ISSN 0002-3515

Том 59, Номер 2 Март - Апрель 2023

ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

www.sciencejournals.ru

Журнал оригинальных и обзорных статей по всем аспектам теоретических, модельных и экспериментальных работ по физике атмосферы и океана.

СОДЕРЖАНИЕ

Том 59, номер 2, 2023

Параметризации взаимодействия атмосферы с городской поверхностью: обзор и перспективы развития

М. А. Тарасова, М. И. Варенцов, В. М. Степаненко 127

Потенциальные климатические последствия увеличения лесистости и заболачивания земель на территории Беларуси

С. А. Лысенко, П. О. Зайко 149

Неустойчивость сдвигового течения на конечном временном промежутке

М. В. Калашник 165

Структурное описание геофизических случайных полей с негауссовой статистикой

И. Г. Якушкин 173

ИК-спектроскопические измерения атмосферного содержания азотной кислоты на станции NDACC St. Petersburg

Я. А. Виролайнен, Ю. М. Тимофеев, А. В. Поляков, А. В. Поберовский 192

Вариации приземных концентраций и общего содержания CO_2 и CH_4 в центральной части Европейской территории России

К. Н. Вишератин, Е. Л. Баранова, Г. И. Бугрим, В. Н. Иванов, Е. И. Краснопеева, Д. Г. Сахибгареев, В. П. Устинов, А. В. Шилкин 200

Двухслойная модель циркуляции океана с вариационным управлением коэффициента турбулентной вязкости

В. Б. Залесный 217

О видах неустойчивости геострофического течения с вертикальным параболическим профилем скорости

Н. П. Кузьмина, С. Л. Скороходов, Н. В. Журбас, Д. А. Лыжков 230

Облака и теория турбулентности: самоподобие, показатель фрактала 4/3 и инварианты

Г. С. Голицын, О. Г. Чхетиани, Н. В. Вазаева 242

Статистическое исследование широтного ионосферного отклика на кольцевое солнечное затмение 21 июня 2020 года с использованием вейвлет-преобразования

Девбрат Пундхир, Бирбал Сингх, Раджпал Сингх 245

Contents

Vol. 59, No. 2, 2023

Parameterization of Interaction between the Atmosphere and the Urban Surface: Current State and Prospects
M. A. Tarasova, M. I. Varentsov, and V. M. Stepanenko 127

Potential Climate Impacts of Reforestation and Waterlogging in Belarus
S. A. Lysenko and P. A. Zaiko 149

Shear Flow Instability over a Finite Time Interval
M. V. Kalashnik 165

Structural Description of Geophysical Random Fields with Non-Gaussian Statistics
I. G. Yakushkin 173

Ground-Based FTIR-Measurements of the Atmospheric Nitric Acid at the NDACC Site of St. Petersburg
Ya. A. Virolainen, Yu. M. Timofeyev, A. V. Polyakov, and A. V. Poberovsky 192

Variations in Surface Concentrations and Total Column of CO_2 and CH_4 in the Central Part of the European Territory of Russia
K. N. Visheratin, E. L. Baranova, G. I. Bugrim, V. N. Ivanov, E. I. Krasnopeeva, D. G. Sakhibgareev, V. P. Ustinov, and A. V. Shilkin 200

Two-Layer Ocean Circulation Model with Variational Control of Turbulent Viscosity Coefficient
V. B. Zalesny 217

On the Types of Instability of a Geostrophic Current with a Vertical Parabolic Profile of Velocity
N. P. Kuzmina, S. L. Skorokhodov, N. V. Zhurbas, and D. A. Lyzhkov 230

Clouds and Turbulence Theory: Peculiar Self-Similarity, 4/3 Fractal Exponent and Invariants
G. S. Golitsyn, O. G. Chkhetiani, and N. V. Vazaeva 242

Statistical and Wavelet Transform-Based Study of the Latitudinal Ionospheric Response to an Annular Solar Eclipse on June 21, 2020
Devbrat Pundhir, Birbal Singh, and Rajpal Singh 245

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2023, том 59, № 2, с. 127–148

УДК 551.51

ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТМОСФЕРЫ С ГОРОДСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ: ОБЗОР И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ

© 2023 г. М. А. Тарасова[a, b, c, e, *], М. И. Варенцов[a, b, c, d, e, **], В. М. Степаненко[a, c, e, *]**

[a]*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Географический факультет, Ленинские горы, д. 1, Москва, 119991 Россия*

[b]*Гидрометеорологический научно-исследовательский центр Российской Федерации, Большой Предтеченский пер., д. 13, строение 1, Москва, 123376 Россия*

[c]*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский вычислительный центр, Ленинские горы, 1, стр. 4, Москва, 119234 Россия*

[d]*Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., д. 3, Москва, 119017 Россия*

[e]*Московский центр фундаментальной и прикладной математики, Лениские горы, д. 1, Москва, 119991 Россия*

**e-mail: mkolennikova@mail.ru*

***e-mail: mikhail.varentsov@srcc.msu.ru*

****e-mail: stepanen@srcc.msu.ru*

Поступила в редакцию 04.11.2022 г.
После доработки 25.12.2022 г.
Принята к публикации 11.01.2023 г.

Город оказывает значительное воздействие на окружающую среду, формируя такие микроклиматические особенности как городской остров тепла, усиление интенсивности конвективных метеорологических явлений и др. эффекты. Численные модели прогноза погоды с блоком описания взаимодействия урбанизированных поверхностей с атмосферой – городской параметризацией – в целом успешно воспроизводят метеорологические особенности городского пограничного слоя. К настоящему времени обзорные статьи, обобщающие сведения по параметризациям городской поверхности, по большей части уже устарели, либо не в полной мере охватывают аспекты используемых в моделях методов описания отдельных физических процессов. Работа посвящена актуализации существующих обзоров городских параметризаций, сравнению используемых подходов к описанию процессов энерго- и массообмена урбанизированных территорий с атмосферой и формированию предложений по их улучшению. Выделены основные группы физических процессов, учитываемых при описании взаимодействия между городской поверхностью и атмосферой, – тепловой баланс поверхности, радиационный теплообмен поверхности с атмосферой, баланс влаги на поверхности, турбулентный тепло- и влагообмен в городском подслое, антропогенные источники тепла и влаги. Изложены основные подходы к параметризации физических процессов, определенных в рамках каждого блока. Сформулированы современные тенденции развития городских параметризаций: 1) последние 10 лет наблюдается усложнение параметризаций за счет добавления новых физических механизмов: процессов переноса тепла и его источников внутри зданий, трехмерной структуры городской растительности; вводится явное вертикальное разрешение при расчете турбулентных потоков и основных метеорологических величин; 2) существенно меньше внимания уделяется пересмотру устаревших эмпирических формул, часто полученных на основе единичных натурных или лабораторных экспериментов. Предложены пути улучшения городских параметризаций за счет уточнения базовых зависимостей, используемых главным образом при расчете турбулентных потоков, в частности, с помощью результатов вихреразрешающего моделирования городского пограничного слоя, которое с ростом вычислительных мощностей все чаще используется для явного моделирования обмена теплом и импульсом между атмосферой и элементами городской среды.

Ключевые слова: городская метеорология, параметризации, модели атмосферы

DOI: 10.31857/S0002351523020062, **EDN:** HPPHSS

ВВЕДЕНИЕ

С середины XX века наблюдаются ускоренные темпы урбанизации. По прогнозам к 2050 году более двух третей населения мира будет проживать в городах [UN, 2018]. Города являются центрами сосредоточения населения, инфраструктуры, и очагами наиболее интенсивного воздействия человека на окружающую среду. В частности, изменение свойств подстилающей поверхности и ан-

тропогенные эмиссии определяют значительные изменения городского климата по сравнению с окружающими сельскими и естественными ландшафтами. Одной из характерных особенностей городского климата является эффект городского острова тепла [Rizwan et al., 2008; Oke et al., 2017]. В крупных городах разность температуры воздуха между центром и пригородом при благоприятных условиях может достигать более 10°C. Такой эффект может быть особо опасен летом во время продолжительных волн жары, так как приводит к усилению теплового стресса и рисков для здоровья жителей [Wong et al., 2013; Zemtsov et al., 2021]. Среди других эффектов можно отметить влияние городов на развитие опасных явлений погоды конвективной природы, включая интенсивные осадки и грозы [Bornstein and Lin, 2000; Han et al., 2014; Liu and Niyogi, 2019]. На фоне роста запросов населения на комфортную и безопасную городскую среду, одной из приоритетных задач метеорологии становится развитие методов моделирования метеорологического режима городов. Это важно как для повышения точности прогноза погоды и климата, так и для корректного учета метеорологических факторов в задачах градостроительного планирования с конечной целью повышения комфортности городской среды.

Для получения более надежных прогнозов погоды и климата важно корректно задавать граничные условия в численных моделях атмосферы, в частности, нижние граничные условия, определяемые режимом взаимодействия атмосферы и подстилающей поверхности – потоки импульса, тепла, влаги, радиационные потоки. За последние годы пространственное разрешение моделей атмосферы существенно улучшилось. Шаг сетки климатических моделей уменьшился с сотен километров до примерно 100 км и менее [Rummukainen, 2016]. Разрешение глобальных моделей прогноза погоды всех ведущих метеорологических центров составляет 9–13 км, региональных 1–2 км и менее [Ривин и др., 2019], а в исследовательском режиме ведутся расчеты с шагами сетки в первые сотни метров [Mussetti et al., 2020a, b; Rivin et al., 2020; Vasenev et al., 2021]. Тем не менее, на текущем уровне развития современных моделей прогноза погоды и климата явный учет теплообмена между атмосферой и отдельными элементами городской среды (зданиями, деревьями и пр.) не представляется возможным. Для решения этой проблемы применяют параметризации физических процессов в слое городской застройки (далее – городские параметризациии). В рамках таких параметризаций городская поверхность, попадающая в ячейку расчетной сетки модели, считается однородной по пространству и рассматривается в виде упрощенной геометрии, описываемой набором статистических параметров. К настоящему моменту разработано большое количество городских параметризаций разного уровня сложности, многие из которых имплементированы в модели атмосферы. В то время как в некоторых моделях доступно на выбор несколько таких параметризации, в других специфика городской поверхности не принимается во внимание, и остается актуальной задача внедрения городских параметризаций в эти модели.

В литературе существуют хорошо структурированные обзоры, посвященные городским параметризациям, в которых приводятся их классификация и описываемые в них физические процессы [Masson, 2006; Grimmond et al., 2010a]. Однако будучи написанными более 10 лет назад, они уже не являются достаточно актуальными. Наиболее свежий обзор [Garuma, 2018] содержит обновленную информацию о городских параметризациях; он посвящен основным принципами работы с ними – от источников данных о городской поверхности до возможных областей применения городского моделирования; вместе с тем, физические аспекты параметризаций затронуты в меньшей степени.

Цель настоящей работы – актуализировать ранее выполненные обзоры параметризаций городской поверхности, сравнить используемые в них подходы к описанию отдельных групп физических процессов внутри городского подслоя; выявить достоинства и недостатки этих подходов и сформулировать предложения по дальнейшему развитию и улучшению таких параметризаций.

Статья построена следующим образом. В разделе 1 приводится общий обзор принципов построения параметризаций городской застройки и их видов; приводятся примеры наиболее распространенных в мировой практике параметризаций разного уровня сложности. Раздел 2 посвящен сравнению используемых в этих параметризациях подходов к описанию различных групп физических процессов: теплообмена в деятельном слое и теплового баланса (2.1), радиационного теплообмена поверхности с атмосферой (2.2), баланса влаги на поверхности (2.3), турбулентного тепло– и влагообмена в городском подслое (2.4), антропогенного влияния на потоки тепла и влаги (2.5) и радиационного и турбулентного взаимодействия с городской растительностью (2.6). В разделе 3 сформулированы основные выводы обзора с обобщающей таблицей по сопоставлению основных типов городских параметризаций по полноте и сложности описываемых ими физических процессов, а также даны рекомендации по их возможному улучшению.

1. ГОРОДСКИЕ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ

В конце 70-х годов XX века ученым Тимоти Оке была предложена концепция “городского ка-

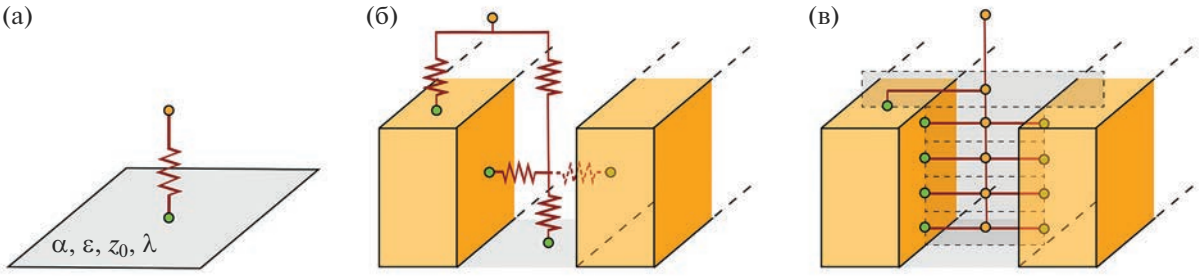

Рис. 1. Схематическое представление основных типов городских параметриаций: а) slab-модели, б) одноуровневые модели городского подслоя, в) многоуровневые модели городского подслоя. Обозначения α, ε, z_0, λ соответствуют альбедо, излучательной способности, параметру динамической шероховатости и теплопроводности поверхностного слоя.

ньона" [Nunez and Oke, 1977], в рамках которой сложная городская поверхность представляется в виде довольно простой геометрии – расположенных напротив друг друга зданий и дороги между ними. Пространство между зданиями называется каньоном. Для его геометрического описания используют два основных параметра: высота каньона и ширина каньона (расстояние между двумя зданиями). Стоит отметить, что эта концепция оказалась настолько удачной, что до сих пор лежит в основе практически всех городских параметризаций.

Существуют два принципиально различных способа описания влияния городской застройки на взаимодействие атмосферы с поверхностью. Наиболее простые параметризации городской поверхности называются slab-модели, или балк-параметризации, и подразумевают модификацию параметров схемы расчета турбулентных и радиационных потоков на поверхности почвы. Город в этом случае представляется в виде плоской горизонтальной поверхности (рис. 1а), параметры которой модифицированы таким образом, чтобы учесть характерные особенности городской застройки (например, используются более высокие значения теплоемкости, теплопроводности и параметра шероховатости, и, наоборот, меньшие значения альбедо). Данные параметры определяются в соответствии с характеристиками городского каньона, задаваемыми через высоту и ширину каньона. Для всей "городской" ячейки модели рассчитывается одно значение температуры поверхности, характеризующее городскую среду в целом, и, соответственно, по одному значению потоков явного и скрытого тепла с поверхности в атмосферу.

Параметризации, в которых явно воспроизводится геометрия города в виде городского каньона, называются моделями городского подслоя (Urban Canopy Models). Здесь город больше не является плоской поверхностью, а имеет объемную, хоть и упрощенную форму, характеризуемую элементами каньона: дорогой, стенами и крышей. Для каждой из этих поверхностей отдельно моделируется радиационный (с описанием эффектов затенения, переотражения и переизлучения) и тепловой баланс, обеспечивая тем самым учет термической неоднородности застройки.

Различают два основных типа моделей городского подслоя, а именно: одноуровневые (Single–Layer Urban Canopy Models – SLUCM, рис. 1б) и многоуровневые (Multi–Layer Urban Canopy Models – MLUCM, рис. 1в) модели. Основное отличие между ними – это количество вертикальных уровней. В одноуровневых моделях для каждого элемента каньона рассчитывается одно значение потока с поверхности (один поток от дороги, один поток от стены и один поток от крыши). Во многоуровневых моделях происходит деление городского каньона от его вершины до дорожного покрытия на несколько уровней, на каждом из которых решается уравнение притока тепла в воздухе. Такой подход позволяет более точно смоделировать вертикальное распределение тепла, влаги и импульса по всему слою городского каньона и воспроизвести такие локальные метеорологические явления как городской остров тепла или слой инверсии над городом [Chen et al., 2011]. Однако многоуровневые модели требуют больших вычислительных ресурсов по сравнению с другими типами городских параметризаций [Garuma, 2018].

