующей формуле

$$T_0 \approx 3.413\frac{R}{\sqrt{gH}}. \qquad (12)$$

Из анализа рис. 3 можно заключить, что сейсмические колебания возбуждают моды $s > 0$, осесимметричные моды $(s = 0)$ отсутствуют. Заметим, что максимальные амплитуды собственных колебаний не всегда достигаются на урезе. Для цилиндрических водоемов, характеризуе-

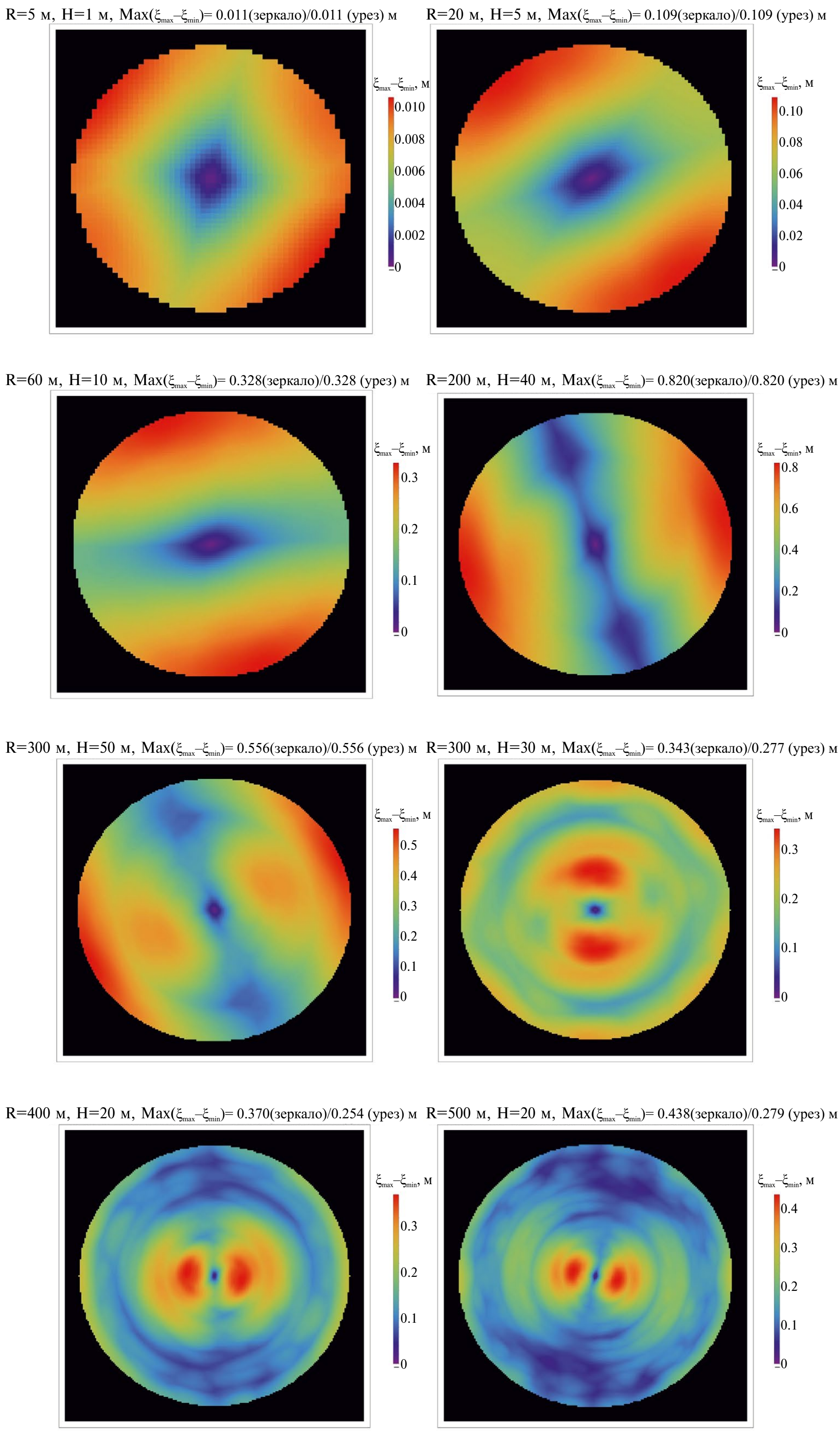

Рис. 3. Распределение максимальных амплитуд (размах) сейшевых колебаний в цилиндрических бассейнах постоянной глубины. Параметры бассейнов, а также значения максимумов по зеркалу бассейна и на урезе указаны на рисунке

