

ISSN 0002-3515

Том 59, Номер 3

Май - Июнь 2023



ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

www.sciencejournals.ru

Журнал оригинальных и обзорных статей по всем аспектам теоретических, модельных и экспериментальных работ по физике атмосферы и океана.



СОДЕРЖАНИЕ

Том 59, номер 3, 2023

Симметричная устойчивость вертикальных бароклинных вихрей с теплым ядром <i>М. В. Курганский</i>	251
Изменчивость струйных течений в атмосфере Северного полушария в последние десятилетия (1980–2021 гг.) <i>Е. А. Безотеческая, О. Г. Чхетиани, И. И. Мохов</i>	265
Субмезомасштабные волнообразные структуры в атмосферном пограничном слое и их параметры по данным содарных измерений в Подмоскowie <i>Д. В. Зайцева, М. А. Каллистратова, В. С. Люлюкин, Р. Д. Кузнецов, Д. Д. Кузнецов, Н. В. Вазаева</i>	275
Бароклинная модель Большого Красного пятна Юпитера <i>Б. П. Суетин, В. В. Жмур, О. Г. Чхетиани</i>	286
Изменения площади снежного покрова в Евразии в XXI веке по расчетам с ансамблем климатических моделей CMIP6 <i>М. Р. Парфенова, М. М. Аржанов, И. И. Мохов</i>	299
Эмиссия метана из озер севера Западной Сибири <i>В. С. Казанцев, Л. А. Кривенко, Ю. А. Дворников, В. А. Ломов, А. Ф. Сабреков</i>	309
Сравнения результатов численного моделирования и измерений содержания CO ₂ в атмосфере Санкт-Петербурга <i>Г. М. Неробелов, Ю. М. Тимофеев, С. П. Смышляев, С. Ч. Фока, Х. Х. Имхасин</i>	322
Анализ результатов многолетних измерений содержания озона в тропосфере на станции СПбГУ в Петергофе <i>Я. А. Виролайнен, Д. В. Ионов, А. В. Поляков</i>	336
Дальние поля на поверхности раздела бесконечно глубокого океана и ледяного покрова, возбуждаемые локализованным источником <i>В. В. Булатов, И. Ю. Владимиров</i>	346
Об акустическом и электромагнитном излучениях заряженной осциллирующей капли <i>А. И. Григорьев, Н. Ю. Колбнева, С. О. Ширяева</i>	352

Contents

Vol. 59, No. 3, 2023

Symmetric Stability of Vertical Baroclinic Vortices with a Warm Core <i>M. V. Kurgansky</i>	251
Variability of Jet Streams in the Atmosphere of the Northern Hemisphere in Recent Decades (1980–2021) <i>E. A. Bezotecheskaya, O. G. Chkhetiani, and I. I. Mokhov</i>	265
Submeso Wave-Like Structures in the Atmospheric Boundary Layer and Their Parameters Measured with the Help of Sodar in Moscow Region <i>D. V. Zaitseva, M. A. Kallistratova, V. S. Luylyukin, R. D. Kouznetsov, D. D. Kuznetsov, and N. V. Vazaeva</i>	275
Baroclinic Model of Jupiter's Great Red Spot <i>B. P. Suetin, V. V. Zhmur, and O. G. Chkhetiani</i>	286
Projected Changes in the Snow Cover Extent in the 21st Century in Eurasia According to Simulations with the Ensemble of Climate Models CMIP6 <i>M. R. Parfenova, M. M. Arzhanov, and I. I. Mokhov</i>	299
Methane Emission from Lakes in the North of Western Siberia <i>V. S. Kazantsev, L. A. Krivenok, Yu. A. Dvornikov, V. A. Lomov, and A. F. Sabrekov</i>	309
Comparison of CO ₂ Content in the Atmosphere of St. Petersburg According to Numerical Modelling and Observations <i>G. M. Nerobelov, Yu. M. Timofeyev, S. P. Smyshlyaev, S. Ch. Foka, and H. H. Imhasin</i>	322
Analysis of Long-Term Measurements of Tropospheric Ozone at the SPBU Observational Site in Peterhof <i>Ya. A. Virolainen, D. V. Ionov, and A. V. Polyakov</i>	336
Far Fields at Interface between an Infinitely Deep Ocean and Ice Excited by a Localized Source <i>V. V. Bulatov and I. Yu. Vladimirov</i>	346
About Acoustic and Electromagnetic Radiation of the Charged Droplet <i>A. I. Grigoryev, N. Yu. Kolbneva, and S. O. Shiryayeva</i>	352

УДК 551.511

СИММЕТРИЧНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ВЕРТИКАЛЬНЫХ БАРОКЛИННЫХ ВИХРЕЙ С ТЕПЛЫМ ЯДРОМ

© 2023 г. М. В. Курганский*

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия

**e-mail: kurgansk@ifaran.ru*

Поступила в редакцию 16.01.2023 г.

После доработки 11.02.2023 г.

Принята к публикации 10.03.2023 г.

Сделана попытка связать морфологические характеристики интенсивных конвективных вихрей, таких как (водяные) смерчи и пыльные вихри, с их гидродинамической устойчивостью. Рассмотрена симметричная устойчивость циклострофически сбалансированных вертикальных бароклинных вихрей, радиус максимального ветра которых зависит от высоты. Показана устойчивость узких, близких к цилиндрическим в своей нижней части вихрей с радиусом, который затем с возрастающей скоростью увеличивается с высотой и становится бесконечным на конечном уровне над поверхностью Земли. Напротив, более широкие вихри конической формы удовлетворяют необходимому условию неустойчивости, и высказывается гипотеза о том, что это отчасти объясняет более диффузный, неорганизованный характер подобного рода пыльных вихрей. Рассмотрена возможность постановки задачи с учетом общего вращения.

Ключевые слова: симметричная устойчивость, интенсивные вертикальные вихри, водяные смерчи, пыльные вихри

DOI: 10.31857/S0002351523030069, **EDN:** TSAPPF

1. ВВЕДЕНИЕ

Интенсивные вертикальные вихри конвективной природы, такие как сухопутные и водяные смерчи, а также пыльные вихри могут иметь существенно различающееся морфологическое строение. К примеру, видимая под основанием материнского облака воронка сухопутного смерча (торнадо) может принимать различные формы, например: форму конуса (cone), V-образную (V-shaped) форму, форму клина (wedge), форму цилиндра (cylinder), форму песочных часов (hourglass), форму веревки (rope) (см. [Stull, 2011], p. 577, Fig. 15.32¹). Различающиеся формы имеют и воронки водяных смерчей (waterspouts) [Schwiesow, 1981]. Что касается пыльных вихрей, то в [Kurgansky et al., 2016] была предложена классификация вихрей по их форме на два основных типа. Во-первых, узкие, сосредоточенные вихри коаксиальной (цилиндрической) формы, которые простираются высоко вверх в конвективный пограничный слой (рис. 1а). Во-вторых, более широкие и менее организованные (более диффузные) вихри, имеющие в своей нижней части форму перевернутого клина и в зарождении и

поддержании которых вертикальная конвекция играет, по всей видимости, меньшую роль, нежели для вихрей первого типа (рис. 1б). Эта неорганизованность, или диффузность, отчетлива видна на рис. 1б, если его сравнивать с рис. 1а. В недавней работе [Fenton et al., 2022], схоже с тем, как это было предложено в [Balme and Greeley, 2006] (Fig. 4), использована чуть более широкая классификация форм пыльных вихрей. Она включает (а) узкие, цилиндрические (“cylindrical”) вихри, сохраняющие свою постоянную толщину во всей вихревой колонне, (б) конические (“conical”) вихри, сходящиеся к одной точке или обрезанному конусу на поверхности земли, и (в) неорганизованные (“disorganized”) вихри, которые не имеют четко определенной формы. Безусловно, иногда происходит существенное изменение формы вихря, например, при его внезапном распаде (vortex breakdown), но, как правило, во время зрелой, квазиустановившейся, фазы своего существования, которая составляет подавляющую часть продолжительности жизни вихря, он сохраняет ту или иную свою форму. Оказывать определенное влияние на форму вихря может степень шероховатости подстилающей поверхности [Kurgansky et al., 2016]; также влиять на визуальную форму вихря может дисперсный состав пыли, вовлеченной в вихревое движение, в силу за-

¹ См.: https://www.eoas.ubc.ca/books/Practical_Meteorology/mse3.html.

(a)



(б)



Рис. 1. Две характерные морфологические формы пыльных вихрей: (а) вихри формы веревки и (б) вихри формы вазы (ср. [Schwiesow, 1981]). В то время как вихри формы (б) часто более интенсивны в нижней части, вихри формы (а) распространяются на максимальную высоту и наиболее эффективно переносят пыль вверх. Фотографии сделаны недалеко от поселка Уара (Nuara) в пустыне Атакама в Чили в январе 2009 г. (см. [Kurgansky et al., 2011, 2016]).

висимости свойств инерционности частиц пыли от их размера [Ингель, 2021].

В данной работе сделана попытка связать морфологию вертикальных конвективных вихрей с их гидродинамической устойчивостью. Конкретно, будет исследован случай симметричной неустойчивости, и если вихрь оказывается неустойчивым согласно этому анализу, то полученный результат может указывать на дезорганизованный, диффузный характер исследуемой вихревой структуры. Анализ неустойчивости будет наиболее простым в том отношении, что в основной поток, устойчивость которого исследуется, не включается аксиальное (вертикальное) поле скорости в вихре. Основанием этому, в частности, является наблюдаемая малость вертикальной скорости в пыльных вихрях по отношению к азимутальной скорости. Так, в [Balme and Greeley, 2006] указано, что вертикальная скорость w в пыльных вихрях обычно составляет порядка одной четверти от максимальной азимутальной скорости v_m . В [Ito and Niino, 2014] методом PIV (Particle Image Velocimetry) найдено, что в исследованном ими пыльном вихре $v_m = 16$ и $w = 6$ м с⁻¹. Аналогично, прямые самолетные измерения азимутальной, вертикальной и радиальной компонент скорости в водяных смерчах вблизи Флориды дали соответственно значения 25, 8 и 1 м с⁻¹ [Levenson et al., 1977].

Данная статья состоит из трех частей. В первой части статьи на основе предыдущих работ излагается нелинейная теория симметричной устойчивости аксиально-симметричных бароклиных вихрей. Во второй, основной, части статьи полученные критерии устойчивости применяются к вертикальным аксиально-симметричным бароклиным вихрям с радиусом, меняющимся с высотой. Рассматриваются два случая: (1) узких, сосредоточенных вихрей и (2) широких, диффузных вихрей. В третьей части статьи кратко обсуждается учет силы Кориолиса в задаче.

2. КРИТЕРИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИММЕТРИЧНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Рассматривается аксиально-симметричное вихревое движение в атмосфере с учетом, вообще говоря, влажности воздуха. Используется приближение Буссинеска, диссипативными факторами и эффектом вращения Земли пренебрегается. Вектор скорости имеет три компоненты (u, v, w) в рассматриваемой цилиндрической системе координат (r, θ, z) . Эти компоненты скорости зависят от двух координат (r, z) , где r — радиальная координата, z — аксиальная (вертикальная) координата. Зависимость от азимутальной координаты θ

отсутствует. Диссипативные факторы не учитываем. Исходим из полной системы уравнений

$$\frac{Du}{Dt} - \frac{v^2}{r} = -\frac{\partial \pi}{\partial r}, \quad \frac{D}{Dt}(vr) = 0, \quad \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial \pi}{\partial z} + \tilde{b}, \quad (1a)$$

$$\frac{D\tilde{b}}{Dt} + N^2 w = 0, \quad \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial}{\partial z}(rw) = 0. \quad (1b)$$

Здесь $\tilde{b} = g\tilde{T}/T_e$ — плавучесть, определяемая произведением ускорения свободного падения g на отношение отклонения $\tilde{T} = T - T_e$ температуры T от температуры T_e в окружающей атмосфере на большом расстоянии от оси вихря к самому значению T_e . Переменная π равна отношению $\tilde{p}/(p_e/RT_e)$, где $\tilde{p} = p - p_e$; здесь p это полное давление, а $p_e(z)$ — гидростатическое давление, определяемое из соотношения $dp_e/dz = -gp_e/RT_e$, причем R — газовая постоянная воздуха. Наконец, $N^2 = (g/T_e) \times (\gamma_m + dT_e/dz)$, где γ_m — влажноадиабатический градиент температуры. Когда рассматриваются “сухие” пыльные вихри, то вместо γ_m берется сухоадиабатический градиент температуры γ_d . В дальнейшем N^2 считается постоянной величиной. Поэтому вихревое движение во влажной атмосфере рассматривается как влажноадиабатическое. В уравнениях (1) также использован символ полной производной по времени $D/Dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial r + w\partial/\partial z$.

С учетом того, что $u = Dr/Dt$, из уравнений (1) следует уравнение баланса энергии

$$r \frac{D}{Dt} \left(\frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} + \frac{\tilde{b}^2}{2N^2} \right) + \frac{\partial}{\partial r}(ru\pi) + \frac{\partial}{\partial z}(rw\pi) = 0,$$

интегрируя которое по всей области, занятой вихревым течением, с тем условием, что граница области является линией тока $\psi = \text{const}$ вторичной (полоидальной) циркуляции с полем скорости $\mathbf{u} = (u, w)$, где $ur = -\partial\psi/\partial z$ и $wr = \partial\psi/\partial r$, мы получаем закон сохранения полной энергии

$$\frac{d}{dt} E = 0, \quad E = \iint \frac{1}{2} \left(u^2 + v^2 + \frac{\tilde{b}^2}{N^2} \right) r dr dz. \quad (2a)$$

Удобно, однако, выражение для энергии (2a) преобразовать, используя $w = Dz/Dt$ и вводя “полную плавучесть” $b = \tilde{b} + N^2 z$, такую что $Db/Dt = 0$. Теперь

$$\begin{aligned} \iint \frac{1}{2} \frac{\tilde{b}^2}{N^2} r dr dz &= \iint \frac{1}{2} \frac{(b - N^2 z)^2}{N^2} r dr dz = \\ &= \iint \frac{1}{2} \frac{b^2}{N^2} r dr dz - \iint b z r dr dz + \iint \frac{1}{2} N^2 z^2 r dr dz. \end{aligned} \quad (2b)$$

Первый интеграл в правой части (2б) является сохраняющейся величиной в силу $Db/Dt = 0$, а третий интеграл является абсолютной константой, которая может принимать бесконечные значения для неограниченной области. Поэтому в выражении для энергии необходимо учитывать лишь второй интеграл в (2б), и мы вместо (2а) приходим к более удобному для последующего анализа выражению для сохранения энергии

$$\frac{d}{dt}E = 0, \quad E = \iint \left\{ \frac{1}{2}(\mathbf{u}^2 + v^2) - bz \right\} r dr dz. \quad (2в)$$

Кроме того, следствием уравнений (1) является бесконечный набор законов сохранения (казимиров)

$$\frac{d}{dt}F = 0, \quad F = \iint \Phi(m, b) r dr dz, \quad (3)$$

где Φ — произвольная дифференцируемая функция двух аргументов: удельного углового момента $m = vr$ и плавучести b . В дальнейшем удобно использовать новую радиальную координату $x = r^2/2$ и новую зависимую переменную $\mu = m^2$, как это фигурирует в критерии центробежной устойчивости Рэлея [Rayleigh, 1917] и как в контексте решаемой задачи было предложено в [Калашник и Свиркунов, 1996]. Теперь, сохраняя в F обозначение произвольной функции Φ , приходим к законам сохранения

$$E = \iint \left\{ \frac{1}{2} \left(\mathbf{u}^2 + \frac{\mu}{2x} \right) - bz \right\} dx dz, \quad (4)$$

$$F = \iint \Phi(\mu, b) dx dz.$$

Применяя метод Арнольда [Арнольд, 1965] и следуя в целом работе [Калашник и Свиркунов, 1996] (см. также [Калашник и др., 2022]), но с использованием приближения Буссинеска, будем исследовать на нелинейную устойчивость установившееся во времени, циклострофически и гидростатически сбалансированное вихревое течение, отвечающее первичной (тороидальной) циркуляции в вихре

$$-\frac{v_0^2}{r} = -\frac{\partial \pi_0}{\partial r}, \quad 0 = -\frac{\partial \pi_0}{\partial z} + \tilde{b}_0, \quad \mathbf{u}_0 = 0.$$

Исключая из этой системы уравнений давление π_0 , придем к обобщению уравнения термического ветра, которое записываем с использованием зависимой переменной $\mu_0 = m_0^2 = v_0^2 r^2 = 2v_0^2 x$,

$$\frac{1}{4x^2} \frac{\partial \mu_0}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{b}_0}{\partial x} \equiv \frac{\partial b_0}{\partial x}. \quad (5)$$

Наша цель найти условия, при которых значение функционала $I = E + F$ экстремально на основном течении, определяемом соотношением (5),

а также условием $\mathbf{u}_0 = 0$. Для этого наложим на основное течение малые вариации $\mu = \mu_0 + \delta\mu$, $b = b_0 + \delta b$, $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \delta\mathbf{u} = \delta\mathbf{u}$, подставим в (4) и произведем разложение функционала I по степеням этих малых вариаций. Для первой вариации функционала I , с учетом того, что $\mathbf{u}_0 = 0$, будем иметь

$$\delta I = \iint \left(\frac{\delta\mu}{4x} - z\delta b + \frac{\partial \Phi}{\partial \mu} \delta\mu + \frac{\partial \Phi}{\partial b} \delta b \right) dx dz,$$

причем частные производные функции Φ берутся в “точке” $\mu = \mu_0$, $b = b_0$ функционального пространства. Необходимыми условиями экстремума I являются

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = -\frac{1}{4x}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial b} = z. \quad (6)$$

Вычисляя вторую вариацию, будем иметь

$$\delta^2 I = \iint \left\{ (\delta\mathbf{u})^2 + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \mu^2} (\delta\mu)^2 + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \mu \partial b} \delta\mu \delta b + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial b^2} (\delta b)^2 \right\} dx dz. \quad (7)$$

Используя соотношения (6) для определения вторых производных функции Φ в (7), в итоге имеем

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \mu^2} = \frac{1}{4x^2} \frac{\partial b_0}{\partial z} \left[\frac{\partial(\mu_0, b_0)}{\partial(x, z)} \right]^{-1},$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial b^2} = \frac{\partial \mu_0}{\partial x} \left[\frac{\partial(\mu_0, b_0)}{\partial(x, z)} \right]^{-1},$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \mu \partial b} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial b \partial \mu} = -\frac{\partial b_0}{\partial x} \left[\frac{\partial(\mu_0, b_0)}{\partial(x, z)} \right]^{-1} =$$

$$= -\frac{1}{4x^2} \frac{\partial \mu_0}{\partial z} \left[\frac{\partial(\mu_0, b_0)}{\partial(x, z)} \right]^{-1}.$$

В дальнейшем используем краткое обозначение

$$\Delta_0 = \frac{\partial(\mu_0, b_0)}{\partial(x, z)}.$$

Рассчитаем потенциальный вихрь Эртеля $\Pi = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla b$ для основного вихревого потока, где $\boldsymbol{\omega}$ вектор завихренности. Будем иметь

$$\Pi_0 = -\frac{\partial v_0}{\partial z} \frac{\partial b_0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_0) \frac{\partial b_0}{\partial z} =$$

$$= \frac{\partial m_0}{\partial x} \frac{\partial b_0}{\partial z} - \frac{\partial m_0}{\partial z} \frac{\partial b_0}{\partial x} = \frac{\partial(m_0, b_0)}{\partial(x, z)}$$

и поэтому $\Delta_0 = 2m_0 \Pi_0$.

Достаточные условия устойчивости основного вихревого потока заключаются в знакоопреде-

ленности квадратичной формы в подынтегральном выражении в (7), именно

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \mu^2} = \frac{1}{4x^2} \frac{\partial b_0}{\partial z} \Delta_0^{-1} > 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial b^2} = \frac{\partial \mu_0}{\partial x} \Delta_0^{-1} > 0, \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \mu^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial b^2} - \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \mu \partial b} \right)^2 = \\ & = \frac{1}{4x^2 \Delta_0^2} \left(\frac{\partial \mu_0}{\partial x} \frac{\partial b_0}{\partial z} - \frac{\partial \mu_0}{\partial z} \frac{\partial b_0}{\partial x} \right) = \frac{1}{4x^2 \Delta_0} > 0. \end{aligned} \quad (8b)$$

Условие (8б) устойчивости выполнено, если $\Delta_0 > 0$. Если это так, то для устойчивости должны еще выполняться условия (8а). Первое из них есть условие статической устойчивости $\partial b_0 / \partial z > 0$. Второе условие это классический критерий центробежной устойчивости Рэля $\partial \mu_0 / \partial x > 0$. На самом деле эти три критерия устойчивости, т.е. условие (8б) и условия статической и центробежной устойчивости, взаимосвязаны. Действительно, используя (5), мы можем записать

$$\Delta_0 = \frac{\partial \mu_0}{\partial x} \frac{\partial b_0}{\partial z} - \frac{\partial \mu_0}{\partial z} \frac{\partial b_0}{\partial x} = \frac{\partial \mu_0}{\partial x} \frac{\partial b_0}{\partial z} - \frac{1}{4x^2} \left(\frac{\partial \mu_0}{\partial z} \right)^2. \quad (8в)$$

Поэтому если одновременно выполняются условия (8б) и центробежной устойчивости, то вихрь заведомо является и статически устойчивым. Альтернативно, если одновременно выполняются условия (8б) и статической устойчивости, то вихрь заведомо является и центробежно устойчивым.

3. ПРИЛОЖЕНИЕ К УЗКИМ, СОСРЕДОТОЧЕННЫМ ВИХРЯМ

В качестве приложения рассмотрим устойчивость модельного вихря с профилем скорости, который обобщает на случай бароклинного вихря профиль скорости, предложенный в [Fiedler, 1989]²

$$v_0(r, z) = \frac{v_m(z)r/r_m(z)}{1 + r^2/r_m^2(z)}. \quad (9)$$

В этой модели азимутальная скорость на каждом высотном уровне достигает максимального значения $v_m(z)$ на расстоянии $r_m(z)$ от оси вихря. Вблизи оси вихря азимутальная скорость линейно возрастает с радиусом r , а на больших расстояниях от оси (на периферии вихря) она обратно пропорциональна r . В выражении (9) заложено предположение о полном подобии поля скорости на различных высотных уровнях. Такой профиль скорости соответствует узким сосредоточенным вихрям; см. рис. 1(а) и рис. 2, на котором показана

структура полей скорости и завихренности для узкого вихря (А), изученного в [Bluestein et al., 2004]. На каждом высотном уровне профилю скорости (9) отвечает так называемый лоренцевский профиль редуцированного давления (ср. [Kahanpää et al., 2016])

$$\pi_0(r, z) = -\frac{v_m^2(z)}{2} \frac{1}{1 + r^2/r_m^2(z)}.$$

Сузим класс возможных профилей скорости в (9), полагая, что $v_m(z)r_m(z) = \Gamma = \text{const}$, т.е. условная граница вихревого ядра $r = r_m(z)$ является поверхностью постоянных значений углового момента $m = \Gamma$, и введем новую переменную $y(z) = 2/r_m^2(z)$. Величина Γ считается положительной, т.е. без ограничения общности рассматривается циклоническое (против часовой стрелки, если смотреть сверху) вихревое движение. Теперь уравнение (9) записывается более кратко

$$m_0(x, z) = \frac{\Gamma xy}{1 + xy} \quad (10)$$

и из уравнения (5) элементарной выкладкой имеем

$$\frac{\partial b_0}{\partial x} = \frac{\partial \tilde{b}_0}{\partial x} = \frac{\Gamma^2}{2} \frac{y y'}{(1 + xy)^3}.$$

Штрих над переменной y означает дифференцирование по z . Интегрируя по x имеем

$$b_0(x, z) = -\frac{\Gamma^2}{4} \frac{y'}{(1 + xy)^2} + N^2 z, \quad (11)$$

поскольку плавучесть $\tilde{b}_0$, обусловленная вихревым движением, обязана обращаться в нуль при $x \rightarrow \infty$. Из формулы (11) следует, что в основной нейтрально стратифицированной ($N^2 = 0$) зоне развитого конвективного пограничного слоя³, в вихре с теплым ядром ($\tilde{b}_0 > 0$) выполняется условие $y' < 0$, т.е. вихрь должен расширяться с высотой. К формуле (11) можно прийти более просто, если учесть, что в данном случае

$$\pi_0 = -\frac{\Gamma^2}{4} \frac{y}{1 + xy}$$

³ Пыльный вихрь, как правило, сосуществует с сильно неустойчивым конвективным пограничным слоем. В этом слое сверхадиабатические температурные градиенты сосредоточены внутри тонкого приземного слоя толщиной порядка масштаба длины Обухова, который (по абсолютной величине) составляет несколько метров для условий пустынь [Hess and Spillane, 1990; Kanak et al., 2000]. Согласно с этой основанной на наблюдениях картиной, вихревой поток вне приземного слоя рассматривается как невязкий, и окружающая атмосфера считается нейтрально стратифицированной.

² Обзор точных решений уравнений гидродинамики, которые применяются при изучении интенсивных атмосферных вихрей дан в [Kurgansky et al., 2016; Вараксин, 2017; Онищенко и др., 2020].

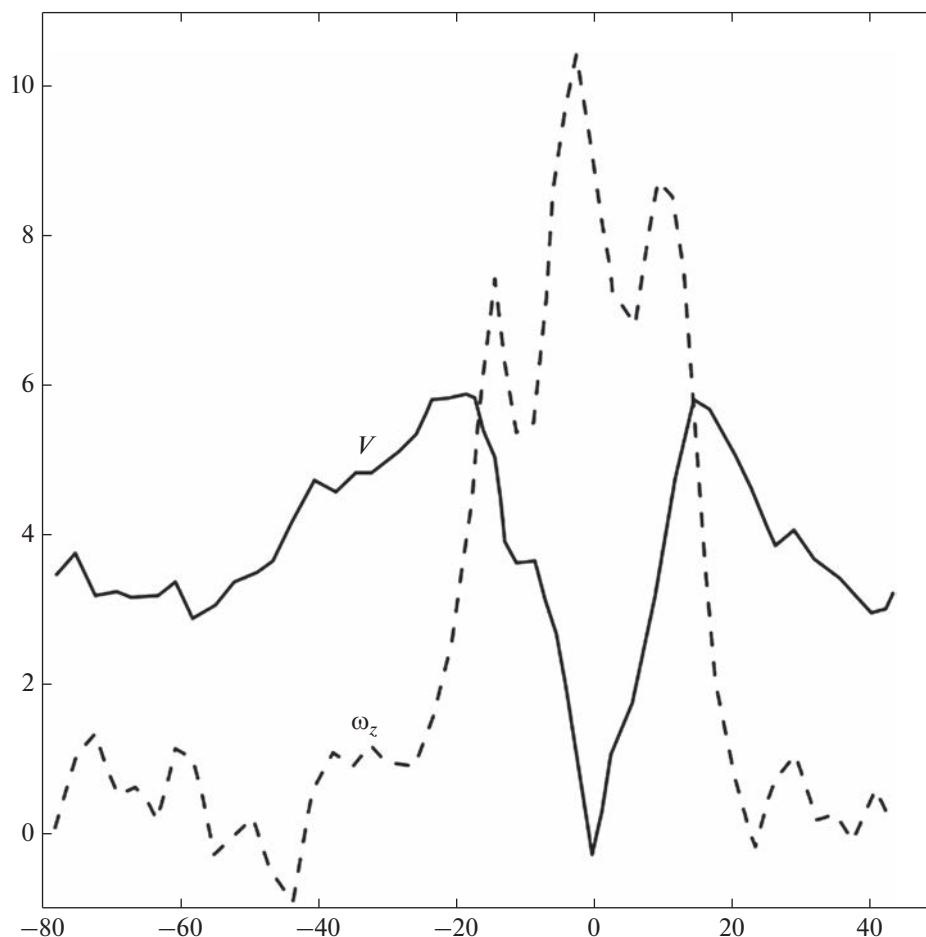


Рис. 2. Приблизительная азимутальная компонента скорости ветра V в системе отсчета движущейся с вихрем (сплошная линия; м с^{-1}) и вертикальная завихренность ω_z (штриховая линия; $\times 10 \text{ с}^{-1}$) в пыльном вихре А как функция расстояния от центра r (м). Отрицательные (положительные) расстояния измеряются слева (справа) от центра вихря, как это просматривается радаром. Завихренность в центре вихря оценивается как среднее значение завихренности, вычисленной справа и слева от центра; адаптировано из [Bluestein et al., 2004], см. также [Kurgansky et al., 2016].

и далее для определения возмущения поля плавленности использовать уравнение гидростатики $\tilde{b}_0 = \partial \pi_0 / \partial z$.

Теперь у нас есть все, чтобы рассчитать поле потенциального вихря. С учетом (10) и (11) прямая выкладка показывает, что

$$\Pi_0(x, z) = \frac{\partial(m_0, b_0)}{\partial(x, z)} = -\frac{\Gamma^3}{4} \frac{y y''}{(1 + xy)^4} + \frac{N^2 \Gamma y}{(1 + xy)^2}. \quad (12)$$

В рассматриваемых симметрично устойчивых циклонических вихрях $\Gamma > 0$ и потенциальный вихрь Π_0 положителен. В антициклонических вихрях (вращение по часовой стрелке) он отрицателен. Очевидно, имеем

$$\Delta_0 = 2m_0 \Pi_0 = -\frac{\Gamma^4}{2} \frac{xy^2 y''}{(1 + xy)^5} + \frac{N^2 \Gamma^2 xy^2}{(1 + xy)^3} \quad (13)$$

и из (8в) и (13) следует, что для того, чтобы при $N^2 = 0$ не было симметричной неустойчивости должно выполняться условие $y'' < 0$, т.е. для вихря с теплым ядром скорость его расширения с высотой должна возрастать по мере увеличения самой высоты z . Из (11) вытекает, что условие Рэля центробежной устойчивости всегда выполнено, а условие статической устойчивости записывается в виде

$$\frac{\partial b_0}{\partial z} = -\frac{\Gamma^2}{4} \frac{y''}{(1 + xy)^2} + \frac{\Gamma^2}{2} \frac{xy'^2}{(1 + xy)^3} + N^2 > 0.$$

Отметим, что при $N^2 = 0$ это условие заведомо выполнено, если выполняется условие симметричной устойчивости $y'' < 0$ (см. также выше).

В качестве приложения полученных результатов рассмотрим семейство вихрей, в которых радиус вихря становится бесконечным на некотором ко-

нежном уровне $z = h$ (ср. [Kurgansky, 2005, 2013]), причем $r_m(z) = r_0(1 - z/h)^{-\sigma}$, где $\sigma > 0$ и $r_m(0) = r_0$.

При этом $y(z) = 2r_0^{-2}(1 - z/h)^{2\sigma}$. Имея в виду геофизические приложения, будем рассматривать это вихревое решение в интервале высот $0 \leq z < h$. При формальном продолжении решения в область отрицательных z и когда $z \rightarrow -\infty$ это решение отвечало бы концентрированной вихревой нити.

Очевидно, имеем $y' = -4\sigma r_0^{-2} h^{-1} (1 - z/h)^{2\sigma-1} < 0$ и $y'' = 4\sigma(2\sigma - 1)r_0^{-2} h^{-2} (1 - z/h)^{2\sigma-2}$. Симметрично устойчивым вихрям отвечает $0 < \sigma < 1/2$. Особым является пограничный случай $\sigma = 1/2$, когда вопрос о симметричной устойчивости требует дополнительного исследования, выходящего за рамки данной работы. Будем рассматривать вихри, для которых $\sigma = 1/2 - \sigma_1$, где $0 < \sigma_1 \ll 1$ — малое положительное число. В таких вихрях плавучесть (11) возрастает при приближении к уровню $z = h$ по степенному закону $(1 - z/h)^{-2\sigma_1}$, что является определенной схематизацией эффекта температурной инверсии, ограничивающей сверху вихревое движение. При этом потенциальный вихрь (12) изменяется $\propto -2\sigma_1(1 - z/h)^{-1}$, т.е. он, вообще говоря, мал по величине, но при приближении к уровню $z = h$ возрастает по степенному закону. Отметим, что такой вихрь в своей нижней, видимой, например, за счет поднятой пыли части, сравнительно мало отличается от строго цилиндрического по форме вихря, поскольку, например, $r_m(h/2) \approx \sqrt{2}r_0$. Рисунок 3 доставляет пример такого близкого к цилиндрическому в своей нижней части, но расширяющему кверху вихрю, который отвечает водяному смерчу.

Заслуживает внимания модель симметрично устойчивого бароклинного вихря конечной высоты, в которой рост плавучести при приближении к верхнему предельному уровню $z = h$ хотя и является неограниченным, но в определенном смысле минимален, поскольку происходит по логарифмическому закону. Это модель, в которой поле потенциального вихря (12) на оси вихря принимает постоянное с высотой положительное значение $\Pi_0(0, z) = \Pi_{00} = \text{const} > 0$ (ср. [Kurgansky, 2006]), т.е.,

$$yy'' = -4\Pi_{00}/\Gamma^3 = -K = \text{const} < 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) решается с граничными условиями: (а) $y = 0$ при $z = h$ и (б) $y' = -4b_0(0, 0)/\Gamma^2 \equiv -4b_{00}/\Gamma^2$ при $z = 0$ и $x = 0$; см. (11). Первый интеграл уравнения (14) имеет вид

$$\frac{y'^2}{2} = K \left(a^2 - \ln \frac{y}{y_0} \right), \quad (15)$$

где $y_0 \equiv y(0)$. Произвольная постоянная a в (15) определяется из граничного условия на поверхности земли, $8b_{00}^2/\Gamma^4 = Ka^2 = (4\Pi_{00}/\Gamma^3)a^2$, т.е. $a = \pm\sqrt{2/\Gamma}(b_{00}/\sqrt{\Pi_{00}})$. Делаем в уравнении (15) замену переменных $\eta^2 = a^2 - \ln(y/y_0)$ и, извлекая квадратный корень из обеих частей (15) для вихрей с радиусом, монотонно растущим с высотой, получаем

$$\sqrt{\frac{2}{K}} y_0 \exp(a^2) \exp(-\eta^2) \eta' = 1.$$

Последнее уравнение имеет решение

$$-\sqrt{\frac{\pi}{2K}} y_0 \exp(a^2) [\text{erfc}(\eta) - \text{erfc}(a)] = z, \quad (16)$$

где $\text{erfc}(\eta) = (2/\sqrt{\pi}) \int_{\eta}^{\infty} \exp(-t^2) dt$ — интеграл ошибок, и это решение удовлетворяет условию, что $\eta = a$ при $z = 0$. В частности, с учетом того, что $\text{erfc}(\eta) = 0$ при $z = h$ ($\eta = \infty$), высота вихря дается формулой

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{\frac{\pi}{2K}} y_0 \exp(a^2) \text{erfc}(a) \equiv \\ &\equiv \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\Gamma^2 y_0}{b_{00}} a \exp(a^2) \text{erfc}(a). \end{aligned} \quad (17a)$$

С учетом (17a), деля обе части (16) на h , получаем

$$\text{erfc}(\eta) = \text{erfc}(a)(1 - z/h). \quad (17b)$$

Рассмотрим предельный случай малых значений потенциального вихря Π_{00} , когда $a \gg 1$. В этом случае справедлива асимптотика $\text{erfc}(a) \equiv \equiv (1/\sqrt{\pi}) a^{-1} \exp(-a^2)$ и приближенно имеем $h \equiv \equiv (1/4)(\Gamma^2 y_0/b_{00})$, т.е. $v_m(0) \equiv 2b_{00}^{1/2} h^{1/2}$, что близко согласуется с результатами в [Rennó et al., 1998]. Теперь при $z = h/2$ из (17b) с точностью до логарифмической поправки имеем $y(h/2)/y_0 \approx 1/2$, т.е. $r_m(h/2) \approx \sqrt{2}r_0$, что согласуется с рассмотренной выше моделью вихря. В противоположном предельном случае больших значений потенциального вихря Π_{00} , когда $a \ll 1$, асимптотически имеем $h \equiv \sqrt{\pi/8}(\Gamma^{3/2} y_0/\Pi_{00}^{1/2})$ и поэтому $v_m(0) \equiv \equiv (2/\sqrt[3]{\pi})\Pi_{00}^{1/3}[r_m(0)]^{1/3}h^{2/3}$. Здесь проявляется зависимость $v_m(0) \propto [r_m(0)]^{1/3}$, которая находит определенное подтверждение в наблюдательных данных о пыльных вихрях на Земле и на Марсе [Balme and Greeley, 2006]. Отметим, что асимпто-



Рис. 3. Водяной смерч вблизи г. Сочи 22 июля 2021 г. примерно 05:20 по Гринвичу (фото любезно предоставлено О.В. Калмыковой).

тический случай $a \ll 1$ может отвечать гигантским пыльным вихрям на Марсе, где важным источником плавучести служит прямой нагрев пыли Солнцем в вихревой колонне, а также влажно-конвективным вихрям на Земле, таким как смерчи над сушей и над морем, когда источником плавучести является теплота конденсации водяного пара в вихревом ядре.

4. ПРИЛОЖЕНИЕ К ШИРОКИМ, ДИФфуЗНЫМ ВИХРЯМ

В [Kurgansky, 2013] была также рассмотрена модель “перевернутого вихревого конуса”, когда $r_m(z) = c(z + d)$ и вершина конуса, представляю-

щего границу вихревого ядра, находится в точке с координатой $z = -d$ под поверхностью земли $z = 0$, а постоянный множитель c характеризует угол раскрытия конуса. Для такого рода вихрей, имеющих форму вазы, см. рис. 1(б), профиль азимутальной скорости может представляться более общей чем (9) формулой (ср. уравнение (10) для обобщенного вихря Рэнкина в [Kurgansky et al., 2016])

$$v_0(r, z) = \frac{v_m(z) r^s / r_m^s(z)}{1 + r^{1+s} / r_m^{1+s}(z)}, \quad s \geq 1. \quad (18)$$

При $s = 1$ следует формула (9), а с увеличением s в пределе $s \rightarrow \infty$ приходим к так называемому

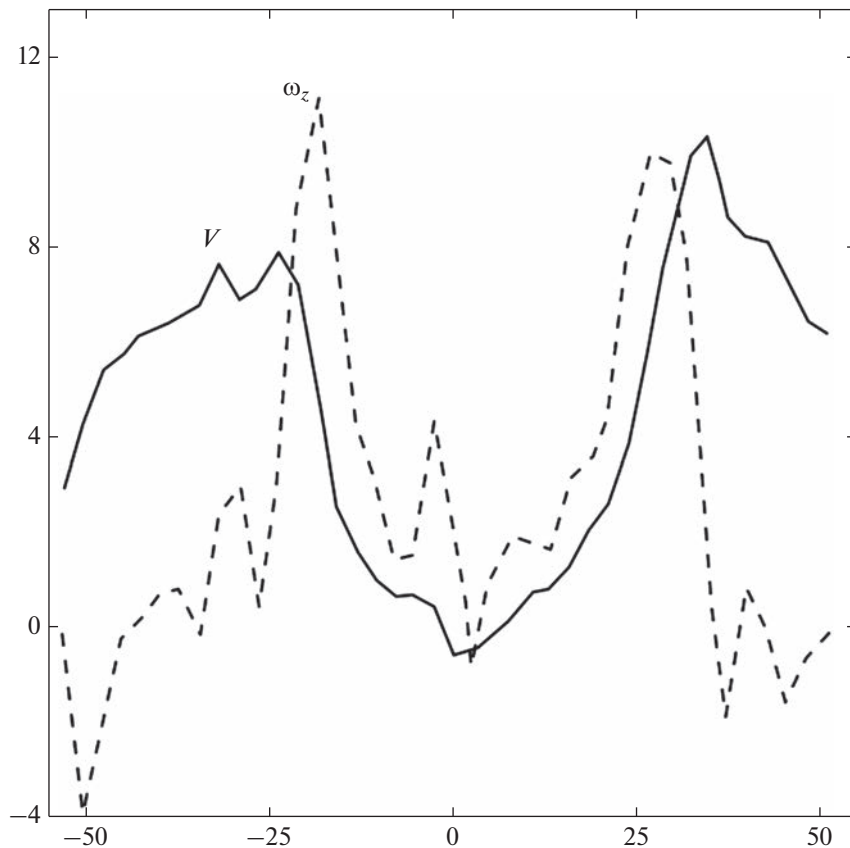


Рис. 4. То же, что и на рис. 2, но для пыльного вихря В. Адаптировано из [Bluestein et al., 2004], см. также [Kurgansky et al., 2016].

“полому вихрю” (hollow vortex), сердцевина которого находится в покое, а вся завихренность сосредоточена вблизи границы вихревого ядра при $r = r_m(z)$. Формула (18) является обобщением формулы (9), и она дополнительна формуле

$$v_0(r, z) = \frac{v_m(z)r/r_m(z)}{\left[1 + r^{2n}/r_m^{2n}(z)\right]^{1/n}}, \quad n \geq 1 \quad (19)$$

для профиля скорости, также обобщающей (9), как это было предложено в [Vatistas et al, 1991]; ср. [Kurgansky et al., 2016]. Возможный синтез формул (18) и (19), хотя и интересен сам по себе, но выходит за рамки данной работы. В качестве такого кандидата может быть предложен профиль

$$v_0(r, z) = \frac{v_m(z)r^s/r_m^s(z)}{\left(1 + r^{(1+s)n}/r_m^{(1+s)n}(z)\right)^{1/n}}, \quad s \geq 1, \quad n \geq 1.$$

Профиль скорости (18) при $s > 1$ соответствует широкому, диффузному вихрям; см. рис. 1(б) и 4, на котором показана структура полей скорости и завихренности для широкого интенсивного пыльного вихря (В), изученного в [Bluestein et al., 2004].

Теперь, если $v_m(z)r_m(z) = \Gamma = \text{const}$, то в прежних обозначениях вместо (10) имеем

$$m_0(x, z) = \frac{\Gamma(xy)^{\frac{s+1}{2}}}{1 + (xy)^{\frac{s+1}{2}}}$$

и поле давления выражается интегралом

$$\pi_0 = -\frac{\Gamma^2}{4} y \int_{xy}^{\infty} (xy)^{s-1} \left(1 + (xy)^{\frac{s+1}{2}}\right)^{-2} d(xy),$$

где учтено, что возмущение давления обращается в нуль на бесконечном расстоянии от оси вихря. При $s = 1$ получается результат

$$\pi_0 = -\frac{\Gamma^2}{4} \frac{y}{1 + xy},$$

в точности согласующийся с приведенной в предыдущем разделе формулой. Однако, также заслуживает внимания случай $s = 3$, когда выпи-

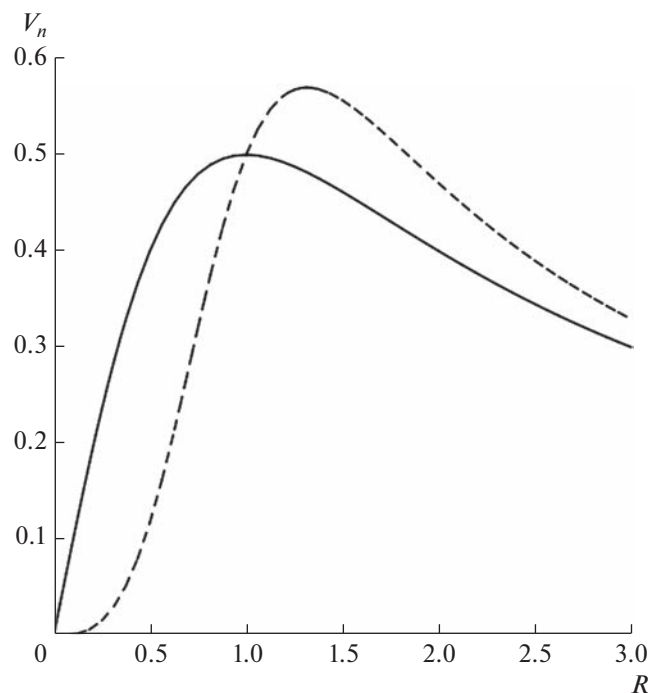


Рис. 5. Зависимость от нормированной радиальной координаты $R = r/r_m(z)$ значения нормированной скорости $V_n = v_0(r, z)/v_m(z)$ для вихрей с $s = 1$ (сплошная линия) и $s = 3$ (пунктирная линия).

санный интеграл непосредственно берется. Имеем, что

$$\pi_0 = -\frac{\Gamma^2}{8} y \left(\frac{xy}{1+(xy)^2} + \frac{\pi}{2} - \arctg(xy) \right)$$

и поэтому

$$\begin{aligned} \tilde{b}_0 &= \frac{\partial \pi_0}{\partial z} = \\ &= -\frac{\Gamma^2}{8} y' \left(\frac{xy}{1+(xy)^2} + \frac{\pi}{2} - \arctg(xy) - \frac{2(xy)^3}{(1+(xy)^2)^2} \right). \end{aligned}$$

Непосредственно проверяется, что обобщенное уравнение термического ветра (5) выполнено. На оси вихря при $N^2 = 0$ условие гидростатической устойчивости $\partial \tilde{b}_0 / \partial z = -(\Gamma^2 \pi / 16) y'' > 0$ заведомо не выполнено, поскольку в данном случае $y'' > 0$. Также, вообще говоря, во всем вихревом потоке не выполнено и условие симметричной бароклинной устойчивости $\Pi_0 > 0$.

Сказанное может вносить вклад в объяснение того обстоятельства, что конические пыльные вихри (вихри формы вазы, см. рис. 16) имеют в определенной степени неорганизованный, диффузный характер. Однако, если имеется фоновая

устойчивая стратификация атмосферы, то условие гидростатической устойчивости заключается в выполнении неравенства $(\Gamma^2 \pi / 16) y'' < N^2$, которое в случае “перевернутого вихревого конуса” когда $y'' = 12c^{-2}(z+d)^{-4}$, принимает вид $(z+d)^4 > (3\pi/4)\Gamma^2 c^{-2} N^{-2}$ и заведомо выполнено, если $d^4 > (3\pi/4)\Gamma^2 c^{-2} N^{-2}$. Последнее условие можно переписать в виде неравенства

$$\frac{v_m(0)}{Nd} < \frac{2}{\sqrt{3\pi}}, \quad \frac{1}{d} = \frac{d}{dz} \ln r_m(z) \Big|_{z=0},$$

которое накладывает ограничение на максимальную скорость на поверхности земли $v_m(0)$ и на форму вихревого конуса. Для условий, отвечающих земной атмосфере, выписанное неравенство выполняется для вихрей, радиус которых слабо растет с высотой, т.е. для почти цилиндрических вихрей.

На рис. 5 показаны профили скорости, отвечающие соответственно $s = 1$ (в этом случае имеется профиль скорости (9)) и $s = 3$ в (19). Рисунки 6 и 7 дают представление о радиальных профилях давления и плавучести соответственно в вихрях с $s = 1$ (узкий сосредоточенный вихрь, ср. рис. 2) и $s = 3$ (широкий диффузный вихрь, ср. рис. 4).

Выше рассматривалась простейшая модель “перевернутого конуса” $r_m(z) = c(z+d)$. Однако, все сказанное справедливо и для более сложных и более реалистичных моделей, таких, как $r_m(z) = c_1(z+d)^\beta$ и $r_m(z) = c_2 \text{th}[(z+d)/\varepsilon]$, где $0 < \beta < 1$ и значение безразмерного показателя степени β определяет размерность постоянной c_1 ; постоянные c_2 и ε имеют размерность длины.

5. УЧЕТ ОБЩЕГО ВРАЩЕНИЯ

Рассмотрим теперь более сложную задачу с учетом общего вращения. В этом случае основная система уравнений (1) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} - \frac{v^2}{r} - f v &= -\frac{\partial \pi}{\partial r}, \\ \frac{D}{Dt} \left(v r + f \frac{r^2}{2} \right) &= 0, \quad \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial \pi}{\partial z} + \tilde{b}, \end{aligned} \quad (20a)$$

$$\frac{D\tilde{b}}{Dt} + N^2 w = 0, \quad \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial}{\partial z}(rw) = 0. \quad (20b)$$

В уравнениях (20) f обозначает постоянный параметр Кориолиса. Теперь (абсолютный) удельный угловой момент принимает вид $m = vr + fr^2/2$ и (u, v, w) служат компонентами скорости во вращающейся системе отсчета. Поскольку сила Корио-

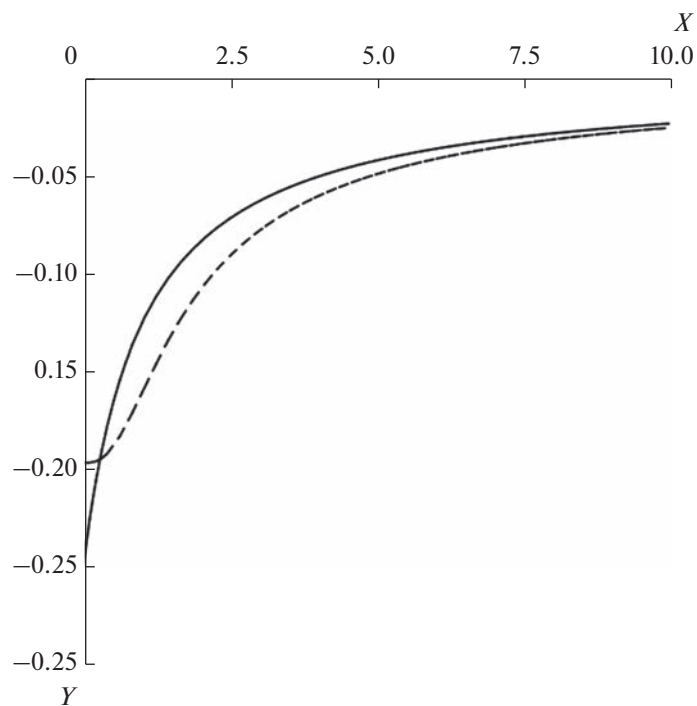


Рис. 6. Зависимость от переменной $X = xu$ нормированного падения давления $Y = \pi_0 / (\Gamma^2 y)$ для вихрей с $s = 1$ (сплошная линия) и $s = 3$ (пунктирная линия).

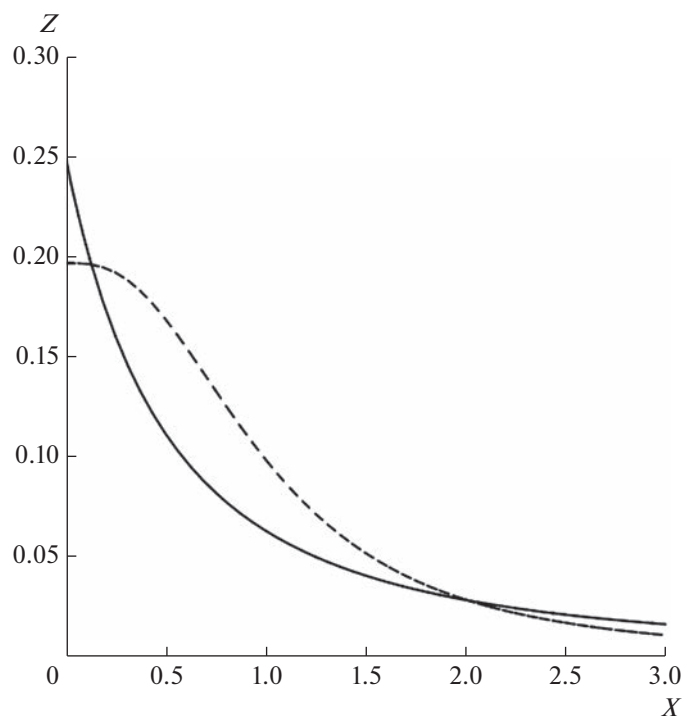


Рис. 7. Зависимость от переменной $X = xu$ нормированной плавучести $Z = \tilde{b}_0 / (-\Gamma^2 y')$ для вихрей с $s = 1$ (сплошная линия) и $s = 3$ (пунктирная линия).

лиса гироскопическая (не совершает работы), то закон сохранения энергии записывается в прежнем виде (2в), но интеграл энергии целесообразно переписать, используя следующие тождественные преобразования (ср. [Калашник и др., 2022])

$$\begin{aligned} E &= \iint \left\{ \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) - bz \right\} r dr dz = \\ &= \iint \left\{ \frac{1}{2} \left[u^2 + \frac{(m - fx)^2}{2x} \right] - bz \right\} dx dz = \\ &= \iint \left\{ \frac{1}{2} \left(u^2 + \frac{m^2}{2x} - mf + \frac{f^2 x}{2} \right) - bz \right\} dx dz = \\ &= \iint \left\{ \frac{1}{2} \left(u^2 + \frac{m^2}{2x} \right) - bz \right\} dx dz - M \frac{f}{2} + E_0. \end{aligned}$$

Здесь суммарный абсолютный угловой момент $M = \iint m dx dz$ является сохраняющейся величиной и $E_0 = \iint (f^2 x / 2) dx dz = \text{const}$ может принимать бесконечные значения для неограниченной области. Теперь, вводя обозначение $\mu = m^2$, мы эффективно приходим к тем же законам сохранения (4) что и выше, но в выражении для энергии вычтено постоянное слагаемое $-M f / 2 + E_0$. Выкладки, совершенно аналогичные предыдущим, дают условие устойчивости

$$\Delta_0 = \frac{\partial(\mu_0, b_0)}{\partial(x, z)} = 2m_0 \frac{\partial(m_0, b_0)}{\partial(x, z)} \equiv 2m_0 \Pi_0 > 0, \quad (21)$$

где теперь под m_0 надо понимать абсолютный угловой момент основного вихревого потока и обобщенное уравнение термического ветра имеет форму уравнения (5). Вновь рассмотрим устойчивость модельного вихря (9), когда абсолютный угловой момент принимает вид

$$m_0 = \frac{\Gamma xy}{1 + xy} + fx. \quad (22)$$

Теперь из обобщенного уравнения термического ветра следует, что

$$b_0 = -\frac{\Gamma^2}{4} \frac{y'}{(1 + xy)^2} - \frac{\Gamma f}{2} \frac{y'}{y(1 + xy)} + N^2 z. \quad (23)$$

Опять из (23) вытекает, что при $N^2 = 0$ в вихре с теплым ядром ($b_0 > 0$) выполняется условие $y' < 0$, т.е. этот вихрь должен расширяться с высотой. Если $\Delta_0 > 0$ (см. (21)), то как это следует из (22), условие центробежной устойчивости заведомо выполнено, а (23) показывает, что при $N^2 = 0$ условие статической устойчивости заведомо выполняется, когда $y'' < 0$ (последнее условие является достаточным, но не необходимым условием статической устойчивости, см. также

ниже). Наибольшие сложности связаны с выполнением самого условия (21), которое также является и условием симметричной бароклинной устойчивости. С учетом (22) и (23) в развернутой форме оно при $N^2 = 0$ записывается в виде неравенства

$$\Pi_0 = \frac{\partial \left(\frac{\Gamma xy}{1 + xy} + fx, \frac{\Gamma^2}{4} \frac{y'}{(1 + xy)^2} - \frac{\Gamma f}{2} \frac{y'}{y(1 + xy)} \right)}{\partial(x, z)} > 0.$$

Раскрывая якобиан, получаем весьма громоздкое условие

$$\begin{aligned} &-\frac{\Gamma^3}{4} \frac{yy''}{(1 + xy)^4} - \frac{\Gamma^2 f}{4} \frac{y''(3 + xy)}{(1 + xy)^3} + \frac{\Gamma^2 f}{2} \frac{y'^2}{y(1 + xy)^2} - \\ &-\frac{\Gamma f^2}{2} \frac{y''}{y(1 + xy)} + \frac{\Gamma f^2}{2} \frac{y'^2(1 + 2xy)}{y^2(1 + xy)^2} > 0, \end{aligned} \quad (24)$$

которое показывает, что достаточным условием положительности потенциального вихря Π_0 является $y'' < 0$. Отметим, что это условие, вообще говоря, не необходимо и наличие общего вращения оказывает стабилизирующее действие в том смысле, что в некоторых случаях $\Pi_0 > 0$ и при $y'' > 0$. Именно, для вихрей, рассмотренных в разделе 3, возможна ситуация, когда сумма второго и третьего членов и соответственно сумма четвертого и пятого членов в левой части (24) положительны при $y'' > 0$. Теперь, оценивая сравнительный порядок членов в левой части (24) и нормируя на величину (отрицательного при $y'' > 0$) первого члена, так что он приобретает порядок величины $O(1)$, мы видим, что второй и третий член приобретают порядок величины $O(\varepsilon^{-1})$, а четвертый и пятый член — $O(\varepsilon^{-2})$, где

$\varepsilon = v_m(z) r_m^{-1}(z) f^{-1}$ — вихревое число Россби. Стабилизация общим вращением возможна, если при всех z число Россби ε (существенно) меньше единицы. Однако, это условие в целом не выполняется для мелкомасштабных вихрей. Частичная стабилизация возможна в окрестности верхней границы вихря $z = h$, где угловая скорость $v_m(z) r_m^{-1}(z)$ неограниченно уменьшается и поэтому локальное вихревое число Россби становится сколь угодно малым. Однако, случай $y'' < 0$ является более общим (более “грубым, робастным” (robust)) и мы будем рассматривать именно его. Если $\Pi_0 > 0$ и условие $\Delta_0 > 0$ выполнено, см. (21), то, как следует из обобщенного на случай общего вращения соотношения (8в), условие статической устойчивости заведомо выполнено.

6. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Нами рассмотрены примеры, иллюстрирующие связь симметричной устойчивости интенсивных вертикальных вихрей с их морфологией. Именно, были рассмотрены модели двух типов вихрей. Во-первых, это модель симметрично устойчивого вихря конечной высоты, который в своей нижней части (скажем, половине высоты) мало отличим от строго цилиндрического вихря. Эта первая модель наиболее близко соответствует узким, четко структурированным, сосредоточенным пыльным вихрям и водяным смерчам. Во-вторых, это модель вихря, который по форме напоминает перевернутый конус и для которого в развитом конвективном пограничном слое, при стратификации близкой к нейтральной, не выполняется критерий симметричной устойчивости. Эта вторая модель наиболее близко соответствует широким, диффузным вихрям, имеющим в определенной степени неорганизованный характер. Для этой второй модели в работе была предложена параметризация радиальной зависимости азимутальной скорости внутри вихревого ядра с помощью кубической функции, что согласуется с наблюдаемой концентрацией вертикальной завихренности на границе вихревого ядра и наличием мелкомасштабных концентрированных вертикальных вихрей в этой зоне (ср. [Schwiesow, 1981]).

Безусловно, проведенный анализ симметричной устойчивости является технически наиболее простым, и он в том числе не учитывает возможность неустойчивости вихрей относительно азимутально-асимметричных возмущений. Учет таких возмущений является более сложной задачей на будущее. Строго говоря, нарушение критерия симметричной устойчивости означает выполнение необходимых условий неустойчивости. Однако для более простой модели бароклинного вихря в [Ооуата, 1966] показано, что невыполнение критерия симметричной устойчивости является и достаточным условием для симметричной неустойчивости (см. также [Калашник и др., 2022]). Если тот же самый вывод справедлив для нашей более сложной модели бароклинных вихрей, то это значительно усиливает выводы работы, касающиеся возможной дезорганизации широких, диффузных вихрей.

Последнее замечание относится к выбору, в качестве основного потока, лишь азимутальной компоненты скорости в вихре (так называемой, первичной или тороидальной циркуляции), полностью игнорируя вертикальную компоненту скорости (вторичную, или полоидальную циркуляцию). Это вызвано как чисто техническими трудностями, так и тем принципиальным обстоятельством, что поддержание полоидальной циркуляции в бароклинном вихре требует ненулевых

adiaбатических притоков тепла (см. [Kurgansky, 2005, 2013]).

Автор благодарен рецензенту за полезные замечания. Работа поддержана грантом Российского научного фонда (проект № 22-27-00039).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Арнольд В.И. Об условиях нелинейной устойчивости плоских стационарных криволинейных течений идеальной жидкости // ДАН СССР. 1965. Т. 162. № 5. С. 975–978.
- Вараксин А.Ю. Воздушные торнадоподобные вихри: математическое моделирование // ТВТ. 2017. Т. 55. № 2. С. 291–316.
- Ингель Л.Х. О динамике инерционных частиц в интенсивных атмосферных вихрях // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57. № 6. С. 632–640.
- Калашник М.В., Свирикунов П.Н. О симметричной устойчивости состояний циклострофического и геострофического баланса в стратифицированной среде // ДАН. 1996 Т. 348. № 6. С. 811–813.
- Калашник М.В., Курганский М.В., Чхетиани О.Г. Бароклинная неустойчивость в геофизической гидродинамике // УФН. 2022. Т. 192. № 10. С. 1110–1144.
- Онищенко О.Г., Похотелов О.А., Астафьева Н.М., Хортон В., Федун В.Н. Структура и динамика концентрированных мезомасштабных вихрей в атмосферах планет // УФН. 2020. Т. 190. № 7. С. 732–748.
- Balme M., Greeley R. Dust devils on Earth and Mars // Rev. Geophys. 2006. V. 44. P. RG3003.
- Bluestein H.B., Weiss C.C., Pazmany A.L. Doppler radar observations of dust devils in Texas // Mon. Wea. Rev. 2004. V. 132. № 1. P. 209–224.
- Fenton L.K., Metzger S.M., Michaels T.I., Scheidt S.P., Dorn T.C., Neakrase L.D.V., Cole B., Sprau O. Meteorological and geological controls on dust devil activity: Initial results from a field study at Smith Creek Valley, Nevada, USA // Aeolian Research. 2022. V. 59. P. 100831.
- Fiedler B.H. Conditions for laminar flow in geophysical vortices // J. Atmos. Sci. 1989. V. 46. P. 252–259.
- Hess G.D., Spillane K.T. Characteristics of dust devils in Australia // J. Appl. Meteorol. 1990. V. 29. P. 498–507.
- Ito J., Niino H. Particle image velocimetry of a dust devil observed in a desert // SOLA. 2014. V. 10. P. 108–111.
- Kahanpää H., Newman C., Moores J., Zorzano M.-P., Martín-Torres J., Navarro S., Lepinette A., Cantor B., Lemmon M. T., Valentín-Serrano P., Ullán A., Schmidt W. Convective vortices and dust devils at the MSL landing site: annual variability // J. Geophys. Res. Planets 2016. V. 121(8). P. 1514–1549.
- Kanak K.M., Lilly D.K., Snow J.T. The formation of vertical vortices in the convective boundary layer // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2000. V. 126. P. 2789–2810.
- Kurgansky M.V. A simple model of dry convective helical vortices (with applications to the atmospheric dust devil) // Dyn. Atmos. Oceans. 2005. V. 40. P. 151–162.
- Kurgansky M.V. Steady-state properties and statistical distribution of atmospheric dust devils // Geophys. Res. Lett. 2006. V. 33. P. L19S06(1–4).

- Kurgansky M.V.* Simple models of helical baroclinic vortices // *Procedia IUTAM*. 2013. V. 7. P. 193–202.
- Kurgansky M.V., Lorenz R.D., Renno N.O., Takemi T., Gu Z., Wei W.* Dust devil steady-state structure from a fluid dynamics perspective // *Space Sci. Rev.* 2016. V. 203(1–4). P. 209–244.
- Kurgansky M.V., Montecinos A., Villagran V., Metzger S.M.* Micrometeorological conditions for dust-devil occurrence in the Atacama Desert // *Boundary-Layer Meteorol.* 2011. V. 138. P. 285–298.
- Leverson V.H., Sinclair P.C., Golden J.H.* Waterspout wind, temperature and pressure structure deduced from aircraft measurements // *Mon. Wea. Rev.* 1977. V. 105(6). P. 725–733.
- Ooyama K.* On the stability of the baroclinic circular vortex: A sufficient condition for instability // *J. Atmos. Sci.* 1966. V. 23. № 1. P. 43–53.
- Rayleigh L.* On the dynamics of revolving fluids // *Proc. R. Soc.* 1917. V. A 93. P. 148–154.
- Rennó N.O., Burkett M.L., Larkin M.P.* A simple thermodynamical theory for dust devils // *J. Atmos. Sci.* 1998. V. 55. P. 3244–3252.
- Schwiesow R.L.* Horizontal velocity structure in waterspouts // *J. Appl. Meteor.* 1981. V. 20. P. 349–360.
- Stull R.B.* *Meteorology for Scientists and Engineers*. 3rd ed. Univ. of British Columbia, 2011. 938 pp.
- Vatistas G.H., Kozel V., Mih W.C.* A simpler model for concentrated vortices // *Exp. Fluids*. 1991. V. 11. P. 73–76.

Symmetric Stability of Vertical Baroclinic Vortices with a Warm Core

M. V. Kurgansky*

Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Science, Pyzhevsky per., 3, Moscow, 119017 Russia

**e-mail: kurgansk@ifaran.ru*

An attempt has been made to relate the morphological characteristics of intense convective vortices, such as waterspouts and dust devils, to their hydrodynamic stability. The symmetric stability of cyclostrophically balanced vertical baroclinic vortices, whose radius of maximum wind depends on height, is considered. It shows the stability of narrow vortices, nearly cylindrical at the bottom, with a radius that then increases with height at an increasing rate and becomes infinite at a finite level above the Earth's surface. On the contrary, wider conical vortices satisfy the necessary condition of instability, and it is hypothesized that this partly explains the more diffuse, disorganized nature of this kind of dust devils. The possibility of taking into account the general rotation in the problem is considered.

Keywords: symmetric stability, intense vertical vortices, waterspouts, dust devils

УДК 551.513551.557

ИЗМЕНЧИВОСТЬ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ В АТМОСФЕРЕ СЕВЕРНОГО ПОЛУШАРИЯ В ПОСЛЕДНИЕ ДЕСЯТИЛЕТИЯ (1980–2021 гг.)

© 2023 г. Е. А. Безотеческая^{a, b, *}, О. Г. Чхетиани^a, И. И. Мохов^{a, c}

^aИнститут физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия

^bАрктический и антарктический научно-исследовательский институт,
ул. Беринга, 38, Санкт-Петербург, 199397 Россия

^cМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
ГСП-1, Ленинские горы, 1, стр. 2, Москва, 119991 Россия

*e-mail: eadurneva@aari.ru

Поступила в редакцию 21.12.2022 г.

После доработки 13.02.2023 г.

Принята к публикации 10.03.2023 г.

На основе данных реанализа получены количественные оценки кинетической энергии высотных струйных течений Северного полушария (E_k СТ СП) и ее изменений в годовом ходе и межгодовой изменчивости для периода 1980–2021 гг. при разных условиях для минимальной скорости ветра V_m в области СТ. Сделаны соответствующие оценки доли общей кинетической энергии атмосферы Северного полушария, связанной с СТ (P_{Ek} СТ). Оценена также доля объема атмосферных слоев в области СТ в СП в общем анализируемом слое атмосферы 500–100 гПа (P_V СТ). Существенные изменения отмечены для летних сезонов, в том числе значимые тренды ослабления E_k , P_{Ek} и P_V в июле и августе при $V_m \geq 20$ и $V_m \geq 30$ м/с. В зимние сезоны значимые изменения отмечены только для P_V – тенденции уменьшения при $V_m \geq 20$ и $V_m \geq 30$ м/с. Отмечены сезонные особенности связи СТ с явлениями Эль-Ниньо, наиболее значимо проявляющиеся с января по апрель.

Ключевые слова: климатическая изменчивость, атмосферная циркуляция, высотные струйные течения, явления Эль-Ниньо, данные наблюдений и реанализа

DOI: 10.31857/S0002351523030021, EDN: TNGRAK

ВВЕДЕНИЕ

Струйные течения (СТ) в атмосфере – воздушные потоки со скоростью, достигающей и превышающей 100 м/с – существенно большей, чем в окружающих атмосферных слоях. Высотные СТ отмечаются в верхней тропосфере и нижней стратосфере, менее интенсивные – в нижней тропосфере. На фоне атмосферного переноса в восточном направлении выделяются субтропические СТ (ССТ) с максимальными скоростями вблизи уровня 200 гПа в разрыве тропопаузы и полярные СТ вблизи тропопаузы в высотных фронтальных зонах в субполярных широтах [Хромов и Мамонтова, 1955; Джорджио, 1956; Воробьев, 1960; Джорджио и Петренко, 1967; Palmén and Newton, 1969; Лайхтман, 1976; Мохов, 1993].

В [IPCC, 2021] представлены различные оценки особенностей современных режимов СТ и их изменчивости, а также прогностические оценки возможных изменений. Особая роль СТ проявляется в формировании региональных погодноклиматических аномалий. С режимами СТ, с их

неустойчивостью и извилистостью [Обухов и др., 1984; Мохов, 2011; Мохов, 2020] связано развитие блокирований (блокингов) в тропосфере средних широт [Rex, 1950; Lupo et al., 2019]. Особенности широтного положения и интенсивности СТ проявляются в изменениях взаимодействия атмосферы и океана, вариациях траекторий атмосферных циклонов, региональной изменчивости приповерхностной температуры и осадков [Hall et al., 2014; Ma et al., 2020]. Отмечается связь режимов СТ с ключевыми модами климатической изменчивости, включая Североатлантическое, Арктическое и Южное колебания, с протяженностью морских льдов и снежного покрова над континентами [Дюкарев и др., 2008; Strong and Davis, 2008].

Режимы СТ, как характерные структурные и динамические особенности общей циркуляции атмосферы, должны изменяться при изменениях климата. В частности, в [Strong and Davis, 2007] отмечена связь скорости ветра в ядре ССТ с интенсивностью меридиональной ячейки Хэдли.

Согласно [Francis and Vavrus, 2015] глобальное потепление с уменьшением межширотного температурного градиента из-за проявления Арктического усиления с более сильным потеплением в тропосфере более высоких широт способствует замедлению полярного СТ и большей его извилистости. При этом, как отмечено в [Мохов, 2011], при общем потеплении субтропическое струйное течение может усиливаться в связи с выхолаживанием страто-мезосферы на фоне тропосферного потепления. При различных температурных тенденциях в слоях тропосферы и стратосферы возможны различные тенденции для режимов СТ [Мохов, 2022]. Проявляются также различия режимов СТ и их изменений в Северном и Южном полушариях [Archer and Caldeira, 2008; Pena-Ortiz et al, 2013].

В связи с отмеченными особенностями СТ и их изменчивости необходимо наряду с локальными режимами анализировать интегральные характеристики атмосферной динамики, связанные с СТ. В данной работе представлены результаты анализа кинетической энергии СТ в атмосфере Северного полушария (E_K СТ СП) и ее изменений в годовом ходе и межгодовой изменчивости с использованием данных реанализа для периода 1980–2021 гг.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДАННЫЕ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА

Для определения характеристик СТ СП использовались данные реанализа NCEP/NCAR для зональной и меридиональной компонент скорости ветра в тропосфере и нижней стратосфере с широтно-долготным разрешением $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ и с суточным временным шагом для периода 1980–2021 гг. При этом использовались данные реанализа на всех доступных уровнях в атмосфере от 500 гПа до 100 гПа: 500, 400, 300, 250, 200, 150 и 100 гПа. Анализ проводился при различных условиях для минимальных значений V_m скорости ветра в СТ: при $V_m \geq 20$, $V_m \geq 30$ и $V_m \geq 40$ м/с. Варьирование значений V_m позволяет выделять, наряду с интегральными характеристиками системы СТ в атмосфере СП в целом, особенности отдельных ветвей СТ в разных широтно-высотных слоях атмосферы. Выбор различных значений V_m позволяет также более детально проанализировать особенности изменений в области СТ, в том числе в области ядра СТ, и сопредельных слоях атмосферы.

Кинетическая энергия слоя атмосферы СП рассчитывается как в [Archer and Caldeira, 2008]

$$E_K = \sum_{i,j} \sum_{k=L}^{k=H} \frac{m_{i,j,k} V_{i,j,k}^2}{2} = \sum_{i,j} \sum_{k=L}^{k=H} \frac{(p_{k-1} - p_{k+1})}{g} \cos(\varphi_i) \left(\sqrt{u_{i,j,k}^2 + v_{i,j,k}^2} \right)^2.$$

Здесь p — атмосферное давление, g — ускорение силы тяжести, φ — географическая широта, u и v — зональная и меридиональная компоненты скорости ветра, i и j — номера узлов сетки по широте и долготе; k характеризует высоту атмосферного слоя, L, H — нижняя и верхняя границы всего анализируемого атмосферного слоя. В частности, оценивались значения E_K в слое высот от 500 гПа до 100 гПа.

Определялись также доля (P_{EK}) кинетической энергии СТ в общей кинетической энергии атмосферы СП и доля (P_V) занимаемого СТ объема в атмосфере.

Наряду с оценками тенденций изменения характеристик СТ в последние десятилетия анализировались их особенности в связи явлениями Эль-Ниньо, с которыми ассоциируются сильнейшие межгодовые вариации глобальной приповерхностной температуры. Явления Эль-Ниньо детектировались с использованием индексов Niño 3, Niño 4 и Niño 3.4, характеризующих аномалии температуры поверхности в экваториальных широтах Тихого океана (<https://psl.noaa.gov/data/climateindices/list>).

РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА

На рис. 1 представлены средние для периода 1980–2021 гг. значения скорости ветра в зависимости от высоты и широты в атмосфере СП для января (а) и июля (б). Максимальные значения скорости ветра отмечаются в области ядра ССТ на уровне 200 гПа около 30° с.ш. в январе и около 45° с.ш. в июле.

В табл. 1 приведены средние для периода 1980–2021 гг. значения E_K СТ СП для разных сезонов при различных V_m . Максимальные значения E_K СТ характерны для зимнего сезона, минимальные — для летнего. При этом максимальная межгодовая изменчивость, характеризующаяся среднеквадратическими отклонениями (СКО), проявляется в промежуточные сезоны, особенно весной.

На рис. 2 представлены широтные зависимости E_K для атмосферы СП и E_K СТ при разных V_m в январе (а) и июле (б) в среднем для периода 1980–2021 гг. Максимальные значения E_K в январе (рис. 2а) отмечаются вблизи 30° с.ш. с максимальной скоростью СТ в ядре ССТ СП. В июле (рис. 2б) максимальные значения E_K , как и ядро ССТ СП, смещаются к 45° с.ш. При этом в июле проявляется высокоширотная особенность около 70° с.ш., связанная со вторым максимумом скорости в области полярно-фронтального СТ, и низкоширотная особенность в области 0 – 20° с.ш., связанная с экваториальным СТ, которое, как и ССТ, летом смещается к северу.

В табл. 2 представлены оценки трендов E_K СТ СП для разных месяцев. Наиболее значимые

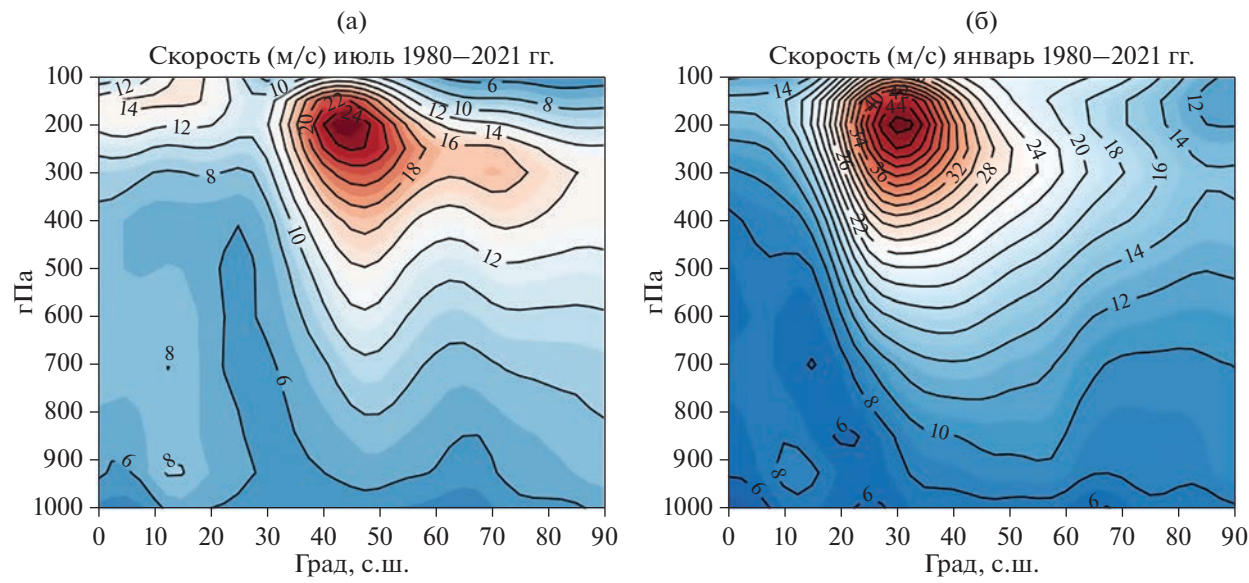


Рис. 1. Средние для периода 1980–2021 гг. значения скорости ветра (м/с) в зависимости от широты и высоты в слое 1000–100 гПа атмосферы СП для января (а) и июля (б).

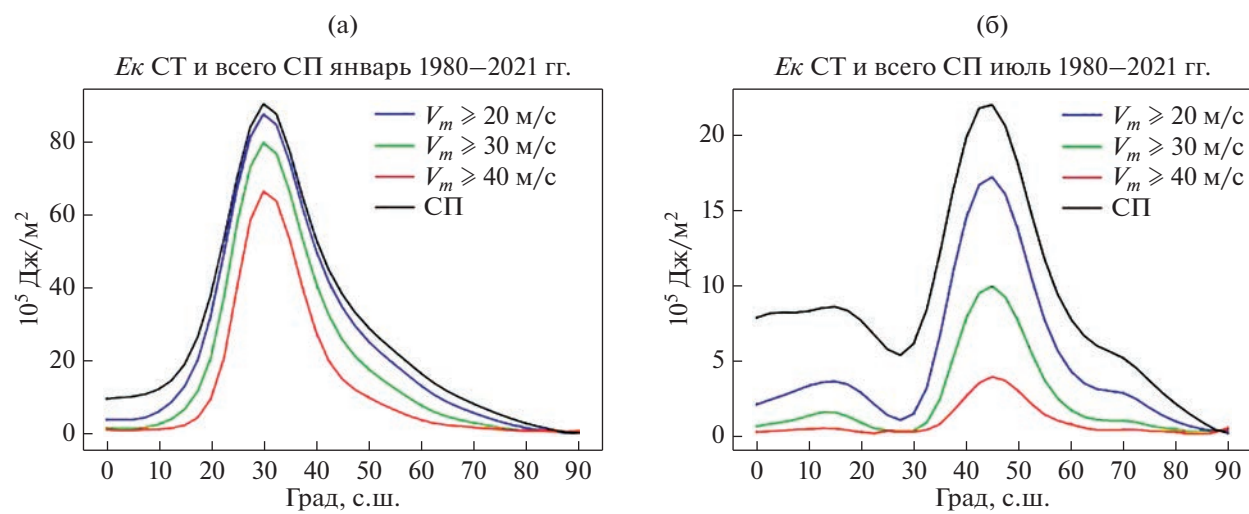


Рис. 2. Широтная зависимость E_k для атмосферы СП и E_k СТ при разных V_m в январе (а) и июле (б) в среднем для периода 1980–2021 гг.

Таблица 1. Средние сезонные значения E_k СТ СП при разных V_m для периода 1980–2021 гг. В скобках приведены среднеквадратические отклонения (СКО)

$E_k \times 10^5, \text{Дж/м}^2$	Зима	Весна	Лето	Осень
$V_m \geq 20 \text{ м/с}$	860 (± 59)	546 (± 160)	206 (± 29)	435 (± 134)
$V_m \geq 30 \text{ м/с}$	665 (± 57)	388 (± 141)	101 (± 22)	290 (± 110)
$V_m \geq 40 \text{ м/с}$	446 (± 51)	219 (± 105)	36 (± 13)	160 (± 74)

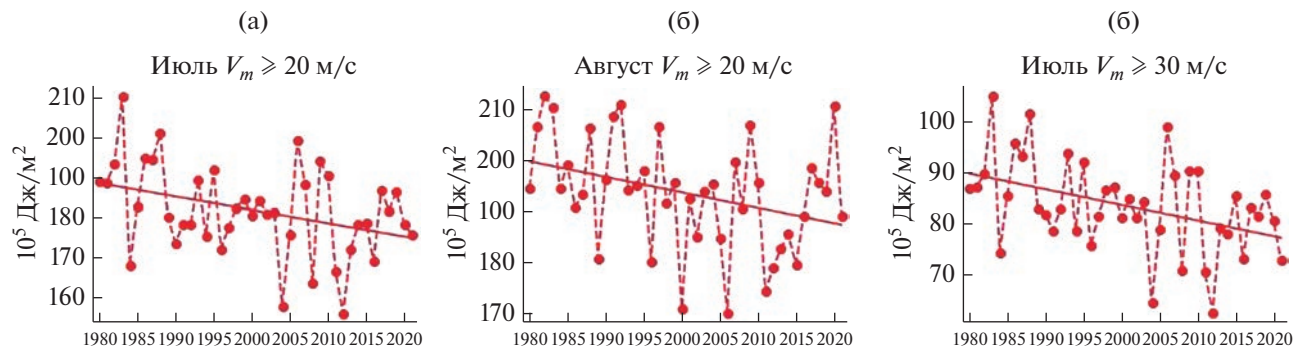


Рис. 3. Межгодовые вариации E_k СТ СП ($\text{Дж}/\text{м}^2$) при $V_m \geq 20$ м/с в июле (а) и августе (б); при $V_m \geq 30$ м/с в июле (в) по данным для периода 1980–2021 гг. Прямые характеризуют линейные тренды.

тенденции отмечены для летних месяцев. В том числе, отмечены статистически значимые тенденции уменьшения E_k СТ в июле (при $V_m \geq 20$ и $V_m \geq 30$ м/с) и в августе (при $V_m \geq 20$ м/с) – см. рис. 3 (а, б, в). В другие сезоны оценки трендов E_k СТ СП получены статистически незначимыми (и разного знака).

На рис. 4 представлено пространственное распределение общей E_k в атмосфере СП в слое 400–

100 гПа в зимний (а) и летний (б) сезоны для периода 1980–2021 гг. Максимальные значения E_k соответствуют зонам СТ. Зимой (рис. 4а) выделяется область СТ с наибольшими значениями E_k (до $20 \text{ кДж}/\text{м}^2$ и более) в субтропических широтах над западной частью Тихого океана. В области еще одного максимума E_k в атмосфере у восточного побережья Северной Америки среднесезонные значения E_k намного меньше. Летом (рис. 4б) области СТ с наибольшими значениями E_k смещаются на север. Максимальные значения E_k летом (существенно меньшие, чем зимой) отмечаются над экваторией Тихого океана.

Таблица 2. Оценки трендов E_k СТ СП ($\text{Дж}/\text{м}^2/10$ лет) для разных месяцев по данным для периода 1980–2021 гг. Выделены результаты, значимые на уровне 95%. В скобках отмечены СКО

Тренды E_k , $\text{Дж}/\text{м}^2/10$ лет	$V_m \geq 20$ м/с	$V_m \geq 30$ м/с	$V_m \geq 40$ м/с
Январь	−0.1 (±5.1)	1.2 (±4.9)	3.5 (±4.7)
Февраль	−3.5 (±5.7)	−2.9 (±5.7)	−3.0 (±5.3)
Март	−7.2 (±6.0)	−8.8 (±6.0)	−9.1 (±5.5)
Апрель	−0.6 (±4.1)	−0.6 (±3.9)	1.0 (±3.3)
Май	1.0 (±2.2)	1.8 (±1.9)	2.2 (±1.4)
Июнь	−2.9 (±1.6)	−2.3 (±1.4)	−1.2 (±1.0)
Июль	−3.3 (±1.3)	−3.1 (±1.1)	−1.2 (±0.6)
Август	−3.0 (±1.3)	−1.6 (±1.1)	0.2 (±0.7)
Сентябрь	−1.0 (±1.6)	−0.4 (±1.5)	0.5 (±1.3)
Октябрь	−0.1 (±2.5)	2.3 (±2.6)	4.0 (±2.3)
Ноябрь	−2.5 (±2.6)	−2.0 (±2.7)	−1.3 (±2.8)
Декабрь	−0.8 (±3.3)	0.5 (±3.4)	1.4 (±3.4)

В табл. 3 приведены среднесезонные значения P_{Ek} СТ СП при разных значениях V_m . При всех V_m значения P_{Ek} СТ максимальны зимой и минимальны летом. При этом наибольшая межгодовая изменчивость P_{Ek} СТ СП, характеризующаяся СКО, проявляется в переходные сезоны.

В табл. 4 представлены оценки трендов P_{Ek} СТ СП ($\%/10$ лет) для разных месяцев для периода 1980–2021 гг. Наиболее значимые тенденции отмечены для летних месяцев. В том числе, отмечены статистически значимые тенденции уменьшения P_{Ek} СТ при $V_m \geq 20$ м/с во все летние месяцы и при $V_m \geq 30$ м/с в июле – см. также рис. 5 (а, б, в, г). В другие сезоны оценки трендов P_{Ek} СТ СП получены статистически незначимыми (и разного знака), за исключением статистически значимого положительного тренда P_{Ek} в октябре при $V_m \geq 40$ м/с (рис. 5д).

Таблица 3. Средние сезонные значения P_{Ek} СТ СП для периода 1980–2021 гг. при разных V_m . В скобках приведены среднеквадратические отклонения (СКО)

P_{Ek} , %	Зима	Весна	Лето	Осень
$V_m \geq 20$ м/с	87 (±1)	79 (±5)	59 (±4)	75 (±6)
$V_m \geq 30$ м/с	67 (±2)	53 (±8)	29 (±4)	49 (±8)
$V_m \geq 40$ м/с	45 (±3)	29 (±8)	10 (±3)	26 (±7)

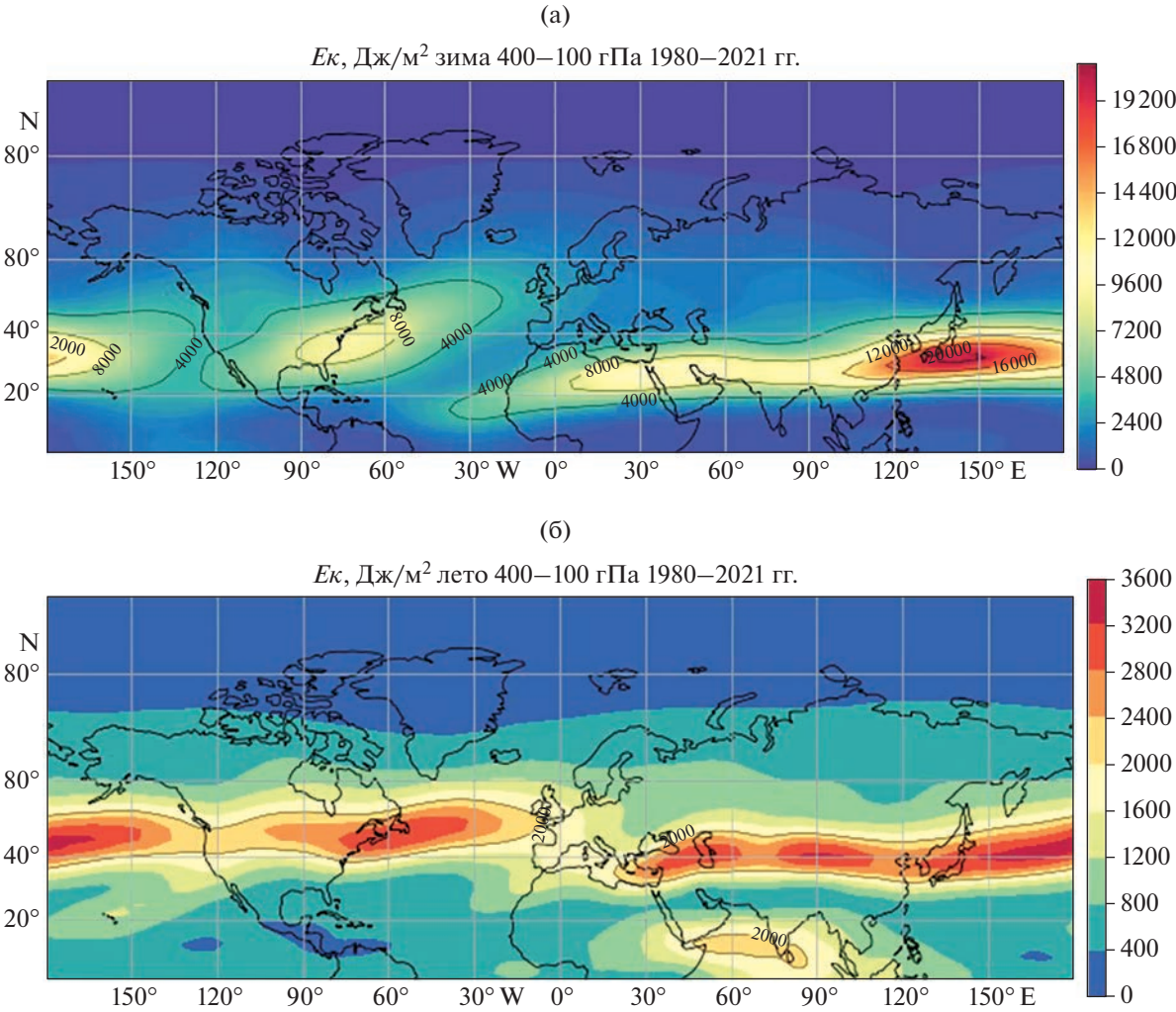


Рис. 4. Пространственное распределение E_k (Дж/м²) в СП в атмосферном слое 400–100 гПа за период 1980–2021 гг. зимой (а) и летом (б).

Таблица 4. Оценки трендов P_{Ek} СТ СП (%/10 лет) для разных месяцев по данным за период 1980–2021 гг. Выделены результаты, значимые на уровне 95%. В скобках отмечены СКО

Тренды P_{Ek} , %/10 лет	$V_m \geq 20$ м/с	$V_m \geq 30$ м/с	$V_m \geq 40$ м/с
Январь	−0.04 (±0.08)	0.1 (±0.16)	0.33 (±0.26)
Февраль	−0.02 (±0.09)	−0.04 (±0.21)	−0.11 (±0.3)
Март	−0.16 (±0.13)	−0.51 (±0.28)	−0.72 (±0.39)
Апрель	0.02 (±0.15)	−0.01 (±0.3)	0.18 (±0.33)
Май	0.13 (±0.13)	0.31 (±0.22)	0.41 (±0.22)
Июнь	−0.36 (±0.16)	−0.4 (±0.24)	−0.23 (±0.22)
Июль	−0.59 (±0.18)	−0.76 (±0.23)	−0.3 (±0.16)
Август	−0.55 (±0.18)	−0.32 (±0.24)	0.09 (±0.18)
Сентябрь	−0.16 (±0.14)	−0.06 (±0.22)	0.12 (±0.24)
Октябрь	0.1 (±0.13)	0.48 (±0.26)	0.76 (±0.32)
Ноябрь	−0.02 (±0.08)	−0.05 (±0.2)	−0.06 (±0.29)
Декабрь	0.01 (±0.07)	0.13 (±0.16)	0.2 (±0.26)

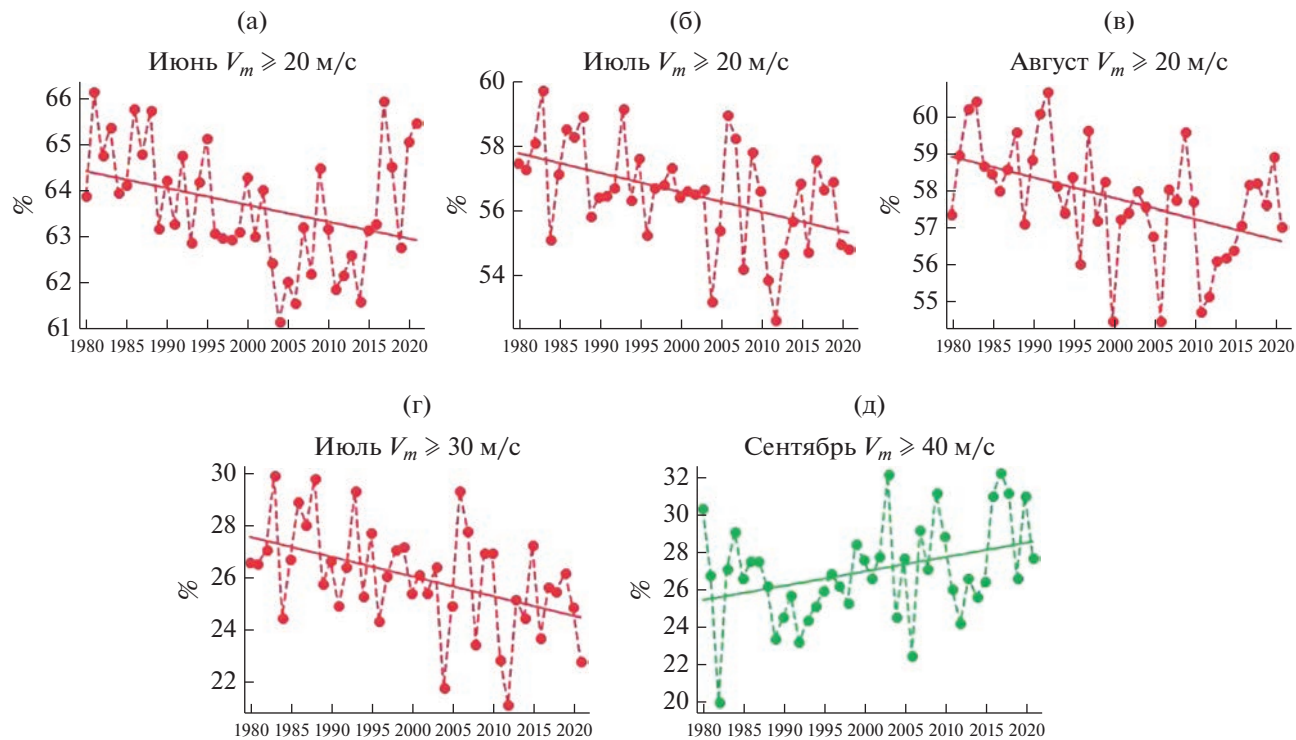


Рис. 5. Межгодовые вариации P_{Ek} СТ СП (%) при $V_m \geq 20$ м/с в июне (а), июле (б) и августе (в); при $V_m \geq 30$ м/с в июле (г) и при $V_m \geq 40$ м/с в октябре (д) по данным для периода 1980–2021 гг. Прямые характеризуют линейные тренды.

В табл. 5 приведены среднесезонные значения P_V СТ СП при разных значениях V_m . При всех V_m значения P_V СТ максимальны зимой и минимальны летом. При этом наибольшая межгодовая изменчивость P_V СТ СП, характеризуемая СКО, проявляется в переходные сезоны.

В табл. 6 представлены оценки трендов P_V СТ СП для разных месяцев для периода 1980–2021 гг. Наиболее значимые тенденции отмечены для летних и зимних месяцев. В том числе, отмечены статистически значимые тенденции уменьшения P_V СТ в июле (при $V_m \geq 30$ м/с) и августе (при $V_m \geq 20$ и $V_m \geq 30$ м/с), а также в декабре (при $V_m \geq 20$ м/с) и январе (при $V_m \geq 20$ и $V_m \geq 30$ м/с) (см. рис. 6). В переходные сезоны оценки трендов P_V СТ СП получены статистически незначимыми (и разного знака).

Наряду с анализом трендов для характеристик СТ в атмосфере СП проведен анализ связи режи-

мов СТ с явлениями Эль-Ниньо, с которыми связаны сильнейшие межгодовые вариации глобальной приповерхностной температуры. На рис. 7 приведены коэффициенты корреляции между среднемесячными значениями Ek СТ СП и индексами Эль-Ниньо Nino 3, Nino 4 и Nino 3.4 при разных значениях V_m .

Наиболее высокие коэффициенты корреляции среднемесячных значений Ek СТ СП и индексов Эль-Ниньо, статистически значимые на уровне 95%, отмечены с января по апрель.

Проведен также анализ связи с явлениями Эль-Ниньо субтропического струйного течения Северного полушария (ССТ СП). На рис. 8 приведены коэффициенты корреляции среднемесячных значений зональной скорости ветра u в ядре ССТ на уровне 200 гПа с индексами Эль-Ниньо – Nino 3, Nino 4 и Nino 3.4 по данным для периода 1980–2021 гг.

Таблица 5. Средние сезонные значения P_V СТ СП для периода 1980–2021 гг. при разных V_m . В скобках приведены среднеквадратические отклонения (СКО)

P_V , %	Зима	Весна	Лето	Осень
$V_m \geq 20$ м/с	40 (±2)	31 (±6)	17 (±1)	27 (±5)
$V_m \geq 30$ м/с	20 (±1)	13 (±4)	5 (±1)	11 (±3)
$V_m \geq 40$ м/с	9 (±1)	5 (±2)	1 (±0.3)	4 (±2)

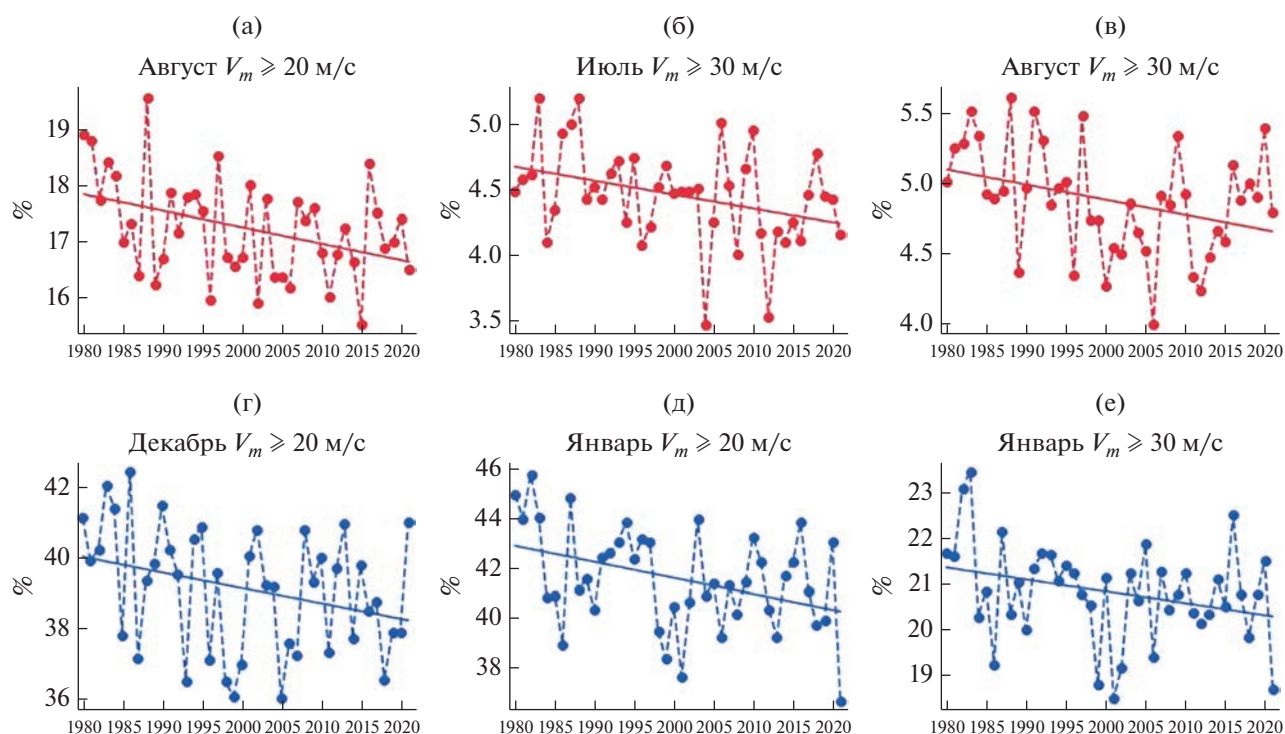


Рис. 6. Межгодовые вариации P_V СТ СП (%) при $V_m \geq 20$ м/с в августе (а) и при $V_m \geq 30$ м/с в июле (б) и августе (в); а также при $V_m \geq 20$ м/с в декабре (г) и январе (д) и при $V_m \geq 30$ м/с в январе (е) по данным для периода 1980–2021 гг. Прямые характеризуют линейные тренды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе данных реанализа для периода 1980–2021 гг. получены количественные оценки кинетической энергии E_k высотных струйных течений Северного полушария и ее изменений в го-

довом ходе и межгодовой изменчивости. Сделаны также соответствующие количественные оценки доли P_{E_k} общей кинетической энергии атмосферы Северного полушария, связанной с СТ, и доли P_V объема атмосферных слоев в области СТ в СП в общем анализируемом слое атмосферы.

Таблица 6. Оценки трендов P_V СТ СП (%/10 лет) для разных месяцев по данным для периода 1980–2021 гг. Выделены результаты, значимые на уровне 95%. В скобках отмечены СКО

Тренды P_V , %/10 лет	$V_m \geq 20$ м/с	$V_m \geq 30$ м/с	$V_m \geq 40$ м/с
Январь	−0.64 (±0.24)	−0.26 (±0.13)	0.01 (±0.07)
Февраль	−0.36 (±0.28)	−0.07 (±0.17)	0.01 (±0.09)
Март	−0.02 (±0.33)	−0.08 (±0.17)	−0.1 (±0.09)
Апрель	0.20 (±0.30)	−0.03 (±0.13)	0.01 (±0.06)
Май	0.00 (±0.13)	0.03 (±0.06)	0.05 (±0.03)
Июнь	−0.13 (±0.10)	−0.08 (±0.05)	−0.03 (±0.03)
Июль	−0.14 (±0.08)	−0.11 (±0.04)	−0.03 (±0.02)
Август	−0.29 (±0.11)	−0.11 (±0.05)	−0.001 (±0.02)
Сентябрь	−0.02 (±0.12)	0.01 (±0.05)	0.03 (±0.03)
Октябрь	−0.27 (±0.15)	−0.01 (±0.07)	0.07 (±0.05)
Ноябрь	−0.11 (±0.21)	−0.02 (±0.08)	0.02 (±0.04)
Декабрь	−0.44 (±0.22)	−0.09 (±0.11)	0.02 (±0.05)

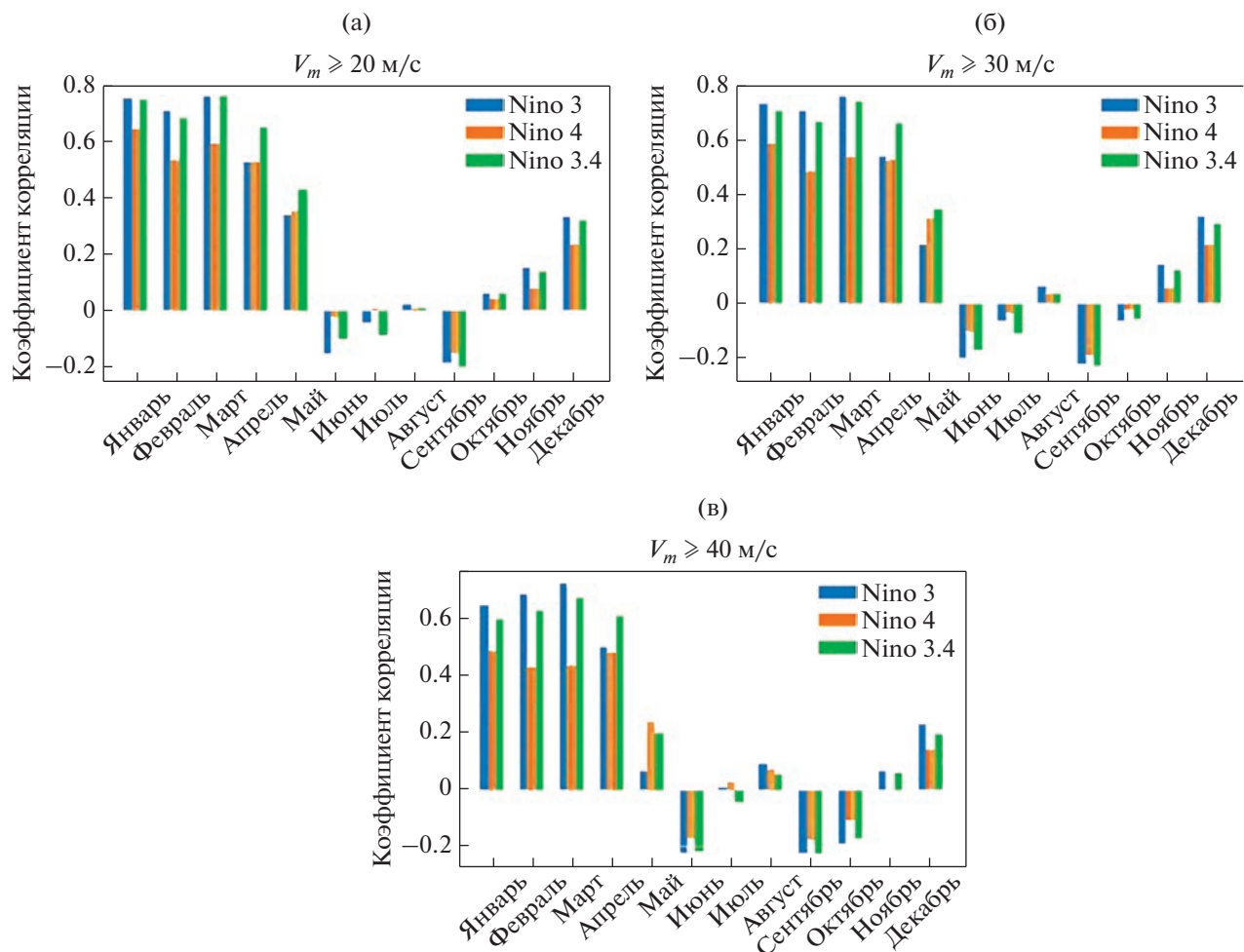


Рис. 7. Коэффициенты корреляции между среднемесячными значениями E_k СТ СП и разными индексами Эль-Ниньо при $V_m \geq 20$ (а), $V_m \geq 30$ (б) и $V_m \geq 40$ м/с (в) для периода 1980–2021 гг.

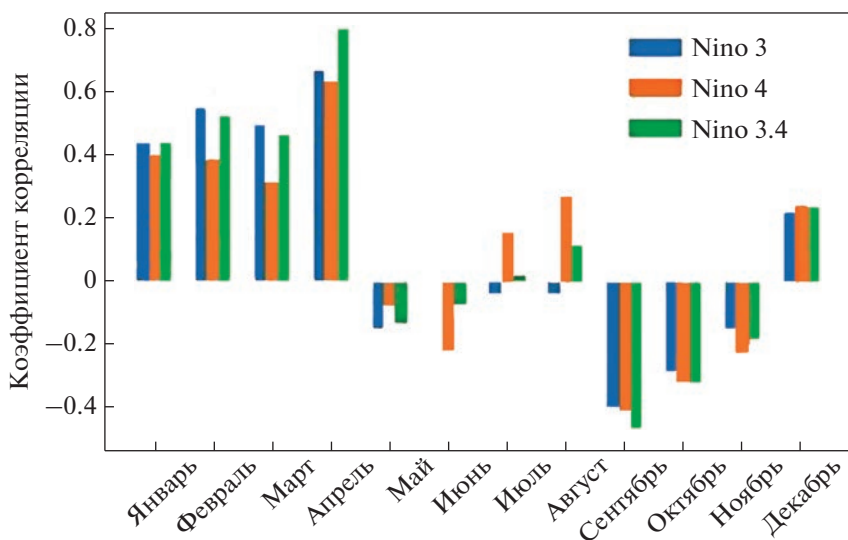


Рис. 8. Коэффициенты корреляции между среднемесячными значениями зональной скорости ССТ и разными индексами Эль-Ниньо для периода 1980–2021 гг.

Наиболее значимые изменения отмечены для летних сезонов, в том числе значимые тренды ослабления характеристик СТ E_k , P_{Ek} и P_v . В зимние сезоны выявлены только значимое уменьшение P_v .

Отмечены также сезонные особенности связи СТ с явлениями Эль-Ниньо, наиболее значимо проявляющиеся с января по апрель.

Работа выполнена в рамках госзадания ИФА им. А.М. Обухова РАН (темы № FMWR-2022-0011, № FMWR-2022-0014). Особенности связи режимов струйных течений в атмосфере с явлениями Эль-Ниньо оценивались в рамках проекта РНФ 19-17-00240.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Воробьев В.И. Струйные течения в высоких и умеренных широтах. Л.: Гидрометеиздат, 1960. 234 с.
- Джорджо В.А. Струйное течение // Труды Ташкентской геофизической обсерватории. Л.: Гидрометеиздат. 1956. № 12(13). С. 3–101.
- Джорджо В.А., Петренко Н.В. Физическая природа струйных течений в атмосфере // Физика атмосферы и авиационная метеорология. Научные труды. Ташкент: ФАН. 1967. № 289. С. 44–97.
- Дюкарев Е.А., Ипполитов И.И., Кабанов М.В., Логинов С.В. Изменчивость субтропического струйного течения в тропосфере Северного полушария во второй половине 20 в. // Оптика атмосферы и океана. 2008. Т. 21. № 10. С. 869–875.
- Лайхтман Д.Л. Динамическая метеорология. Л.: Гидрометеиздат, 1976. 608 с.
- Мохов И.И. Диагностика структуры климатической системы. СПб.: Гидрометеиздат, 1993. 271 с.
- Мохов И.И. Особенности формирования летней жары 2010 г. на европейской территории России в контексте общих изменений климата и его аномалий // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2011. Т. 47. № 6. С. 709–716.
- Мохов И.И. Российские климатические исследования в 2015–2018 гг. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56. № 4. С. 376–396.
- Мохов И.И. Изменения климата: причины, риски, последствия, проблемы адаптации и регулирования // Вестник РАН. 2022. Т. 92. № 1. С. 3–14.
- Обухов А.М., Курганский М.В., Татарская М.С. Динамические условия возникновения засух и других крупномасштабных погодных аномалий // Метеорология и гидрология. 1984. № 10. С. 5–13.
- Хромов С.П., Мамонтова Л.И. Метеорологический словарь. Л.: Гидрометеиздат, 1955. 456 с.
- Archer C.L., Caldeira K. Historical trends in the jet streams // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. P. L08803. <https://doi.org/10.1029/2008GL033614>
- Francis J.A., Vavrus S.J. Evidence for a wavier jet stream in response to rapid Arctic warming // Environ. Res. Lett. 2015. V. 10. P. 014005. <https://doi.org/10.1088/1748-9326/10/1/014005>
- Hall R., Erdélyi R., Hanna E., Jones J.M., Scaife A.A. Drivers of North Atlantic polar front jet stream variability // Int. J. Climatol. 2015. V. 35. P. 1697–1720.
- IPCC, 2021: Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / [Masson-Delmotte V., et al. (eds.)]. Cambridge Univ. Press. 2021.
- Lupo A.R., Jensen A.D., Mokhov I.I., Timazhev A., Eichler T., Efe B. Changes in global blocking character during recent decades // Atmosphere. 2019. V. 10. № 2. P. 92.
- Ma L., Woollings T., Williams R.G., Smith D., Dunstone N. How does the winter jet stream affect surface temperature, heat flux and sea ice in the North Atlantic? // J. Climate. 2020. V. 33. № 9. P. 3711–3730.
- Palmén E., Newton C. Atmospheric Circulation Systems: Their Structure and Physical Interpretation. N.Y. and London: Academic Press, 1969. 603 p.
- Pena-Ortiz C., Gallego D., Ribera P., Ordonez P., Alvarez-Castro M. Del C. Observed trends in the global jet stream characteristics during the second half of the 20th century // J. Geophys. Res.: Atmospheres. 2013. V. 118. № 7. P. 2702–2713.
- Rex D.F. Blocking action in the middle troposphere and its effect upon regional climate. Tellus. 1950. V. 2. № 3. P. 196–211.
- Strong C., Davis R. Winter jet stream trends over the Northern Hemisphere // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2007. № 133. P. 2109–2115.
- Strong C., Davis R. Variability in the position and strength of winter jet stream cores related to Northern Hemisphere teleconnections // J. Climate. 2008. V. 21. № 3. P. 584–592.

Variability of Jet Streams in the Atmosphere of the Northern Hemisphere in Recent Decades (1980–2021)

E. A. Bezotecheskaya^{1, 2, *}, O. G. Chkhetiani¹, and I. I. Mokhov^{1, 3}

¹Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzhevsky per., 3, Moscow, 119017 Russia

²Arctic and Antarctic Research Institute, Bering st., 38, Saint-Petersburg, 199397 Russia

³Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1-2, GSP-1, Moscow, 199991 Russia

*e-mail: eadurneva@aari.ru

Based on the reanalysis data quantitative estimates of the kinetic energy of the high-altitude jet streams of the Northern Hemisphere (E_K JS NH) and its changes in the annual cycle and interannual variability for the pe-

riod 1980–2021 were obtained under different conditions for the minimum wind speed V_m in the JS area. Adequate estimates are made for the share of the total kinetic energy of the atmosphere of the Northern Hemisphere associated with JS (P_{EK} JS). The share of the volume of atmospheric layers in the JS area in the NH in the total analyzed atmospheric layer of 500–100 hPa (P_V JS) was also estimated. Significant changes were noted in summer including significant weakening trends of E_K , P_{EK} and P_V in July and August at $V_m \geq 20$ and $V_m \geq 30$ m/s. In winter significant changes were noted only for P_V – a decreasing trend at $V_m \geq 20$ and $V_m \geq 30$ m/s. Seasonal features of JS connection with El Niño phenomena are noted which are most significantly manifested from January to April.

Keywords: climate variability, atmospheric circulation, high-altitude jet streams, El Niño phenomena, observational and reanalysis data

УДК 551.511.31

СУБМЕЗОМАСШТАБНЫЕ ВОЛНООБРАЗНЫЕ СТРУКТУРЫ В АТМОСФЕРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ И ИХ ПАРАМЕТРЫ ПО ДАННЫМ СОДАРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В ПОДМОСКОВЬЕ

© 2023 г. Д. В. Зайцева^{а, *}, М. А. Каллистратова^а, В. С. Люлюкин^{а, с}, Р. Д. Кузнецов^б,
Д. Д. Кузнецов^а, Н. В. Вазаева^{а, с}

^аИнститут физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., д. 3, Москва, 119017 Россия

^бФинский метеорологический институт, пл. Эрик Пальмен, 1, Хельсинки, FI-00101 Финляндия

^сМосковский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
ул. 2-я Бауманская, д. 5, к. 1, Москва, 105005 Россия

*e-mail: zaycevadv@gmail.com

Поступила в редакцию 03.11.2022 г.

После доработки 07.02.2023 г.

Принята к публикации 10.03.2023 г.

В работе представлены результаты исследования параметров волнообразных структур на основе данных многолетнего непрерывного содарного мониторинга атмосферного пограничного слоя (АПС). Рассматриваются субмезомасштабные внутренние гравитационные волны (ВГВ) неорографического происхождения, захваченные в устойчиво-стратифицированном АПС (УАПС). Приводятся статистические данные о параметрах двух классов ВГВ: внутренних гравитационно-сдвиговых волн (ВГСВ) типа валов Кельвина-Гельмгольца (ВКГ) и волн плавучести (ВП). Идентификация и классификация ВГВ производилась путем визуального анализа содарных эхограмм. Были использованы данные измерений, проводимых в сельской местности в Подмоскowie. Были исследованы сезонная и суточная изменчивость частоты регистрации волн обоих классов, проанализированы значения параметров наблюдавшихся волн, а также проведено сопоставление диапазонов и средних значений этих величин.

Ключевые слова: содар, устойчиво-стратифицированный атмосферный пограничный слой, внутренние гравитационные волны, валы Кельвина-Гельмгольца, волны плавучести

DOI: 10.31857/S0002351523030100, EDN: TRRLDT

1. ВВЕДЕНИЕ

В атмосферном пограничном слое (АПС) регулярно наблюдаются субмезомасштабные внутренние гравитационные волны (ВГВ). Колебания с периодами от десятка секунд до десятков минут регистрируются во временных рядах метеорологических величин (ветра, температуры, давления), измеренных *in situ* на различных высотных уровнях с помощью стандартных метеорологических мачт [Sun et al., 2015; Viana et al., 2009; Чунчузов и др., 2021], либо высотных метеорологических башен [Бызова и др., 1989]. Квазипериодические колебания высоты расположения турбулизированных слоев обнаруживаются в поле эхо-сигналов наземных дистанционных средств зондирования атмосферы, таких как радары [Fukao et al., 2011], содары [Petenko et al., 2016] и лидары [Banakh et al., 2020]. Такие колебания обычно тоже интерпретируются как проявление ВГВ. Исследованию свойств одного или нескольких эпизодов волновой активности в АПС посвящено большое коли-

чество работ (см., например, ссылки в обзоре [Sun et al., 2015]); однако, можно найти всего несколько публикаций, содержащих статистический анализ частоты появления и параметров волн в АПС (например, [Rees et al., 2000; Люлюкин и др., 2015; Mayot, 2017]).

Наблюдавшиеся нами ВГВ неорографического происхождения, захваченные статически устойчивым АПС (УАПС), можно разделить на два класса по механизму их генерации и их свойствам (см. например, [Sun et al., 2015b; Госсард и Хук, 1978; Нарро, 2013]). К первому классу относятся внутренние гравитационно-сдвиговые волны (ВГСВ), ко второму — волны плавучести (ВП).

ВГСВ — возмущения, возникающие в термически стратифицированном потоке при наличии значительного вертикального градиента скорости ветра. В таких условиях ВГСВ могут генерироваться в виде нелинейных растущих мод вследствие динамической (сдвиговой) неустойчивости потока. На содарных эхограммах регулярно на-

блюдаются субмезомасштабные структуры класса ВГСВ, имеющие форму “шнуров”, “вихрей” и “кошачьих глаз”. Многочисленные примеры таких структур можно найти в работе [Люлюкин и др., 2015]. Подобные вихреобразные движения часто называют валами (либо волнами) Кельвина–Гельмгольца. Важно отметить, что классические волны Кельвина–Гельмгольца являются лишь частным случаем гравитационных волн в сдвиговых течениях, который реализуется при скачкообразном разрыве плотности и скорости движения среды. В тропосфере подобных скачкообразных разрывов, как правило, не бывает, и потеря устойчивости течения и волнообразные структуры возникают при достаточно плавных изменениях плотности и скорости с высотой. В данной работе для обозначения структур подобного типа используется более общий термин – ВГСВ.

ВП – возмущения, возникающие в термически стратифицированном потоке при небольшом изменении скорости по вертикали (т.е. при слабой завихренности течения) и значительных вертикальных градиентах температуры. ВП образуются при вертикальном смещении устойчивых слоев вследствие огибания орографических препятствий, а также и над однородной поверхностью – вследствие наличия внешнего форсинга. В условиях, исследуемых в работе, в качестве возбудителя ВП чаще всего выступали метеорологические фронты (см., напр., [Куличков и др., 2017]).

Критерии, определяющие возможность генерации ВГВ, приведены в классических монографиях [Госсард и др., 1978; Нарро, 2013]. Согласно линейной теории для случая термически стратифицированного течения с постоянным по высоте ветром, генерация ВГВ или их захват в слое возможны при условии, что частота волны не превышает значения

частоты Брента–Вайсяля $N = \sqrt{\frac{g}{t} \left(\frac{dt}{dz} + \gamma_a \right)}$, где g – ускорение свободного падения, t – средняя температура в слое, dt/dz – вертикальный градиент температуры, $\gamma_a = 0.0098 \text{ K м}^{-1}$ – сухоадиабатический градиент температуры. Для стратифицированного сдвигового течения общепринятым необходимым условием возможности возникновения сдвиговой неустойчивости с образованием волн является условие: $Ri < Ri_{кр}$, где $Ri = N^2/(dU/dz)^2$ – число Ричардсона, dU/dz – вертикальный сдвиг ветра. Согласно общеизвестной теореме о полужирности Майлса–Говарда, критическое число Ричардсона $Ri_{кр} = 0.25$. Впрочем, в недавней теоретической работе [Kurgansky, 2022] была продемонстрирована возможность возникновения неустойчивости и при более высоких значениях Ri , что ставит под сомнение однозначность обобщенного решения теоремы Майлса–Говарда.

Отметим, что достаточных условий для образования ВГВ до настоящего времени не сформулировано. Таким образом, критериев для предсказания возникновения ВГВ в атмосфере пока нет.

Волновые движения могут оказывать заметное влияние на динамику и структуру устойчиво стратифицированного АПС (УАПС). Это подтверждается натурными [Sun et al., 2015a; Зайцева и др., 2018], численными [Jiang, 2021] и лабораторными экспериментами [Thorpe, 1973]. Отсюда следует необходимость изучения климатологической статистики ВГВ.

Целью настоящей работы является исследование частоты повторяемости и параметров волн с различной вертикальной структурой. Для этого были использованы многолетние непрерывные измерения, проводившиеся при помощи акустического лоатора (содара) в Московской области, на Звенигородской научной станции Института физики атмосферы (ИФА).

2. ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА ДАННЫХ

2.1. Проведение измерений

Звенигородская научная станция (ЗНС) находится в Московской области, в 50-ти км к западу от Москвы, в слабо-неоднородной лесистой местности. Вблизи ЗНС расположено несколько малоэтажных зданий и шоссе. С 2008 года на ЗНС проводился непрерывный мониторинг АПС при помощи исследовательского содара серии ЛАТАН-3, разработанного в ИФА [Кузнецов, 2007]. Доплеровский трехантенный содар ЛАТАН-3 работал в моностатическом режиме на несущей частоте 2 кГц. Содар измерял вертикальные профили интенсивности эхо-сигнала, пропорциональной структурной характеристике температуры, и профили 3-х компонент скорости ветра. Измерения производились в диапазоне высот от 20 до 780 м с шагом 20 м по высоте и 20 с по времени. Точность измерения горизонтальных компонент скорости ветра составляла $\pm 0.5 \text{ м/с}$, а вертикальной компоненты – $\pm 0.1 \text{ м/с}$.

В работе были также использованы данные микроволнового температурного профилера МТР-5, в соответствии с методикой, разработанной в ФГБУ “ЦАО” и ФГБУ “Гидрометцентр РФ” [Кадыгров и др., 2015]. Профилимер измерял профили температуры в диапазоне высот от 0 до 600 м с разрешением 50 м по высоте и 5 мин по времени. Эти профили привлекались для анализа влияния температурной стратификации АПС на генерацию волн того или иного класса, ВГСВ либо ВП (см. последнюю строку табл. 1). Кроме того, профили температуры совместно с содарными профилями средней скорости ветра позволяли получать количественную оценку параметра устойчивости – градиентного числа Ричардсона.

Таблица 1. Средние значения параметров цугов волн и внешних условий

Сезон	I январь—апрель	II май—август	III сентябрь—декабрь	II май—август
Класс ВГВ	ВГСВ			ВП
* $h_{\min}$, м	120 ± 10	130 ± 10	130 ± 10	120 ± 10
$h_{\max}$, м	370 ± 10	350 ± 10	390 ± 10	530 ± 30
dh , м	230 ± 10	200 ± 10	250 ± 10	400 ± 30
T , мин	3.8 ± 0.2	3.2 ± 0.2	3.9 ± 0.2	8.5 ± 0.9
$U_{\max}$, м/с	12.3 ± 0.4	10.0 ± 0.4	12.6 ± 0.4	6.0 ± 0.7
dU/dz , м/с на 100 м	4.2 ± 0.2	3.8 ± 0.2	4.2 ± 0.2	2.3 ± 0.4
dI , дБ	7.9 ± 0.3	7.9 ± 0.3	7.9 ± 0.3	13.2 ± 1.2
$t_{\max}$, °C	-2.7 ± 0.9	16.6 ± 0.6	5.3 ± 0.8	16.1 ± 2.0
dt/dz , К/м на 100 м	0.19 ± 0.08	0.19 ± 0.07	0.18 ± 0.06	0.42 ± 0.15

* Обозначения параметров как на рис. 3.

При этом отметим, что качественная характеристика типа термической стратификации АПС (неустойчивая, нейтральная, устойчивая) определялась визуально по содарным эхограммам, поскольку ранее, на основе мирового опыта использования систем акустического зондирования, были разработаны методики сопоставления форм содарного эхо-сигнала с типом стратификации и вертикальной структурой АПС (см., например, [Russel et al., 1978; Pekour et al., 1993]).

Градиентное число Ричардсона Ri служило критерием степени устойчивости АПС. В приземном слое Ri рассчитывалось по данным измерений средней скорости ветра и температуры на двух высотах с помощью акустических термометров-анемометров (соников) марки USA-1. Соники находились на верхушках двух мачт высотой 6 м и 56 м, которые располагались рядом друг с другом на удалении 100 м от содара. Вертикальные профили Ri в АПС рассчитывались по содарным данным о скорости ветра и данным температурного профилимера МТР-5.

В работе были проанализированы данные измерений 2008–2015 гг. Содарные данные были доступны для 95% календарного времени.

2.2. Метод регистрации волнообразных структур

Для идентификации и классификации волнообразных структур проводился визуальный анализ содарных эхограмм. Автоматическая идентификация при помощи машинного обучения может успешно применяться (например, [Камардин и др., 2014]), но требует предварительного составления обучающей выборки для структур опреде-

ленной формы. На сегодняшний день визуальный анализ, несмотря на его некоторую субъективность, представляется более простым и надежным способом идентификации (в том числе и из-за разнообразия форм и размеров наблюдаемых структур), и применяется повсеместно (см., например, [Russel et al., 1978; Petenko et al., 2012]).

Из квазипериодических структур, регистрируемых на эхограммах, отбирались эпизоды двух классов, относимые либо к ВГСВ, либо к ВП. Для того, чтобы произвести такое разделение, проводился анализ вертикальной формы волновых цугов на высотнo-временных развертках интенсивности эхо-сигнала I и вертикальной скорости w .

Эпизоды ВГСВ регистрируются на эхограммах (в высотнo-временной развертке интенсивности эхо-сигнала I) в форме валов, кос, или, чаще всего, наклонных полос (см., например, [Люлюкин и др., 2015]). Такие эпизоды обычно наблюдаются при значительных вертикальных сдвигах скорости ветра в низкоуровневых струйных течениях. Примеры ВГСВ на содарных эхограммах представлены на рис. 1.

Эпизоды ВП идентифицируются на эхограммах по синусообразным колебаниям высоты расположения турбулизированных слоев (слоев с повышенной интенсивностью эхо-сигнала). ВП могут наблюдаться по изменениям высоты верхней границы приземного турбулизированного слоя (рис. 2а и 3б), а также по вертикальным колебаниям расположения одного или нескольких поднятых турбулизированных слоев (рис. 2б). В случае многослойных колебаний вертикальные движения разных слоев синхронны. Кроме того, волнам плавучести сопутствуют колебания вертикальной скорости ветра w . Осцилляции w на

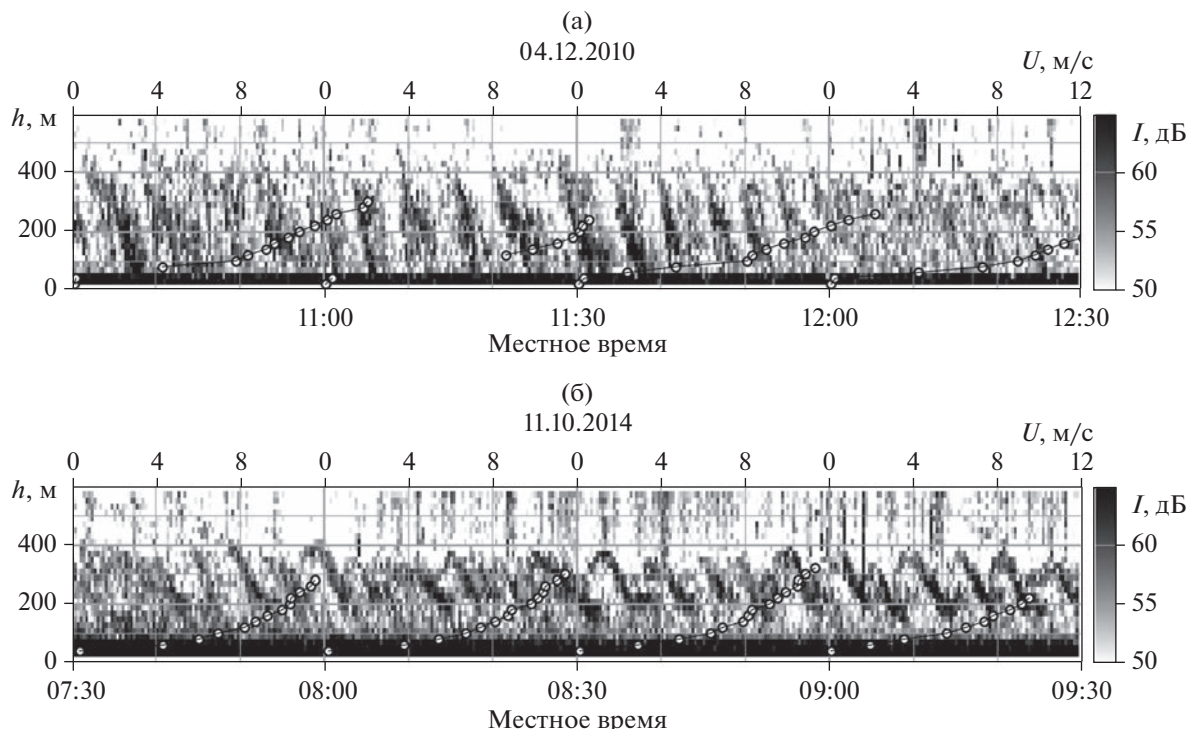


Рис. 1. Примеры регистрации цугов ВГСВ на содарных эхограммах (а) в форме наклонных полос и (б) в форме кос. По оси абсцисс внизу панели отложено локальное время, по оси ординат — высота. Степень почернения отражает интенсивность эхо-сигнала I , шкала почернения в децибелах приведена справа. Кругами показаны профили горизонтальной скорости ветра U , шкала скорости отложена по оси абсцисс в верхней части панели. В представленных примерах (а) и (б) высотные изменения скорости ветра dU достигают в пределах слоя волновой активности значений $dU \sim 12$ м/с.

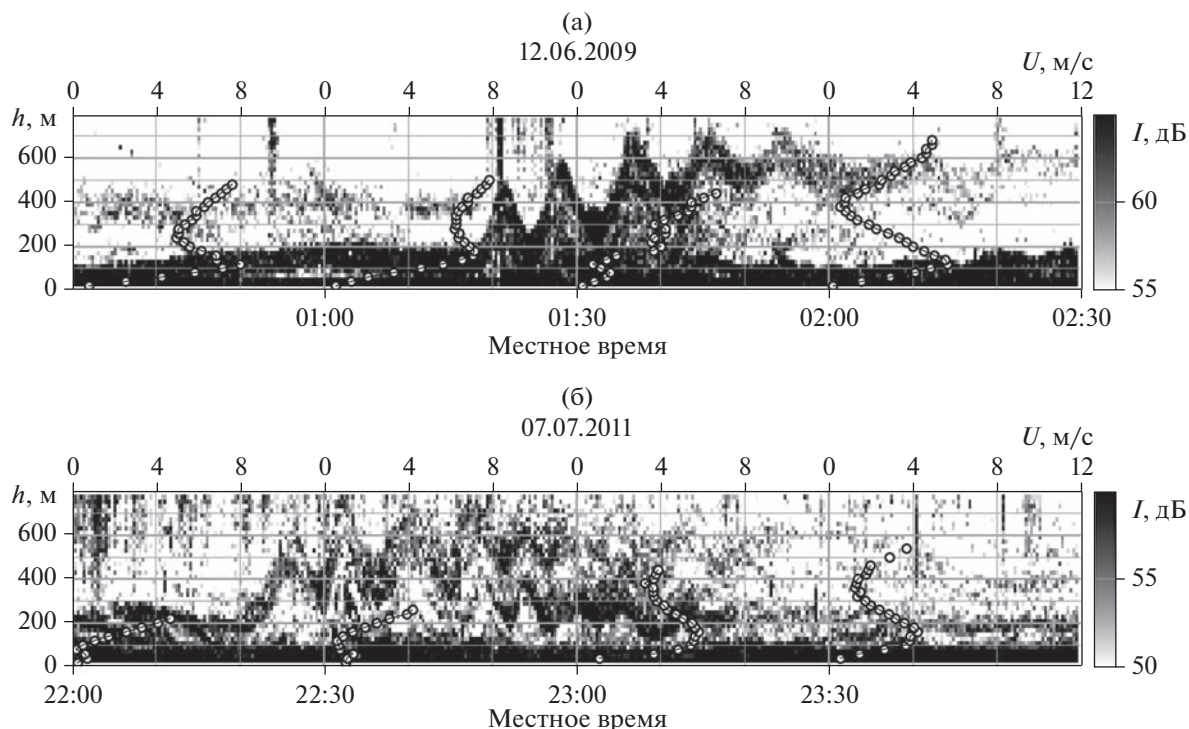


Рис. 2. То же, что на рис. 1 для цугов ВП. (а) колебания высоты расположения приподнятого инверсионного слоя и (б) многослойные колебания.

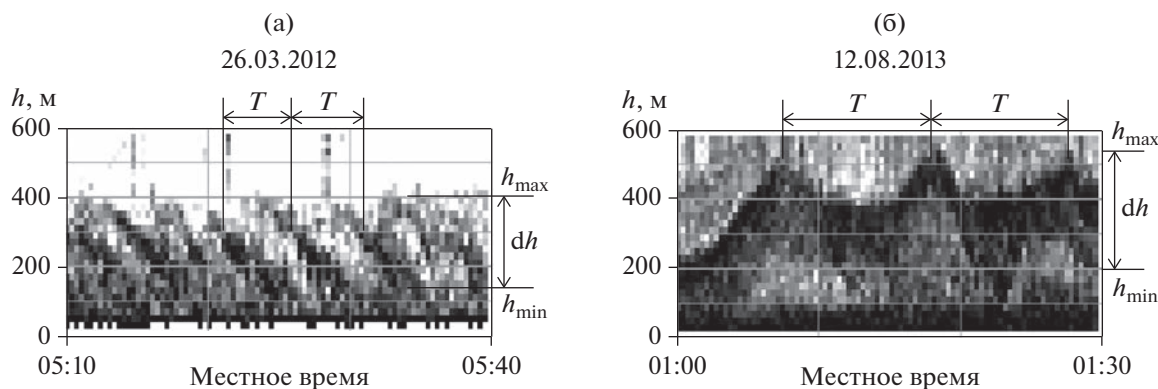


Рис. 3. Схема определения некоторых параметров цугов (а) ВГСВ и (б) ВП. По оси абсцисс отложено время, по оси ординат — высота. Степень почернения отражает интенсивность эхо-сигнала. $h_{\min}$, $h_{\max}$ и dh — высоты расположения нижней и верхней границ слоя волновой активности и толщина этого слоя, соответственно; T — период волнообразных структур.

разных высотах приблизительно синфазны внутри всего слоя, охваченного волновыми движениями. Вертикальная скорость направлена вверх перед гребнями волновых движений слоя и вниз перед ложбинами. Это наглядно показано в работе [Petenko et al., 2012]. Чтобы убедиться, что регистрируемые эпизоды соответствуют условиям их захвата в УАПС, для каждого эпизода производилось сравнение частот наблюдаемых колебаний с частотой Брента–Вяйсяля N.

На рис. 3 представлена схема определения некоторых параметров волн для эпизодов ВГСВ и ВП. Сопутствующие условия — наибольшая скорость ветра и температура в волновом слое, а также их вертикальные градиенты — определялись соответственно по измерениям вертикальных профилей скорости ветра содаром и вертикальных профилей температуры профилемером.

Содар в режиме непрерывного мониторинга АПС обеспечивал данные с разрешением 20 с по времени (цикл зондирования) и 20 м по высоте. В соответствии с разрешающей способностью прибора в работе исследовались волновые структуры с периодом $T \geq 2$ мин и толщиной волнового слоя $dh \geq 60$ м. Более мелкомасштабные структуры исключались из рассмотрения в связи с низкой достоверностью определения их параметров.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Частота наблюдения волнообразных движений в разные месяцы

С июня 2008 г. по декабрь 2015 г. нами было зарегистрировано около 900 цугов ВГСВ и около 100 цугов ВП. Для каждого месяца были рассчитаны: 1) количество зарегистрированных эпизодов; 2) доля дней, в которые наблюдались эпизоды волновой активности. На рис. 4 представлены

диапазоны изменений и средние значения этих величин для двух классов волн.

В различные месяцы регистрировалось от 2 до 23 цугов ВГСВ, доля дней с такими эпизодами составляла от 6 до 67% дней месяца, а доля времени (не показана) — от 0 до 10% полного времени суток. Средние по всем годам значения менялись от месяца к месяцу от 8 до 13 эпизодов, от 24 до 35% количества дней и от 1 до 3% времени суток, соответственно. Различия между индивидуальными среднемесячными значениями оказались велики, однако, в среднем за все годы волны регистрировались ~30% дней вне зависимости от сезона. Сильная межгодовая изменчивость соответствует выводам [Люлюкин и др., 2015], полученным на основе анализа двух лет измерений на ЗНС, и подтверждает превалирующее влияние синоптических условий на вероятность наблюдения ВГСВ [Люлюкин и др., 2018]. Дальнейший анализ повторяемости наблюдений ВГСВ проводился с учетом разделения на три сезона: I — с января по апрель, II — с мая по август, III — с сентября по декабрь.

В разные месяцы регистрировалось от 0 до 6 эпизодов ВП, доля дней менялась от 0 до 17%, доля времени (не показана) не превышала 1%. Почти 90% эпизодов были зарегистрированы в период с апреля по август. В среднем в эти месяцы регистрировалось 1–2 эпизода, в 4–8% дней.

На рис. 5 представлена частота регистрации ВГВ в разное время суток. Для ВГСВ расчеты были проведены отдельно для каждого из сезонов. Для ВП был проведен анализ только для сезона II (с мая по август), во время которого было зарегистрировано большинство эпизодов.

Во всех сезонах наблюдалось увеличение частоты регистрации ВГСВ между 6 и 10 ч утра. Это соответствует времени утреннего подъема при-

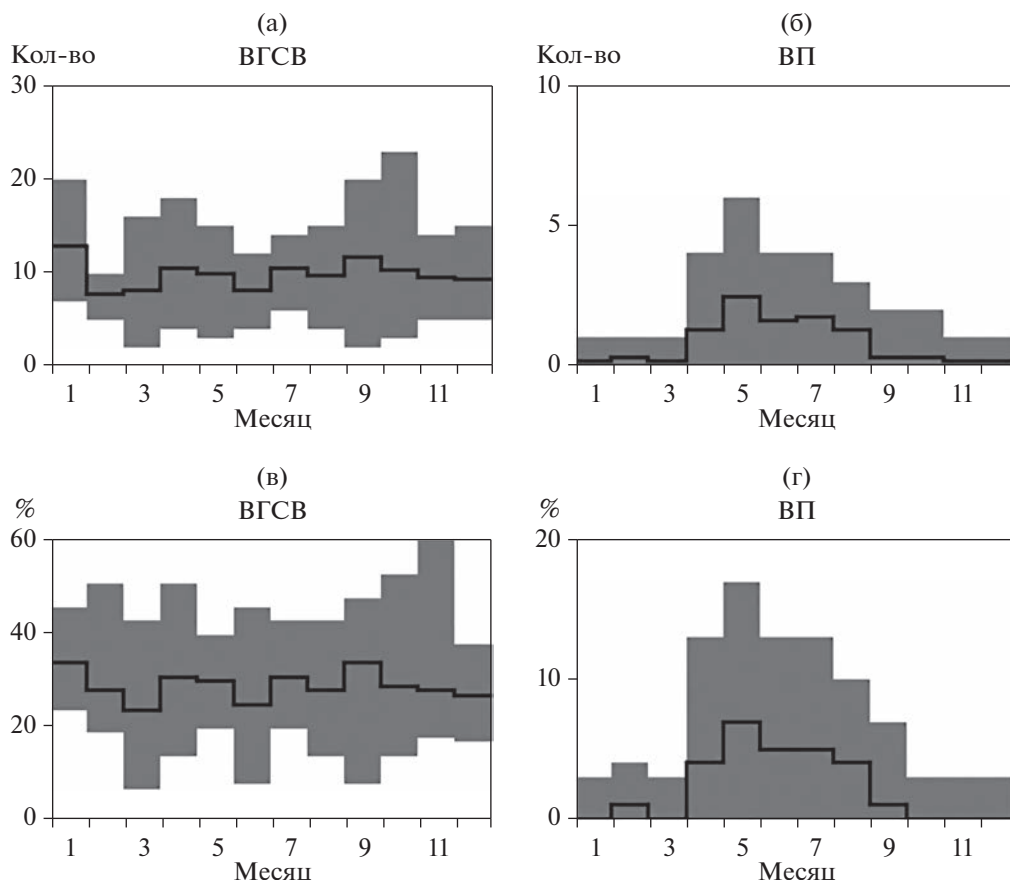


Рис. 4. Распределения по месяцам параметров частоты регистрации (а, в) цугов ВГСВ и (б, г) цугов ВП с периодами более 2-ух минут и двойной амплитудой более 60 м. (а, б) количество волновых эпизодов, зарегистрированных за месяц. (в, г) процент дней с зарегистрированными цугами волн от общего количества дней измерений. Закрашенная область соответствует диапазону между наименьшим и наибольшим значениями. Черной линией показано среднее за 2008–2015 гг. значение. По оси абсцисс на всех панелях отложен порядковый номер месяца.

земного инверсионного слоя и возникновения под ним условий для развития конвекции. Конвективные термики могут запускать механизм генерации ВКГ в поднимающемся сдвиговом устойчиво стратифицированном слое [Kallistratova et al., 2019]. Днем ВГСВ наблюдались реже, чем ночью. С мая по август (сезон I) ВГСВ очень редко регистрировались в дневное время, а с сентября по апрель (сезоны I и III) немного чаще. Более высокая частота регистрации дневных ВГСВ в сезонах I и III связана с возможностью длительного существования устойчивой термической стратификации и низкоуровневых струйных течений (НСТ) в это время года [Kallistratova et al., 2013]. Во второй половине ночи ВГСВ регистрировались немного чаще, чем в первой. Это может быть связано с тем, что в первой половине ночи, как правило, приземный слой перемешивания и НСТ только начинают формироваться. Эпизоды ВП также регистрировались в основном в ночное

время, однако максимум частоты приходится на 0–2 ч ночи, а не на утренние часы.

Отметим, что количество наблюдаемых эпизодов и их длительность заметно возрастает с увеличением разрешающей способности содара. На рис. 6 представлен пример сравнения эхограмм, синхронно полученных при помощи содаров с разным разрешением. На панели (а) показаны содарные измерения с шагом 20 секунд по времени и 20 м по высоте, на панели (б) — измерения, выполненные минисодаром с шагом 3 с и 10 м, соответственно. Так, на рис. 6(а) четко различимы структуры в форме наклонных полос в промежутке 23:00–23:15. На рис. 6(б) эти же структуры можно наблюдать начиная с 22:55 и до 23:30. Более того, становятся различимы изменения толщины слоя волновой активности со временем (в промежутке 23:00–23:15), а также колебания с меньшим периодом (после 23:15).

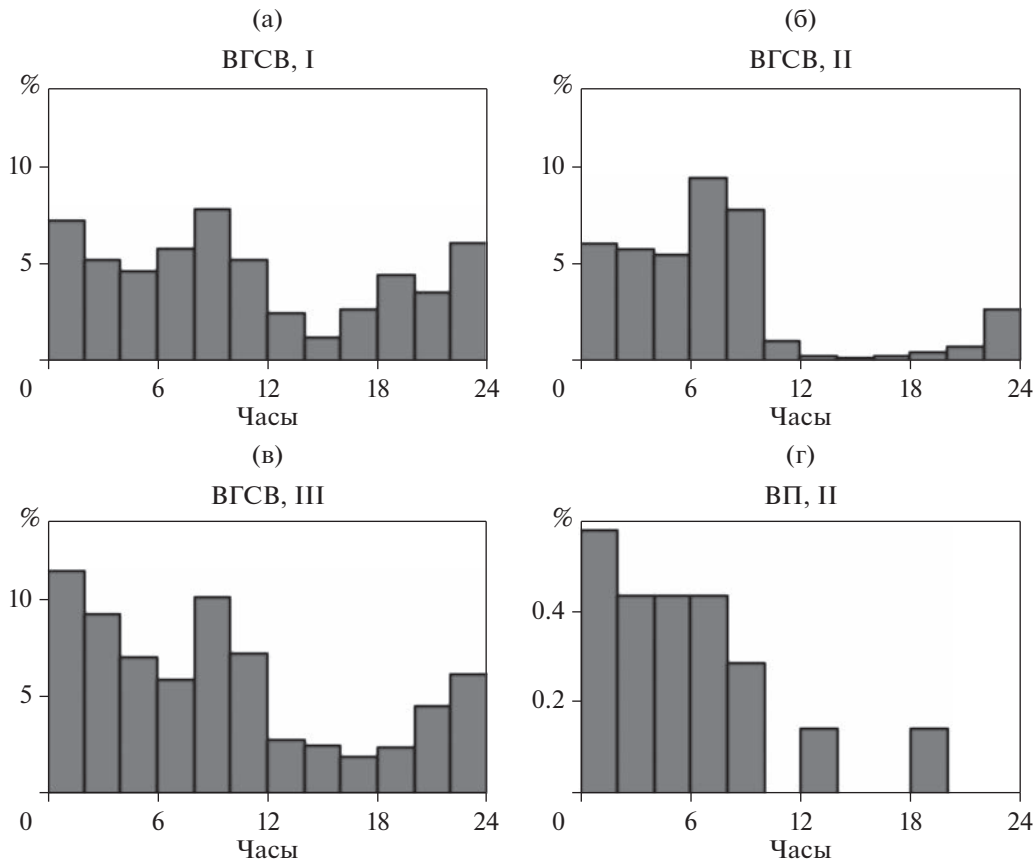


Рис. 5. Частота регистрации цугов ВГСВ (а–в) и цугов ВП (г) в разное время суток. По оси абсцисс отложены часы, по оси ординат – процент случаев, в которых наблюдались эпизоды волновой активности. (а, в) рассчитаны соответственно по данным для сезонов I (январь–апрель) и III (сентябрь–декабрь). (б, г) рассчитаны по данным для сезона II (май–август). Ширина каждого столбца равна 2 ч.