К настоящему времени научным сообществом разработан достаточно широкий набор параметризаций разного уровня сложности, которые имплементированы в различные модели атмосферы (табл. 1). К типу slab–моделей относится, например, параметризация TERRA_URB [Wouters et al., 2015; 2016] в модели атмосферы COSMO, которая хорошо зарекомендовала себя в задачах моделирования городского климата на примере города Москвы [Varentsov et al., 2018; 2019; 2020] и на данный момент успешно используется в системе численного прогноза погоды COSMO–Ru Гидро-

Таблица 1. Рассматриваемые в статье параметризации городской поверхности

Название параметризации и аббревиатура	Тип	Описание параметризации	В каких моделях атмосферы используется	Примеры исследований с использованием параметризации (ссылки)
TERRA_URB	Балк–параметризация	Wouters et al., 2015, 2016	COSMO	Varentsov et al., 2018, 2019, 2020; Garbero et al., 2021
TEB (Town Energy Balance)	Одноуровневая модель городского подслоя	Masson, 2000; Hamdi and Masson, 2008; Lemonsu et al., 2012; Bueno et al., 2012; Redon et al., 2017, 2020; Schoetter et al., 2020	Meso–NH	Hamdi et al., 2012; Trusilova et al., 2013; Schoetter et al., 2020
SLUCM (Single–Layer Urban Canopy Model)	Одноуровневая модель городского подслоя	Kusaka et al., 2001; Kusaka and Kimura, 2004; Yang et al., 2015	WRF	Kusaka et al., 2012; Miao and Chen, 2014; Wang et al., 2021
MORUSES (Met Office–Reading Urban Surface Exchange Scheme)	Одноуровневая модель городского подслоя	Porson et al., 2010	Unified Model	Bohnenstengel et al., 2011, 2014; Hertwig et al., 2020; Simón–Moral et al., 2020
BEP (Building Effect Parameterization)	Многоуровневая модель городского подслоя	Martilli et al., 2002, Salamanca et al., 2010; Krayenhoff et al., 2014, 2015; Mussetti et al., 2020b	WRF, HIRLAM COSMO*	Salamanca et al., 2012; de la Paz D. et al., 2016; Mussetti et al., 2020b; Ribeiro et al., 2021
DCEP (Double–Canyon Effect Parameterization)	Многоуровневая модель городского подслоя	Schubert et al., 2012; Jin et al., 2021	COSMO*	Shubert et al., 2012, 2014; Mussetti et al., 2020a

* Параметризация используется в исследовательском режиме в отдельных ветках развития модели, не доступна в основной оперативной версии.

метцентра России для прогнозов по Московскому региону [Ривин и др., 2019]. Классической одноуровневой моделью городского подслоя считается параметризация TEB (Town Energy Balance) [Masson, 2000] – первая параметризация такого типа. Параметризация TEB встроена в модель деятельного слоя суши SURFEX [Masson, 2013] и используется в моделях прогноза погоды метеослужбы Франции, например, Meso–NH [Lac et al., 2018]. Концептуально похожая на TEB параметризация SLUCM (Single–Layer Urban Canopy Model) разработана в Японии [Kusaka et al., 2001] и позднее встроена в исследовательскую версию модели атмосферы WRF [Chen et al., 2011]. В британской метеорологической службе совместно с атмосферной моделью Unified Model используется одноуровневая параметризация MORUSES (Met Office–Reading Urban Surface Exchange Scheme) [Porson et al., 2010; Bohnenstengel and Hendry, 2016]. Классической многоуровневой моделью городского подслоя является параметризация BEP (Building Effect Parameterization) [Martilli et al., 2002], которая так же, как и параметризация SLUCM, встроена в модель атмосферы WRF [Chen et al., 2011]. Интересной с точки зрения описания городской поверхности является многоуровневая параметризация двойного каньона DCEP (Double–Canyon Effect Parameterization) [Schubert et al., 2012], основанная на параметризации BEP. Исследования с использованием этой параметризации проводились на основе климатической версии модели атмосферы COSMO [Schubert and Grossman-Clarke, 2014; Mussetti et al., 2020a].

Стоит отметить, что за последние два десятилетия городские параметризации были существенно улучшены. Они были дополнены как с точки зрения детальности описания физических процессов, так и за счет включения новых блоков таких, например, как городская растительность или модель теплового баланса здания (рис. 2). В следующем разделе статьи на примере перечисленных параметризаций (табл. 1) рассмотрены ключевые подходы, используемые для описания

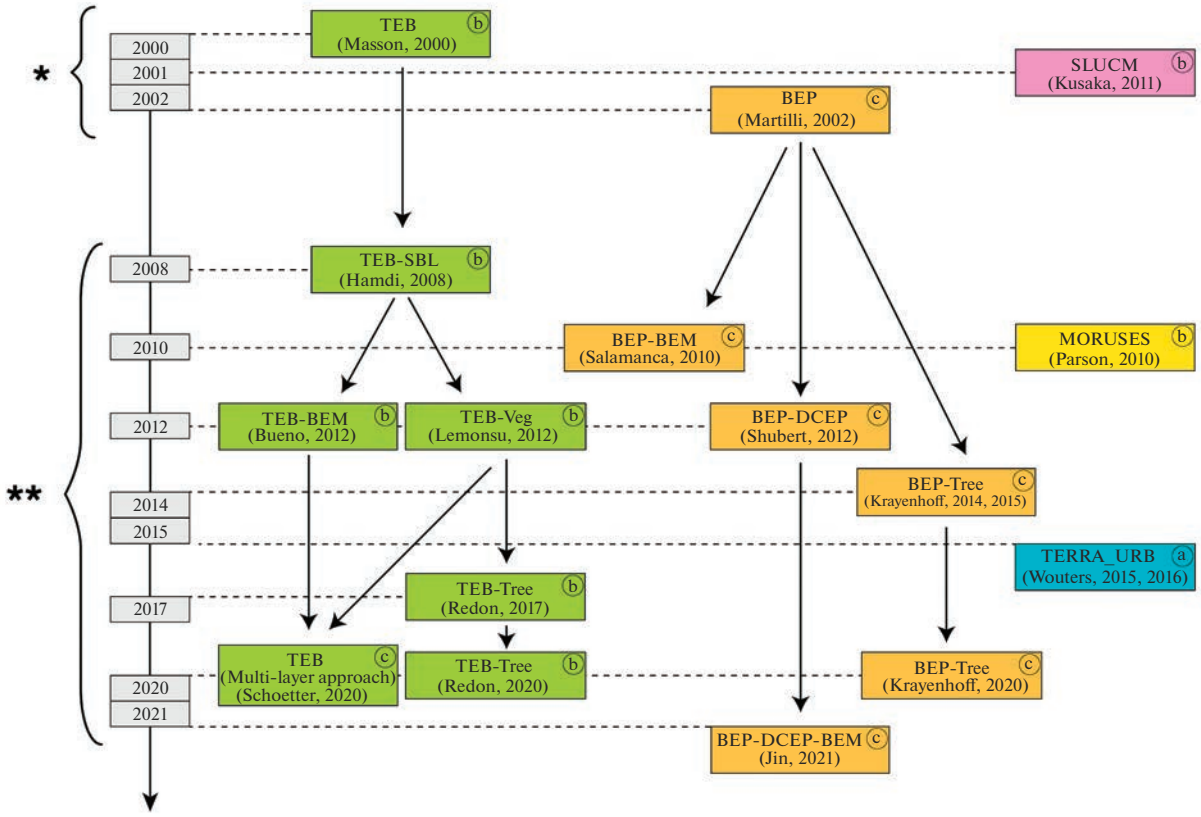

Рис. 2. Этапы развития городских параметризаций. * – I этап: разработка первых моделей городского подслоя: одноуровневых (TEB и SLUCM) и многоуровневых (BEP) городских параметризаций. ** – II этап: создание новых городских параметризаций (MORUSES и TERRA_URB); улучшение воспроизведения турбулентных потоков (TEB–SBL, TEB (Multi–layer approach); включение в модели городского подслоя модели теплового баланса здания (Building Energy Model – BEM); интеграция в модели городского подслоя блока городской растительности (TEB–Veg, BEP–Tree, TEB–Tree); улучшение параметризации радиационных процессов (BEP–DCEP). Буквами в правом верхнем углу обозначен тип городской параметризации: а – балк–параметризация, б – одноуровневая модель городского подслоя, с – многоуровневая модель городского подслоя.

основных физических процессов в городском подслое.

2. ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ЭНЕРГО- И МАССООБМЕНА

Для того, чтобы описать энерго- и массообмен города с атмосферой, в модели требуется параметризовать ряд физических процессов. Основные из них: тепло- и влагообмен в деятельном слое, радиационные взаимодействия между городской поверхностью и атмосферой, турбулентный обмен в слое городской застройки, процессы, связанные с антропогенными источниками тепла и влаги. Полнота и сложность описания этих процессов зависит от типа городской параметризации.

2.1. Тепловой баланс поверхности

Городская застройка характеризуется сильной неоднородностью распределения температуры. В моделях городского подслоя эта неоднородность воспроизводится путем рассмотрения уравнения теплового баланса для каждого из элементов каньона: поверхности крыши, дороги и стен:

$$0 = S_i + L_i - H_i - LE_i - G_i, \qquad (1)$$

где i – идентификатор типа поверхности: дорога (“r”), стена (“w”), крыша (“R”); S_i – поверхностный баланс коротковолновой радиации; L_i – поверхностный баланс длинноволновой радиации; H_i – поток явного тепла от поверхности; LE_i – поток скрытого тепла от поверхности; G_i – поток тепла внутрь городской поверхности.

Расчет компонентов радиационного баланса и турбулентных потоков тепла и влаги подробно описаны в разделах (2.2) и (2.4). Диффузионные потоки тепла получаются путем численного решения уравнения теплопроводности на сетке из нескольких уровней для каждого типа поверхности. Первый уровень взаимодействует напрямую с воздухом (поверхностный слой), а его темпера-

тура используется для оценки радиационных и турбулентных потоков с поверхности. Для адекватного описания каждого типа поверхности рекомендуется использовать минимум 3 уровня [Masson, 2000].

В slab-моделях спецификация теплового баланса городской поверхности происходит за счет модификации значений теплоемкости и теплопроводности городского деятельного слоя. В параметризации TERRA_URB это делается в концепции предположения, что в реальности площадь поверхности городской застройки, непосредственно контактирующая с воздухом, намного больше, чем у плоской поверхности, а значит и поток тепла при прочих равных условиях от городской поверхности в атмосферу больше. Чтобы учесть этот эффект, значения теплоемкости и теплопроводности городской поверхности умножаются на индекс площади поверхности, который подразумевает суммарную площадь дороги, двух стен и крыши, отнесенную к площади горизонтального участка (ячейки):

$$c_{bulk} = c\left[\left(1 + 2\frac{H}{W}\right)(1 - \delta_R) + \delta_R\right], \quad (2)$$

$$\lambda_{bulk} = \lambda\left[\left(1 + 2\frac{H}{W}\right)(1 - \delta_R) + \delta_R\right], \quad (3)$$

где c_{bulk}, λ_{bulk} – объемная теплоемкость и теплопроводность городской поверхности; c, λ – задаваемая теплоемкость и теплопроводность материалов, формирующих городскую поверхность; H – высота каньона; W – ширина каньона; δ_R – доля городской ячейки, занимаемая крышей.

Таким образом поток тепла рассчитывается с увеличенной в соответствии с параметрами городского каньона площади городской поверхности.

2.2. Радиационный баланс поверхности

В моделях городского подслоя описываются радиационные процессы, происходящие непосредственно внутри городского каньона. Для правильного описания радиационных потоков необходимо учитывать два основных эффекта: эффекты затенения и эффекты переотражения/переизлучения в городском каньоне. При различных высотах Солнца стены каньона могут отбрасывать тень на дорогу или на противоположную стену каньона. Поэтому при расчете потока прямой солнечной радиации учитывается эффект затенения через параметры каньона (высоту и ширину) и зенитный угол Солнца. В оригинальной версии параметризации TEB [Masson, 2000] и параметризации MORUSES [Porson et al., 2010] принимается, что городская застройка хаотично расположена без выраженной преобладающей ориентации каньона в пространстве. Поэтому формулы для потока прямой солнечной радиации на элементы каньона получаются интегрированием по всем возможным направлениям каньона выражений, полученных для одного направления. В последующих версиях TEB добавлена возможность задания азимута каньона, благодаря которой воспроизведение радиационных потоков значительно улучшилось [Lemonsu et al., 2012]. Иной подход используется в параметризациях SLUCM [Kusaka et al., 2001] и BEP [Martilli et al., 2002], где существует возможность задания не одной, а нескольких преобладающих ориентаций каньона. Значения радиационных потоков рассчитываются для каждого заданного направления каньона, а затем осредняются по ячейке с учетом площадей, занимаемых каньонами разных направлений. Отражение коротковолновой радиации в моделях городского подслоя считается изотропным и определяется путем прямого решения системы уравнений для различных элементов каньона методом обратной матрицы [Martilli et al., 2002; Harman et al., 2004a; Porson et al., 2010], либо в приближении однократного отражения [Kusaka et al., 2001], или как в параметризации TEB – приближения неограниченного числа энергетически эффективных переотражений между элементами каньона [Masson, 2000]. При параметризации радиационного баланса также важно то, как задается высота каньона. Наиболее распространенным является представление городской поверхности одним каньоном с высотой, которую можно рассчитать, как среднюю по ячейке модели [Masson, 2000; Kusaka et al., 2001; Porson et al., 2010]. Более близкое к реальности описание зданий с точки зрения их высоты представлено в параметризации BEP [Martilli et al., 2002], где высота каньона не является постоянной величиной, а задается функцией распределения. Радиационные потоки рассчитываются на каждом уровне каньона с учетом вероятности превышения зданиями высоты этого уровня (рис. 3а).

Поверхность крыши каньона, как правило, представляется в виде плоской поверхности. Поэтому в параметризациях, где высота каньона задается средней величиной, поверхность крыш никак не взаимодействует радиационными потоками с другими элементами каньона: стены не могут отбрасывать на нее тень, а отраженная от поверхности крыши радиация полностью уходит обратно в атмосферу (рис. 3б – слева) [Masson, 2000; Kusaka et al., 2001]. Несмотря на то, что в параметризации BEP высота зданий задается функцией распределения, обмен радиационными потоками происходит только внутри каньона. Чтобы включить поверхность крыш в эффекты затенения и переотражения на основе параметризации BEP была разработана модель двойного каньона – DCEP [Schubert et al., 2012]. Такой подход предполагает два одинаковых по высоте здания, стоящих по краям двойного каньона, и здание посередине, которое либо выше, либо ниже со-

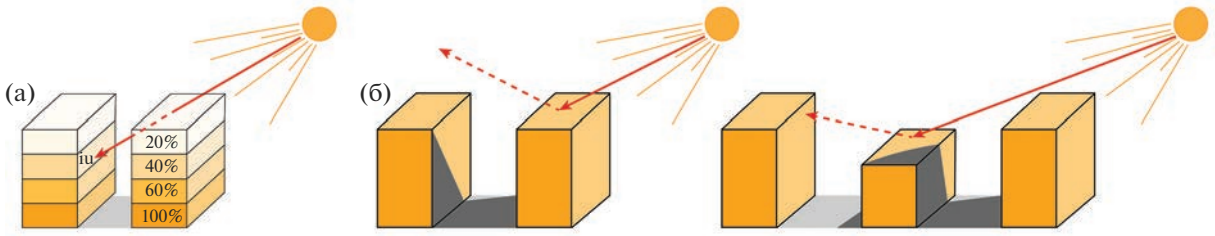

Рис. 3. Схематическое представление а) радиационного взаимодействия в параметризации BEP. iu – вертикальный уровень; проценты характеризуют долю зданий заданной высоты; б) учета эффектов затенения и отражения в стандартных моделях городского подслоя (слева) и в модели двойного каньона DCEP [Schubert et al., 2012] (справа).

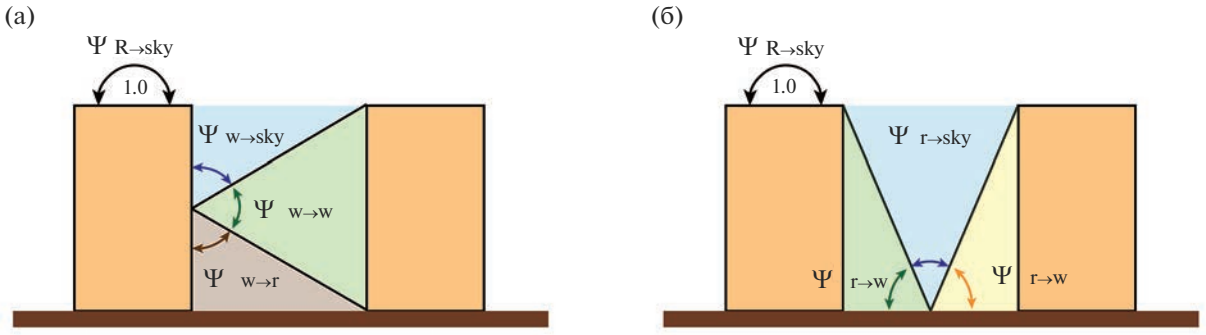

Рис. 4. Схематическое представление факторов обзора $\Psi_{i\to j}$ для срединной точки а) на поверхности стены и б) на поверхности дороги, где "R" – крыша, "r" – дорога, "w" – стена, "sky" – небо.