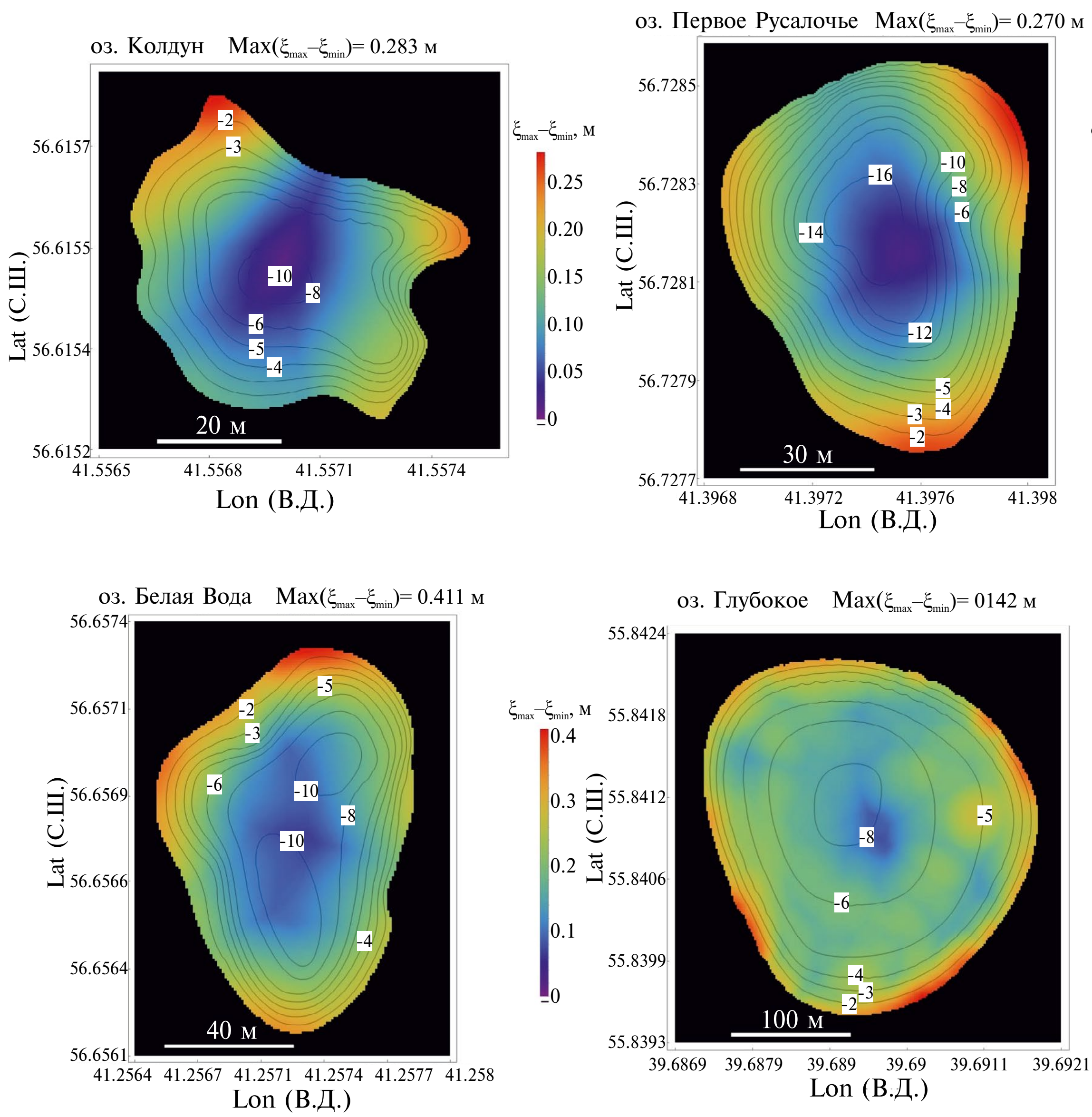

Рис. 4. Распределение максимальных амплитуд (размах) сейшевых колебаний в водоемах (озерах) с естественной батиметрией. Названия озер и значения максимумов указаны на рисунке. Черными изолиниями показаны изобаты, цифры – глубина в метрах