3.2. Параметры волнообразных движений

Параметры цугов волн и внешние условия для ВГСВ были проанализированы отдельно для трех сезонов. Для случаев ВП был рассмотрен только сезон II. На рис. 7, 8 представлены частотные распределения. В табл. 1 перечислены средние значения с 95-процентными доверительными интервалами.

Для каждого исследованного цуга были определены следующие параметры: нижняя и верхняя границы, а также толщина слоя волновой активности ($h_{\min}$, $h_{\max}$, dh); период колебаний (T); наибольшая горизонтальная скорость ветра и температура ($U_{\max}$ и $t_{\max}$); средние по волновому слою вертикальный сдвиг ветра и градиент температуры (dU/dz и dt/dz); глубина модуляции эхо-сигнала (dI).

Для цугов ВГСВ частотные распределения и средние значения некоторых представленных величин схожи во всех трех сезонах. Это относится к нижней и верхней границам слоя волновой активности ($h_{\min}$ и $h_{\max}$), вертикальному сдвигу скорости ветра (dU/dz) и градиенту температуры

(dt/dz). Период T , толщина волнового слоя dh и скорость ветра $U_{\max}$ в случаях ВГСВ, зарегистрированных с мая по август (сезон II), оказались немного меньше, чем в другие месяцы. Таким образом, в летнее время волны с меньшими периодом и высотным размахом наблюдались на эхограммах чаще, чем в оставшееся время года.

Распределение толщины волнового слоя dh цугов ВП (рис. 8(а)) имеет два максимума – 220–280 и 400–460 м. В распределении сдвига ветра (рис. 8(г)) также присутствуют два пика, соответствующие значениям 0–1 и 3–4 м/с на 100 м, причем второй пик совпадает с модами сдвига ветра в присутствии ВГСВ. Это связано с тем, что такие значения сдвига ветра наблюдаются на ЗНС чаще других значений [Люлюкин и др., 2015].

Значения параметров и условий, сопутствующих наблюдению цугов разных классов, лежат в широком диапазоне. Соответственно, эпизоды ВГСВ и ВП могут иметь одинаковые параметры. В среднем же ВП имеют толщину волнового слоя dh , период колебаний T и глубину модуляции dI значительно больше, чем ВГСВ. Средние значе-

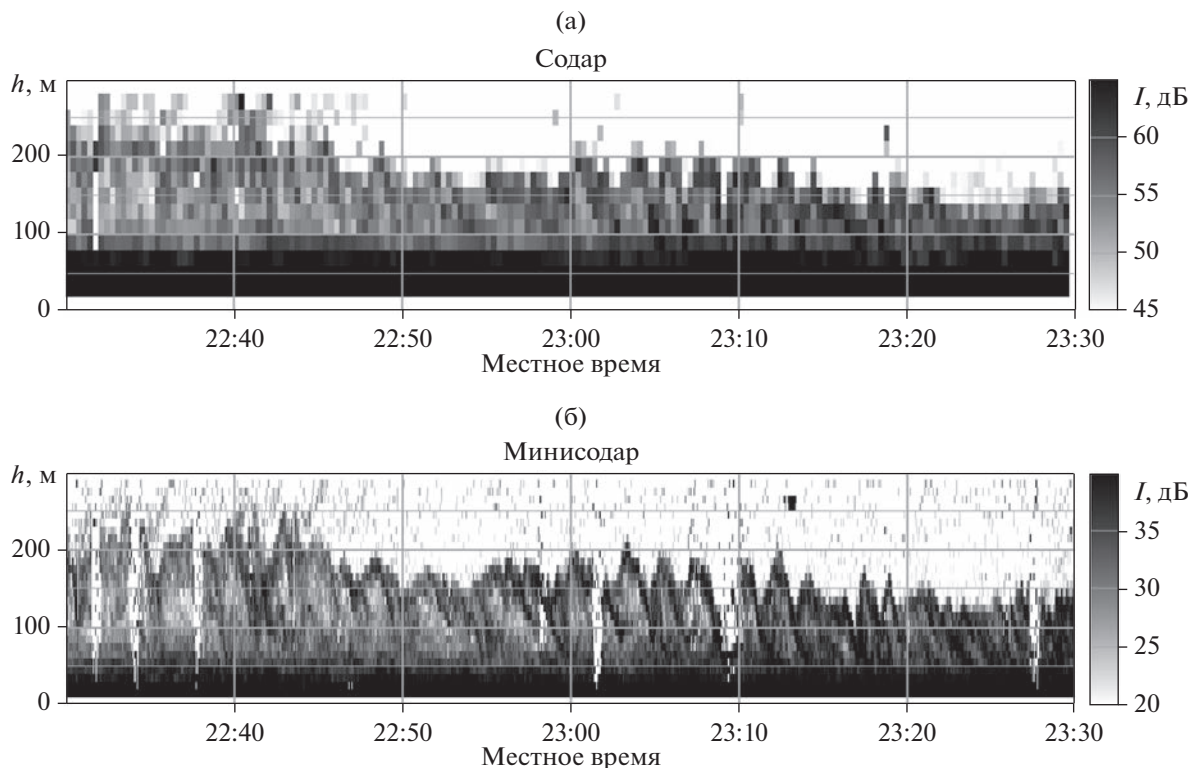


Рис. 6. Эхограммы, полученные при синхронных измерениях с различными высотным и временным разрешениями. ЗНС, 28 июля 2022.

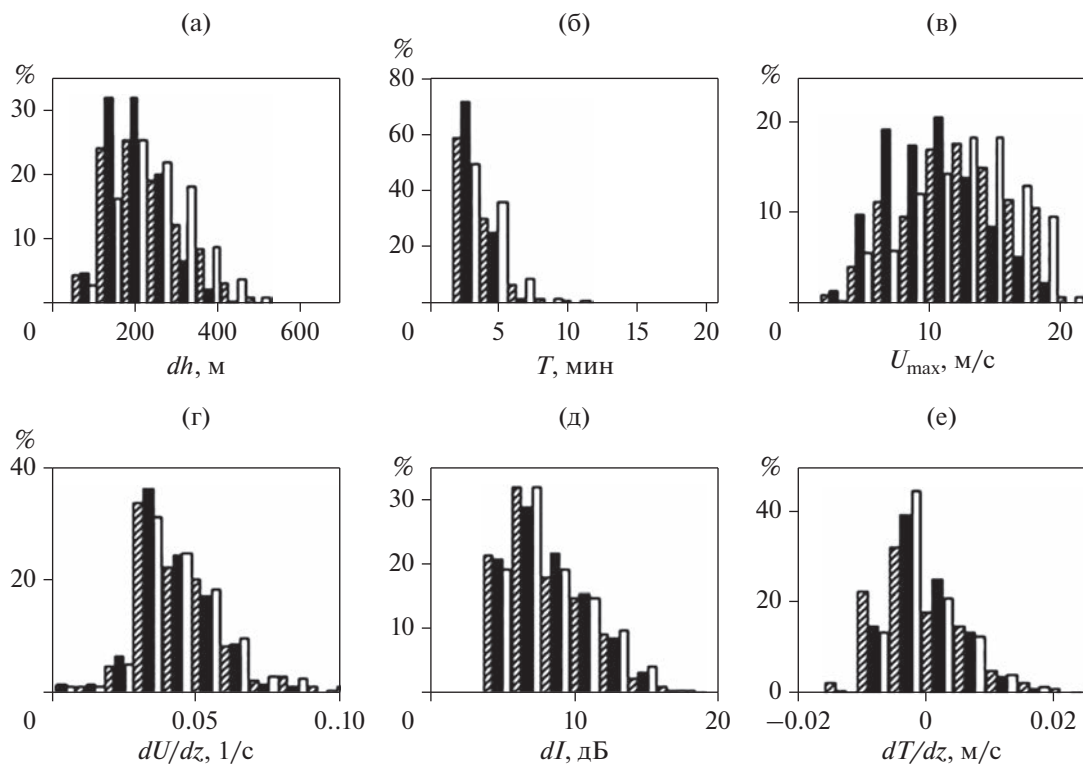


Рис. 7. Частотные распределения параметров цугов ВГСВ. Заштрихованные столбцы для сезона I (январь–апрель), черные — для сезона II (май–август), белые — для сезона III (сентябрь–декабрь). (а) Толщина волнового слоя dh ; (б) период волновых структур T ; (в) наибольшая скорость ветра внутри волнового слоя $U_{\max}$; (г) сдвиг ветра dU/dz ; (д) глубина модуляции эхо-сигнала dI ; (е) градиент температуры dT/dz .

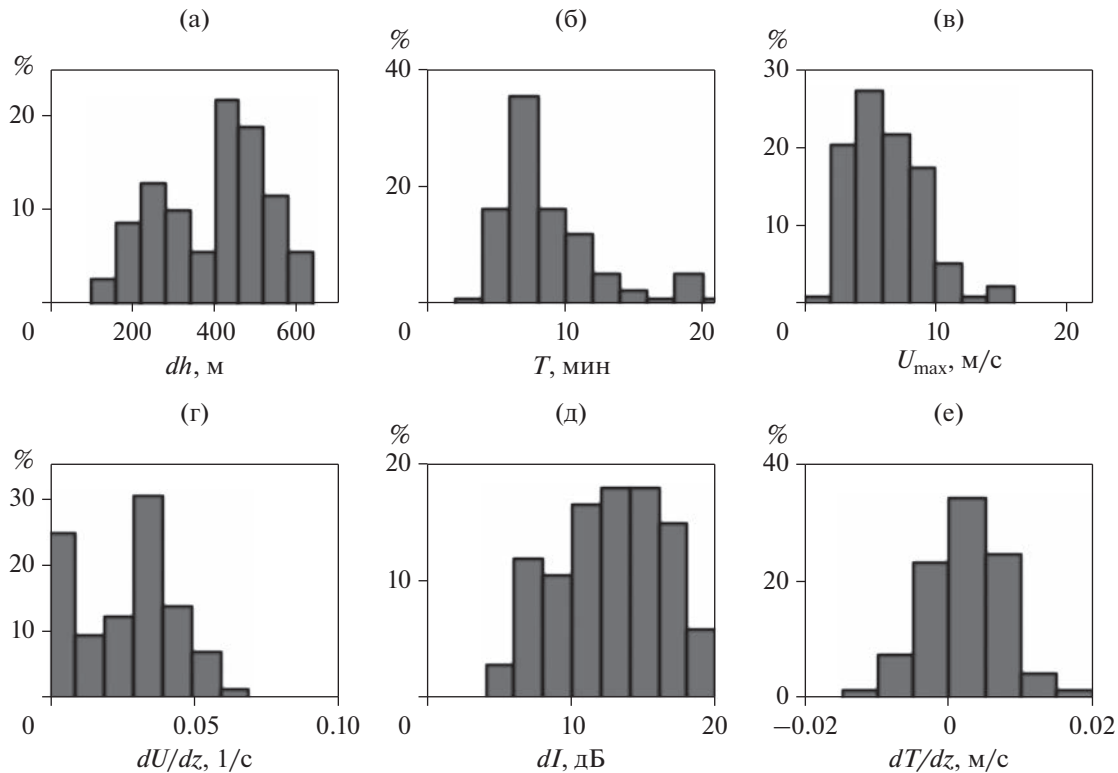


Рис. 8. Частотные распределения параметров цугов ВП.

ния сдвига ветра dU/dz и градиента температуры dT/dz , сопутствующих прохождению цугов волн, также различны для ВП и ВГСВ.

Коэффициенты линейной корреляции r пар параметров и ВГСВ, и ВП оказались высокими только для пар явно связанных величин, например, $U_{\max}$ и dh , $U_{\max}$ и dU/dz . Для других пар корреляция оказалась низкой, $r < 0.48$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По данным длительных непрерывных содарных измерений проводившихся на Звенигородской научной станции в Московской области, было зарегистрировано около 1000 эпизодов волновой активности в УАПС, относящихся к двум классам внутренних волн: внутренние гравитационно-сдвиговые волны (ВГСВ) и волны плавучести (ВП).

Для этих эпизодов были проанализированы частота повторяемости и параметры цугов волн, а также сезонная и суточная изменчивость частоты наблюдения. Показано, что ВП регистрируются, в основном, в весенне-летний период, с апреля по август (90% всех эпизодов). При большой месячной и годовой изменчивости количества эпизодов ВГСВ, средние значения доли дней с волновой активностью для многолетних измерений составляют ~30% вне зависимости от сезона. Этот

факт подтверждает превалирующее влияние синоптических условий на вероятность наблюдения ВГСВ [Люлюкин и др., 2018]. Большая часть волновых эпизодов обоих классов регистрируется в середине ночного времени, однако максимум частоты регистрации ВГСВ приходится на утренние часы, соответствующие утреннему подъему инверсии, а максимум частоты ВП — на 0–2 ч ночи. Были исследованы различия параметров волн и внешних условий, сопутствующих их наблюдению, между разными сезонами и разными классами волн. Показано, что диапазон значений параметров волн обоих классов широк и перекрывается. В среднем же, в летнее время ВГСВ с меньшими периодом и высотным размахом наблюдались на эхограммах чаще, чем в остальное время года. Средние значения периодов и высотного размаха ВП заметно выше, чем те же параметры ВГСВ. В среднем условия наблюдения также различны для двух классов волн: ВГСВ наблюдались при больших сдвигах ветра и меньших градиентах температуры.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследования выполнены при поддержке гранта Президента Российской Федерации для молодых ученых-кандидатов наук (проект № МК-5516.2022.1.5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Гаргер А.К. Турбулентность в пограничном слое атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1989. 263 с.
- Госсард Э., Хук У. Волны в атмосфере. М.: Мир, 1978. 532 с.
- Зайцева Д.В., Каллистратова М.А., Люлюкин В.С. и др. Воздействие внутренних гравитационных волн на флуктуации метеорологических параметров атмосферного пограничного слоя // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54. № 2. С. 195–205.
- Кадыров Е.Н., Кузнецова И.Н. Методические рекомендации по использованию данных дистанционных измерений профилей температуры в атмосферном пограничном слое микроволновыми профиломерами: теория и практика. Долгопрудный: Физматкнига, 2015. 171 с.
- Камардин А.П., Одинцов С.Л., Скороходов А.В. Идентификация внутренних гравитационных волн в атмосферном пограничном слое по данным содара // Оптика атмосферы и океана. 2014. Т. 27. № 9. С. 812–818.
- Кузнецов Р.Д. Акустический локатор ЛАТАН-3 для исследований атмосферного пограничного слоя // Оптика атмосферы и океана. 2007. Т. 20. № 8. С. 749–753.
- Куличков С.Н., Цыбульская Н.Д., Чунчузов И.П. и др. Исследования внутренних гравитационных волн от атмосферных фронтов в московском регионе // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53. № 4. С. 455–469.
- Люлюкин В.С., Каллистратова М.А., Кузнецов Р.Д. и др. Внутренние гравитационно-сдвиговые волны в атмосферном пограничном слое по данным акустической локации // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51. № 2. С. 218–229.
- Люлюкин В.С., Каллистратова М.А., Крамар В.Ф. и др. О барических системах, благоприятствующих возникновению гравитационно-сдвиговых волн в АПС // Турбулентность, динамика атмосферы и климата: сборник трудов. М., 2018. С. 559–563.
- Чунчузов И.П., Куличков С.Н., Попов О.Е. и др. Волновые возмущения атмосферного давления и скорости ветра в тропосфере, связанные с солнечным терминатором // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57. № 6. С. 665–679.
- Banakh V.A., Smalikho I.N., Falits A.V. Wind–Temperature Regime and Wind Turbulence in a Stable Boundary Layer of the Atmosphere: Case Study // Remote Sens. 2020. V. 12. № 6. P. 955.
- Fukao S., Luce H., Mega T. et al. Extensive studies of large-amplitude Kelvin–Helmholtz billows in the lower atmosphere with VHF middle and upper atmosphere radar // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2011. V. 137. № 657. P. 1019–1041.
- Jiang Q. Impact of Elevated Kelvin–Helmholtz Billows on the Atmospheric Boundary Layer // J. Atm. Sci. 2021. V. 78. № 12. P. 3983–3999.
- Kallistratova M.A., Kouznetsov R.D., Kramar V.F. et al. Profiles of wind speed variances within nocturnal low-level jets observed with a sodar // J. Atmos. Ocean. Technol. 2013. V. 30. № 9. P. 1970–1977.
- Kallistratova M.A., Petenko I.V., Kouznetsov R.D. et al. Kelvin–Helmholtz billows in rising morning inversions // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2019. V. 231. № 1. P. 012025.
- Kurgansky M.V. On short-wave instability of the stratified Kolmogorov flow // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2022. T. 36. № 4. С. 575–595.
- Mayor S.D. Observations of microscale internal gravity waves in very stable atmospheric boundary layers over an orchard canopy // Agric. For. Meteorol. 2017. V. 244. P. 136–150.
- Nappo C.J. An introduction to atmospheric gravity waves. Amsterdam–Boston–Heidelberg: Elsevier Inc., 2013. 359 p.
- Pekour M. S., Kallistratova M.A., Lokoschenko M.A. et al. Acoustic sounding study of the mixing layer over a city // CIS Selected Papers: Optical Monitoring of the Environment. SPIE, 1993. V. 2107. P. 169–193.
- Petenko I., Mastrantonio G., Viola A. et al. Wavy vertical motions in the ABL observed by sodar // Boundary-Layer Meteorol. 2012. V. 143. № 1. P. 125–141.
- Petenko I., Argentini S., Casasanta G. et al. Wavelike structures in the turbulent layer during the morning development of convection at Dome C, Antarctica // Boundary-Layer Meteorol. 2016. V. 161. № 2. P. 289–307.
- Rees J.M., Denholm–Price J.C.W., King J.C. et al. A Climatological Study of Internal Gravity Waves in the Atmospheric Boundary Layer Overlying the Brunt Ice Shelf, Antarctica // J. Atm. Sci. 2000. V. 57. № 4. P. 511–526.
- Russell P.B., Uthe E.E. Regional patterns of mixing depth and stability: Sodar network measurements for input to air quality models // Bulletin of the American Meteorological Society. 1978. V. 59. № 10. P. 1275–1287.
- Sun J., Mahrt L., Nappo C. et al. Wind and temperature oscillations generated by wave–turbulence interactions in the stably stratified boundary layer // J. Atm. Sci. 2015. V. 72. № 4. P. 1484–1503.
- Sun J., Nappo C.J., Mahrt L. et al. Review of wave–turbulence interactions in the stable atmospheric boundary layer // Rev. Geophys. 2015. V. 53. № 3. P. 956–993.
- Thorpe S.A. Turbulence in stably stratified fluids: A review of laboratory experiments // Boundary-Layer Meteorol. 1973. V. 5. № 1. P. 95–119.
- Viana S., Yagüe C., Maqueda G. Propagation and effects of a mesoscale gravity wave over a weakly-stratified nocturnal boundary layer during the SABLES2006 field campaign // Boundary-Layer Meteorol. 2009. V. 133. № 2. P. 165–188.

Submeso Wave-Like Structures in the Atmospheric Boundary Layer and Their Parameters Measured with the Help of Sodar in Moscow Region

D. V. Zaitseva^{1, *}, M. A. Kallistratova¹, V. S. Luyluykin^{1, 3}, R. D. Kouznetsov²,
D. D. Kuznetsov¹, and N. V. Vazaeva^{1, 3}

¹*Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Science, Pyzhevskii per., 3, Moscow, 119017 Russia*

²*Finnish Meteorological Institute, Erik Palménin aukio, 1, Helsinki, FI-00101 Finland*

³*Bauman Moscow State University, 2nd Baumanskaya, 5, Moscow, 105005 Russia*

**e-mail: zaycevad@gmail.com*

The paper presents study of the parameters of wave-like structures based on the data of long-term continuous sodar monitoring of the atmospheric boundary layer (ABL). Submesoscale internal gravity waves (IGWs) of non-orographic origin trapped in a stably stratified ABL (SBL) are considered. Statistical data on the parameters of two classes of IGWs are presented: internal gravity-shear waves (IGSWs) of the Kelvin-Helmholtz billow (KHB) type and buoyancy waves (BW). Identification and classification of IGWs was carried out by the visual analysis of sodar echograms. The measurements carried out in the Moscow region were used. The seasonal and diurnal variability of the frequency of registration of waves of both classes were studied, the values of the parameters of the observed waves were analyzed, and the ranges and average values of these quantities were compared.

Keywords: sodar, stable atmospheric boundary layer, internal gravity waves, Kelvin–Helmholtz billows, buoyancy waves

УДК 551.511.32, 551.515, 523.45–852, 532.527

БАРОКЛИННАЯ МОДЕЛЬ БОЛЬШОГО КРАСНОГО ПЯТНА ЮПИТЕРА

© 2023 г. Б. П. Суетин^a, В. В. Жмур^{a, b, *}, О. Г. Чхетиани^c

^aМосковский физико-технический институт,

Институтский переулок, д. 9, г. Долгопрудный, Московская обл., 141701 Россия

^bИнститут океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Нахимовский просп., д. 36, Москва, 117997 Россия

^cИнститут физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., д. 3, Москва, 119017 Россия

*e-mail: zhmur-vladimir@mail.ru

Поступила в редакцию 10.02.2023 г.

После доработки 27.02.2023 г.

Принята к публикации 10.03.2023 г.

В работе предлагается квазигеострофическая бароклинная модель Большого Красного пятна на Юпитере как локализованного вихревого образования в непрерывно стратифицированной вращающейся атмосфере под действием горизонтального течения со сдвигом в приближении f-плоскости. На основе теории эллипсоидальных вихрей получена аналитическая связь геометрических размеров вихря, потенциальной завихренности вихревого ядра и характеристик фонового течения. Используются измерения ряда характеристик как вихря, так и фонового течения в миссиях Voyager 1 (1979), Galileo (1996), Cassini (2000). На основе теории получена оценка вертикального размера Большого Красного пятна Юпитера, согласующаяся с экспериментальными данными космического зонда Voyager 1 (1979).

Ключевые слова: Большое Красное пятно Юпитера (БКПЮ), мезомасштабный вихрь, вертикальный размер БКПЮ

DOI: 10.31857/S0002351523030082, EDN: TSBZJT

1. ВВЕДЕНИЕ

Большое Красное пятно Юпитера (БКПЮ) одно из старейших планетарных вихревых образований. Его, вероятно, впервые наблюдали Гук в 1664 г. (1665) и Кассини (1666). Антициклонический вихрь имеет эллиптическую форму, расположен в окрестности 22° южной широты меняются со временем. В период с 1878 по 1940-е годы его протяженность по долготе изменялась примерно с 38° до 30° [Simon et al., 2018]. В то время как с 1980 по 2020 гг. долготная протяженность уменьшилась с 18° до 11°, а по широте менялась слабо и находилась в диапазоне 8–9° [Wong et al., 2021]. В 70-х годах его размеры оценивались как 28000 × 14000 км, а в 1878 г. длина его принималась в 38500 км. [Sagan, 1971]. С 2009 по 2020 протяженность уменьшилась с 16 до 12 тыс. км, а ширина с небольшими вариациями оставалась в диапазоне 10–11 тыс. км. Аспектное соотношение в это период изменилось с 1.5 до 1.1. Соответственно также наблюдается уменьшение сдвига скорости, возрастание дрейфовой скорости в западном направлении, уменьшение завихренности и увеличение числа Россби $Ro = U/\Omega L$ с 0.1 до 0.13–0.14. Здесь U, L — характерные скорость и размеры, $\Omega = 1.76 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ — частота вращения. Миссии к

Юпитеру Voyager–1,2 (1979), Galileo (2009), Cassini (1995–2003), наблюдения с телескопа Hubble дали довольно много информации о структуре БКПЮ, характеристиках внутренних и внешних движений. Миссия Juno (2016–...) дала возможность получить по данным гравитационных возмущений оценки глубины пятна: до 500 км [Parisi et al., 2021] и 290–310 км [Bolton et al., 2021]. При этом глубинное простираание струйных течений оценивается в 3000 км ниже уровня облаков [Kaspi, 2013; Kaspi et al., 2018].

Скорость западного дрейфа БКПЮ порядка 3 м/с, в то время как скорость Россби на порядок больше — 30–40 м/с. Амплитуды зональных скоростей, “раскручивающих” пятно достигают ±100 м/с.

В качестве механизма поддержания БКПЮ Р. Хайдом предлагалась колонка Тэйлора [Hide, 1961; Ingersoll, 1969]. К этой гипотезе, которая требует баротропности, существовало довольно много вопросов [Sagan, 1971]. Г. Голицын, использовавший теорию подобия для циркуляции Юпитера [Golitsyn, 1970] и Р. Смолуховский [Smoluchowski, 1970], применивший конвективную теорию континентального дрейфа, высказали предположение, что БКПЮ представляет со-

бой крупный устойчивый свободный атмосферный вихрь, связанный с зональными течениями. Конвективная природа течений на Юпитере и других планетах—гигантах была предложена в [Busse, 1976; Busse, 1994] и [Келлер и Яворская, 1974; Yavorskaya and Belyaev, 1982] и этот подход в большей степени развивается для задач магнитного динамо и течений в полярных областях [Jones and Kuzanyan, 2020; Yadav et al., 2022; Heimpel et al., 2022].

Возможность формирования уединенного вихря на сдвиговом потоке при совместном действии β -эффекта и нелинейности впервые было аналитически показано у [Ларичев и Резник, 1976]. В [Maxworthy and Redekopp, 1976] в рамках квазигеострофического приближения была предложена модель БКПЮ, как солитона на сдвиговом потоке. [Beaumont, 1981] рассмотрел солитон уже на несимметричном сдвиговом потоке. В. Петвиашвили [Петвиашвили, 1980] в рамках баротропной модели мелкой атмосферы показал, что солитонное решение может существовать в такой системе при наличии бета эффекта. Схожая модель рассматривалась также в [Сагдеев и др., 1981].

Бароклинное обобщение исследовалось в [Flierl, 1979, Незлин, 1981], где было показано лучшее соответствие с известными данными. Более глубокое развитие нелинейной теории уединенных волн типа Россби в бароклинной системе на фоне зонального потока, когда масштабы стратификации сравнимы толщиной слоя жидкости и для масштабов движений больших масштаба Обухова (радиуса внешней деформации Россби) $R = (gH_0)^{1/2}/2\Omega \approx 3500$ км ($g = 23.95$ м/с, $H_0 \approx 65$ км — толщина облачного слоя) было сделано в [Романова и Цейтлин, 1984; Романова и Цейтлин, 1985].

В [Тихомолов, 1994] и [Джалилиан и Лю, 2019] аналитически рассмотрена конвекция во вращающемся слое с учетом деформации свободной поверхности и показана возможность существования уединенного решения, поддерживаемого нелинейностью, неоднородным вращением и диссипацией.

В [Волокитин и Красносельских, 1981] уединенный вихрь Россби формировался на фоне сдвигового потока в форме тангенциального разрыва. Тангенциальный разрыв характерен и для лабораторного уединенного вихря Россби [Антипов и др., 1985]. В основном, лабораторные модели БКПЮ соответствовали баротропным условиям [Антипов и др., 1985, Sommeria et al., 1988].

В [Sommeria et al., 1988] и в более поздних работах предлагается объяснение возникновения устойчивых интенсивных струй в планетных атмосферах, подобных атмосфере Юпитера, с использованием представлений статистической механики к областям потенциальной завихренности

[Miller et al., 1992; Michel and Robert, 1994; Chavanis, 2005]. В рамках $1\frac{1}{2}$ -слойной квазигеострофической модели показано, что перемешивание потенциальной завихренности приводит к формированию устойчивого организованного крупномасштабного течения зонального типа или закольцованных, образующих крупные вихри типа БКПЮ и овалов [Bouchet and Sommeria, 2002]. Схожие результаты получены в рамках двуслойной [Williams, 1985] и однослойных квазигеострофических моделей [Marcus, 1988; Marcus and Lee, 1989; Dowling and Ingersoll, 1994] и в более сложной $1\frac{3}{4}$ -слойной [Flierl et al., 2019].

Важность бароклинной неустойчивости для формирования зональных течений и образований крупных вихрей на Юпитере была явно показана в [Williams, 1979; Williams, 2003].

Вертикальная структура крупных вихрей в рамках таких подходов остается обычно вне рассмотрения. Здесь мы не можем не отметить оригинальное исследование В.Шулейкина, показавшего связь эллиптической формы БКПЮ с β -эффектом и диссипацией (вертикальной турбулентной вязкостью) и давшего оценку его вертикального размера в 30–44 км [Шулейкин, 1976]. Такая оценка была близка к представлениям о структуре атмосферы Юпитера 70-х годов.

В предлагаемой работе исследуется однородная по потенциальной завихренности 3D-область, имеющая эллипсоидальную форму и подвергнутая воздействию фонового течения. Модель описывает квазигеострофический бароклинный вихрь в непрерывно стратифицированной вращающейся атмосфере в приближении f -плоскости. В данной работе β -эффект не учитывается, однако в Приложении оценено его влияние на изучаемые явления. Предполагая из наблюдений, что вихрь слабо меняется со временем, из всех возможных теоретических сценариев поведения вихря выбран стационарный режим. В этом режиме все физические параметры вихря и течения связаны между собой. В работе определена эта связь. Часть параметров была измерена в различных миссиях изучения Юпитера космическими аппаратами, другая часть может быть рассчитана из уравнения упомянутой связи. В идеальном варианте мы можем иметь как теоретически расчетные величины, так и их численные значения, взятые из измерений. Такой процедуре было подвергнута потенциальная завихренность и вертикальный размер ядра вихря. Как оказалось, потенциальная завихренность вихря монотонно растет со временем, а теоретически рассчитанный вертикальный размер БКПЮ близок к его измеренному значению.

2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕЗОМАСШТАБНЫХ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫХ ВИХРЕЙ

Первое упоминание о теории эволюции вихря как пятна постоянной завихренности в форме эллипса в плоской гидродинамике восходит к работам Г. Кирхгофа 19-го века и в русскоязычной литературе появились как перевод оригинальных статей [Кирхгоф, 1962]. До Кирхгофа вихри рассматривались как точечные вихревые образования. Кирхгоф показал, что стационарное вращение эллиптического вихря с постоянной угловой скоростью (без изменения его геометрических размеров) полностью определяется поведением внешней границы вихря. Отметим, что в упомянутой работе Кирхгофа фоновое течение отсутствовало, а все возникающие течения индуцированы самим вихрем. При наложении на вихрь Кирхгофа внешнего фонового течения, последнее может привести к деформации формы вихря. Задача о вихре Кирхгофа на фоне прямолинейного течения с постоянным сдвигом рассматривалась С.А. Чаплыгиным [Чаплыгин, 1948], показавшим, что наличие сдвига внешнего течения инициирует пульсации границы эллиптического вихря, но в наиболее общем виде постоянно завихренных течения изложена японским исследователем Кида [Kida, 1981]. Постоянно завихренные плоские течения или, что то же самое, течения с линейной зависимостью компонент скоростей от координат выбраны не случайно, поскольку только такие течения при деформации формы вихрей оставляют свойство эллиптичности вихрей неизменной.

В работах конца 80-х, начала 90-х и последующих годов была заложена аналитическая теория эволюции квазигеострофических вихрей в непрерывно стратифицированной вращающейся несжимаемой среде под воздействием неоднородных фоновых течений [Жмур и Панкратов, 1989; Pankratov and Zhmur, 1991; Meacham, 1992; Жмур, 2011]. В такой постановке вихрь состоит из 3D-ядра, представляющего собой свободно деформируемый “водяной мешок”, заполненный завихренной жидкостью, и внешней к ядру области, с жидкостью, захваченной во вращательное движение. Внешняя (фоновая) жидкость тоже может быть завихренной, но завихренность жидкости ядра должна отличаться от завихренности фоновой жидкости. Под воздействием внешних (фоновых) течений ядро такого вихря может перемещаться и деформироваться. Возможное вращение формы ядра мы будем относить к деформации. Вращение же внешней жидкости, захваченной в движение вихревым ядром, подстраивается под эволюцию вихревого ядра. Указанные работы являются обобщением исследований Кида-Чаплыгина на случай 3D геофизической гидродинамики при изучении поведения эллипсоидальных вихрей в

квазигеострофическом приближении на фоне равнозавихренных течений.

Квазигеострофичность предполагает малые значения чисел Россби $Ro = \frac{U}{fL} \ll 1$, означающее, что в гидродинамической системе имеются две главные силы — сила давления и сила Кориолиса, которые практически уравнивают друг друга. В выражении для Ro в числителе стоит характеристическая горизонтальная скорость U , $f = \text{const}$ — параметр Кориолиса, L — характерный горизонтальный размер явления. При $Ro \ll 1$ у жидких частиц системы сохраняется потенциальная завихренность. Указанный закон сохранения в терминах функции тока $\psi(x, y, z, t)$ выписан ниже

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\Delta_h \psi + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f^2}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + J_h \left(\psi, \Delta_h \psi + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f^2}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = 0. \quad (1)$$

В уравнении (1) x, y — неподвижные горизонтальные оси системы координат, z — ось, направленная вертикально вверх; $J_h(A, B) = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x}$ — якобиан по горизонтальным координатам; Δ_h — оператор Лапласа по горизонтальным координатам. Сохраняющийся у жидких частиц потенциальная завихренность, следующая из (1), дается соотношением

$$\sigma = \Delta_h \psi + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f^2}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (2)$$

Требования к декартовой системе координат, в которой выписаны уравнения (1) и (2), очень мягкие — две оси (x, y) горизонтальны и одна z -вертикальная. Произвол в выборе направления, например, осей x , позволит использовать “удобные” системы координат, и далее этим мы воспользуемся.

В соотношении (2) $\Delta_h \psi = \text{rot}_z \vec{u}$ — относительная завихренность. Указанный вид потенциальной завихренности соответствует приближению f -плоскости. В приближении β -плоскости соотношение (2) модифицируется с одновременной конкретизацией системы координат. В Приложении изучается влияние β эффекта на рассматриваемые процессы и делается вывод, что учет β эффекта практически не улучшает точность описания явления.

Сделаем следующие предположения: среда безгранична во всех направлениях; частота Брента-Вайсяля N — постоянная. Предположим далее, что ядро вихря имеет форму эллипсоида с двумя горизонтальными осями и одной вертикальной, а распределение потенциальной завихренности в пространстве следующее: в ядре вихря

для всех частиц σ постоянная, а вне ядра потенциальная завихренность всюду равна нулю. Как показано в работах [Жмур и Панкратов, 1989; Pankratov and Zhmur, 1991; Meacham, 1992; Жмур, 2011] задача об эллипсоидальном вихре имеет точное решение

$$\begin{aligned} \psi(\tilde{x}, \tilde{y}, \eta, t) = & -\frac{1}{4} \sigma a b \tilde{c} \times \\ & \times \int_{\lambda}^{\infty} \left(1 - \frac{\tilde{x}^2}{a^2 + \mu} - \frac{\tilde{y}^2}{b^2 + \mu} - \frac{\tilde{z}^2}{\tilde{c}^2 + \mu} \right) \times \\ & \times \frac{d\mu}{\sqrt{(a^2 + \mu)(b^2 + \mu)(\tilde{c}^2 + \mu)}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь a, b – горизонтальные полуоси эллипсоида, c – его вертикальная полуось, $\tilde{c} = \frac{N}{f} c$ – растянутая в $\frac{N}{f}$ раз вертикальная полуось, $\tilde{x}, \tilde{y}$ – горизонтальные оси координат, направленные по главным осям эллипсоида, $\tilde{z} = \frac{N}{f} z$ – растянутая в $\frac{N}{f}$ раз вертикальная ось системы координат. Нижний предел в интеграле (3) положительный корень λ кубического уравнения

$$\frac{\tilde{x}^2}{a^2 + \lambda} + \frac{\tilde{y}^2}{b^2 + \lambda} + \frac{\tilde{z}^2}{\tilde{c}^2 + \lambda} = 1. \quad (4)$$

В соотношении (3) все характеристики вихря (его полуоси и угол ориентации) могут зависеть от времени t как от параметра. Наша задача как раз и состоит в том, чтобы найти эти зависимости, используя кинематическое условие на поверхности ядра. Вихрь сохранит эллипсоидальную форму, если скорость деформации его границы окажется линейной по координатам. Как выясняется это свойство самовоздействия эллипсоидального вихря выполняется автоматически.

Кинематическое условие на поверхности ядра с требованием, чтобы эллипсоид во время эволюции вихря оставался эллипсоидом, приводит к следующим ограничениям на параметры вихря, находящегося в среде, покоящейся на бесконечности: все полуоси остаются постоянными, а сам эллипсоид вращается с постоянной угловой скоростью. Детали можно найти в цитируемых работах.

Из соотношения (3) можно получить все остальные характеристики: поля течения и относительной завихренности, распределение плотности и деформированную вихрем частоту Брента–Вайселя и т.д.

Если поместить эллипсоидальный вихрь в баротропное равновихренное фоновое течение с линейной зависимостью компонент скорости от горизонтальных координат, то поведение вихря

станет следующим: он будет перемещаться со скоростью фонового потока, приходящегося на центр эллипсоида, вертикальная ось c меняться не будет, горизонтальные оси a, b будут эволюционировать, но так что произведение $a \cdot b$ сохраняется. В результате площадь горизонтального среза ядра на любом уровне будет сохраняться, а также будет сохраняться объем ядра вихря.

При смене системы координат (например, при ее повороте) линейная зависимость компонент фонового течения от горизонтальных координат останется в силе, но коэффициенты при координатах изменятся. Существует “удобная” система координат (x, y) , в которой горизонтальная фоновая скорость $\vec{U}_b = (u_b, v_b)$ запишется в следующем виде

$$\begin{cases} u_b = u_0 + ex - \gamma y \\ v_b = v_0 + \gamma x - ey. \end{cases} \quad (5)$$

“Удобство” выражается в том, что в (5) коэффициенты пропорциональности x – компоненты скорости при y и y – компоненты скорости при x одинаковы по модулю, но различны по знаку, а матрица из коэффициентов пропорциональности

$\begin{pmatrix} e & -\gamma \\ \gamma & -e \end{pmatrix}$ будет антисимметричной. Это в последствии значительно упростит запись законов эволюции параметров эллипсоидального ядра. Коэффициенты e и γ связаны с неоднородностью (зависимостью от координат) фонового течения. При этом они сами по себе имеют следующий физический смысл: $\gamma = \frac{1}{2} \text{rot}_z \vec{U}_b$ – угловая скорость

вращения частиц в фоновом потоке, $e = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt}$ – относительная скорость удлинения материального отрезка в x -направлении (главном направлении тензора скоростей деформации). Последний коэффициент e связан с деформацией жидкого объема. Назовем его коэффициентом деформации. Итак, фоновое течение обладает двумя качествами – оно вращает жидкие объемы и деформирует их. Уместно сказать про потенциальную завихренность фонового течения. Поскольку баротропное фоновое течение от вертикальной координаты не зависит, то согласно соотношению (2) его потенциальная завихренность равна 2γ и совпадает с относительной завихренностью. При изучении эволюции эллипсоидального ядра вихря в баротропном течении (5) соотношение (3), описывающее поведение вихря, останется в силе, но при этом параметр σ следует считать избыточной потенциальной завихренностью ядра над значением потенциальной завихренности фонового течения. В результате потенциальная завихренность жидких частиц ядра окажется

равной $(\sigma + 2\gamma)$, а та же характеристика частиц вне ядра 2γ .

Свойство баротропности фонового течения (5) не следует понимать дословно. Дело в том, что сам вихрь “чувствует” фоновое течение на расстояниях, сравнимых с размерами самого вихря, т.е. по вертикали вверх и вниз на толщину вихря, вбок на диаметр вихря. Поэтому представление фонового течения в виде (5) нам нужно в объеме вокруг вихря по горизонтальным размерам примерно три диаметра и вертикальным размером порядка трех толщин вихря. Что будет вне этого объема нам не важно, поэтому для простоты в области вне вихря поле фонового течения мы продолжим теми же соотношениями (5). В результате фоновое течение (5) формально во всем объеме будет соответствовать баротропному течению.

Отметим важное свойство решения задачи (3), справедливое как в отсутствие фонового течения (5), так и при его наличии. Решение (3) симметрично относительно горизонтальной плоскости $\tilde{z} = 0$, а на самой плоскости в силу симметрии вертикальная компонента скорости отсутствует. Это означает, что мы можем заменить эту плоскость твердой крышкой, при этом условие непротекания жидкости через плоскость симметрии выполняется автоматически. В силу сказанного поведение в нижнем полупространстве полуэллипсоидального вихря с твердой крышкой на горизонте $\tilde{z} = 0$ и поведение эллипсоидального вихря в неограниченном по вертикали пространстве будет одинаковым. Этот математический метод, называемый в физике методом отображения, хорошо известен в задачах электростатики, магнитостатики и теории гравитационного потенциала и позволяет расширить круг решаемых задач. В нашем случае мы можем решать задачу об эллипсоидальном вихре во всем пространстве наравне с задачей эволюции полуэллипсоидального вихре в полупространстве с непротекаемой твердой крышкой на горизонте симметрии. Оба решения будут совпадать. Этот способ был применен для описания поведения приповерхностного полуэллипсоидального мезомасштабного вихря в океанологии [Жмур и Панкратов, 1989].

При экспериментальном изучении БКПЮ космическими аппаратами или с помощью телескопов все полученные данные относились к нижней половине вихря, отсчитываемой от уровня облаков. Собственно, и сам вихрь виден благодаря движению облаков. Верхняя граница облаков проходит практически по середине вихря или близка к этому положению. Во всяком случае мы будем придерживаться этой рабочей гипотезы. Уровень верхней границы облаков, строго говоря, не является горизонтальной плоскостью. Из наблюдений мы знаем, что в центре вихря облака слегка приподняты. Если пренебречь этим под-

нятием и считать, что граница облаков является горизонтальной плоскостью, на которой вертикальная компонента вектора скорости отсутствует, то эта плоскость обязана совпадать с плоскостью симметрии эллипсоидального вихря. Тогда задача о поведении нижней части вихря с твердой крышкой на верхней границе станет естественной моделью БРПЮ. Поведение полуэллипсоидальной нижней части вихря не будет зависеть от того, есть ли движение выше слоя облаков или оно отсутствует. По экспериментальным данным мы не можем с уверенностью утверждать, ни того, ни другого. Однако, как целый эллипсоидальный вихрь, так и его нижняя половина математически будут вести себя абсолютно идентично. Поэтому мы будем изучать только нижнюю, видимую, часть вихря, не детализируя свойства его верхней части и даже не будем обсуждать есть ли вообще движение выше облаков. Тем не менее, математическая постановка задачи будет предполагать наличие полного эллипсоида в неограниченном пространстве.

Согласно наблюдениям за самим БКПЮ и за его окрестностями, примем за рабочую гипотезу, что вихрь обтекается баротропным потоком с горизонтальным сдвигом. Вспомогательную ось x' направим по течению на восток (вправо в плоскости рисунка), добавим ось y' так, чтобы получилась правая система координат (в плоскости рисунка ось y' направлена на север, на рисунке вверх, перпендикулярно фоновому течению).

В координатах (x', y') невозмущенный вихрем фоновый поток имеет вид

$$\begin{cases} u'_b = -\Gamma y', \\ v'_b = 0. \end{cases} \quad (6)$$

“Удобная” система координат (x, y) окажется повернутой на угол 135° по отношению к системе координат (x', y') , а коэффициенты e и γ выразятся через Γ соотношениями:

$$e = \gamma = \frac{1}{2} \Gamma. \quad (7)$$

Для удобства описания эволюции ядра вихря в течении (5) введем новый безразмерный параметр горизонтального удлинения вихря $\epsilon = \frac{a}{b}$. При чем для определенности будем считать, что a — это большая из горизонтальных полуосей. Также введем в рассмотрение угол поворота ядра вихря вокруг вертикальной оси θ (угол между большей горизонтальной полуосью a и положительным направлением оси x системы координат (5)). В работах [Жмур и Панкратов, 1989; Pankratov and Zhmur, 1991; Meacham, 1992; Жмур, 2011] выведе-

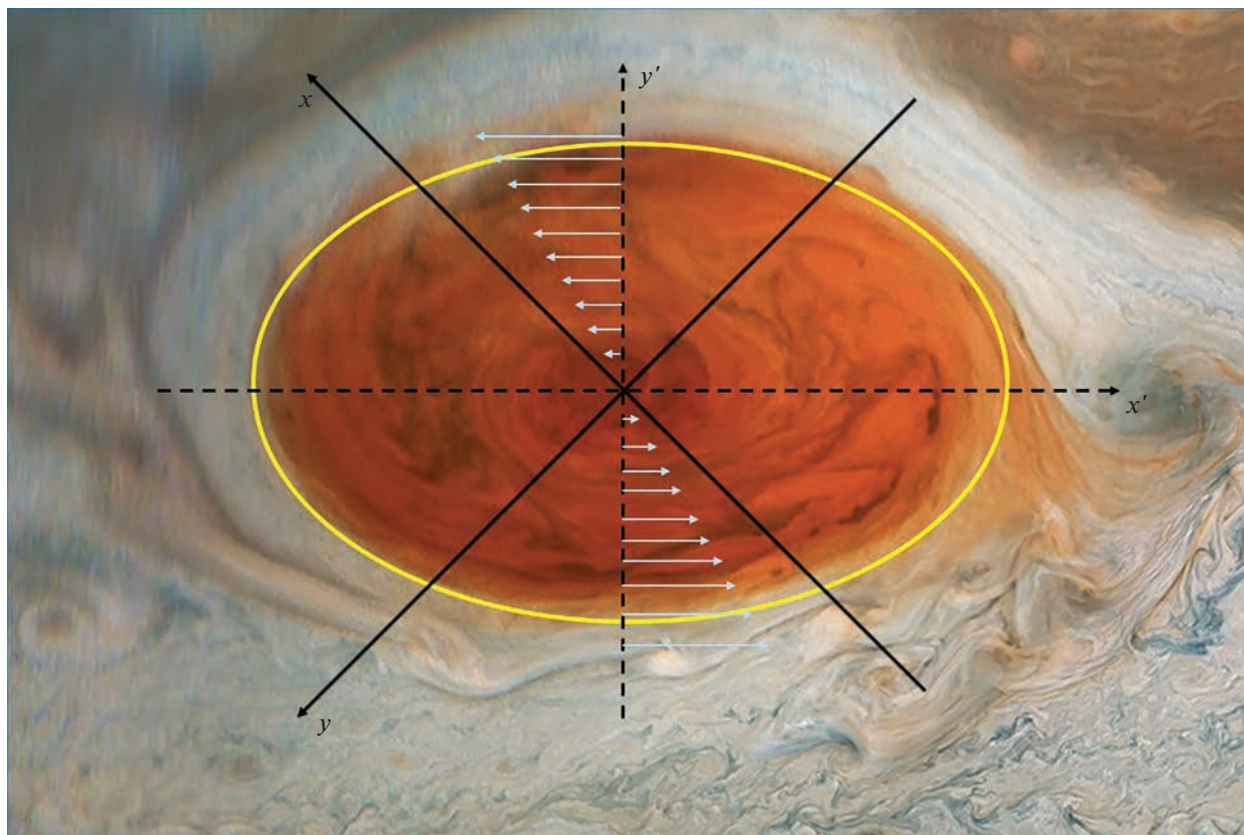


Рис. 1. Применяемые системы координат. Рисунок БКПЮ взят из источника: <https://www.nasa.gov/image-feature/jpl/clyde-s-spot-on-jupiter>.

на система уравнений поведения параметров вихря ε и θ в течении (5):

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = 2\varepsilon e \cos 2\theta, \\ \dot{\theta} = \Omega(\varepsilon, K) + \gamma - \frac{\varepsilon^2 + 1}{\varepsilon^2 - 1} e \sin 2\theta. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь

$$\Omega(\varepsilon, K) = \frac{1}{2} \sigma K \int_0^\infty \frac{\mu d\mu}{\sqrt{(\mu + \varepsilon)\left(\mu + \frac{1}{\varepsilon}\right)(K^2 + \mu)}}, \quad (9)$$

где $\Omega(\varepsilon, K)$ — угловая скорость вращения эллипсоида в отсутствии течения. Безразмерный параметр K описывает вертикальную сплюснутость вихревого ядра с учетом свойств плотностной стратификации среды:

$$K = \frac{N}{f} \frac{c}{\sqrt{ab}}, \quad (10)$$

где f (c^{-1}) — параметр Кориолиса, N (c^{-1}) — частота Брента–Вяйсяля, a, b, c (м) — большая и малая горизонтальные полуоси и вертикальная полуось соответственно. При деформации вихря баротропным течением параметр K остается неизменным,

благодаря сохранению как произведения ab (т.е. площади горизонтального сечения эллипсоида), так и его толщины c .

Согласно (8), ядро вихря вращается и деформируется. Причем деформация происходит исключительно из-за фонового течения, благодаря наличию коэффициента деформации e . Форма ядра вращается при самовоздействии, а также подкручивается фоновым течением. Отметим, что вращение формы не совпадает с вращением частиц жидкости в ядре. Частицы обгоняют вращение формы.

Как уже упоминалось, уравнения (8) описывают не только эволюцию эллиптического вихревого ядра в безграничном пространстве, но остаются в силе для ядра полуэллиптической формы, ограниченной горизонтальной твердой крышкой на уровне, проходящей через центр эллипсоида. Такой способ был применен для описания подповерхностных вихрей океана [Жмур и Панкратов, 1989].

Сделаем некоторые замечания, позволяющие лучше интерпретировать задачу эволюции БКПЮ в целом. В частности, существуют варианты обобщения как постановки задачи, так и ее промежуточных результатов. Например, если в соотноше-

нии (2) считать, что потенциальная завихренность частиц меняется со временем из-за каких-либо физических процессов накачки или диссипации, с дополнительным требованием, что для частиц внутри и вне ядра потенциальная завихренность зависит только от времени и не зависит от координат, то соотношение (3) останется в силе. При этом от времени могут зависеть не только геометрические параметры вихря (его полуоси и угол ориентации в пространстве), но и σ -перепад значений потенциальной завихренности в ядре и внешней к ядру области. Аналогично в соотношениях (5) для фонового потока все приведенные величины u_0 , v_0 , e , γ могут зависеть от времени. В такой постановке удобная система координат перестанет быть неподвижной. Однако, если дополнительно потребовать, чтобы фоновое течение представляло собой прямолинейное течение постоянного направления, но с переменным сдвигом, то удобная система координат не будет вращаться. Тогда, описание эволюции эллипсоидальных вихрей сведется к тем же уравнениям (8), (9), но с переменными коэффициентами $\sigma(t)$, $e(t) = \gamma(t) = \frac{1}{2}\Gamma(t)$. Следует сразу отметить, что согласно имеющейся информации о БКПЮ, характерные времена эволюции $\sigma(t)$ и $\Gamma(t)$ намного превосходят характерный период обращения частиц в вихревом ядре. Тогда на временах порядка периода обращения частиц в ядре величины $\sigma(t)$ и $\Gamma(t)$ можно положить константами. Это сильно упрощает задачу. В частности позволяет решить уравнения (5) сделать вывод, что существует только три режима поведения вихрей и дает возможность, использовать интеграл системы (8). Слабая зависимость $\sigma(t)$ и $\Gamma(t)$ от времени позволит проследить эволюцию системы во времени, как параметрическую зависимость от σ и Γ на больших временах. Именно так мы и поступим. Далее для упрощения математических выкладок будем считать σ и Γ константами.

Аналогичный вопрос возникает вокруг математического свойства сохранения объема вихревого ядра и произведения горизонтальных полуосей $a(t)b(t)$. Эти свойства математически справедливы в пренебрежении такими эффектами, как турбулентная диффузия и вязкость. В реальности во внешней к ядру области наблюдается значительная турбулентность. Внутри ядра движения ламинарны или похожи на таковые. При квазиплоских турбулентных движениях во внешней области, значительные пульсационные движения вырывают небольшие объемы газа из ядра и уносят их от ядра практически в горизонтальной плоскости. Это должно приводить к уменьшению ядра вихря в на горизонтальных плоскостях. При малых временах (того же порядка что и время обращения частиц в ядре) этот эффект не

заметен. На больших временах эффект уменьшения объема вихря значителен. Так за время изучения БКНЮ 350 лет, видимые размеры вихря и соответственно его видимая площадь заметно уменьшились и продолжает уменьшаться. Как влияет изменение видимой площади БКПЮ на вертикальный размер ядра не ясно. Поэтому естественно полагать, что на каждом этапе и на каждой миссии изучения БКПЮ космическими аппаратами следует пользоваться локальными значениями всех параметров вихря и для этих же моментов времени рассчитывать необходимые характеристики. Как и в предыдущих рассуждениях для упрощения математических выкладок на малых временах мы будем пользоваться предположением о постоянстве σ , $e = \gamma = \frac{1}{2}\Gamma$, а затем изучать параметрическую зависимость свойств вихря от этих характеристик.

3. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ, СВЯЗЫВАЮЩЕЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ БОЛЬШОГО КРАСНОГО ПЯТНА ЮПИТЕРА

Система уравнений (8) имеет первый интеграл:

$$\frac{e}{\sigma} \sin 2\theta = S \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - 1} + \frac{\gamma \varepsilon - 1}{\sigma \varepsilon + 1} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - 1} \int_1^{\varepsilon} \frac{\tau^2 - 1}{\tau^2} \frac{K}{2} \times \\ \times \int_0^{\infty} \frac{\mu d\mu}{\sqrt{\left(\mu^2 + \left(\tau + \frac{1}{\tau}\right)\mu + 1\right)^3 (K^2 + \mu)}} d\tau, \quad (11)$$

где S — безразмерная константа интегрирования.

Безразмерные параметры $\frac{e}{\sigma}$ и $\frac{\gamma}{\sigma}$ используются как по причине математического удобства, так и имеют ясный физический смысл. Величина $\frac{\sigma}{e}$ представляет собой безразмерную интенсивность вихря, а $\frac{\gamma}{e}$ — соотношение вращательных и деформационных качеств фонового течения.

Соотношение (11) удобно представить на плоскости в координатах $(\varepsilon, \sin 2\theta)$ и тогда оно описывает связь параметров течения с характеристиками вихря. Каждому значению S (а значит и каждому вихрю) на плоскости $(\varepsilon, \sin 2\theta)$ соответствует интегральная кривая и характеристики этого вихря могут находиться только как точка на данной кривой. Эволюция вихря сводится к движению точки вдоль интегральной кривой. Для нас главным вопросом является вопрос о том, какая кривая описывает поведение Большого Красного пятна Юпитера? Для ответа на этот вопрос используем два наблюдения.

Наблюдение первое. Обратимся к первому уравнению системы (8). Заменив производную по времени конечной разностью, и оценив параметр e по порядку величины мы сможем определить значение $\cos 2\theta$, а следовательно и значение $\sin 2\theta$.

Из данных наблюдений известно, что в 1978 году $\epsilon = 1.85$, а в 2018 году $\epsilon = 1.4$. Основываясь на этих данных можно оценить значение $\dot{\epsilon}$:

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\Delta t} = \frac{0.45}{40 \times 31.5 \times 10^6} \approx 3.6 \times 10^{-10}. \quad (12)$$

Далее значение параметра e будет аккуратно оценено, а пока оценим его по порядку величины, как горизонтальный сдвиг скорости $\sim 10^{-5} \text{ с}^{-1}$. Подставляя, полученное значение в первое уравнение системы (5), получим:

$$3.6 \times 10^{-10} = 2 \times 10^{-5} \times 1.8 \cos 2\theta. \quad (13)$$

Таким образом $\cos 2\theta \approx 10^{-5}$, следовательно, $\sin 2\theta = 1$ с очень высокой точностью.

Этот факт говорит о том, что характеристики исследуемого вихря находятся вблизи точки покоя на плоскости $(\epsilon, \sin 2\theta)$. Напомним, что согласно теории эллипсоидальных вихрей, существует три различных режима поведения формы вихрей: неограниченное вытягивание, вращение и колебание. Заведомо следует отметить неограниченное вытягивание ядра вихря и вращение. Остается режим колебаний. В зоне режима колебаний на плоскости $(\epsilon, \sin 2\theta)$ имеется точка покоя, в окрестности которой в физическом пространстве совершаются периодические колебания направления длинной горизонтальной оси ядра эллипсоида и ограниченные периодические вариации его горизонтальных полуосей. В нашем случае вихрь ориентирован очень точно в направлении $\cos 2\theta = 0$ и $\sin 2\theta = 1$ и теоретически должен довольно точно должен попасть на плоскости $(\epsilon, \sin 2\theta)$ в точку покоя с постоянными значениями полуосей и соответственно параметром ϵ . Однако из наблюдений следует, что горизонтальные полуоси эллипсоида меняются со временем. Чтобы удовлетворить условиям принадлежности точке покоя и, одновременно, изменчивости отношения полуосей, мы вынуждены принять, что параметры внешнего фоновое течения сами меняются со временем. И хотя параметры вихря на плоскости $(\epsilon, \sin 2\theta)$ находятся в точке покоя или вблизи нее, сама эта точка покоя перемещается по линии $\sin 2\theta = 1$, благодаря чему меняется и параметр ϵ . Чтобы найти связь между характеристиками вихря и внешнего фоновое течения, будем использовать гипотезу о существовании точки покоя. Интегральная кривая, на которой находится точка покоя, имеет минимум в точке пере-

сечения с линией $\sin 2\theta = 1$. Используя это свойство, получим систему уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{e}{\sigma} &= S \frac{\epsilon}{\epsilon^2 - 1} + \frac{\gamma \epsilon - 1}{\sigma \epsilon + 1} + \frac{\epsilon}{\epsilon^2 - 1} \int_1^\epsilon \frac{\varphi^2 - 1}{\varphi^2} \frac{K}{2} \times \\ &\times \int_0^\infty \frac{\psi d\psi}{\sqrt{\left(\psi^2 + \left(\varphi + \frac{1}{\varphi}\right)\psi + 1\right)^3 (K^2 + \psi)}} d\varphi, \\ \frac{\gamma}{\sigma(\epsilon + 1)^2} - \frac{\epsilon^2 + 1}{(\epsilon^2 - 1)^2} &\left\{ S + \int_1^\epsilon \frac{\varphi^2 - 1}{\varphi^2} \frac{K}{2} \times \right. \\ &\times \int_0^\infty \frac{\psi d\psi}{\sqrt{\left(\psi^2 + \left(\varphi + \frac{1}{\varphi}\right)\psi + 1\right)^3 (K^2 + \psi)}} d\varphi + \\ &+ \frac{1}{\epsilon} \frac{K}{2} \int_0^\infty \frac{\psi d\psi}{\sqrt{\left(\psi^2 + \left(\epsilon + \frac{1}{\epsilon}\right)\psi + 1\right)^3 (K^2 + \psi)}} \right\} = 0. \end{aligned} \right. \quad (14)$$

Из первого уравнения системы (14) можно выразить константу интегрирования S :

$$S = \frac{\epsilon^2 - 1}{\epsilon} \left(\frac{e}{\sigma} - \frac{\gamma \epsilon - 1}{\sigma \epsilon + 1} \right) - \int_1^\epsilon \frac{\varphi^2 - 1}{\varphi^2} \frac{K}{2} \times \\ \times \int_0^\infty \frac{\psi d\psi}{\sqrt{\left(\psi^2 + \left(\varphi + \frac{1}{\varphi}\right)\psi + 1\right)^3 (K^2 + \psi)}} d\varphi. \quad (15)$$

Подставив полученное выражение во второе уравнение системы (14) и упростив его, получим соотношение:

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{K}{2} \int_0^\infty \frac{\psi d\psi}{\sqrt{\left(\psi^2 + \left(\epsilon + \frac{1}{\epsilon}\right)\psi + 1\right)^3 (K^2 + \psi)}} + \\ + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\gamma}{\sigma} - \frac{e \epsilon^2 + 1}{\sigma \epsilon^2 - 1} \right) = 0. \quad (16)$$

Используем равенство (7) $e = \gamma$, в результате уравнение (16) упростится

$$\left(\epsilon^2 - 1 \right) \frac{K}{2} \times \\ \times \int_0^\infty \frac{\psi d\psi}{\sqrt{\left(\psi^2 + \left(\epsilon + \frac{1}{\epsilon}\right)\psi + 1\right)^3 (K^2 + \psi)}} - 2 \frac{e}{\sigma} = 0. \quad (17)$$

Полученное уравнение связывает характеристики вихря в точке покоя с характеристиками

фонового течения. Часть характеристик можно измерить, другую часть рассчитать. Например, параметр $\frac{e}{\sigma}$ нельзя измерить непосредственно, для этого следует отдельно определить значение параметров e и σ . Значение параметра e определяется на основе горизонтального сдвига внешнего поля скорости Γ : $e = \frac{1}{2}\Gamma$, последний можно измерить. Величина горизонтального удлинения ϵ также определяется на основе результатов измерений.

В зависимости от того, какой из оставшихся параметров, σ или K , мы решим определять из натурных данных, возможны два подхода к исследованию БКПЮ.

Как известно, параметр сплюснутости вихря K связан с вертикальным размером вихря по формуле (10). Если из результатов наблюдений известны геометрические размеры БКПЮ, на их основе можно определить K . Тогда уравнение (17) можно будет решить относительно параметра σ . При таком подходе можно будет вычислить значение потенциальной завихренности БКПЮ.

Мы пойдем по другому пути. На основе данных наблюдений мы вычислим значение параметра σ . Далее, из уравнения (17) определим параметр K , и на основе полученного значения, по формуле (10) рассчитаем вертикальный размер вихря. Таким образом, вертикальный размер БКПЮ, полученный на основе теории эллипсоидальных вихрей, мы сравним с результатами наблюдений. Если оба значения окажутся близкими, то это позволит сделать вывод о справедливости теории эллипсоидальных вихрей и ее применимости к БКПЮ.

Итак, для получения значения вертикального размера БКПЮ посредством уравнения (17) и формулы (10), нам нужно знать шесть параметров: горизонтальное удлинение ϵ , горизонтальный сдвиг внешнего поля скорости Γ , потенциальную завихренность σ , площадь БКПЮ $S_{\text{БКПЮ}}$, параметр Кориолиса f , частоту Брента–Вайсяля N .

В качестве источников данных возьмем результаты трех различных миссий к Юпитеру: Voyager 1 (1979), Galileo (1996), Cassini (2000).

Часть параметров мы положим неизменными для всех трех миссий. А именно: $N = 0.01 \text{ с}^{-1}$, $f = 0.000135 \text{ с}^{-1}$, $S_{\text{БКПЮ}} = 142 \times 10^6 \text{ км}^2$ [Shetty and Marcus, 2010; Wong et al., 2021].

Оставшаяся пара параметров ϵ и σ будет уникальной для каждой миссии, что позволит получить три разные значения величины вертикального размера.

В каждой миссии осуществлялось измерение горизонтального удлинения БКПЮ: $\epsilon_{\text{Voyager}} = 2.2$, $\epsilon_{\text{Galileo}} = 1.9$, $\epsilon_{\text{Cassini}} = 1.6$ [Shetty and Marcus, 2010].

Значение потенциальной завихренности также определялось в каждой миссии. Но данные по этому параметру представлены в публикациях не в виде конкретного значения, а в виде цветовой (черно–белой) карты БКПЮ с соответствующей палитрой. Для определения среднего значения по всему БКПЮ имеющиеся карты читались попиксельно, в системе RGB определялся цвет каждого пикселя, после чего определялся средний цвет всей карты. Далее на палитре находился соответствующий цвет, что и определяло интегральное значение потенциальной завихренности в соответствующей миссии. Таким образом было получено:

$$\sigma_{\text{Voyager}} \approx 2.0 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1} \text{ [Read and Gierarsch, 2006]},$$

$$\sigma_{\text{Galileo}} \approx 2.5 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1} \text{ [Choi and Banfield, 2007]},$$

$$\sigma_{\text{Cassini}} \approx 4 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1} \text{ [Choi and Banfield, 2007]}.$$

Обратим внимание на то, что со временем потенциальная завихренность БКПЮ не сохраняется, как это закладывается в теории. Вместо этого она со временем нарастает.

Прежде чем перейти к расчету интересующих нас параметров, оценим на основе определенных выше значений внешних параметров число Россби, чтобы быть уверенными в том, что мы остаемся в области справедливости нашей теории. Расчет будем производить согласно соотношению

$$Ro = \frac{\sigma}{f}. \quad (18)$$

Формула (18) дает небольшое завышение Ro по сравнению, например, с соотношением $Ro = \left| \frac{\text{rot}_z \vec{u}}{f} \right|$. Завышение незначительное и учитываться

не будет. По формуле (18) имеем: $Ro_{\text{Voyager}} \approx 0.15$, $Ro_{\text{Galileo}} \approx 0.19$, $Ro_{\text{Cassini}} \approx 0.3$. Как видно, для первых двух миссий Ro заметно меньше 1, а в третьем случае Ro_{Cassini} можем считать малым с определенными оговорками. Числа Россби увеличиваются со временем и одновременно увеличивается потенциальная завихренность частиц вихревого ядра. Следует отметить, что согласно использованной нами теории потенциальная завихренность частиц должна сохраняться, поскольку является лагранжевым инвариантом. Однако сами численные значения σ определяются с точностью до $O(Ro)$, поэтому вместо указанных точных значений следует пользоваться диапазонами значений: 1.7–2.3 для миссии Voyager, 2–3 для миссии Galileo, 2.8–5.2 для миссии Cassini. Указанные диапазоны попарно пересекаются, но общего пересечения нет. Следовательно, потенциальная завихренность частиц вихревого ядра действитель-

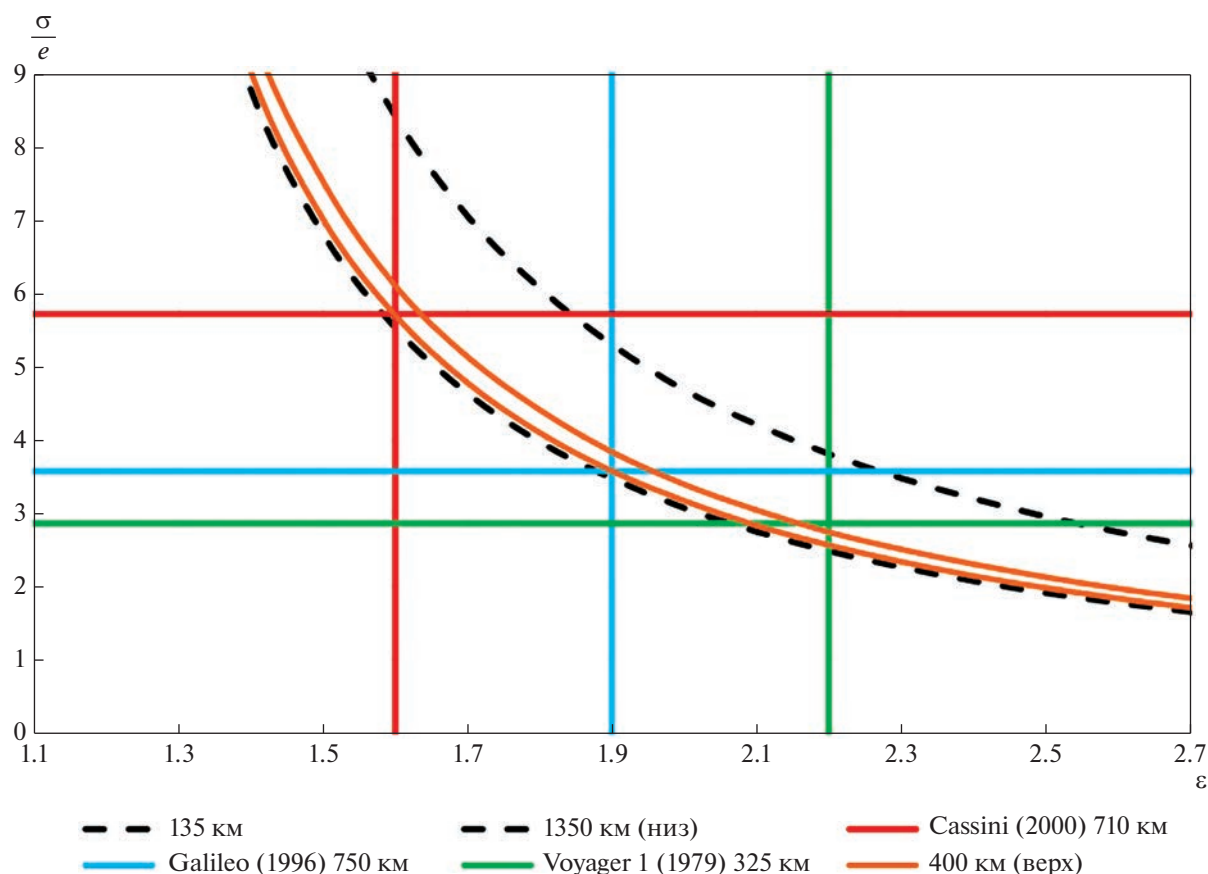


Рис. 2. Графическое представление результатов исследования.

но со временем нарастает. Это может быть связано как с интенсификацией внешнего течения, так и с тем, что в реальном вихре существует подкачка энергии за счет тепловой конвекции снизу, эффект от которой в применяемой нами теории не учитывается. Тем не менее будем считать, что связь параметров вихря и фонового течения при их медленном изменении существует и описывается в рамках прежнего уравнения (17), аналогично тому, как это предполагается для дисперсионного соотношения в адиабатических теориях распространения волн в средах со слабыми гладкими неоднородностями.

Определив все необходимые параметры, мы можем разрешить уравнение (17) относительно K , получим: $K_{\text{Voyager}} = 3.6$, $K_{\text{Galileo}} = 8.25$, $K_{\text{Cassini}} = 7.9$. Используя формулу (10), вычислим значение вертикального размера БКПЮ для каждой миссии: $c_{\text{Voyager}} = 325$ км, $c_{\text{Galileo}} = 750$ км, $c_{\text{Cassini}} = 710$ км. В результате получен средний вертикальный размер БКПЮ $c = 595$ км. Среднеквадратичный разброс составляет величину ± 191 км. Отметим, что в миссии Juno измеренный вертикальный размер выражался двумя значениями — 300 и 500 км, что

вполне соответствует нашим теоретическим расчетам.

Результаты исследования удобно изобразить на плоскости параметров $\left(\epsilon, \frac{\sigma}{\epsilon}\right)$, как они представлены на рис. 2. Выделим на рассматриваемой плоскости область, представляющую для нас максимальный интерес. Для этого построим две изолинии вертикального размера, соответствующие 135 км (верхняя) и 1350 км (нижняя). Они отмечены черным штрихом на рис. 2. Следует обратить внимание на то, что распределение значений вертикального размера БКПЮ между двумя построенными изолиниями существенно нелинейно. Для наглядности построим изолинию, которая соответствует значению вертикального размера БКПЮ $c = 400$ км, на рис. 2 это верхняя оранжевая кривая. Отметим на рис. 2 и результаты расчетов вертикального размера для различных миссий: пересечение красных линий — $c_{\text{Cassini}} = 710$ км, пересечение синих линий — $c_{\text{Galileo}} = 750$ км, пересечение зеленых линий — $c_{\text{Voyager}} = 325$ км.

Как видно, наилучшее совпадение с результатами наблюдений получается при $\epsilon_{\text{Voyager}} = 2.2$,

данные двух других миссий дают чуть большее отличие от имеющихся экспериментальных данных, но они также согласуются с результатами наблюдений.

Пространство между двумя оранжевыми изолиниями можно рассматривать как доверительный интервал. Верхняя соответствует значению 400 км, а нижняя 775 км.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена теория 3D локализованных вихрей с ядром эллипсоидальной формы, примененная для БКПЮ. Модель описывает квазигеострофический бароклинный вихрь в непрерывно стратифицированной вращающейся атмосфере в приближении f -плоскости. Все три размера вихря различные. Сам вихрь находится под действием горизонтального течения со сдвигом. Из всех различных сценариев поведения вихря выбран сценарий стационарного вихря в фоновом течении. Согласно предложенной теории геометрические и динамические характеристики вихря, а также характеристики фонового течения и стратификации среды связаны между собой. Выведено и исследовано уравнение связи этих характеристик. Часть заложенных в модель характеристик измерялась в различных миссиях изучения Юпитера, другая часть может быть рассчитана благодаря этим миссиям или может быть выведена из полученного уравнения связей. В частности, была рассчитана потенциальная завихренность БКПЮ в различные моменты времени периодов осуществления трех миссий Voyager 1 (1979), Galileo (1996), Cassini (2000) и показан ее монотонный рост во времени. Аналогично рассчитывались толщины БКПЮ в тех же миссиях. Теретические оценки вертикального размера вихря оказались равными 710, 750 и 325 км со средним значением $c = 595$ км и среднеквадратичным разбросом ± 191 км. достаточно успешно совпали с измеренными значениями этой величины в миссии Voyager1 (1979).

Работа выполнена в рамках государственного задания № 0128-2021-0002 при финансовой поддержке РФФИ (грант № 22-17-00267).