седних двух (рис. 3б – справа). За счет введения здания в центре каньона обеспечивается учет возможного затенения поверхности крыши более высоким зданием и переотражения радиации от крыши более низкого здания на противоположную стену каньона.

Так как поверхность города трехмерна, то при расчете радиационных потоков в городском каньоне используется множитель, который называется фактор обзора неба (Sky View Factor). Он представляет собой долю неба, видимую с дороги или с одной стены, по сравнению с долей неба, которую наблюдатель на плоской горизонтальной поверхности мог бы видеть без наличия препятствий. Так, фактор обзора неба для крыши равен 1, так как ничего не препятствует ее затенению (но только не в случае параметризации DCEP). Если здания очень низкие, то фактор обзора неба с дороги ($\Psi_{r\to sky}$) стремится к 1, а фактор обзора неба со стены ($\Psi_{w\to sky}$) – к 0.5 (каждая стена каньона "видит" половину неба). Напротив, если здания очень высокие, оба фактора обзора неба стремятся к нулю. Это приводит к увеличению радиационного обмена между внутренними элементами каньона: многократные переотражения коротковолновой радиации способствуют уменьшению эффективного альбедо каньона, а приходящая длинноволновая радиация с поверхности внутренних элементов каньона доминирует над длинноволновой радиацией, приходящей из атмосферы [Oke et al., 2017]. Помимо фактора обзора неба определяются факторы обзора поверхности. Они характеризуют, какую долю элемента каньона (стены или дороги) "видит" та ли иная поверхность (дорога или противоположная стена), и рассчитываются из геометрических соображений.

Приходящая к поверхности коротковолновая радиация в общем случае (при возможности задания распределения зданий по высоте) состоит из прямой, рассеянной и отраженной радиации. Прямая солнечная радиация включает в себя приходящую к поверхности дороги или участка стены прямую солнечную радиацию с учетом вклада каждого вертикального уровня в затенение поверхности и прямую солнечную радиацию, приходящую от тех участков небосвода, где с вероятностью $\left(1-\Gamma\left(z_{ju+1}\right)\right)$ высота здания ниже уровня ju. Рассеянная солнечная радиация рассчитывается аналогичным образом с тем отличием, что для нее не нужен учет затенения. Ниже приведены уравнения для случая, когда поверхность крыши не участвует в радиационных взаимодействиях с другими элементами каньона, и значит, что отраженная радиация может прихо-

дить только с поверхности дороги или участка стены:

$$S_r = \underbrace{S_r^{\Downarrow *} + \sum_{ju=1}^{nu} \Psi_{r\to ju}\left(S_{w,ju} + S_{E,ju}\right)\left(1-\Gamma\left(z_{ju+1}\right)\right)}_{\text{прямая}} + \underbrace{\Psi_{r\to sky}S^{\downarrow} + 2\sum_{ju=1}^{nu}\Psi_{r\to ju}S^{\downarrow}\left(1-\Gamma\left(z_{ju+1}\right)\right)}_{\text{рассеянная}} + \underbrace{\sum_{ju=1}^{nu}\alpha_w\Psi_{r\to ju}\left(S_{w,ju}+S_{E,ju}\right)\Gamma\left(z_{ju+1}\right)}_{\text{отраженная}}, \quad (4)$$

$$S_{iu}^{W} = \underbrace{S_{iu}^{W\Downarrow *} + \sum_{ju=1}^{nu}\Psi_{iu\to ju}S_{ju}^{W}\left(1-\Gamma\left(z_{ju+1}\right)\right)}_{\text{прямая}} + \underbrace{\Psi_{iu\to sky}S^{\downarrow} + \sum_{ju=1}^{nu}\Psi_{iu\to ju}S^{\downarrow}\left(1-\Gamma\left(z_{ju+1}\right)\right)}_{\text{рассеянная}} + \underbrace{\alpha_r\Psi_{iu\to r}S_r + \sum_{ju=1}^{nu}\alpha_w\Psi_{iu\to ju}S_{ju}^{E}\Gamma\left(z_{ju+1}\right)}_{\text{отраженная}}, \quad (5)$$

$$S_R = S_R^{\Downarrow} + S^{\downarrow}, \quad (6)$$

где S_i^j – приходящая к поверхности коротковолновая радиация; i – идентификатор типа поверхности: дорога (“r”), участок стены, определяемый вертикальным уровнем (“iu”), крыша (“R”); j – идентификатор характеристики стены относительно положения Солнца: западная (“W”), восточная (“E”), $S_i^{j\Downarrow *}$ – прямая солнечная радиация, приходящая к поверхности напрямую из атмосферы, с учетом эффекта затенения; $S_R^{\Downarrow}$ – солнечная радиация, приходящая к поверхности крыши; $S^{\downarrow}$ – приходящая рассеянная солнечная радиация; $\Psi_{i\to sky}$ – фактор обзора неба для поверхности i; nu – количество вертикальных уровней; $\Psi_{i\to j}$ – фактор обзора поверхности j поверхностью i; j – идентификатор типа поверхности: дорога (“r”), участок стены (“iu”); $\Gamma\left(z_{ju+1}\right)$ – вероятность, что здание высоты уровня $ju+1$ и выше существует [Martilli et al., 2002]; α_i – альбедо поверхности. Для каньона со зданиями одинаковой высоты $nu = 1$, $\Gamma\left(z_{ju+1}\right) = 1$.

В одноуровневых моделях городского подслоя нет деления на вертикальные уровни, поэтому в уравнениях для приходящей солнечной радиации к поверхности дороги и стены отсутствуют второе и четвертое слагаемые и исключается суммирование по вкладу отдельно каждого участка стены в отражение солнечной радиации.

Приходящая к поверхности дороги или участку стены длинноволновая радиация складывается из приходящего напрямую из атмосферы длинноволнового излучения, собственного излучения поверхности и доли длинноволновой радиации, излученной или отраженной от других элементов каньона (дороги/стен):

$$L_r = \underbrace{\Psi_{r\to sky}L^{\downarrow} + \sum_{ju=1}^{nu}\Psi_{r\to ju}L^{\downarrow}\left(1-\Gamma\left(z_{ju+1}\right)\right)}_{\text{атмосфера}} + \underbrace{\sum_{ju=1}^{nu}\epsilon_w\Psi_{ju\to r}\sigma\left(T_{W_{ju}}^4 + T_{E_{ju}}^4\right)\Gamma\left(z_{ju+1}\right) + \sum_{ju=1}^{nu}(1-\epsilon_w)\Psi_{ju\to r}\left(L_{ju}^{W} + L_{ju}^{E}\right)\Gamma\left(z_{ju+1}\right)}_{\text{стена}}, \quad (7)$$

$$L_{iu}^{W} = \underbrace{\Psi_{iu\to sky}L^{\downarrow} + \sum_{ju=1}^{nu}\Psi_{iu\to ju}L^{\downarrow}\left(1-\Gamma\left(z_{ju+1}\right)\right)}_{\text{атмосфера}} + \underbrace{\epsilon_r\Psi_{r\to iu}\sigma T_r^4 + (1-\epsilon_r)\Psi_{r\to iu}L_r}_{\text{дорога}} + \underbrace{\sum_{ju=1}^{nu}\epsilon_w\Psi_{iu\to ju}\sigma T_{E_{ju}}^4\Gamma\left(z_{ju+1}\right) + \sum_{ju=1}^{nu}(1-\epsilon_w)\Psi_{iu\to ju}L_{ju}^{E}\Gamma\left(z_{ju+1}\right)}_{\text{стена}}, \quad (8)$$

$$L_R = \epsilon_R L^{\downarrow} - \epsilon_R\sigma T_R^4, \quad (9)$$

где L_i – приходящая к поверхности длинноволновая радиация; $L^{\downarrow}$ – приходящая длинноволновая радиация из атмосферы; ϵ_i – излучательная способность поверхности; σ – постоянная Стефана–Больцмана; T_i – температура поверхности. Для каньона со зданиями одинаковой высоты $nu = 1$, $\Gamma\left(z_{ju+1}\right) = 1$.

В параметризациях TEB и SLUCM данные уравнения записываются в приближении однократного переотражения поверхностью каньона

падающего длинноволнового излучения [Masson, 2000; Kusaka et al., 2001].

В параметризациях по типу slab-моделей городской каньон явным образом не воспроизводится. Поэтому влияние городской поверхности на радиационные потоки осуществляется за счет двух основных параметров подстилающей поверхности: “объемного альбедо” и “объемной излучательной способности”. На основе численных экспериментов [Fortuniak, 2007] было получено, что увеличение отношения аспекта каньона $\left(\frac{H}{W}\right)$ приводит к значительному уменьшению эффективного альбедо системы городского каньона. Данное приближение в параметризации TERRA_URB вводится через функцию Ψ_{bulk}, где вклад геометрии крыши и самого каньона в уменьшение эффективного альбедо пропорционален занимаемой ими площади. Предполагается, что геометрия плоской крыши никак не влияет на значение альбедо, а уменьшение альбедо городским каньоном вводится через экспоненциальную зависимость:

$$\Psi_{bulk} = \delta_R + (1 - \delta_R)\exp\left(-0.6\frac{H}{W}\right). \qquad (10)$$

Значения альбедо и излучательной способности поверхности корректируется в соответствии с типом городской застройки путем умножения на эту функцию. Скорректированные значения затем используются при расчете коротковолновой и длинноволновой радиации в модели атмосферы. По оценкам [Fortuniak, 2007] данное приближение обеспечивает высокую точность при низких высотах Солнца.

2.3. Баланс влаги на поверхности

При моделировании баланса влаги город представляется в виде непроницаемой поверхности. Выпавшие осадки учитываются как резервуар воды на горизонтальной поверхности. Причем емкость этих резервуаров предполагается конечной, в связи с чем задается параметр $W_{\max}$, характеризующий максимально возможное количество воды на поверхности. Если выпавшее количество осадков превышает объем резервуара, то излишек воды в виде стока уходит в дренажную систему канализации. Также определяется доля поверхности, занимаемая выпавшими осадками, которая связана с наполненностью резервуара степенью 2/3 [Masson, 2000; Wouters et al., 2015]:

$$\delta_I = \left(\frac{W}{W_{\max}}\right)^{2/3}, \qquad (11)$$

где δ_I – доля поверхности, занимаемая жидкими осадками; W – влагосодержание резервуара; $W_{\max}$ – объем резервуара.

В параметризации TEB максимально возможное количество воды на поверхности устанавливается равным 1 кг/м^2, что находится в диапазоне оптимальных значений, полученных в [Grimmond and Oke, 1991] для городских поверхностей. В параметризации TERRA_URB для оценки аналогичного параметра была адаптирована методика [Sarkar and De Ridder, 2012], согласно которой максимальная емкость рассчитывается на основе функций плотности распределения смоделированных и наблюдаемых значений потоков скрытого тепла. Баланс влаги на поверхности в общем случае определяется как сумма выпавших осадков минус испарение [Masson, 2000]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = R - \frac{LE}{L_v}, \quad (W < W_{\max}), \qquad (12)$$

где R – интенсивность дождя; L_v – скрытая теплота испарения.

2.4. Турбулентный обмен в слое городской застройки

В моделях городского подслоя турбулентные потоки параметризуются либо с использованием 1) подхода на основе теории приземного (логарифмического, лог–) слоя (the roughness approach), либо 2) подхода объемного сопротивления (the drag–force approach) [Garuma, 2018].

Подход лог–слоя преимущественно используется в одноуровневых моделях городского подслоя (например, [Masson, 2000; Kusaka et al., 2001; Porson et al., 2010]), где турбулентные потоки тепла и влаги с поверхности городского каньона рассчитываются в соответствии с теорией подобия Монина–Обухова (ТПМО). В исследовании [Feigenwinter, 1999] по результатам измерительной кампании в городе Базель (Швейцария) было получено, что температурные характеристики, в частности турбулентный поток тепла, плохо воспроизводятся в рамках приближений это теории, когда рассматривается теплообмен между единой термически однородной поверхностью и атмосферой. Это связано с наличием различных источников тепла в районах городской застройки, а также различием теплофизических и радиационных свойств поверхности. В городских параметризациях эта проблема решается в приближении, что существуют два основных турбулентных потока тепла от городской поверхности в атмосферу (рис. 5а): поток тепла от крыш и поток тепла от каньона, равный сумме потоков от стен и от дороги. Параметризация турбулентного смешивания потоков происходит за счет осреднения вклада каждого источника относительно занимаемой поверхности. Турбулентные потоки тепла и влаги записываются в соответствии с концепцией сопротивлений:

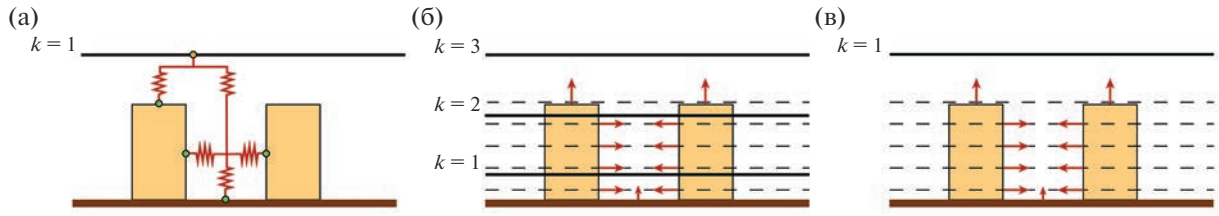

Рис. 5. Схематическое представление параметризации турбулентных потоков в моделях городского подслоя: а) подход лог–слоя с сопротивлениями в одноуровневых моделях городского подслоя, б) подход на основе объемного сопротивления в многоуровневых моделях городского подслоя, в) подход на основе объемного сопротивления в одноуровневых моделях городского подслоя [Hamdi and Masson, 2008]. Жирными сплошными линиями обозначены уровни модели атмосферы. Пунктирными линиями обозначены уровни городской модели.

$$H_i = \rho c_{pd} \left(T_a - T_i\right) / RES_i , \qquad (13)$$

$$LE_i = \rho L_v \left(q_a - q_i\right) / RES_i , \qquad (14)$$

где H_i, LE_i – потоки явного и скрытого тепла от поверхности, i – идентификатор типа поверхности: дорога (“r”), стена (“w”), крыша (“R”), пространство каньона (“can”); ρ – плотность воздуха; c_{pd} – удельная теплоемкость сухого воздуха при постоянном давлении; T_a, q_a – температура и влажность воздуха (внутреннего пространства каньона при расчете потоков с поверхности дороги и стены или приземного слоя атмосферы над застройкой при расчете потоков с поверхности крыши или пространства каньона); T_i, q_i – температура и влажность поверхности; RES_i – аэродинамическое сопротивление между поверхностью и атмосферой, которое может задаваться в соответствии с ТПМО, либо по эмпирическим формулам (см. ниже).

Коэффициенты теплообмена между поверхностью стены и дороги, как правило, определяются через эмпирическую зависимость от скорости ветра внутри каньона: чем выше скорость ветра, тем лучше отводится тепло от поверхности, при прочих равных условиях. В параметризации SLUCM [Kusaka et al., 2001] используется формула [Juerges, 1924; Smith, 2010], полученная на основе экспериментов с пластинками различной шероховатости в аэродинамической трубе:

$$RES_r = RES_w = \begin{cases} \left(7.51 U_{can}^{0.78}\right)^{-1} & \left(U_{can} > 5 \text{ м/с}\right) \\ \left(6.15 + 4.18 U_{can}\right)^{-1} & \left(U_{can} \le 5 \text{ м/с}\right) \end{cases}, \qquad (15)$$

где U_{can} – горизонтальная скорость ветра в каньоне.

В параметризации ТЕВ коэффициенты аэродинамического сопротивления между стеной/дорогой и воздухом рассчитываются в соответствии с результатами [Rowley et al., 1930; 1932], полученными на основе серии лабораторных экспериментов по аналогии с [Juerges, 1924], но с учетом зависимости от покрытия пластинки основными типами городской отделки (кирпич, бетон, дерево, стекло и др.):

$$RES_r = RES_w = \left(11.8 + 4.2 U_{can}\right)^{-1} . \qquad (16)$$

Коэффициенты турбулентного теплообмена между поверхностью крыши и атмосферой, а также между пространством каньона и атмосферой рассчитываются с использованием ТПМО и в общем случае зависят от параметров аэродинамической и термической шероховатости конкретной поверхности и функций устойчивости. В версии ТЕВ [Masson et al., 2002] определение коэффициента теплообмена для поверхности дороги было переформулировано также в соответствии с подходом на основе ТПМО, так как при проведении численных экспериментов для Ванкувера (город характеризуется малоэтажной застройкой (1–3 этажа), где велика роль дорог в общем тепловом балансе), эмпирическая зависимость от скорости ветра давала завышенные оценки температуры поверхности.