мых большими собственными периодами, возбуждаются более высокие моды, и максимум амплитуды наблюдается ближе к центру водоема. Для водоемов с естественной формой рельефа дна, когда глубины достаточно плавно убывают при приближении к берегу, максимальные амплитуды всегда достигаются на урезе воды.

Расчеты на основе аналитической формулы (10) производились для ансамбля прямоугольных каналов, характеризуемых собственными периодами от 4 до 120 с. Азимутальный угол ориентации канала α варьировался от 0° до 150° с шагом 30°. В силу того что использовалась сейсмическая запись, обработанная низкочастотным фильтром с частотой отсечки $f_c = 0.25$ Гц, число возбуждаемых мод сейшевых колебаний всегда было ограниченным, поэтому ряды в формуле (10) содержали число членов, равное целой части величины $T_0 f_c$.

По формуле (10) рассчитывались временные ряды, описывающие колебания уровня у торца канала (при $x = 0$). Временные ряды – аналогично сейсмическим данным – имели дискретность 1 с. Расчет велся до 3600 с. По временным рядам определялся максимальный размах колебаний, нормированный на длину канала L. Результатом расчетов служили «резонансные кривые», показанные на рис. 5 цветными кривыми. «Резонансная кривая» представляет собой зависимость амплитуды сейшевых колебаний (размах), нормированной на горизонтальную протяженность водоема L, от максимального периода собственных колебаний T_0. Из рис. 5 видно, что изменение азимутального угла канала может в несколько раз менять амплитуду колебаний уровня. При этом резонансные кривые – как, впрочем, и спектр сейсмического сигнала – отличаются значительной изрезанностью.

Результаты двумерного численного моделирования показаны на рис. 5 черными кружками (цилиндрические бассейны) и черными треугольниками (естественные водоемы). Черными кружками без заливки отмечена максимальная амплитуда, определенная на урезе.

Максимальные периоды сейшевых колебаний для цилиндрических бассейнов рассчитывались по формуле (12). Для водоемов с естественной батиметрией максимальные периоды определялись по результатам следующего численного эксперимента. Сейсмический форсинг в двумерной численной модели отключался, а поверхности воды в начальный момент времени придавался некоторый наклон. Возникающие собственные колебания рассчитывались в наборе точек вблизи берега. К полученным временным рядам применялся спектральный анализ, который и позволял определить максимальный собственный период водоема (оз. Колдун – 14 с, оз. Первое Русалочье – 17 с, оз. Белая вода – 25 с, оз. Глубокое – 73 с).

В качестве размера водоема L для цилиндрических бассейнов использовался диаметр. Величина L для естественных водоемов определялись по их максимальной протяженности (оз. Колдун – 55 м, оз. Первое Русалочье – 90 м, оз. Белая вода – 125 м, оз. Глубокое – 300 м).