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНКА ЗНАЧИМОСТИ β -ЭФФЕКТА ПРИ ОПИСАНИИ БКПЮ

В применяемой нами теории использован закон сохранения потенциальной завихренности (2) без учета β -эффекта. Если учесть β -эффект, то выражение для потенциальной завихренности примет вид

$$\sigma = \Delta_h \psi + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f^2}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \beta y, \quad (\text{П1})$$

где y — отклонение жидкой частицы в северном направлении от ее начального положения. Значение параметра $\beta = 0.4742 \times 10^{-11} \text{ (м с)}^{-1}$ для широты 22° . Максимальное отклонение с широты 22° на север составляет в разные периоды величину $b = (6-7) \times 10^3$ км. Отсюда следует, что изменение потенциальной завихренности за счет β -эффекта в экстремальном случае при отклонении частицы с широты 22° на расстояние $b = 6 \times 10^3$ км на север составит величину

$$(\delta\sigma)_{\max} = \beta b = 2.84 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1}. \quad (\text{П.2})$$

При этом относительное изменение потенциальной завихренности в ядре оценим как

$$\frac{(\delta\sigma)_{\max}}{\sigma + \Gamma} = \frac{\beta b}{\sigma + \Gamma} = \frac{0.284 \times 10^{-4}}{1.05 \times 10^{-4}} = 0.27. \quad (\text{П.3})$$

Здесь $(\sigma + \Gamma) = 1.05 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ — экспериментальная оценка потенциальной завихренности частиц вихревого ядра. Указанная оценка справедлива только для одной частицы, сместившейся с широты 22° и достигшей самой северной точки вихревого ядра. В среднем же по объему эллипсоида частицы отклоняются в северном направлении на величину $\frac{3}{8}b$ (это положение центра тяжести полуэллипсоида). Тогда средняя ошибка по объему ядра

$$|\delta\sigma| = \frac{3}{8} \beta b = 1.07 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1} \quad (\text{П.4})$$

и относительная ошибка в определении величины потенциальной завихренности ядра при пренебрежении β -эффектом в среднем составит величину

$$\frac{|\delta\sigma|}{\sigma + \Gamma} = \frac{1.07 \times 10^{-5}}{1.05 \times 10^{-4}} = 0.1. \quad (\text{П.4})$$

Как видим пренебрежение β -эффектом в терминах потенциальной завихренности даст максимальную ошибку 27%, а в среднем по вихрю 10%. Что составляет заметную величину. Поэтому все вышеперечисленные модели БКПЮ используют более точную теорию приближения β -плоскости. Погрешность же применяемой теории как в приближении f -плоскости, так и в приближении β -плоскости составляет величину порядка числа Россби, оценки которого в разные моменты времени составляли величины, лежащие в диапазоне от 0.15 до 0.30. Таким образом, погрешность обеих теорий перекрывает добавочный эффект от уточнения потенциальной завихренности в приближении β -плоскости. И, как следствие, практически из-за погрешности уравнивает подходы f - и β -плоскости. Тем не менее, справедливости ради отметим, что приближение β -плоскости с физической точки зрения описывает более бога-

тый спектр явлений, например, западный дрейф вихря и волны Россби, возникающие при обтекании вихря. Пренебрегая β -эффектом, мы отображаем и эти явления.

Следует также отметить, что со временем вихрь уменьшается в размерах, интенсифицируется по значениям потенциальной завихренности, и этот процесс сопровождается ростом числа Россби.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Антипов С.В., Незлин М.В., Снежкин Е.Н., Трубников А.С. Автосолиитон Россби и лабораторная модель Большого Красного пятна Юпитера // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. Вып. 6. С. 1905–1920.
- Волокитин А.С., Красносельских В.В. Вихрь Россби как модель Большого Красного пятна Юпитера // Докл. АН СССР. 1981. Т. 260. 3. С. 588–591.
- Джалилиан П., Лю Т. Аналитическое решение для крупномасштабного вращающегося слоя жидкости с тепловой конвекцией XXI Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2019. Т. 6. С. 3–11.
- Жмур В.В. Мезомасштабные вихри океана. М.: ГЕОС, 2011. 384 с.
- Жмур В.В., Панкратов К.К. Динамика эллипсоидального приповерхностного вихря в неоднородном потоке // Океанология. 1989. Т. 29. № 2. С. 205–211.
- Келлер В.С., Яворская И.М. Моделирование гидродинамических процессов в атмосферах больших планет // Аэромеханика и газовая динамика. М.: Наука, 1976. С. 256–279.
- Кирхгоф Г. Механика. Лекции по математической физике. М.: АН СССР, 1962. Пер. с нем.: Kirchhoff G. Vorlesungen über mathematische Physik. Mechanik, Leipzig, 1874.
- Ларичев В.Д., Резник Г.М. О двумерных уединенных волнах Россби // Докл. АН СССР. 1976. Т. 231. № 5. С. 1077–1079.
- Незлин М.В. Бароклинная модификация баротропной модели Большого Красного пятна Юпитера // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34. Вып. 2. С. 83–86.
- Петвиашвили В.И. Красное пятно Юпитера и дрейфовый солитон в плазме // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. Вып. 11. С. 632–635.
- Романова Н.Н., Цейтлин В.Ю. О квазигеострофических движениях в баротропной и бароклинной жидкости // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1984. Т. 20. № 2. С. 15–124.
- Романова Н.Н., Цейтлин В.Ю. Уединенные волны Россби в слабостратифицированной среде // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1985. Т. 21. № 8. С. 810–815.
- Сагдеев Р.З., Шапиро В.Д., Шевченко В.И. Большое красное пятно как синоптический вихрь в юпитерианской атмосфере // Письма в астроном. журн. 1981. Т. 7. Вып. 8. С. 505–509.
- Тихомолов Е.М. Поддержание вихревых структур в подогреваемом снизу вращающемся слое жидкости // Письма в ЖЭТФ. 1994. Т. 59. Вып. 3. С. 155–158.
- Чаплыгин С.А. Собрание сочинений. Т. 2. М.: Гостехиздат, 1948. 643 с.
- Шулейкин В.В. Плоские вихри с эллиптическим ядром на Юпитере (Большое Красное пятно) и на Земле // Астрон. журн. 1976. Т. 20. 4. С. 850–859.
- Beaumont D.N. Solitary waves on an unsymmetrical shear flow with applications to Jupiter's Great Red Spot // Icarus. 1980. V. 41. 3. P. 400–409.
- Bolton S.J., Levin S.M., Guillot T., Li C., Kaspi Y., Orton G., Wong M.H., Oyafuso F., Allison M., Arballo J., Atreya S. Microwave observations reveal the deep extent and structure of Jupiter's atmospheric vortices // Science. 2021. V. 374. Iss. 6570. P. 968–972.
- Bouchet F., Sommeria J. Emergence of intense jets and Jupiter's Great Red Spot as maximum-entropy structures // J. Fluid Mech. 2002. V. 464, P. 165–207.
- Busse F.H. A simple model of convection in the Jovian atmosphere // Icarus. 1976. V. 29. № 2. P. 255–260.
- Busse F.H. Convection driven zonal flows and vortices in the major planets. Chaos. 1994. V. 4. № 2. P. 123–134.
- Chavanis P.H. Statistical mechanics of geophysical turbulence: application to Jovian flows and Jupiter's Great Red Spot // Physica D. 2005. V. 200. Iss. 3–4. P. 257–272.
- Choi D.S., Banfield D. Velocity and vorticity measurements of Jupiter's Great Red Spot using automated cloud feature tracking // Icarus. 2007. V. 188. № 1. P. 35–46.
- Dowling T.E., Ingersoll A.P. Jupiter's Great Red Spot as a shallow water system // J. Atm. Sci. 1989. V. 46. Iss. 21. P. 3256–3278.
- Flierl G.R. Baroclinic solitary waves with radial symmetry // Dynamics of Atmospheres and Oceans. 1979. V. 3. № 1. P. 15–38.
- Williams G.R., Morrison P.J., Vilasur Swaminathan R. // Jovian vortices and jets. 2019. Fluids. V. 4. № 2. P. 104.
- Golitsyn G.S. A similarity approach to the general circulation of planetary atmospheres // Icarus. 1970. V. 13. № 1. P. 1–24.
- Heimpel M.H., Yadav R.K., Featherstone N.A., Aurnou J.M. Polar and mid-latitude vortices and zonal flows on Jupiter and Saturn // Icarus. 2022. V. 379. Iss. 6. P. 114942.
- Hide R. Origin of Jupiter's Great Red Spot // Nature. 1961. V. 190. Iss. 4779. P. 895–896.
- Ingersoll A.P. Inertial Taylor columns and Jupiter's Great Red Spot // J. Atm. Sci. 1969 V. 26. Iss. 4 P. 744–752.
- Jones C.A., Kuzanyan K.M. Compressible convection in the deep atmospheres of giant planets // Icarus. 2009. V. 204(1). P. 227–238.
- Kaspi Y. Inferring the depth of the zonal jets on Jupiter and Saturn from odd gravity harmonics // Geophys. Res. Lett. 2013. V. 40(4). P. 676–680.
- Kaspi Y., Galanti E., Hubbard W.B., Stevenson D.J., Bolton S.J., Iess L., Guillot T., Bloxham J., Connerney J.E.P., Cao H., Durante D. Jupiter's atmospheric jet streams extend thousands of kilometres deep // Nature. 2018. V. 555. Iss. 7695. P. 223–226.
- Marcus P.S. Numerical simulation of Jupiter's Great Red Spot // Nature. 1988. V. 331. Iss. 6158. P. 693–696.
- Marcus P.S., Lee C. 1994. Jupiter's Great Red Spot and zonal winds as a self-consistent, one-layer, quasigeostrophic flow // Chaos. 1994. V. 4. № 2. P. 269–286.

- Maxworthy T., Redekopp L.G. New theory of the Great Red Spot from solitary waves in the Jovian atmosphere // *Nature*. 1976. V. 260. Iss. 5551. P. 509–511.
- Meacham S.P. Quasigeostrophical ellipsoidal vortices in stratified fluid // *Dynamics of Atmospheres and Oceans*. 1992. V. 16. № 3–4. P. 189–223.
- Michel J., Robert R. Statistical mechanical theory of the Great Red Spot of Jupiter // *J. Stat. Phys.* 1994. V. 77(3). P. 645–666.
- Miller J., Weichman P.B., Cross M.C. Statistical mechanics, Euler's equation, and Jupiter's Red Spot // *Phys. Rev. A*. 1992. V. 45(4). P. 2328–2359.
- Pankratov K.K., Zhmur V.V. A dynamics of desingularized quasigeostrophic vortices // *Phys. Fluids A*. 1991. V. 3. P. 1464.
- Parisi M., Kaspi Y., Galanti E., Durante D., Bolton S.J., Levin S.M., Buccino D.R., Fletcher, L.N., Folkner W.M., Guillot T., Helled R. The depth of Jupiter's Great Red Spot constrained by Juno gravity overflights // *Science*. 2021. V. 374. Iss. 6570. P. 964–968.
- Read P.L., Gierasch P.J. Mapping potential–vorticity dynamics on Jupiter. II: the Great Red Spot from Voyager 1 and 2 data // *Q.J.R. Meteorol. Soc.* 2006. V. 132. P. 1605–1625.
- Sagan C. A Truth Table Analysis of Models of Jupiter's Great Red Spot // *Comments Astrophys. Space Phys.* 1971. V. 3. P. 65–72.
- Shetty S., Marcus P.S. Changes in Jupiter's Great Red Spot (1979–2006) and Oval BA (2000–2006) // *Icarus*. 2010. V. 210. № 1. P. 182–201.
- Simon A.A., Tabataba-Vakili F., Cosentino R., Beebe R.F., Wong M.H., Orton, G.S. Historical and contemporary trends in the size, drift, and color of Jupiter's Great Red Spot // *Astron. J.* 2018. V. 155. № 4. P. 151.
- Smoluchowski R. Jupiter's convection and its red spot // *Science*. 1970. V. 168. Iss. 3937. P. 1340–1342.
- Sommeria J., Meyers S.D., Swinney H.L. Laboratory simulation of Jupiter's great red spot // *Nature*. 1988. V. 331. Iss. 6158. P. 689–693.
- Williams G.P., 1979. Ultra-long baroclinic waves and Jupiter's Great Red Spot // *J. Meteorol. Soc. Jpn. Ser. II*. 1979. V. 57(2). P. 196–198.
- Williams, G.P. 1985. Jovian and Comparative Atmospheric Modeling // *In Advances in Geophysics*. V. 28. P. 381–429. Elsevier.
- Williams G.P. 2003. Jet sets // *J. Meteorol. Soc. Jpn. Ser. II*. V. 81(3). P. 439–476.
- Wong M.H., Marcus P.S., Simon A.A., de Pater I., Tollefson J.W., Asay-Davis X. Evolution of the horizontal winds in Jupiter's Great Red Spot from one Jovian year of HST/WFC3 maps // *Geophys. Res. Lett.* 2021. V. 48(18). P. e2021GL093982.
- Yadav R.K., Heimpel M., Bloxham J. Deep convection–driven vortex formation on Jupiter and Saturn // 2020. *Sci. Advances*. 2020. V. 6(46). P. eabb9298.
- Yavorskaya I.M., Belyaev Y.N. On a convective model of Jupiter // *Acta Astronaut.* 1982. V. 9(6–7). P. 481–486.

Baroclinic Model of Jupiter's Great Red Spot

B. P. Suetin¹, V. V. Zhmur^{1, 2, *}, and O. G. Chkhietiani³

¹Moscow Institute of Physics and Technology, Institutskiy per., 9, Dolgoprudny, Moscow Region, 141701 Russia

²Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, Nakhimovskiy prosp., 36, Moscow, 117997 Russia

³Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzhevsky per., 3, Moscow, 119017 Russia

*e-mail: zhmur-vladimir@mail.ru

The paper proposes a quasi-geostrophic baroclinic model of Jupiter's Great Red Spot as a localized eddy formation in a continuously stratified rotating atmosphere under the action of a horizontal shear flow in the f-plane approximation. On the basis of the theory of ellipsoidal vortices, an analytical relationship is obtained between the geometric dimensions of the vortex, the potential vorticity of the vortex core, and the characteristics of the background flow. Measurements of a number of characteristics of both the vortex and the background current in the Voyager 1 (1979), Galileo (1996), and Cassini (2000) missions were used. Based on the theory, the vertical size of the Jupiter's Great Red Spot was calculated, which turned out to be close to the same characteristic measured in the Voyager 1 (1979) mission. Based on the theory, an estimate of the vertical size of the Great Red Spot of Jupiter was obtained, which is consistent with the experimental data of the Voyager 1 mission (1979).

Keywords: Jupiter's Great Red Spot (GRS), mesoscale vortex, vertical size of the JR

УДК 551.583: 556.124.2

ИЗМЕНЕНИЯ ПЛОЩАДИ СНЕЖНОГО ПОКРОВА В ЕВРАЗИИ В XXI ВЕКЕ ПО РАСЧЕТАМ С АНСАМБЛЕМ КЛИМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ CMIP6

© 2023 г. М. Р. Парфенова^{а, *}, М. М. Аржанов^а, И. И. Мохов^{а, б}

^аИнститут физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжеский пер., 3, Москва, 119017 Россия

^бМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Ленинские горы, 1, стр. 2, ГСП-1, Москва, 119991 Россия

*e-mail: parfenova@ifaran.ru

Поступила в редакцию 26.12.2022 г.

После доработки 28.02.2023 г.

Принята к публикации 10.03.2023 г.

Проведен анализ изменений площади снежного покрова S в Евразии с использованием результатов расчетов с ансамблем глобальных климатических моделей международного проекта CMIP6 при сценарии антропогенных воздействий SSP2-4.5 для XXI века. В сопоставлении ансамблевых модельных расчетов при сценарии “historical” со спутниковыми данными CDR на фоне общего уменьшения площади снежного покрова в Евразии при потеплении выявлены особенности изменчивости S во взаимосвязи с изменениями приповерхностной температуры T в различные сезоны. Отмечено, что средние для ансамбля моделей оценки параметра чувствительности dS/dT для переходных сезонов весной и осенью могут быть значительно меньше по абсолютной величине, чем полученные на основе данных и для отдельных моделей. Согласно ансамблевым модельным расчетам, скорость сокращения площади снежного покрова в Евразии во второй половине XXI века уменьшается по сравнению с первой половиной XXI века во все сезоны. При этом максимальные значения скорости сокращения площади снежного покрова в Евразии характерны для переходных сезонов — осени и весны.

Ключевые слова: изменения площади снежного покрова и приповерхностной температуры, спутниковые данные, реанализ, климатические модели, CMIP6

DOI: 10.31857/S0002351523030070, EDN: TRYZJN

ВВЕДЕНИЕ

Снежно-ледовый покров оказывает существенное влияние на формирование региональных и глобальных климатических режимов. С изменениями снежного покрова связаны наиболее значимые изменения свойств земной поверхности на временных масштабах от нескольких месяцев до миллионов лет [Будыко, 1980; Мохов, 1993; Кислов, 2011; Barry et al., 2011]. Современные изменения климата также существенно связаны с изменениями характеристик снежного покрова, в том числе максимальной высоты и продолжительности его залегания, изменения пространственного положения границ его сезонного распространения. Уменьшение альбедо поверхности в связи с уменьшением площади снежного покрова при повышении приповерхностной температуры способствует увеличению поглощения поверхностью солнечной радиации с усилением положительной обратной связи. Оценке современных и возможных в будущем изменений снежного покрова на региональных и континентальных мас-

штабах посвящено много экспериментальных, диагностических и модельных исследований [Foster et al., 1983; Мохов, 1984; Groisman et al., 1994; Кренке и др., 2001; Brown et al., 2009; Шмакина, 2010; Bulygina et al., 2011; Frei A. et al., 2012; Павлова и др., 2013; Попова и др., 2013; Bindoff et al., 2013; Groisman et al., 2013; Estilow et al., 2015; Mankin et al., 2015; Mudryk et al., 2017; Connolly R. et al., 2019; Thackeray et al., 2019; Мохов, 2020a; Мохов, 2020b; Mudryk et al., 2020; Santolaria-Otin et al., 2020; Мохов и др., 2021; Мохов и др., 2022a; Мохов и др., 2021b]. С режимами снежного покрова связана возможность формирования бимодальных распределений для аномалий приповерхностной температуры в переходные сезоны [Мохов и др., 1997]. В регионах континентальной криолитозоны основные характеристики термического режима многолетнемерзлых грунтов, включая температуру и глубину сезонного протаявания, а также гидрологического режима в значительной степени зависят от высоты и продолжительности залегания снежного покрова [Аржанов и др., 2008; Надежина и др., 2008].

Таблица 1. Глобальные климатические модели ансамбля CMIP6, результаты расчетов с которыми использовались в данной работе

Модели	Пространственное разрешение (количество ячеек по долготе и по широте)	Ссылки
BCC-CSM2-MR	T106 (320 × 160)	http://forecast.bccsm.ncc-cma.net/htm
CanESM5	T42 (128 × 64)	http://climate-modelling.canada.ca/climatemodeldata/data.shtml
CNRM-ESM2-1	T85 (256 × 128)	http://www.umr-cnrm.fr
FGOALS-f3-L	(360 × 180)	https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2021AGUFM.A45K1993L/abstract
IPSL-CM6A-LR	(144 × 142)	https://cmc.ipsl.fr/
MIROC6	T85 (256 × 128)	https://gmd.copernicus.org/articles/12/2727/2019/
MPI-ESM1-2-LR	T63 (192 × 96)	https://mpimet.mpg.de/en/science/models/mpi-esm/
MRI-ESM2-0	T106 (320 × 160)	https://www.mri-jma.go.jp/Dep/glb/index_en.html
NorESM2-LM	(144 × 96)	https://www.noresm.org/

Диапазон внутригодовых вариаций площади снежного покрова в Северном полушарии (около 50 млн км²) существенно превышает вариации протяженности морских льдов (около 16 млн км²), при этом основной вклад вносят вариации именно снежного покрова в Евразии [Мохов и др., 2022а; Мохов и др., 2021б]. В связи с этим для адекватной оценки тенденций современных климатических изменений необходим анализ глобальных и региональных особенностей взаимосвязи снежного покрова с температурным режимом [Conolly R. et al., 2019; Mudryk et al., 2020].

В данной работе представлены оценки изменений общей площади снежного покрова в Евразии в XXI веке в связи с изменениями приповерхностной температуры по результатам расчетов с ансамблем современных климатических моделей в сопоставлении с данными спутниковых наблюдений для последних десятилетий.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДАННЫЕ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА

Для анализа изменений площади снежного покрова в Евразии при современных и возможных в XXI веке климатических изменениях использовались результаты расчетов с ансамблем глобальных климатических моделей в рамках международного проекта CMIP6 (<https://esgf-node.llnl.gov/search/cmip6/>). В том числе анализировались среднемесячные значения занимаемых снежным покровом долей модельных ячеек и приповерхностной температуры по расчетам с 9 глобальными климатическими моделями (BCC-CSM2-MR, CanESM5, CNRM-ESM2-1, FGOALS-f3-L, IPSL-CM6A-LR, MIROC6, MPI-ESM1-2-LR, MRI-ESM2-0, NorESM2-LM) (табл. 1) при сценарии

“historical” для периода 1980–2014 гг. и сценарии SSP2-4.5 для периода 2015–2100 гг.

Общая площадь снежного покрова определялась как произведение доли модельной ячейки, занятой снегом, на площадь ячейки с последующим суммированием по всем ячейкам суши в пределах рассматриваемого региона. Результаты численного моделирования сопоставлялись с результатами анализа среднемесячных данных CDR (Climate Data Records) для снежного покрова (<https://climate.rutgers.edu/snowcover/>, <https://www.ncdc.noaa.gov/>) на основе спутниковых наблюдений [Robinson et al., 1993; Robinson et al., 2012]. Точность картирования такова, что данный продукт считается подходящим для исследований климата на континентальных масштабах (<https://www.ncei.noaa.gov/access/metadata/landing-page/bin/iso?id=gov.noaa.ncdc:C00756>).

Для приповерхностной температуры использовались среднемесячные данные реанализа ERA5 (<https://www.ecmwf.int/en/forecasts/datasets/reanalysis-datasets/era5>).

Вариации площади снежного покрова в годовом ходе и межгодовой изменчивости анализировались с использованием фазовых портретов. Для оценки связи площади снежного покрова с температурным режимом применялся корреляционный анализ. Параметры чувствительности площади снежного покрова к изменению температуры оценивались на основе линейных регрессий.

РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1 представлены фазовые портреты для изменений площади снежного покрова S в Евразии по результатам расчетов с климатическими моделями CMIP6 для разных 20-летних периодов — базового периода 2000–2019 гг. в начале XXI века

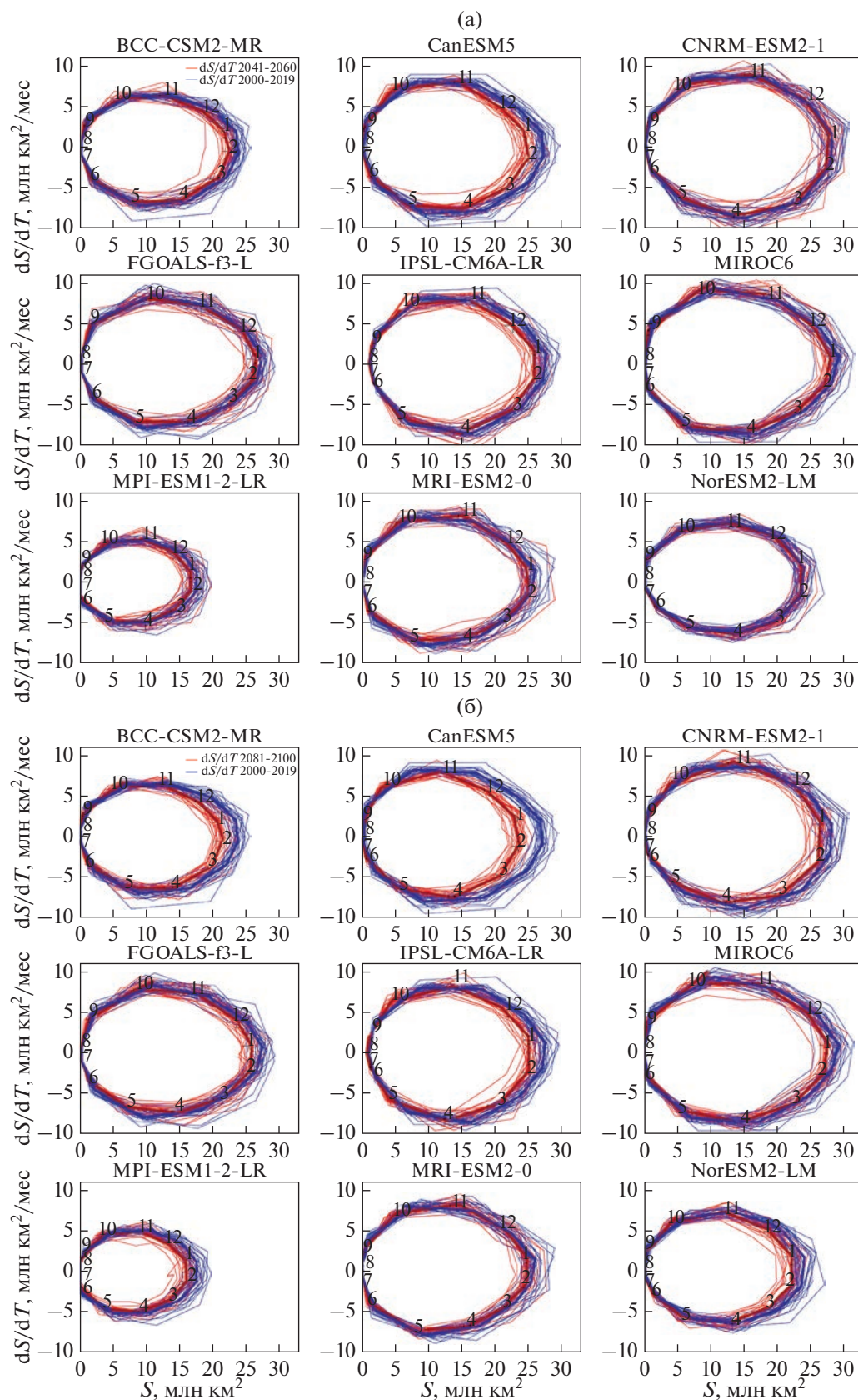


Рис. 1. Фазовые портреты для вариаций площади снежного покрова S в Евразии в годовом ходе (цифры соответствуют месяцам) и межгодовой изменчивости по расчетам с климатическими моделями СМIP6 для базового периода 2000–2019 гг. (синие кривые) и периодов 2041–2060 гг. (а) и 2081–2100 гг. (б) (красные кривые).

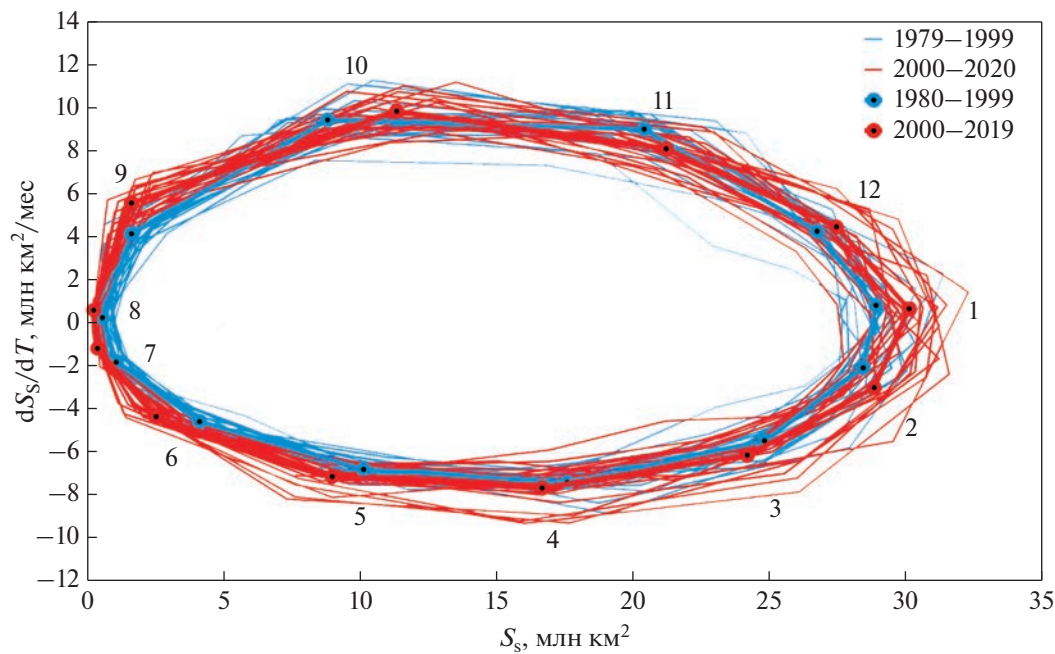


Рис. 2. Фазовые портреты изменений площади снежного покрова в Евразии в годовом ходе (цифрами отмечены месяцы) и межгодовой изменчивости для периодов 1979–1999 гг. (синий цвет) и 2000–2019 гг. (красный цвет) по спутниковым данным CDR.

Таблица 2. Средние значения и диапазоны межмодельных вариаций (в скобках) площади снежного покрова S в Евразии для периода 2000–2019 гг. по результатам расчетов с моделями CMIP6 в сопоставлении с соответствующими средними значениями и диапазонами межгодовых вариаций (в скобках) S по спутниковым данным CDR для разных месяцев

Месяцы	Площадь снежного покрова Евразии, млн. км ²	
	2000–2019 гг.	
	данные	модели CMIP6
Январь	30.1 (27.7–32.5)	25.7 (22.3–29.1)
Февраль	28.8 (26.0–31.6)	25.3 (22.1–28.5)
Март	24.2 (21.7–26.7)	22.4 (19.5–25.3)
Апрель	16.6 (15.0–18.2)	16.0 (13.7–18.3)
Май	8.9 (7.0–10.8)	7.8 (6.2–9.4)
Июнь	2.5 (0.9–4.1)	1.7 (1.0–2.4)
Июль	0.3 (0.0–0.6)	0.4 (0.0–0.8)
Август	0.2 (0.1–0.3)	0.3 (0.0–0.6)
Сентябрь	1.6 (0.7–2.5)	1.2 (0.6–1.8)
Октябрь	11.3 (8.4–14.2)	8.0 (6.2–9.8)
Ноябрь	21.2 (18.7–23.7)	16.4 (13.4–19.4)
Декабрь	27.4 (25.5–29.3)	22.5 (19.2–25.8)

и периодов 2041–2060 гг. и 2081–2100 гг. — в середине и конце XXI века. Для сравнения на рис. 2 приведены фазовые портреты изменений площади снежного покрова S в Евразии в годовом ходе и межгодовой изменчивости для периодов 1979–1999 гг. и 2000–2019 гг. по спутниковым данным CDR. Согласно рис. 2 интервал современных вариаций S в годовом ходе составляет около 30 млн км² с наибольшими средними значениями и диапазоном их межгодовой изменчивости в зимние месяцы и минимальными — в летние. Модельные оценки в целом воспроизводят наблюдаемые вариации площади снежного покрова в Евразии, при этом по отдельным моделям вариации S могут недооцениваться. Согласно результатам расчетов с ансамблем моделей (рис. 1) для базового периода проявляется значительный диапазон современных вариаций S в годовом ходе — с наименьшими вариациями в пределах 20 млн км² и наибольшими — около 30 млн км² и более.

Для середины XXI века вариации протяженности снежного покрова в годовом ходе составляют от 20 млн км² (по данным модели MPI-ESM1-2-LR) до около 31 млн км² (по данным модели MIROC6). Для конца XXI века (рис. 1б) оценки вариаций протяженности снежного покрова на территории Евразии находятся в том же интервале (от 20 млн км² до около 32 млн км²). Согласно представленным на рисунках фазовым портретам, наибольшая внутрисезонная изменчивость характерна для зимних месяцев. В соответствии с результатами

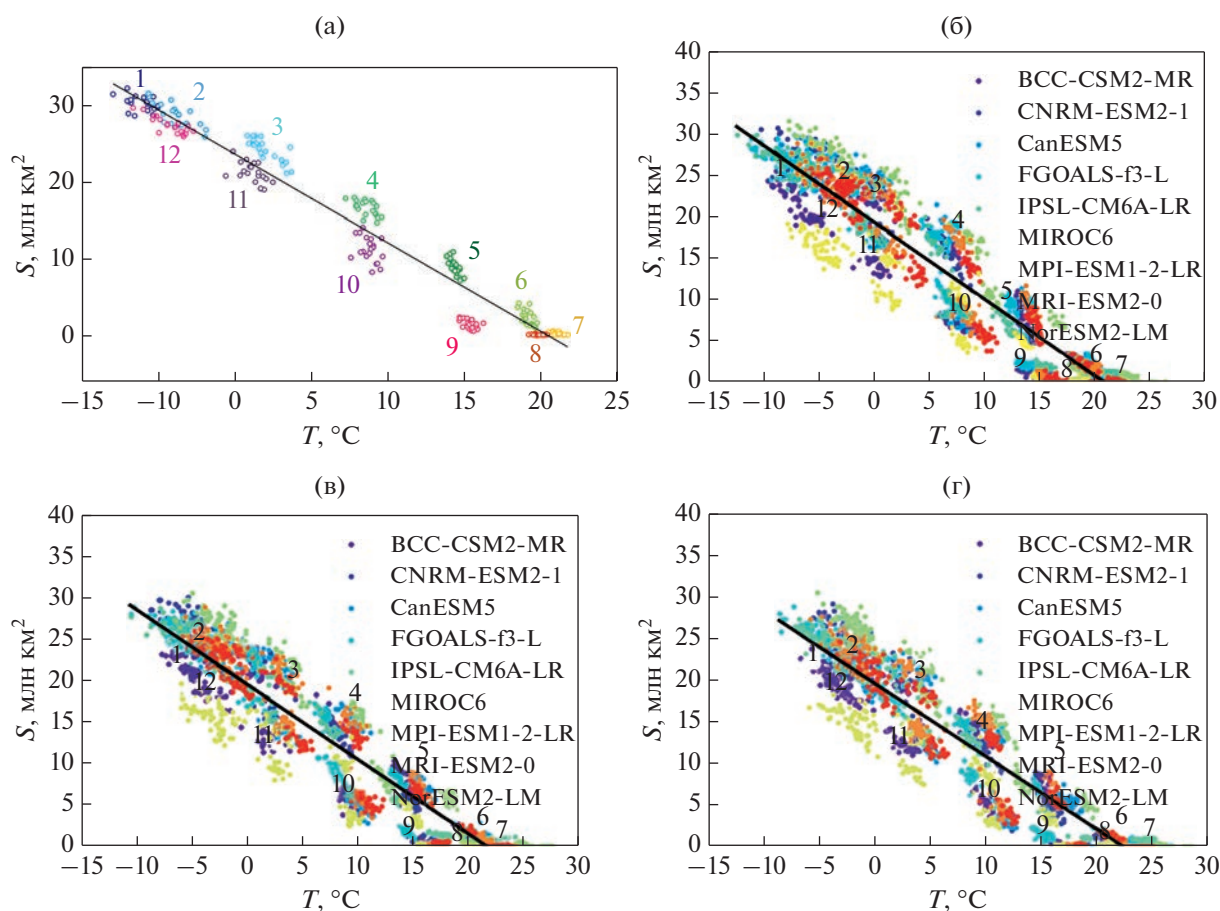


Рис. 3. Изменения площади снежного покрова S в Евразии в зависимости от приповерхностной температуры T для разных месяцев (отмеченных цифрами) в межгодовой изменчивости: по спутниковым данным CDR для S и данным реанализа ERA5 для T для периода 2000–2019 гг. (а) и по расчетам с глобальными климатическими моделями CMIP6 для периодов 2000–2019 гг. (б), 2041–2060 гг. (в) 2081–2100 гг. (г). Прямые соответствуют линейным регрессиям.

проведенных расчетов видно, что снежный покров в зимние сезоны имеет тенденцию к сокращению к середине XXI века (рис. 1а) по сравнению с началом века. Наиболее значительное сокращение средней площади S к середине XXI века получено по модели CanESM5. Наименьшее сокращение S выявлено для моделей CNRM-ESM2-1, MRI-ESM2-0 и NorESM2-LM. Оценки протяженности снежного покрова на конец XXI века (относительно его начала) по всем рассматриваемым моделям ансамбля показывают более значительное сокращение его площади к концу века, чем к середине века. Наиболее значительное сокращение для зимних сезонов к концу XXI века получено по модели CanESM5, а наименее значительное — по модели MRI-ESM2-0.

В табл. 2 представлены средние значения и диапазоны межмодельных вариаций площади снежного покрова S в Евразии для периода 2000–2019 гг. по результатам расчетов с моделями CMIP6 в сопоставлении с соответствующими средними значениями и диапазонами межгодовых вариаций S по спутниковым данным CDR

для разных месяцев. Диапазоны межмодельных вариаций площади снежного покрова в Евразии для всех месяцев для периода 2000–2019 гг. перекрываются с диапазонами межгодовых вариаций S по спутниковым данным CDR для всех месяцев для периода 2000–2019 гг. При этом для средних для ансамбля моделей значения S отмечаются заметные различия с соответствующими средними значениями S по спутниковым данным CDR. Превышение по данным CDR средних значений S для ансамбля моделей достигает и превышает в осенне-зимние месяцы 3 млн km^2 . При этом диапазон межмодельных различий S в холодное полугодие с ноября по апрель (более 6 млн km^2 в зимние месяцы) превышает диапазон межгодовых вариаций S по спутниковым данным для периода 2000–2019 гг.

Наряду со сравнением средних значений S по ансамблевым модельным расчетам и по спутниковым данным проведено сравнение соответствующих оценок связи площади снежного покрова с приповерхностной температурой для Евразии. На рис. 3 представлены изменения площади

Таблица 3. Оценки параметров чувствительности dS/dT площади снежного покрова в Евразии по данным CDR к изменениям приповерхностной температуры по данным ERA5 в межгодовой изменчивости для периода 2000–2019 гг. и по расчетам с ансамблем глобальных климатических моделей CMIP6 для разных месяцев для 2000–2019 гг. В скобках приведены СКО межгодовой изменчивости. Наряду со средними для ансамбля моделей оценками представлены (в дополнительном столбце справа) соответствующие экстремальные оценки для отдельных моделей

dS/dT , млн. км ² /К			
месяцы	2000–2019 гг.		
	данные	модели CMIP6	
Январь	–0.7 (±0.2)	–0.7 (±0.1)	–1.1 (±0.3) –0.4 (±0.1)
Февраль	–1.1 (±0.2)	–0.6 (±0.1)	–1.0 (±0.2) –0.2 (±0.1)
Март	–1.3 (±0.2)	–0.9 (±0.1)	–1.1 (±0.3) –0.7 (±0.2)
Апрель	–0.9 (±0.3)	–0.9 (±0.1)	–1.9 (±0.4) –1.0 (±0.2)
Май	–2.8 (±0.6)	–0.3 (±0.0)	–2.1 (±0.5) –1.2 (±0.3)
Июнь	–1.7 (±0.5)	–0.3 (±0.0)	–1.1 (±0.3) –0.2 (±0.1)
Июль	–0.3 (±0.1)	–0.1 (±0.0)	–0.3 (±0.1) 0.1 (±0.0)
Август	–0.1 (±0.1)	–0.0 (±0.0)	–0.2 (±0.1) –0.0 (±0.0)
Сентябрь	–0.7 (±0.3)	–0.2 (±0.0)	–0.7 (±0.2) –0.2 (±0.0)
Октябрь	–1.1 (±0.6)	–0.3 (±0.0)	–1.7 (±0.4) –0.6 (±0.2)
Ноябрь	–1.0 (±0.4)	–0.7 (±0.1)	–1.4 (±0.3) –0.5 (±0.1)
Декабрь	–0.9 (±0.1)	–0.5 (±0.0)	–1.2 (±0.3) –0.4 (±0.1)

снежного покрова в Евразии S в зависимости от приповерхностной температуры T для разных месяцев (отмеченных цифрами) в межгодовой изменчивости: по спутниковым данным CDR для S и данным реанализа ERA5 для T для периода 2000–2019 гг. (а) и по расчетам с глобальными климатическими моделями CMIP6 для периодов 2000–2019 гг. (б), 2041–2060 гг. (в) 2081–2100 гг. (г).

Изменения приповерхностной температуры T и соответствующие изменения площади снежного покрова S в годовом ходе на порядок боль-

ше, чем в межгодовой изменчивости. В связи с этим характеристики связи изменений S и T определяются существенно более значимыми вариациями в годовом ходе, чем в межгодовой изменчивости [Мохов и др., 2022]. На основе соответствующей линейной регрессии (прямая на рис. 3а) можно оценить параметр температурной чувствительности площади снежного покрова по данным для всех месяцев в году для периода 2000–2019 гг.: $dS/dT = -1.16 (\pm 0.01)$ млн км²/К. Для ансамбля модельных расчетов величина dS/dT для периода 2000–2019 гг. оценена равной $-0.93 (\pm 0.02)$ млн км²/К с уменьшением по абсолютной величине до $-0.90 (\pm 0.02)$ млн км²/К для 2041–2060 гг. и до $-0.87 (\pm 0.02)$ млн км²/К для 2081–2100 гг. (см. рис. 3б–3г). Уменьшение по абсолютной величине полученных оценок параметра чувствительности в XXI веке связано с общим уменьшением площади снежного покрова Евразии при потеплении.

В табл. 3 представлены полученные на основе соответствующих линейных регрессий оценки параметров чувствительности dS/dT площади снежного покрова в Евразии к изменениям приповерхностной температуры для разных месяцев в межгодовой изменчивости. В том числе приведены оценки по спутниковым данным CDR к изменениям приповерхностной температуры по данным ERA5 и по расчетам с ансамблем глобальных климатических моделей CMIP6 для разных месяцев для 2000–2019 гг. Наряду со средними для ансамбля моделей оценками представлены (в дополнительном столбце справа) соответствующие экстремальные оценки для отдельных моделей.

Согласно табл. 3 оценки параметра dS/dT по расчетам с ансамблем моделей в целом меньше по абсолютной величине, чем при использовании спутниковых данных и данных реанализа. Средние для ансамбля моделей оценки параметра чувствительности dS/dT могут быть значительно меньше по абсолютной величине, чем полученные на основе данных и для отдельных моделей, в частности для переходных сезонов - при переходе от весны к лету и осенью. При этом соответствующие оценки для индивидуальных моделей могут значительно лучше соответствовать полученным с использованием данных наблюдений.

В табл. 4 приведены средние для разных месяцев значения площади снежного покрова S в Евразии по результатам расчетов с моделями CMIP6 для трех 20-летних периодов – в начале, середине и конце XXI века. Согласно табл. 4 в течение XXI века отмечается общее уменьшение площади снежного покрова в Евразии для всех месяцев года. Наибольшие скорости уменьшения площади снежного покрова отмечены для переходных сезонов – сезонов формирования снежного покрова осенью и его таяния весной. Прояв-

Таблица 4. Средние для разных месяцев значения площади снежного покрова S в Евразии для периодов 2000–2019, 2041–2060 и 2081–2100 гг. по результатам расчетов с моделями CMIP6. В скобках приведены межмодельные СКО

Месяцы	Площадь снежного покрова Евразии, млн. км ²		
	модели CMIP6		
	2000–2019 гг.	2041–2060 гг.	2081–2100 гг.
Январь	25.7 (±3.4)	24.4 (±3.3)	23.6 (±3.4)
Февраль	25.3 (±3.2)	24.4 (±3.1)	23.6 (±3.1)
Март	22.4 (±2.9)	21.0 (±2.5)	20.0 (±2.5)
Апрель	16.0 (±2.3)	14.3 (±1.8)	13.3 (±1.8)
Май	7.8 (±1.6)	6.5 (±1.2)	5.7 (±1.3)
Июнь	1.7 (±0.7)	1.2 (±0.6)	1.0 (±0.5)
Июль	0.4 (±0.4)	0.3 (±0.3)	0.2 (±0.3)
Август	0.3 (±0.3)	0.2 (±0.3)	0.2 (±0.3)
Сентябрь	1.2 (±0.6)	0.7 (±0.5)	0.5 (±0.4)
Октябрь	8.0 (±1.8)	6.1 (±1.8)	5.0 (±1.8)
Ноябрь	16.4 (±3.0)	14.8 (±2.7)	13.6 (±2.6)
Декабрь	22.5 (±3.3)	21.2 (±3.3)	20.2 (±3.2)

ляется снижение скорости уменьшения площади снежного покрова во второй половине XXI века по сравнению с первой половиной. Что касается диапазона межмодельных различий, то он меняется относительно слабо в течение XXI века. Уменьшение площади снежного покрова в Евразии в XXI веке может достигать 50% в летние месяцы, когда значения S наименьшие. Согласно [Mudryk et al., 2017; Mudryk et al., 2020] выявленные особенности изменения площади снежного покрова для переходных сезонов, в частности в весенний период, также отмечаются для глобальных климатических моделей проекта CMIP5 (<https://esgf-node.llnl.gov/projects/cmip5/>), что может быть связано с трендами внетропических температур (см. также [Brutel-Vuilmet et al., 2013; Thackeray et al., 2016]).

В табл. 5 приведены оценки параметров чувствительности dS/dT площади снежного покрова в Евразии к изменениям приповерхностной температуры по расчетам с ансамблем глобальных климатических моделей CMIP6 для разных 20-летних периодов – 2000–2019, 2041–2060 и 2081–2100 гг. Согласно полученным оценкам скорость уменьшения площади снежного покрова в Евразии в разные месяцы не превышает 1 млн км² при увеличении приповерхностной температуры

Таблица 5. Оценки параметров чувствительности dS/dT площади снежного покрова в Евразии к изменениям приповерхностной температуры по расчетам с ансамблем глобальных климатических моделей CMIP6 для разных 20-летних периодов – 2000–2019, 2041–2060 и 2081–2100 гг. В скобках приведены СКО межгодовой изменчивости. В квадратных скобках представлены соответствующие оценки $S^{-1}dS/dT$ [%/K]

месяцы	dS/dT , млн. км ² /K		
	модели CMIP6		
	2000–2019 гг.	2041–2060 гг.	2081–2100 гг.
Январь	–0.7 (±0.1) [–3%/K]	–0.6 (±0.1) [–3%/K]	–0.7 (±0.1) [–3%/K]
Февраль	–0.6 (±0.1) [–2%/K]	–0.7 (±0.1) [–3%/K]	–0.8 (±0.1) [–3%/K]
Март	–0.9 (±0.1) [–4%/K]	–0.6 (±0.1) [–3%/K]	–0.7 (±0.1) [–3%/K]
Апрель	–0.9 (±0.1) [–6%/K]	–0.5 (±0.0) [–4%/K]	–0.5 (±0.0) [–4%/K]
Май	–0.3 (±0.0) [–4%/K]	–0.3 (±0.0) [–5%/K]	–0.3 (±0.0) [–5%/K]
Июнь	–0.3 (±0.0) [–18%/K]	–0.2 (±0.0) [–19%/K]	–0.2 (±0.0) [–19%/K]
Июль	–0.1 (±0.0) [–25%/K]	–0.1 (±0.0) [–17%/K]	–0.0 (±0.0) [–10%/K]
Август	–0.0 (±0.0) [–13%/K]	–0.0 (±0.0) [–10%/K]	0.0 (±0.0) [0%/K]
Сентябрь	–0.2 (±0.0) [–13%/K]	–0.1 (±0.0) [–20%/K]	–0.1 (±0.0) [–22%/K]
Октябрь	–0.3 (±0.0) [–4%/K]	–0.4 (±0.0) [–7%/K]	–0.5 (±0.0) [–10%/K]
Ноябрь	–0.7 (±0.1) [–4%/K]	–0.6 (±0.0) [–4%/K]	–0.6 (±0.0) [–4%/K]
Декабрь	–0.5 (±0.0) [–2%/K]	–0.7 (±0.1) [–3%/K]	–0.8 (±0.1) [–4%/K]

в Евразии на 1 К. Максимальные по абсолютной величине значения $dS/dT = -0.9$ млн. км² отмечены для весенних месяцев для периода 2000–2019 гг. Наименьшие по абсолютной величине значения dS/dT характерны для летних месяцев и начала осени – для сезонов с минимальными значениями S . При этом для этих сезонов характерны наибольшие по абсолютной величине относительные изменения $S^{-1}dS/dT$ – до –20%/K и более. Для зимних месяцев и начала весны с наибольшими значениями площади снежного покрова в Евразии оценки $S^{-1}dS/dT$ относительно малы – около –3%/K.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе проведенного анализа получены количественные оценки изменений площади снежного покрова S в Евразии с использованием результатов расчетов с ансамблем глобальных климатических моделей международного проекта CMIP6 при сценарии антропогенных воздействий SSP2-4.5 для XXI века. Сравнение модельных оценок с данными спутниковых наблюдений показало, что в целом по модельным расчетам адекватно воспроизводятся наблюдаемые вариации площади снежного покрова в Евразии, при этом по расчетам с отдельными моделями вариации S могут недооцениваться. Отмечено, что средние для ансамбля моделей оценки параметра чувствительности dS/dT могут быть значительно меньше по абсолютной величине, чем полученные на основе данных спутниковых наблюдений и для отдельных моделей, в частности для переходных сезонов весной и осенью. Уменьшение по абсолютной величине полученных оценок параметра чувствительности в XXI веке связано с общим уменьшением площади снежного покрова Евразии при потеплении. При этом диапазон межмодельных различий S в холодное полугодие с ноября по апрель (более 6 млн км² в зимние месяцы) превышает диапазон межгодовых вариаций S по спутниковым данным для периода 2000–2019 гг. Согласно ансамблевым модельным расчетам, скорость сокращения площади снежного покрова в Евразии во второй половине XXI века уменьшается по сравнению с первой половиной XXI века во все сезоны. Максимальные значения скорости сокращения площади снежного покрова в Евразии характерны для переходных сезонов — осени и весны. Существенные различия проявляются для относительных изменений площади снежного покрова в разные сезоны.

Отмеченные в данной работе особенности изменений снежного покрова в связи с температурными изменениями свидетельствуют о необходимости обоснования использования средних ансамблевых модельных оценок скорости изменений площади снежного покрова Евразии. Для более надежных оценок, в частности количественных оценок взаимосвязи площади снежного покрова и температурного режима, необходим учет индивидуальных особенностей моделей с использованием, например, Байесова подхода [Парфенова и др., 2022].

Вариации площади снежного покрова в годовом ходе и межгодовой изменчивости анализировались в рамках проекта РНФ 19-17-00240. Оценки параметров чувствительности снежного покрова к приповерхностной температуре получены в рамках проекта РНФ 23-47-00104.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аржанов М.М., Елисеев А.В., Демченко П.Ф., Мохов И.И., Хон В.Ч. Моделирование температурного и гидрологического режима водосборов сибирских рек в условиях вечной мерзлоты с использованием данных реанализа // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2008. Т. 44. № 1. С. 86–93.
- Будыко М.И. Климат в прошлом и будущем. Л.: Гидрометеиздат, 1980. 351 с.
- Кислов А.В. Климат в прошлом, настоящем и будущем. М.: МАИК “Наука/Интерпериодика”, 2001. 351 с.
- Кренке А.Н., Китаев Л.М., Турков Д.В. Климатическая роль изменений снежного покрова в периоды потеплений // Изв. РАН. Сер. геогр. 2001. № 4. С. 44–51.
- Мохов И.И. Температурная чувствительность площади криосферы Северного полушария // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1984. Т. 20. № 2. С. 136–143.
- Мохов И.И. Диагностика структуры климатической системы. СПб.: Гидрометеиздат, 1993. 271 с.
- Мохов И.И. Особенности современных изменений в Арктике и их последствий // Проблемы Арктики и Антарктики. 2020. Т. 66. № 4. С. 446–462.
- Мохов И.И. Российские климатические исследования в 2015–2018 гг. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56. № 4. С. 1–21.
- Мохов И.И., Парфенова М.Р. Взаимосвязь площади снежного покрова в Северном полушарии по спутниковым данным с приповерхностной температурой // Метеорология и гидрология. 2022. № 2. С. 32–44.
- Мохов И.И., Парфенова М.Р. Изменения протяженности снежного покрова в Евразии по спутниковым данным в связи с полушарными и региональными температурными изменениями // ДАН. Науки о Земле. 2021. Т. 501. № 1. С. 78–85.
- Мохов И.И., Парфенова М.Р. Связь площади снежного покрова и морских льдов с температурными изменениями в Северном полушарии по данным для последних десятилетий // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58. № 4. С. 411–423.
- Мохов И.И., Семенов В.А. Бимодальность функций плотности вероятности внутрисезонных вариаций приповерхностной температуры. Изв. РАН // Физика атмосферы и океана. 1997. Т. 33. № 6. С. 758–764.
- Надежина Е.Д., Павлова Т.В., Школьник И.М., Молькентин Е.К., Семиошина А.А. Модельные оценки пространственных распределений характеристик снежного покрова и многолетнемерзлых грунтов на территории России // Криосфера Земли. 2010. Т. XIV. № 2. С. 87–97.
- Павлова Т.В., Катцов В.М., Пикалева А.А., Спорышев П.В., Говоркова В.А. Снежный покров и многолетняя мерзлота в моделях CMIP5: оценки современного состояния и его возможных изменений в XXI в. // Труды ГГО. 2013. Вып. 569. С. 38–61.
- Парфенова М.Р., Елисеев А.В., Мохов И.И. Изменения периода навигации в арктических морях на Северном морском пути в 21 веке: Байесовы оценки по

- расчетам с ансамблем климатических моделей // ДАН. Науки о Земле. 2022. Т. 507. № 1. С. 118–125.
- Попова В.В., Полякова И.А. Изменение сроков разрушения устойчивого снежного покрова на севере Евразии в 1936–2008 гг.: влияние глобального потепления и роль крупномасштабной атмосферной циркуляции // Лед и снег. 2013. № 2(122). С. 29–39.
- Шмакин А.Б. Климатические характеристики снежного покрова Северной Евразии и их изменения в последние десятилетия // Лед и снег. 2010. № 1(109). С. 43–57.
- Barry R., Gan T.Y. The global cryosphere: past, present and future. Cambridge Univ. Press, New York, NY. 2011. 472 p.
- Bindoff N.L. et al. Detection and Attribution of Climate Change: from Global to Regional / In: Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Stocker T.F. (eds.). Cambridge Univ. Press, Cambridge/New York, NY. 2013. P. 867–952.
- Brown R.D., Mote P.W. The response of Northern Hemisphere snow cover to a changing climate // J. Clim. 2009. V. 22. P. 2124–2145.
- Brutel-Vuilmet C., Ménégoz M., Krinner G. An analysis of present and future seasonal Northern Hemisphere land snow cover simulated by CMIP5 coupled climate models. The Cryosphere. 2013. V. 7. P. 67–80. <https://doi.org/10.5194/tc-7-67-2013>
- Bulygina O.N., Groisman P.Ya., Razuvaev V.N., Korshunova N.N. Changes in snow cover characteristics over Northern Eurasia since 1966 // Environ. Res. Lett. 2011. V. 6, 045204 (10 pp.)
- Connolly R., Connolly M., Soon W., Legates D.R., Cionco R.G., Herrera V.M.V. Northern Hemisphere snow-cover trends (1967–2018): A comparison between climate models and observations // Geosciences. 2019. V. 9. № 135. P. 1–23.
- Estilow T.W., Young A.H., Robinson D.A. A long-term Northern Hemisphere snow cover extent data record for climate studies and monitoring // Earth Syst. Sci. Data. 2015. V. 7. P. 137–142.
- Foster J., Owe M., Rango A. Snow cover and temperature relationships in North America and Eurasia // J. Clim. Appl. Meteorol. 1983. V. 22. P. 460–469.
- Frei A., Tedesco M., Lee S. et al. A review of global satellite-derived snow products // Adv. Space Res. 2012. V. 50. P. 1007–1029.
- Groisman P.Ya. et al. Climate Changes in Siberia / In: Regional Environmental Changes in Siberia and Their Global Consequences (P.Ya. Groisman and G. Gutman eds.). Dordrecht: Springer, 2013. P. 57–109.
- Groisman P.Ya., Karl T.R., Knight R.W. Changes of snow cover, temperature, and radiative heat balance over the Northern Hemisphere // J. Climate. 1994. V. 7. P. 1633–1656.
- Mankin J.S., Diffenbaugh N.S. Influence of temperature and precipitation variability on near-term snow trends // Clim. Dyn. 2015. V. 45(3). P. 1099–1116.
- Mudryk L., Santolaria-Otin M., Krinner G., Menegos M., Derksen C., Brutel-Vuilmet C., Brady M., Essery R. Historical Northern Hemisphere snow cover trends and projected changes in the CMIP6 multi-model ensemble // The Cryosphere. 2020. V. 14. P. 2495–2514.
- Mudryk L.R., Kushner P.J., Derksen C., Thackeray C. Snow cover response to temperature in observational and climate model ensembles // Geophys. Res. Lett. 2017. V. 44. P. 919–926.
- Robinson D., Dewey K., Heim R. Global snow cover monitoring: an update // Bull. Am. Meteorol. Soc. 1993. V. 74. P. 1689–1696.
- Robinson, David A., Estilow, Thomas W., NOAA CDR Program (2012): NOAA Climate Data Record (CDR) of Northern Hemisphere (NH) Snow Cover Extent (SCE), Version 1. NOAA National Centers for Environmental Information. <https://doi.org/10.7289/V5N014G9>
- Santolaria-Otin M., Zolina O. Evaluation of snow cover and snow water equivalent in the continental Arctic in CMIP5 models // Clim. Dyn. 2020. V. 55. P. 2993–3016.
- Thackeray C., Fletcher C., Mudryk L., Derksen C. Quantifying the uncertainty in historical and future simulations of Northern Hemisphere spring snow cover. J. Climate. 2016. V. 29. P. 8647–8663. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-16-0341.1>
- Thackeray C.W., Derksen C., Fletcher C.G., Hall A. Snow and climate: Feedbacks, drivers, and indices of change // Curr. Cli. Change Rep. 2019. V. 5. P. 322–333.

Projected Changes in the Snow Cover Extent in the 21st Century in Eurasia According to Simulations with the Ensemble of Climate Models CMIP6

M. R. Parfenova^{1,*}, M. M. Arzhanov¹, and I. I. Mokhov^{1, 2}

¹Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzhevsky per., 3, Moscow, 119017 Russia

²Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1-2, Moscow, 119991 Russia

*e-mail: parfenova@ifaran.ru

The analysis of changes in the snow cover extent S in Eurasia was performed using the results of simulations with the ensemble of global climate models of the international project CMIP6 under the scenario of anthropogenic impacts SSP2-4.5 for the 21st century. Features of S variability in relation to changes in surface air temperature T in different seasons are revealed by comparison of ensemble model calculations for the “historical” scenario

to CDR satellite data against the background of a general decrease in the snow cover extent in Eurasia during the contemporary warming. It is noted that the multimodel ensemble mean estimates of the sensitivity parameter dS/dT for the transitional seasons in spring and autumn can be significantly lower in absolute values than those for the individual models and those derived from the satellite data. Comparison of model estimates with satellite observation data showed that the models generally reproduce the observed variations in the snow cover area in Eurasia, while variations in the area may be underestimated for individual models. According to ensemble model calculations, the rate of snow cover reduction in Eurasia in the second half of the XXI century decreases compared to the first half of the XXI century for all seasons. At the same time, the maximum values of snow cover extent reduction rate in Eurasia are inherent in transitional seasons — autumn and spring.

Keywords: snow cover extent and surface air temperature changes, satellite data, reanalysis, climate models, CMIP6

УДК 502.057

ЭМИССИЯ МЕТАНА ИЗ ОЗЕР СЕВЕРА ЗАПАДНОЙ СИБИРИ

© 2023 г. В. С. Казанцев^{a, *}, Л. А. Кривенко^a, Ю. А. Дворников^{a, b}, В. А. Ломов^a, А. Ф. Сабреков^{a, c}

^aИнститут физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН, Пыжевский пер., д. 3, стр. 1, Москва, 119017 Россия

^bДепартамент ландшафтного проектирования и устойчивых экосистем
Аграрно-технологического института РУДН, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, 117198 Россия

^cЮгорский государственный университет, ул. Чехова, д. 16, Ханты-Мансийск, 628012 Россия

*e-mail: kazantsev@ifaran.ru

Поступила в редакцию 23.12.2022 г.

После доработки 16.02.2023 г.

Принята к публикации 10.03.2023 г.

В работе приведены результаты измерений удельных потоков (УП) метана в атмосферу из термокарстовых озер, расположенных на территории Российской Федерации в предгорьях Полярного Урала, на побережье Карского моря и в северо-западной части полуострова Ямал. Всего исследовано 13 водных объектов и измерено около 500 УП метана методом плавающих камер. Результаты показали, что 95% УП не превышает $8 \text{ мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$. Для этих УП выявлена статистически значимая корреляция с приземной скоростью ветра во время измерения, которая во многом определяет интенсивность газообмена на границе “вода – атмосфера”. Исключениями из этой зависимости стали измерения в предполагаемой зоне выхода метановых сипов. Для большинства озер наибольший разброс измеренных УП наблюдался в мелководной части. Проанализирована суточная динамика УП метана, которая аппроксимирована синусоидальной функцией. Для представленных в работе озер диапазон оценок эмиссии метана составляет $0.23\text{--}775.38 \text{ г CH}_4 \text{ ч}^{-1}$. Результаты, полученные в ходе работы, – важный материал для расчетов региональных оценок эмиссии метана с поверхности термокарстовых озер тундровой зоны.

Ключевые слова: парниковые газы, пресноводные экосистемы, удельные потоки, суточная динамика, углеродный баланс

DOI: 10.31857/S0002351523030057, EDN: TNPKJD

1. ВВЕДЕНИЕ

Метан – один из ключевых парниковых газов в атмосфере, который имеет очень высокий потенциал глобального потепления по отношению к углекислому газу. Его источники могут быть природного и антропогенного характера. К существенным природным источникам метана в атмосфере относятся водоемы суши, о которых и пойдет речь в данной статье. Помимо этого, интерес представляют также потенциальные эмиссии метана из внутримерзлотных резервуаров вследствие развития подоцерных таликов.

Основной источник метана в озерной экосистеме – анаэробное разложение органического вещества (как автохтонного, так и аллохтонного) в донных отложениях водоема. При этом метан, интенсивность генерации которого зависит от развития микроорганизмов архей-метаногенов [Bazhin, 2003; Grusa–Rokosz and Tomaszek, 2015], может выходить из донных осадков в виде двух основных механизмов переноса: диффузионного и пузырькового.

Диффузионный поток имеет достаточно низкую скорость, а также метан, переносимый этим путем, подвержен окислению в вышележащих слоях озера, где содержание растворенного кислорода велико. В результате деятельности метанотрофных микроорганизмов до 90% метана может быть окислено в водной толще [Guerin and Abril, 2007]. По этой причине диффузионный удельный поток часто имеет небольшие значения.

Пузырьки метана возникают при перенасыщении порового раствора донных отложений и поднимаются к поверхности воды [Miller et al., 2007; Ostrovsky et al., 2008]. Метан, переносимый в виде пузырьков, менее подвержен окислению. Однако пузырьки могут растворяться в воде, после чего метан из них может окисляться. Кроме того, пузырьковый перенос метана не может наблюдаться на больших глубинах, так как важный фактор образования пузырьков – это гидростатическое давление. Так, например, при резком падении уровня воды в водоеме пузырьковый перенос метана может значительно интенсифицироваться [Harrison et al., 2017].

К менее значительным составляющим потока метана в атмосферу из озерной экосистемы также относят поток, обусловленный макрофитами [Milberg et al., 2017]. В частности, он возникает при обильном развитии крупной водной растительности, из-за чего у берегов озер образуется большое количество органического вещества, при разложении которого также выделяется метан. Однако в данной работе основное внимание будет уделяться именно потоку метана на границе “вода-атмосфера”.

Актуальность приведенного в данной статье исследования обусловлена также и тем, что в последнем докладе Межправительственной группы экспертов по изменению климата приведены новые значения оценок общей эмиссии метана с озер мира [IPCC, 2021]. Согласно таблице на с. 703 этого доклада, на пресноводные водоемы приходится 159 Тг CH_4 в год, что составляет 22% от всех источников метана в атмосфере — как природных, так и антропогенных. Тундровые озера имеют значительную суммарную площадь, поэтому для более точных оценок эмиссий из озер данной зоны полученные нами результаты имеют достаточно высокое значение в региональном и глобальном масштабе. Северные территории России труднодоступны, на данный момент проведено относительно небольшое количество полевых наблюдений эмиссии метана из располагающихся там озер (см, например, [Глаголев и др., 2010а; Kazantsev et al., 2018; Sabrekov et al., 2011; Savvichev et al., 2021]). Получение достаточно больших объемов данных по эмиссиям метана в совокупности с сопутствующими факторами окружающей среды позволит увеличить точность экстраполяции этих эмиссий на больший временной и пространственный масштаб.

Целью данной работы являлось получение оценок эмиссий парникового газа метана из выбранных тундровых озер Западной Сибири, установление общих закономерностей распределения удельных потоков (УП) метана из данных экосистем и выявление влияния на интенсивность эмиссии различных факторов окружающей среды.

Для достижения указанной цели были поставлены следующие задачи:

1. Провести прямые измерения значений УП метана из озер камерным методом, включая изучение суточной динамики эмиссии, одновременно с количественной фиксацией параметров окружающей среды.
2. На основе полученных данных дать оценку потока метана с поверхности изучаемых озер.
3. Методами статистического анализа определить факторы окружающей среды коррелирующие с интенсивностью эмиссии метана.
4. Количественно описать суточную динамику эмиссии метана.

2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

2.1. Полевые и лабораторные работы

Полевые исследования проводились на трех ключевых участках: в предгорьях Полярного Урала и на побережье Карского моря в августе 2018 г. и в районе стационара “Васькины Дачи” на Центральном Ямале в августе 2019 г. (рис. 1).

Первая группа озер (ключевой участок “Побережье Карского моря”) — Первое, Долинное, Хасырейное, Питьево — расположены в биоклиматической подзоне D (северная полоса типичных тундр) [CAVM Team, 2003], которая характеризуется средней температурой июля 9°C. Вторая группа озер, расположенная в восточных предгорьях Уральских гор (ключевой участок “Полярный Урал”) — Панда, Подсклонное, Ухо-Правое — относится к биоклиматической подзоне E (южные гипоарктические тундры) [Юрцев и др., 1978; CAVM Team, 2003]. Эта подзона характеризуется средней температурой июля около 12°C. Зональным типом растительности являются низкокустарниковые ерниково-ивняковые осоково-лишайниково-моховые бугорковатые и пятнисто-бугорковатые тундры, развитые на междуречьях. Донные отложения озер богаты органическим веществом. Данные озера являются результатом протекания термокарстовых процессов на территории обозначенных природных зон. Характеристики исследуемых объектов отражены в табл. 1.

На ключевом участке “Васькины Дачи” было детально изучено шесть озер: LK-002, LK-008, LK-010, LK-012, LK-018, LK-019 [Dvornikov et al., 2016]. В табл. 2 собраны морфометрические характеристики этих водных объектов. Согласно циркумполярной арктической карте растительности, территория стационара относится к биоклиматической подзоне D (северные гипоарктические тундры) [CAVM Team, 2003], которая характеризуется средней температурой июля равной 9°C. Из кустарников широко распространены ивы сизая и мохнатая (*Salix glauca* u. *S. lanata*), а также карликовая березка (*Betula nana*) [Ребристая и Хитун, 1998]. Растительные сообщества с сомкнутым кустарниковым ярусом приурочены главным образом к днищам долин и склонам водоразделов. Водосборные бассейны озер характеризуются различными фациальными условиями. Литологический состав верхней толщи V (Салехардской), IV (Казанцевской) и III морских равнин — пески и глины, встречаются главным образом в зоне осушки озер [Dvornikov et al., 2017]. В водосборах озер LK-018 и LK-019 в 2013 году образовались термоцирки. Появившиеся обнажения включают погребенные повторно-жильные льды, вклинивающиеся в пластовые льды. В обнажениях также вскрываются погребенные залежи торфа мощностью в несколько метров и минеральные породы, насыщенные органическим веществом.

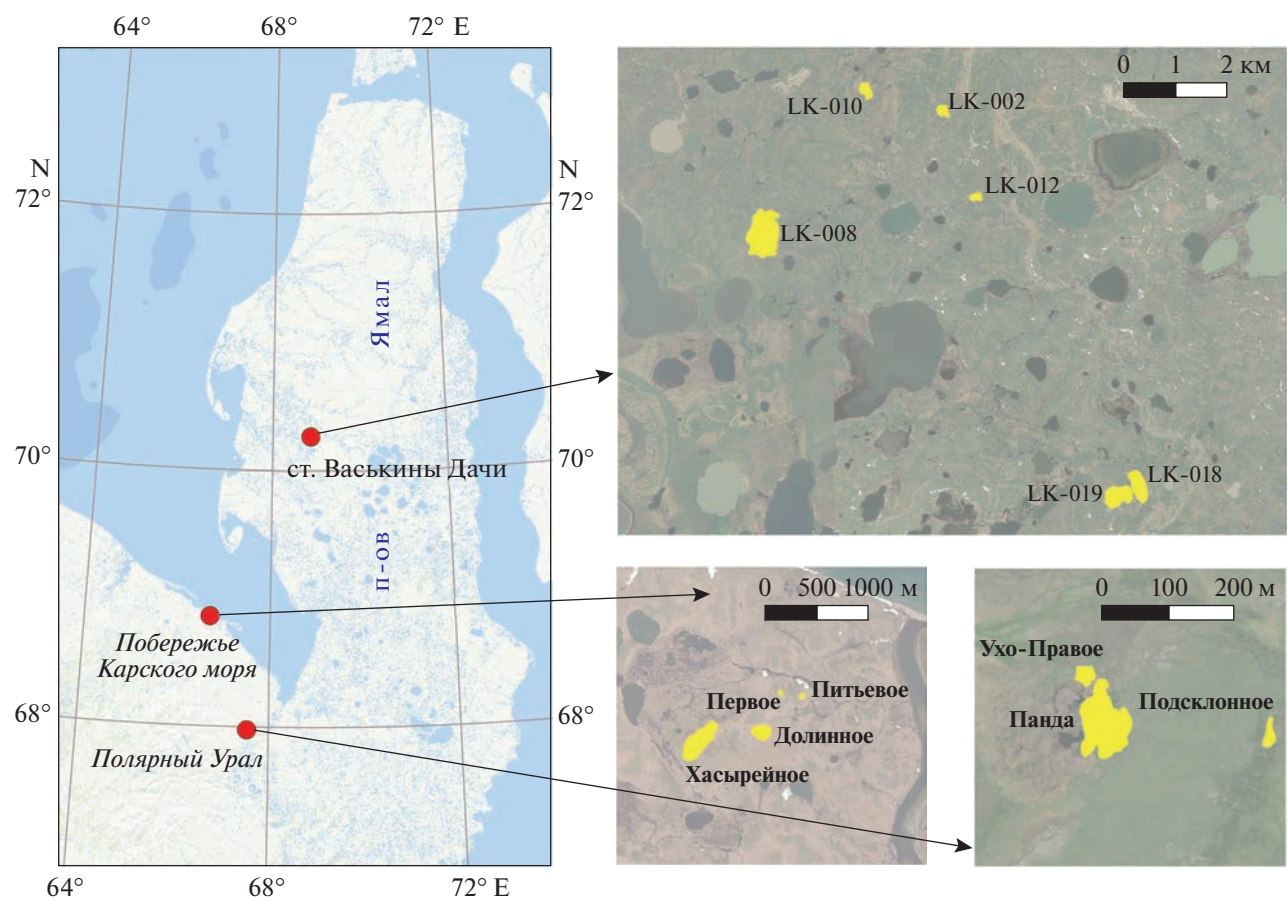


Рис. 1. Карта расположения участков исследования. Картографическая подложка [ESRI et al., 2020].

Полевые измерения УП метана проводились методом темных плавающих камер с экспозицией 30 минут. Использовались пластиковые камеры, покрытые снаружи светоотражающей пленкой для отражения солнечных лучей, объем камер – 0.009 м³, площадь основания – 0.076–0.080 м². На каждом из озер точки измерения располагались по трансекте от условной середины озера (самой

глубокой части) к берегу, измерения на каждой точке осуществлялись в 8–18 повторностях (на одной из точек, расположенной вблизи метанового сипа на озере LK-008, было сделано 5 повторностей). Для изучения суточной динамики эмиссии метана на озере LK-002 в центральной части измерения проводились каждые два часа в течение суток в одной точке в двухкратной пов-

Таблица 1. Список исследованных озер на побережье Карского моря и Полярном Урале

ID	Площадь, га	Широта	Долгота	Средняя глубина, м	Максимальная глубина, м
Побережье Карского моря					
Первое	0.11	68.86153	66.70786	2	3.1
Долинное	1.92	68.86017	66.67236	1.8	2.4
Хасырейное	6.10	68.85681	66.68729	1.5	1.7
Питьевое	0.20	68.86177	66.71228	н.д.*	н.д.
Полярный Урал					
Подклонное	0.04	67.95109	67.54961	1.1	2
Ухо-правое	0.06	67.95187	67.54285	н.д.	1.6
Панда	0.56	67.95123	67.54347	2.4	3.4

*н.д. – нет данных.