Скорость ветра рассчитывается в предположении, что между верхней границей каньона и атмосферой ветер изменяется по логарифмическому закону, а внутри каньона – по экспоненциальному [Masson, 2000; Kusaka et al., 2001; Porson et al., 2010; Harman and Finnigan, 2007] (рис. 6а).

В общем случае формула для расчета скорости ветра в каньоне может быть записана следующим образом:

$$U_{can} = U_a \frac{\ln\left(\dfrac{Z_{top} - d}{z_{0u}}\right)}{\ln\left(\dfrac{Z_a - d}{z_{0u}}\right)} \exp\left(N\right), \qquad (17)$$

где U_a – скорость ветра на нижнем уровне модели атмосферы над застройкой; Z_{top} – высота, выше которой принимается логарифмический профиль ветра; Z_a – высота нижнего уровня модели атмосферы; d – высота вытеснения для городской застройки; z_{0u} – параметр аэродинамиче-

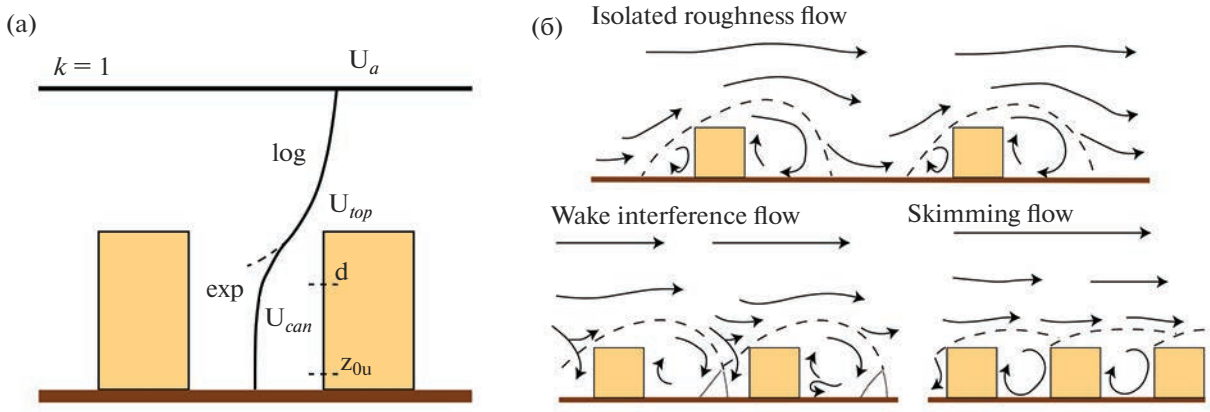

Рис. 6. Схематическое представление а) вертикального профиля ветра в одноуровневых параметризациях городского подслоя. Сплошной черной линией обозначен ближайший к застройке уровень модели атмосферы ($k = 1$). U_a – скорость ветра на уровне модели атмосферы, U_{top} – скорость ветра на вершине каньона, U_{can} – скорость ветра в каньоне, d – высота вытеснения для городской застройки, z_{0u} – уровень аэродинамической шероховатости городской поверхности; б) режима ветра в зависимости от типа застройки: Isolated roughness flow (поток с изолированными вихрями, при $\frac{H}{W} < 0.3 - 0.4$), Wake Interference flow (поток с интерференцией вихрей, при $0.3 - 0.4 \le \frac{H}{W} \le 0.65 - 0.7$), Skimming flow (скользящий поток, при $\frac{H}{W} > 0.65 - 0.7$), по [Oke, 1987].

ской шероховатости городской поверхности; N – показатель экспоненты.

Значение показателя экспоненты в параметризации TEB задается через зависимость от отношения аспекта каньона в соответствии с данными измерений, полученным [Arua, 1988] в кукурузном поле и [Rotach, 1995] в городской застройке. Согласно результатам измерений, для скорости ветра на половине высоты каньона N выражается как:

$$N = -\frac{1}{4}\frac{H}{W}. \quad (18)$$

В параметризации SLUCM [Kusaka et al., 2001] этот показатель также зависит от отношения аспекта каньона и определяется в соответствии с исследованием [Swaid, 1993], где зависимость получена на основании натурных экспериментов с моделью каньона в естественных условиях при различных его конфигурациях:

$$N = -0.386\frac{H}{W}. \quad (19)$$

В версии параметризации SLUCM [Kusaka and Kimura, 2004] к обоснованию выбора показателя экспоненты подходят с более содержательной физической точки зрения с использованием при его расчете пути смешения и коэффициента лобового сопротивления.

В параметризации TEB при расчете скорости ветра также введена зависимость от плотности застройки (в виде дополнительного множителя) [Lemonsu et al., 2004] в соответствии с тремя каноническими режимами потока, выделенными [Oke, 1987] – рис. 6б. В параметризации MORUSES [Porson et al., 2010; Harman et al., 2004b] для каждого режима выделяют еще две области: область рециркулирования потока (часть каньона за зданием, где образуются вихри) и область вентиляции (область далее по потоку, где происходит опускание течения в каньон) (подробнее см. [Harman et al., 2004b]). Лучше всего эти две области видны при режиме Skimming flow – рис. 6б, верхняя картинка. Потоки с различных элементов каньона рассчитываются немного по-разному в зависимости от того, в какой области циркуляции находятся данные элементы.

Стоит также добавить, что скорость ветра рассчитывается с учетом интегрирования по всем возможным направлениям каньона (от 0 до 360 градусов) при допущении их равномерного распределения в пределах ячейки сетки.

Параметризация турбулентных потоков на основе объемного сопротивления (drag–approach) была впервые реализована во многоуровневой модели городского подслоя BEP [Martilli et al., 2002]. В данном случае уровни модели атмосферы, с которой сопряжена модель города, находятся не над городской застройкой (как это характерно для slab-моделей и одноуровневых моделей городского подслоя), а погружены внутрь каньона (рис. 5б). На каждом уровне атмосферной модели решаются уравнения переноса импульса, температуры, влажности, кинетической энергии

турбулентности (ТКЭ). Для тех уровней, которые непосредственно находятся внутри каньона, добавляется еще одно слагаемое, характеризующее взаимодействие потока с городской поверхностью. Оно рассчитывается на более мелкой сетке городской модели и затем переинтерполируется на сетку модели атмосферы.

Влияние городской застройки рассматривается отдельно как вклад вертикальных поверхностей (стен каньона) и горизонтальных поверхностей (крыши и дороги). Так, сток импульса из атмосферы происходит, с одной стороны, из-за трения воздуха о поверхность горизонтальных элементов каньона, с другой стороны, за счет возникновения разности давления на наветренной и подветренной стороне зданий, вызывающей результирующую силу сопротивления на воздушный поток. Вклад горизонтальных поверхностей в поток импульса $\left(\vec{F}_{u_H}\right)$ в параметризации ВЕР описывается через теорию подобия и зависит от параметра аэродинамической шероховатости, функций устойчивости, квадрата скорости ветра и пропорционален долевой площади горизонтальных поверхностей, присутствующих в ячейке:

$$\vec{F}_{u_H} = -\rho \frac{k^2}{\left[\ln\left(\frac{\Delta z/2}{z_{0u}}\right)\right]^2} f_m\left(\frac{\Delta z/2}{z_{0u}}, Ri_B\right)\left|\vec{U}_h\right|\vec{U}S_H, \quad (20)$$

где $k = 0.4$ – число Кармана; Δz – вертикальный шаг сетки атмосферной модели; z_{0u} – параметр аэродинамической шероховатости; f_m – функции устойчивости для импульса, определяемые согласно [Louis, 1979]; Ri_B – интегральное число Ричардсона; $\vec{U}_h$ – горизонтальная компонента скорости ветра; S_H – доля площади горизонтальной поверхности в ячейке.

Обмен импульсом на вертикальных поверхностях (стенах) $\left(\vec{F}_{u_V}\right)$ параметризуется с помощью коэффициента лобового сопротивления и квадрата перпендикулярной каньону составляющей скорости ветра с учетом доли вертикальной поверхности в ячейке [Raupach et al., 1991]:

$$\vec{F}_{u_V} = -\rho C_{drag}\left|\vec{U}_{ort}\right|\vec{U}_{ort}S_V, \quad (21)$$

где C_{drag} – безразмерный коэффициент лобового сопротивления; $\vec{U}_{ort}$ – составляющая скорости ветра, перпендикулярная направлению каньона; S_V – доля площади вертикальной поверхности в ячейке.

В уравнении для температуры вклад горизонтальных городских поверхностей в турбулентный поток тепла $\left(F_{\theta_H}\right)$ записывается на основе ТПМО с использованием параметров шероховатости и функций устойчивости:

$$F_{\theta_H} = -\rho \frac{k^2}{\left[\ln\left(\frac{\Delta z/2}{z_{0u}}\right)\ln\left(\frac{\Delta z/2}{z_{0h}}\right)\right]} \times \times f_h\left(\frac{\Delta z/2}{z_{0u}}, Ri_B\right)\left|\vec{U}_h\right|\Delta\theta S_H, \quad (22)$$

где $\Delta\theta$ – разница между температурой атмосферы и поверхностью крыши/дороги; z_{0h} – параметр термической шероховатости; f_h – функции устойчивости для температуры, определяемые согласно [Louis, 1979]. *В исходной статье [Martilli et al., 2002] данная формула написана в предположении равенства параметров шероховатости.

Определение потока тепла с вертикальных поверхностей $\left(F_{\theta_V}\right)$ во многом похоже на методику, используемую в одноуровневых моделях городского подслоя, где величина потока зависит от разности между температурой воздуха и температурой стены каньона, а также от коэффициента турбулентного обмена, который рассчитывается по эмпирической зависимости от скорости ветра [Arnfield and Grimmond, 1998; Clarke, 1985]:

$$F_{\theta_V} = -\frac{\eta}{c_{pd}}\left[\left(\theta_{air} - \theta_{wall\,A}\right) + \left(\theta_{air} - \theta_{wall\,B}\right)\right]S_V, \quad (23)$$

где θ_{air}, $\theta_{wall\,A}$, $\theta_{wall\,B}$ – потенциальная температура воздуха, поверхности стены A и стены B; η – коэффициент турбулентного обмена.

В прогностическом уравнении для кинетической энергии турбулентности влияние горизонтальной урбанизированной поверхности учитывается как вклад сдвига ветра и плавучести в генерацию ТКЭ (P_H):

$$P_H = \left[\frac{\left(\left|\vec{F}_{u_H}\right|/\rho S_H\right)^{\frac{3}{2}}}{k\frac{\Delta z}{2}} + \frac{g}{\theta_0}\frac{F_{\theta_H}}{\rho S_H}\right]\rho S_H \Delta z, \quad (24)$$

где g – ускорение свободного падения; θ_0 – референсное значение потенциальной температуры.

Переход средней кинетической энергии в турбулентную за счет взаимодействия потока с вертикальными поверхностями параметризуется через коэффициент лобового сопротивления и перпендикулярную каньону составляющую скорости ветра:

$$F_{e_V} = C_{drag}\left|\vec{U}_{ort}\right|^3 S_V. \quad (25)$$

Считается, что подход на основе объемного сопротивления способен намного лучше воспроизводить вертикальную структуру метеорологических полей в приземном городском слое (до высоты 50–100 м), нежели подход, основанный на ТПМО [Martilli et al., 2002]. Обратной стороной такого подхода является использование большего числа вычислительных ресурсов, а также дополнительная работа по сопряжению с моделью атмосферы, так как в данном случае необходимо вносить изменения непосредственно в динамический блок модели.

Промежуточным вариантом является применение подхода объемного сопротивления к одноуровневым моделям городского подслоя. Так, например, было сделано в одной из версий параметризации TEB – TEB–SBL (Surface Boundary Layer) [Hamdi and Masson, 2008]. Главное отличие одноуровневых моделей городского подслоя от многоуровневых заключается в том, что нижний уровень атмосферной модели находится над городской застройкой, а влияние вертикальных поверхностей задается только одним турбулентным потоком от поверхности стен. Включение подхода сопротивления состоит в том, что городской каньон делится на несколько дополнительных вертикальных уровней, на каждом из которых решаются полные уравнения для импульса, тепла, влаги и ТКЭ (рис. 5в). Слагаемые в этих уравнениях (делятся на три группы: 1) слагаемые, отвечающие за крупномасштабные процессы – это, например, в уравнении для переноса импульса – сила барического градиента, сила Кориолиса и адвективное слагаемое; 2) слагаемое турбулентной вязкости/теплопроводности/диффузии и 3) слагаемое, характеризующее вклад взаимодействия потока с городской поверхностью [Masson and Seity, 2009]. Члены уравнения, отвечающие за крупномасштабные процессы, считаются постоянными по высоте внутри городского подслоя и равными значениям на нижнем уровне мезомасштабной модели. Турбулентный перенос в вертикальном направлении параметризуется схемой турбулентного замыкания. Слагаемые, отвечающие за вклад городской поверхности, рассчитываются на каждом вертикальном уровне, на которые было дополнительно разбито пространство каньона. Вклад вертикальных стенок в сток импульса из атмосферы и генерацию турбулентности параметризуется так же, как в параметризации BEP. Сток импульса из атмосферы за счет горизонтальных поверхностей определяется в соответствии с ТПМО. Параметризация потоков тепла и влаги адаптирована из оригинальной версии TEB (расчет потоков через концепцию сопротивлений) таким образом, чтобы учесть вклад этих потоков на каждом вертикальном уровне. Полные уравнения, рассчитываемые на каждом уровне, выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial \vec{U}_h}{\partial t} = -u\frac{\partial \vec{U}_h}{\partial x}_{LS} - v\frac{\partial \vec{U}_h}{\partial y}_{LS} - \frac{1}{\rho}\nabla_h p_{LS} + \vec{f}_{cor_{LS}} - \frac{\partial \overline{\vec{U}_h' w'}}{\partial z}_{TURB} + \frac{\partial \vec{U}_h}{\partial t}_{URB}, \quad (26)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -u\frac{\partial \theta}{\partial x_{LS}} - v\frac{\partial \theta}{\partial y_{LS}} + Q_{LS} - \frac{\partial \overline{\theta' w'}}{\partial z}_{TURB} + \frac{\partial \theta}{\partial t}_{URB}, \quad (27)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -u\frac{\partial q}{\partial x_{LS}} - v\frac{\partial q}{\partial y_{LS}} - \frac{\partial \overline{q' w'}}{\partial z}_{TURB} + \frac{\partial q}{\partial t}_{URB}, \quad (28)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -u\frac{\partial E}{\partial x}_{LS} - v\frac{\partial E}{\partial y}_{LS} - \overline{u' w'}\frac{\partial u}{\partial z} - \overline{v' w'}\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{g}{\theta}\overline{\theta' w'} - \frac{\partial \overline{E' w'}}{\partial z}_{TURB} - \varepsilon + \frac{\partial E}{\partial t}_{URB}, \quad (29)$$

где слагаемые с индексом LS (Large–Scale) определяют крупномасштабные процессы; слагаемые с индексом TURB – турбулентный перенос по вертикали; слагаемые с индексом URB – влияние городской поверхности. В уравнении притока тепла Q обозначает адиабатические источники тепла. В уравнении для ТКЭ слагаемые в правой части определяют соответственно адвекцию, вклад динамических и термических процессов в генерацию ТКЭ, турбулентный перенос, диссипацию ТКЭ и изменение турбулентности за счет городской поверхности.

С одной стороны, применение данного подхода обеспечивает лучшее воспроизведение вертикальной структуры турбулентных потоков, при этом не сильно усложняя структуру и вычислительную сложность городской параметризации. С другой стороны, такая схема не учитывает адвекцию внутри городского подслоя, так как слагаемые, определяющие горизонтальный перенос, предполагаются постоянными внутри каньона, что, в первую очередь, существенно для городской застройки, характеризующейся сильной неоднородностью [Schoetter et al., 2020]. Также к недостаткам этого метода можно добавить методологические проблемы его применения в современных моделях прогноза, где первый вертикальный уровень обычно сильно ниже высоты зданий (часто это 10 м).