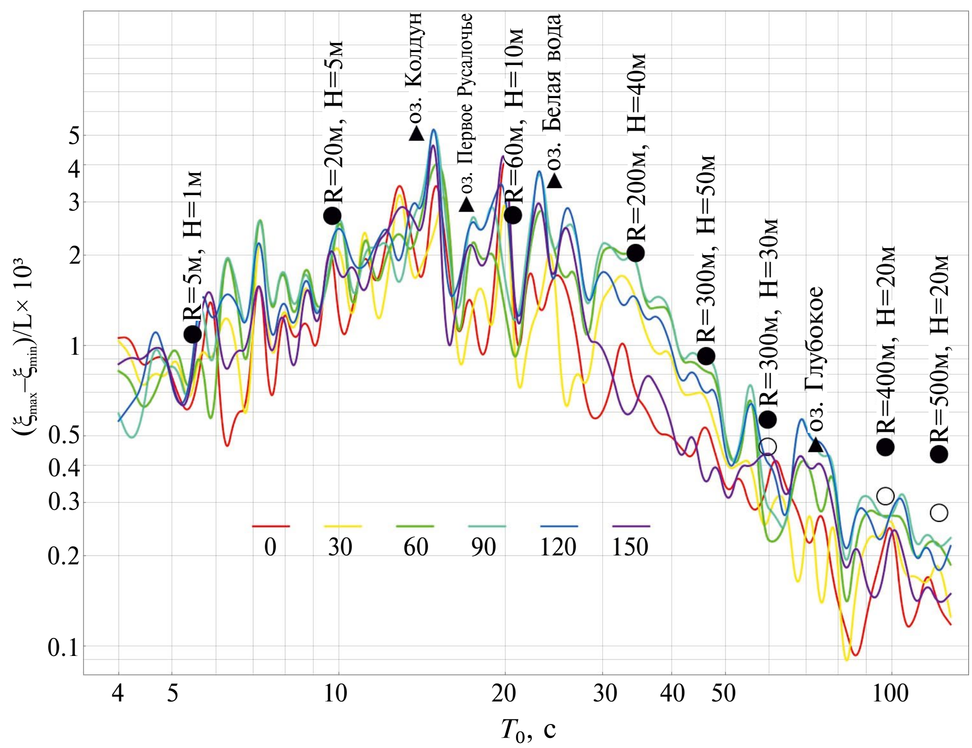

Рис. 5. Максимальная амплитуда (размах) сейшевых колебаний, нормированная на горизонтальную протяженность водоема L, как функция максимального собственного периода стоячих волн T_0. Цветные кривые – расчет по аналитической одномерной модели (канал). Цвет кривых варьируется в зависимости от азимутального угла ориентации канала в соответствии с легендой, показанной на рисунке (цифры – угол в градусах). Результаты двумерных численных расчетов показаны черными кружками для цилиндрических бассейнов и треугольниками для озер с естественной батиметрией. Параметры бассейнов и названия озер указаны над точками. Кружки с черной заливкой соответствуют случаям, когда максимум на урезе совпадает с максимумом по зеркалу. Кружки без заливки показывают величину максимума, достигнутого на урезе

Из рис. 5 видно, что аналитическая одномерная модель в целом оказывается вполне пригодной для оценки амплитуды сейшевых колебаний не только в модельных цилиндрических бассейнах, но и в водоемах естественной формы. Заметим, что для цилиндрических водоемов с собственными периодами более 50 с хорошо заметна разница между максимумами амплитуд, которые достигаются на урезе и в центре водоема. Аналитическая модель обеспечивает неплохое качество оценки амплитуды на урезе, но она явно недооценивает амплитуды стоячих волн в центре водоема. Впрочем, на практике важна оценка амплитуды именно на урезе. Тем более что в водоемах с реальной батиметрией максимумы во всех рассмотренных случаях достигаются у берега.

Внимательный анализ рис. 5 показывает, что аналитическая оценка представляется весьма точной для бассейнов цилиндрической формы, но в водоемах с реальной батиметрией аналитическая оценка несколько занижает амплитуду колебаний уровня. Этот эффект обязан чашеобразной форме естественных водоемов, которая способствует росту амплитуды волн у берега. Можно ожидать, что учет в численной модели эффектов наката в случае отлогого берега приведет к дальнейшему росту амплитуды.

В завершение раздела заметим, что оценка амплитуды сейшевых колебаний с использованием аналитической формулы (10), по сравнению с воспроизведением процесса с применением двумерной численной модели, обеспечивает примерно тысячекратный выигрыш по времени счета. Сравнительная оценка эффективности аналитического и численного подходов является приблизительной, — она может варьироваться в зависимости от параметров численной модели и от величины T_0. Примечательно, что эффективность аналитического подхода, основанного на формуле (10), с ростом T_0 падает, т. к. необходимо учитывать все большее число членов ряда. А эффективность двумерной численной модели (при фиксированном числе точек пространственной сетки) с ростом T_0, наоборот, растет, что объясняется увеличением модельного шага по времени.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В формировании сейшевых колебаний уровня, которые возникают в малых водоемах суши под действием сейсмических волн от удаленных землетрясений, основную роль играют горизонтальные компоненты ускорения. При прочих равных условиях амплитуда сейшевых колебаний линейно возрастает с увеличением горизонтальной протяженности водоема.