Таблица 2. Список исследованных озер на стационаре “Васькины Дачи”

ID	Площадь, га	Широта	Долгота	Средняя глубина, м	Максимальная глубина, м	Отметка уреза воды, м (БС-1977)*
LK-002	3.23	68.9045	70.2977	1.1	2.3	33.9
LK-008	41.88	68.811	70.276	5.5	20.7	11.7
LK-010	4.25	68.8642	70.3012	0.6	1.8	4.5
LK-012	2.22	68.9216	70.2825	3.2	7.3	20.5
LK-018	12.85	69.0061	70.2319	2.3	7.8	6.3
LK-019	15.16	68.9951	70.2301	1.9	6.3	6.3

* БС-1977 – Балтийская система высот.

торности. Для препятствия попадания пузырьков метана в камеру при суточных измерениях экспериментально были использованы пластиковые щиты, закрепленные на тонких веревках с нижней стороны камеры на удалении 70 см от нее. В течение каждого измерения отбирались образцы камерного воздуха и воды с поверхности для определения концентрации растворенного в воде метана.

Параллельно фиксировалась температура поверхности воды и дна (температурные датчики Thermochron DS 1922L), электропроводность и кислотность озерной воды (портативный мультиметр Hanna HI98129 Combo) и метеорологические характеристики: температура воздуха, давление и скорость ветра (портативная метеостанция Skywatch GEOSN11). Отбор проб газа и расчеты УП метана проводились по методологии, описанной в [Bastviken et al., 2010; Глаголев и др., 2010b], пробы анализировались на газовом хроматографе “Кристалл 5000.2” (ЗАО СКБ “Хроматэк”, г. Йошкар-Ола) с пламенно-ионизационным детектором (ПИД). Каждый образец хроматографировался в трехкратной повторности. Объем пробоотборника (петли) – 0.250 мл, длина хроматографической колонки – 3 м, диаметр – 2 мм, абсорбент Hayesep-N 80/100. Температура колонки – 60°C, температура ПИД – 150°C. В качестве газа-носителя использовался азот чистотой 99.999% с расходом 30 мл мин⁻¹. Расход водорода на горелке – 20 мл мин⁻¹, воздуха – 200 мл мин⁻¹. Калибровка хроматографа осуществлялась с помощью поверочных газовых смесей производства ООО “Мониторинг”, г. Санкт-Петербург со следующими концентрациями метана: 0.49 ± 0.07, 5.58 ± 0.5, 9.92 ± 0.6, 100 ± 5, 1000 ± 30 млн⁻¹.

2.2. Определение минимально возможного УП метана из атмосферы в озеро

В результате расчетов УП по полученным полевым данным было получено 12 отрицательных значений УП в диапазоне от –4.98 до –0.002 мг СН₄ м⁻² ч⁻¹ (в данной работе УП, соот-

ветствующие эмиссии метана с поверхности озера в атмосферу, мы приводим с положительным знаком, а УП с отрицательным знаком соответствуют поглощению метана из атмосферы). В связи с этим необходимо выяснить, являются ли данные УП артефактными и их нужно отбросить, или же они отражают реально идущие в экосистеме процессы.

Наименьший по величине возможный УП метана из атмосферы в воду был рассчитан с использованием так называемой двухслойной модели [Liss and Slater, 1974; Repo et al., 2007; Klaus and Vachon, 2020], согласно которой поток газа между через поверхность между атмосферой и водным объектом F (мг СН₄ м⁻² ч⁻¹) прямо пропорционален разнице между фактической концентрацией растворенного в воде газа C_{dis} и равновесной концентрацией газа в воде, соответствующей его атмосферной концентрации, C_{eq} (обе – мг СН₄ м⁻³):

$$F = k(C_{dis} - C_{eq}), \quad (1)$$

где k (м ч⁻¹) – коэффициент обмена между водой и атмосферой, всегда положительный по физическому смыслу. Минимально возможным потоком из атмосферы в воду при отсутствии информации о C_{dis} можно принять тот, который наблюдается при мгновенном потреблении метана в воде микроорганизмами, то есть при C_{dis} равном 0. Таким образом, наименьший возможный удельный поток F_{min} (мг СН₄ м⁻² ч⁻¹) будет ограничен только физическим процессом растворения атмосферного метана в воде и равен

$$F_{min} = -kC_{eq}. \quad (2)$$

Коэффициент обмена между водой и атмосферой согласно [Jähne et al., 1987; Striegl et al., 2012] определяется как:

$$k = k_{600} \left(\frac{Sc_{600}}{600} \right)^x, \quad (3)$$

где k_{600} – эмпирический параметр (м ч⁻¹), являющийся функцией свойств атмосферной турбулентности над водным объектом и его собствен-

ных характеристик, таких как площадь, форма и т.д. [Klaus and Vachon, 2020], Sc_{600} — число Шмидта для данного газа при данной температуре (безразмерное), x — безразмерный эмпирический параметр, характеризующий затухание турбулентности на поверхности водного объекта, варьирующий от -1 до -0.5 [Jähne et al., 1987; Striegl et al., 2012]. Измеренные значения k_{600} почти никогда не превышают 0.4 м ч^{-1} [Klaus and Vachon, 2020]. Для указанной выше минимальной температуры воды число Шмидта, рассчитанное по эмпирической формуле для метана из [Rero et al., 2007], равно 1127. k принимает максимальные значения в рамках диапазона возможных значений x при x , равном -0.5 . Тогда максимально возможное значение k равно 0.29 м ч^{-1} .

C_{eq} для метана можно рассчитать на основе закона Генри исходя из его концентрации в атмосфере, минимальной температуры пресной воды во время измерения для исследованных объектов, равной 8.7°C (берем именно минимальную температуру, так как чем она ниже, тем больше газа может раствориться в воде), а также характеристик растворимости, собранных в [Sander, 2015]. Учитывая, что медиана $\pm$ половина межквартильного размаха измеренных концентраций метана в приземном слое воздуха на высоте 80 см над поверхностью воды для всех точек исследования составила $2.12 \pm 0.12 \text{ млн}^{-1}$, равновесная концентрация метана C_{eq} будет равна $0.066 \pm 0.004 \text{ мг CH}_4 \text{ м}^{-3}$. Тогда наименьшее возможное потребление метана поверхностью водоема $F_{\min}$ для этих участков составит $-0.019 \pm 0.001 \text{ мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$.

Сопоставим это значение с реальными скоростями потребления метана метанотрофами в верхних, богатых кислородом слоях бореальных озер. При близких к атмосферным концентрациям метана потребление метана идет по реакции первого порядка, в этих слоях составляя -0.004 – $(-0.016) \text{ мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$ [Striegl and Michmerhuizen, 1998; Utsumi et al., 1998; Bastviken et al., 2008]. Тогда при C_{eq} , равной $0.066 \text{ мг CH}_4 \text{ м}^{-3}$, богатые кислородом слои воды (верхние 5 метров пресноводных водоемов) могут потребить около -0.001 – $(-0.005) \text{ мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$. Это означает, что потребление атмосферного метана водными объектами вероятнее всего ограничено характеристиками микробных сообществ, а вычисленное выше значение $F_{\min}$ является действительно минимальным УП на границе атмосферы с водным объектом, значения F ниже которого лишены физического смысла.

2.3. Математическое представление данных

Во время каждой серии камерных измерений УП метана определялись и концентрации метана

в воде, что позволило с помощью метода thin boundary layer (TBL) [UNESCO/ИНА, 2010] оценить диффузионную составляющую потока метана. Данный метод дает оценку интенсивности газообмена на границе “вода-атмосфера” по разнице концентраций газа в воде и в воздухе.

В ходе работы был проведен анализ по поиску регрессионных зависимостей между величиной УП в атмосферу и факторами окружающей среды. Для оценки качества полученных регрессий были использованы коэффициент корреляции Пирсона (R), F -критерий значимости регрессий, у которого было определено p -value с уровнем надежности 95%. Также был использован коэффициент несовпадения Тейла (U), который варьирует от 0 при полном совпадении экспериментальных и смоделированных данных до 1 при очень плохом совпадении [Theil, 1958].

Основываясь на зависимости, полученной нами ранее для термокарстового озера в тундре Западной Сибири [Kazantsev et al., 2018], мы аппроксимировали суточную динамику УП для озера LK-002 функцией вида (4):

$$F = b_1 + b_2 T_{\text{air}} \sin(2\pi^*(b_3 - h)/24), \quad (4)$$

где F — УП метана ($\text{мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$), b_1, b_2, b_3 — подобранные методом наименьших квадратов коэффициенты с их стандартной ошибкой, T_{air} — температура воздуха на высоте 0.1 м ($^\circ\text{C}$), h — время середины измерения, представленное в виде десятичной дроби, где целая часть соответствует часам.

Для каждого из озер была сделана оценка эмиссии метана в дневное время (т. к. большинство измерений шло в светлое время суток). Для этого каждый УП был разложен на диффузионную и пузырьковую компоненту следующим образом. Каждому из измеренных камерным методом УП метана F_{ch} поставлен в соответствие УП метана F_{TBL} , оцененный методом TBL. В случае, если $F_{TBL} \geq F_{ch}$, диффузионная компонента приравнивается к F_{ch} , пузырьковая компонента — к нулю. Если же $F_{TBL} < F_{ch}$, диффузионная компонента равна F_{TBL} , а пузырьковая вычислялась как $(F_{ch} - F_{TBL})$. Затем для каждого озера суммировалась медиана диффузионной компоненты и среднее значение пузырьковой, полученная величина умножалась на площадь озера.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Статистические характеристики удельных потоков метана на различных озерах и их связь с внешними факторами

В ходе работ на трех описанных участках было измерено 523 УП метана с разных озер и разных точек измерений, из них 10 отрицательных УП отфильтровано по принципу, описанному в раз-

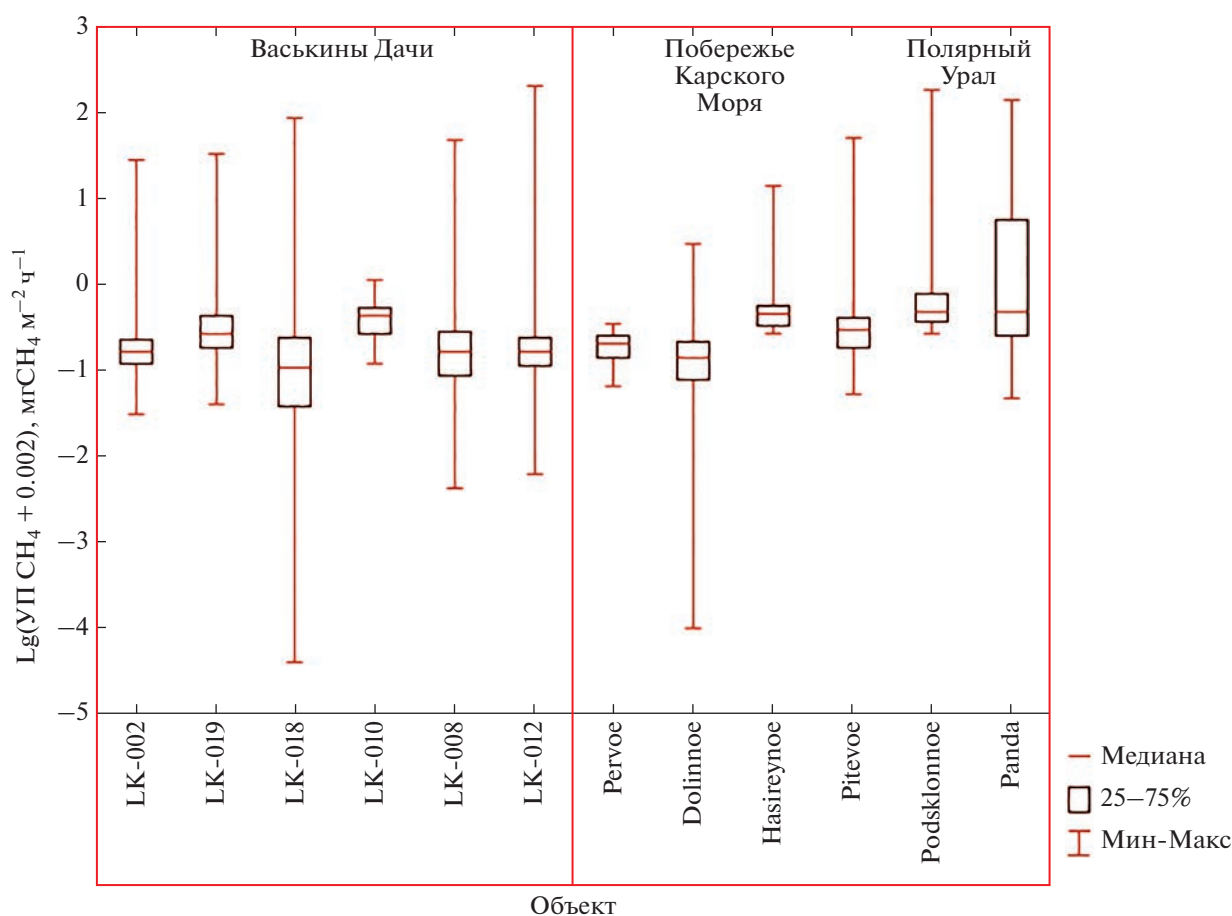


Рис. 2. Диаграммы размаха значений УП метана, измеренных на 12 перечисленных озерах в трех районах измерений.

деле “Материалы и методы”. Такая большая выборка значений позволила провести статистический анализ полученных данных, выявить общие закономерности распределения УП метана из исследованных водных объектов, а также определить влияние факторов окружающей среды на величину УП метана на границе “вода – атмосфера”.

Для графической иллюстрации полученных выборок на рис. 2 представлена диаграмма размаха для значений УП метана, измеренных со всех перечисленных озер (данные для близкорасположенных сообщающихся озер Панда и Ухо-Правое объединены в один массив, а для озера, на котором велись суточные измерения, в данную диаграмму включены только дневные значения для сопоставимости с остальными объектами).

95% измеренных УП небольшие по величине и не превышают $8 \text{ mg CH}_4 \text{ m}^{-2} \text{ ч}^{-1}$. Оценка величины диффузионной составляющей УП метана в атмосферу по методу TBL позволила сделать вывод, что для значений выше $8 \text{ mg CH}_4 \text{ m}^{-2} \text{ ч}^{-1}$ доля диффузионной составляющей не превышает 4%, в то время как для потоков менее $8 \text{ mg CH}_4 \text{ m}^{-2} \text{ ч}^{-1}$ доля

диффузионного УП, оцененного по TBL, составляет 51, 38 и 48% в среднем для районов Васькины Дачи, Побережье Карского моря и Полярный Урал соответственно.

Более высокие УП метана, измеренные на выбранных озерах, имеют очень большой разброс и обусловлены сразу несколькими факторами. В первую очередь это пузырьки метана, которые образуются в поровом растворе донных отложений (преимущественно донные отложения на описываемых водных объектах – это сапропель). После этого из-за высокой плавучести пузырьки быстро достигают поверхности воды. Таким образом метан, не подвергаясь окислению, эмитирует в атмосферу. Процесс образования пузырьков, их количество и размер, концентрация в них метана, попадание пузырька метана в камеру в именно момент измерения – определяются совокупностью факторов, имеющих преимущественно вероятностный характер. Это объясняет большие разбросы в значениях высоких УП метана из практически всех измеренных озер.

Кроме образования пузырьков метана в результате разложения органического вещества в

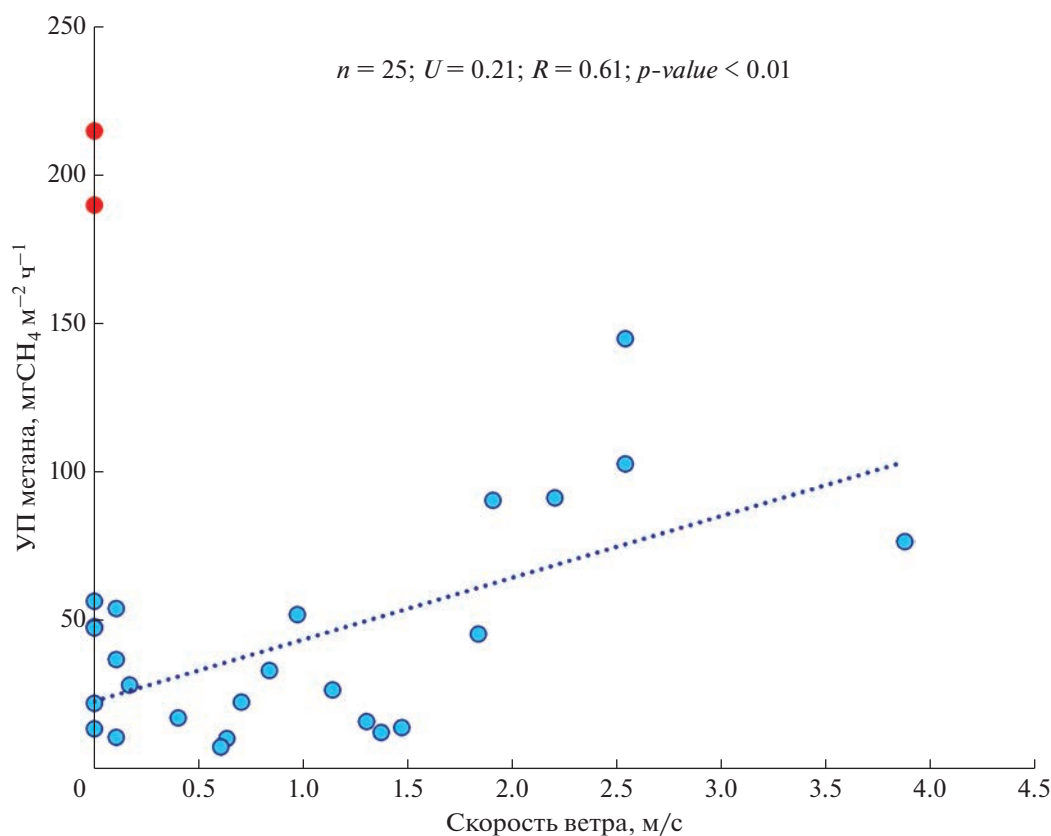


Рис. 3. Зависимость удельного потока метана в атмосферу (значения более $8 \text{ mgCH}_4 \text{ m}^{-2} \text{ ч}^{-1}$) от приземной скорости ветра во время измерений на точках.

грунтах, высокие УП могут регистрироваться из-за присутствия в данных озерах сипов метана, которые были зафиксированы на некоторых точках измерения (например, озеро LK-008).

Значительных различий в высоких значениях УП метана между тремя изученными в данной работе районами выявлено не было. Однако, была выявлена значимая корреляция между высокими значениями УП метана в атмосферу (более $8 \text{ mg CH}_4 \text{ m}^{-2} \text{ ч}^{-1}$) и скоростью ветра (рис. 3).

Все статистические критерии показывают статистическую значимость данной регрессии. Полученное уравнение для зависимости приведено в формуле (5):

$$F_{\text{CH}_4} = 20.83V_{\text{wind}} + 23.09, \quad (5)$$

где F_{CH_4} — УП метана на границе “вода — атмосфера” ($\text{mg CH}_4 \text{ m}^{-2} \text{ ч}^{-1}$), V_{wind} — приземная скорость ветра (m s^{-1}).

Точки, отмеченные на рис. 3 красным цветом, соответствуют измерениям на озерах LK-012 и Подсклонное. Они были исключены из данной зависимости, так как, вероятно, эти высокие значения УП обусловлены метановыми сипами.

Для изученных озер также наблюдается связь между глубиной озера и УП метана в атмосферу. При разбиении всех точек наблюдений на озерах по районам и по глубинному положению (условно все точки были разбиты на участки “прибрежная часть”, “середина”, “глубина”) видно, что на более мелких точках наблюдаются большие значения УП метана в атмосферу, чем на глубоких участках (рис. 4).

Исключением из этой закономерности для всех измеренных УП является район Полярного Урала и озера Панда и Подсклонное. Однако, если обратить внимание на квартильный размах, то данная закономерность характерна и для данного района. Связана она с тем, что глубина выступает как лимитирующий фактор для УП метана в атмосферу — при большей глубине на дне возникает большее гидростатическое давление, что препятствует образованию и выходу к поверхности воды пузырьков метана, так как растворимость метана при этом возрастает. Кроме того, при прохождении метана в водной толще от донных отложений к поверхности, часть его будет окислена, и также часть пузырьков метана растворится и перейдет в диффузионную составляющую. Чем больше глубина, тем большее расстояние необходимо

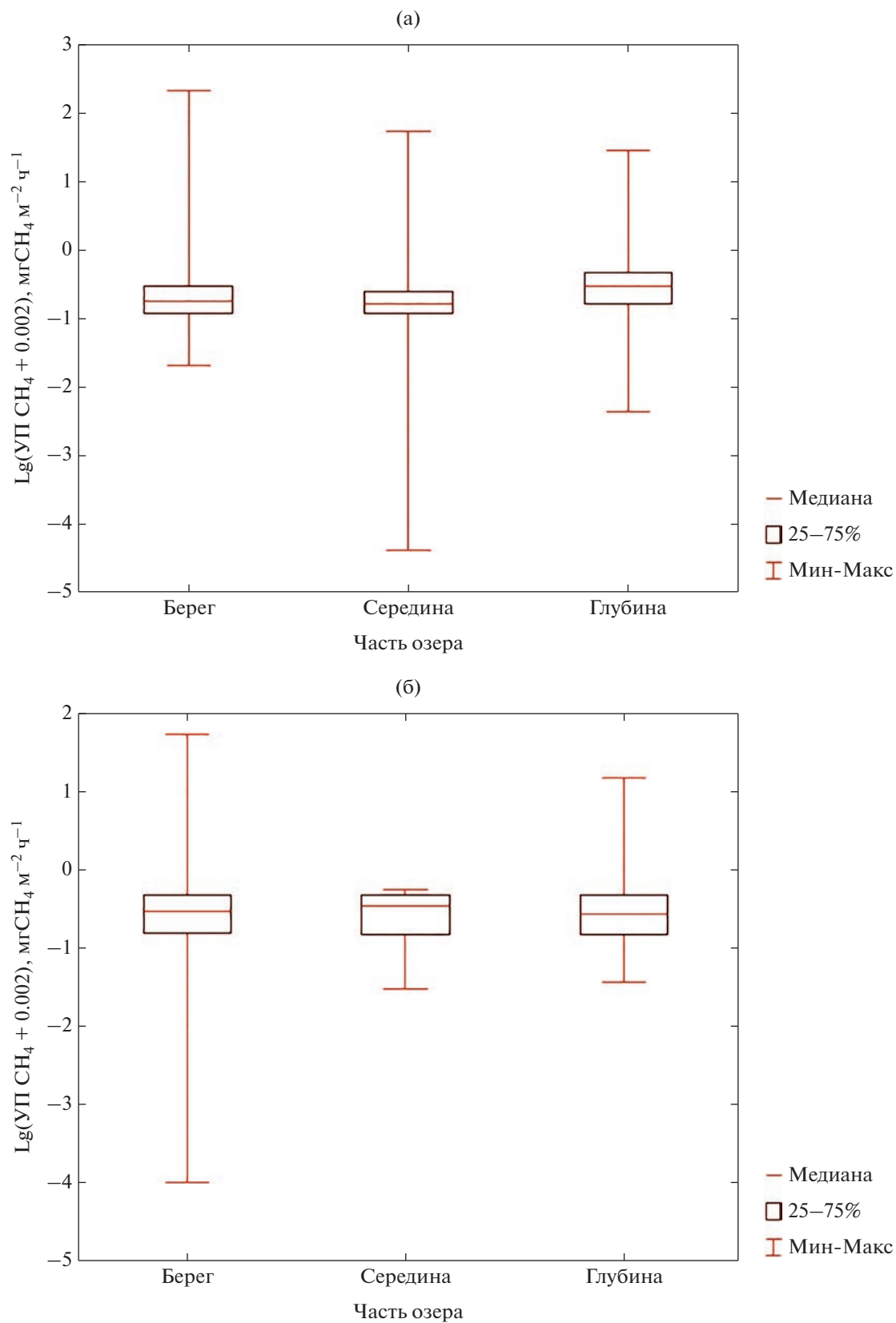


Рис. 4. Диаграммы размаха УП метана: распределение по глубинным участкам в трех районах проведения измерений (а – Васькины Дачи; б – Побережье Карского моря; в – Полярный Урал).

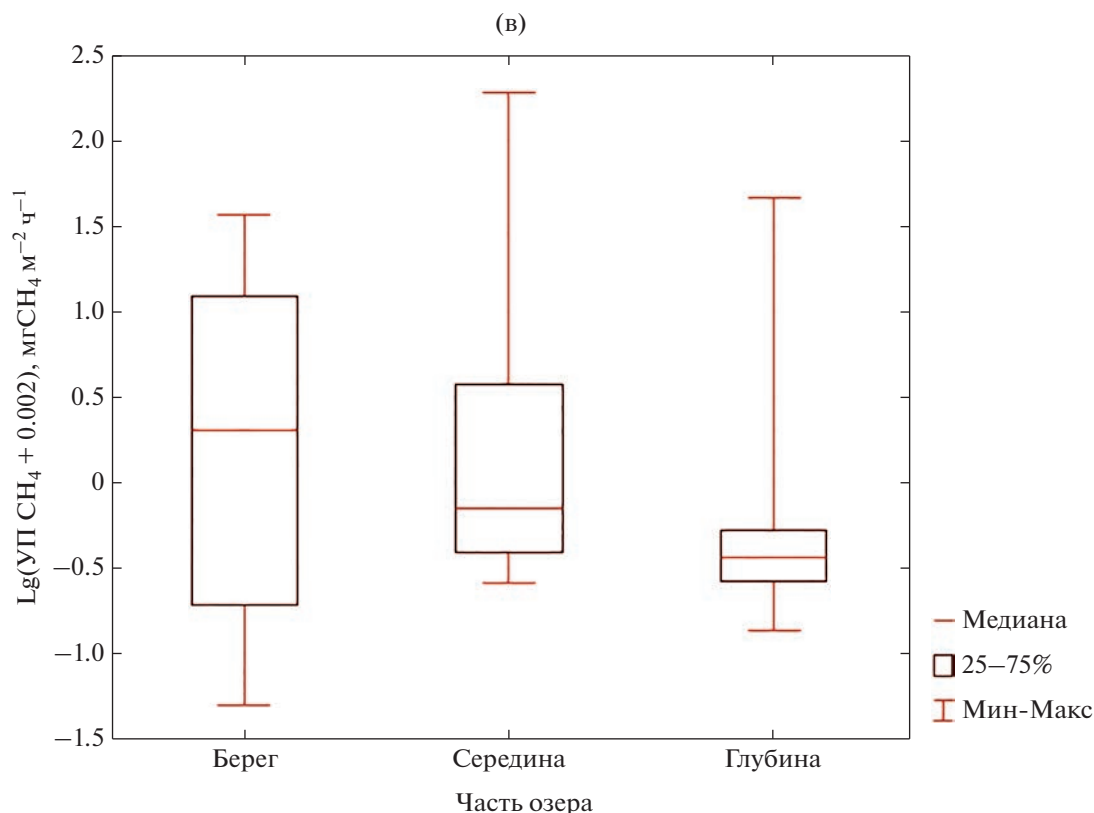


Рис. 4. Окончание

пройти метану от дна к поверхности — тем больше метана может быть окислено в водной толще, и глубина является одним из лимитирующих факторов для УП метана.

3.2. Суточная динамика

Суточная динамика УП метана на озере LK-002, описываемая функцией (4), графически отображена на рис. 5, коэффициенты уравнения приведены в табл. 3.

Коэффициент несовпадения Тейла U для данной модели составляет 0.138, что говорит о достаточно хорошем качестве аппроксимации. При этом, если вместо температуры воздуха использовать температуру придонного слоя осадков ($^{\circ}\text{C}$), качество аппроксимации незначительно улучшается ($U = 0.136$), однако мы считаем в таком слу-

чае более целесообразным использовать температуру воздуха в качестве переменной, так как ее значения может быть проще получить в полевых условиях, особенно если речь идет о долговременных рядах наблюдений. Однако стоит отдельно отметить, что полученная зависимость на текущем этапе может быть использована в первую очередь для характеристики полученного массива данных, а для потенциальной экстраполяции требуется ее усовершенствование с использованием долговременных рядов наблюдений.

3.3. Оценки эмиссий

В табл. 4 приведены полученные нами оценки эмиссий для всех изученных озер с использованием рассчитанных характеристических величин УП для диффузионного и пузырькового типа эмис-

Таблица 3. Численные значения параметров уравнения (4) для озера LK-002 на ключевом участке “Васькины Дачи”

Независимая переменная	Коэффициент уравнения с его стандартной ошибкой		
	b_1	b_2	b_3
Температура воздуха	0.065 ± 0.009	0.004 ± 0.001	-3.142 ± 0.790
Температура дна	0.078 ± 0.008	0.004 ± 0.001	-3.028 ± 0.795

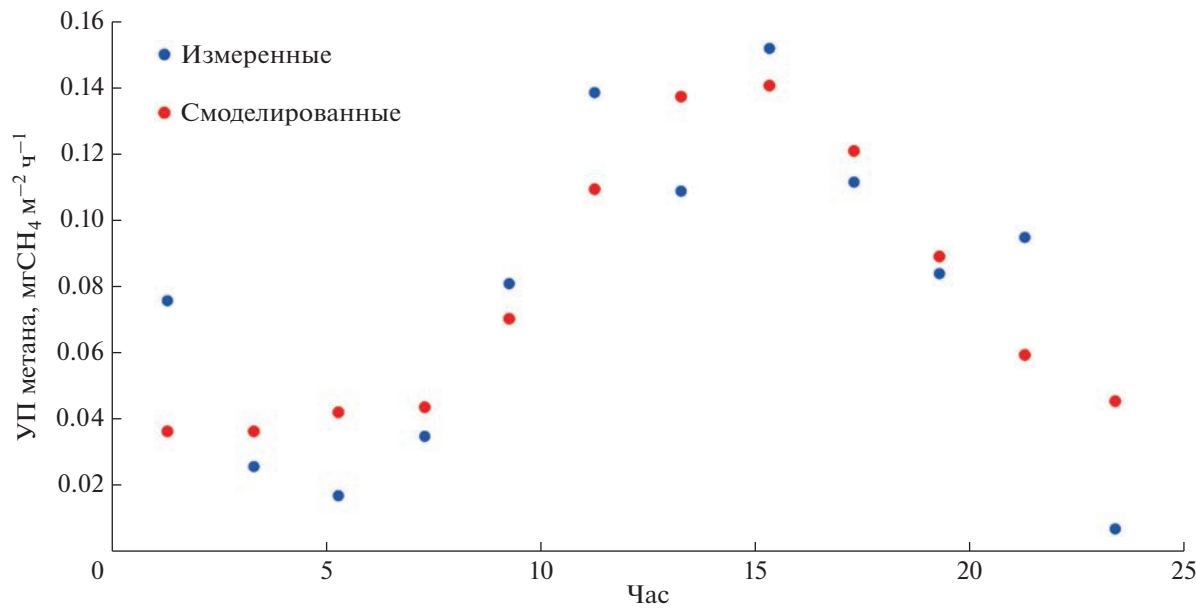


Рис. 5. Суточная динамика УП метана из озера на ключевом участке “Васькины Дачи” (экспериментальные и смоделированные значения).

сии. Интересно, что УП, нормированные на площадь озера, и средние значения УП, полученные в результате прямых камерных наблюдений, очень близки по величине, что говорит нам о том, что как минимум для исследованных нами озер средний измеренный УП также можно использовать для оценки эмиссии. Полученные оценки варьируют от 0.23 г $\text{CH}_4 \text{ ч}^{-1}$ для небольшого (но не самого малого по площади среди изученных) озера на участке “Побережье Карского моря” до

Таблица 4. Оценки эмиссии метана из исследованных озер тундры Западной Сибири (ключевые участки расположены с севера на юг, озера внутри групп расположены по возрастанию площади)

Озеро	Медианный расчетный диффузионный УП, $\text{мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$	Средний расчетный пузырьковый УП, $\text{мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$	Эмиссия с озера, $\text{г CH}_4 \text{ ч}^{-1}$	УП, нормированный на площадь озера, $\text{мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$	Средний по камерным измерениям УП, $\text{мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$
Васькины Дачи					
LK-012	0.07	3.85	86.89	3.91	3.91
LK-002	0.06	0.94	32.53	1.01	1.01
LK-010	0.24	0.15	16.53	0.39	0.43
LK-018	0.03	4.94	639.79	4.98	4.98
LK-019	0.10	1.12	184.89	1.22	1.21
LK-008	0.07	1.79	775.38	1.85	1.88
Побережье Карского моря					
Первое	0.09	0.12	0.23	0.21	0.21
Питьевое	0.10	3.60	7.40	3.70	3.70
Долинное	0.05	0.26	5.83	0.30	0.30
Хасырейное	0.09	0.95	63.21	1.04	1.04
Полярный Урал					
Подсклонное	0.25	1.59	0.73	1.83	1.91
Ухо-правое	0.40	30.24	18.38	30.63	30.63
Панда	0.08	18.50	104.04	18.58	18.57

775.38 г $\text{CH}_4 \text{ ч}^{-1}$ для озера с самой большой площадью ЛК-008 на “Васькиных Дачах”.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Как можно видеть из результатов исследования, для большинства станций измерений величина УП метана невелика. Значения УП метана достаточно низкие по ряду причин. В первую очередь, необходимо отметить невысокие температуры воды — средние значения температур составляют около 12°C за все измерения. При этом температура имеет незначительную пространственную динамику: наибольшее значение составляет 15°C , наименьшее 8.5°C . Такие относительно невысокие температуры воды не создают оптимальных условий для того, чтобы происходила активная генерация метана в донных отложениях.

Также из-за того, что озера неглубокие и хорошо перемешаны (наибольший градиент температуры наблюдался на озере ЛК-012 — около 0.5°C на метр — гомотермия), они полностью насыщены кислородом, который практически не расходуется в толще воды из-за низкой биологической активности тундровых озер. Так как метан может накапливаться в воде при анаэробных условиях (содержание кислорода менее 1 мг л^{-1}), при наблюдаемом минимальном содержании в $7.05 \text{ мг O}_2 \text{ л}^{-1}$ метан в водной толще быстро окисляется метанотрофами. По указанным причинам для данных озер не было выявлено зависимостей между УП метана в атмосферу и температурой воды или содержанием растворенного кислорода.

Результаты измерений значений УП метана хорошо согласуются с данными ранее проведенных на севере Западной Сибири исследований. Так, в работе [Голубятников и Казанцев, 2013] приведены значения УП метана, характерных для тундровых озер верховьев р. Таз и Гыданского полуострова, в диапазоне $0.24\text{--}2.93 \text{ мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$. Полученные в нашей работе УП метана также соответствуют диапазону значений, характерных для озер тундры в районе устья р. Таз [Kazantsev et al., 2018]. В этом исследовании показано, что средние значения УП метана в четырех озерах составляют $0.61\text{--}1.24 \text{ мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$. При этом все проведенные в тундровой зоне Западной Сибири исследования эмиссии метана с поверхности озер, включая настоящую работу, показывают в целом более высокие значения УП метана, нежели с озер Большеземельской тундры. Так, в работе [Забелина и др., 2017] приведены диффузионные УП метана в интервале $0.01\text{--}0.87 \text{ мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ сут}^{-1}$, что соответствует значениям $0.0004\text{--}0.04 \text{ мг CH}_4 \text{ м}^{-2} \text{ ч}^{-1}$.

В ходе анализа полученных результатов удалось выявить статистически значимую зависи-

мость УП метана от скорости приземного ветра (рис. 3). Данная зависимость проявляется на выбранных водных объектах, поскольку они имеют очень небольшую глубину (в среднем до 3 м). При полном отсутствии стратификации ветровое воздействие легко перемешивает водную толщу полностью, из-за чего будет происходить взмучивание донных отложений. Сапропель очень подвержен этому явлению, поэтому пузырьки, находящиеся в донных отложениях, будут активно выделяться в атмосферу. Чем интенсивнее ветровое воздействие и, как следствие, взмучивание, тем интенсивнее будет происходить высвобождение пузырьков, а УП метана будет больше.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках исследования получен и проанализирован большой массив значений УП метана в совокупности с факторами окружающей среды, потенциально оказывающих влияние на интенсивность эмиссии.

Прослеживается временная и пространственная изменчивость эмиссий. Суточные изменения интенсивности эмиссии метана хорошо аппроксимируются гармонической функцией, где независимыми переменными выступают температура воздуха и время суток.

Приведенные в этой статье результаты могут впоследствии быть использованы при расчете региональных оценок эмиссии метана и в математических моделях, описывающих и прогнозирующих особенности функционирования атмосферы и климата.

БЛАГОДАРНОСТИ

Обработка данных и расчеты выполнены в рамках госзадания ИФА РАН 1022030400001-9 “Мониторинг и анализ динамики эмиссии парниковых газов из наземных и пресноводных экосистем арктической зоны России”. Полевые работы на стационаре “Васькины Дачи” проведены при поддержке Института криосферы Земли ТюмНЦ СО РАН (г. Тюмень) и НП “Российский центр освоения Арктики” (г. Салехард).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Глаголев М.В., Клепцова И.Е., Казанцев В.С. и др. Эмиссия метана из болотных ландшафтов тундры Западной Сибири // Вестник ТГПУ. 2010а. № 3(93). С. 78–86.
- Глаголев М.В., Сабреков А.Ф., Казанцев В.С. Измерение газообмена на границе почва/атмосфера. Томск: Издательство Томского государственного педагогического университета, 2010б. 96 с.
- Голубятников Л.Л., Казанцев В.С. Вклад тундровых озер Западной Сибири в метановый бюджет атмос-

- сферы // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49. № 4. С. 430–438.
- Забелина С.А., Широкова Л.С., Климов С.И. и др. Эмиссия метана с поверхности термокарстовых озер болшеземельской тундры // Мониторинг состояния и загрязнения окружающей среды. Основные результаты и пути развития. 2017. С. 152–153.
- Ребристая О.В., Хитун О.В. Ботанико-географические особенности флоры Центрального Ямала // Ботанический журнал. 1998. Т. 83. № 7. С. 37–52.
- Юрцев Б.А., Толмачев А.И., Ребристая О.В. Флористическое ограничение и разделение Арктики // Арктическая флористическая область / Под ред. Юрцева Б.А. Ленинград: Наука, 1978. С. 9–104.
- Bastviken D., Cole J.J., Pace M.L., Van de Bogert M.C. Fates of methane from different lake habitats: Connecting whole lake budgets and CH₄ emissions // J. Geophys. Res. 2008. V. 113. № G2. G02024. <https://doi.org/10.1029/2007JG000608>
- Bastviken D., Santoro A.L., Marotta H. et al. Methane emissions from Pantanal, South America, during the low water season: toward more comprehensive sampling // Environ. Sci. Technol. 2010. V. 44. № 14. P. 5450–5455.
- Bazhin N. Methane Emission from Bottom Sediments // Chem. Sustain. Dev. 2003. V. 11. P. 577–580.
- CAVM Team. Circumpolar Arctic Vegetation Map. (1 : 7,500,000 scale), Conservation of Arctic Flora and Fauna (CAFF). Map № 1. 2003.
- Cole J.J., Caraco N.F. Atmospheric exchange of carbon dioxide in a low-wind oligotrophic lake measured by the addition of SF₆ // Limnol. Oceanogr. 1998. № 43. P. 647–656.
- Dvornikov Y., Leibmann M., Heim B. et al. Geodatabase and WebGIS project for long-term permafrost monitoring at the VaskinyDachi Research Station, Yamal, Russia // Polarforschung. 2016. V. 85. № 2. P. 107–115.
- Dvornikov Y.A., Leibmann M.O., Heim B. et al. Thermodegradation on Yamal peninsula as a source of the dissolved organic matter increase in thaw lakes // Earth's Cryosph. 2017. V. 21. № 2. P. 28–37.
- Esri, Garmin, HERE, GEBCO, NOAA, National Geographic, Geonames.org et al. 2020. ESRI World Ocean Base [Online map]. URL: https://services.arcgisonline.com/ArcGIS/rest/services/Ocean/World_Ocean_Base/MapServer/tile/%7Bz%7D/%7By%7D/%7Bx%7D (22.12.2022).
- UNESCO/IHA GHG measurement guidelines for freshwater reservoirs / Goldenfum J.A. (Ed.). International Hydropower Association (IHA): London, UK, 2010. 138 p. URL: <https://www.hydropower.org/publications/ghg-measurement-guidelines-for-freshwater-reservoirs> (30.01.23).
- Gruca-Rokosz R., Tomaszek J. Methane and Carbon Dioxide in the Sediment of a Eutrophic Reservoir: Production Pathways and Diffusion Fluxes at the Sediment–Water Interface // Water Air Soil Pollut. 2015. V. 226. P. 16–32.
- Guerin F., Abril G. Significance of pelagic aerobic methane oxidation in the methane and carbon budget of a tropical reservoir // J. Geophys. Res. 2007. V. 112. P. 3006–3020.
- Harrison J., Deemer B., Birchfield M., O'Malley M. Reservoir Water-Level Drawdowns Accelerate and Amplify Methane Emission // Environ. Sci. Technol. 2017. V. 51. № 3. P. 1267–1277.
- IPCC, 2021: Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / Masson-Delmotte V et al. (eds). Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2021. 2391 p. <https://doi.org/10.1017/9781009157896>
- Kazantsev V.S., Krivenok L.A., Cherbunina M.Yu. Methane emissions from thermokarst lakes in the southern tundra of Western Siberia // Geogr. Environ. Sustain. 2018. V. 11. № 1. P. 58–73.
- Klaus M., Vachon D. Challenges of predicting gas transfer velocity from wind measurements over global lakes // Aquat. Sci. 2020. V. 82. № 3. P. 53.
- Liss P.S., Slater P.G. Flux of gases across the air-sea interface // Nature. 1974. V. 247. P. 181–184.
- Milberg P., Tornqvist L., Westerberg L., Bastviken D. Temporal variations in methane emissions from emergent aquatic macrophytes in two boreonemoral lakes // AoB Plants. 2017. V. 9. № 4. <https://doi.org/10.1093/aobpla/plx029>
- Miller B., Arntzen E., Goldman A., Richmond M. Methane Ebullition in Temperate Hydropower Reservoirs and Implications for US Policy on Greenhouse Gas Emissions // Env. Manag. 2017. V. 60. № 4. P. 615–629.
- Ostrovsky I., McGinnis D., Lapidus L., Eckert W. Quantifying gas ebullition with echosounder: the role of methane transport by bubbles in a medium-sized lake // Limn. and Oceanogr. 2018. V. 6. № 2. P. 105–118.
- Repo E., Huttunen J.T., Naumov A.V. et al. Release of CO₂ and CH₄ from small wetland lakes in western Siberia // Tellus B: Chem. Phys. Meteorol. 2007. V. 59. № 5. P. 788–796.
- Sabrekov A., Glagolev M., Kleptsova I., Maksyutov S. CH₄ emission from West-Siberia tundra mires // Environmental Dynamics and Global Climate Change. 2011. V. 2. № 1. P. 1–16.
- Sander R. Compilation of Henry's law constants (version 4.0) for water as solvent // Atmos. Chem. Phys. 2015. V. 15. P. 4399–4981. <https://doi.org/10.5194/acp-15-4399-2015>
- Savvichev A., Rusanov I., Dvornikov Yu. et al. The water column of the Yamal tundra lakes as a microbial filter preventing methane emission // Biogeosciences. 2021. V. 18. № 9. P. 2791–2807.
- Striegl R.G., Michmerhuizen C.M. Hydrologic influence on methane and carbon dioxide dynamics at two north-central Minnesota lakes // Limnol. Oceanogr. 1998. V. 43. P. 1519–1529. <https://doi.org/10.4319/lo.1998.43.7.1519>
- Theil H. Economic forecasts and policy. North-Holland Pub Co, Amsterdam, 1958. 562 p.
- Utsumi M., Nojiri Y., Nakamura T. et al. Dynamics of dissolved methane and methane oxidation in dimictic Lake Nojiri during winter // Limnol. Oceanogr. 1998. V. 43. P. 10–17. <https://doi.org/10.4319/lo.1998.43.1.0010>

Methane Emission from Lakes in the North of Western Siberia

V. S. Kazantsev^{1, *}, L. A. Krivenok¹, Yu. A. Dvornikov^{1, 2}, V. A. Lomov¹, and A. F. Sabrekov^{1, 3}

¹*Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzhevskii per., 3, Moscow, 119017 Russia*

²*Department of Landscape Design and Sustainable Ecosystems, Agrarian-Technological Institute, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, 117198 Russia*

³*Yugra University, Chekhova str., 16, Khanty-Mansiysk, 628012 Russia*

**e-mail: kazantsev@ifaran.ru*

The paper presents the results of field measurements of methane fluxes into the atmosphere from thermokarst lakes located on the Russian Federation territory on the three key sites: foothills of the Polar Urals, coast of the Kara Sea and the northwestern part of the Yamal Peninsula. A total of 13 lakes were studied and about 500 methane fluxes were measured by the floating chamber method. The results showed most of the fluxes does not exceed $8 \text{ mg CH}_4 \text{ m}^{-2} \text{ h}^{-1}$. For more significant values, a statistically significant correlation with the wind speed was revealed, which largely determines the intensity of gas exchange on the “water-atmosphere” boundary. The exceptions are measurements in zone of lake methane seeps. For most lakes, the greatest scatter of measured fluxes was observed in the shallow part. The diurnal dynamics of methane fluxes was approximated by a sinusoidal function. For the lakes presented in the work, the range of emission assessment is $0.23\text{--}775.38 \text{ g CH}_4 \text{ h}^{-1}$. Obtained results are important material for estimating regional methane emission from the surface of thermokarst lakes in the tundra zone.

Keywords: greenhouse gases, freshwater ecosystems, fluxes, diurnal dynamics, carbon balance

УДК 551.510.42

СРАВНЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИЗМЕРЕНИЙ СОДЕРЖАНИЯ CO₂ В АТМОСФЕРЕ САНКТ-ПЕТЕРБУРГА

© 2023 г. Г. М. Неробелов^{a, b, *}, Ю. М. Тимофеев^a, С. П. Смышляев^c, С. Ч. Фока^a, Х. Х. Имхасин^a

^aСанкт-Петербургский государственный университет,
Университетская наб., 7/9, Санкт-Петербург, 199034 Россия

^bСПб ФИЦ РАН – Научно-исследовательский центр экологической безопасности Российской академии наук,
ул. Корпусная, 18, Санкт-Петербург, 187110 Россия

^cРоссийский государственный гидрометеорологический университет,
Малоохтинский проспект, 98, Санкт-Петербург, 195196 Россия

*e-mail: akulishe95@mail.ru

Поступила в редакцию 07.12.2022 г.

После доработки 21.12.2022 г.

Принята к публикации 11.01.2023 г.

Из-за увеличения содержания CO₂ в земной атмосфере, значительный вклад в которое вносят антропогенные эмиссии мегаполисов, требуется повышать качество их оценок. Современные экспериментальные методы оценки антропогенных эмиссий углекислого газа основаны на решении обратной задачи при помощи высокоточных измерений содержания CO₂ и численных моделей газового состава атмосферы. Качество подобных моделей значительно определяет погрешности оценок эмиссий. Поэтому для определения факторов, влияющих на погрешность оценки эмиссий, требуется проводить валидацию численных моделей переноса CO₂. В текущей работе на примере российского мегаполиса Санкт-Петербурга за период с января 2019 по март 2020 гг. сравниваются временные изменения среднего отношения смеси CO₂ в столбе атмосферы от поверхности Земли до ~70–75 км (XCO₂), полученные с помощью модели WRF-Chem и измеренные Фурье-спектрометром Bruker EM27/SUN. В ходе исследования было выяснено, что модель WRF-Chem хорошо повторяет измеренное временное изменение XCO₂ в районе Санкт-Петербурга за период более года (коэффициент корреляции ~0.95). Однако, при задании химических граничных условий на основе данных CarbonTracker v2022-1, модель заметно завышает измеренные XCO₂ почти в течение всего периода исследования – средняя разность достигает 4.2 ppm (1%) со стандартным отклонением 1.9 ppm (0.5%). Коррекция граничных условий на основе анализа влияния направлений ветра на XCO₂ позволяет почти в два раза минимизировать среднюю разность между результатами измерений и моделирования. При этом, значения XCO₂ на основе измерений и моделирования с нескорректированными граничными условиями имеют меньшие различия в вегетационный период, что, вероятно, говорит о компенсации средней разности ошибками в расчете биогенного вклада. Таким образом, причиной сохраняющейся средней разности между данными измерений и моделирования могут быть ошибки в химических граничных условиях для верхней тропосферы, а также в оценке биогенного вклада на содержание CO₂.

Ключевые слова: XCO₂ в Санкт-Петербурге, антропогенные эмиссии CO₂, WRF-Chem, дистанционные измерения, Bruker EM27/SUN, CarbonTracker

DOI: 10.31857/S0002351523020050, **EDN:** HPGBSF

1. ВВЕДЕНИЕ

Антропогенные эмиссии CO₂ с территорий мегаполисов вносят значительный вклад в рост содержания этого газа в земной атмосфере [Masson-Delmotte, 2021]. Мегаполис Санкт-Петербург – один из крупнейших промышленных центров России (по данным правительства Санкт-Петербурга [Комитет по экономической политике и стратегическому планированию Санкт-Петербурга, 2022]), город с населением в несколько миллионов человек и площадью ~1400 км². На территории мегаполиса расположено около десяти ТЭЦ, большое количество промышленных предприятий и разнообразных видов транспорта. Таким образом, Санкт-Петербург должен представлять из себя крупный антропогенный источник CO₂. Качественная оценка эмиссий крупных городов (не только Санкт-Петербурга) является

бурга, 2022]), город с населением в несколько миллионов человек и площадью ~1400 км². На территории мегаполиса расположено около десяти ТЭЦ, большое количество промышленных предприятий и разнообразных видов транспорта. Таким образом, Санкт-Петербург должен представлять из себя крупный антропогенный источник CO₂. Качественная оценка эмиссий крупных городов (не только Санкт-Петербурга) является

значимой задачей, например, для определения суммарного ежегодного вклада России в содержание CO_2 и, таким образом, во влияние страны на изменения климата Земли.

Существующие подходы оценки эмиссий CO_2 нуждаются в совершенствовании. Например, традиционные инвентаризационные методы могут приводить к большим погрешностям — до 50% и более [Bovensmann, 2010; Oda, 2019]. Сегодня активно исследуются экспериментальные подходы оценки антропогенных эмиссий парниковых газов, а в частности CO_2 . Одним из таких является наземный дистанционный метод измерений пространственно-временной вариации общего содержания (ОС) CO_2 с помощью мобильных и взаимокалиброванных дистанционных измерений. В качестве измерительных приборов могут быть использованы Фурье-спектрометры Bruker EM27/SUN, которые уже несколько лет активно используются в схожих исследованиях [Hase, 2015; Vogel, 2015].

Метод оценки антропогенных эмиссий CO_2 при помощи измерений основан на соотношении измеренного содержания газа с источниками при помощи современных численных моделей динамики газового состава атмосферы высокого пространственного разрешения и алгоритмов решения обратных задач (пример см. в [Zheng, 2019]). Причем в работе [Timofeyev, 2022] отмечается, что дистанционный подход к определению антропогенных эмиссий CO_2 представляет из себя последовательность решения двух обратных задач — атмосферной оптики и атмосферного переноса. Как для всех некорректных в классическом смысле обратных задач, погрешности их решений значительно определяются качеством используемой априорной информации и прямого оператора. В случае обратной задачи атмосферной оптики прямым оператором является хорошо валидированная модель переноса радиации в атмосфере, а в случае обратной задачи атмосферного переноса — модель динамики газового состава атмосферы. Прямой оператор обратной задачи атмосферного переноса очень сложен, так как должен учитывать множество динамических атмосферных процессов, взаимодействующих друг с другом и априорную информацию (источники и стоки CO_2), имеющую погрешности. В работах [Timofeyev, 2019; Ionov, 2021] оцениваются суммарные антропогенные эмиссии CO_2 с территории Санкт-Петербурга на основе экспериментального метода. Исследования показывают, что различия в используемых моделях атмосферного переноса приводят к разностям между оценками эмиссий до 30% и более. Как показано в работах [Houweling, 2010; Peylin, 2013] использование разных численных

моделей динамики газового состава атмосферы может приводить к более существенным различиям в оценках антропогенных и естественных эмиссий CO_2 — ~50% и более. Соответственно точность экспериментальных оценок антропогенных эмиссий углекислого газа с территории мегаполиса в существенной степени зависит не только от качества измерений антропогенного вклада города в содержание CO_2 , но и от используемой численной модели атмосферного переноса и априорной информации.

В связи с этим актуальна проблема анализа возможностей моделей динамики газового состава атмосферы представлять пространственно-временное изменение содержания CO_2 , в особенности в районе мегаполисов. В работе [Nerobelov, 2021] для анализа качества численной модели используются локальные измерения приземного отношения смеси CO_2 в Санкт-Петербурге, но анализ сравнений указывает на недостатки данного подхода. Приземные измерения CO_2 сильно зависят от локальных процессов и закономерностей, которые обычно имеют более высокие погрешности при моделировании [Maksyutov, 2021; Martin, 2019]. В свою очередь модельное среднее отношение смеси газа в слое от поверхности Земли до верхней границы модели (XCO_2) имеет меньшую погрешность относительно измерений. Это связано с тем, что данная величина менее зависима от локальных особенностей области исследования. Кроме того, XCO_2 характеризует все факторы, влияющие на содержание CO_2 в рассматриваемом слое атмосферы (например, источники и стоки, горизонтальный и вертикальный перенос). Поэтому анализ соответствия между данными измерений и моделирования ОС CO_2 или XCO_2 более информативен, чем содержание газа на определенной высоте в малом объеме воздуха.

Анализ моделирования XCO_2 высокого пространственного разрешения проделан для многих городов Земли (см. [Buchwitz, 2005; Callewaert, 2022; Zhao, 2019]). Однако, для территории мегаполиса Санкт-Петербурга и прилегающей к нему территории подобные исследования за период более года ранее не проводились.

В исследовании [Zhao, 2019] приведены результаты сопоставления XCO_2 в Берлине, Германия в 2014 г., полученные на основе измерений серией ИК Фурье-спектрометров Bruker EM27/SUN и моделирования WRF-GHG. В среднем разность между измерениями и моделированием составила 1–2 ppm. При этом, в этой же работе, а также в ряде других [Ionov, 2021; Makarova, 2021] показано, что антропогенный вклад города в содержание CO_2 , измеренный при помощи парных высокоточных спектрометров, находится в диапазоне

от менее ~ 0.5 до 5 ppm. Данная характеристика имеет почти прямую связь с антропогенными эмиссиями CO_2 с территории города. Суть парных измерений заключается в возможности исключения всех основных влияющих факторов на содержание CO_2 , кроме антропогенных выбросов с территории исследуемого города или иного объекта. При таком подходе, учитывая, что модель качественно представляет атмосферный перенос, достаточно варьировать только априорные антропогенные эмиссии города до тех пор, пока результаты моделирования не станут наилучшим образом согласовываться с измерениями. Скорректированные априорные эмиссии будут являться решением обратной задачи атмосферного переноса. Однако, если доступны измерения содержания CO_2 лишь одним прибором, то при моделировании важно корректно учитывать и иные влияющие факторы (т.е. перенос CO_2 с границ области моделирования, биогенный вклад и др.). Поэтому при таком подходе достаточная погрешность моделирования динамики CO_2 в атмосфере зависит от величины антропогенного вклада. Например, если вклад 5 ppm, то с погрешностью моделирования 1 ppm погрешность скорректированных антропогенных эмиссий CO_2 составит 20%. Если вклад 1 ppm, то при той же погрешности моделирования погрешность апостериорных эмиссий составит 100%. Опираясь на диапазон антропогенного вклада Санкт-Петербурга из работ [Ionov, 2021; Makarova, 2021], можно сказать, что для оценки антропогенных эмиссий города с использованием только одного измерительного прибора погрешность моделирования должна быть около 0.5–1 ppm (0.1–0.2%) и ниже.

Целью данного исследования является адаптация численной модели прогноза погоды и состава атмосферы высокого пространственного разрешения WRF-Chem и валидация результатов моделирования XCO_2 в районе Санкт-Петербурга за период с января 2019 по март 2020 гг. при помощи комплексных измерений состава и состояния атмосферы.

2. ДАННЫЕ И МЕТОДЫ

Исследование проводится для российского мегаполиса Санкт-Петербурга и его окрестностей. Измерения XCO_2 и приземных скорости и направления ветра проводятся в Петергофе (западная часть Санкт-Петербурга), тогда как аэрологические измерения вертикального профиля ветра — в п. Воейково (на востоке от Санкт-Петербурга, Ленинградская область). Оба населенных пункта удалены друг от друга примерно на 50 км и в целом имеют схожие географические условия — расположены в слабо урбанизированной

области с не плотным автомобильным движением. Воейково и Петергоф окружены преимущественно смешанным лесом, лугами и полями, не имеют на территории крупных точечных источников газа (ТЭЦ, промышленные предприятия).

2.1. Экспериментальные данные

Измерения параметров ветра

Для валидации модели WRF-Chem в исследовании используются данные измерений XCO_2 , а также важнейших метеорологических параметров, характеризующих атмосферный перенос — приземные скорость и направление ветра, вертикальный профиль параметров ветра. В Петергофе на базе физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета (СПбГУ) проводятся регулярные измерения приземных параметров ветра при помощи прибора Weather station WXT536 на высоте ~ 18 –20 м. Погрешности для скорости и направления ветра составляют 3% и 3° , соответственно (при скорости ветра 10 м/с, см. <https://www.campbellsci.com.au/wxt536>). Данные доступны с интервалом в 10 минут. Аэрологические измерения вертикального распределения метеорологических параметров взяты с сайта <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html>. Данные измерения выполняются при помощи запуска метеозондов с измерительной станции в п. Воейково. В исследовании используются измеренные вертикальные профили скорости, направления ветра и температуры воздуха за два доступных срока — 0 и 12 ч UTC. Вертикальный предел измерений достигает ~ 30 км над поверхностью Земли.

Измерения XCO_2

В настоящей работе используются данные измерений XCO_2 , полученные с помощью откалиброванного ИК Фурье-спектрометра Bruker EM27/SUN. Измерения данным прибором проводились в Петергофе в период с 01.2019 по 03.2020 гг. в рамках проведения международной программы мобильных и стационарных измерений CO_2 EMME (Emission Monitoring Mobile Experiment) [Ionov, 2021; Makarova, 2021; Alberti, 2022]. Данный прибор измеряет спектры прямого солнечного излучения в инфракрасном (ИК) диапазоне 4000 – 12000 cm^{-1} со спектральным разрешением 0.5 cm^{-1} . Для интерпретации спектров используется алгоритм, описанный в работе [Frey, 2019], при этом XCO_2 рассчитывается, как среднее содержание углекислого газа в слое от поверхности Земли до высоты 75 км. Исследования показали, что систематическая и случайная погрешности восстановления XCO_2 при помощи измерений

Bruker EM27/SUN могут достигать $\sim 0.5\%$ и $0.025\text{--}0.075\%$, соответственно [Frey, 2019; Gisi, 2012; Frey, 2015]. Данные измерений XCO_2 в Петергофе доступны с шагом ~ 1 минута, однако имеют большие пропуски, как в течение дней, так и всего периода исследования, что связано преимущественно с погодными условиями (доступно 83 дня измерений за период более года).

Измерения XCO_2 в Санкт-Петербурге с помощью наземного спектроскопического метода начаты на базе СПбГУ в 2009 году при помощи стационарного ИК Фурье спектрометра Bruker 125HR [Timofeyev, 2016]. Однако, Анализ измерений [Тимофеев, 2019] указывает на наличие систематических различий по сравнению с независимыми измерениями (данными сети измерений Total Carbon Column Observing Network или TCCON) [Barthlott, 2015]. Поэтому в исследовании используются измерения кампании ЕММЕ мобильным откалиброванным спектрометром. В работе измеренные и модельные значения XCO_2 даны в единицах ppm (particles per million) относительно количества молекул сухого воздуха.

2.2. Численная модель WRF-Chem

Описание численного эксперимента

В исследовании используется численная модель прогноза погоды и состава атмосферы высокого пространственного разрешения WRF-Chem версии 4.1.2 [Skamarock, 2019; Grell, 2005; Beck, 2011]. Модель способна представлять динамику инертных, активных газовых примесей и аэрозолей в слое тропосферы и нижней стратосферы (до ~ 20 км) под воздействием переноса, физических процессов и химических реакций. Основной динамического ядра модели является система уравнений гидро- и термодинамики, при помощи которой определяются следующие важные компоненты для моделирования атмосферного переноса — горизонтальные и вертикальные скорости переноса, атмосферное давление, температура воздуха и подстилающей поверхности, перенос влаги и примесей. Более сложные и мелкомасштабные физические процессы (процессы пограничного и приземного слоев, коротковолновая и длинноволновая радиация, конвекция и развитие кучевой облачности, микрофизика облачности и др.) решаются при помощи параметризации на подсеточном масштабе.

Численные эксперименты по переносу CO_2 выполнялись на вложенных сетках (всего 4 области) — рис. 1. Внешняя область d01 покрывает территорию $800 \times 800 \text{ км}^2$ с пространственным разрешением 8 км. В неё входят часть Северо-Запада России (Ленинградская область в центре),

юг Финляндии, Эстония и Латвия. Область d02 вложена в d01 и имеет размер $\sim 320 \times 320 \text{ км}^2$ с пространственным разрешением 4 км. Наконец, две внутренние области d03 и d04 с размерами $\sim 110 \times 110 \text{ км}^2$ и разрешением 2 км. Область d03 покрывает Санкт-Петербург, а d04 — Хельсинки. Моделирование для территории Хельсинки выполнено в рамках иной задачи и в данной работе рассматриваться не будет. Однако результаты моделирования с территории Хельсинки в процессе расчета внедряется на более грубую область моделирования — d01, корректируя результаты эксперимента, поэтому ее нельзя не упомянуть. Численный эксперимент проводится на 25 гибридных вертикальных уровнях (сигма и изобарическая система координат) с верхней границей на высоте 50 гПа ($\sim 18\text{--}20$ км). В данном численном эксперименте кроме динамического учтены три фактора, влияющие на изменение содержания CO_2 на области моделирования — химические граничные условия, антропогенные источники и биогенное поглощение и выделение CO_2 , о которых вкратце указано далее. Результаты моделирования WRF-Chem доступны с временным шагом в 10 минут, что позволяет почти максимально задействовать для валидации модели данные измерений XCO_2 и приземного ветра.

Начальные и граничные условия

В качестве метеорологических начальных (НУ) и граничных условий (ГУ) используются данные анализа ERA5 с горизонтальным пространственным разрешением 0.25° и вертикальным распределением на 137 гибридных уровнях от поверхности Земли до примерно 80 км [Hersbach, 2020; Hersbach, 2018]. Данные ERA5 получены на основе численного моделирования атмосферных процессов моделью Европейского центра среднесрочных прогнозов погоды (ECMWF) Integrated Forecast System (IFS) и ассимиляции метеорологических измерений методом 4DVar. Данные включают такие метеорологические параметры, как атмосферное давление, скорость и направление ветра, температура воздуха, массовая доля водяного пара и геопотенциал. В текущем исследовании метеорологические ГУ задаются через каждые 6 часов в течение всего периода моделирования. В работе [Nerobelov, 2021], в качестве метеорологических начальных и граничных условий используются данные Global Forecast System или GFS (<https://www.ncei.noaa.gov/products/weather-climate-models/global-forecast>). Однако, проведя серию экспериментов (sensitive experiments) за выборочные дни периода март-апрель 2019 г. с двумя разными НУ и ГУ, было показано, что для территории Санкт-Петербурга за исследуемый период

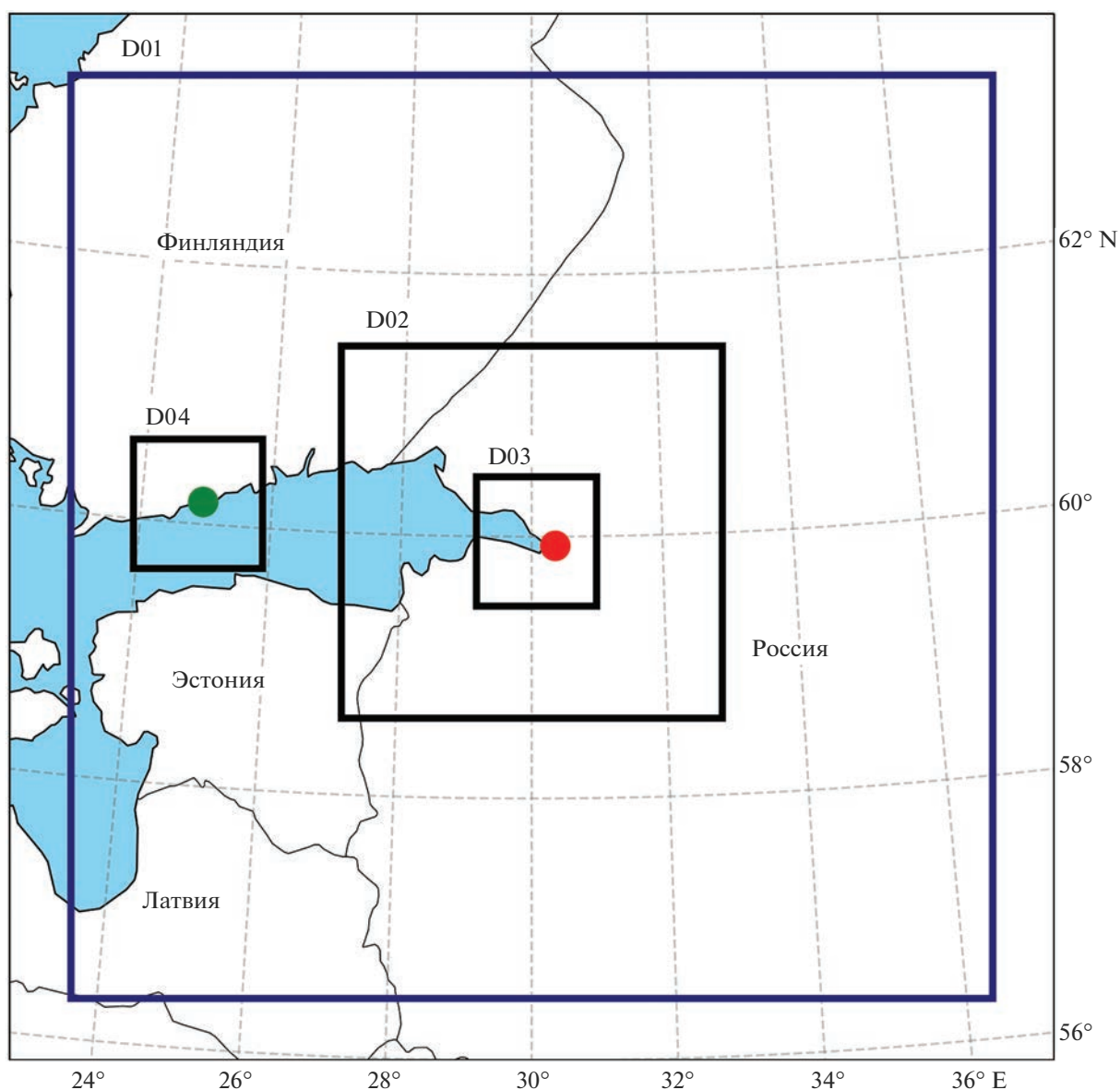


Рис. 1. Области моделирования WRF-Chem; красной и зеленой точками выделены положения городов Санкт-Петербург и Хельсинки, соответственно.

результаты моделирования приземного отношения смеси CO_2 имеют немного лучшее согласие с измерениями при использовании ERA5.

В качестве химических ГУ используются данные CarbonTracker – Near-Real Time v.2022-1 (CT-NRT.v2022-1). Набор данных CarbonTracker предоставлен сотрудниками NOAA ESRL, Боулдер, Колорадо, США и доступен на сайте <http://carbontracker.noaa.gov>. Данные представлены в виде отношения смеси CO_2 на 35 вертикальных гибридных уровнях до высоты примерно 200 км с грубым пространственным разрешением в $2 \times 3^\circ$ через каждые 6 ч [Jacobson, 2020]. Данные CT-

NRT.v2022-1 получены при помощи численного моделирования переноса CO_2 глобальной моделью атмосферного переноса TM5 и ассимиляции локальных измерений газа (наземных, мачтовых, корабельных и самолётных, см. <https://gml.noaa.gov/ccgg/carbontracker/CT2019B/>).

Априорные источники и стоки CO_2

Для задания антропогенных эмиссий CO_2 за 2019 г. используется инвентаризационная база данных ODIAC (Open-source Data Inventory for Anthropogenic CO_2) с пространственным разре-

шением в среднем $\sim 1 \text{ км}^2$ для всей поверхности Земли ($\sim 0.43 \text{ км}^2$ для территории исследования) [Tomohiro, 2015]. Отметим, что при задании априорных антропогенных источников CO_2 по данным ODIAC за 2019 г. мы вынесли на второй, третий и четвертый вертикальные модельные уровни (слой примерно от 50 до 200 м над поверхностью Земли) эмиссии газа, которые явно соответствовали положению ТЭЦ в Санкт-Петербурге и Хельсинки (<https://openinframap.org>). Так, высота труб ТЭЦ в этих городах может варьироваться от менее сотни до около 180 м.

В исследовании [Timofeyev, 2020] при помощи решения обратной задачи и простейшего предположения об атмосферном переносе показано, что интегральные антропогенные эмиссии CO_2 с территории Санкт-Петербурга за 2018 г. на основе базы данных ODIAC и инвентаризации администрации города могут быть завышены в ~ 2 раза (31.2 против 65.4 Мт/год). В работе [Timofeyev, 2022] приводятся уточненные оценки интегральных антропогенных эмиссий CO_2 Санкт-Петербурга, которые находятся в диапазоне 51.9–72.0 Мт/год, при этом систематические погрешности расчета могут достигать 25% и более. В текущей работе интегральные антропогенные эмиссии CO_2 с территории города по данным ODIAC составляют около 49.1 Мт/год, что близко к нашим последним оценкам.

Для учета биогенных источников и стоков CO_2 растениями в результате фотосинтеза в исследовании применяется модель VPRM (Vegetation Photosynthesis and Respiration Model) [Mahadevan, 2008], которая является частью используемой версии WRF-Chem. Расчет биогенного вклада выполняется параллельно с работой WRF-Chem.

В работе [Nerobelov, 2021] показано, что возможный вклад водной поверхности Финского залива в содержание CO_2 очень мал по отношению к антропогенному (1–3%), поэтому в текущем исследовании данный фактор не учитывается, как и вклад от лесных пожаров.

2.3. Проблема учета всего слоя атмосферы

Модель WRF-Chem описывает слой атмосферы до высоты около 20 км или 50 гПа, тогда как измерения общего содержания газа проводятся в атмосферном столбе от поверхности Земли до высоты 75 км. Соответственно, не учет слоя выше 20 км при оценке XCO_2 по данным моделирования может привести к дополнительному вкладу в разность между данными измерений и WRF-Chem. В ряде исследований авторы использовали различные пути для учета данного фактора. Например, в работе [Callewaert, 2022] вместо ОС CO_2 во

всем столбе брался интеграл по восстановленному профилю содержания газа примерно до высоты 20 км.

Для того, чтобы учесть вклад атмосферного слоя выше 50 гПа в общее содержание CO_2 на основе данных WRF-Chem, мы используем информацию из реанализа службы Copernicus Atmosphere Monitoring Service (CAMS) версии v21r2, который получен при помощи объединения численного моделирования атмосферного переноса и спутниковых измерений [Chevallier, 2010]. Данные представляют из себя пространственно-временное распределение содержания CO_2 в слое от поверхности Земли до примерно 70 км на 39 вертикальных уровнях с пространственным разрешением 1.9 и 3.8° и временным шагом в 3 ч.

Сопоставление XCO_2 на основе реанализа CAMS в слое атмосферы 0–70 км с данными измерений Bruker EM27SUN в слое 0–75 км за период 01.2019–03.2020 гг. указывает на то, что данные реанализа в среднем завышают измеренные значения на 2.2 ppm ($\sim 0.5\%$). Несмотря на то, что нам не известно, какой слой атмосферы вносит наибольший вклад в эту разность, мы уменьшили на $\sim 0.5\%$ привлекаемые данные CAMS в слое выше 20 км.

Влияние водяного пара в атмосфере на вариацию CO_2 во всем атмосферном столбе учтено при расчете XCO_2 благодаря учету общего содержания водяного пара на основе наземных спектроскопических измерений прибором Bruker 125HR в Петергофе [Timofeyev, 2016].

2.4. Адаптация численной модели WRF-Chem

Временные вариации XCO_2 по данным CarbonTracker, которые используются в исследовании в качестве химических ГУ, и измерениям Bruker EM27/SUN хорошо соответствуют друг другу (рис. 2). Так, данные CarbonTracker, доступные через каждые 3 часа, и осредненные за 3 ч измерения в Петергофе за период 01.2019–03.2020 гг., имеют высокий коэффициент корреляции с измерениями ($\text{KK} = 0.93$). Однако, данные моделирования за большую часть периода заметно завышают измеренные значения XCO_2 и имеют среднюю разность (CP) в 3.3 ppm. При этом отметим малое стандартное отклонение разности (COP) — ~ 1.3 ppm. Такая высокая средняя разность при малом стандартном отклонении вероятно вызвана постоянным источником ошибок, например, неточностями в априорных антропогенных эмиссиях базы данных CarbonTracker для территории Санкт-Петербурга и окрестностей.