Использование подхода объемного сопротивления при расчете турбулентных потоков предполагает параметризацию турбулентного масштаба длины. Крупные турбулентные вихри при контакте с городской поверхностью разрушаются, что приводит к вихрям различного размера над и внутри городского каньона. Одной из разработанных параметризаций, используемой, например, в версиях городских моделей TEB [Lemonsu et al., 2012] и BEP [Musetti et al., 2020b], является параметризация [Santiago and Martilli, 2010]. На основе

численных экспериментов с кубиками RANS модели (Reynolds–Averaged Navier–Stokes Equations – усредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса) турбулентного потока была разработана параметризация масштаба диссипации вихрей внутри и над городским подслоем как функция от высоты смещения. Предполагается, что внутри городской застройки масштаб диссипации вихрей постоянен, а над каньоном линейно изменяется с коэффициентом α_1 до высоты $z = 1.5H$ и коэффициентом α_2 выше этого уровня.

$$\frac{l_\varepsilon}{C} = \alpha_1 (H - d) \text{ при } \frac{z}{H} < 1, \quad (30)$$

$$\frac{l_\varepsilon}{C} = \alpha_1 (z - d) \text{ при } 1 \le \frac{z}{H} \le 1.5, \quad (31)$$

$$\frac{l_\varepsilon}{C} = \alpha_2 (z - d_2) \text{ при } \frac{z}{H} > 1.5, \quad (32)$$

где l_ε – турбулентный масштаб диссипации вихрей; C – коэффициент, рассчитываемый в соответствии с параметрами схемы турбулентного замыкания и функций устойчивости Монина–Обухова; z – высота над поверхностью; $\alpha_{1,2}$ – коэффициенты, полученные на основе численных экспериментов с RANS моделью; d – высота смещения, определяемая через плотность застройки (A_{urb}): $d = A_{urb}^{0.13} H$.

В интегральных (балк-) параметризациях город с высокими зданиями, деревьями и различными крупными сооружениями характеризуется как поверхность с высоким уровнем шероховатости. В параметризации TERRA_URB влияние городской поверхности на турбулентные потоки происходит через параметр аэродинамической шероховатости, который задается в соответствии с [Sarkar and De Ridder, 2010] и зависит от высоты каньона:

$$z_{0u} = 0.075H. \quad (33)$$

Термическая шероховатость выражается через обратное число Стантона [Kanda et al., 2007]:

$$\ln\left(\frac{z_{0u}}{z_{0h}}\right) = 1.29 \mathrm{Re}_*^{\frac{1}{4}} - 2, \quad (34)$$

где Re_* – число Рейнольдса шероховатости: $\mathrm{Re}_* = \dfrac{u_* z_{0u}}{\nu}$, где u_* – скорость трения, ν – кинематическая вязкость воздуха.

2.5. Антропогенные потоки тепла и влаги

Влияние непосредственно человеческой деятельности на атмосферу в городской среде может учитываться различными способами. Во-первых, антропогенные потоки тепла и влаги могут добавляться как константы к рассчитываемым потокам тепла и влаги с урбанизированной поверхности в нижнем граничном условии модели атмосферы [Masson, 2000; Kusaka et al., 2001; Bohnenstengel et al., 2011, 2014, Wouters et al., 2016; Mussetti et al., 2020b]. В параметризации TEB антропогенные потоки от автотранспорта добавляются к потокам тепла и влаги от стен и дороги. Промышленные потоки добавляются к потокам явного и скрытого тепла от поверхности крыш [Masson, 2000]. Характерные значения антропогенных потоков задаются пользователем “вручную” из доступной информации о хозяйственной деятельности в городе. В параметризации TERRA_URB по умолчанию антропогенный поток тепла задается по данным глобального архива [Flanner, 2009], сформированным на основе информации о потреблении энергии из невозобновляемых источников по конкретной стране, где значения потоков учитывают широтную, сезонную и суточную зависимость.

Во–вторых, в моделях городского подслоя могут параметризовываться процессы, происходящие внутри здания. Так, тепло накапливается внутри дома в течение отопительного сезона, а летом внутренняя поверхность здания охлаждается за счет работы кондиционеров. Электроосветительные приборы, компьютеры, бытовая техника, да и сами люди выделяют тепло, нагревая воздух внутри помещения. В самом простом случае эти процессы параметризуются путем задания характерной внутренней температуры здания, которая в качестве граничного условия используется при решении уравнения теплопроводности. Предполагается, что тепло из здания выделяется к поверхностям стен/крыши, а затем в атмосферу через диффузионный поток тепла [Masson, 2000; Martilli et al., 2002]. Например, в оригинальной версии TEB предполагается постоянное значение внутренней температуры зданий, равное 17°C [Masson, 2000]. В следующей версии TEB [Masson et al., 2002] формулировка изменилась на задание эволюции значения температуры внутри здания в течение года. Возможно и более сложное описание внутренних процессов за счет включения в модель городского подслоя модели теплового баланса здания – BEM (Building Energy Model) – например, TEB–BEM, BEP–BEM, DCEP–BEM [Bueno et al., 2012; Salamanca et al., 2010; Jin et al., 2021]. Данная модель непосредственно рассчитывает выделение тепла и влаги при процессах отопления, вентиляции и кондиционирования, потоки тепла и влаги, выделяемые за счет наличия в помещении электрических приборов, людей, освещения и др., учитывая при этом поступление воздуха в здание через неплотности окон и дверей, а также проветривания помещений естественным путем за счет включения в модель здания поверхности окон. На выходе модель BEM предоставляет рассчитанные значения внутрен-

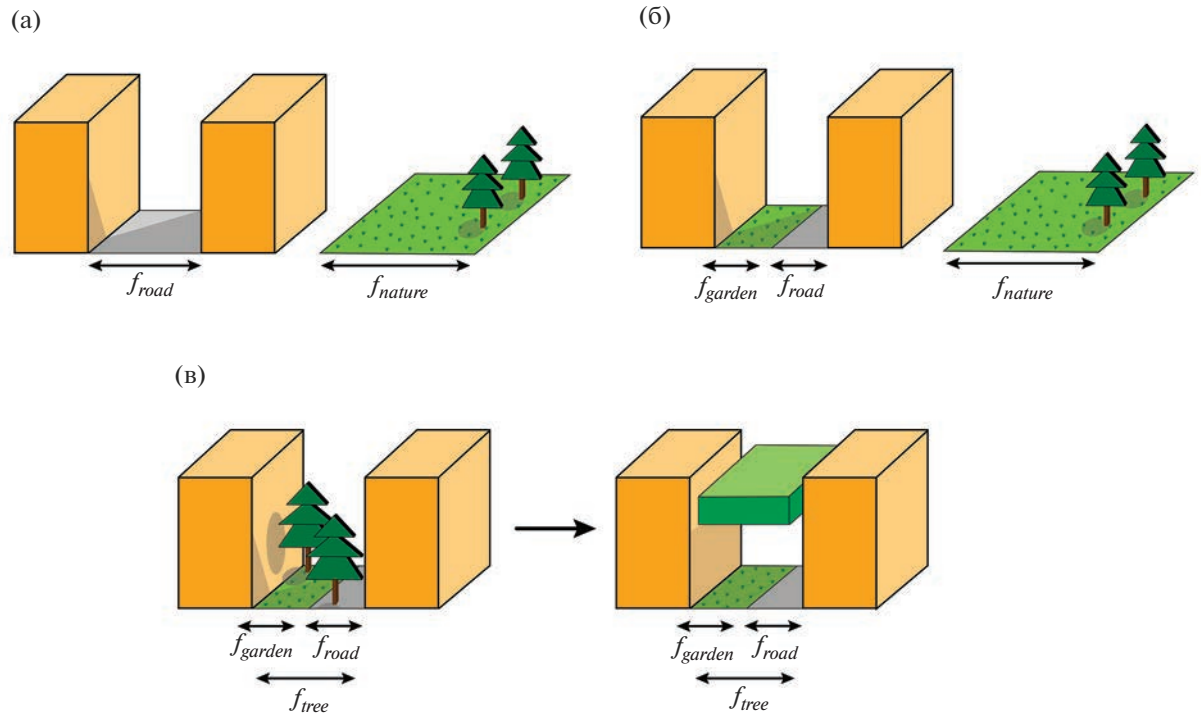

Рис. 7. Схематическое представление городской растительности а) в оригинальных версиях моделей городского подслоя TEB и BEP (плиточный подход), б) неявное представление городской растительности в параметризации TEB–Veg, в) трехмерное представление городской растительности (TEB–Tree, BEP–Tree). f_{road}, f_{garden}, f_{tree} – доли площади ячейки, занимаемые дорогой, городской растительностью, деревьями в параметризации городского подслоя; f_{nature} – доля ячейки, занимаемая естественной поверхностью.

ней температуры здания, а также потоков скрытого и явного тепла, выделяемых в атмосферу и связанные с общей деятельностью человека внутри здания (в первую очередь отопления и кондиционирования).

В-третьих, городские параметризации могут учитывать и менее очевидные процессы. Например, влияние города на снежный покров. Так, в параметризации TEB учитывается загрязнение автомобилями поверхности снега (эффект грязного снега), за счет увеличения скорости снижения (эволюции) альбедо снега со временем и уменьшения его минимального значения. Также возможен учет работы снегоочистительных машин (если таковые имеются) путем включения зависящего от времени стока снега.

2.6. Городская растительность

Многие районы города характеризуются высокой долей городской растительности: газоны, отдельно стоящие деревья, аллеи влияют на тепловой баланс города [Lemonsu, 2012]. Однако, первые версии моделей городского подслоя [Masson, 2000; Martilli et al., 2002] не предполагают растительности внутри городского каньона. Потоки тепла, влаги, радиации и импульса с подстилающей поверхности рассчитываются в рамках плиточного подхода (tile-approach): для ячеек, занятых урбанизированной поверхностью, вызывается модель городского каньона, для ячеек с естественной поверхностью – схема деятельного слоя суши с учетом растительности (рис. 7а). Тем не менее, исследования [Grimmond et al., 2010; 2011] по сопоставлению городских параметризаций показали, что модели с учетом городской растительности внутри каньона воспроизводят более близкие к реальности значения как восходящих радиационных потоков, так и потоков тепла и влаги с поверхности каньона. Работы последних десяти лет показывают, что одним из основных направлений развития городских параметризаций является “озеленение” городского каньона.

Так, например, в версии параметризации TEB – TEB–Veg [Lemonsu et al., 2012] растительность внутри каньона учитывается в виде плоской поверхности. В этом случае пространство между двумя зданиями частично занимает дорога, частично – естественное покрытие (рис. 7б). Характер растительности (трава/кустарники/деревья) задается через специальные параметры (альбедо, листовой индекс и др.) в схеме растительности для расчета радиационных и турбулентных потоков с этой части поверхности. При этом, трехмер-

ная структура растительности не учитывается при параметризации эффектов затенения (деревья или кустарники не могут отбрасывать тень на дорогу или стену каньона), а также не влияет на вертикальную структуру турбулентных потоков. Более сложным подходом к заданию растительности является включение эффектов трехмерной структуры деревьев (рис. 7в). Например, в версии TEB – TEB–Tree [Redon et al., 2017; 2020] кроны деревьев представляются прямоугольными параллелепипедами с однородной листвой, свойства которой описываются листовым индексом и альбедо. Расположение крон задается через среднюю высоту дерева и среднюю высоту ствола. Наличие деревьев в городском каньоне непосредственно учитывается при расчете радиационных потоков, так как в этом случае кроны деревьев могут частично отражать и поглощать солнечную радиацию и затенять поверхность каньона, а также при моделировании вертикального распределения турбулентных потоков.

Включение вертикальной структуры деревьев во многоуровневой модели городского подслоя впервые было реализовано в параметризации BEP [Krayenhoff et al., 2014] для процессов радиационного взаимодействия между городским каньоном и кронами деревьев. Помимо распределения зданий по высоте в новой параметризации задается вертикальное распределение плотности листового индекса внутри каньона и непосредственно над зданиями, благодаря чему влияние деревьев на тепловой баланс поверхности можно исследовать непосредственно как для высотной, так и малоэтажной застройки. Последняя версия параметризации BEP–Tree [Krayenhoff et al., 2020] с включенным влиянием высотной растительности на турбулентные потоки [Krayenhoff et al., 2015] была успешно использована для моделирования аномально жарких условий лета 2015 года для города Базель (Швейцария) в сопряжении с климатической версией мезомасштабной модели COSMO–CLM [Musetti et al., 2020b].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Описание особенностей метеорологического режима городов, а также их влияния на атмосферную циркуляцию в моделях погоды и климата возможно с помощью специальных городских параметризаций. В их основе лежит аппроксимация городской поверхности репрезентативным городским каньоном, подразумевающим два здания, стоящие друг напротив друга, и дорогу между ними. Городской каньон вместе с физическими процессами, происходящими внутри городской застройки, может описываться как явным образом (в моделях городского подслоя), так и неявно, с учетом только основных параметров каньона – высоты и ширины – при спецификации параметров подстилающей поверхности (в slab-моделях). В последнем случае город представляется в виде плоской поверхности с теплофизическими, радиационными и аэродинамическими параметрами, определяемыми типом городской застройки.

Первые городские параметризации возникли в начале 2000-х годов, заложив основные принципы городского моделирования. Классические параметризации городского подслоя, разработанные в начале века, TEB и BEP, до сих пор не теряют своей актуальности, так как их дальнейшее развитие идет в соответствии с основными тенденциями развития городских параметризаций. Так, например, в параметризацию TEB была добавлена возможность задания преобладающего азимута каньона [Lemonsu et al., 2012], добавлен блок городской растительности (сначала представленной только на поверхности [Lemonsu et al., 2012], а потом трехмерной структурой [Redon et al., 2017, 2020]), интегрирована модель теплового баланса здания BEM [Bueno et al., 2012] и усовершенствован блок воспроизведения турбулентных потоков (переход с подхода на основе теории приземного лог–слоя к подходу объемного сопротивления) [Hamdi and Masson, 2008; Schoetter et al., 2020]. Похожим образом развивается и многоуровневая модель городского подслоя BEP. В нее также была включена модель теплового баланса здания BEM [Salamanca et al., 2010] и встроен блок городской растительности [Krayenhoff et al., 2014; 2020]. Но выделилось и отдельное направление развития, в первую очередь, связанное с совершенствованием расчета радиационных потоков – параметризация двойного каньона DCEP [Schubert et al., 2012].

Усложнение городских параметризаций неминуемо влечет трудности в информационном обеспечении модели внешними полями. Чем больше блоков и процессов описывает параметризация, тем больше необходимо предоставить информации о входных параметрах, которыми характеризуется городская поверхность. А такая информация не всегда существует и нередко требуется разработка методик по определению тех или иных параметров. В этой связи, можно отметить недавно разработанную городскую параметризацию TERRA_URB, которая относится к slab–моделям [Wouters et al., 2015; 2016] и поэтому требует задания небольшого числа параметров поверхности. Несмотря на простоту описания влияния городской поверхности на атмосферу в этой схеме, численные эксперименты с ее использованием показывают хорошие результаты по воспроизведению острова тепла Московской агломерации [Варенцов и др., 2017; Varentsov et al., 2018; 2019].

Одноуровневые городские параметризации SLUCM и MORUSES по способам описания физических процессов во многом похожи на ориги-

Таблица 2. Сопоставление городских параметризаций с точки зрения полноты перечня воспроизводимых процессов/объектов и сложности описания физических процессов/объектов

	TERRA_URB (Wouters, 2015)	TEB (Masson, 2000)	SLUCM (Kusaka, 2001)	MORUSES (Porson, 2010)	BEP (Martilli, 2002)	DCEP (Schubert, 2012)
Радиационный баланс поверхности	●	●●	●●	●●	●●●	●●●
Теплообмен в деятельном слое	●	●	●	●	●●	●●
Баланс влаги на поверхности	●	●	●	●	○ (Martilli, 2002) ● (Zonato, 2021)	○
Турбулентный обмен	●	●● (Masson, 2000) ●●● (Hamdi, 2008) ●●● (Schoetter, 2020)	●●	●●	●●●	●●●
Антропогенные потоки	●	●● (Bueno, 2012)	●	●	●● (Salamanca, 2002)	●● (Jin, 2021)
Городская растительность	○	● (Lemonsu, 2012) ●● (Redon, 2017, 2019)	○	○	●●● (Krayenhoff, 2014, 2015, 2020)	○

Полнота описания: ○ не описано ● слабо ● средне ● достаточно полно

Сложность описания: 1 кружочек низкая, 2 кружочка средняя, 3 кружочка высокая

нальную версию параметризации TEB. Используемые в них физические параметризации охватывают почти все процессы внутри слоя городской застройки с приемлемой вычислительной сложностью, за счет чего использование этих городских параметризаций до сих пор актуально как в исследовательских, так и в оперативных целях.