Для оценки амплитуды сейш существует путь пространственного численного моделирования и предложенный нами метод, основанный на точном аналитическом решении одномерной задачи. Аналитическое решение позволило показать, что в контексте рассматриваемой задачи водоем целесообразно характеризовать двумя размерными параметрами: горизонтальной протяженностью L и максимальным периодом собственных колебаний T_0. Оба параметра могут быть легко определены для любого природного водоема. При наличии измеренной или синтетической (спрогнозированной) сейсмограммы по параметрам L и T_0 аналитический метод обеспечивает возможность быстрой оценки амплитуды сейшевых колебаний.

С использованием сейсмограммы землетрясения в Турции 6 февраля 2023 г., зарегистрированной сейсмометром кафедры физики Земли физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва) на эпицентральном расстоянии 2050 км, численно воспроизведено формирование сейшевых колебаний в бассейнах цилиндрической формы и постоянной глубины, а также в водоемах с естественной батиметрией. Показано, что амплитуда колебаний уровня (размах) могла достигать 0.5 м. Путем сопоставления с результатами двумерного численного моделирования установлено, что аналитический метод обеспечивает хорошее качество оценки амплитуды колебаний уровня. Разработанный метод может быть полезен для оценки степени опасности возникающих сейшевых колебаний.

Землетрясение 2023 г. в Турции произошло в феврале, когда водоемы средней полосы покрыты льдом. При наличии ледяного покрова наши оценки в неизменном виде, конечно, неприменимы. Но в этой связи возникает интересная задача для будущих исследований об оценке возможности нарушения ледяного покрова под воздействием удаленных землетрясений. Если этот эффект существует, то он может быть обнаружен дистанционными методами.

БЛАГОДАРНОСТИ

Выражаем нашу признательность кафедре физики Земли физического МГУ им. М.В. Ломо-

носова за предоставленные данные по катастрофическому землетрясению в Турции 2023 года.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ им. М.В. Ломоносова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Аракава А., Мезингер Ф. Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Л.: Гидрометеоиздат, 1979. С. 93.

Доброхотов С.Ю., Калиниченко В.А., Миненков Д.С., Назайкинский В. Е. Асимптотики длинных стоячих волн в одномерных бассейнах с пологими берегами: теория и эксперимент // Прикладная математика и механика. 2023. Т. 87. № 2. С. 157–175.

Елизарова Т.Г., Сабурин Д.С. Численное моделирование колебаний жидкости в топливных баках // Матем. моделирование. 2013. Т. 25. № 3. С. 75.

Зильберштейн О.И, Сафронов Г.Ф., Семенов А.Ю. Природные катастрофы и стихийные бедствия в Дальневосточном регионе Владивосток: ДВО АН СССР. 1990. Т. 2. С. 277.

Кочин Н.Е., Кибель И.А. и др. Теоретическая гидродинамика ч. 1. М.: Физматгиз, 1963. С. 518.

Левин Б.В., Носов М.А. Физика цунами и родственных явлений в океане. М.: Янус-К, 2005. С. 322.

Лэмб Г. Гидродинамика. Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. С. 358.

Моисеев Н.Н., Петров А.А. Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. М.: ВЦ АН СССР, 1966. 268 с.

Носов М.А., Колесов С.В., Нурисламова Г.Н., Большакова А.В. Влияние вращения Земли на волны цунами, вызванные глубокофокусным Охотоморским землетрясением 2013 г. // ВМУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2018. № 6. С. 117–123.

Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Издательская фирма «Физико-математическая литература», 2001. С. 260.

Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. С. 432.

Смирнов С.В., Кучер К.М., Гранин Н.Г., Стурова И.В. Сейшевые колебания Байкала // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50. № 1. С. 105–116.

Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 816 с.

Bondevik S., Gjevik B., Sørensen M.B. Norwegian seiches from the giant 2011 Tohoku earthquake // Geophys. Res. Lett. 2013. V. 40. № 13. P. 3374–3378.