Анализ вариации направления приземного ветра и XCO_2 на основе калиброванных измере-

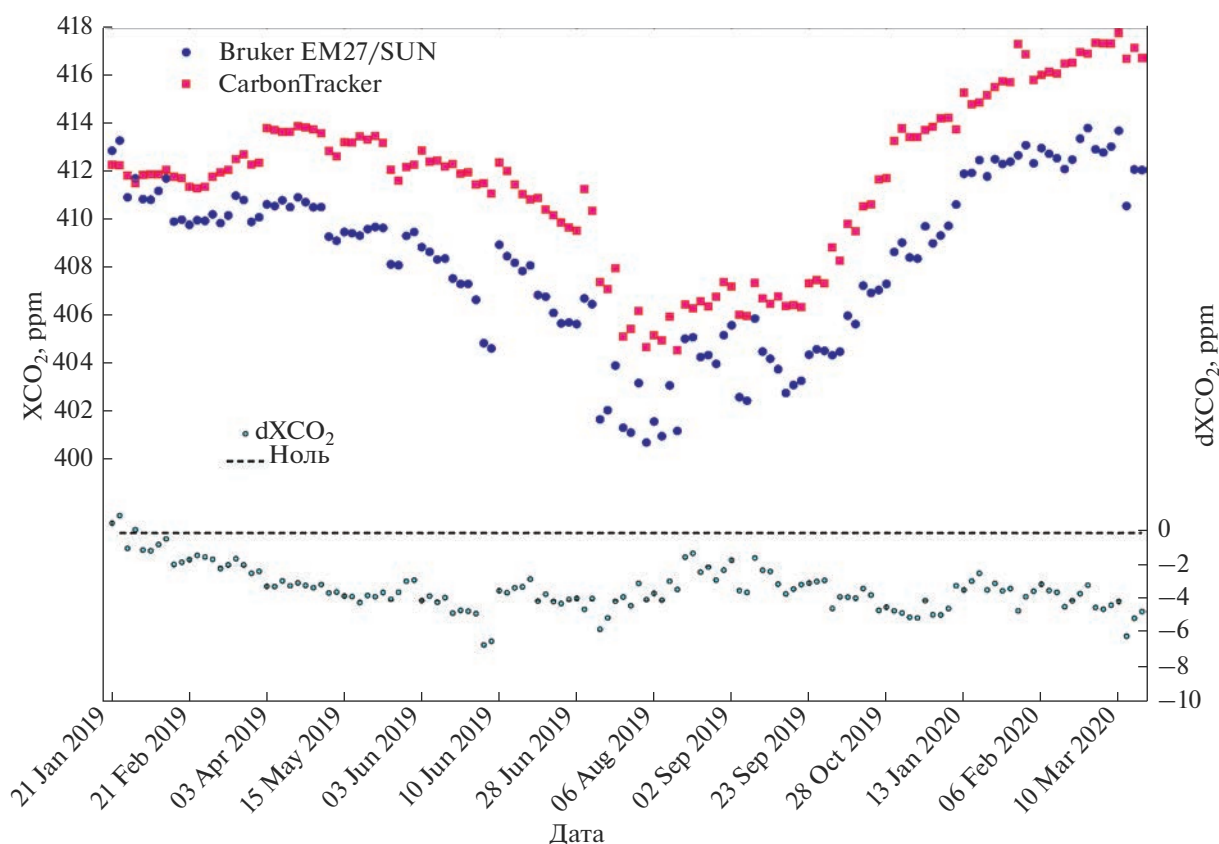


Рис. 2. Временной ряд XCO_2 в районе Санкт-Петербурга за 01.2019–03.2020 гг. на основе измерений Bruker EM27/SUN (Петергоф) и моделирования CarbonTracker; внизу приведена разность между данными.

ний прибором Bruker EM27/SUN в Петергофе позволяет скорректировать химические ГУ при моделировании WRF-Chem. Для этого отобраны измерения за временные периоды при направлении ветра, которые соответствуют наименьшему антропогенному и биогенному вкладу на динамику измеряемого XCO_2 . В таком случае основным влияющим фактором на XCO_2 в области измерений будет CO_2 , переносимый с удаленных территорий (например, с территорий, расположенных за границами области моделирования). Подобные исследования проводились ранее на основе спектроскопических измерений XCO_2 стационарным Фурье-спектрометром Bruker IFS125HR [Никитенко, 2021].

На рис. 3 приведены отобранные (14 из 128 пар) значения XCO_2 на основе измерений Bruker EM27/SUN и данных CarbonTracker в Петергофе за период с минимальным биогенным влиянием (середина осени по начало весны 2019–2020 гг.) и с направлениями приземного ветра, которые соответствуют переносу воздуха со сторон, противоположных положению Санкт-Петербурга относительно Петергофа (260 – 310°). Также на рис. 3 приводится разность между дан-

ными измерений и моделирования. Разности между данными часто составляют около 1 – 2 ppm, иногда достигая 3 – 4 ppm (январь 2020 г.). СР составляет около 1.8 при COP 1.4 ppm, данные моделирования CarbonTracker в основном завышают измерения XCO_2 в Петергофе. Отметим, что наибольшая разность наблюдается при близких к западным направлениям приземного ветра (260 – 270°), а минимальная — при близких к северо-западным (280 – 300°). Завышенная разность в январе 2020 г. соответствует направлениям переноса преимущественно с запада и возможно обусловлена ошибками в априорных антропогенных эмиссиях, например, на территории г. Петергофа, Ломоносова, пространственное распределение которых очевидно не может быть учтено при моделировании в данных CarbonTracker (из-за грубого пространственного разрешения). В свою очередь перенос с северо-западных направлений соответствует перемещению воздушных масс с противоположного берега Финского залива, где, согласно данным об антропогенных эмиссиях CO_2 ODIAC, эмиссии газа значительно меньше (в 4 и более раз), чем с территории Санкт-Петербурга и Петергофа.

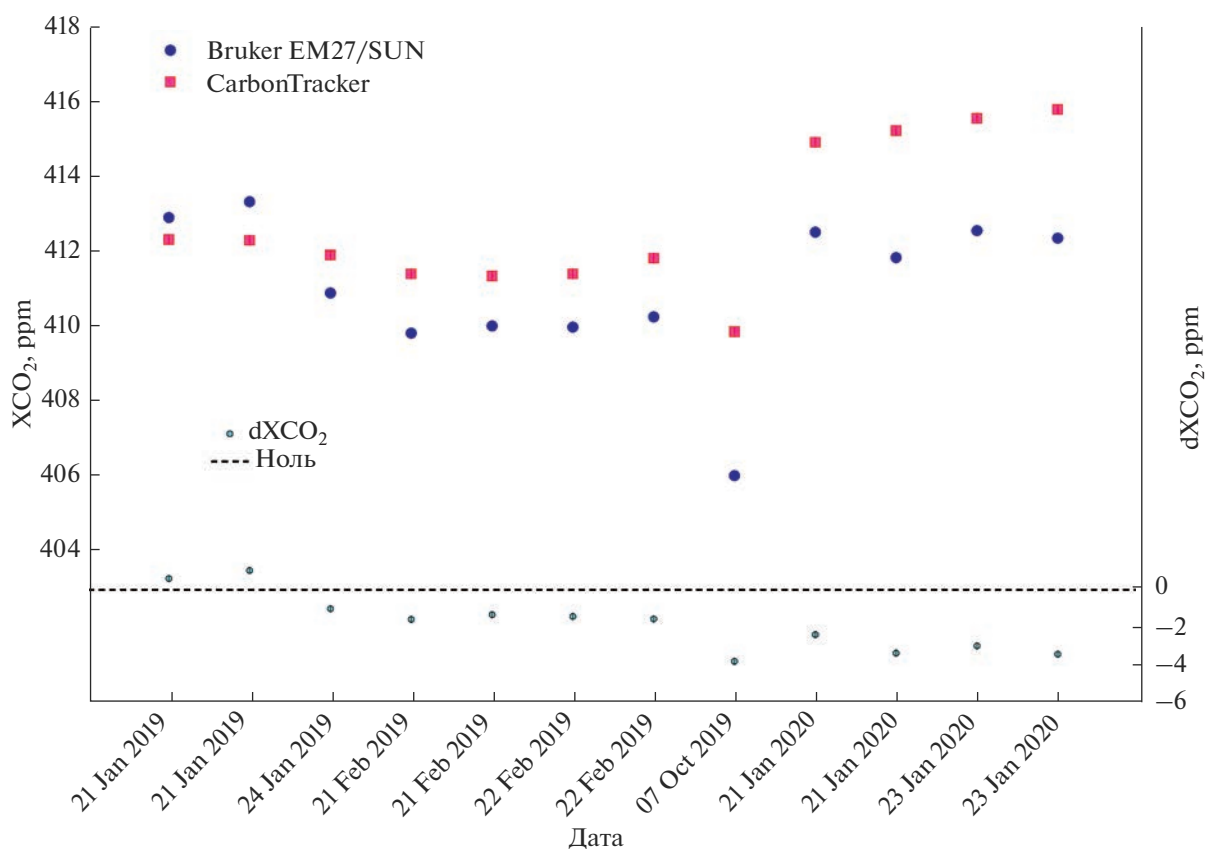


Рис. 3. Временной ряд XCO_2 при условиях малого влияния биогенного фактора и антропогенного воздействия Санкт-Петербурга по данным измерений Bruker EM27/SUN и моделирования CarbonTracker в Петергофе за период с середины осени по начало весны 2019–2020 гг.; внизу приведена разность между данными.

Мы полагаем, что значения XCO_2 , приведенные на рис. 3, характеризуют общее содержание CO_2 в Петергофе, обусловленное в первую очередь переносом воздуха с границ области моделирования (территория области нанесена на рис. 1). Анализ показывает, что данные CarbonTracker на границах области моделирования завышены относительно реального содержания CO_2 почти во все рассмотренные дни, что является обоснованием для проведения коррекции этих данных перед использованием в качестве химических ГУ.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В исследовании проведено два численных эксперимента, в одном из которых химические ГУ заданы из нескорректированных данных CarbonTracker, а в другом были уменьшены на ~0.4%.

3.1. Моделирование скорости и направления ветра

Анализ показал, что модель WRF-Chem адекватно представляет основные направления и ско-

рости приземного ветра в Петергофе. СР составляют -1.7 м/с и 38.2° . СОР составляют 1.5 м/с и 29.3° . Проблема с завышением скорости ветра по данным моделирования WRF-Chem обсуждалась многими учеными и вероятно связана со сложностями моделирования максимальной скорости ветра в течение дня (см., например, [Mues, 2018; Li, 2021]). Отмечено, что модель WRF (и, соответственно, WRF-Chem) представляет перенос воздуха у поверхности Земли хуже при условиях малой скорости ветра (ночью, в холодное время года). Возможно завышение приземной скорости ветра при моделировании обусловлены близостью Санкт-Петербурга к крупному водному объекту — Финскому заливу Балтийского моря, который способствует формированию локальных циркуляций в пограничном слое Земли на горизонтальных масштабах, меньше пространственного разрешения численного эксперимента [Miller, 2003]. Кроме того, еще один достаточно крупный водный объект вблизи Петергофа — Ладожское озеро — может оказывать дополнительное влияние на локальные циркуляции воздуха. КК между данными моделирования и измерениями скоро-

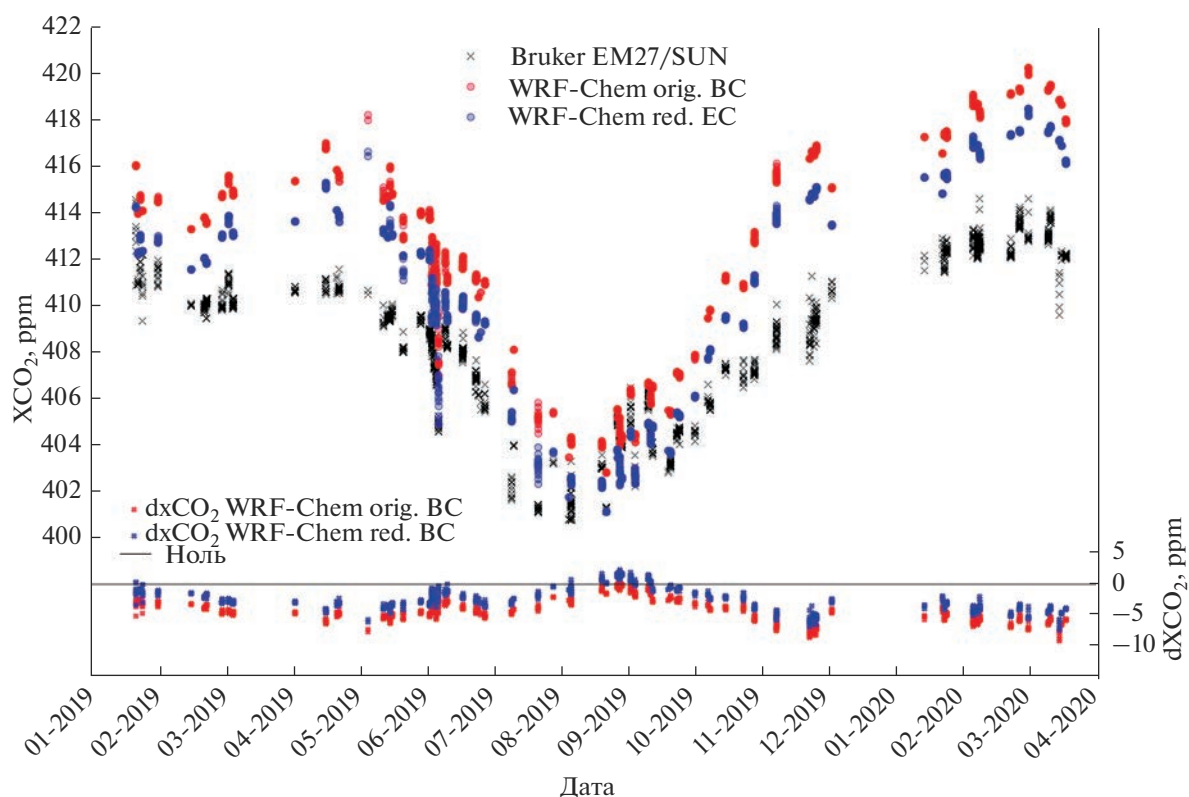


Рис. 4. Временные ряды XCO_2 на основе измерений Bruker EM27/SUN и моделирования WRF-Chem с оригинальными (orig. BC) и уменьшенными (rd. BC) химическими ГУ за 01.2019–03.2020 гг, а также их разности (шкала справа).

сти и направления ветра составляют 0.76 и 0.80, соответственно. Схожие оценки различий параметров приземного ветра по данным моделирования WRF и измерений получены в работах [Callewaert, 2022; Lauvaux, 2013].

В среднем модель WRF-Chem хорошо представляет вертикальное распределение скорости и направления ветра в тропосфере, а также температуры воздуха. Лучшее соответствие наблюдается для температуры воздуха с СР – 0.6°C (1.7%), СОР – 3.4°C (9.7%) и КК 0.99. В свою очередь высотное распределение направления ветра имеет самый низкий КК (0.84). СР и СОР для направления ветра составляют 12.7 и 31.0° , а для скорости ветра – 1.1 и 5.4 м/с. В отличие от приземного ветра, скорость в верхней тропосфере может достигать более 40 – 50 м/с и обычно находится в диапазоне значений ~ 20 м/с, что объясняет большую величину СОР (5.4 м/с). КК для скорости ветра составляет 0.9. Стоит отметить, что при анализе согласия моделирования и измерений вертикального профиля ветра данные на всех вертикальных слоях рассматривались совместно. Это вероятно сглаживает различия между результатами измерений и моделирования на конкретных уровнях

тропосферы и приводит к относительно хорошему соответствию.

Анализируя только параметры ветра, можно сказать, что модель WRF-Chem должна адекватно представлять динамику углекислого газа с высоким пространственным разрешением как у поверхности Земли, так и на различных высотах. Причем хорошее соответствие вертикального профиля температуры воздуха между данными модели и аэрологическими измерениями должен указывать на возможности адекватного моделирования не только горизонтального, но и вертикального переноса в атмосфере.

3.2. Моделирование XCO_2 в Петергофе

На рис. 4 и в табл. 1 приведены результаты сопоставления XCO_2 в Петергофе за 01.2019–03.2020 гг. на основе данных измерений прибором Bruker EM27/SUN и моделирования WRF-Chem для исходных химических ГУ по данным CarbonTracker (orig. BC) и скорректированных на основе анализа влияния направления ветра на измерения XCO_2 (red. BC).

Характер временного изменения XCO_2 по данным моделирования WRF-Chem схож с измерен-

Таблица 1. Статистические характеристики расхождения среднечасового XCO_2 по данным WRF-Chem и измерениям в Петергофе за период 01.2019 г.–03.2020 г.; значения в % даны относительно среднего XCO_2 на основе измерений; CO – стандартное отклонение, CP – средняя разность, COP – стандартное отклонение разности, KK – коэффициент корреляции

Данные	Среднее/CO, ppm	CP/COP, ppm (%)	KK
Bruker EM27/SUN – WRF-Chem orig. BC	408.4/3.4 412.7/4.8	–4.2/1.9 (–1.0/0.5)	0.95
Bruker EM27/SUN – WRF-Chem red. BC	408.4/3.4 410.9/4.8	–2.5/1.9 (–0.6/0.5)	0.95

ным, имея $KK \sim 0.95$. Модель хорошо представляет уменьшение содержания CO_2 в начале вегетационного периода (май), его окончание (август) и последующее увеличение (до ноября). Основной сезонный ход задается через химические граничные условия (пример на рис. 2), тогда как местные особенности биогенного вклада в вегетационный период воспроизводятся при помощи расчета модели VPRM. CP и COP между данными моделирования с оригинальными химическими ГУ и измерениями составляют 4.2 и 1.9 ppm (–1.0 и 0.5%). В периоды февраль – июнь 2019 года и ноябрь–март 2020 года модель с учетом оригинальных хим. ГУ заметно превышает данные измерений (до 2–6 ppm). Наблюдающаяся разность в XCO_2 по данным измерений и моделирования имеет систематический характер и может быть вызвана завышенными химическими ГУ, а также эпизодически ошибками в оценке биогенного вклада.

Анализ приземного направления и скорости ветра в Петергофе по данным измерений и моделирования WRF-Chem показал, что в некоторых случаях повышенные разности XCO_2 между данными измерений и моделированием совпадают с ошибками в моделировании приземного ветра. Обращает на себя внимание то, что в промежуток с июля по октябрь 2019 г. (приходится на вегетационный период) XCO_2 по данным измерений сближается с данными модели WRF-Chem на основе оригинальных химических ГУ. Учитывая, что основная разность между XCO_2 на основе моделирования и измерений имеет систематический характер, то очевидно, что коррекция систематики приведет к увеличенным разностям в данный период. Это может говорить о том, что биогенный вклад переоценен при моделировании.

Уменьшение содержания CO_2 в химических ГУ привело к соответствующему изменению средней разности между данными моделирования и измерениями XCO_2 (с примерно –4.2 до –2.5 ppm или с 1.0 до 0.6%). Диапазон различий между данными моделирования со скорректиро-

ванными химическим ГУ и измерениями составляет от ~ 0 до 7 ppm. При этом COP и KK почти не изменились (около 1.9 ppm и 0.95, соответственно) (табл. 1). Однако, уменьшив хим. ГУ примерно на 0.4% все еще наблюдается очевидная систематическая разность. Как и предполагалось, коррекция привела к увеличению разности в период с август–сентябрь в среднем с –0.5 до 1.2 ppm. В исследовании [Callewaert, 2022] XCO_2 на основе моделирования WRF-Chem и измерений Bruker 125HR в районе г. Сен-Дени (Франция, о. Реюнион, Индийский океан) за период более года имеют CP и COP около –0.37 и 0.75 ppm, соответственно при KK 0.9. В работе [Zhao, 2019] похожие исследования проводились в Берлине (Германия) с использованием серии мобильных Фурье-спектрометров Bruker EM27/SUN, CP составляют 1–2 ppm, что близко к оценкам различий в районе Санкт-Петербурга.

Анализируя вклад каждого фактора в общее содержание CO_2 (перенос с границ, антропогенный и биогенный источники), а также вертикальные профили газа на основе моделирования WRF-Chem и данных CarbonTracker, мы выяснили, что оставшаяся средняя разность (2.5 ppm или 0.6%) вероятно связана с ошибками в химических ГУ (коррекция проводилась с помощью зимних измерений), а также в некорректном задании ГУ в слое верхней тропосферы. Согласно независимым исследованиям [Frey, 2019; Gisi, 2012; Frey, 2015] средняя разность измерений Bruker EM27/SUN может достигать $\sim 0.5\%$ или 2 ppm, соответственно действительное значение CP между данными измерений и моделирования в районе Санкт-Петербурга может находиться в диапазоне 0.5–4.5 ppm.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследованы возможности численной модели прогноза погоды и состава атмосферы WRF-Chem представлять динамику содержания CO_2 на территории российского мегаполиса

Санкт-Петербурга за период более года. В ходе исследования было выявлено следующее:

1. Численная модель прогноза погоды и состава атмосферы WRF-Chem адекватно представляет состояние приземного ветра в районе Санкт-Петербурга за период более года, а также вертикального профиля данного параметра. Значительные ошибки при моделировании ветра у поверхности Земли могут быть связаны со сложностью представления местных метеорологических особенностей в районе Санкт-Петербурга (например, локальных атмосферных циркуляций между Финским заливом и сушей). Полученные различия близки к результатам независимых исследований.

2. Среднее отношение смеси CO_2 в слое от поверхности Земли до примерно 70 км (XCO_2) по данным моделирования WRF-Chem с использованием химических граничных условий на основе неизменных данных CarbonTracker v-2022-1 значительно превышают измерения откалиброванного Фурье-спектрометра Bruker EM27/SUN в большей части периода исследования. При этом наблюдающаяся разность имеет систематический характер и составляет 4.2 ppm или 1% при стандартном отклонении 1.9 ppm или 0.5%. Однако, результаты моделирования демонстрируют хорошее соответствие в характере временного изменения XCO_2 в районе Санкт-Петербурга относительно измерений с коэффициентом корреляции ~ 0.95 .

3. Анализа направлений ветра и измерений XCO_2 в Петергофе позволяет обоснованно уменьшить среднюю разность между результатами измерений и моделирования WRF-Chem с 4.2 до 2.5 ppm. Тем не менее, между данными моделирования и измерениями XCO_2 остается относительно большая средняя разность, имеющая выраженный систематический характер. Вероятной причиной оставшейся разности могут быть (1) ошибки в задании химических граничных условий, которые были скорректированы при использовании преимущественно зимних измерений XCO_2 , (2) в задании химических граничных условий в слое верхней тропосферы и нижней стратосферы, (3) а также ошибки в учете биогенного вклада.

4. Сравнения результатов измерений и моделирования XCO_2 в вегетационный период указывают на то, что биогенный вклад может быть переоценен при моделировании. Вероятно, требуется адаптировать модель биогенного вклада VPRM для территории Санкт-Петербурга на основании дополнительных исследований.

5. Различия между XCO_2 на основе измерений и моделирования в районе Санкт-Петербурга намного больше, чем полученные в независимых

исследованиях для городов, например, Сен-Дени (Франция, о. Реюнион) (на 1.5–2 ppm) и Берлина (Германия) (на 0.5–1 ppm).

5. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в лаборатории “Исследование Озонного слоя и верхней атмосферы” Санкт-Петербургского государственного университета и было финансово поддержано Министерством науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению 075-15-2021-583. Мы благодарим Франка Хазе, Томаса Блюменштока и Карлоса Альберти из Karlsruhe Institute of Technology (Карлсруэ, Германия) за предоставление измерительного прибора Bruker EM27/SUN и помощь в проведении измерений общего содержания CO_2 в Петергофе. Также мы выражаем благодарность научной команде NOAA ESRL за свободный доступ к данным CarbonTracker. Мы благодарим коллег из Max Planck Institute for Biogeochemistry (Йена, Германия) за помощь в запуске модели VPRM.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Alberti Carlos, Qiansi Tu, Frank Hase, Maria V. Makarova, Konstantin Gribov, Stefani C. Foka, Vyacheslav Zakharov, Thomas Blumenstock, Michael Buchwitz, Christopher Diekmann, Benjamin Ertl, Matthias M. Frey, Hamud Kh. Imhasin, Dmitry V. Ionov, Farahnaz Khosravi, Sergey I. Osipov, Maximilian Reuter, Matthias Schneider, Thorsten Warneke. Investigation of spaceborne trace gas products over St Petersburg and Yekaterinburg, Russia, by using COllaborative Column Carbon Observing Network (COCCON) observations // Atmos. Meas. Tech. 2022. V. 15. P. 2199–2229. <https://doi.org/10.5194/amt-15-2199-2022>
- Barthlott S., Schneider M., Hase F., Wiegeler A., Christner E., González Y., Blumenstock T., Dohe S., García O.E., Sepúlveda E., Strong K., Mendonça J., Weaver D., Palm M., Deutscher N.M., Warneke T., Notholt J., Lejeune B., Mahieu E., Jones N., Griffith D.W.T., Velasco V.A., Smale D., Robinson J., Kivi R., Heikkinen P., Raffalski U. Using XCO_2 retrievals for assessing the long-term consistency of NDACC/FTIR data sets // Atmos. Meas. Tech. 2015. V. 8. P. 1555–1573. <https://doi.org/10.5194/amt-8-1555-2015>
- Beck V., Koch T., Kretschmer R., Marshall J., Ahmadov R., Gerbig C., Pillai D., Heimann M. The WRF Greenhouse Gas Model (WRF-GHG) // Technical Report No. 25. 2011. Max Planck Institute for Biogeochemistry, Jena, Germany.
- Bovensmann H., Buchwitz M., Burrows J.P., Reuter M., Krings T., Gerilowski K., Schneising O., Heymann J., Tretnar A., Erzinger J. A remote sensing technique for global monitoring of power plant CO_2 emissions from space and related applications // Atmos. Meas. Tech. 2010. V. 3. P. 781–811.
- Buchwitz M., de Beek R., Burrows J.P., Bovensmann H., Warneke T., Notholt J., Meirink J.F., Goede A.P.H., Ber-

- gamaschi P., Korner S., Heimann M., Schulz A.* Atmospheric methane and carbon dioxide from SCIAMACHY satellite data: initial comparison with chemistry and transport models // *Atmos. Chem. Phys.* 2005. V. 5. P. 941–962. www.atmos-chem-phys.org/acp/5/941.
- Callewaert S., Brioude J., Langerock B., Duflot V., Fonteyn D., Müller J.-F., Metzger J.-M., Hermans C., Kumps N., Mahieu E., Mazière M.* Analysis of CO₂, CH₄ and CO surface and column concentrations observed at Reunion Island by assessing WRF-Chem simulations // *Atmos. Chem. Phys.* 2022. V. 22. P. 7763–7792. <https://doi.org/10.5194/acp-22-7763-2022>
- Chevallier F. et al.* CO₂ surface fluxes at grid point scale estimated from a global 21 year reanalysis of atmospheric measurements // *J. Geophys. Res.* 2010. V. 115. D21307. <https://doi.org/10.1029/2010JD013887>
- Frey M., Hase F., Blumenstock T., Groß J., Kiel M., Mengistu Tsidu G., Schäfer K., Sha M.K., Orphal J.* Calibration and instrumental line shape characterization of a set of portable FTIR spectrometers for detecting greenhouse gas emissions. *Atmos. Meas. Tech.* 2015. V. 8. P. 3047–3057. <https://doi.org/10.5194/amt-8-3047-2015>
- Frey M., Sha M.K., Hase F., Kiel M., Blumenstock T., Harig R., Surawicz G., Deutscher N.M., Shiomi K., Franklin J.E., Bösch H., Chen J., Grutter M., Ohyama H., Sun Y., Butz A., Mengistu Tsidu G., Ene D., Wunch D., Cao Z., Garcia O., Ramonet M., Vogel F., Orphal J.* Building the Collaborative Carbon Column Observing Network (COCCON): long-term stability and ensemble performance of the EM27/SUN Fourier transform spectrometer // *Atmos. Meas. Tech.* 2019. V. 12. P. 1513–1530. <https://doi.org/10.5194/amt-12-1513-2019>
- Gisi M., Hase F., Dohe S., Blumenstock T., Simon A., Keens A.* XCO₂-measurements with a tabletop FTS using solar absorption spectroscopy // *Atmos. Meas. Tech.* 2012. V. 5. P. 2969–2980. <https://doi.org/10.5194/amt-5-2969-2012>
- Grell G.A., Peckham S.E., Schmitz R., McKeen S.A., Frost G., Skamarock W.C., Eder B.* Fully coupled 'online' chemistry in the WRF model // *Atmos. Environ.* 2005. V. 39. P. 6957–6976.
- Hase F., Frey M., Blumenstock T., Groß J., Kiel M., Kohlhepp R., Mengistu Tsidu G., Schäfer K., Sha M.K., Orphal J.* Application of portable FTIR spectrometers for detecting greenhouse gas emissions of the major city Berlin // *Atmos. Meas. Tech.* 2015. V. 8. P. 3059–3068. <https://doi.org/10.5194/amt-8-3059-2015>
- Hersbach H., Bell B., Berrisford P. et al.* The ERA5 global reanalysis // *Q J R Meteorol Soc.* 2020. V. 146. P. 1999–2049. <https://doi.org/10.1002/qj.3803>
- Hersbach H., Bell B., Berrisford P., Biavati G., Horányi A., Muñoz Sabater J., Nicolas J., Peubey C., Radu R., Rozum I., Schepers D., Simmons A., Soci C., Dee D., Thépaut J.-N.* ERA5 hourly data on single levels from 1959 to present // Copernicus Climate Change Service (C3S) Climate Data Store (CDS). 2018. (Accessed on 14-APR-2021). <https://doi.org/10.24381/cds.adbb2d47>
- Houweling S., Aben I., Breon F.-M., Chevallier F., Deutscher N., Engelen R., Gerbig C., Griffith D., Hungenbuehler K., Macatangay R., Marshall J., Notholt J., Peters W., Serrar S.* The importance of transport model uncertainties for the estimation of CO₂ sources and sinks using satellite measurements // *Atmos. Chem. Phys.* 2010. V. 10. P. 9981–9992. <http://www.atmos-chem-phys.net/10/9981/2010/>. <https://doi.org/10.5194/acp-10-9981-2010>
- Ionov D.V., Makarova M.V., Hase F., Foka S.C., Kostsov V.S., Alberti C., Blumenstock T., Warneke T., Virolainen Ya.A.* The CO₂ integral emission by the megacity of St Petersburg as quantified from ground-based FTIR measurements combined with dispersion modelling // *Atmos. Chem. Physics.* 2021. V. 21. № 14. P. 10939–10963. <https://doi.org/10.5194/acp-21-10939-2021>
- Jacobson A.R., Schuldt K.N., Miller J.B., Tans P., Andrews A., Mund J., Aalto T., Bakwin P., Bergamaschi P., Biraud S.C., Chen H., Colomb A., Conil S., Cristofanelli P., Davis K., Delmotte M., DiGangi J.P., Dlugokencky E., Emmenegger L., Fischer M.L., Hatakka J., Heliasz M., Hermanssen O., Holst J., Jaffe D., Karion A., Keronen P., Kominkova K., Kubistin D., Laurent O., Laurila T., Lee J., Lehner I., Leuenberger M., Lindauer M., Löfvenius M.O., Lopez M., Mammarella I., Manca G., Marek M.V., Marklund P., Martin M.Y., McKain K., Miller C.E., Mölder M., Myhre C.L., Pichon J.M., Plass-Dölmer C., Ramonet M., Scheeren B., Schumacher M., Sloop C.D., Steinbacher M., Sweeney C., Thoning K., Tørseth K., Turnbull J., Viner B., Vitkova G., Wekker S.D., Weyrauch D., Worthy D.* CarbonTracker Near-Real Time, CT-NRT.v2020-1 // NOAA Earth System Research Laboratory, Global Monitoring Division. 2020. <https://doi.org/10.25925/RCHH-MS75>
- Lauvaux T., Miles N.L., Richardson S.J., Deng A., Stauffer D.R., Davis K.J., Jacobson G., Rella C., Calonder G., DeCola P.L.* Urban Emissions of CO₂ from Davos, Switzerland: The First Real-Time Monitoring System Using an Atmospheric Inversion Technique // *J. Applied Meteorology and Climatology.* 2013. V. 52(12). P. 2654–2668. <https://doi.org/10.1175/JAMC-D-13-038.1>
- Li H.D., Claremar B., Wu L.C., Hallgren C., Körnich H., Ivanell S., Sahlée E.* A sensitivity study of the WRF model in offshore wind modeling over the Baltic Sea // *Geosci. Front.* 2021. V. 12. P. 101229. <https://doi.org/10.1016/j.gsf.2021.101229>
- Makarova M.V., Alberti C., Ionov D.V., Hase F., Foka S.C., Blumenstock T., Warneke T., Virolainen Ya.A., Kostsov V.S., Frey M., Poberovskii A.V., Timofeyev Yu.M., Paramonova N.N., Volkova K.A., Zaitsev N.A., Biryukov E.Y., Osipov S.I., Makarov B.K., Polyakov A.V., Ivakhov V.M., Imhasin H.Kh., Mikhailov E.F.* Emission Monitoring Mobile Experiment (EMME): an overview and first results of the St. Petersburg megacity campaign-2019 // *Atmos. Meas. Tech.* 2021. V. 14. P. 1047–1073. <https://doi.org/10.5194/amt-14-1047-2021>
- Maksyutov S., Oda T., Saito M., Janardanan R., Belikov D., Kaiser J.W., Zhuravlev R., Ganshin A., Valsala V.K., Andrews A., Chmura L., Dlugokencky E., Haszpra L., Langenfelds R.L., Machida T., Nakazawa T., Ramonet M., Sweeney C., Worthy D.* Technical note: A high-resolution inverse modelling technique for estimating surface CO₂ fluxes based on the NIES-TM–FLEXPART cou-

- pled transport model and its adjoint // *Atmos. Chem. Phys.* 2021. V. 21. P. 1245–1266.
<https://doi.org/10.5194/acp-21-1245-2021>
- Mahadevan P., Wofsy S.C., Matross D.M., Xiao X., Dunn A.L., Lin J.C., Gerbig C., Munger J.W., Chow V.Y., Gottlieb E.W.* A satellite-based biosphere parameterization for net ecosystem CO₂ exchange: Vegetation Photosynthesis and Respiration Model (VPRM) // *Global Biogeochem. Cycles*. 2008. V. 22. GB2005.
<https://doi.org/10.1029/2006GB002735>
- Martin, Cory R., Ning Zeng, Anna Karion, Kimberly Mueller, Subhomoy Ghosh, Israel Lopez-Coto, Kevin Robert Gurney, Oda T., Kuldeep R. Prasad, Yuqiong Liu, Russell R. Dickerson, James R. Whetstone.* Investigating sources of variability and error in simulations of carbon dioxide in an urban region // *Atmospheric Environment*. 2019. V. 199. P. 55–69.
- Masson-Delmotte V., Zhai P., Pirani A., Connors S.L., Péan C., Berger S., Caud N., Chen Y., Goldfarb L., Gomis M.I., Huang M., Leitzell K., Lonnoy E., Matthews J.B.R., Maycock T.K., Waterfield T., Yelekçi O., Yu R., Zhou B. (eds.).* IPCC, 2021: Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change // Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA. 2021. 2391 p.
<https://doi.org/10.1017/9781009157896>
- Miller S.T.K., Keim B.D., Talbot R.W., Mao H.* Sea breeze: Structure, forecasting, and impacts // *Rev. Geophys.* 2003. V. 41. P. 1011.
<https://doi.org/10.1029/2003RG000124>
- Mues A., Lauer A., Lupascu A., Rupakheti M., Kuik F., Lawrence M.G.* WRF and WRF-Chem v3.5.1 simulations of meteorology and black carbon concentrations in the Kathmandu Valley // *Geosci. Model Dev.* 2018. V. 11. P. 2067–2091.
<https://doi.org/10.5194/gmd-11-2067-2018>
- Nerobellov G.M., Timofeyev Y.M.* Estimates of CO₂ Emissions and Uptake by the Water Surface near St. Petersburg Megalopolis // *Atmos Ocean Opt.* 2021. V. 34. P. 422–427.
<https://doi.org/10.1134/S1024856021050158>
- Nerobellov G., Timofeyev Y., Smyshlyaev S., Foka S., Mammarella I., Virolainen Y.* Validation of WRF-Chem Model and CAMS Performance in Estimating Near-Surface Atmospheric CO₂ Mixing Ratio in the Area of Saint Petersburg (Russia) // *Atmosphere*. 2021. V. 12. № 3. P. 387.
<https://doi.org/10.3390/atmos12030387>
- Oda T., Bun R., Kinakh V., Topylko P., Halushchak M., Marland G., Lauvaux T., Jonas M., Maksyutov S., Nahorski Z., Lesiv M., Danylo O., Horabik-Pyzel J.* Errors and uncertainties in a gridded carbon dioxide emissions inventory // *Mitig Adapt Strateg Glob Change*. 2019. V. 24. P. 1007–1050.
<https://doi.org/10.1007/s11027-019-09877-2>
- Peylin P., Law R.M., Gurney K.R., Chevallier F., Jacobson A.R., Maki T., Niwa Y., Patra P.K., Peters W., Rayner P.J., Rödenbeck C., van der Laan-Luijckx I.T., Zhang X.* Global atmospheric carbon budget: results from an ensemble of atmospheric CO₂ inversions // *Biogeosciences*. 2013. V. 10. P. 6699–6720.
<https://doi.org/10.5194/bg-10-6699-2013>
- Skamarock W.C., Klemp J.B., Dudhia J., Gill D.O., Liu Z., Berner J., Wang W., Powers J.G., Duda M.G., Barker D., Huang X.-Yu.* A Description of the Advanced Research WRF Model Version 4.1 (No. NCAR/TN-556+STR) // <https://doi.org/10.5065/1dfh-6p97>
- Timofeyev Y.M., Nerobellov G.M., Poberovskii A.V.* Experimental Estimates of Integral Anthropogenic CO₂ Emissions in the City of St. Petersburg // *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* 2022. V. 58. P. 237245.
<https://doi.org/10.1134/S0001433822030100>
- Timofeyev Y.M., Nerobellov G.M., Virolainen Y.A., Poberovskii A.V., Foka S.C.* Estimates of CO₂ Anthropogenic Emission from the Megacity St. Petersburg // *Dokl. Earth Sc.* 2020. V. 494. P. 753756.
<https://doi.org/10.1134/S1028334X20090184>
- Timofeyev Yu., Virolainen Ya., Makarova M., Poberovsky A., Polyakov A., Ionov D., Osipov S., Imhasin H.* Ground-based spectroscopic measurements of atmospheric gas composition near Saint Petersburg (Russia) // *J. Mol. Spectr.* 2016. V. 323. P. 2–14.
<https://doi.org/10.1016/j.jms.2015.12.007>
- Tomohiro O., Maksyutov S.* ODIAC Fossil Fuel CO₂ Emissions Dataset (Version name: ODIAC2020b) // Center for Global Environmental Research, National Institute for Environmental Studies. 2015.
<https://doi.org/10.17595/20170411.001>
- Vogel F.R., Frey M., Staufer J., Hase F., Broquet G., Xueref-Remy I., Chevallier F., Ciais P., Sha M.K., Chelin P., Jeseck P., Janssen C., Té Y., Groß J., Blumenstock T., Tu Q., Orphal J.* XCO₂ in an emission hot-spot region: the COCCON Paris campaign 2015 // *Atmos. Chem. Phys.* 2019. V. 19. P. 3271–3285.
<https://doi.org/10.5194/acp-19-3271-2019>
- Zhao X., Marshall J., Hachinger S., Gerbig C., Frey M., Hase F., Chen J.* Analysis of total column CO₂ and CH₄ measurements in Berlin with WRF-GHG // *Atmos. Chem. Phys.* 2019. V. 19. P. 11279–11302.
<https://doi.org/10.5194/acp-19-11279-2019>
- Zheng T., Nassar R., Baxter M.* Estimating power plant CO₂ emission using OCO-2 XCO₂ and high resolution WRF-Chem simulations // *Environ. Res. Lett.* 2019. V. 14. P. 085001.
- Комитет по экономической политике и стратегическому планированию Санкт-Петербурга* https://cedipt.gov.spb.ru/media/uploads/userfiles/2022/11/11/СПРАВКА_ЧП_январь-сентябрь_2022.pdf, 2022.
- Никитенко А.А., Неробелов Г.М., Тимофеев Ю.М., Поберовский А.В.* Анализ наземных спектроскопических измерений содержаний CO₂ в Петергофе // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2021. Т. 18. № 6. С. 265–272.
- Тимофеев Ю.М., Березин И.А., Виrolainen Я.А., Макарова М.В., Поляков А.В., Поберовский А.В., Филиппов Н.Н., Фока С.Ч.* Пространственно-временные вариации содержания CO₂ по данным спутниковых и наземных измерений вблизи Санкт-Петербурга // *Изв. РАН, ФАО*. 2019. Т. 55. № 1. С. 65–72.

Comparison of CO₂ Content in the Atmosphere of St. Petersburg According to Numerical Modelling and Observations

G. M. Nerobelov^{1, 2, *}, Yu. M. Timofeyev¹, S. P. Smyshlyaev³, S. Ch. Foka¹, and H. H. Imhasin¹

¹*Saint-Petersburg State University, University Emb., 7/9, Saint-Petersburg, 199034 Russia*

²*SPC RAS – Scientific Research Centre for Ecological Safety, Russian Academy of Sciences, Korpusnaya st., 18, Saint-Petersburg, 187110 Russia*

³*Russian State Hydrometeorological University, Malookhtinskiy Prospekt, 98, Saint-Petersburg, 195196 Russia*

**e-mail: akulishe95@mail.ru*

Due to the increase in CO₂ content in the Earth's atmosphere, which is highly dependent on anthropogenic emissions of CO₂, quality of emission estimation should be improved. Advanced experiment-based methods of the CO₂ anthropogenic emission estimation are built on solution of an inverse problem using highly-accurate measurements of CO₂ content and numerical models of transport and chemistry in the atmosphere. The accuracy of such models greatly determines errors of the emission estimations. In a current study temporal variations of column-average CO₂ content in an atmospheric layer from surface to the height of ~70–75 km (XCO₂) in the Russian megapolis of St. Petersburg during Jan 2019–Mar 2020 simulated by WRF-Chem model and measured by IR Fourier-transform spectrometer Bruker EM27/SUN are compared. The research has demonstrated that the WRF-Chem model simulates well the observed temporal variation of XCO₂ in the area of St. Petersburg (correlation coefficient of ~0.95). However, using CarbonTracker v2022-1 data as chemical boundary conditions, the model overestimates XCO₂ relative to the observations significantly during almost the whole period of investigation – systematic difference and standard deviation of the difference are 4.2 and 1.9 ppm (1 and 0.5%). A correction of the chemical boundary conditions which is based on analysis of a relation between near-surface wind direction and XCO₂ variation notably decreases the systematic difference between the modelled and observed data (almost by a factor of 2). The XCO₂ variation by the observations and modelling with uncorrected chemical boundary conditions are in a better agreement during vegetation season. Probably this is related to the compensation of the systematic difference by inaccuracies in estimated biogenic contribution. Hence, the reason of the still existing mean difference between the modelled and observed data can be inaccuracies in setting chemical boundary conditions for upper troposphere and in estimating how biosphere influences CO₂ content.

Keywords: XCO₂ in Saint-Petersburg, anthropogenic emissions of CO₂, WRF-Chem, remote measurements, Bruker EE27/SUN, CarbonTracker

УДК 551.510.413.2, 551.510.412

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МНОГОЛЕТНИХ ИЗМЕРЕНИЙ СОДЕРЖАНИЯ ОЗОНА В ТРОПОСФЕРЕ НА СТАНЦИИ СПБГУ В ПЕТЕРГОФЕ

© 2023 г. Я. А. Виролайнен^а, *, Д. В. Ионов^а, А. В. Поляков^а

^аСанкт-Петербургский государственный университет,
Университетская наб., 7/9, Санкт-Петербург, 199034 Россия

*e-mail: yana.virolainen@spbu.ru

Поступила в редакцию 03.02.2023 г.

После доработки 20.02.2023 г.

Принята к публикации 10.03.2023 г.

Тропосферный озон (ТО) является одним из основных парниковых газов и токсичным загрязнителем атмосферы. Кроме того, он играет ключевую роль в различных химических и фотохимических процессах в тропосфере. Содержание озона как в приземном слое атмосферы, так и в свободной тропосфере измеряется различными локальными и дистанционными методами. Станция СПбГУ в Петергофе (NDACC St. Petersburg) оснащена Фурье-спектрометром Bruker IFS 125HR, позволяющим измерять содержание озона в толще тропосферы, а также газоанализатором Thermo Scientific Model 49i для мониторинга приземных концентраций озона (ПКО). Проведен анализ временной изменчивости ТО в слое 0–8 км за период с апреля 2009 по октябрь 2022 г., а также ПКО за период с 2013 по 2021 гг., который позволил выявить сезонный ход ТО и ПКО, схожий с сезонным ходом общего содержания озона, но отстающий от него примерно на 1 и 1.5 месяца, соответственно. Максимум вариации ТО от среднего за период значения приходится на первую половину апреля $\sim +16\%$; минимум — около $-(12-14)\%$ наблюдается с середины октября до конца декабря. В середине лета также наблюдается небольшой рост вариации ТО на уровне $+(7-8)\%$. Также было получено статистически значимое уменьшение содержания ТО на величину $0.34 \pm 0.22\%$ в год. Сопоставление осредненных за час данных по ТО с синхронизированными данными измерений ПКО выявило рост коэффициента корреляции (до 0.5 и больше) между двумя величинами спустя 3–4 ч после местного полудня в теплое время года, сопровождающийся увеличением ПКО. Рост корреляций хорошо согласуется с увеличением высоты пограничного слоя атмосферы.

Ключевые слова: тропосферный озон, ИК Фурье-спектроскопия, приземные концентрации озона, изменчивость газового состава тропосферы

DOI: 10.31857/S0002351523030094, EDN: TRYGIM

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия в мире значительно возрос интерес к изучению тропосферного озона (ТО), поскольку озон в тропосфере — это токсичный загрязнитель; он играет ключевую роль в химических и фотохимических процессах, обуславливая окислительную способность тропосферы, и является одним из основных парниковых газов, влияющих на радиационный баланс и изменение климата [Звягинцев, 2013].

Основными источниками озона в тропосфере являются его поступление из стратосферы, а также образование в результате фотохимических реакций [Wu et al., 2007]. Мощность второго источника на порядок превышает первый [Young et al., 2013], при этом большая часть озона, образующегося в ходе фотохимических реакций, разрушается или осаждается на поверхности Земли. Различные модели по-разному описывают численный

вклад этих двух источников, однако, большинство из них сходятся на том, что в среднем за год общее количество озона в тропосферу поступает примерно одинаково из обоих источников [Gaudel et al., 2018]. В различные сезоны и в разных регионах относительный вклад источников может значительно меняться в зависимости от эмиссий прекурсоров озона (NO_x , CO , CH_4 , OH , антропогенных и биогенных летучих соединений) и метеорологической обстановки [Кароль и др., 2012; Звягинцев, 2013], что необходимо учитывать в современных численных моделях состава атмосферы, которые усваивают информацию большого количества измерений.

В настоящее время информацию о содержании ТО получают с помощью спутниковых приборов IASI [Dufour et al., 2012], TROPOMI [Hubert et al., 2021], совместных измерений приборами IASI и GOME-2 [Cuesta et al., 2013], OMI и MLS [Ziemke

et al., 2006] и др. Спутниковые данные предоставляют информацию о глобальном распределении ТО, но, как правило, с некоторыми ограничениями. Так, прибор IASI измеряет ТО только в безоблачных условиях, а такие приборы как OMI, GOME-2, TROPOMI и др. проводят измерения только при наличии солнечного излучения, т.е., например, полностью отсутствуют измерения в условиях полярной ночи. К тому же в настоящее время нет единой базы спутниковых данных по ТО, доступных для всех регионов земного шара.

Наземные измерения ТО используются как для исследования локальных изменений ТО, так и для валидации спутниковых измерений и настройки численных моделей атмосферы в региональном масштабе. Первые измерения приземной концентрации озона (ПКО) начались в 1870-х гг., но вскоре были прекращены из-за невысокой точности измерений [Звягинцев, 2017]. Следующий этап измерений ПКО пришелся на 1930–40-е годы. Тогда же были начаты запуски озонозондов, которые дали представление о содержании озона во всей толще тропосферы [Tarasick et al., 2019]. В 1960–70 гг., наряду с усовершенствованием приборов для измерения ПКО и озонозондов, началось повсеместное исследование ПКО и вертикальных профилей озона. В базе данных WOUDC (<https://woudc.org/home.php>) представлены данные нескольких десятков наземных станций, проводящих запуски озонозондов. На отдельных наземных станциях содержание ТО (вертикальные профили) периодически или в ходе измерительных кампаний измеряется с помощью лидарного метода и метода обращения Umkehr, использующего спектрофотометры Брюера и Добсона [Gaudel et al., 2018].

В России существует наземная сеть мониторинга ПКО в фоновых условиях, включающая в себя около 10 станций, в том числе и в Сибири, оборудованная современными газоанализаторами [Еланский, 2016]. Кроме того, в условиях антропогенного загрязнения эпизодические измерения ПКО проводятся на Государственной сети контроля загрязнения атмосферного воздуха. В настоящее время существует около 700 станций этой сети более чем в 250 городах, большая часть которых входит в систему Росгидромета. Регулярные измерения ПКО ведутся, в основном, на территории Москвы, Санкт-Петербурга, Томска и Улан-Удэ [Еланский, 2016]. Такие наблюдения могут использоваться для оценки качества воздуха, поскольку ПКО зависят от локальных источников и стоков озона. При этом они мало применимы для определения содержания ТО ввиду малого времени жизни озона вблизи поверхности [Кароль и др., 2012].

Кроме измерений ПКО, в России периодически проводятся эксперименты по определению

содержания озона в тропосфере, охватывающие большие территории, например, самолетные измерения в Сибирском регионе [Antokhin et al., 2012; Paris et al., 2020] и трансконтинентальные измерения состава атмосферы на передвижной железнодорожной лаборатории TROICA [Еланский и др., 2021]. Вертикальные профили озона в тропосфере эпизодически измеряют с помощью озонозондов и лидаров [Dorokhov et al., 2013; Макштас, 2016], однако эти измерения, как правило, направлены на исследование стратосферного озона, соответственно, они выполняются в зимне-весенний период.

Содержание ТО в безоблачные дни получают на станциях международной измерительной сети NDACC-IRWG (<https://www2.acom.ucar.edu/irwg>), оснащенной Фурье-спектрометрами Bruker высокого спектрального разрешения [Vigouroux et al., 2008]. Информацию о содержании озона в различных слоях атмосферы с 2009 года также получают на наземной станции St. Petersburg, расположенной в кампусе СПбГУ в Петергофе, с помощью Фурье-спектрометра Bruker IFS 125HR [Виролайнен и др., 2015, Смышляев и др., 2017]. Настоящая работа посвящена определению и анализу изменчивости тропосферного озона на российской наблюдательной станции NDACC St. Petersburg.

2. ИЗМЕРЕНИЯ ТРОПОСФЕРНОГО ОЗОНА В ПЕТЕРГОФЕ

Наблюдательная станция St. Petersburg в Петергофе (59.88° N, 29.82° E, 20 м над уровнем моря) оснащена измерительным комплексом на базе Фурье-спектрометра Bruker IFS 125HR (далее по тексту – ФС Bruker), который в 2016 году был сертифицирован в международной наблюдательной сети NDACC (Network for the Detection of Atmospheric Composition Change). ФС Bruker измеряет прошедшее через атмосферу солнечное излучение в ИК-диапазоне спектра (650–5400 см⁻¹), таким образом, спектральные измерения проводятся только в ясные солнечные дни или в больших разрывах облаков. Из-за особенностей климата и погодных условий, а также длины светового дня в различные сезоны, число дней измерений в среднем составляет около 70 в год, большинство из них относится к весенне-летнему периоду. Спектроскопические измерения выполняются с разностью хода 180 см, что соответствует спектральному разрешению неаподизированных спектров 0.005 см⁻¹.

Для интерпретации ИК-измерений мы применили программное обеспечение PROFFIT96 [Hase et al., 2004], использующееся также и на других станциях NDACC. При обработке спектров задавались профили давления и температуры

по данным ре-анализа NCER CPC для каждого дня измерений (12 UTC), основанные на спутниковых и радиозондовых измерениях. Априорная информация о профилях содержания различных газов, влияющих на перенос излучения в рассматриваемой области спектра, заимствовалась из данных численной модели WACCM v.6 [WACCM].

За период с апреля 2009 по октябрь 2022 г. с помощью ФС Bruker в течение 850 солнечных дней на станции St. Petersburg были измерены около 6000 спектров в области 650–1400 см⁻¹. Для определения содержания озона мы анализировали спектры в 4 интервалах: 991.25–993.80, 1001.47–1003.04, 1005.00–1006.90 и 1007.348–1009.000 см⁻¹. На основе различных критериев оценки их качества, были отобраны 5246 измерений, полученных за 795 дней в указанный период. В качестве критериев оценки качества измерений мы использовали разность измеренных и рассчитанных спектров, число степеней свободы сигнала относительно содержания озона во всей толще атмосферы (DOFS — degrees of freedom for signal) и др. Подробности схемы определения содержания озона из спектроскопических измерений и анализ погрешностей измерений представлены в работе [Виролайнен и др., 2015]. В дополнение отметим, что при решении обратной задачи мы также определяли эффективность модуляции аппаратной функции прибора (modulation efficiency of instrument line shape), а в качестве параметров тонкой структуры полос поглощения атмосферных газов использовалась база данных HITRAN2020. Использование версии HITRAN2020 позволило уменьшить полученные ранее систематические рассогласования в величинах общего содержания озона (OCO) с данными измерений эталонного спектрофотометра Добсона № 108 на станции Воейково с 2.1% для версии HITRAN2008 [Виролайнен и др., 2017] до 0.6%. Результаты измерений профилей содержания озона на станции St. Petersburg можно найти на сайте [NDACC]. В нашей работе мы использовали данные версии V009.

За 2009–2022 гг. среднее по всему ансамблю число DOFS составило 4.37 ± 0.33 , что означает, что из измеренных спектров ФС Bruker можно извлечь информацию о четырех независимых параметрах вертикальной структуры содержания озона. При этом среднее число DOFS в слое 0–8 км, который мы взяли за “условную тропосферу”, чтобы уменьшить влияние на результаты расчетов ТО стратосферного озона, составило 1.1 (более единицы), т.е. предполагается, что мы можем независимо исследовать содержание ТО в этом выбранном слое.

Для оценки погрешности измерения ТО нами были рассмотрены приборные погрешности (случайный шум измерений, погрешности задания аппаратной функции, положения нулевого уров-

ня сигнала, точности наведения следящей системы), методические погрешности (качество спектроскопической информации различных газов, точность задания амплитуды и привязки солнечных линий) и неопределенность задания условий измерений (вертикальных профилей температуры). Численные расчеты показали, что систематическая погрешность измерения ТО, в основном, определяется погрешностями задания спектроскопической информации (полуширин и интенсивностей линий O₃). Случайная погрешность во многом определяется приборным шумом спектральных измерений, а также (наряду с систематической) — погрешностями задания температурного профиля. Средняя по ансамблю случайная погрешность измерения ТО составила $1.87 \pm 0.38\%$, систематическая погрешность — $3.86 \pm 0.66\%$. При этом мы не принимали в расчет так называемые “погрешности сглаживания” (smoothing errors), определяемые конечным вертикальным разрешением метода.

Кроме измерений ФС Bruker, на измерительной станции СПбГУ в Петергофе с февраля 2013 года ведутся непрерывные измерения ПКО. Для мониторинга ПКО используется газоанализатор Thermo Scientific Model 49i, представляющий собой УФ-фотометр с двумя измерительными ячейками. Проба делится на два потока с помощью двух электромагнитных клапанов так, что один из них проходит через скруббер озона, формируя “нуль-газ”, и поступает в одну ячейку, а второй — в другую ячейку, минуя скруббер. Для повышения точности измерений клапаны каждые 10 с переключаются, меняя проходящие через ячейки потоки местами. Случайная погрешность измерений ПКО составляет около 0.5 мкг/м³. Для контроля шкалы измерений озона (коррекция систематической ошибки) проводилась поверка газоанализатора с использованием методики и аппаратуры, принадлежащих ГГУП “СФ “Минерал”, осуществляющему эксплуатацию станций городской автоматизированной системы мониторинга атмосферного воздуха Санкт-Петербурга. Последняя такая поверка, выполнявшаяся в конце 2017 года, не выявила существенных изменений, требующих коррекции коэффициентов первичной заводской калибровки прибора.

Поскольку измерительная станция расположена к западу от Санкт-Петербурга (около 35 км от центра города), а Санкт-Петербург является крупным мегаполисом, то в зависимости от метеорологической обстановки (направление и скорость ветра) и времени года, станция может быть подвержена антропогенному влиянию, находясь в шлейфе загрязнения от города; регистрируемые величины ПКО могут сильно меняться и периодически влиять на содержание озона в свободной тропосфере.

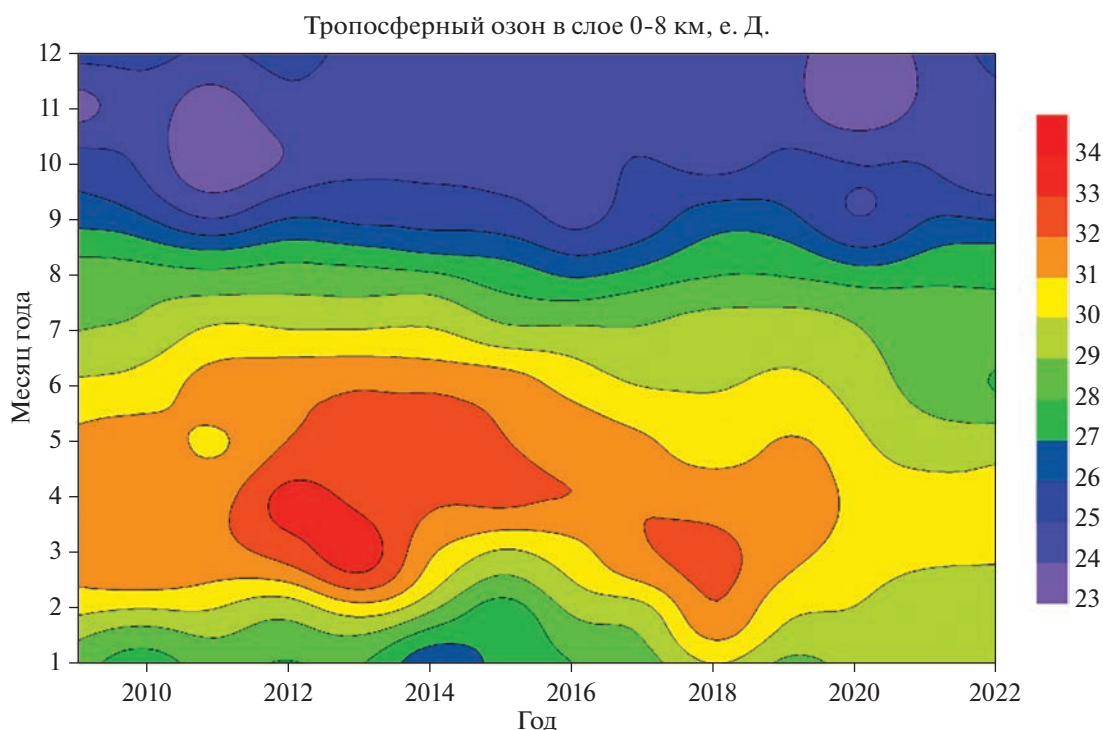


Рис. 1. Распределение величин ТО над станцией St. Petersburg в зависимости от года и месяца года по данным измерений ФС Bruker.

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Мы проанализировали изменчивость ТО в Петергофе в зависимости от времени суток и времени года и не обнаружили сколь либо значимого суточного хода ТО ни в один из сезонов. При этом в разные годы амплитуда сезонного хода ТО имеет некоторые различия. На рис. 1 показано распределение ТО в слое 0–8 км на станции St. Petersburg в зависимости от года и месяца в году. Максимальные в течение года величины ТО наблюдаются в весенний период, что объясняется ростом ОСО в стратосфере над Санкт-Петербургом весной, связанным, в том числе, и с циркуляцией Брюера-Добсона. Интенсивность максимумов и их пики отличаются год от года, что может быть вызвано особенностям динамики атмосферы (волновой активности), а также различным температурным режимом в разные годы. После 2016 года и в большей степени после 2019 года наблюдается уменьшение величин ТО в атмосфере над станцией St. Petersburg в весенний период.

Ранее мы неоднократно проводили независимые оценки трендов ОСО в окрестностях Санкт-Петербурга, используя как дистанционные измерения (наземные и спутниковые), так и данные расчетов химико-климатических моделей (см., например, [Тимофеев и др., 2020; Virolainen et al., 2023]). Достоверного тренда для ОСО за период с 2009 по 2022 г. ни по одному из источников данных и методик оценки выявлено не было. В то же

время оценки гармонизированного ряда ОСО, включающего как данные различных моделей, так и данные различных измерений, показали статистически значимый рост ОСО в период с 2004 по 2021 гг. на величину $+0.4 \pm 0.1$ е.Д. в год [Nerobelov et al., 2022].

Для ТО мы также провели оценку тренда за период 2009–2022 гг. по методике, предложенной авторами работы [Polyakov et al., 2021]; и с достоверностью 95% получили статистически значимое уменьшение содержания ТО за 14 лет в среднем на величину $0.34 \pm 0.22\%$ в год. Таким образом, за рассматриваемый период среднее содержание озона в тропосфере в Петергофе уменьшилось примерно на 1 е.Д. По данным расчетов 11 моделей [Ramaswamy et al., 2001] нормированная величина радиационного воздействия (РВ) для ТО в условиях безоблачной атмосферы для широтного пояса 60 S–60 N оценивалась как 0.05 Вт м^{-2} на 1 е.Д. При этом на 2011 г. также по результатам расчетов ряда моделей вклад ТО в РВ за весь постиндустриальный период оценивался как $+(0.40 \pm 0.20) \text{ Вт м}^{-2}$ [IPCC, 2013]. Таким образом, для региона Санкт-Петербург за последнее десятилетие наблюдается отрицательная величина РВ для ТО, потенциально ведущая к понижению температуры поверхности.

Различие в знаке трендов для ОСО и для ТО вызвано разными причинами. Для ОСО положительный тренд вызван, в первую очередь, ростом

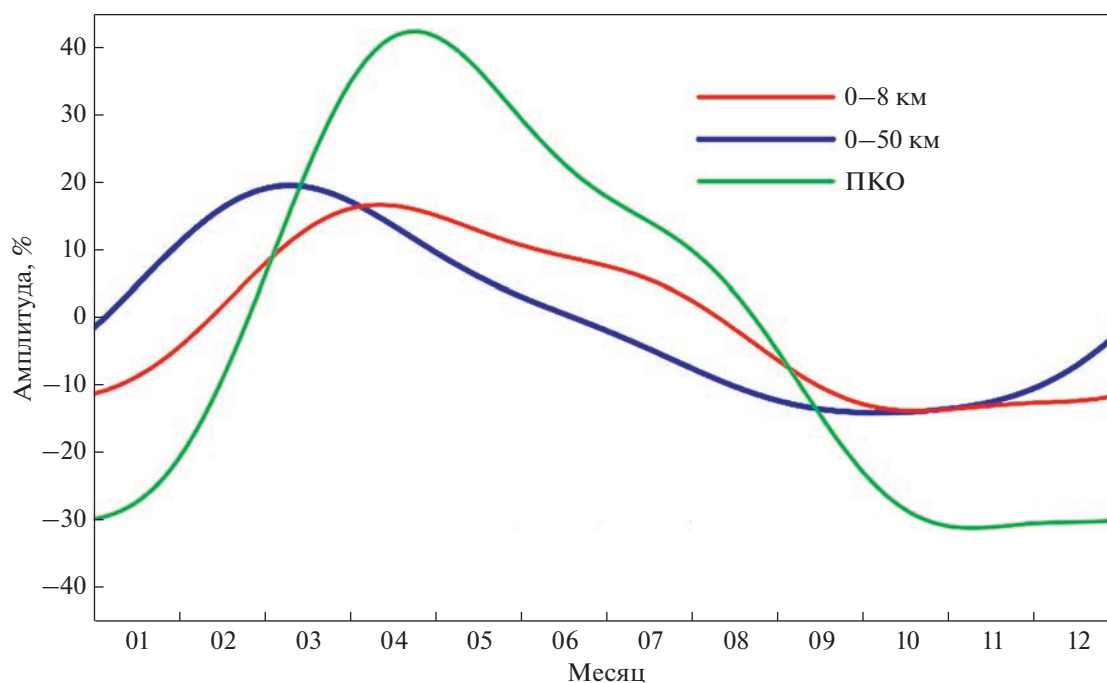


Рис. 2. Вариации сезонного хода относительно средних значений для ПКО, содержания O_3 в тропосфере и во всей толще атмосферы, полученные на станции NDACC St. Petersburg.

содержания озона в верхней стратосфере [Виролайнен и др., 2015], вызванным уменьшением концентрации свободного хлора в стратосфере вследствие принятия Монреальского протокола [WMO, 2022]. Уменьшение ТО в последние годы, скорее всего, вызвано уменьшением выбросов прекурсоров озона за счет переноса промышленных предприятий за пределы Санкт-Петербурга, а также возможным влиянием локдауна 2020 г.

На рис. 2 представлен средний сезонный ход вариаций ТО и ОСО относительно средних величин за весь период измерений. Сезонный ход получен после вычета тренда по методике из работы [Polyakov et al., 2021]. В целом сезонный ход ПКО, ТО и ОСО схож — с максимумом весной и минимумом осенью. Однако, наблюдается временной сдвиг примерно на месяц сезонного хода ТО и сдвиг на 1.5 месяца сезонного хода ПКО относительно сезонного хода ОСО. Временной сдвиг весной обусловлен постепенным нисходящим движением богатого озоном воздуха из стратосферы в тропосферу (см., например, [Антохин и Белан, 2012; Еланский и др., 2021]), а также ростом солнечного излучения и температуры, что способствует перемешиванию тропосферных слоев. Максимум отклонения от среднего значения для ОСО составляет около +20% в начале марта, минимум $\sim -15\%$ в начале октября. Максимум вариации ТО от среднего приходится на первую половину апреля $\sim +16\%$; минимум — около -12 – -14% наблюдается с середины октября до

конца декабря. Максимум вариации ПКО наблюдается во второй половине апреля (более 40%), минимум — с середины октября до середины января. В середине и конце июля также просматривается формирование вторичного максимума отклонения от среднего значения ТО на уровне +7–8% и ПКО на уровне 10–12%. Этот вторичный максимум может быть связан с высокими температурами поверхности, ростом высоты пограничного слоя атмосферы, а также ростом солнечной инсоляции, способствующей генерации тропосферного озона даже на широтах Санкт-Петербурга.

Тропосферное содержание озона, как правило, определяется его общим содержанием, и его изменчивость связана, в первую очередь, с изменчивостью ОСО. Наблюдения за ПКО в основном используются для оценки качества воздуха, поскольку их результат зависит от локальных источников и стоков озона, но при этом такие измерения мало применимы для определения содержания ТО ввиду малого времени жизни озона вблизи поверхности. Тем не менее, в определенные периоды времени, при наличии вертикального перемешивания в пограничном слое атмосферы, корреляции между этими двумя количественными характеристиками атмосферного содержания озона могут усиливаться.

Для совместного анализа результатов измерений ТО и ПКО мы осреднили данные измерений ПКО, которые проводятся каждую минуту, до среднечасовых значений. Аналогичным образом

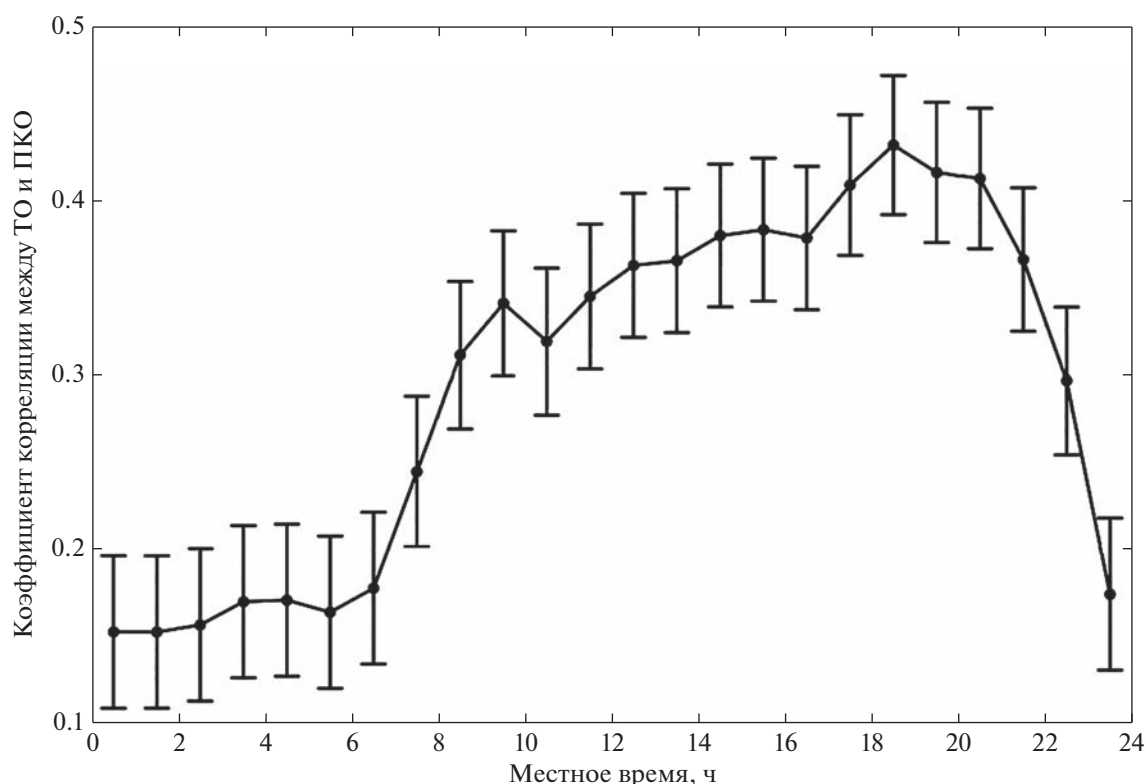


Рис. 3. Суточный ход коэффициента корреляции между среднечасовыми ПКО и среднедневными ТО на станции St. Petersburg. Вертикальными прямыми приведена оценка погрешности расчета КК с достоверностью 95%.

мы поступили и с данными ИК-измерений ТО, количество имеющихся измерений в отдельные часовые промежутки меняется от 1 до 5. Поскольку измерения ТО проводятся только при наличии солнечного излучения, мы рассматривали измерения ТО в интервале от 9 до 19 ч местного времени. Кроме среднечасовых мы также получили среднедневные величины ТО, чтобы проанализировать связь среднечасовых величин ПКО и с этой характеристикой ТО, которая может быть достаточно стабильной при устойчивых воздушных массах. Общее число дней сопоставлений за 2013–2021 гг., в которые проводились одновременные измерения ТО и ПКО, составило чуть более 500.

На рис. 3 показан суточный ход коэффициента корреляции (КК) между среднечасовыми величинами ПКО и среднедневными величинами ТО для всего периода измерений, а также погрешность его определения с достоверностью 95%. Отметим, что если, например, указано время 12 ч, то измерения осреднялись в интервале между 12 и 13 ч. Корреляции ПКО со среднедневными значениями ТО минимальны в ночные часы, КК достигает максимума в 17–20 ч по местному времени. Локальный полдень приходится примерно на 13 ч местного времени, таким образом, в среднем за 2013–2021 гг., максимум корреляций между ПКО

и ТО достигается спустя 4 ч после полудня. Примерно на эти часы приходится максимум суточного хода ПКО на станции St. Petersburg. В то же время максимум температур в послеполуденные часы приводит к более интенсивному перемешиванию приземного слоя и свободной тропосферы, следствием чего являются более высокие корреляции между ПКО и ТО.