Городские параметризации различаются не только по степени сложности описания поверхности и физических процессов, но и по перечню описываемых процессов. Например, параметризация баланса влаги на поверхности (резервуаров воды, формирующихся на непроницаемой поверхности после дождя) до последнего времени отсутствовала в параметризации BEP и до сих пор не включена в параметризацию DCEP (табл. 2). С другой стороны, в DCEP максимально подробно описаны физические процессы, связанные с потоками радиации, где все элементы каньона вовлечены в радиационные взаимодействия. Степень описания антропогенных потоков тепла представляется наиболее полной в городской параметризации TEB. Так, помимо возможности включения модели теплового баланса BEM, в модели учитываются антропогенные потоки, связанные с промышленностью и автотранспортом, а также эффекты влияния города на снежный покров.

В течение последних 20 лет развитие городских параметризаций происходит непрерывно. Тем не менее, это развитие можно охарактеризовать больше как экстенсивное. Версии городских параметризаций улучшаются путем учета новых физических процессов и объектов: добавлением модели теплового баланса здания, эффектов городской растительности, улучшением вертикального разрешения для расчета турбулентных потоков и др. Однако базовые формулы, которые были актуальны на момент разработки оригинальной версии той или иной модели, редко пересматриваются. Напротив, получается, что к ним добавляются новые зависимости и эмпирические коэффициенты, никак с ними не связанные. Как это сказывается на качестве модели в целом – вопрос открытый. Эмпирические зависимости присутствуют в формулах для расчета турбулентных потоков, причем многие из них были получены давно и основаны на результатах либо измерительных кампаний, либо лабораторных экспериментов. Остается от-

крытым вопрос надежности и универсальности таких зависимостей.

Таким образом, среди актуальных задач по развитию городских параметризаций можно выделить задачу проверки и уточнения используемых в них (в первую очередь при расчете турбулентных потоков) эмпирических формул – как по отдельности, так и в комплексе. Перспективным подходом представляется использование для этого результатов численного моделирования городской атмосферы в рамках гидродинамических моделей с очень мелким пространственным шагом. Вихреразрешающие модели (LES, Large Eddy Simulation) позволяют явным образом воспроизвести обтекание воздуха городской поверхности с различной конфигурацией зданий (например, [Xie and Castro, 2006; Kanda et al., 2013; Glazunov et al., 2014a, b, 2021; Li et al., 2020; Nazarianet al., 2020]). На основе численных экспериментов с LES моделями были получены статистические характеристики температуры и ветра внутри городской застройки [Glazunov, 2014a, b], разработана параметризация турбулентного масштаба длины [Nazarianet al., 2020; Glazunov et al., 2021], уточнена зависимость между параметрами аэродинамической и термической шероховатости для городских поверхностей [Li et al., 2020]. Результаты LES-моделирования представляются разумной альтернативой для совершенствования описания турбулентных потоков в городских параметризациях как в качестве проверки основных зависимостей параметризации, так и вычисления коэффициентов турбулентного теплообмена между различными элементами каньона и атмосферой.

Обзор литературы по параметризациям выполнен в рамках проекта Министерства науки и высшего образования России (Соглашение № 075-15-2022-284), анализ методов описания отдельных физических блоков при поддержке тематики Научно-технической деятельности Росгидромета, тема Рег. № НИОКТР АААА-А20-120021490079-3, систематизация результатов работы и составление рекомендаций - в рамках проекта научно-образовательной междисциплинарной школы Московского университета “Мозг, когнитивные системы, искусственный интеллект”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Варенцов М.И., Самсонов Т.Е., Кислов А.В., Константинов П.И. Воспроизведение острова тепла Московской агломерации в рамках региональной климатической модели COSMO–CLM // Вестник Московского университета. Серия 5: География. 2017. № 6. С. 25–37.

Ривин Г.С., Вильфанд Р.М., Киктев Д.Б. Розинкина И.А., Тудрий К.О., Блинов Д.В., Варенцов М.И., Самсонов Т.Е., Бундель А.Ю., Кирсанов А.А., Захарченко Д.И. Система численного прогнозирования явлений погоды, включая опасные, для Московского мегаполиса: разработка прототипа // Метеорология и гидрология. 2019. № 11. С. 33–45.

Arnfield A.J., Grimmond C.S.B. An Urban Canyon Energy Budget Model and its Application to Urban Storage Heat Flux Modelling // Energ. Buildings. 1998. V. 27. P. 61–68.

Arya S.P. Introduction to Micrometeorology. N.Y.: Academic Press, Inc., 1988. 303 p.

Bohnenstengel S.I., Evans S., Clark P.A., Belcher S.E. Simulations of the London urban heat island // Quarterly J. Royal Meteorological Society. 2011. V. 137. P. 1625–1640.

Bohnenstengel S.I., Hamilton I., Davies M., Belcher S.E. Impact of anthropogenic heat emissions on London’s temperatures // Quarterly J. Royal Meteorological Society. 2014. V. 140. P. 687–698.

Bohnenstengel S.I., Hendry M.A. Report on implementation and evaluation of MORUSES in the UKV (PS37) // Met Office, Key Deliverable Report. 2016. P. 1–52.

Bornstein R., Lin Q. Urban heat islands and summertime convective thunderstorms in Atlanta: Three case studies // Atmos. Environ. 2000. V. 34. № 3. P. 507–516. https://doi.org/10.1016/S1352–2310(99)00374–X

Bueno B., Pigeon G., Norford L.K., Zibouche K., Marchadier C. Development and evaluation of a building energy model integrated in the TEB scheme // Geoscientific Model Development. 2012. V. 5. № 2. P. 433–448.

Chen F, Kusaka H., Bornstein, R., Ching J., Grimmond, C.S.B., Grossman–Clarke S., Loridan T., Manning K.W., Martilli A., Miao S., Sailor D., Salamanca F., Taha H., Tewari M., Wang X., Wyszogrodzkia A., Zhangh C. The Integrated WRF/Urban Modelling System: Development, Evaluation, and Applications to Urban Environmental Problems // Int. J. Climatol. 2011. V. 31. P. 273–288.

Clarke J.A. Energy Simulation in Building Design. Bristol: Adam Hilger, 1985. 362 p.

de la Paz D., Borge R., Martilli A. Assessment of a high resolution annual WRF–BEP/CMAQ simulation for the urban area of Madrid (Spain) // Atmospheric Environment. 2016. V. 144. P. 282–296. https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2016.08.082

Feigenwinter C., Vogt R., Parlow E. Vertical Structure of Selected Turbulence Characteristics above an Urban Canopy // Theor. Appl. Climatol. 1999. V. 62. P. 51–63.

Flanner M.G. Integrating anthropogenic heat flux with global climate models // Geophys. Res. Lett. 2009. V. 36. L02801. https://doi.org/10.1029/2008GL036465

Fortuniak K. Application of a slab surface energy balance model to determine surface parameters for urban areas // Lund eRep. Phys. Geog. 2005. V. 5. P. 90–91.

Garbero V., Milelli M., Bucchignani E., Mercogliano P., Varentsov M., Rozinkina I., Rivin G., Blinov D., Wouters H., Schulz J.-P., Schättler U., Bassani F., Demuzere M., Repola F. Evaluating the urban canopy scheme TERRA_URB in the COSMO model for selected European cities // Atmosphere. 2021. V. 12. № 2.

Garuma G. Review of urban surface parameterizations for numerical climate models // Urban Climate. 2018. V. 24. P. 830–851.

Glazunov A. Numerical simulation of stably stratified turbulent flows over an urban surface: Spectra and scales and parameterization of temperature and wind–velocity profiles // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2014a. V. 50. № 4. P. 356–368. https://doi.org/10.1134/S0001433814040148

Glazunov A. Numerical simulation of stably stratified turbulent flows over flat and urban surfaces // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2014b. V. 50. № 3. P. 236–245. https://doi.org/10.1134/S0001433814030037

Glazunov A., Debolskiy A., Mortikov E. Turbulent Length Scale for Multilayer RANS Model of Urban Canopy and Its Evaluation Based on Large–Eddy Simulations // Supercomputing Frontiers and Innovations. 2021. V. 8. № 4. P. 100–116.

Grimmond C.S.B., Oke T. An Evapotranspiration–Interception Model for Urban Areas // Water Resour. Res. 1991. V. 27. P. 1739–1755.

Grimmond C.S.B., Blackett M., Best M., Barlow J., Baik J.-J., Belcher S., Bohnenstengel S.I., Calmet I., Chen F., Dandou A., Fortuniak K., Gouvea M.L., Hamdi R., Hendry M., Kondo H., Krayenhoff S., Lee S.-H., Loridan T., Martilli A., Masson V., Miao S., Oleson K., Pigeon G., Porson A., Salamanca F., Shashua–Bar L., Steeneveld G.-J., Tombrou M., Voogt J., Zhang N. The international urban energy balance models comparison project: First results from Phase 1 // Journal of Applied Meteorology and Climatology. 2010. V. 49. P. 1268–1292.

Grimmond C.S.B., Blackett M., Best M., Barlow J., Baik J.-J., Belcher S., Bohnenstengel S.I., Calmet I., Chen F., Dandou A., Fortuniak K., Gouvea M.L., Hamdi R., Hendry M., Kondo H., Krayenhoff S., Lee S.-H., Loridan T., Martilli A., Masson V., Miao S., Oleson K., Pigeon G., Porson A., Salamanca F., Shashua–Bar L., Steeneveld G.-J., Tombrou M., Voogt J., Zhang N. The international urban energy balance models comparison project: Initial results from Phase 2 // International J. Climatology. 2011. V. 31. № 2. P. 244–272.

Hamdi R., Masson V. Inclusion of a drag approach in the town energy balance (TEB) scheme: offline 1–d validation in a street canyon // J. Applied Meteorology and Climatology. 2008. V. 47. P. 2627–2644.

Hamdi R., Degrauwe D., Termonia P. Coupling the Town Energy Balance (TEB) Scheme to an Operational Limited–Area NWP Model: Evaluation for a Highly Urbanized Area in Belgium // Weather and Forecasting. 2012. V. 27. № 2. P. 323–344.

Han J.Y., Baik J.J., Lee H. Urban impacts on precipitation // Asia–Pacific J. Atmos. Sci. 2014. V. 50. № 1. P. 17–30. 10.10a07/s13143–014–0016–7

Harman I., Best M., Belcher S. Radiative exchange in an urban street canyon // Boundary–Layer Meteorol. 2004a. V. 110. P. 301–316.

Harman I., Best M., Belcher S. Scalar fluxes from urban street canyons. Part II: Model // Boundary–Layer Meteorol. 2004b. V. 113. P. 387–410.

Harman I., Finnigan J. A simple unified theory for flow in the canopy and roughness sublayer // Boundary–Layer Meteorology. 2007. V. 123. P. 339–363.

Hertwig D., Grimmond S., Hendry M.A. Saunders B., Wang Z., Jeoffrion M., Vidale P., McGuire P., Bohnenstengel S., Ward H., Kotthaus S. Urban signals in high–resolution weather and climate simulations: role of urban land–surface characterization // Theor. Appl. Climatol. 2020. V. 142. P. 701–728.

Jin L., Schubert S., Fenner D., Meier F., Schneider C. Integration of a Building Energy Model in an Urban Climate Model and its Application // Boundary–Layer Meteorology. 2021. V. 178. P. 249–281.

Juerges W. Der waermeuebergang an einer ebenen Wand // Gesundheits Ingenieur ("Health Engineer"). 1924. V. 19. P. 5–52.

Kanda M., Kanega M., Kawai T., Moriwaki R., Sugawara H. Roughness lengths for momentum and heat derived from outdoor urban scale models // J. Appl. Meteorol. Climatol. 2007. V. 46. № 7. P. 1067–1079.

Kanda M., Inagaki A., Miyamoto T., Gryschka M., Raasch S. A new aerodynamic parametrization for real urban surfaces // Bound.–Layer Meteorol. 2013. V. 148 № 2. P. 357–377.

Krayenhoff E., Christen A., Martilli A., Oke T. A multi–layer radiation model for urban neighbourhoods with trees // Bound.– Lay. Meteorol. 2014. V. 151. P. 139–178. https://doi.org/10.1007/s10546– 013–9883–1

Krayenhoff E., Santiago J.-L., Martilli A., Christen A., Oke T. Parametrization of drag and turbulence for urban neighborhoods with trees // Bound.–Lay. Meteorol. 2015. V. 156. P. 157–189. https://doi.org/10.1007/s10546–015–0028–6

Krayenhoff E.S., Jiang T., Christen A., Martilli A., Oke T.R., Bailey B.N., Nazarian N., Voogt J.A., Giometto M.G., Stastny A., Crawford B.R. A multi–layer urban canopy meteorological model with trees (BEP–Tree): Street tree impacts on pedestrian–level climate // Urban Climate. 2020. V. 32. 100590. https://doi.org/10.1016/j.uclim.2020.100590

Kusaka H., Kondo H., Kikegawa Y., Kimura F. A simple single–layer urban canopy model for atmospheric models: Comparison with multi–layer and slab models // Boundary–Layer Meteorology. 2001. V. 101. № 3. P. 329–358.

Kusaka H., Kimura F. Coupling a single–layer urban canopy model with a simple atmospheric model: Impact on urban heat island simulation for an idealized case // Journal of the Meteorological Society of Japan. 2004. V. 82. № 1. P. 67–80.

Kusaka H., Chen F., Tewari M., Dudhia J., Gill D.O., Duda M.G., Wang W., Miya Y. Numerical Simulation of Urban Heat Island Effect by the WRF Model with 4-km Grid Increment: An Inter-Comparison Study between the Urban Canopy Model and Slab Model // J. Meteorol. Soc. Jpn. Ser. II. 2012. V. 90B. P. 33–45.

Lac C., Chaboureau J.-P., Masson V., Pinty J.-P., Tulet P., Escobar J., Leriche M., Barthe C., Aouizerats B., Augros C., Aumond P., Franck A., Bechtold P., Berthet S., Bielli S., Bosseur F., Caumont O., Cohard J.-M., Colin J., Wautelet P. Overview of the Meso–NH model version 5.4 and its applications // Geoscientific Model Development. 2018, V. 11. P. 1929–1969. https://doi.org/10.5194/gmd–11–1929–2018

Lemonsu A., Grimmond C.S.B., Masson V. Modeling the Surface Energy Balance of the Core of an Old Mediterra-

nean City: Marseille // J. Appl. Meteorol. 2004. V. 43. P. 312–327.

Lemonsu A., Masson V., Shashua–Bar L., Erell E., Pearlmutter D. Inclusion of vegetation in the Town Energy Balance model for modelling urban green areas // Geosci. Model Dev. 2012. V. 5. P. 1377–1393. https://doi.org/10.5194/gmd–5–1377–2012

Li Q., Bou–Zeid E., Grimmond S., Zilitinkevich S., Katul G. Revisiting the relation between momentum and scalar roughness lengths of urban surfaces // Q. J. R. Meteorol Soc. 2020. V. 146. P. 3144–3164. https://doi.org/10.1002/qj.3839

Liu J., Niyogi D. Meta–analysis of urbanization impact on rainfall modification // Sci. Rep. 2019. V. 9. № 1. P. 7301. https://doi.org/10.1038/s41598–019–42494–2

Louis J.F. A Parametric Model of Vertical Eddies Fluxes in the Atmosphere // Boundary-Layer Meteorol. 1979. V. 17. P. 187–202.

Martilli A., Clappier A., Rotach M.W. An Urban Surface Exchange Parameterisation for Mesoscale Models // Bound.–Lay. Meteorol. 2002. V. 104. P. 261–304.

Masson V. A Physically–Based Scheme For The Urban Energy Budget In Atmospheric Models // Bound.–Lay. Meteorol. 2000. V. 94. P. 357–397.

Masson V., Grimmond C.S.B., Oke T.R. Evaluation of the Town Energy Balance (TEB) Scheme with Direct Measurements from Dry Districts in Two Cities // J. Appl. Meteorol. 2002. V. 41. P. 1011–1026.

Masson V. Urban surface modeling and the meso–scale impact of cities // Theor. Appl. Climatol. 2006. V. 84. P. 35–45.

Masson V., Seity, Y. Including Atmospheric Layers in Vegetation and Urban Offline Surface Schemes // J. Applied Meteorology and Climatology. 2009. V. 48. № 7. P. 1377–1397.

Masson V., Le Moigne P., Martin E., Faroux S., Alias A., Alkama R., Belamari S., Barbu A., Boone A., Bouyssel F., Brousseau P., Brun E., Calvet J.-C., Carrer D., Decharme B., Delire C., Donier S., Essaouini K., Gibelin A.-L., Giordani H., Habets F., Jidane M., Kerdraon G., Kourzeneva E., Lafaysse M., Lafont S., Lebeaupin Brossier C., Lemonsu A., Mahfouf J.-F., Marguinaud P., Mokhtari M., Morin S., Pigeon G., Salgado R., Seity Y., Taillefer F., Tanguy G., Tulet P., Vincendon B., Vionnet V., Voldoire A. The SURFEXv7.2 land and ocean surface platform for coupled or offline simulation of earth surface variables and fluxes // Geoscientific Model Development. 2013. V. 6. P. 929–960. https://doi.org/10.5194/gmd–6–929–2013

Miao S.G., Chen F. Enhanced modeling of latent heat flux from urban surfaces in the Noah/single–layer urban canopy coupled model // Science China–Earth Sciences. 2014. V. 57. P. 2408–2416.