Forel F.-A. Le Léman (monographie limnologique), tome second. Lausanne: Librairie de l'Université de Lausanne, 1895. P. 59.

Ichinose G.A., Anderson J.G. The potential hazard from tsunami and seiche waves generated by large earthquakes within Lake Tahoe, California-Nevada // Geophys. Res. Lett., 2000. V. 27. № 8. P. 1203.

Iwaki M., Toda T. Seismic seiche-related oscillations in Lake Biwa, Japan, after the 2011 Tohoku earthquake // Scientific Reports. 2022. V. 12. № 1. P. 19357.

Kant I. Geschichte und Naturbeschriebung der merkwrdigsten Vorfalle des Erdbebens? Welches an dem Ende des MDCCLV Jahres einen grossen Theil der Erde erschtert hat. 1756 // Samtlliche Werke. 1839. V. 6. P. 227–280.

Kvale A. Seismic seiches in Norway and England during the Assam earthquake of August 15 // Bull. Seismol. Soc. Am. 1955. V. 45. № 2. P. 93–113.

Levin B.W. Nonlinear oscillating structures in the earthquake and seaquake dynamics // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 1996. V. 6. № 3. P. 405–413.

Levin B.W., Nosov M.A. Physics of Tsunamis, Second Edition. Cham–Heidelberg-New York–Dordrecht–London: Springer, 2016.

McGarr A. Seismic Seiches // Encyclopedia of Solid Earth Geophysics. Encyclopedia of Earth Sciences Series. Springer, 2011.

McGarr A., Vorhis R.C. Seismic seiches from the March 1964 Alaska Earthquake // U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. 1965. 544E. E1–E43.

Merian J.R. Ueber die Bewegung tropfbarer Flüssigkeiten in Gefassen. Basel: Schweighauser, 1828.

Rabinovich A.B. Seiches and harbor oscillations // Handbook of Coastal and Ocean Engineering. Los Angeles: California State Univ., 2009. P. 193–236.

Soomro R.A., Weidle C., Cristiano L., Lebedev S., Meier T., & PASSEQ Working Group. Phase velocities of Rayleigh and Love waves in central and northern Europe from automated, broad-band, interstation measurements // Geophysical Journal International. 2016. V. 204. № 1. P. 517–534.

https://www.youtube.com/watch?v=S5dKWNA-6CLU&ab_channel=%D0%A1%D0%BA%D0%B0%D0%B9%D0%A2%D0%BE%D0%BF

https://lakemaps.org/

ASSESSMENT OF THE AMPLITUDE OF SEICHES GENERATED BY REMOTE EARTHQUAKES IN SMALL INLAND WATER BODIES

D. N. Valeeva[1,*], M. A. Nosov[1,2,]**

[1]*Physical Faculty, Lomonosov Moscow State University, Leninskie gory, 1, bld. 2, Moscow, 119991 Russia*

[2]*Institute of Marine Geology and Geophysics, Far Eastern Branch of the RAS, Nauki str., 1B, Yuzhno-Sakhalinsk, 693022 Russia*

**e-mail: dilaravn@mail.ru*
***e-mail: m.a.nosov@mail.ru*

The process of formation of seiche level oscillations initiated by remote earthquakes in small inland bodies of water is analyzed, and a method for estimating the amplitude of such oscillations is proposed. It is shown that to estimate the amplitude, a reservoir can be described by two parameters: horizontal extent and maximum period of natural oscillations. The method is based on an exact analytical solution of a one-dimensional problem within the framework of the linear theory of long waves. The method assumes knowledge of the horizontal components of seismic ground motions. For numerical calculations, the work used a record of the catastrophic earthquake in Turkey on February 6, 2023, obtained by a seismometer of the Department of Physics of the Earth, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University (Moscow) at a distance of 2050 km from the epicenter. The efficiency of the method is confirmed by comparing analytical estimates with the results of two-dimensional numerical modeling conducted for a set of model basins of cylindrical shape and constant depth, as well as for reservoirs with bathymetry corresponding to real lakes. It has been shown that the earthquake in question in the water bodies of the Moscow region could have caused fluctuations in the water level with a range of up to 0.5 m.

Keywords: seiches, earthquakes, long wave theory, analytical solution, numerical modeling