Приведенные на рис. 3 коэффициенты корреляции отражают некоторые средние величины, вне зависимости от времени года, в то же время у ТО и ПКО присутствует сезонный ход, с максимумом в весенний период, определяемый сезонным ходом ОСО вследствие циркуляции Брюера-Добсона и тем фактом, что вблизи весеннего равноденствия скорость межсуточного изменения приземной температуры велика, а значит перемешивание в пограничном слое достаточно активно для поступления озона из свободной тропосферы. Кроме того, в отдельные периоды может наблюдаться преобладание тех или иных ветров или движения воздушных масс, например, с “антропогенными” выбросами из мегаполиса, которые могут влиять на корреляции между ПКО и ТО. В работе [Симакина и Крюкова, 2020] анализировалось пространственно-временное распределение ПКО в течение 2018–2019 гг. на территории Санкт-Петербурга и окрестностей на основании

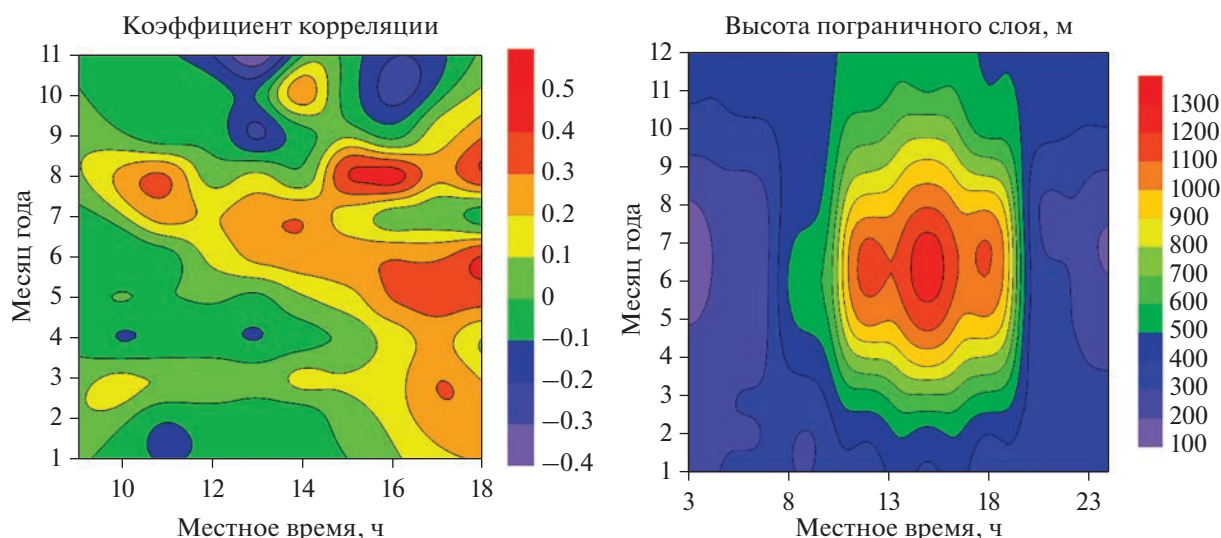


Рис. 4. Коэффициент корреляции между парами среднечасовых ТО и ПКО (слева) на станции St. Petersburg, а также высота пограничного слоя атмосферы (справа) на станции Воейково в зависимости от времени суток и года.

измерений ПКО на 12 наземных станциях. На большинстве станций наблюдались максимумы ПКО в весенний и летний период, наибольшие величины ПКО были зафиксированы на станциях находящихся на отдалении нескольких десятков километров от центра города на территориях распространения шлейфов загрязненного воздуха. Кроме того, в работе была обнаружена обратная связь между облачностью и ростом ПКО. Таким образом, на станции St. Petersburg, расположенной в Петергофе, возможен рост корреляций между ПКО и ТО, поскольку станция может быть в шлейфе загрязнений и измерения ТО происходят только в солнечные дни.

На рис. 4 слева приведены коэффициенты корреляции между среднечасовыми ТО и ПКО за период измерений 2013–2021 гг. Коэффициент корреляции максимален в послеполуденное время в летний сезон, когда наблюдаются наиболее высокие температуры поверхности и, следовательно, активизируется перемешивание различных слоев тропосферы. Из общего количества согласованных по времени среднечасовых пар измерений (1698 пар) были отобраны только те часы и месяцы, в которые число сопоставлений при расчете КК превышало 10. Рисунок 4 (слева) показывает общие тенденции распределения величины КК в зависимости от времени суток и года. Поскольку здесь представлены только согласованные по времени данные, то распределение показано только для дневных часов, когда проводятся ИК-измерения. Причиной весеннего роста КК может быть усиление тропосферно-стратосферного обмена и вертикального перемешивания между приземным слоем и свободной тропосферой; причиной летнего роста КК может быть

возможная генерация озона в приземных слоях тропосферы в ходе фотохимических реакций. В обоих случаях может наблюдаться согласованный рост величин ТО и ПКО.

Справа на рис. 4 приведено распределение высоты пограничного слоя для станции Воейково за период 2010–2014 гг. Данные по высоте пограничного слоя для станции Воейково были скачаны в 2015 году с сайта Университета Вайоминга (<https://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html>), в настоящее время этих данных на сайте не представлено. Ранее данные по высоте пограничного слоя входили в состав банка данных радиозондирования. Станция Воейково расположена примерно в 50 км от станции St. Petersburg. Обе станции, как правило, характеризуются одними и теми же динамическими и метеорологическими процессами, так что распределение высоты пограничного слоя на обеих станциях примерно одинаковое. Максимальная высота пограничного слоя наблюдается в послеполуденные часы, в теплое время года, что хорошо согласуется с ростом корреляций между ТО и ПКО в этот период.

4. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

За период с апреля 2009 по октябрь 2022 г. с помощью измерений ФС Bruker IFS 125HR в течение 850 солнечных дней на станции NDACC St. Petersburg, расположенной в кампусе СПбГУ в Петергофе, были получены данные о содержании озона в слое 0–8 км. Средняя по ансамблю случайная погрешность измерения ТО составила $1.9 \pm 0.4\%$, систематическая погрешность — $3.9 \pm 0.7\%$.

К анализу временной изменчивости ТО также были привлечены данные о ПКО, полученные с помощью измерений газоанализатором Thermo Scientific Model 49i за 2013–2021 гг.

Анализ временной изменчивости результатов измерений озона выявил сезонный ход ТО и ПКО, схожий с сезонным ходом ОСО, но отстающий от него примерно на 1 и 1.5 месяца, соответственно. Максимум вариации ТО от среднего приходится на первую половину апреля $\sim +16\%$; минимум — около -12 – -14% наблюдается с середины октября до конца декабря. Максимум вариации ПКО наблюдается во второй половине апреля (более 40%), минимум — с середины октября до середины января. В середине и конце июля также наблюдается формирование вторичного максимума вариаций ТО на уровне $+7$ – 8% , ПКО на уровне 10 – 12% .

Полученная оценка тренда ТО за период 2009–2022 гг. с достоверностью 95% показывает статистически значимое уменьшение содержания ТО на величину $0.34 \pm 0.22\%$ в год. Наибольшее уменьшение ТО на станции NDACC St. Petersburg в Петергофе наблюдается после 2019 г. Достоверных трендов ОСО за этот период выявлено не было.

Сопоставление согласованных по времени и осредненных за час результатов измерений ТО и ПКО выявило рост коэффициента корреляции между ними в послеполуденные часы в теплое время года. Максимум КК (в отдельные периоды превышающий 0.5) достигается спустя 3 – 4 ч после местного полудня и сопровождается ростом ПКО. Рост КК хорошо согласуется с увеличением высоты пограничного слоя атмосферы, когда наблюдаются наиболее высокие температуры поверхности и, следовательно, имеет место наибольшее перемешивание различных слоев тропосферы.

В дальнейшем планируется привлечение данных моделирования и расчетов обратных траекторий для более детального анализа отдельных периодов увеличения ТО и роста его корреляций с ПКО.

БЛАГОДАРНОСТИ

Наземные спектроскопические измерения и прямые измерения ПКО были выполнены на научном оборудовании ресурсного центра СПбГУ “Геомодель”. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-27-00166, <https://rscf.ru/project/23-27-00166/>. Данные по высоте пограничного слоя на станции Воейково были получены в 2015 году с сайта Университета Вайоминга (<https://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html>). Авторы благодарят сотрудников кафедры физики атмосферы СПбГУ Макарову М.В. за участие в обсуждении результатов, а также Поберовского А.В. и Имхасина Х.Х.

за обеспечение и проведение спектроскопических измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Антохин П.Н., Белан Б.Д. Регулирование динамики тропосферного озона через стратосферу // Оптика атмосферы и океана. 2012. Т. 25. № 10. С. 890–895.
- Виролайнен Я.А., Тимофеев Ю.М., Поберовский А.В., Еременко М., Дюфор Г. Определение содержания озона в различных слоях атмосферы с помощью наземной Фурье-спектроскопии // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51. № 2. С. 191–200.
- Виролайнен Я.А., Тимофеев Ю.М., Поберовский А.В., Поляков А.В., Шаламянский А.М. Эмпирические оценки погрешностей измерения общего содержания озона различными методами и приборами // Оптика атмосферы и океана. 2017. Т. 30. № 2. С. 170–176.
- Еланский Н.Ф. Российские исследования атмосферного озона в 2011–2014 гг. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2016. Т. 52. № 2. С. 150–166.
- Еланский Н.Ф., Голицын Г.С., Крутцен П.Й., Беликов И.Б., Бреннинкмайер К.А.М., Скороход А.И. Наблюдения состава атмосферы над Россией: Эксперименты TROICA // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57. № 1. С. 79–98.
- Звягинцев А.М. Пространственно-временная изменчивость озона в тропосфере. Диссертация. Москва. 2013. 179 с.
- Звягинцев А.М., Кузнецова И.Н., Шалыгина И.Ю., Лезина Е.А., Лапченко В.А., Никифорова М.П., Демин В.И. Исследования и мониторинг приземного озона в России // Труды Гидрометцентра России. 2017. Вып. 365. С. 56–70.
- Кароль И.Л., Киселев А.А., Генихович Е.Л., Чичерин С.С. Короткоживущие радиационно-активные примеси в атмосфере и их роль в современных изменениях климата // Труды ГГО. 2012. № 567. С. 5–82.
- Макитас А.П. Существенное уменьшение содержания озона в арктической атмосфере зимой 2016 года // Российские полярные исследования. 2016. Т. 24. № 2. С. 9–10.
- Симакина Т.Е., Крюкова С.В. Пространственно-временное распределение концентрации приземного озона в Санкт-Петербурге // Гидрометеорология и экология. 2020. № 61. С. 407–420.
- Смышляев С.П., Виролайнен Я.А., Моцаков М.А., Тимофеев Ю.М., Поберовский А.В., Поляков А.В. Межгодовые и сезонные вариации содержания озона в разных высотных слоях атмосферы Санкт-Петербурга по данным наблюдений и численного моделирования // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53. № 3. С. 343–359.
- Тимофеев Ю.М., Поляков А.В., Виролайнен Я.А., Макарова М.В., Ионов Д.В., Поберовский А.В., Имхасин Х.Х. Оценки трендов содержания климатически важных атмосферных газов вблизи Санкт-Петербурга // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56. № 1. С. 97–103.
- Antokhin P.N., Arshinov M.Yu., Belan B.D., Davydov D.K., Zhidovkin E.V., Ivlev G.A., Kozlov A.V., Kozlov V.S.,

- Panchenko M.V., Penner I.E., Pestunov D.A., Simonenkov D.V., Tolmachev G.N., Fofonov A.V., Shamaev V.S., Shmargunov V.P. Optik AN30 aircraft laboratory: 20 years of environmental research // J. Atmos. and Oceanic Technology. 2012. V. 29. № 1. P. 64–75.
- Cuesta J., Eremenko M., Liu X., Dufour G., Cai Z., Höpfner M., von Clarmann T., Sellitto P., Foret G., Gaubert B., Beekmann M., Orphal J., Chance K., Spurr R., Flaud J.-M. Satellite observation of lowermost tropospheric ozone by multispectral synergism of IASI thermal infrared and GOME-2 ultraviolet measurements over Europe // Atmos. Chem. Phys. 2013. V. 13. № 19. P. 9675–9693.
- Dorokhov V., Yushkov V., Makshtas A., Ivlev G., Tereb N., Savinykh V., Shepelev D., Nakajima H., McElroy C.T., Tarasick D., Goutail F., Pommereau J.-P., Pazmino A. Brewer, SAOZ and Ozonesonde Observations in Siberia // Atmosphere-Ocean. 2013. V. 51. № 3. P. 14–18.
- Dufour G., Eremenko M., Griesfeller A., Barret B., Le Flochmoën E., Clerbaux C., Hadji-Lazaro J., Coheur P.-F., Hurtmans D. Validation of three different scientific ozone products retrieved from IASI spectra using ozonesondes // Atmos. Mes. Tech. 2012. V. 5. № 3. P. 611–630.
- Gaudel A., Cooper O.R., Ancellet G., Barret B., Boynard A., Burrows, J.P., Clerbaux C., Coheur P.-F., Cuesta J., Cuevas E., Doniki S., Dufour G., Ebojie F., Foret G., Garcia O., Granados-Muñoz M.J., Hannigan J.W., Hase F., Hassler B., Huang G., Hurtmans D., Jaffe D., Jones N., Kalabokas P., Kerridge B., Kulawik S., Latter B., Leblanc T., Le Flochmoën E., Lin W., Liu J., Liu X., Mahieu E., McClure-Begley A., Neu J.L., Osman M., Palm M., Petetin H., Petropavlovskikh I., Querel R., Rappoe N., Rozanov A., Schultz M.G., Schwab J., Siddans R., Smale D., Steinbacher M., Tanimoto H., Tarasick D.W., Thouret V., Thompson A.M., Trickl T., Weatherhead E., Wespes C., Worden H.M., Vigouroux C., Xu X., Zeng G., Ziemke J. Tropospheric Ozone Assessment Report: Present-day distribution and trends of tropospheric ozone relevant to climate and global atmospheric chemistry model evaluation // Elementa: Science of the Anthropocene. 2018. V. 39. № 6.
- Hase H., Hannigan J.W., Coffey M.T., Goldman A., Hoepfner M., Jones N.B., Rinsland C.P., Wood S.W. Intercomparison of retrieval codes used for the analysis of high-resolution, ground-based FTIR measurements // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 2004. V. 87. № 1. P. 25–52.
- Hubert D., Heue K.-P., Lambert J.-C., Verhoelst T., Allaart M., Compernelle S., Cullis P.D., Dehn A., Félix C., Johnson B.J., Keppens A., Kollonige D.E., Lerot C., Loyola D., Maata M., Mitro S., Mohamad M., Piers A., Romahn F., Selkirk H.B., da Silva F.R., Stauffer R.M., Thompson A.M., Veefkind J.P., Vömel H., Witte J.C., Zehner C. TROPOMI tropospheric ozone column data: geophysical assessment and comparison to ozonesondes, GOME-2B and OMI // Atmos. Meas. Tech. 2021. V. 14. № 12. P. 7405–7433.
- IPCC: Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / Eds. Stocker T.F., Qin D., Plattner G.-K., Tignor M., Allen S.K., Boschung J., Nauels A., Xia Y., Bex V., Midgley P.M. NY (USA): Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, 2013. 1535 p.
- NDACC database. <https://www-air.larc.nasa.gov/missions/ndacc/data.html>.
- Nerobolov G., Timofeyev Y., Virolainen Y., Polyakov A., Solomatnikova A., Poberovskii A., Kirner O., Al-Subari O., Smyshlyaev S., Rozanov E. Measurements and Modelling of Total Ozone Columns near St. Petersburg, Russia // Remote Sens. 2022. V. 14. P. 3944.
- Paris J.-D., Ciais Ph., Nédélec Ph., Stohl A., Belan B.D., Arshinov M.Yu., Carouge C., Golitsyn G., Granberg I.G. New insights on the chemical composition of the Siberian air shed from the YAK-AEROSIB aircraft campaigns // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 2010. V. 91. № 5. P. 1–17.
- Polyakov A., Poberovsky A., Makarova M., Virolainen Y., Timofeyev Y., Nikulina A. Measurements of CFC-11, CFC-12, and HCFC-22 total columns in the atmosphere at the St. Petersburg site in 2009–2019 // Atmos. Meas. Tech. 2021. V. 14. № 8. P. 5349–5368.
- Ramaswamy V., Boucher O., Haigh J., Hauglustaine D., Haywood J., Myhre G., Nakajima T., Shi G.Y., Solomon S. Radiative forcing of climate change. In: Climate Change 2001: The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / Eds. Houghton J.T., Ding Y., Griggs D.J., Noguer M., van der Linden P.J., Dai X., Maskell K., Johnson C.A. NY (USA): Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, 2001. 881 p.
- Tarasick D., Galbally I.E., Cooper O.R., Schultz M.G., Ancellet G., Leblanc T., Wallington T.J., Ziemke J., Liu X., Steinbacher M., Staehelin J., Vigouroux C., Hannigan J.W., Garcia O., Foret G., Zanis P., Weatherhead E., Petropavlovskikh I., Worden H., Osman M., Liu J., Chang K.-L., Gaudel A., Lin M., Granados-Muñoz M., Thompson A.M., Oltmans S.J., Cuesta J., Dufour G., Thouret V., Hassler B., Trickl T., Neu J.L. Tropospheric Ozone Assessment Report: Tropospheric ozone from 1877 to 2016, observed levels, trends and uncertainties // Elementa: Science of the Anthropocene. 2019. V. 39. № 7.
- Vigouroux C., De Mazière M., Demoulin P., Servais C., Hase F., Blumenstock T., Kramer I., Schneider M., Mellqvist J., Strandberg A., Velasco V., Notholt J., Sussmann R., Stremme W., Rockmann A., Gardiner T., Coleman M., Woods P. Evaluation of tropospheric and stratospheric ozone trends over Western Europe from ground-based FTIR network observations // Atmos. Chem. Phys. 2008. V. 8. № 23. P. 6865–6886.
- Virolainen Y., Polyakov A., Timofeyev Y., Poberovsky A. FTIR measurements of stratospheric gases at the St. Petersburg site // Problems of Geocompos-2022. Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences / Eds. Kostrov A., Lyskova E., Mironova I., Baranov S., Apatenkov S. 2023. Springer, Cham. (submitted).
- Whole Atmosphere Community Climate Model (WACCM) Model Output ds313.6. <https://doi.org/10.5065/G643-Z138> <https://rda.ucar.edu/datasets/ds313.6/#!description>.
- World Meteorological Organization (WMO). Executive Summary. Scientific Assessment of Ozone Depletion: 2022. GAW Report No. 278. WMO: Geneva, 2022. 56 p.

- Wu S., Mickley L.J., Jacob D.J., Logan J.A., Yantosca R.M., Rind D. Why are there large differences between models in global budgets of tropospheric ozone? // *J. Geophys. Res.* 2007. V. 112. № D05 P. 302.
- Young P.J., Archibald A.T., Bowman K.W., Lamarque J.-F., Naik V., Stevenson D.S., Tilmes S., Voulgarakis A., Wild O., Bergmann D., Cameron-Smith P., Cionni I., Collins W.J., Dalsøren S.B., Doherty R.M., Eyring V., Faluvegi G., Horowitz L.W., Josse B., Lee Y.H., MacKenzie I.A., Nagashima T., Plummer D.A., Righi M., Rumbold S.T., Skeie R.B., Shindell D.T., Sirode S.A., Sudo K., Szopa S., Zeng G. Pre-industrial to end 21st century projections of tropospheric ozone from the Atmospheric Chemistry and Climate Model Intercomparison Project (ACCMIP) // *Atmos. Chem. Phys.* 2013. V. 13. № 4. P. 2063–2090.
- Ziemke J.R., Chandra S., Duncan B.N., Froidevaux L., Bhartia P.K., Levelt P.F., Waters J.W. Tropospheric ozone determined from Aura OMI and MLS: Evaluation of measurements and comparison with the Global Modeling Initiative's Chemical Transport Model // *J. Geophys. Res.* 2006. V. 111. № D19. P. 303.

Analysis of Long-Term Measurements of Tropospheric Ozone at the SPBU Observational Site in Peterhof

Ya. A. Virolainen¹, *, D. V. Ionov¹, and A. V. Polyakov¹

¹St. Petersburg University, 7–9 Universitetskaya Emb., St. Petersburg, 199034 Russia

*e-mail: yana.virolainen@spbu.ru

Tropospheric ozone (TO) is one of the major greenhouse gases and a toxic air pollutant. It plays a key role in various chemical and photochemical processes in the troposphere. Ozone concentrations both at surface level and in free troposphere are measured by various local and remote-sensing methods. The SPBU observational site in Peterhof (NDACC site St. Petersburg) is equipped with the Bruker IFS 125HR Fourier spectrometer used for TO measurements and the Thermo Scientific Model 49i gas analyzer for monitoring surface ozone concentrations (SOC). The temporal variability of TO in the 0–8 km layer for the period from April 2009 to October 2022 and of SOC for the period from 2013 to 2021 has been analyzed. Seasonal cycle of TO and SOC is similar to that of total ozone columns, but it is shifted in time by about 1 and 1.5 months, respectively. The maximum variation of TO from the average value for the period falls on the first half of April ~+16%; a minimum of about –(12–14)% is observed from mid-October to the end of December. In the middle of summer, there is also a slight increase in the TO variation at the level of +(7–8)%. A statistically significant decrease in the TO content by $0.34 \pm 0.22\%$ per year was also obtained. Comparison of hourly averaged data on TO with synchronized data of SOC measurements revealed an increase in the correlation coefficient (up to 0.5 or more) between the two values 3–4 hours after local noon in the warm season, accompanied by an increase in SOC. The increase in correlations is in good agreement with the increase in the height of the planet boundary layer.

Keywords: tropospheric ozone, FTIR-spectroscopy, ozone surface concentrations, variability of tropospheric trace gases

УДК 532.5:551.465

ДАЛЬНИЕ ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА БЕСКОНЕЧНО ГЛУБОКОГО ОКЕАНА И ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ ЛОКАЛИЗОВАННЫМ ИСТОЧНИКОМ

© 2023 г. В. В. Булатов^а, *, И. Ю. Владимиров^б, **

^аИнститут проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Вернадского просп., 101-1, Москва, 119526 Россия

^бИнститут океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Нахимовский просп., 36, Москва, 117997 Россия

*e-mail: internalwave@mail.ru

**e-mail: iyuvladimirov@rambler.ru

Поступила в редакцию 13.01.2023 г.

После доработки 15.02.2023 г.

Принята к публикации 10.03.2023 г.

Решена задача о построении асимптотик дальних волновых полей, возникающих на границе раздела льда и бесконечно глубокой однородной жидкости при обтекании локализованного источника возмущений. Получено интегральное представление решения и с помощью метода стационарной фазы построено асимптотическое представление решения для сверхкритических режимов волновой генерации. Проведено сравнение точных и асимптотических результатов, и показано, что асимптотики вдали от источника возмущений позволяют описать амплитудно-фазовую структуру дальних волновых полей.

Ключевые слова: ледяной покров, возвышение поверхности раздела, дальние поля, локализованный источник

DOI: 10.31857/S0002351523030033, **EDN:** TNKLXC

Характерным природным фактором полярных районов Мирового океана и замерзающих морских акваторий является наличие ледяного покрова. Плавающий ледяной покров, определяющий динамическое взаимодействие между океаном и атмосферой, влияет на динамику не только морской поверхности, но и подповерхностных вод [Marchenko et al., 2010; Булатов, 2017; Morigov, 2018; Velarde et al., 2018]. В общем движении по вертикали участвует как ледяной покров, так и вся масса жидкости под ним. Волновые процессы под ледяным покровом проявляются в его деформации, которая зависит от физико-механических свойств льда. Воздействием волн можно объяснить такие явления как образование трещин в сплошных ледяных полях, разрушение льда в прикромочных зонах, взламывание припая. Изучение волновых процессов в море с плавающим ледяным покровом актуально для изучения его реакции на различные гидродинамические возмущения, движущиеся средства, процессов распада ледяных полей в интересах судоходства, а также совершенствования методов дистанционного зондирования поверхности ледяного покрытия. Современное состояние проблемы и подроб-

ный обзор работ содержится в [Булатов, 2017; Mei et al., 2017; Ильичев, 2003].

В природных условиях причинами деформации ледяной поверхности могут быть, например, импульсные и периодические изменения давления, подводные источники различной физической природы (в том числе подводные взрывы), движущиеся по льду нагрузки постоянной и переменной интенсивности, локализованные возмущения морской поверхности [Сидняев, 2013; Булатов, 2017; Mei et al., 2017; Marchenko et al., 2010]. Обычно предполагается, что ледяной покров является сплошным, то есть его горизонтальные масштабы превышают длины возбуждаемых волн [Савин и др., 2015; Стурова, 2021]. Ледяной покров при достаточно естественных условиях моделируется тонкой упругой пластиной, деформации малы и пластина является физически линейной [Dinay et al., 2019; Sturova, 2015; Ильичев, 2021]. В дальнейшем для проведения прогнозных расчетов возмущений ледяного покрова можно подобрать параметры использованной модели так, чтобы приблизить смоделированную волновую систему к реально наблюдаемым в природных условиях картинам возмущения поверхности

льда [Букатов, 2017; Свиркунов и др., 2014; Булатов и др., 2015; Mei et al., 2017].

Целью настоящей работы является решение ранее не рассматриваемой задачи о построении асимптотик дальних волновых возмущений ледяного покрова, возбуждаемых локализованным источником в потоке однородной жидкости бесконечной глубины.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ФОРМЫ РЕШЕНИЙ

Рассматривается поток идеальной бесконечно глубокой жидкости, который обтекает точечный источник мощности массы q ($q = \text{const}$). Сверху течение ограничено ледяным покровом толщины h . Горизонтальная плоскость ξy совпадает с невозмущенной границей раздела жидкости плотности ρ_0 и льда плотности ρ_1 . Скорость потока жидкости направлена вдоль оси ξ и равна V , источник расположен в точке $(0, 0, z_0)$, $z_0 < 0$. Обозначим через $\varphi(\xi, y, z)$ установившийся во времени потенциал возмущений скорости: $\nabla\varphi = (u, v, w)$, и через $\eta(\xi, y)$ — установившуюся величину возвышения поверхности раздела жидкости и ледового покрова. Тогда $(V + u, v, w)$ — вектор скорости произвольной частицы жидкости. В линейном приближении математическая постановка задачи формулируется следующим образом [Букатов, 2017; Савин и др., 2015; Стурова, 2021; Ильичев, 2003]

$$\left(\Delta + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\varphi = q\delta(\xi)\delta(y)\delta(z - z_0), \quad (1)$$

$$\frac{D\varphi}{Dt} + g\eta - C\Delta\eta + B\Delta^2\eta + A\frac{D^2\eta}{Dt^2} = 0, \quad z = 0, \quad (2)$$

$$\frac{D\eta}{Dt} = \frac{\partial\varphi}{\partial z}, \quad z = 0, \quad (3)$$

$$\varphi \rightarrow 0, \quad z \rightarrow -\infty, \quad (4)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \frac{D}{Dt} = V \frac{\partial}{\partial \xi},$$

$$A = \frac{h\rho_1}{\rho_0}, \quad B = \frac{Eh^3}{12\rho_0(1 - v_0^2)}, \quad C = \frac{\sigma h}{\rho_0},$$

где g — ускорение свободного падения, E — модуль Юнга льда, v_0 — коэффициент Пуассона, σ — начальное напряжение. Характерные значения этих величин в морских условиях равны [Marchenko et al., 2010; Букатов, 2017; Morigozov, 2018; Velarde et al., 2018]: $\rho_0 = 1025 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\rho_1 = 0.9\rho_0$,

$E = 3 \times 10^9 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$, $v_0 = 0.3$, $\sigma = 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$. Из двух гра-

ничных условий (2)–(3) можно получить одно условие для φ

$$\frac{D^2\varphi}{Dt^2} + g \frac{\partial\varphi}{\partial z} - C\Delta \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) + B\Delta^2 \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) + A \frac{D^2}{Dt^2} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) = 0, \quad z = 0. \quad (5)$$

В терминах фурье образа потенциала

$$\Phi(\mu, v, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ivy) \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi, y, z) \exp(i\mu\xi) dy d\xi.$$

Задача (1), (4), (5) формулируется следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} - k^2\Phi &= q\delta(z - z_0), \\ -\mu^2V^2\Phi + (g + Ck^2 + Bk^4 - A\mu^2V^2) \frac{\partial\Phi}{\partial z} &= 0, \\ z &= 0, \\ \Phi \rightarrow 0, \quad z \rightarrow -\infty, \quad k^2 &= \mu^2 + v^2. \end{aligned}$$

Решение этой задачи имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi &= -\frac{(\mu^2V^2 \text{sh } kz + kP \text{ch } kz) \exp(kz_0)}{kR}, \\ z_0 &< z \leq 0, \\ \Phi &= -\frac{(\mu^2V^2 \text{sh } kz_0 + kP \text{ch } kz_0) \exp(kz)}{kR}, \\ z &< z_0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$P = g + Ck^2 + Bk^4 - A\mu^2V^2, \quad R = -\mu^2V^2 + kP.$$

Тогда из (3), (6) Фурье образ возвышения Ψ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Psi &= -\frac{iqV\mu \exp(kz_0)}{(Ak + 1)b(\mu, v)}, \quad \Omega(k) = \frac{k(g + Ck^2 + Bk^4)}{Ak + 1}, \\ b(\mu, v) &= \Omega^2(k) - \mu^2V^2. \end{aligned}$$

Здесь $\Omega(k)$ — дисперсионное соотношение для волн в неподвижной жидкости под ледовым покровом [Савин и др., 2015; Стурова, 2021; Ильичев, 2003]. Тогда выражение для возвышения имеет вид

$$\begin{aligned} \eta(\xi, y) &= \frac{-iqV}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ivy) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\mu, v)}{b(\mu, v)} \exp(-i\mu\xi) dv d\mu, \\ f(\mu, v) &= \frac{\mu \exp(kz_0)}{Ak + 1}. \end{aligned} \quad (7)$$

2. ПОСТРОЕНИЕ АСИМПТОТИК РЕШЕНИЙ

В [Савин и др., 2015] отмечено, что решение в форме (7) представляет сложную в вычислительном плане задачу из-за возникающих в расчетных формулах сингулярностей. Рассмотрим поведение функции $\eta(\xi, y)$ вдоль некоторого направления S_α , составляющего угол α с положительным направлением оси ξ , т.е. будем считать, что $\xi = r \cos \alpha$, $y = r \sin \alpha$, $0 \leq \alpha \leq \pi$. Чтобы найти асимптотику интеграла (7) при $r \rightarrow \infty$ необходимо перевести контур интегрирования по переменной μ в нижнюю полуплоскость. Интеграл в нижней полуплоскости экспоненциально мал при $r \rightarrow \infty$. Основной вклад в (7) будет определяться полюсами подынтегральной функции, расположенными на действительной оси. Эти два полюса (дисперсионные кривые) $\mu = \pm \mu_1(v)$ находятся из решения уравнения $b(\mu, v) = 0$, т.е. $\mu^2 V^2 = \Omega^2(\sqrt{\mu^2 + v^2})$. Это уравнение имеет действительные корни лишь при выполнении условия: $V > V_* = \Omega(k_*)/k_*$, где k_* — единственные положительные корни уравнения: $2ABk^5 + 3Bk^4 + Ck^2 - 2Agk - g = 0$ [Савин и др., 2015; Ильичев, 2021].

Далее предполагается, что $V > V_*$, поскольку только в этом случае источник генерирует в набегающем потоке волновые возмущения [Савин и др., 2015; Стурова, 2021; Ильичев, 2003; Sturova, 2015]. Тогда для суммарного вклада вычетов $\mu = \pm \mu_1(v)$ можно получить

$$\eta(\xi, y) = \frac{-iqV}{4\pi} \int_{L_+(\alpha)} \frac{f(\mu, v)}{G(\mu, v)} \cos(\mu\xi + vy) dv, \quad (8)$$

$$G(\mu, v) = \frac{\partial b(\mu, v)}{\partial \mu}, \quad \mu = \mu_1(v),$$

где $L_+(\alpha)$ — та часть дисперсионной кривой $\mu = \mu_1(v)$, для которой проекция вектора групповой скорости на направление S_α положительна, т.е. выполнено следующее неравенство: $\left(V - \Omega'(k) \frac{\mu}{k}\right) \cos(\alpha) - \Omega'(k) \frac{v}{k} \sin(\alpha) > 0$. Это условие (условие излучения) означает, что волновая энергия распространяется наружу от источника возмущений. Интеграл (8) можно рассматривать как криволинейный интеграл второго рода вдоль кривой $L_+(\alpha)$, причем направление обхода этой кривой выбирается таким образом, чтобы проекция касательной к $L_+(\alpha)$ на направление $S_{\alpha+\pi/2}$ была положительной: $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) d\mu + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) dv > 0$.

Асимптотика интеграла (8) при $r \rightarrow \infty$ вычисляется методом стационарной фазы

$$\eta(\xi, y) \approx -\frac{qV}{\sqrt{2\pi r|D(k)|}} \frac{\mu_1(k) \exp(kz_0) \cos(\Theta)}{(Ak+1)T},$$

$$T = (\Omega(k)\Omega'(k) \frac{\mu_1(k)}{k} - \mu_1(k)V^2) \cos(\alpha) +$$

$$+ \Omega(k)\Omega'(k) \frac{v_1(k)}{k} \sin(\alpha),$$

$$D(k) = \left(-\mu_1'(k)v_1''(k) + v_1'(k)\mu_1''(k)\right) \times$$

$$\times \left((\mu_1(k))^2 + (v_1(k))^2\right)^{-3/2},$$

$$\Theta = \mu_1(k)\xi - v_1(k)y + \frac{\pi}{4} \text{sign}(D(k)),$$

$$k = k_0(\alpha), \quad \mu_1(k) = \frac{\Omega(k)}{V},$$

$$v_1(k) = \sqrt{k^2 - (\Omega(k)/k)^2},$$

где $k_0(\alpha)$ — единственный корень уравнения $\mu_1'(k) \cos(\alpha) - v_1'(k) \sin(\alpha) = 0$, функции $\mu_1(k)$, $v_1(k)$ — определяют параметрическое (с параметром k) представление правой ($v \geq 0$) ветви дисперсионной кривой $\mu_1(v)$, $D(k)$ — ориентированная кривизна ветви $(\mu_1(k), -v_1(k))$, т.е. левой ($v \leq 0$) половины дисперсионной кривой $\mu_1(v)$. Отметим, что $(\mu_1(k), -v_1(k))$ — единственная стационарная точка фазовой функции интеграла (8), лежащая на кривой $L_+(\alpha)$. Так как эта точка расположена на левой ($v \leq 0$) ветви дисперсионной кривой, то в формулах (9) кривизна дисперсионной кривой вычисляется только для левой ветви.

На рис. 1–3 представлены результаты расчетов возвышения ледяного покрова для следующих параметров, характерных для реальных гидрофизических условий Мирового океана [Marchenko et al., 2010; Булатов, 2017; Morozov, 2018; Velarde et al.,

2018]: $q = 5 \frac{\text{М}^3}{\text{с}}$, $V = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}}$, $h = 0.25$ м, $z_0 = -2$ м, что в данной постановке позволяет, например, моделировать обтекание затупленного достаточно протяженного тела с диаметром порядка одного метра [Булатов и др., 2015]. Очевидно, что в дальнейшем, используя операцию свертки, наибольший выигрыш при использовании данного подхода можно получить при исследовании волновых возмущений ледяного покрова, возбуждаемых распределенными в пространстве источниками различной физической природы, как естественного, так и антропогенного характеров [Свирикунов и др., 2014; Булатов и др., 2015]. На рис. 1 приведены результаты расчетов по формулам (8), на рис. 2 приведены результаты расчетов по асимптотическим

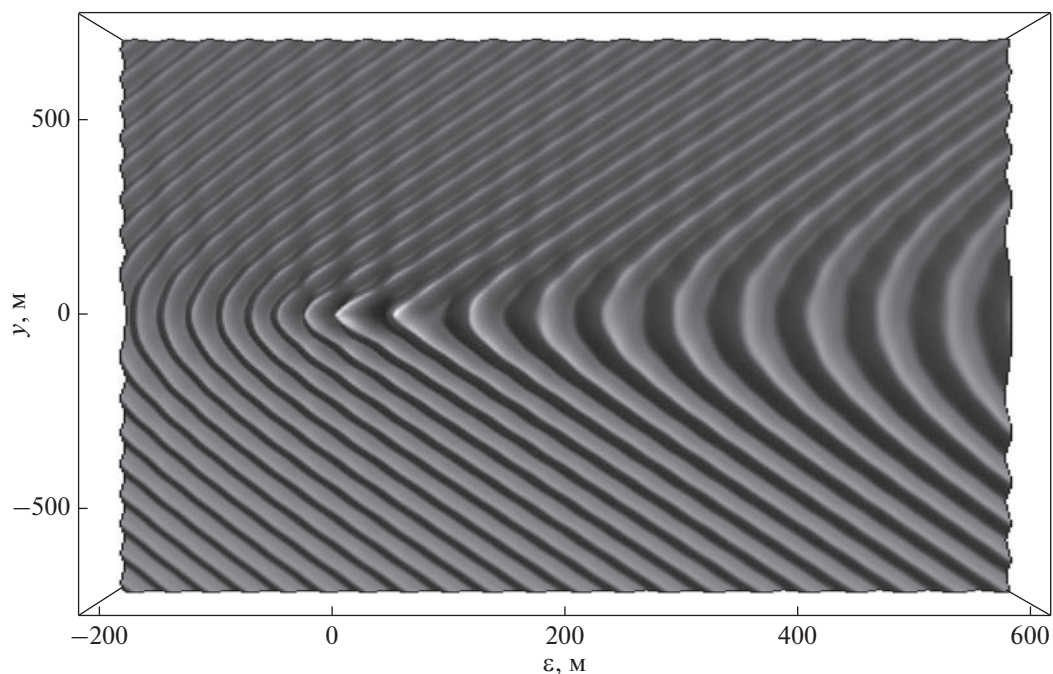


Рис. 1. Возвышение ледяного покрова: точное решение.

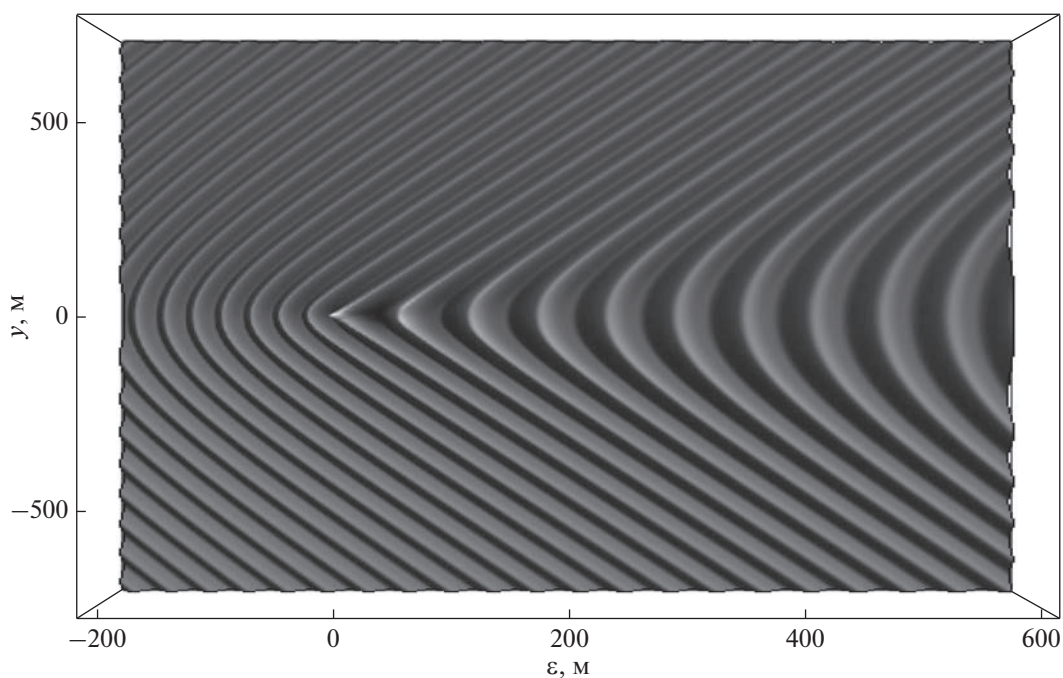


Рис. 2. Возвышение ледяного покрова: асимптотика стационарной фазы.

формулам (9). Как видно из представленных результатов, построенные асимптотики адекватно описывают амплитудно-фазовую структуру дальних волновых полей возвышения ледяного покрова. На рис. 3 представлена “срезка” амплитуды возвышения вдоль оси ξ при фиксированном

значении y , рассчитанная по формуле (8). Как показывают численные расчеты, для использованных параметров источника возбуждения характерные величины возвышения составляют не менее 5 миллиметров, что, по порядку величин, не противоречит наблюдаемым в природных усло-

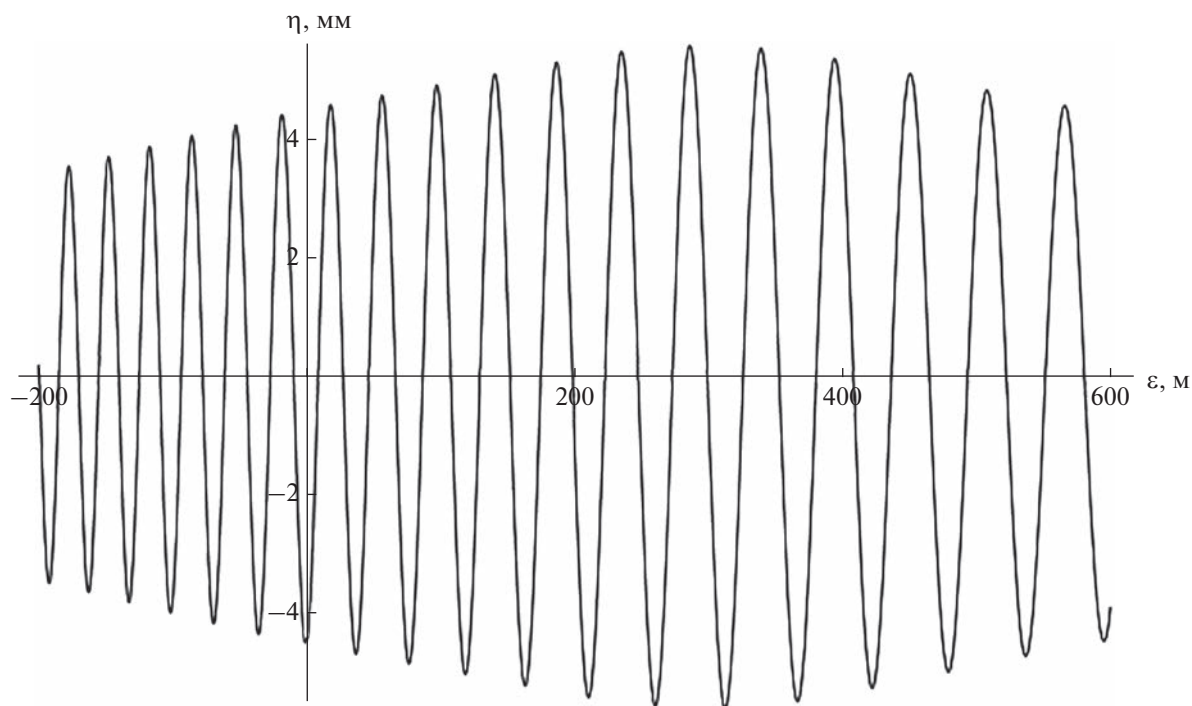


Рис. 3. Возвышение ледяного покрова при $y = 200$ м.

виях значениям возмущения ледяного покрова [Marchenko et al., 2010; Букатов, 2017; Morozov, 2018; Velarde et al., 2018].

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе с помощью метода стационарной фазы построены асимптотические решения, описывающие динамику волновых пакетов, возбуждаемых на поверхности ледяного покрова при обтекании локализованного источника потоком бесконечно глубокой однородной жидкости. Построенные асимптотики дальних полей дают возможность эффективно рассчитывать основные характеристики волновых возмущений, и, кроме того, качественно анализировать полученные решения, что важно для правильной постановки математических моделей волновой динамики. Полученные асимптотические результаты с различными значениями входящих в них физических параметров позволяют провести оценку характеристик возмущений ледяного покрова, наблюдаемых в реальных океанических условиях. Построенные в работе асимптотики позволяют рассчитывать дальние волновые поля, в том числе, и от нелокальных источников возмущений различной физической природы. В результате проведения модельных многовариантных расчетов по асимптотическим формулам смоделированная волновая система может быть приближена к наблюдаемым в натурных условиях волновым картинам, что позволяет оценить физические параметры

реальных источников возбуждения волн в морской среде с ледовым покрытием. Поэтому полученные асимптотические результаты дают возможность определить основные характеристики начальных возмущений, варьируя модельные значения исходных параметров. Таким образом, математические модели волновой генерации на поверхности раздела морской воды и льда могут быть не только верифицированы, но и использованы для проведения прогнозных оценок.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант № 23-21-00194.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Букатов А.Е. Волны в море с плавающим ледяным покровом. Севастополь: ФГБУН МГИ, 2017. 360 с.
- Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Волны в стратифицированных средах. М.: Наука, 2015. 735 с.
- Ильичев А.Т. Уединенные волны в моделях гидродинамики. М.: Физматлит, 2003. 256 с.
- Ильичев А.Т. Эффективные длины волн огибающей на поверхности воды под ледяным покровом: малые амплитуды и умеренные глубины // ТМФ. 2021. Т. 28. № 3. С. 387–408.
- Савин А.С., Савин А.А. Пространственная задача о возмущениях ледяного покрова движущимся в жидкости диполем // Изв. РАН. МЖГ. 2015. № 5. С. 16–23.
- Свиркунов П.Н., Калашник М.В. Фазовые картины диспергирующих волн от движущихся локализованных источников // УФН. 2014. Т. 184. № 1. С. 89–100.

- Сидняев Н.И. Теоретические исследования гидродинамики при подводном взрыве точечного источника // Инженерный журн.: наука и инновации. 2013. № 2. URL: <https://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/614.html>.
- Стурова И.В. Движение нагрузки по ледяному покрову с неравномерным сжатием // Изв. РАН. МЖГ. 2021. № 4. С. 63–72.
- Dinvey E., Kalisch H., Parau E.I. Fully dispersive models for moving loads on ice sheets // J. Fluid Mech. 2019. V. 876. P. 122–149.
- Marchenko A.V., Morozov E.G., Muzylev S.V., Shestov A.S. Interaction of short internal waves with the ice cover in an Arctic fjord // Oceanology. 2010. V. 50(1). P. 18–27.
- Mei C.C., Stiassnie M., Yue D.K.-P. Theory and applications of ocean surface waves. Advanced series of ocean engineering. V. 42. London: World Scientific Publishing, 2017. 1500 p.
- Morozov E.G. Oceanic internal tides. Observations, analysis and modeling. Berlin: Springer, 2018. 317 p.
- Sturova I.V. Radiation of waves by a cylinder submerged in water with ice floe or polynya // J. Fluid Mech. 2015. V. 784. P. 373–395.
- Velarde M.G., Tarakanov R. Yu., Marchenko A.V. (Eds.). The ocean in motion. Springer Oceanography. Springer International Publishing AG, 2018. 625 p.

Far Fields at Interface between an Infinitely Deep Ocean and Ice Excited by a Localized Source

V. V. Bulatov^{1, *} and I. Yu. Vladimirov^{2, **}

¹Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Vernadskogo pr., 101-1, Moscow, 119526 Russia

²Shirshov Institute of Oceanology RAS, Nahimovskiy, pr., 36, Moscow, 117997 Russia

*e-mail: internalwave@mail.ru

**e-mail: iyuvladimirov@rambler.ru

The problem of constructing asymptotics of the far wave fields that arise at the interface between ice and an infinitely deep liquid in the flow around a localized source is solved. An integral representation of the solution is obtained, and an asymptotic representation of the solution for supercritical modes of wave generation is constructed using the stationary phase method. The exact and asymptotic results are compared, and it is shown that the asymptotics far from the source make it possible to describe the amplitude-phase structure of far wave fields.

Keywords: ice cover, interface elevation, far fields, localized source

УДК 532.6:534.1:551.501.8:551.594

ОБ АКУСТИЧЕСКОМ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ИЗЛУЧЕНИЯХ ЗАРЯЖЕННОЙ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ КАПЛИ

© 2023 г. А. И. Григорьев^а, *, Н. Ю. Колбнева^б, **, С. О. Ширяева^б, ***

^аИнститут проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Вернадского просп., д. 101, к. 1, Москва, 119526 Россия

^бЯрославский государственный университет им. П.Г. Демидова, ул. Советская, д. 14, Ярославль, 150000 Россия

*e-mail: grigorai@mail.ru

**e-mail: kolbneva-nata@yandex.ru

***e-mail: shir@uniyar.ac.ru

Поступила в редакцию 16.12.2022 г.

После доработки 15.02.2023 г.

Принята к публикации 10.03.2023 г.

Теоретическими методами классической математической физики исследуются акустическое и электромагнитное излучения, порождаемые капиллярными осцилляциями заряженной капли идеальной несжимаемой электропроводной жидкости в идеальной непроводящей среде. Обсуждаемые излучения обнаруживаются в аналитических асимптотических расчетах первого порядка малости по безразмерной амплитуде осцилляций капли. Найдены аналитические выражения для интенсивности акустического и электромагнитного излучений, которые на несколько порядков различаются по величине и приходятся на различные диапазоны частот. Акустическое излучение от жидко-капельных систем естественного происхождения: туманов, облаков, смогов — приходится на ультразвуковой диапазон частот, а вот акустическое излучение от крупных капель дождя идет в области слышимого звука. Электромагнитное излучение от жидко-капельных систем естественного происхождения идет на частотах от десятых долей мегагерца до единиц мегагерц.

Ключевые слова: заряженная капля, капиллярные осцилляции, акустическое и электромагнитное излучения

DOI: 10.31857/S0002351523030045, **EDN:** TNNUTN

ВВЕДЕНИЕ

Как показано в [Григорьев А.И. и др., 2003], капля, осциллирующая в материальной среде, будет излучать акустические волны, а если на капле имеется электрический заряд, то она одновременно будет излучать и электромагнитные волны [Калечиц В.И. и др., 1982], поскольку электрические заряды на ее поверхности при осцилляциях будут двигаться ускоренно. Акустическое и электромагнитное излучения неоднократно обсуждались в научной печати [Богатов Н.А., 2013; Григорьев А.И. и др., 2021; Григорьев А.И. и др., 2022], но, как правило, врозь, а не одновременно в одной публикации, в одной задаче математической физики, со сравнением интенсивностей и частот соответствующих излучений. Следует обратить внимание на то, что обсуждаемые волны различны по своей физической природе: акустические волны продольны, а электромагнитные поперечны. В данной статье мы попробуем исправить это упущение.

Прежде, чем исследовать и сравнивать по порядку величины интенсивности акустического и

электромагнитного излучений, необходимо для начала обратиться к физическим понятиям электрического и акустического мультиполей. Общие положения и правила введения понятия акустических мультиполей подробно изложены в [Кошляков Н.С. и др., 1970], (глава 24). Кратко мультиполь (электрический, магнитный, акустический, гравитационный) можно определить как: физический объект, обладающий свойством создавать поля, подобные на бесконечной системе концентрических шаровых поверхностей произвольного радиуса. Под акустическим мультиполем следует понимать точечный источник, создающий в однородной среде акустическое поле со свойствами: а) удовлетворяет уравнению Гельмгольца, б) фаза колебаний поля зависит только от расстояния до источника (так что, в частности, в любой точке произвольной шаровой поверхности с центром в точке расположения источника фаза колебаний одинакова), в) акустические поля на всех шаровых поверхностях с центром в точке расположения источника поля подобны, г) удовлетво-

руется условие излучения Зоммерфельда [<https://www.ngpedia.ru/id166364p3.html>].

Принято считать, что акустический мультиполь является точечным источником, создающим в материальной среде звуковое поле, обладающее в волновой зоне определенной направленностью излучения (см. [Кошляков Н.С. и др., 1970], стр. 430). При этом порядок акустических мультиполей связан с характеристикой направленности излучателя, которая описывается осесимметричным полиномом Лежандра соответствующего порядка (см. [Лепендин Л.Ф., 1978], стр. 216).

Как отмечается в [Лепендин Л.Ф., 1978], стр. 206, 209, монополь (излучатель нулевого порядка) создает во внешней среде сферические волны сжатия и разрежения и характеризуется ненаправленным излучением. Диполь (излучатель первого порядка) представляет собой совокупность двух противофазно пульсирующих близко расположенных монополей одинаковой производительности, вызывающих возмущения давлений внешней среды (разных по знаку). При этом диполь характеризуется направленным излучением и описывается поступательным движением точечного источника. Квадруполь (излучатель второго порядка) состоит из двух диполей, осциллирующих в противоположных фазах, и определяется направленным излучением.

Кроме того, в работах [Григорьев А.И. и др., 2003; Григорьев А.И. и др., 2022] было показано, что в асимптотических расчетах второго порядка малости по безразмерной амплитуде осцилляций ϵ возбуждение центрально-симметричной (нулевой) моды капли, осциллирующей в материальной среде, приводит к появлению акустического излучения монопольного типа, а возбуждение трансляционной (первой) моды — к звуковому излучению дипольного типа.

В тоже время хорошо известно, что согласно существующим представлениям (см. [Ландау Л.Д. и др., 1973]) электрический мультиполь представляет собой систему зарядов, создающую на больших расстояниях r в окружающем пространстве электрическое поле так, что потенциалы мультиполей различных порядков пропорциональны $1/r^{n+1}$, где n — целое число, равное порядку мультиполя.

В соответствии с общей теорией излучения электромагнитное излучение, создаваемое системой ускоренно движущихся зарядов, имеет мультипольное представление, основанное на изменении во времени мультипольных моментов излучателей. Разделение полного электромагнитного излучения на мультипольные компоненты (дипольную, квадрупольную и т.д.) проводится по малому параметру δ — квадрату отношения линейных размеров системы-излучателей к длине излучаемой элек-

тромагнитной волны [Савельев И.В., 1975]. Так, в задачах, приложенных к осциллирующей капле воды [Григорьев А.И. и др., 2021], дипольная составляющая излучения на 15 порядков величины интенсивнее квадрупольной.

Очевидный интерес представляет задача об одновременном исследовании акустического и электромагнитного излучений, генерируемых линейными осцилляциями заряженной капли, находящейся в материальной среде.

1. Физическая постановка задачи. Рассмотрим единенную сферическую (для простоты) каплю радиуса R идеальной несжимаемой идеально проводящей жидкости, имеющую массовую плотность ρ_1 и коэффициент поверхностного натяжения на границе со средой σ . Пусть капля обладает зарядом Q , находится в идеальной сжимаемой диэлектрической среде, характеризующейся массовой плотностью ρ_2 , диэлектрической проницаемостью ϵ_{ex} и скоростью распространения звука v .

Из-за теплового движения молекул жидкости в капле и в среде в обеих средах создается капиллярное волновое движение, приводящее к искажению границы раздела сред имеющего весьма малую амплитуду порядка $|\xi| \sim \sqrt{kT/\sigma}$, где k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура [Френкель Я.И., 1936]. Для большинства жидкостей амплитуда тепловых осцилляций $|\xi|$ не превосходит 1×10^{-8} см.

Рассмотрение задачи естественно провести в сферической системе координат (r, θ, ϕ) , связанной с центром масс капли. Для упрощения дальнейших выкладок постановку задачи сведем к осесимметричному случаю, пренебрегая в функциях зависимостью от азимутальной координаты ϕ .

В случае идеально проводящей жидкости полный заряд Q капли в любой момент времени равномерно распределен по ее возмущенной поверхности. При этом ускоренное движение собственного заряда Q при осцилляциях капли приводит к генерации электромагнитных волн. Кроме того, волновое движение поверхности капли вызывает возмущение давления внешней среды, создающее продольную акустическую волну.

2. Математическая формулировка задачи. Уравнение возмущенной поверхности капли в произвольный момент времени t зададим в виде:

$$r(\theta, t) = R + \xi(\theta, t); \quad (1)$$

где $\xi(\theta, t)$ — деформация равновесной сферической формы, обусловленная капиллярным волновым движением: $\max |\xi| \ll R$.

Волновые движения внутренней и внешней сред капли будем полагать потенциальными, т.е. поле скоростей движения жидкостей внутри и

вне капли выражаются через потенциалы скоростей [Ландау Л.Д. и др., 1986]:

$$\vec{V}_j(r, \theta, t) = \nabla \psi_j(r, \theta, t); \quad (j = 1, 2). \quad (2)$$

Здесь величины, относящиеся к капле, отмечены нижним индексом 1, а к среде — нижним индексом 2. Заметим, что функции $\vec{V}_j(r, \theta, t)$, $\psi_j(r, \theta, t)$ имеют тот же порядок малости, что и возмущение $\xi(\theta, t)$.

В приближении идеально проводящей жидкости скорость перераспределения заряда по поверхности капли на много порядков больше гидродинамических скоростей. В виду этого электрическое поле, создаваемое зарядом Q , будем принимать квазистационарным и характеризовать напряженностью поля $\vec{E}$.

Система уравнений электрогидродинамики, описывающая капиллярные осцилляции заряженной электропроводной капли и возникающих при этом акустическом и электромагнитном излучениях, содержит уравнения Эйлера (уравнение движения внутренней и внешней сред капли):

$$\frac{d\vec{V}_j(r, \theta, t)}{dt} = -\frac{1}{\rho_j} \nabla P_j(r, \theta, t); \quad (j = 1, 2); \quad (3)$$

уравнения непрерывности:

$$\text{div} \vec{V}_1(r, \theta, t) = 0; \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \text{div} \rho_2 \vec{V}_2(r, \theta, t) = 0; \quad (4)$$

волновое уравнение и уравнение непрерывности электрического поля:

$$\Delta \vec{E}(r, \theta, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(r, \theta, t)}{\partial t^2} = 0; \quad \text{div} \vec{E}(r, \theta, t) = 0. \quad (5)$$

Равенство (4) после подстановки в него (2) при $j = 1$ сводится к уравнению Лапласа для потенциала поля скоростей течения жидкости в капле $\psi_1(r, \theta, t)$:

$$\Delta \psi_1(r, \theta, t) = 0; \quad (6)$$

Используя (6), из уравнения (3) выпишем выражения для давлений внутри $P_1(r, \theta, t)$ и вне капли $P_2(r, \theta, t)$:

$$P_j(r, \theta, t) = P_{0j} - \rho_j \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial t}; \quad (j = 1, 2); \quad (7)$$

В случае сжимаемой внешней среды из условий (4), (7) при $j = 2$ можно получить волновое уравнение для потенциала поля скоростей $\psi_2(r, \theta, t)$:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi_2(r, \theta, t)}{\partial t^2} - \Delta \psi_2(r, \theta, t) = 0. \quad (8)$$

Потребуем, чтобы искомые величины удовлетворяли условиям ограниченности в центре масс капли и на бесконечности:

$$r \rightarrow 0: \psi_1(r, \theta, t) \rightarrow 0; \quad (9)$$

$$r \rightarrow \infty: \vec{E}(r, \theta, t) \rightarrow 0. \quad (10)$$

Потребуем, чтобы потенциал движения частиц внешней среды $\psi_2(r, \theta, t)$ удовлетворял условию излучения Зоммерфельда [Лепендин Л.Ф., 1978] на бесконечном удалении от поверхности капли (расходящейся сферической волне, убывающей при $r \rightarrow \infty$):

$$r \rightarrow \infty: \frac{\partial \psi_2(r, \theta, t)}{\partial r} + ik_1 \psi_2(r, \theta, t) = o\left(\frac{1}{r}\right). \quad (11)$$

Кроме того, на границе раздела сред $r = R + \xi(\theta, t)$ потребуем выполнение граничных условий: кинематического:

$$\frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial t} \approx (\vec{n}, \nabla \psi_j(r, \theta, t)); \quad (j = 1, 2); \quad (12)$$

динамического:

$$P_1(r, \theta, t) - P_2(r, \theta, t) + P_q(r, \theta, t) - P_\sigma(r, \theta, t) = 0;$$

$$P_q(r, \theta, t) = \frac{\epsilon_{\text{ex}}}{8\pi} (\vec{E}(r, \theta, t))^2; \quad (13)$$

$$P_\sigma(r, \theta, t) = \sigma \text{div} \vec{n}(r, \theta, t);$$

а также условия эквипотенциальности:

$$(\vec{\tau}, \vec{E}(r, \theta, t)) = 0. \quad (14)$$

Единичный вектор нормали $\vec{n}(r, \theta, t)$ к свободной поверхности капли $F(r, \theta, t) = r - R - \xi(\theta, t) = 0$ вычисляется по общей формуле $\vec{n}(r, \theta, t) = \nabla F / |\nabla F|$, из которой несложно получить:

$$\vec{n} = \vec{e}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial \theta} \vec{e}_\theta; \quad (15)$$

где $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_\phi$ — орты сферической системы координат.

Пользуясь (12), (15), приведем кинематическое граничное условие к виду:

$$r = R + \xi(\theta, t): \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial t} = \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial r}; \quad (j = 1, 2). \quad (16)$$

В качестве дополнительных соотношений примем условия неизменности объема капли, неподвижности ее центра масс:

$$\int_V r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi = \frac{4}{3} \pi R^3; \quad \int_V \vec{r} r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi = 0; \quad (17)$$

и постоянства полного заряда капли:

$$\frac{\epsilon_{\text{ex}}}{4\pi} \oint_S (\vec{n}(r, \theta, t), \vec{E}(r, \theta, t)) dS = Q. \quad (18)$$

В (17) интегрирование производится по объему возмущенной капли $V = [0 \leq r \leq R + \xi(\theta, t), 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi]$, а в (18) — по площади возмущенной поверхности $S = [r = R + \xi(\theta, t), 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi]$. Заметим, что условия (17) позволяют определить ограничения снизу на спектр колебательных мод осциллирующей капли, участвующих в формировании искажения равновесной сферической формы.

В выписанных выражениях $\vec{\tau}$ — единичный вектор касательной к свободной поверхности, O , o — символы порядка малости [Найфе А.Х., 1976], i — мнимая единица, $k_1 = \frac{\text{Re } \omega_n}{v}$ — волновое число, ω_n — комплексная частота, n — номер моды, P_{0j} — постоянные давления в капле ($j = 1$) и в среде ($j = 2$) в равновесном состоянии, $P_q(r, \theta, t)$ — давление электрического поля собственного заряда на поверхность капли, $P_\sigma(r, \theta, t)$ — давление сил поверхностного натяжения (лапласовское давление) под искаженной капиллярным волновым движением сферической поверхностью капли.

В итоге, система скалярных гидродинамических уравнений (6), (8) с граничными (9), (11) и дополнительными условиями (17), а также система векторных уравнений для электрического поля (5) с граничными (10), (14) и дополнительным (18) условиями описывает математическую модель решаемой задачи.

Дальнейшее решение задачи проведем в рамках теории возмущений [Найфе А.Х., 1976] в линейном приближении по малому параметру ϵ , равному отношению амплитуды капиллярных осцилляций капли к ее радиусу: $\epsilon \equiv |\xi|/R \ll 1$. Искомые неизвестные функции $\xi(\theta, t)$, $\psi_j(r, \theta, t)$, $\vec{E}(r, \theta, t)$ и давления $P_j(r, \theta, t)$, $P_q(r, \theta, t)$, $P_\sigma(r, \theta, t)$, входящие в динамическое граничное условие (13), запишем в виде асимптотических разложений с точностью до членов первого порядка малости по ϵ :

$$\begin{aligned} \xi(\theta, t) &= \xi^{(1)}(\theta, t) + O(\epsilon^2); \\ \psi_j(r, \theta, t) &= \psi_j^{(1)}(r, \theta, t) + O(\epsilon^2); \quad (j = 1, 2); \\ \vec{E}(r, \theta, t) &= \vec{E}^{(0)}(r, \theta) + \vec{E}^{(1)}(r, \theta, t) + O(\epsilon^2); \\ P_j(r, \theta, t) &= P_j^{(0)}(r, \theta, t) + P_j^{(1)}(r, \theta, t) + O(\epsilon^2); \\ P_q(r, \theta, t) &= P_q^{(0)}(r, \theta) + P_q^{(1)}(r, \theta, t) + O(\epsilon^2); \\ P_\sigma(r, \theta, t) &= P_\sigma^{(0)}(r, \theta) + P_\sigma^{(1)}(r, \theta, t) + O(\epsilon^2). \end{aligned} \quad (19)$$

В (19) верхним индексом “0” обозначены величины, относящиеся к равновесному состоянию системы (нулевого порядка по ϵ), а верхним индексом “1” отмечены величины, вызванные возмущением поверхности капли и имеющие первый порядок малости по ϵ .

Отметим, что в виду линейности векторных уравнений (5) им будет удовлетворять каждая из компонент напряженности электрического поля $\vec{E}^{(0)}$, $\vec{E}^{(1)}$ в разложении (19).

3. Решение задачи нулевого порядка малости по ϵ . Подстановка разложений (19) в полную математическую формулировку задачи (5), (6), (8)–(11), (14), (17), (18) и выделение слагаемых $\sim \epsilon^0$ позволяет проанализировать равновесное состояние системы.

Выпишем краевую задачу для отыскания напряженности электростатического поля $\vec{E}^{(0)}$ в окрестности невозмущенной сферы:

$$\text{rot } \vec{E}^{(0)} = 0; \quad (20)$$

$$\text{div } \vec{E}^{(0)} = 0; \quad (21)$$

$$r \rightarrow \infty: \vec{E}^{(0)} \rightarrow 0; \quad (22)$$

$$r = R: (\vec{\tau}, \vec{E}^{(0)}) = 0; \quad (23)$$

$$\frac{\epsilon_{\text{ex}}}{4\pi} \oint_S (\vec{n}_0, \vec{E}^{(0)}) dS = Q; \quad (24)$$

где $\vec{n}_0$ — орт нормали к свободной поверхности сферы $F(r) = r - R = 0$, определяемый в виде $\vec{n} = \vec{e}_r$.

Напряженность поля $\vec{E}^{(0)}$ будем искать через градиент электрического потенциала $\Phi^{(0)}$ в виде: $\vec{E}^{(0)} = -\nabla \Phi^{(0)}$. Тогда выражение (20) обращается в тождество, а условие (21) преобразуется в уравнение Лапласа $\Delta \Phi^{(0)} = 0$, решение которого в сферических координатах в случае осевой симметрии при удовлетворении условию ограниченности (22) имеет вид:

$$\Phi_0^{(0)}(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(0)} r^{-(n+1)} P_n(\mu); \quad \mu \equiv \cos \theta; \quad (25)$$

где $P_n(\mu)$ — нормированные полиномы Лежандра n порядка [Абрамовиц М. и др., 1979], n — целое неотрицательное число.

Неизвестную константу $C_n^{(0)}$ в (25) несложно определить из условия сохранения полного заряда капли (24):

$$C_0^{(0)} = \frac{Q}{\epsilon_{\text{ex}}}. \quad (26)$$

В результате, подставляя (26) в (25), найдем напряженность электрического поля в отсутствие возмущения поверхности сферической капли:

$$\vec{E}^{(0)} = \frac{Q}{\epsilon_{\text{ex}} r^2} \vec{e}_r. \quad (27)$$

Для невозмущенной сферы в силу ортогональности векторов $\vec{r}$, $\vec{e}_r$ условие эквипотенциальности (23) выполняется тождественно.

В нулевом приближении по ε интегральные условия (17) удовлетворяются тождественно, а из баланса давлений

$$r = R: \Delta P + P_q^{(0)} - P_\sigma^{(0)} = 0; \quad \Delta P = P_{01} - P_{02};$$

$$P_q^{(0)} = \frac{\varepsilon_{\text{ex}} (\vec{E}^{(0)})^2}{8\pi}; \quad P_\sigma^{(0)} = \sigma \text{div} \vec{n}_0;$$

находится перепад постоянных давлений ΔP на границе раздела сред:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R} - \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_{\text{ex}} R^4}.$$

При этом равновесная форма капли совпадает с исходной сферической.

4. Решение задачи первого порядка малости по ε . Подставляя асимптотические разложения (11) в систему (2)–(10) и группируя слагаемые $\sim \varepsilon$, получим гидродинамическую задачу первого порядка по малому параметру ε :

$$\Delta \psi_1(r, \theta, t) = 0; \quad (28)$$

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi_2(r, \theta, t)}{\partial t^2} - \Delta \psi_2(r, \theta, t) = 0; \quad (29)$$

$$r \rightarrow 0: \quad \psi_1(r, \theta, t) \rightarrow 0; \quad (30)$$

$$r \rightarrow \infty: \quad \frac{\partial \psi_2(r, \theta, t)}{\partial r} + ik_1 \psi_2(r, \theta, t) = o\left(\frac{1}{r}\right); \quad (31)$$

$$r = R: \quad \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial t} = \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial r}; \quad (j = 1, 2); \quad (32)$$

$$P_1^{(1)}(r, \theta, t) - P_2^{(1)}(r, \theta, t) + P_q^{(1)}(r, \theta, t) - P_\sigma^{(1)}(r, \theta, t) = 0; \quad (33)$$

$$3R^2 \int_0^\pi \xi(\theta, t) \sin \theta d\theta = 0; \quad (34)$$

$$4R^3 \int_0^\pi \xi(\theta, t) \cos \theta \sin \theta d\theta = 0;$$

где выражения для добавок к давлениям $P_j^{(1)}$, $P_q^{(1)}$, $P_\sigma^{(1)}$, вызванных волновым движением поверхности $\xi(\theta, t)$, определяются соотношениями:

$r = R$:

$$P_j^{(1)} = -\rho_j \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial t}; \quad (35)$$

$$P_q^{(1)} = \frac{\varepsilon_{\text{ex}}}{8\pi} \left(\frac{\partial}{\partial r} (\vec{E}^{(0)})^2 \xi(\theta, t) + 2\vec{E}^{(0)} \vec{E}^{(1)} \right)^2; \quad (36)$$

$$P_\sigma^{(1)} = \frac{\sigma}{R} \left[-\left(2 + \hat{L}\right) \frac{\xi(\theta, t)}{R} \right]; \quad (37)$$

$$\hat{L} \equiv \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right);$$

$\hat{L}$ — угловая часть оператора Лапласа в сферических координатах.

В решаемой задаче об излучении электромагнитных и акустических волн зависимость от времени искомых величин положим экспоненциальной: $\xi(\theta, t)$, $\psi_1(r, \theta, t)$, $\psi_2(r, \theta, t) \sim \exp(i\omega_n t)$.

Для функции $\xi(\theta, t)$, описывающей искажение равновесной сферической поверхности, имеем:

$$\xi(\theta, t) = \sum_{n=2}^{\infty} M_n \exp(i\omega_n t) P_n(\mu); \quad (38)$$

где амплитуды M_n записаны в первом порядке малости по ε .

В разложении (38) суммирование начинается с $n = 2$, так как дополнительные интегральные условия (34) в первом порядке малости по ε исключают радиальные пульсации капли, соответствующие нулевой моде ($n = 0$), и поступательное движение капли, связанное с возбуждением первой (трансляционной) моды ($n = 1$).

В силу граничного условия (30) решение уравнения Лапласа (28) будем искать в виде ряда по осесимметричным полиномам Лежандра:

$$\psi_1(r, \theta, t) = \sum_{n=2}^{\infty} A_n \exp(i\omega_n t) r^n P_n(\mu); \quad (39)$$

где постоянные коэффициенты A_n (имеющие первый порядок малости по ε) несложно определить, подставляя (38), (39) в кинематическое граничное условие (32) при $j = 1$. В итоге, с учетом найденных коэффициентов A_n выражение для гидродинамического потенциала $\psi_1(r, \theta, t)$ примет вид:

$$\psi_1(r, \theta, t) = R \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{r}{R} \right)^n \frac{i\omega_n}{n} M_n \exp(i\omega_n t) P_n(\mu). \quad (40)$$

Подставляя в (35) решение (40), получим окончательное выражение для линейной по ε компоненты давления внутри капли:

$$P_1^{(1)} = \rho_1 R \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\omega_n^2}{n} M_n \exp(i\omega_n t) P_n(\mu). \quad (41)$$

Принимая во внимание периодическую зависимость от времени потенциала поля скоростей внешней среды $\psi_2(r, \theta, t) \sim \exp(i\omega_n t)$, волновое уравнение (29) преобразуется в уравнение Гельмгольца:

$$\Delta \psi_2(r, \theta, t) + k_1^2 \psi_2(r, \theta, t) = 0;$$

решение которого при использовании условия излучения Зоммерфельда (31) выписывается в общем виде:

$$\psi_2(r, \theta, t) = \sum_{n=2}^{\infty} B_n \exp(i\omega_n t) h_n^{(2)}(k_1 r) P_n(\mu). \quad (42)$$

где $h_n^{(2)}(z_1)$ – сферическая функция Бесселя третьего рода [Абрамовиц М. и др., 1979], константы B_n являются малыми величинами первого порядка по ϵ .