Mussetti G., Brunner D., Allegrini J., Wicki A., Schubert S., Carmeliet J. Simulating urban climate at sub–kilometre scale for representing the intra–urban variability of Zurich, Switzerland // Int. J. Climatol. 2020. V. 40. P. 458–476. https://doi.org/10.1002/joc.6221

Mussetti G., Brunner D., Henne S., Allegrini J., Krayenhoff E., Schubert S., Feigenwinter C., Vogt R., Wicki A., Carmeliet J. COSMO–BEP–Tree v1.0: a coupled urban climate model with explicit representation of street trees // Geoscientific Model Development. 2020. V. 13. № 3. P. 1685–1710.

Nazarian N., Krayenhoff E.S., Martilli A. A one–dimensional model of turbulent flow through "urban" canopies (MLUCM v2.0): updates based on large–eddy simulation // Geoscientific Model Development. 2020, V. 13. № 3. P. 937–953. https://doi.org/10.5194/gmd–13–937–2020

Nunez M., Oke T.R. The Energy Balance of an Urban Canyon // Journal of Applied Meteorology. 1977. V. 16. P. 11–19.

Oke T.R. Boundary Layer Climates, N.Y.: Routledge, 2nd edition, 1987. 435 p.

Oke T., Mills G., Christen A., Voogt J. Urban Climates. Cambridge: Cambridge University Press., 2017. 548 p. https://doi.org/10.1017/9781139016476

Porson A., Clark P.A., Harman I.N., Best M.J., Belcher S.E. Implementation of a new urban energy budget scheme in the MetUM. Part I: Description and idealized simulations // Quarterly J. Royal Meteorological Society. 2010. V. 136. № 651. P. 1514–1529.

Raupach M.R., Antonia R.A., Rajagoplan S. Rough–Wall Turbulent Boundary Layers // Appl. Mech. Rev. 1991. V. 44. P. 1–25.

Redon E., Lemonsu A., Masson V., Morille B., Musy M. Implementation of street trees in solar radiative exchange parameterization of TEB in SURFEX v8.0 // Geoscientific Model Development. 2017. V. 10. P. 385–411. https://doi.org/10.5194/gmd–10–385–2017

Redon E., Lemonsu A., Masson V. An urban trees parameterization for modeling microclimatic variables and thermal comfort conditions at street level with the Town Energy Balance model (TEB–SURFEX v8.0) // Geosci. Model Dev. 2020. V. 13. P. 385–399. https://doi.org/10.5194/gmd–13–385–2020

Ribeiro I., Martilli A., Falls M., Zonato A., Villalba G. Highly resolved WRF–BEP/BEM simulations over Barcelona urban area with LCZ // Atmospheric Research. 2021. V. 248. 105220. https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2020.105220

Rivin G.S., Rozinkina I.A., Vil'fand R.M., Kiktev D.B., Tudrii K.O., Blinov D.V., Varentsov M.I., Zakharchenko D.I., Samsonov T.E., Repina I.A., Artamonov A.Yu. Development of the High–Resolution Operational Systemfor Numerical Prediction of Weather and Severe Weather Events for The Moscow Region // Russ. Meteorol. Hydrol. 2020. V. 45. P. 455–465.

Rizwan A.M., Dennis L.Y.C., Liu C. A review on the generation, determination and mitigation of Urban Heat Island // J. Environ. Sci. 2008. V. 20. № 1. P. 120–128. https://doi.org/10.1016/S1001–0742(08)60019–4

Rotach M.W. Profiles of Turbulence Statistics in and above an Urban Street Canyon // Atmos. Environ. 1995. V. 29. P. 1473–1486.

Rowley F.B., Algren A.B., Blackshaw J.L. Surface Conductances as Affected by Air Velocity, Temperature and Character of Surface // ASHRAE Trans. 1930. V. 36. P. 429–446.

Rowley F.B., Eckley W. A. Surface Coefficients as Affected by Wind Direction // ASHRAE Trans. 1932. V. 38. P. 33–46.

Rummukainen M. Added value in regional climate modeling // Wiley Interdiscip. Rev. Clim. Chang. 2016. V. 7. № 1. P. 145–159.

Salamanca F., Krpo A., Martilli A., Alain C. A new building energy model coupled with an urban canopy parameterization for urban climate simulations–part I. formulation, verification, and sensitivity analysis of the model // Theoretical and Applied Climatology. 2010. V. 99. P. 331–344.

Salamanca F., Martilli A., Yagüe C. A numerical study of the Urban Heat Island over Madrid during the DESIREX (2008) campaign with WRF and an evoluation of simple mitigation strategies // Int. J. Climatol. 2012. V. 32. P. 2372–2386.
https://doi.org/10.1002/joc.3398

Santiago J., Martilli A. A dynamic urban canopy parameterization for mesoscale models based on computational fluid dynamics Reynolds–averaged Navier–Stokes microscale simulations // Bound.–Lay. Meteorol. 2010. V. 137. P. 417–439.

Sarkar A., De Ridder K. The urban heat island intensity of Paris: a case study based on a simple urban surface parametrization // Bound.–Layer Meteorol. 2010. V. 138. P. 511–520.

Schoetter R., Kwok Y., de Munck C., Lau K., Wong W., Masson V. Multi–layer coupling between SURFEX–TEB–V9.0 and Meso–NH–v5.3 for modelling the urban climate of high–rise cities // Geoscientific Model Development. 2020. V. 13. № 11. P. 5609–5643.

Schubert S., Grossman–Clarke S., Martilli A. A Double–Canyon Radiation Scheme for Multi–Layer Urban Canopy Models // Boundary–Layer Meteorology. 2012. V. 145. № 3. P. 439–468.

Schubert S., Grossman–Clarke S. Evaluation of the coupled COSMO–CLM/DCEP model with observations from BUBBLE // Q. J. R. Meteorol Soc. 2014. V. 140. № 685. P. 2465–2483.

Simón–Moral A., Dipankar A., Roth M., Sánchez C., Velasco E., Huang X.-Y. Application of MORUSES single–layer urban canopy model in a tropical city: Results from Singapore // Q. J. R. Meteorol Soc. 2020. V. 146. P. 576–597.
https://doi.org/10.1002/qj.3694

Smith J.O. Determination of the Convective Heat Transfer Coefficients from the Surfaces of Buildings within Urban Street Canyons, PhD Thesis, Bath Depart, Waterloo Mech. Eng. Univ. 2010.

Swaid H. The Role of Radiative–Convective Interaction in Creating the Microclimate of Urban Street Canyons // Boundary–Layer Meteorol. 1993. V. 64. P. 231–259.

Trusilova K., Früh B., Brienen S., Walter A., Masson V., Pigeon G., Becker P. Implementation of an Urban Parameterization Scheme into the Regional Climate Model COSMO–CLM // J. Applied Meteorology and Climatology. 2013. V. 52. № 10. P. 2296–2311.

UN, 2018. World Urbanization Prospects, United Nations Press. Accessed online from https://esa.un.org/unpd/wup/.

Varentsov M., Wouters H., Platonov V., Konstantinov P. Megacity–Induced Mesoclimatic Effects in the Lower Atmosphere: A Modeling Study for Multiple Summers over Moscow, Russia // Atmosphere. 2018. V. 9. № 2. P. 50.
https://doi.org/10.3390/atmos9020050

Varentsov M.I., Grishchenko M.Y., Wouters H. Simultaneous assessment of the summer urban heat island in moscow megacity based on in situ observations, thermal satellite images and mesoscale modeling // GEOGRAPHY, ENVIRONMENT, SUSTAINABILITY. 2019. V. 12. № 4. P. 74–95.

Varentsov M., Samsonov T., Demuzere M. Impact of urban canopy parameters on a megacity's modelled thermal environment // Atmosphere. 2020. V. 11. № 12. P. 1349.
https://doi.org/10.3390/atmos11121349

Vasenev V., Varentsov M., Konstantinov P., Romzaykinaa O., Kanareykinaa I., Dvornikova Y., Manukyana V. Projecting urban heat island effect on the spatial–temporal variation of microbial respiration in urban soils of Moscow megalopolis // Science of the Total Environment. 2021. V. 786. 147457.

Wang Z., Xiao Z., Tam C.-Y., Pan W., Chen J., Chenxi H., Ren C., Wei W., Yang S. The projected effects of urbanization and climate change on summer thermal environment in Guangdong–Hong Kong–Macao Greater Bay Area of China // Urban Climate. 2021. V. 37. 100866.
https://doi.org/10.1016/j.uclim.2021.100866

Wong K.V., Paddon A., Jimenez A. Review of World Urban Heat Islands: Many Linked to Increased Mortality // J. Energy Resour. Technol. 2013. V. 135. № 2. P. 1–12.
https://doi.org/10.1115/1.4023176

Wouters H., Demuzere M., De Ridder K., van Lipzig N.P. The impact of impervious water–storage parametrization on urban climate modeling // Urban Climate. 2015. V. 11. P. 24–50.

Wouters H., Demuzere M., Blahak U., Fortuniak K., Maiheu B., Camps J., Tielemans D., van Lipzig N.P. The efficient urban canopy dependency parametrization (SURY) v1.0 for atmospheric modeling: description and application with the COSMO–CLM model for a Belgian summer // Geoscientific Model Development. 2016. V. 9. № 9. P. 3027–3054.

Xie Z., Castro I.P. LES and RANS for turbulent flow over arrays of wall–mounted obstacles // Flow, Turbulence and Combustion. 2006. V. 76. № 3. P. 291–312.
https://doi.org/10. 1007/s10494–006–9018–6

Yang J., Wang Z.H., Chen F., Miao S., Tewari M., Voogt J., Myint S. Enhancing Hydrologic Modelling in the Coupled Weather Research and Forecasting–Urban Modelling System // Boundary–Layer Meteorol. 2015. V. 155. P. 87–109.

Zemtsov S., Shartova N., Varentsov M., Konstantinov P., Kidyaeva V., Shchur A., Timonin S., Grischchenko M. Intraurban social risk and mortality patterns during extreme heat events: A case study of Moscow, 2010–2017 // Health Place. 2020. V. 66. № September. P. 102429.
https://doi.org/10.1007/s10546–014–9991–6
https://doi.org/10.1016/j.healthplace.2020.102429

Parameterization of Interaction between the Atmosphere and the Urban Surface: Current State and Prospects

M. A. Tarasova[1, 2, 3, 5, *], M. I. Varentsov[1, 2, 3, 4, 5, **], and V. M. Stepanenko[1, 3, 5, *]**

[1]Faculty of Geography, Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1, bld. 1, Moscow, 119991 Russia
[2]Hydrometeorological Research Center of Russia, B. Predtechenskiy Per., 11-13, Moscow, 123376 Russia
[3]Research Computing Center, Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1, bld. 4, Moscow, 119234 Russia
[4]Obukhov Institute of Atmospheric Physics RAS, 3 Pyzhyovskiy Per., Moscow, 119017 Russia
[5]Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics, GSP-1, Leninskie Gory, Moscow, 119991 Russia
**e-mail: mkolennikova@mail.ru*
***e-mail: mikhail.varentsov@srcc.msu.ru*
****e-mail: stepanen@srcc.msu.ru*

Cities have a significant impact on the environment, forming such microclimatic features as an urban heat island, an increase in the intensity of convective weather events, etc. Numerical models of the atmosphere with an integrated block that describes the interaction between the urbanized surface and the atmosphere – urban parameterization – reproduce well the meteorological features of the urban environment. The review studies on urban parameterizations are mostly outdated, and the recent ones do not fully cover aspects of the methods used in the models to describe physical processes. The paper is devoted to updating information on urban parameterizations, comparing the approaches used in them to describe physical processes and forming proposals for their improvement. Based on the most common urban parameterizations of various levels of complexity, the main groups of physical processes describing "urban surface – atmosphere" interaction are identified. They are the surface energy balance, radiation heat transfer, surface moisture balance, turbulent heat and moisture exchange in the urban canopy, anthropogenic influence on heat and moisture fluxes, radiation and turbulent interaction with urban vegetation. The main approaches to parameterization of physical processes defined within each block are described. Modern trends in the development of urban parameterizations are highlighted: 1) over the past 10 years, parameterizations have become more complicated due to the addition of the building energy model, a three-dimensional structure of urban vegetation, and vertical resolution when calculating turbulent fluxes; 2) at the same time, little attention is paid to revising the original empirical formulas, often obtained on the basis of single field or laboratory experiments. Ways to improve urban parameterizations are proposed by clarifying the basic dependencies used mainly in the calculation of turbulent fluxes, particularly, using the results of highly detailed Large-eddy simulation modeling, which, with growing computational power, is increasingly used to simulate explicit heat transfer between the atmosphere and individual elements of the urban environment.

Keywords: urban meteorology, urban parameterizations, atmospheric models

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2023, том 59, № 2, с. 149–164

УДК 551.582;551.588

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ КЛИМАТИЧЕСКИЕ ПОСЛЕДСТВИЯ УВЕЛИЧЕНИЯ ЛЕСИСТОСТИ И ЗАБОЛАЧИВАНИЯ ЗЕМЕЛЬ НА ТЕРРИТОРИИ БЕЛАРУСИ

© 2023 г. С. А. Лысенко[a], *, П. О. Зайко[a]

[a]Государственное научное учреждение "Институт природопользования НАН Беларуси", ул. Ф. Скорины, 10, Минск, 220076 Республика Беларусь

**e-mail: lysenko.nature@gmail.com*

Поступила в редакцию 30.09.2022 г.
После доработки 22.12.2022 г.
Принята к публикации 11.01.2023 г.

В статье представлены оценки потенциальных изменений климата Беларуси в результате проведения двух типов мелиорации – заболачивания и увеличения лесистости земель. Анализ выполнен для вегетационного периода (май–октябрь) на основе многолетних данных дистанционного зондирования Земли, мезомасштабного моделирования атмосферных процессов и балансовых расчетов с использованием реанализа ERA5. Показано, что в результате заболачивания дневная температура подстилающей поверхности для южной части Беларуси (ниже широты Минска) понижается в пределах 1.5°С за счет увеличения испарения, а для северной – повышается в пределах 0.5°С за счет альбедных связей. В ночные часы заболачивание в зависимости от почвенно-климатических условий может обусловливать как повышение, так и понижение температуры подстилающей поверхности в пределах 1°С. Эвапотранспирация в результате заболачивания земель в северных районах Беларуси уменьшается, а в южных – увеличивается, что связано с принципиально различным соотношением между испарением и транспирацией в этих районах. При облесении пахотных земель дневная температура подстилающей поверхности на всей территории Беларуси понижается в пределах 2°С, а ночная – повышается в пределах 0.4°С. Суммарная для вегетационного периода эвапотранспирация за счет увеличения лесистости повышается в пределах 100 мм, а потенциальное (максимально возможное) испарение остается на прежнем уровне, что способствует увеличению увлажненности почв при неизменном количестве атмосферных осадков. Вышеотмеченные изменения физических характеристик подстилающей поверхности в результате мелиорации обусловливают понижение приземной температуры воздуха в мелиорируемом регионе в пределах 0.4°С и увеличение суммы атмосферных осадков в пределах 2% от климатической нормы. При этом максимум в пространственном распределении вторичных осадков за счет западного переноса смещается на восток по отношению к мелиорированному региону.

Ключевые слова: изменение климата, мелиорация, заболачивание, облесение, эвапотранспирация, мезомасштабное моделирование, рециркуляция осадков

DOI: 10.31857/S0002351523020049, **EDN:** HPBXZI

ВВЕДЕНИЕ

В последние четыре десятилетия отмечается беспрецедентное по скорости глобальное потепление, которое проявляется не только в росте средних температур, но и в существенных трансформациях окружающей среды, растительного и животного мира во многих регионах земного шара. В Беларуси среднегодовая температура растет со скоростью, втрое превышающей скорость глобального потепления [Лысенко, Буяков, 2020; Логинов и др., 2020]. Границы агроклиматических областей Беларуси, определяемые по годовой сумме активных среднесуточных температур выше 10°С, продвигаются в северном направлении со скоростью около 12 км/год. Одновременно с ростом температуры воздуха происходит усиление засушливости климата Беларуси. Средняя для Беларуси разница между годовым количеством осадков и потенциальным испарением уменьшается со скоростью примерно 6 мм/год, а граница нулевого баланса между осадками и потенциальным испарением продвигается с юга на север Беларуси со средней скоростью около 19 км/год [Лысенко, Буяков, 2020]. В современный период потенциальное испарение превалирует над осадками практически на всей территории Брестской и Гомельской областей Беларуси. Среднее для Беларуси значение индекса аридно-

сти, определяемого как отношение годовой суммы осадков к потенциальному испарению, с 1980 по 2020 год уменьшилось на 30% и в современный период составляет примерно 0.8.