Используя разложения (38), (42), легко найти связь неизвестных коэффициентов B_n с амплитудами капиллярных осцилляций капли M_n через кинематическое граничное условие (32) при $j = 2$. Тогда для потенциала поля скоростей акустических волн $\psi_2(r, \theta, t)$ сможем записать:

$$\begin{aligned} \psi_2(r, \theta, t) = \\ = \sum_{n=2}^{\infty} i\omega_n M_n \exp(i\omega_n t) \frac{h_n^{(2)}(k_1 r)}{\partial_r (h_n^{(2)}(k_1 r)) \Big|_{r=R}} P_n(\mu). \end{aligned} \quad (43)$$

Применяя формулу (35), для поправки первого порядка малости к давлению внешней среды найдем:

$$\begin{aligned} P_2^{(1)} = \rho_2 \sum_{n=2}^{\infty} \omega_n^2 M_n \exp(i\omega_n t) \times \\ \times \frac{h_n^{(2)}(k_1 R)}{\partial_r (h_n^{(2)}(k_1 r)) \Big|_{r=R}} P_n(\mu). \end{aligned} \quad (44)$$

Учитывая возмущение поверхности капли (38), линейную по ϵ составляющую давления капиллярных сил (37) перепишем в виде:

$$P_\sigma^{(1)} = \frac{\sigma}{R^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1)(n+2) M_n \exp(i\omega_n t) P_n(\mu). \quad (45)$$

Перейдем к вычислению входящего в граничное условие (14) орта касательной $\vec{\tau}$ к свободной поверхности капли. Отметим, что вектор $\vec{\tau}$ в плоскости, касательной к поверхности капли в данной точке, раскладывается на две составляющие: $\vec{\tau}_\phi$ – орт касательной к параллелям и $\vec{\tau}_\theta$ – орт касательной к меридианам.

Для ортов $\vec{\tau}_\phi$, $\vec{\tau}_\theta$ единичной длины запишем:

$$\vec{\tau}_\phi = \vec{\tau}_\phi^* / |\vec{\tau}_\phi^*|, \quad \vec{\tau}_\theta = \vec{\tau}_\theta^* / |\vec{\tau}_\theta^*|.$$

Используя вектор касательной к параллелям $\vec{\tau}_\phi^* = \vec{e}_z \times \vec{n}$ (в качестве произвольного постоянно-го вектора выбран орт оси симметрии $\vec{e}_z$), получим, что единичный вектор $\vec{\tau}_\phi$ совпадает с азимутальным ортом $\vec{e}_\phi$ сферической системы координат:

$$\vec{\tau}_\phi = \vec{e}_\phi. \quad (46)$$

Учитывая, что касательная в меридиальном направлении $\vec{\tau}_\theta^*$ находится в соответствии с выражением $\vec{\tau}_\theta^* = \vec{\tau}_\phi^* \times \vec{n}$, для орта $\vec{\tau}_\theta$ будет справедливо соотношение:

$$\vec{\tau}_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial \theta} \vec{e}_r + \vec{e}_\theta. \quad (47)$$

Чтобы рассчитать поправку к давлению электрического поля (28), необходимо определить в явном виде малую поправку к напряженности поля $\vec{E}^{(1)}$, возникающую из-за возмущения поверхности капли $\xi(\theta, t)$. Для этого, подставляя орт нормали (15) в дополнительное условие (18), и орты касательных (46), (47) в граничное условие (14) и собирая слагаемые порядка ϵ в первой степени в системе уравнений (5), (10), (14), (18), сформулируем краевую электрическую задачу:

$$\Delta \vec{E}^{(1)}(r, \theta, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}^{(1)}(r, \theta, t)}{\partial t^2} = 0; \quad (48)$$

$$\text{div} \vec{E}^{(1)}(r, \theta, t) = 0;$$

$$r \rightarrow \infty: \vec{E}^{(1)}(r, \theta, t) \rightarrow 0; \quad (49)$$

$$\begin{aligned} r = R: \quad \frac{Q}{\epsilon_{\text{ex}} R^3} \frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial \theta} + E_\theta^{(1)} + E_\phi^{(1)} = 0; \\ \int_0^\pi E_r^{(1)} \sin \theta d\theta = 0; \end{aligned} \quad (50)$$

где $E_r^{(1)}$, $E_\theta^{(1)}$, $E_\phi^{(1)}$ – проекции вектора $\vec{E}^{(1)}$ на орты сферической системы координат.

Отыскивая решение вышеприведенной задачи (см. Приложение), найдем:

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(1)}(r, \theta, t) = -\frac{Q}{\epsilon_{\text{ex}} R^2} \sum_{n=2}^{\infty} M_n \exp(i\omega_n t) \times \\ \times \left\{ \frac{h_n^{(2)}(k_2 r)}{\partial_r (r h_n^{(2)}(k_2 r)) \Big|_{r=R}} n(n+1) P_n(\mu) \vec{e}_r + \right. \\ \left. + \frac{\partial_r (r h_n^{(2)}(k_2 r))}{\partial_r (r h_n^{(2)}(k_2 r)) \Big|_{r=R}} \frac{\partial P_n(\mu)}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \right\}; \end{aligned} \quad (51)$$

где $k_2 = \frac{\text{Re } \omega_n}{c}$ – волновое число, c – скорость света.

Вычислим добавку к давлению электрического поля на искаженную тепловым капиллярным движением сферическую поверхность, подставляя в (36) возмущение капли (38) и составляющие напряженности поля (27), (51):

$$P_q^{(1)} = -\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_{\text{ex}}R^5} \sum_{n=2}^{\infty} M_n \exp(i\omega_n t) \times \left(\frac{h_n^{(2)}(k_2 R)}{\partial_r (r h_n^{(2)}(k_2 r))} \Big|_{r=R} n(n+1) + 2 \right) P_n(\mu). \quad (52)$$

Наконец, используя решения (41), (44), (45), (52), из баланса давлений (33) первого порядка малости по ϵ с учетом ортогональности полиномов Лежандра [Абрамовиц М. и др., 1979], трудно выписать дисперсионное уравнение, связывающее комплексную частоту осцилляций ω_n с номером колебательной моды n :

$$\omega_n^2 = \frac{\sigma}{\rho_1 R^3} \frac{n(n-1)(n+2)}{\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} n H_0\right)} \times \left(1 + \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_{\text{ex}}\sigma R^3 (n-1)(n+2)} (G_0 n(n+1) + 2)\right); \quad (53)$$

$$H_0 = \frac{h_n^{(2)}(k_1 R)}{R \partial_r (h_n^{(2)}(k_1 r))} \Big|_{r=R}; \quad G_0 = \frac{h_n^{(2)}(k_2 R)}{\partial_r (r h_n^{(2)}(k_2 r))} \Big|_{r=R}.$$

Пользуясь соотношением для сферической функции Бесселя $h_n^{(2)}(z)$ [Абрамовиц М. и др., 1979; Градштейн И.С. и др., 1963]:

$$h_n^{(2)}(z) = \frac{1}{z} \exp(-iz) \sum_{m=0}^n i^{m+1} \frac{(2n-m)!}{(n-m)! m!} \frac{1}{(2z)^{n-m}},$$

$$z = kr.$$

представим $H_0(z_1)$, $G_0(z_2)$, входящие в (53), в виде степенных рядов:

$$H_0(z_1) = \frac{h_n^{(2)}(z_1)}{z_1 \partial_{z_1} (h_n^{(2)}(z_1))} = - \frac{\sum_{m=0}^n \frac{(2n-m)!}{(n-m)! m!} (2iz_1)^m}{\sum_{m=0}^n \frac{(2n-m)!}{(n-m)! m!} 2^m (iz_1)^{m+1} + \sum_{m=0}^n \frac{(2n-m)!(n-m+1)}{(n-m)! m!} (2iz_1)^m}; \quad (54)$$

$$G_0(z_2) = \frac{h_n^{(2)}(z_2)}{\partial_{z_2} (z_2 h_n^{(2)}(z_2))} = - \frac{\sum_{m=0}^n \frac{(2n-m)!}{(n-m)! m!} (2iz_2)^m}{\sum_{m=0}^n \frac{(2n-m)!}{(n-m)! m!} 2^m (iz_2)^{m+1} + \sum_{m=0}^n \frac{(2n-m)!(n-m)}{(n-m)! m!} (2iz_2)^m}. \quad (55)$$

При условии $z_1 = z_{01} = k_1 R \ll 1$, $z_2 = z_{02} = k_2 R \ll 1$ функции (53), (54) примут асимптотический вид:

$$H_0 \approx -\frac{1}{n+1} + i \left(\frac{2^n n!}{(2n)!(n+1)} \right)^2 z_{01}^{2n+1}; \quad (56)$$

$$G_0 \approx -\frac{1}{n} + i \left(\frac{2^n (n-1)!}{(2n)!} \right)^2 z_{02}^{2n+1}.$$

При записи уравнения (53) предполагается, что комплексная частота ω_n выражается соотношением: $\omega_n = \text{Re } \omega_n + i \text{Im } \omega_n$, в котором вещественная часть $\text{Re } \omega_n$ дает собственную частоту осцилляций капли, а мнимая часть $\text{Im } \omega_n$ в рам-

ках модели идеальной жидкости характеризует декремент затухания, обусловленный потерей энергии капиллярных осцилляций капли на излучение звуковых и электромагнитных волн.

В случае $\text{Im } \omega_n \ll \text{Re } \omega_n$ правая часть дисперсионного уравнения (53) принимает вид: $\omega_n^2 \approx (\text{Re } \omega_n)^2 + 2i \text{Re } \omega_n \text{Im } \omega_n$. После подстановки в него асимптотических выражений (56) легко выпишем решение:

$$(\text{Re } \omega_n)^2 = \omega_n'^2 = \frac{\sigma}{\rho_1 R^3} \frac{n(n-1)(n+2)}{\left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{n}{n+1}\right)} \left(1 - \frac{W}{(n+2)}\right); \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \omega_n = & \frac{\sigma}{\rho_1 R^3} n(n-1)(n+2) \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{n \left(\frac{2^n n!}{(2n)!(n+1)} \right)^2}{\left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{n}{n+1} \right)^2} \times \\ & \times \left(1 - \frac{W}{(n+2)} \right) z_{01}^{2n+1} \frac{1}{2 \operatorname{Re} \omega_n} + \\ & + W \frac{\sigma}{\rho_1 R^3} n(n-1)(n+2) \frac{n(n+1)}{1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{n}{n+1}} \times \\ & \times \left(\frac{2^n (n-1)!}{(2n)!} \right)^2 z_{02}^{2n+1} \frac{1}{2 \operatorname{Re} \omega_n}. \end{aligned} \quad (58)$$

Здесь величина параметра Релея $W = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_{\text{ex}}\sigma R^3}$ характеризует электрогидродинамическую устойчивость проводящей капли по отношению к собственному заряду. Критерий электростатической устойчивости n -ой моды осциллирующей капли выглядит как $W < (n+2)$.

Подставим (57) в (58) и с использованием $z_{01} = k_1 R$, $z_{02} = k_2 R$ получим декремент затухания η_1 , появляющийся вследствие излучения акустических волн:

$$\begin{aligned} \eta_1 = & \frac{1}{2} \left(\frac{2^n n!}{(2n)!(n+1)} \right)^2 \frac{\sigma^{n+1}}{R^{n+2} v^{2n+1} \rho_1^{n+1}} \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \\ & \times \left(1 + \frac{n}{n+1} \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{-(n+2)} n^{n+2} ((n-1)(n+2))^{n+1} \times \\ & \times \left(1 - \frac{W}{(n+2)} \right)^{n+1}; \end{aligned} \quad (59)$$

и декремент затухания η_2 , связанный с убыванием энергии капли за счет излучения электромагнитных волн:

$$\begin{aligned} \eta_2 = & W \frac{1}{2} \left(\frac{2^n (n-1)!}{(2n)!} \right)^2 \frac{\sigma^{n+1}}{R^{n+2} c^{2n+1} \rho_1^{n+1}} \times \\ & \times \left(1 + \frac{n}{n+1} \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{-(n+1)} n^{n+1} ((n-1)(n+2))^n (n+1) \times \\ & \times \left(1 - \frac{W}{(n+2)} \right)^n. \end{aligned} \quad (60)$$

Для того, чтобы иметь возможность сравнить по порядку величины η_1 , η_2 , на рис. 1–4 для представлены рассчитанные по (59), (60) зависимости характеристик исследуемых излучений от размеров R и зарядов Q осциллирующих облачных капель при возбуждении второй (основной) колеба-

тельной моды $n = 2$. Исходя из приведенных фигур, можно сделать вывод, что при прочих равных условиях, в частности, для одного значения частоты собственных осцилляций капли ω_2 , декремент затухания η_1 на 27–32 порядков величины (в зависимости от радиуса R) превышает η_2 в виду различий в физических механизмах генерации продольных звуковых и поперечных электромагнитных волн (их подробное толкование будет дано ниже).

Как видно графиков, изображенных на рис. 1, 2, при возрастании радиуса R капли и величины ее собственного заряда Q (не превышающего критического значения $Q_{\text{кр}}$) декременты затухания η_1 , η_2 , увеличиваясь до максимальных значений, начинают весьма быстро снижаться. Кроме того, на рис. 3, 4 видно различное поведение декрементов затухания η_1 , η_2 при изменении величины собственного заряда Q капли: ростом величины заряда Q в случае убывания механической энергии капли на излучение акустических волн величина монотонно η_1 снижается, а в случае потерь на излучение электромагнитных волн η_2 возрастает и при достижении наибольшего значения быстро уменьшается.

Из вида выражения (57) следует, что приближение заряда Q к критическому значению $Q_{\text{кр}}$ для принятых размеров капли может приводить к снижению частоты излучения (осцилляций) в области звуковых длин волн, воспринимаемых человеческими органами слуха.

5. Акустическое излучение. Что касается мощности звукового излучения осциллирующей капли, удовлетворяющего условию $\lambda_1 \gg R$ (λ_1 — длина акустической волны), то ее можно рассчитать в соответствии с общей формулой [8, 10]:

$$I = \rho_2 v \oint_S \bar{V}_2^2 dS. \quad (61)$$

В (61) интегрирование ведется по возмущенной поверхности капли $S = [r = r(\theta) + \xi(\theta, t), 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi]$, а нормальная составляющая скорости движения частиц внешней среды в звуковой волне $\bar{V}_2(r, \theta, t)$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \bar{V}_2(r, \theta, t) = & \operatorname{Re}(\nabla \psi_2(r, \theta, t), \vec{n}) \approx \\ \approx & \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \psi_2(r, \theta, t)}{\partial r} \right) \vec{e}_r. \end{aligned} \quad (62)$$

получающаяся отбрасыванием членов более высокого порядка, чем $1/r$.

Для нахождения потенциала скоростей $\psi_2(r, \theta, t)$ вне капли в волновой зоне акустического поля на расстояниях $r \gg \lambda_1$, $R \ll r$ в исходном выражении (43) воспользуемся асимптотическим представлением

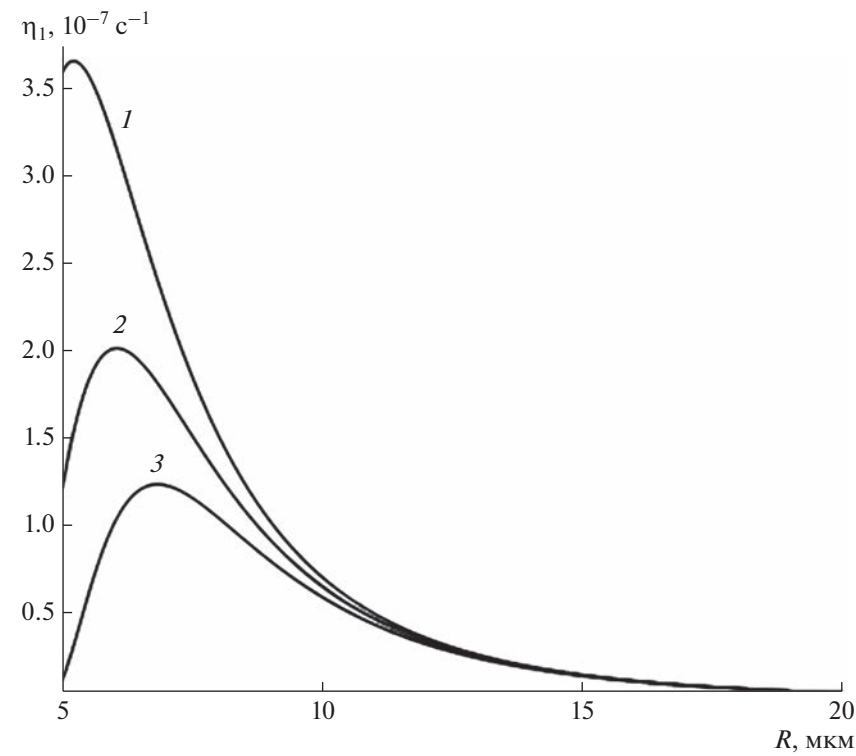


Рис. 1.

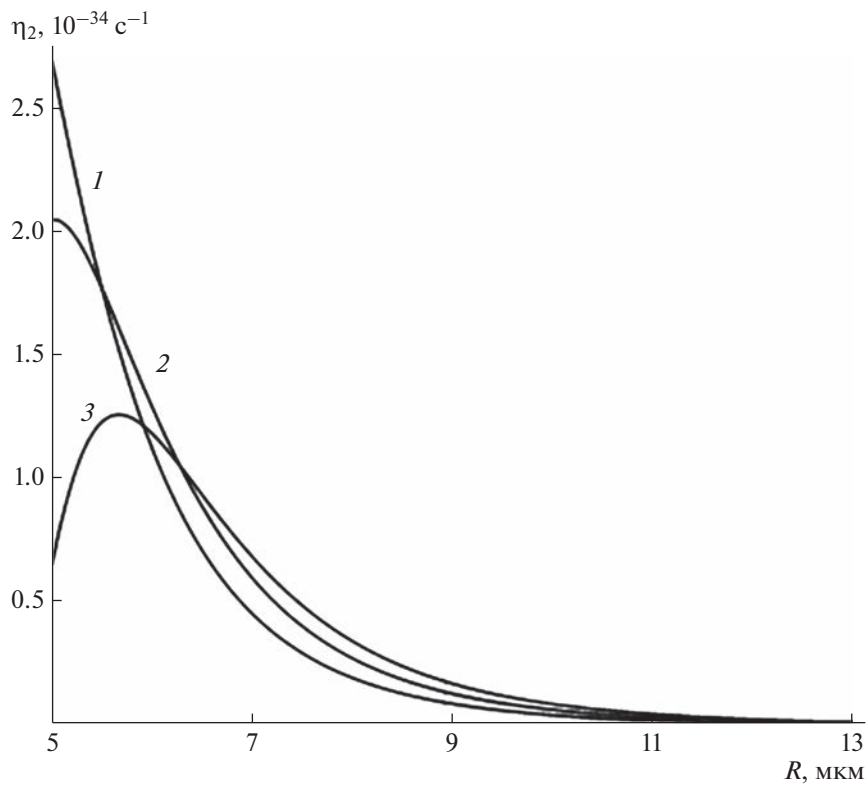


Рис. 2.

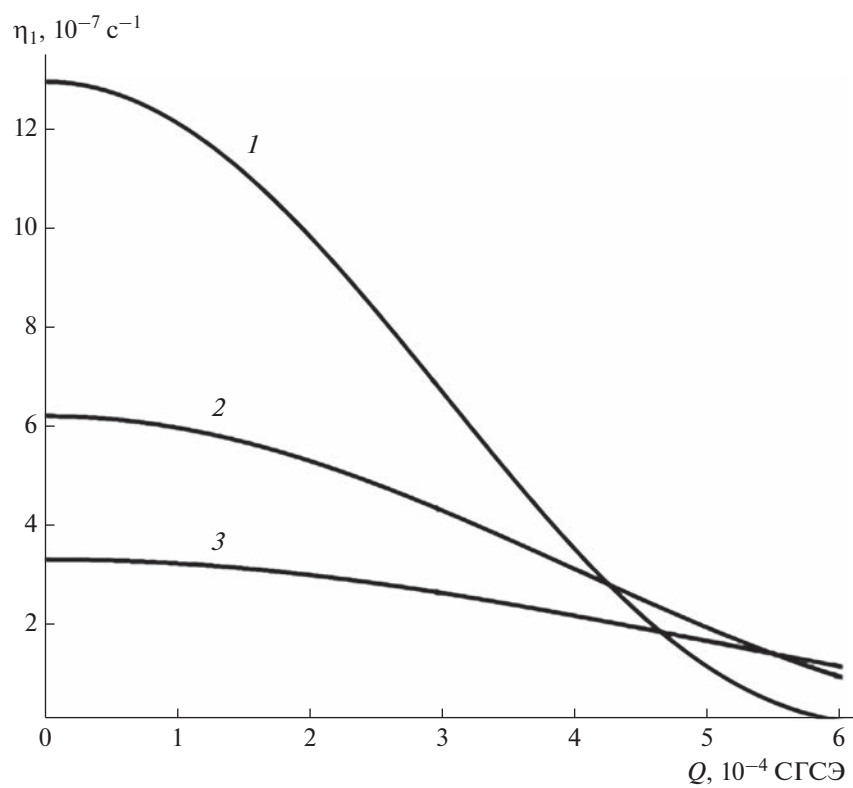


Рис. 3.

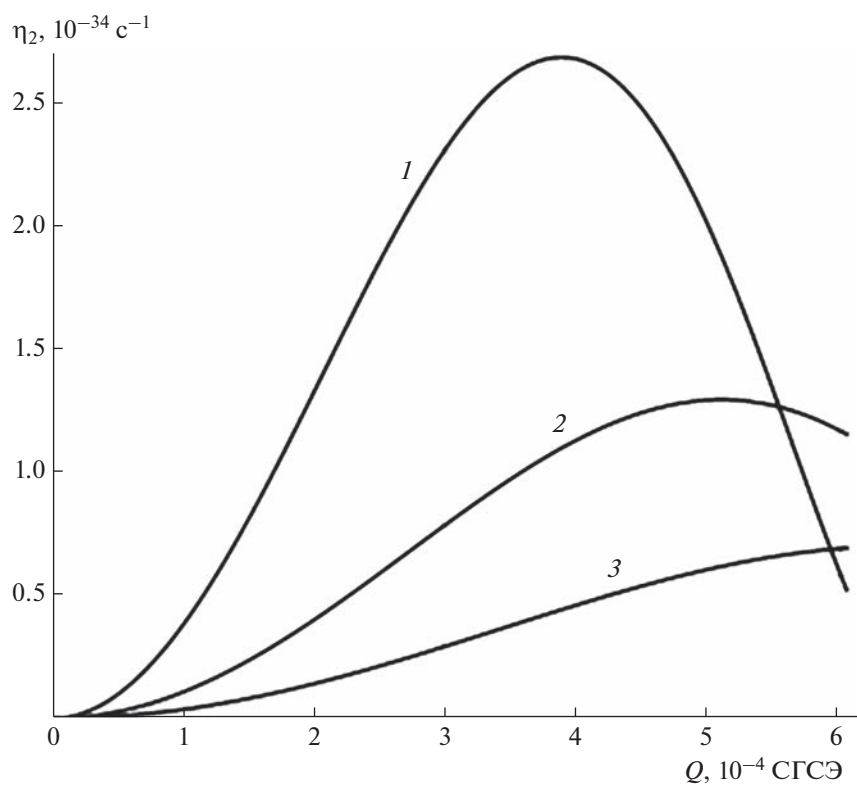


Рис. 4.

сферической функции Бесселя $h_n^{(2)}(z_1)$ при больших значениях аргумента $z_1 = k_1 r \gg 1$:

$$h_n^{(2)}(z_1) \approx i^{n+1} \frac{1}{z_1} \exp(-iz_1);$$

и ее производной $\partial_{z_1}(h_n^{(2)}(z_1))$ при малых $z_1 = z_{01} = k_1 R \ll 1$:

$$\partial_z(h_n^{(2)}(z)) \approx -i \frac{(2n)!(n+1)}{2^n n!} \frac{1}{z^{n+2}} \exp(-iz).$$

В итоге, потенциал $\psi_2(r, \theta, t)$ преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \psi_2(r, \theta, t) = & - \sum_{n=0}^{\infty} i^{n+1} \frac{2^n n!}{(2n)!(n+1)} \frac{k_1^n R^{n+2}}{r} \times \\ & \times \omega_n' M_n \exp\left(i\left(\omega_n' t - k_1 r\right)\right) P_n(\mu); \end{aligned} \quad (63)$$

а из (62) следует уравнение для скорости движения внешней среды $\vec{V}_2(r, \theta, t)$:

$$\begin{aligned} \vec{V}_2(r, \theta, t) = & \sum_{n=0}^{\infty} i^{n+2} \frac{2^n n!}{(2n)!(n+1)} R^{n+2} k_1^{n+1} \times \\ & \times \frac{1}{r} \omega_n' M_n \exp\left(i\left(\omega_n' t - k_1 r\right)\right) P_n(\mu) \vec{e}_r. \end{aligned} \quad (64)$$

Заметим, что (63) описывает суперпозицию расходящихся сферических волн.

Входящее в (61) среднее значение квадрата поля скоростей $\overline{V_2^2}$ нетрудно найти по формуле $|\overline{V_2}|^2 = |\overline{V_2}|^2/2$, скалярно умножая соотношение (64) на комплексно ему сопряженное. В результате имеем:

$$\begin{aligned} \overline{V_2^2}(r, \theta, t) = & \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} i^{n+2} (-i)^{m+2} \frac{2^n n!}{(2n)!(n+1)} \times \\ & \times \frac{2^m m!}{(2m)!(m+1)} R^{m+2} R^{n+2} k_1^{n+1} k_1^{m+1} \frac{1}{r^2} \omega_n' M_n M_m P_n(\mu) P_m(\mu). \end{aligned}$$

Производя интегрирование (61) при использовании ортогональности полиномов Лежандра [Абрамовиц М. и др., 1979] и выражая волновое

число $k_1 = \frac{\omega_n'}{v}$, определим интенсивность звукового излучения единичной заряженной капли, осциллирующей во внешней сжимаемой среде:

$$I_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\pi}{2n+1} \left(\frac{2^n n!}{(2n)!(n+1)} \right)^2 \rho_2 R^{2n+4} \frac{\omega_n'^{2n+4}}{v^{2n+1}} M_n^2. \quad (65)$$

Учитывая явный вид частоты ω_n' , (65) перепишем в виде:

$$\begin{aligned} I_1 = & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\pi(n(n-1)(n+2))^{n+2}}{(2n+1)} \left(\frac{2^n n!}{(2n)!(n+1)} \right)^2 \times \\ & \times \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{n}{n+1} \right)^{-(n+2)} \frac{M_n^2 \rho_2 \sigma^{n+2} R^{n+2}}{v^{2n+1} \rho_1^{n+2}} \left(1 - \frac{W}{(n+2)} \right)^{n+2}. \end{aligned} \quad (66)$$

Представляет интерес провести численные оценки интенсивности (66) генерируемого на частотах (57) акустического излучения от различных жидкокапельных объектов искусственного и естественного происхождения.

Возможным источником акустического излучения являются мелкие осциллирующие капли, составляющие конвективные облака в период их образования. Согласно справочным данным [Мазин И.П. и др., 1989] характерные размеры таких капель колеблются от 3 до 30 мкм со средней концентрацией в облаке, равной 10^3 см^{-3} . При этом наибольшая концентрация приходится на капли радиусом 3–7 мкм. На стадии развития кучево-дождевых облаков внутриоблачные водяные капли в результате их коагуляции укрупняются в дождевые капли, радиус которых колеблется в диапазоне от 0.025 до 0.35 см. Однако более мелкие дождевые капли при R от 0.01 до 0.025 см относятся к мороси, а наиболее крупные падающие капли осадков радиусом более 0.35 см разрушаются из-за сопротивления воздушных потоков [Тверской П.Н., 1962].

Как показывают данные натурных исследований [Стерлядкин В.В., 1988], наличие внешних силовых воздействий (аэродинамическое сопротивление, коагуляция и столкновение капель разных размеров, гидродинамическое и электрическое взаимодействие с соседними частицами) вызывают осцилляции капель достаточно большой амплитуды (могут достигать порядка радиусов $\sim R$).

Для нижеследующих оценок положим величину безразмерной амплитуды осцилляций $\epsilon = 0.1$. Примем, что рассматриваемые капли совершают осцилляции с амплитудами $M_n = 0.1R$ за счет возбуждения основной (второй) колебательной моды $n = 2$. Воспользуемся средними характеристиками внутриоблачных капель: $\sigma = 73 \text{ дин/см}$, $\rho_1 = 1 \text{ г/м}^3$, $Q = 2 \times 10^{-5} \text{ СГСЭ}$ ($\sim 0.06 Q_{\text{кр}}$ при $R = 3 \text{ мкм}$ и $\sim 0.002 Q_{\text{кр}}$ при $R = 30 \text{ мкм}$), где $Q_{\text{кр}}$ – критическое значение заряда. Кроме того, примем: $\epsilon_{\text{ex}} = 1$, $\rho_2 = 1.3 \times 10^{-3} \text{ г/м}^3$, $v = 3.3 \times 10^4 \text{ см/с}$. В итоге, при $R = 3 \text{ мкм}$ получена оценка интенсивности акустического излучения $I_1 \sim 7 \times 10^{-12} \text{ эрг/с}$ на частоте $\omega_2 \approx 4.6 \text{ МГц}$. Для радиуса $R = 8 \text{ мкм}$ оценка излучения составила $I_1 \sim 9 \times 10^{-13} \text{ эрг/с}$ на ча-

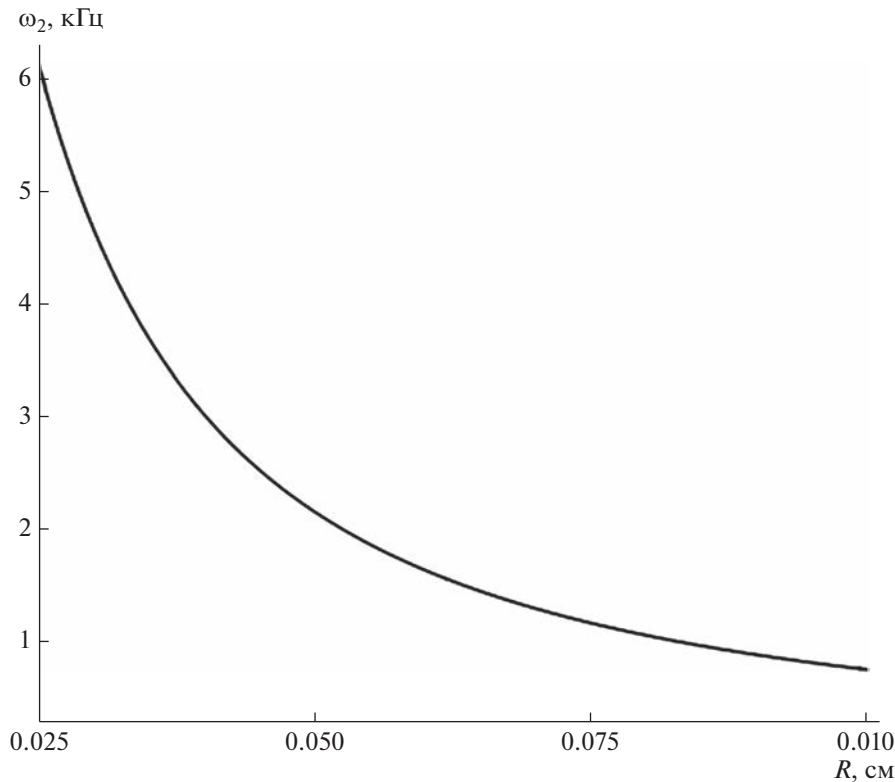


Рис. 5.

стоте $\omega_2 \approx 1$ МГц. При $R = 30$ мкм найдена мощность излучения $I_1 \sim 7 \times 10^{-14}$ эрг/с с частотой $\omega_2 \approx 147$ кГц.

Моделируя грозное облако диаметром 10 км ансамблем мелких водяных капель одинакового размера $R = 30$ мкм и учитывая, что на 1 см^3 внутриоблачного пространства приходится $\sim 10^3$ капель [Мазин И.П. и др., 1983], из (66) несложно найти: $I_{\text{lin}} \sim 3 \times 10^7$ эрг/с на ультразвуковой частоте 147 кГц.

Принимая средний заряд дождевой капли $Q = 7 \times 10^{-4}$ СГСЭ ($\sim 3 \times 10^{-3} Q_{\text{кр}}$ при $R = 0.025$ см и $\sim 6 \times 10^{-5} Q_{\text{кр}}$ при $R = 0.35$ см), оценка звукового излучения наименьшей дождевой капли $R = 0.025$ см дает $I_1 \sim 1 \times 10^{-15}$ эрг/с на частоте $\omega_2 \approx 6$ кГц. Для $R = 0.25$ см мощность излучения равна $I_1 \sim 1 \times 10^{-17}$ эрг/с при частоте $\omega_2 \approx 0.2$ кГц. Для наиболее крупной капли $R = 0.35$ см получим $I_1 \sim 5 \times 10^{-18}$ эрг/с при частоте $\omega_2 \approx 0.1$ кГц.

Для оценки интегрального акустического излучения ливневого дождя из пространства объемом 1 км^3 из [Мазин И.П. и др., 1989] возьмем концентрацию капель, равную 0.3 см^{-3} , для

$R = 0.025$ см. Тогда по формуле (66) получим $I_{\text{lin}} \sim 0.3$ эрг/с, соответствующее частоте ≈ 6 кГц.

Для иллюстрации на рис. 5 приведены зависимости частоты ω_2 акустического излучения единичной дождевой капли от величин R , рассчитанные по (57). Как видно, увеличение радиуса R капли приводит к быстрому снижению частоты ω_2 звукового излучения. Зависимость ω_2 от заряда капли крайне слаба, в рассматриваемом диапазоне зарядов частота изменяется лишь в шестом знаке после запятой.

Из приведенных оценок и рис. 5 видно, что внутриоблачные капли излучают в ультразвуковом диапазоне акустических волн, а дождевые капли (большого размера) излучают звуковые волны в слышимом диапазоне с меньшей (на три-пять порядков величины) мощностью акустического излучения.

Проведенные расчеты справедливы и для туманов с характерными размерами капель $R = 2\text{--}10$ мкм [Грин Х. и др., 1969]. Согласно (66) капли тумана обладают достаточно большой интенсивностью излучения, соответствующей ультразвуковым частотам.

На рис. 6, 7 представлены зависимости интенсивности от размеров $I_1(R)$ и зарядов $I_1(Q)$ оди-

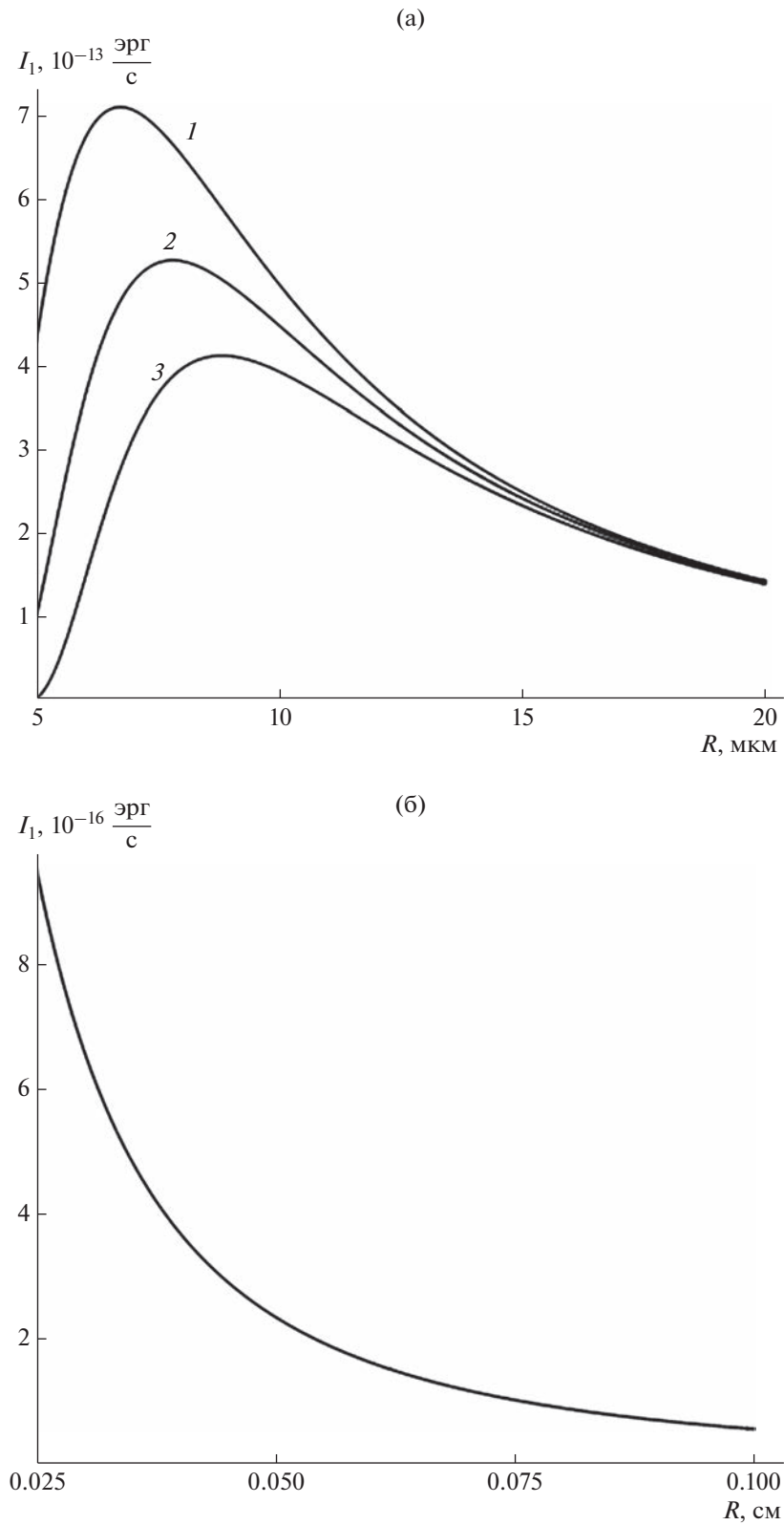


Рис. 6.

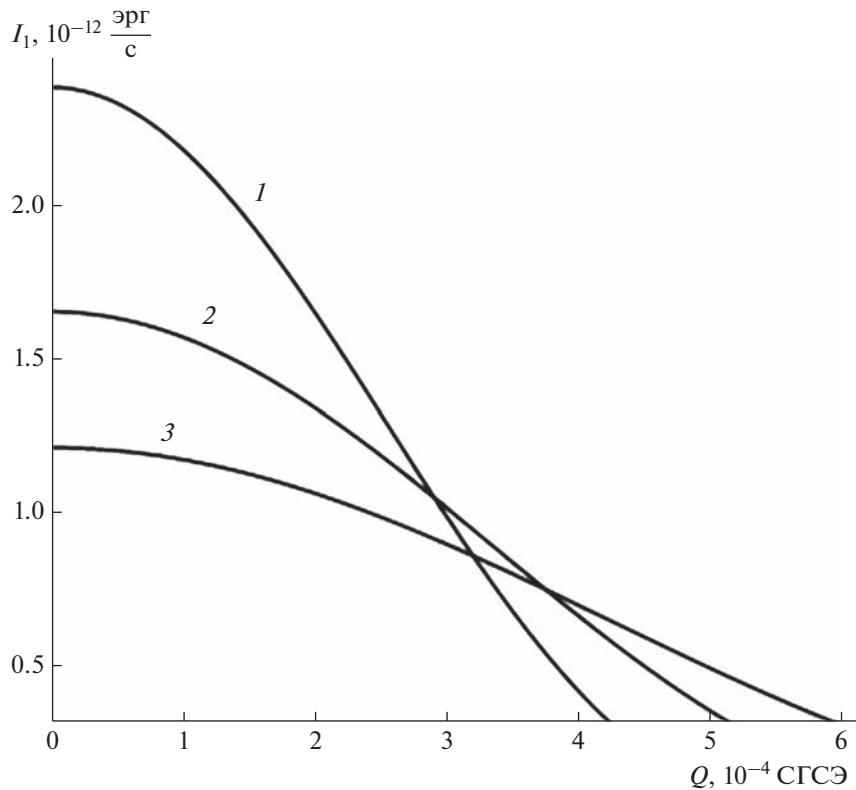


Рис. 7.

ночных капель. Приведенные графики качественно схожи с графиками для декремента затухания $\eta_l(R)$, $\eta_l(Q)$ (рис. 1, 3). Зависимость интенсивности излучения от заряда капли крайне слаба, в рассматриваемом диапазоне зарядов частота изменяется лишь в четвертом знаке после запятой.

Используя полученные оценки, а также рис. 6, 7, следует сделать заключение о том, что мощности акустического излучения осциллирующих заряженной капли и незаряженной капли, находящейся во внешнем электрическом поле [Григорьев А.И. и др., 2022], совпадают по порядку величины. Это обстоятельство объясняется тем, что величины собственного и индуцированных электрическим полем зарядов оказывают слабое влияние на величину интенсивности излучения.

Кроме того, следует уделить внимание физическому механизму звукового излучения. Исходя из общефизических соображений, отметим, при передаче механической энергии тепловых осцилляций капли в окружающую материальную среду приводятся в движение частицы этой среды. При этом уменьшение скорости движения молекул жидкости в приповерхностном слое осциллирующей капли влечет снижение ее температуры. Очевидно, что в состоянии теплового равновесия первоначально запасенная механическая энергия

в капле, расходуемая на излучение продольных акустических волн, компенсируется поступающей тепловой энергией из внешней среды.

В силу закона Фурье [Кикоин А.К. и др., 1976, стр. 25], описывающего количество теплоты dQ , поступающее на элемент поверхности dS за промежуток времени dt :

$$dQ = -\alpha \frac{dT}{dn} dS dt;$$

рассчитаем полное количество теплоты, передаваемое от внешней среды сферической капле в единицу времени:

$$Q = -\int_S \alpha \frac{dT}{dn} dS = -4\pi R^2 \alpha \frac{dT}{dn}; \quad (67)$$

где α — коэффициент теплопроводности среды. Заметим, что в виду малости амплитуды осцилляций ($|\xi|/R \ll 1$) форма капли принимается невозмущенной сферической: $r = R$.

Исходя из того, что в стационарных условиях интенсивность переносимого тепла Q из внешней среды равна интенсивности I_1 расходования энергии на звуковое излучение: $Q = I_1$, и полагая

$dT/dn \approx \Delta T/\Delta n$, из (67) выпишем соотношение для разности температур капли и среды ΔT в виде:

$$\Delta T = \frac{I_1 \Delta n}{4\pi R^2 \alpha}; \quad (68)$$

где в качестве расстояния по нормали Δn принимается длина свободного пробега молекулы воздуха.

Уравнение (68) показывает, что величина ΔT обеспечивает поступающий на каплю поток тепловой энергии, необходимый для поддержания непрерывного акустического излучения.

Если принять параметры внешней среды (воздуха) $\Delta n = 6 \times 10^{-6}$ см, $\alpha = 2 \times 10^3$ эрг/с см град, то из (68) для одиночной внутриоблачной капли размером $R = 30$ мкм получим $\Delta T \approx 2 \times 10^{-18}$ град. Перепад температур между воздушной средой и уединенной дождевой каплей $R = 0.025$ см составит $\Delta T \approx 4 \times 10^{-22}$ град.

6. Электромагнитное излучение. Следуя закону сохранения энергии, излучение электромагнитных волн осциллирующей каплей при наличии заряда вызывается уменьшением запасенной в ней энергии. В связи со сказанным с учетом малости величины $\eta_2/\omega_n' \ll 1$ мощность электромагнитного излучения равна скорости убывания энергии поверхностных затухающих колебаний n -ой моды ϑ_n [Калечиц В.И. и др., 1982]:

$$I_2 = -\frac{d\vartheta_n}{dt} = 2\eta_2\vartheta_n.$$

Согласно теореме вириала ϑ_n определяется удвоенной средней за период кинетической энергией движения молекул жидкости в капле:

$$\vartheta_n = \frac{\rho_1}{2} \int_V |V_1(r, \theta, t)|^2 r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (69)$$

Подставляя в (69) поле скоростей движения внутренней среды $\vec{V}_1(r, \theta, t)$ в виде:

$$\vec{V}_1(r, \theta, t) = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{r}{R} \right)^{n-1} i\omega_n M_n \times \\ \times \exp(i\omega_n t) \left(P_n(\mu) \vec{e}_r + \frac{1}{n} \frac{\partial P_n(\mu)}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \right);$$

и вычисляя интеграл по объему равновесной сферы $V = [0 \leq r \leq R, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi]$, получим:

$$\vartheta_n = \frac{2\pi \rho_1 R^3 M_n^2 \omega_n'^2}{n(2n+1)}. \quad (70)$$

Таким образом, учитывая (60), (70), перейдем к окончательному выражению для мощности излучения электромагнитных волн, связанного с n -ой колебательной модой:

$$I_2 = 2W \frac{\pi(n+1)(n(n-1)(n+2))^{n+1}}{(2n+1)} \left(\frac{2^n (n-1)!}{(2n)!} \right)^2 \times \\ \times \left(1 + \frac{n}{n+1} \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{-(n+2)} \frac{M_n^2 \sigma^{n+2}}{R^{n+2} c^{2n+1} \rho_1^{n+1}} \left(1 - \frac{W}{(n+2)} \right)^{n+1}. \quad (71)$$

Заметить, что (71) согласуется с интенсивностью электромагнитного излучения, возникающей при осцилляциях заряженной капли, находящейся в идеальной несжимаемой диэлектрической среде. Отметим тот факт, что характеристики электромагнитного излучения при наличии внешней несжимаемой среды остаются справедливыми и для капли, осциллирующей в несжимаемой среде.

В анализируемом случае генерируемое линейными осцилляциями заряженной капли электромагнитное излучение, найденное в соответствие с общей теорией излучения, относится к квадрупольному типу, обнаруживаемому на основе общей теории излучения в расчетах второго порядка по малому параметру $\delta \equiv (R/\lambda_2)^2 \sim 10^{-15}$ (λ_2 — длина электромагнитной волны) [Григорьев А.И. и др., 2021]. Отметим, что в линейном приближении по ϵ и δ дипольная составляющая полного излучения отсутствует, так как в первом порядке малости по ϵ смещение положения центра заряда и, следовательно, дипольный момент равны нулю (трансляционная мода не возбуждается в силу неподвижности центра масс) равны нулю $\vec{R}_Q = 0$, $\vec{d} = Q\vec{R}_Q = 0$. Более интенсивное чем квадрупольное (на 15 порядков величины) дипольное излучение заряженной капли, осциллирующей в отсутствии внешнего электростатического поля, находится в электрогидродинамических расчетах второго порядка по ϵ [Григорьев А.И. и др., 2021].

Для оценки по порядку величины воспользуемся вышеприведенными значениями физических величин для внутриоблачных капель. Тогда из (71) следует, что при минимальном радиусе $R = 3$ мкм интенсивность излучения составляет $I_2 \sim 4 \times 10^{-41}$ эрг/с на частоте $\omega_2 \approx 4.6$ МГц. Если размер капли принять $R = 8$ мкм, то интенсивность излучения равна $I_2 \sim 3 \times 10^{-43}$ эрг/с при $\omega_2 \approx 1$ МГц. Для капли радиусом $R = 30$ будет $I_2 \sim 4 \times 10^{-46}$ эрг/с при $\omega_2 \approx 147$ кГц.

В модельном рассмотрении мощность электромагнитного излучения грозового облака протяженностью 10 км будет уже в 5×10^{20} раз выше по сравнению с единичной каплей, если принять,

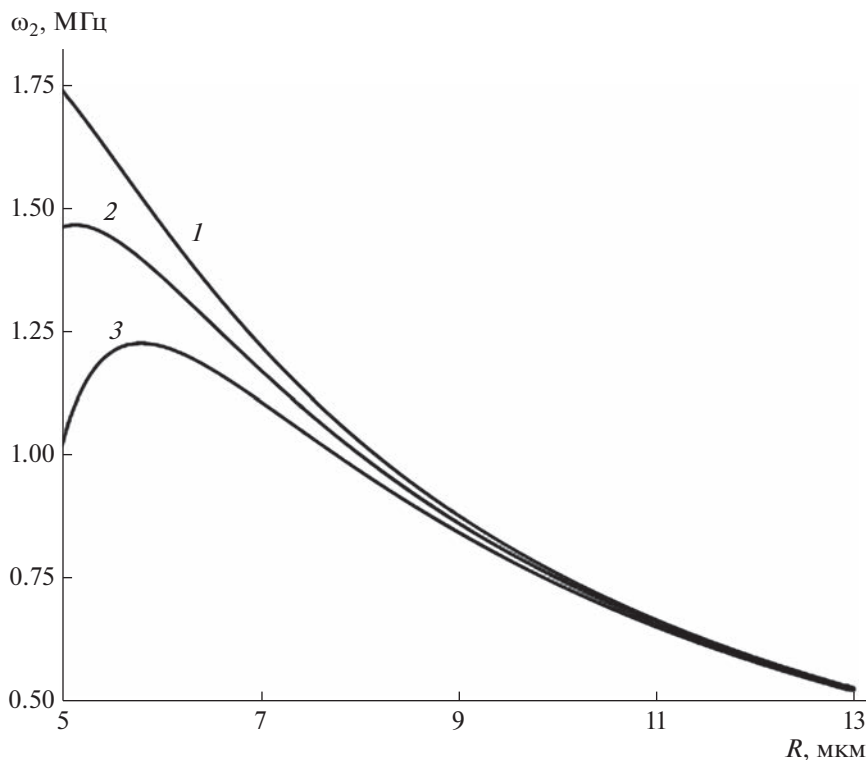


Рис. 8.

что все капли радиуса $R = 30$ мкм осциллируют синфазно.

Из рис. 8, 9, где представлены зависимости частот электромагнитного излучения от параметров капли R, Q , нетрудно видеть, что приближение величины собственного заряда Q внутриоблачной капли к критическому значению $Q_{кр}$ при фиксированном радиусе R приводит к заметному снижению частоты ω_2 излучения. Из рис. 8, 9 следует, что облачные капли излучают электромагнитные волны на частотах от десятых долей до единиц мегагерц, что соответствует низким, средним и высоким радиочастотам.

На рис. 10, 11 изображены зависимости интенсивности I_2 от величин R, Q , аналогичные показанным на рис. 6, 7. Из сравнения приведенных графиков можно видеть, в случае электромагнитного излучения (в отличие от акустического излучения) прослеживается более выраженная зависимость мощности I_2 от величины общего заряда Q , так как в генерировании электромагнитных волн участвует именно заряд Q . Нетрудно заметить, что поведение зависимостей $I_2(R), I_2(Q)$ (рис. 10, 11) качественно аналогично поведению зависимостей декремента затухания $\eta_2(R), \eta_2(Q)$ (рис. 2, 4).

Анализируя численные оценки и рис. 6, 7, 10, 11 получим, что при тех же значениях физических величин мощность акустического излучения единичной облачной капли, осциллирующей в материальной среде, на 27–32 порядков величины (в зависимости от принятых радиусов капель) превышает мощность ее электромагнитного излучения.

Интересно отметить сильную зависимость интенсивности I_2 от номера колебательной моды n . Так, при возрастании номера моды n на единицу излучаемая мощность электромагнитных волн уменьшается на 15 порядков величины, тогда как интенсивность акустического излучения I_1 снижается всего лишь на два порядка величины.

Говоря о физическом механизме электромагнитного излучения, отметим, что согласно общепринятым представлениям расхождение энергии осциллирующей заряженной капли на излучение электромагнитных волн сопровождается замедлением ускоренно движущихся поверхностных зарядов и молекул проводящей жидкости, что приводит к уменьшению температуры капли. В условиях теплового равновесия разность температур капли и окружающей среды найдем по аналогии с (68):

$$\Delta T = \frac{I_2 \Delta n}{4\pi R^2 \lambda};$$

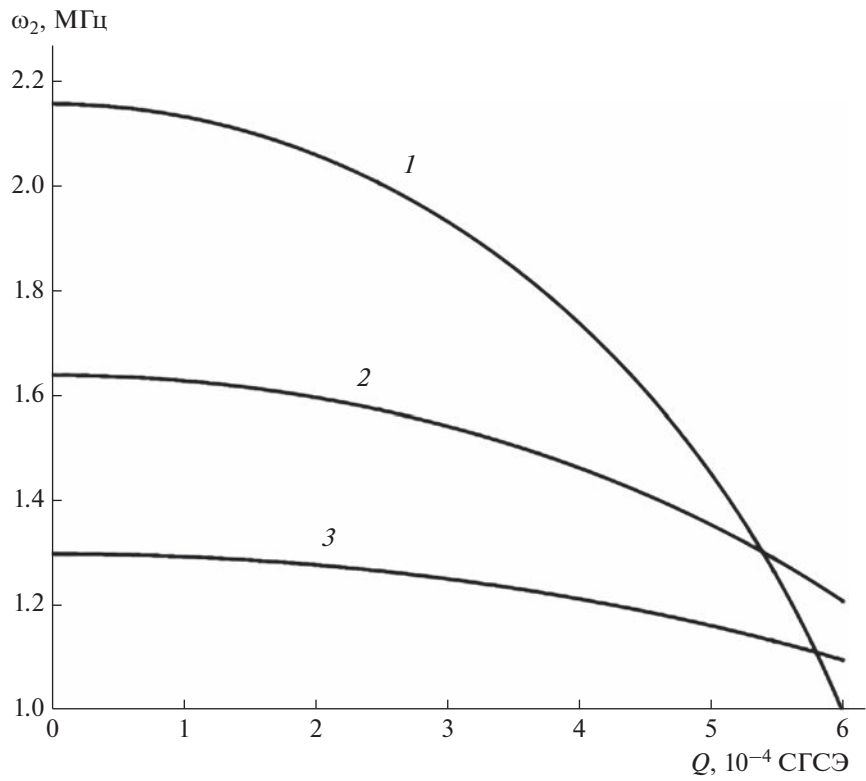


Рис. 9.

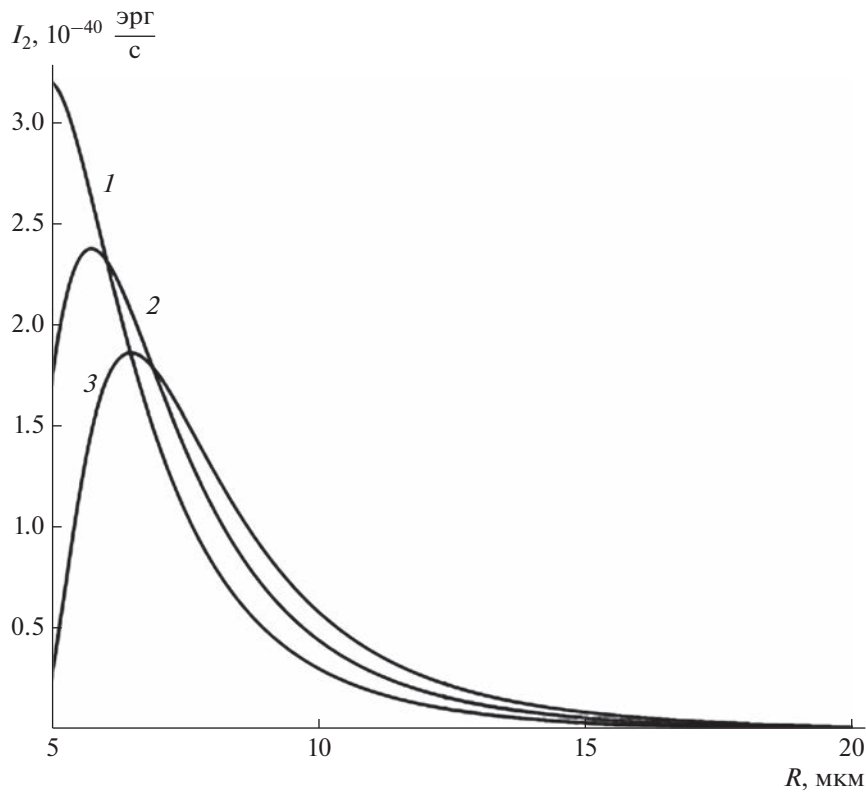


Рис. 10.

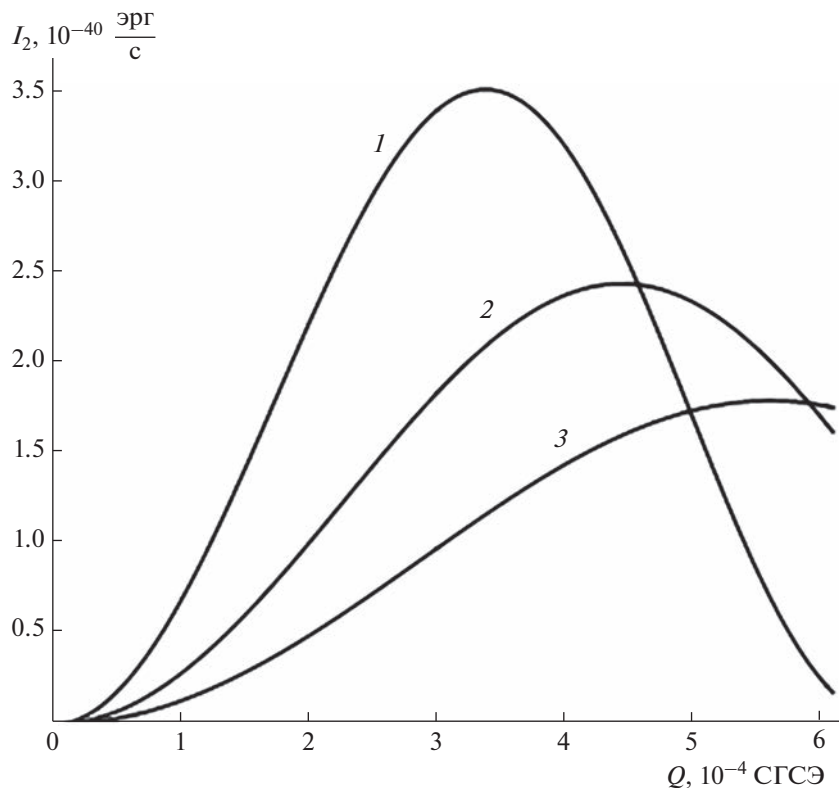


Рис. 11.

при которой поступающая из внешней среды тепловая энергия восполняет потери исходной механической энергии капли и обеспечивает непрерывное электромагнитное излучение.

Используя выше принятые характеристики отдельной облачной капли $R = 30$ мкм, осциллирующей в материальной среде, оценим разницу температур $\Delta T \approx 1 \times 10^{-50}$ град, что на 32 порядка величины меньше по сравнению с величиной ΔT в случае акустического излучения.

7. В заключение отойдем от принятой при расчетах модели идеальной жидкости и зададимся вопросом: как может повлиять на капиллярные осцилляции и интенсивность излучения вязкость жидкости? Здесь следует отметить, что вязкость по-разному сказывается на осцилляциях мелких и крупных капель [Григорьев А.И., 2001]. Чтобы выяснить роль вязкости в осцилляциях капель следует перейти к безразмерным переменным, например, таких $\rho = \sigma = R = 1$, тогда можно сравнивать между собой капли разных размеров и плотностей с различными коэффициентами поверхностного натяжения. В указанных безразмерных переменных безразмерная вязкость определяется параметром $\mu \equiv \nu \sqrt{\rho / \sigma R}$, здесь ν — коэффициент кинематической вязкости. Когда

вязкость мала $\mu \ll 1$, капля осциллирует и излучает электромагнитные и акустические волны. При $\mu \sim 1$ осцилляции подавляются вязкостью [Григорьев А.И., 2001] и капля не излучает. Несложно видеть, что параметр μ кроме собственно коэффициента кинематической вязкости зависит от радиуса капли R , коэффициента поверхностного натяжения σ и массовой плотности ρ . Для воды осцилляции капель прекращаются для капель с $R \leq 1$ мкм. Более крупные капли осциллируют и излучают частотой, определяющейся ν — коэффициентом кинематической вязкости, радиусом R , коэффициентом поверхностного натяжения σ и массовой плотностью ρ .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В аналитических асимптотических расчетах первого порядка малости по ϵ — отношению амплитуды капиллярных осцилляций к радиусу сферической заряженной капли, находящейся во внешней материальной среде, показано, что акустическое излучение оказывается более интенсивным (на 27–32 порядков величины в зависимости от радиуса внутриоблачной капли), чем электромагнитное излучение. Полученный результат объясняется разными физическими меха-

низмами генерации продольных акустических волн, приходящихся на диапазоны звуковых (для дождевых капель) и ультразвуковых частот (для облачных капель), и поперечных электромагнитных волн радиочастотного диапазона от десятых долей до единиц мегагерц (соответствующих низким, средним и высоким радиочастотам) при излучении облачных капель.

Показано, что в линейном по ϵ приближении аналитическая оценка мощности электромагнитного излучения, рассчитанного в соответствие с законом сохранения энергии, по порядку величины совпадает с мощностью квадрупольной компоненты излучения [Григорьев А.И., 2021], найденного на основе общей теории излучения во втором порядке по малому параметру δ — квадрату отношения радиуса капли к длине излучаемой электромагнитной волны. Однако более интенсивная (на 15 порядков величины) дипольная компонента полного электромагнитного излучения, обнаруживаемая в линейном приближении по δ , отсутствует, так как в расчетах первого порядка малости по ϵ возбуждение трансляционной (первой) моды невозможно из-за выполнения условия неподвижности центра масс капли [Григорьев А.И., 2021; Ландау Л.Д. и др., 1986].

Акустическое излучение, генерируемое линейными осцилляциями при возбуждении второй (основной) моды $n = 2$, оказалось слабее монополюсной компоненты излучения, связанного с наличием в спектре капиллярных осцилляций второго порядка по ϵ амплитуды нулевой моды ($n = 0$), и дипольной составляющей излучения, характеризуемого появлением во втором порядке малости по ϵ амплитуды первой моды ($n = 1$), соответствующей поступательному движению капли [Григорьев А.И., 2022].

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ДОБАВКИ К НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ $\vec{E}^{(1)}$, ВЫЗВАННОЙ ВОЗМУЩЕНИЕМ ПОВЕРХНОСТИ КАПЛИ $\xi(\theta, t)$.

Для отыскания поправки первого порядка малости к напряженности электрического поля $\vec{E}^{(1)}$ исходную векторную систему уравнений (48) будем решать методом скаляризации, подробно описанным в [Лазарянц А.Э., 2020]. Для этого искомым вектор $\vec{E}^{(1)}$ запишем в виде суперпозиции трех более простых векторов:

$$\vec{E}^{(1)} = \sum_{j=1}^3 \vec{N}_j \Phi_j; \quad (j = 1, 2, 3); \quad (1П)$$

получающихся действием ортогональных векторных дифференциальных операторов $\vec{N}_j$ на произвольные скалярные функции Φ_j .

В сферической системе координат векторные операторы $\vec{N}_j$ представляются в виде:

$$\begin{aligned} \vec{N}_1 &\equiv \nabla; \quad \vec{N}_2 \equiv \vec{N}_1 \times \vec{r} \equiv \nabla \times \vec{r}; \\ \vec{N}_3 &\equiv \vec{N}_1 \times \vec{N}_2 \equiv \nabla \times (\nabla \times \vec{r}); \end{aligned} \quad (2П)$$

а эрмитово сопряженные к ним операторы имеют вид:

$$\vec{N}_1^+ \equiv -\nabla; \quad \vec{N}_2^+ \equiv \vec{r} \times \nabla; \quad \vec{N}_3^+ \equiv (\vec{r} \times \nabla) \times \nabla;$$

удовлетворяющие условиям ортогональности:

$$(\vec{N}_j^+ \cdot \vec{N}_m) = 0; \quad (j \neq m); \quad (3П)$$

и условиям коммутативности с оператором Лапласа (Δ):

$$\Delta \vec{N}_j = \vec{N}_j \Delta. \quad (4П)$$

В этих выражениях $\vec{r}$ — радиус-вектор, знак “+” означает эрмитовое сопряжение.

Подставка разложения (1П) в уравнение непрерывности электрического поля (48) при использовании свойства ортогональности (3П) позволяет получить уравнение Лапласа для скалярной функции Φ_1 :

$$\Delta \Phi_1 = 0. \quad (5П)$$

Подставим (1П) в волновое уравнение (48) и с учетом свойства коммутативности (4П) получим систему трех скалярных уравнений для функций Φ_j :

$$\sum_{j=1}^3 \vec{N}_j \left\{ \Delta \Phi_j - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial t^2} \right\} = 0; \quad (j = 1, 2, 3). \quad (6П)$$

Будем исходить из того, что функции Φ_j изменяются во времени гармонически: $\Phi_j \sim \exp(i\omega_n t)$. Тогда умножая (6П) слева скалярно на векторные операторы $\vec{N}_j^+$ и вновь используя свойство ортогональности (3П), перейдем к уравнениям Гельмгольца:

$$\Delta \Phi_j + k_2^2 \Phi_j = 0; \quad k_2 = \frac{\omega_n}{c}. \quad (7П)$$

Из системы уравнений (5П), (7П) для скалярной функции Φ_1 легко получить решение: $\Phi_1 = 0$, при использовании которого уравнение (1П) перепишем в виде суперпозиции вихревых (полоидальной и тороидальной) составляющих электрического поля:

$$\vec{E}^{(1)} = \vec{N}_2 \Phi_2 + \vec{N}_3 \Phi_3. \quad (8П)$$

Используя представление дифференциальных операторов $\vec{N}_2$, $\vec{N}_3$ в общем виде (2П), выпишем компоненты вектора (7П) в сферических координатах (r, θ, φ) для осесимметричного случая:

$$\vec{N}_2 \Phi_2 \equiv -\frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} \vec{e}_\varphi; \quad (9П)$$

$$\vec{N}_3 \Phi_3 \equiv -\frac{1}{r} \hat{L} \Phi_3 \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \Phi_3}{\partial \theta} \vec{e}_\theta. \quad (10П)$$

Далее решение сформулированной электрической задачи (46) сводится к отысканию в явном виде скалярных функций Φ_2 , Φ_3 .

Решений уравнений Гельмгольца при $j = 2, 3$ с учетом условия ограниченности на бесконечности (49) будем искать в виде разложений:

$$\Phi_j = \sum_{n=0}^{\infty} D_n^{(j)} \exp(i\omega_n t) h_n^{(2)}(k_2 r) P_n(\mu); \quad (11П)$$

где $h_n^{(2)}(z_2)$ — сферическая функция Бесселя третьего рода, $D_n^{(j)}$ — неизвестные коэффициенты первого порядка малости по ϵ , определяемые из граничных условий (50).

Подставляя разложения (9П), (10П) в (50), найдем, что для полоидальной компоненты электрического поля интегральное условие постоянства полного заряда капли выполняется тождественно, а условие эквипотенциальности приводится к виду: $\frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} = 0$, из которого с учетом (11П) определим, что все константы $D_n^{(2)}$ в решении для функции Φ_2 обращаются в ноль.

Учитывая данный результат, получим, что $\vec{E}^{(1)}$ содержит лишь тороидальную компоненту: $\vec{E}^{(1)} = \vec{N}_3 \Phi_3$, а с использованием разложений (10П), (11П) при $j = 3$ напряженность поля $\vec{E}^{(1)}$ представим в виде:

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(1)} = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(i\omega_n t) \times \\ \times \left[\frac{1}{r} n(n+1) D_n^{(3)} h_n^{(2)}(k_2 r) P_n(\mu) \vec{e}_r + \right. \\ \left. + D_n^{(3)} \left(\frac{1}{r} h_n^{(2)}(k_2 r) + \frac{\partial h_n^{(2)}(k_2 r)}{\partial r} \right) \frac{\partial P_n(\mu)}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \right]. \end{aligned}$$

Исходя из найденных соотношений $\vec{E}^{(1)}$ и $\xi(\theta, t)$, из граничных условий (50) для тороидальной составляющей электрического поля несложно получить постоянные коэффициенты $D_n^{(3)}$ в виде:

$$D_n^{(3)} = -\frac{Q}{\epsilon_{\text{ex}} R^2} M_n \frac{1}{\partial_r (r h_n^{(2)}(k_2 r)) \Big|_{r=R}}.$$

В итоге, решение для линейной по малому параметру ϵ поправки к напряженности электрического поля запишем в виде:

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(1)}(r, \theta, t) = -\frac{Q}{\epsilon_{\text{ex}} R^2} \sum_{n=2}^{\infty} M_n \exp(i\omega_n t) \times \\ \times \left\{ \frac{h_n^{(2)}(k_2 r)}{\partial_r (r h_n^{(2)}(k_2 r)) \Big|_{r=R}} n(n+1) P_n(\mu) \vec{e}_r + \right. \\ \left. + \frac{\partial_r (r h_n^{(2)}(k_2 r))}{\partial_r (r h_n^{(2)}(k_2 r)) \Big|_{r=R}} \frac{\partial P_n(\mu)}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \right\}. \end{aligned}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598 “Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью”, <https://rscf.ru/project/19-19-00598/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.
- Богатов Н.А. Электромагнитное поле, генерируемое капиллярными колебаниями капель // Сборник тезисов докладов VI Международной конференции “Солнечно-земные связи и физика предвестников землетрясений”. Петропавловск-Камчатский, ДВО РАН, 2013. С. 10–11.
- Большая энциклопедия нефти и газа [Электронный ресурс] URL: <https://www.ngpedia.ru/id166364p3.html>.
- Градштейн И.С. Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1963. 1108 с.
- Григорьев А.И. О некоторых закономерностях реализации неустойчивости сильно заряженной вязкой капли // ЖТФ. 2001. Т. 71. № 10. С. 1–7.
- Григорьев А.И., Гаибов А.Р. О некоторых особенностях акустического излучения капли, связанного с ее нелинейными осцилляциями // Журн. технической физики. 2003. Т. 73. № 10. С. 23–28.
- Григорьев А.И., Ширяева С.О., Колбнева Н.Ю. Электромагнитное излучение капли, осциллирующей в грозовом облаке. Москва–Берлин: Директ-Медиа, 2021. 200 с.
- Григорьев А.И., Колбнева Н.Ю., Ширяева С.О. Об акустическом излучении слабо заряженных капель, осциллирующих во внешнем однородном электростатическом поле // Изв. РАН. МЖГ. 2022. V. 57. № 5. С.80–93.
- Григорьев А.И., Колбнева Н.Ю., Ширяева С.О. Нелинейные монопольное и дипольное акустические излучения слабо заряженной капли, осциллирующей в однородном электростатическом поле // ПММ. 2022. Т. 86. Вып. 6. С. 938–957.
- Грин Х., Лейн В. Аэрозоли — пыли, дымы и туманы. Л.: Изд. Химия, 1969. 428 с.
- Калечиц В.И., Нахутин И.Е., Полуэктов П.П. О возможном механизме радиоизлучения конвектив-

- ных облаков // ДАН СССР. 1982. Т. 262. № 6. С. 1344–1347.
- Карташов Э.М. Аналитические методы в теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 1979. 415 с.
- Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. М.: Наука, 1976. 480 с.
- Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970. 712 с.
- Лазаряни А.Э., Ширяева С.О., Григорьев А.И. Скаляризация векторных краевых задач. М.: Русайнс, 2020. 140 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. М.: Наука, 1973.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 733 с.
- Лепендин Л.Ф. Акустика. М.: Высшая школа, 1978. 448 с.
- Мазин И.П., Шметер С.М. Облака. Строение и физика образования. Л.: Гидрометеиздат, 1983. 280 с.
- Мазин И.П., Хргиан А.Х., Имянитов И.М. Облака и облачная атмосфера. Справочник. Л.: Гидрометеиздат, 1989. 647 с.
- Найфе А.Х. Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 455 с.
- Савельев И.В. Основы теоретической физики. Т. 1. М.: Наука, 1975. 416 с.
- Стерлядкин В.В. Натурные измерения колебаний капель осадков // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1988. Т. 24. № 6. С. 613–621.
- Тверской П.Н. Курс метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1962. 700 с.
- Френкель Я.И. К Теории Тонкса о разрыве поверхности жидкости постоянным электрическим полем в вакууме // ЖЭТФ. 1936. Т. 6. № 4. С. 348–350.

About Acoustic and Electromagnetic Radiation of the Charged Droplet

A. I. Grigoryev^{1, *}, N. Yu. Kolbneva^{2, **}, and S. O. Shiryayeva^{2, ***}

¹Ishlinsky Institute of Mechanics Problems RAS, 101 Vernadsky pr., 1, Moscow, 119526 Russia

²Demidov Yaroslavl State University, st. Sovetskaya, 14, Yaroslavl, 150000 Russia

*e-mail: grigorai@mail.ru

**e-mail: kolbneva-nata@yandex.ru

***e-mail: shir@uniyar.ac.ru

Theoretical methods of classical mathematical physics investigate the acoustic and electromagnetic radiation generated by capillary oscillations of a charged drop of an ideal incompressible electroconductive fluid in an ideal nonconductive medium. The radiations discussed are found in first-order analytical asymptotic calculations of smallness by the dimensionless amplitude of droplet oscillations. Analytical expressions were found for the intensity of acoustic and electromagnetic radiation, which differ by several orders of magnitude and fall on different frequency bands. Acoustic radiation from liquid-droplet systems of natural origin: fogs, clouds, smogs — falls on the ultrasonic frequency range, but acoustic radiation from large raindrops goes in the area of audible sound. Electromagnetic radiation from liquid-droplet systems of natural origin goes at frequencies from tenths of megahertz to megahertz units.

Keywords: charged drop, capillary oscillations, acoustic and electromagnetic radiation