Наиболее уязвимым перед современным изменением климата является регион Белорусского Полесья, который в 1960–1970-е гг. подвергся осушительной мелиорации, приведшей в последствии к масштабной деградации торфяных почв в этом регионе. Данные наблюдений показывают, что климат мелиорированных территорий является наиболее экстремальным по ряду показателей: продолжительности и интенсивности заморозков, повторяемости зим с низкими температурами и малой высотой снежного покрова, продолжительности периодов с высокой температурой воздуха и др. [Логинов и др., 2003; Шебеко, 1983]. Усиление засушливости климата этого региона оказывает крайне негативное влияние на продуктивность большинства местных (аборигенных) видов растительности, не приспособленных к новым климатическим условиям [Логинов и др., 2021]. Нехватка почвенной влаги особенно ощутимо сказывается на биологической продуктивности пахотных земель Белорусского Полесья и урожайности сельскохозяйственных культур, традиционно выращиваемых в этом регионе [Логинов и др., 2020; Лысенко, 2019; Лысенко и др., 2022].

Принимая во внимание проблемы засух и деградации земель в Полесье, Министерством природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь совместно с ПРООН и партнерами с 1999 года ведутся проекты в области устойчивого управления водно-болотными угодьями и повторного заболачивания торфяников. С 2020 года в Беларуси реализуется Дорожная карта по осуществлению повторного заболачивания нарушенных торфяников и адаптации водных ресурсов Гомельской области к изменению климата, утвержденная Советом Министров Республики Беларусь.

По оценкам специалистов Института природопользования НАН Беларуси, испарение на территории Гомельской области Беларуси способно обусловливать около 5–10% общего количества атмосферных осадков, выпадающих в этом регионе в вегетационный период [Лысенко, Логинов и др., 2020]. Роль испарения наиболее существенна в начале лета (май–июнь), когда испарение и транспирация достигают своих максимальных значений. С июля по сентябрь вклад испарения в сумму атмосферных осадков составляет не более 5%. Полученные оценки в целом согласуются с результатами работ [Костин и др., 1961; Рахманов, 1984; Федоров и др., 1981; Федоров, 1977], в которых влияние переиспарения влаги на атмосферные осадки оценивалось в пределах 8–15%.

Экспериментальные наблюдения за микроклиматом после создания водохранилищ в пригородных зонах Беларуси показывают, что их воздействие проявляется в изменениях температуры воздуха, количества атмосферных осадков и ветрового режима в радиусе 250–300 м [Широков и др., 1986]. Ширина зоны изменений микроклимата по периметру водохранилищ неодинакова и трансформируется в зависимости от характера природы побережий. На сильно облесенных участках побережий зона влияния водохранилищ имеет минимальную ширину. На открытых и пологих участках (пашня, луг) она увеличивается в 1.5–2 раза. При этом на размеры зоны микроклиматических изменений существенное влияние оказывает направление преобладающих ветров. На территории Беларуси преобладают ветры западного направления, что связано с западным переносом атлантического воздуха умеренных широт и циклонической деятельностью на полярном и арктическом фронтах. В связи с этим, зона влияния водохранилищ на восточном побережье шире, чем на западном.

По данным исследований [Лихацевич, 2001] гидрогеологическое влияние мелиоративных систем в зависимости от типа торфяного месторождения, рельефа, свойств подстилающей поверхности и общей гидрогеологической ситуации простирается от 400–500 м до 5–7 км. Для условий Полесья эта величина оценивается в 1.5–3 км. С понижением уровня грунтовых вод испарение с подстилающей поверхности, как правило, уменьшается, однако, при сельскохозяйственном использовании осушенных территорий возрастает транспирация растений, поэтому суммарное испарение в сравнении с неосушенными или осушенными, но не освоенными болотами может даже увеличиваться [Шебеко, 1983].

Результаты моделирования мезомасштабных атмосферных процессов на территории Восточно-Европейской равнины [Ольчев и др., 2017] показывают, что важную роль в формировании атмосферных осадков и температурного режима в теплый период года играет лесистость территории. При обезлесении модельной области (55–59° с.ш., 28–37° в.д.) в численных экспериментах отмечаются тенденции роста приземных температур и уменьшения количества атмосферных осадков, причем не только в модельной области, но и на значительном удалении от нее. Отмечается также увеличение продолжительности периодов с аномально жаркими погодными условиями, снижение повторяемости туманов и заморозков в мае и сентябре. В сценарии облесения модельной

области отмечаются обратные тенденции. В частности, сумма осадков с июня по июль увеличивается на 4.8% внутри модельной области и на 1.0% за ее пределами.

Климатические последствия мелиорации водно-болотных угодий и пахотных земель исследованы в работе [Li et al., 2018]. Результаты мезомасштабного моделирования показали, что осушение и урбанизация водно-болотных угодий, как и застройка пахотных земель приводят к увеличению приземной температуры воздуха и потока явного тепла с подстилающей поверхности. Влияние же землепользования на атмосферные осадки неоднозначно: при любых изменениях землепользования сумма осадков в одних районах увеличивается, а в других уменьшается так, что ее среднее значение практически не изменяется. В целом, исходя из работ зарубежных авторов [Brubaker et al., 1993; Guo et al., 2018; Li et al., 2018], можно заключить, что прямая зависимость между испарением и атмосферными осадками на ограниченной территории суши отсутствует.

В настоящей работе предпринята попытка оценить потенциальные возможности смягчения неблагоприятных для Беларуси последствий изменения климата за счет увеличения лесистости и вторичного заболачивания ранее осушенных земель. В своих выводах авторы исходили из многолетних данных дистанционного зондирования Земли, мезомасштабного моделирования атмосферных процессов и балансовых расчетов на основе реанализа Европейского центра среднесрочных прогнозов погоды. Приведенные в статье оценки получены для двух достаточно идеализированных сценариев мелиорации, предполагающих кардинальную трансформацию региональной структуры землепользования (замену пахотных земель на леса и заболачивание пахотных земель), и, поэтому, характеризуют лишь потенциальные возможности антропогенного регулирования регионального климата. Тем не менее, представленные ниже оценки дают количественное представление об эффективности различных мелиоративных мероприятий и могут служить отправной точкой для выработки рекомендаций по смягчению неблагоприятных последствий изменений климата для Республики Беларусь.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДАННЫЕ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе рассматривалось два сильно идеализированных сценария изменения структуры землепользования на территории Беларуси: 1) замена всех пахотных земель на широколиственные леса, которые лучше современных хвойных лесов приспособлены к новым климатическим условиям; 2) заболачивание всех пахотных земель. Предметом исследования были средние распределения по территории Беларуси приземной температуры воздуха и подстилающей поверхности, суммарного испарения (эвапотранспирации) и количества атмосферных осадков в вегетационный период (с мая по сентябрь). Под изменениями метеорологических параметров понимались разницы их средних величин до и после преобразования подстилающей поверхности (мелиорации).

Оценки изменений температуры подстилающей поверхности (LST), фактической (ET) и потенциальной (PET) эвапотранспирации основывались на данных спутникового спектрорадиометра MODIS за 2000–2020 годы. Эта задача решалась эмпирическим методом, основанным на попиксельном анализе методом скользящего окна геопространственных продуктов MOD11A1 V6.1 (дневная и ночная температура подстилающей поверхности) [https://lpdaac.usgs.gov/documents/118/MOD11] и MOD16A2 V105 (8-дневная эвапотранспирация) [https://lpdaac.usgs.gov/documents/494/MOD16]. На основе средних параметрических карт MODIS для исследуемого региона вычислялись средние значения параметров подстилающей поверхности в окрестности каждого пиксела при двух бинарных масках, задающих тип поверхности до и после мелиорации. Для этой цели использовалось скользящее окно радиусом 30 км и схема классификации подстилающей поверхности Global Land Cover 2019 (GLC2019), основанная на данных спутниковых приборов Европейского космического агентства [https://land.copernicus.eu/global/products/lc]. Значения LST, ET и PET для каждого пиксела, относящегося к подстилающей поверхности до мелиорации, заменялись их средними значениями в окрестности этого пиксела для подстилающей поверхности после мелиорации. Полученные путем такой замены карты изменений параметров подстилающей поверхности агрегировались по 118 административным районам Беларуси и осреднялись за весь доступный ряд наблюдений (с 2000 по 2020 годы) с целью получения оценок климатического воздействия мелиорации.

Для доступа к информационным продуктам MODIS использовалась облачная платформа Google Earth Engine, объединяющая множество доступных спутниковых данных и программные средства для их обработки и анализа [Gorelick et al., 2017]. Запрос на облачное хранилище, геопространсвенный анализ и пространственно-временное агрегирование спутниковых данных осуществлялись с использованием стандартного программного интерфейса пользователя Google Earth Engine на языке Python.

Для анализа изменений метеорологических параметров на мелиорируемой территории использовалась мезомасштабная негидростатическая численная модель атмосферы WRF 4.1 (Weather Research and Forecasting), применяемая в национальной гидрометеорологической службе Беларуси для краткосрочных прогнозов погоды [Skamarock, 2021]. Данная модель основана на интегрировании уравнений гидротермодинамики на прямоугольной сетке методом конечных разностей с параметризацией атмосферных процессов подсеточного масштаба (микрофизики, длинноволновой и коротковолновой радиации, тепло- и влагообмена в почве, конвекции, турбулентности и др.).

В качестве модельного региона с изменяемой структурой землепользования выбран регион Белорусского Полесья, содержащий наибольший процент мелиорированных земель (51–53° с.ш., 26–32° в.д.). Структура землепользования в модельном регионе и во всем расчетном домене модели WRF (48–56° с.ш., 21–35° в.д.) классифицировалась на основе данных GLC2019 [35], которые лучше стандартных данных WRF отражают современную пространственную структуру ландшафтов Беларуси и имеют более высокое пространственное разрешение – 100 м [Лысенко, Зайко, 2021]. Численные эксперименты на модели WRF показывают, что повышение пространственного разрешения структуры землепользования повышает точность краткосрочных прогнозов приземной температуры на территории Беларуси [Лысенко, Зайко, 2021].

Подстилающая поверхность в классификации GLC2019 состоит из 23 классов, из которых к территории Беларуси в основном относятся семь – луга, пашни, переувлажненные (заболоченные) земли, хвойные, широколиственные и смешанные леса, урбанизированные (застроенные) территории. Замена в модели WRF одного типа подстилающей поверхности на другой выполнялась путем простого обновления файлов в системе подготовки данных WRF Preprocessing System. Для этого данные GLC2019 были переклассифицированы в стандартные для модели WRF категории землепользования и преобразованы в формат WPS Geogrid Binary, используемый системой подготовки данных WPS.

Метеорологические условия в исследуемом регионе моделировались для прошедшего периода с 1 мая 2015 г. по 30 октября 2015 г., в который было зафиксировано несколько сильных засух, нанесших большой ущерб лесному и сельскому хозяйству Беларуси [Логинов, 2020]. Моделирование метеорологических условий в этот период при различных вариантах землепользования представляется наиболее интересным для выбора правильной стратегии адаптации к изменению климата и экологической реабилитации ранее мелиорированных земель. Помимо этого, учитывая тенденции увеличения продолжительности волн тепла и засушливых периодов, лето 2015 года можно рассматривать в качестве одной из проекций климата Беларуси на конец текущего столетия.

Мезомасштабные атмосферные процессы моделировались в расчетном домене 48–56° с.ш., 21–35° в.д. путем интегрирования полной системы уравнений гидротермодинамики с шагом по времени 54 с на пространственной сетке с горизонтальным разрешение 9 км, имеющей 33 вертикальных уровня до 5 гПа. В качестве начальных и граничных условий использовались сеточные данные реанализа ERA5 с равномерным разрешением по широте и долготе 0.25°, которые обновлялись каждые 12 часов моделируемого периода.

В нашем случае главным недостатком численного моделирования мезомасштабных атмосферных процессов на мелиорируемой территории является сложность оценок климатических изменений, поскольку они потребовали бы чрезвычайно длительных вычислений. Особенно это касается оценок изменений атмосферных осадков, подверженных большой пространственной и временной изменчивости. В связи с этим для оценок влияния мелиорации на распределение атмосферных осадков использовался метод, основанный на квазистационарном приближении баланса влаги в единичном столбе атмосферного воздуха при длительных периодах осреднения [Brubaker et al., 1993; Guo et al., 2018; Li et al., 2018; Eltahir et al., 1994].

Влагосодержание атмосферного столба складывается из приходной части, формируемой поступлением влаги в результате процессов адвекции и местного испарения, и расходной, связанной с выпадением атмосферных осадков. При осреднении уравнения баланса атмосферной влаги за достаточно длительный промежуток времени (около месяца) его с достаточной степенью точности можно записать в стационарном приближении [Brubaker et al., 1993; Guo et al., 2018; Li et al., 2018]:

$$Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}} + E - P = 0, \qquad (1)$$

где Q_{in} и Q_{out} – количество влаги, привносимой за единицу времени в единичный столб атмосферы и выносимой из него в результате адвекции, E – суммарное испарение (эвапотранспирация), P – скорость выпадения атмосферных осадков. Все величины, входящие в уравнение (1), имеют размерность кг/(м^{2}с) и соответствуют их средним значениям за выбранный период.

Уравнение (1) можно записать отдельно для влаги, образующейся за счет адвекции и за счет переиспарения ранее выпавших осадков (рециркуляции осадков). В первом из этих уравнений будет отсутствовать компонента E, а во втором – компонента Q_{in}. Искомой неизвестной в этих уравнениях будет доля общего количества осадков, обусловленная местным испарением R, которую в дальнейшем будем называть индексом рециркуляции осадков R. Для его нахождения часто вводится дополнительное предположение, что атмосферные осадки, обусловленные адвекцией влаги P^a и местным испарением P^r, пропорциональны соответствующим потокам влаги Q^a_{out} и Q^r_{out} [Brubaker et al., 1993; Guo et al., 2018; Li et al., 2018]. В этом случае индекс рециркуляции осадков можно легко рассчитать по известным значениям суммарного испарения E и адвективного потока влаги Q_{in}:

$$R = \left(1 + Q_{\text{in}} / E\right)^{-1}, \qquad (2)$$

Данный метод можно несколько модифицировать для получения пространственного распределения осадков, выпадающих в результате местного испарения [Eltahir et al., 1994]. Для этого введем сетку географических координат с узлами в точках $x_j = j\Delta x$ и $\Delta y_i = i\Delta y$ ($i = 1, 2, ..., N; j = 1, 2, ..., M$), где Δx и Δy – шаги сетки по широте и долготе, на которой зададим значения испарения E_{ij}, осадков P_{ij}, зонального F_{ij} (направленного на восток) и меридионального G_{ij} (направленного на север) потоков влаги. Записав уравнение (1) для общей и рециркулирующей влаги в узлах данной сетки и используя предположение о пропорциональности средних за длительный промежуток времени значений адвективных потоков и скоростей выпадения осадков для влаги разного происхождения, несложно получить расчетные формулы для индекса рециркуляции осадков [Логинов, 2020; Eltahir et al., 1994]:

$$\begin{gathered} R^{\nu}_{ij} = \frac{\left(Q^r_{\text{in}}\right)_{ij} + E_{ij}\Delta x\Delta y}{\left(Q^{\text{tot}}_{\text{in}}\right)_{ij} + E_{ij}\Delta x\Delta y}, \\ \left(Q^{\text{tot}}_{\text{in}}\right)_{ij} = \left(F^{\text{in}}_{i,j-1/2} + F^{\text{in}}_{i,j+1.2}\right)\Delta y + \\ + \left(G^{\text{in}}_{i-1/2,j} + G^{\text{in}}_{i+1/2,j}\right)\Delta x, \qquad (3) \\ \left(Q^r_{\text{in}}\right)_{ij} = \left(F^{\text{in}}_{i,j-1/2}R^{\nu-1}_{i,j-1} + F^{\text{in}}_{i,j+1.2}R^{\nu-1}_{i,j+1}\right)\Delta y + \\ + \left(G^{\text{in}}_{i-1/2,j}R^{\nu-1}_{i-1,j} + G^{\text{in}}_{i+1/2,j}R^{\nu-1}_{i+1,j}\right)\Delta x, \end{gathered}$$

где $\left(Q^{\text{tot}}_{\text{in}}\right)_{ij}$ и $\left(Q^r_{\text{in}}\right)_{ij}$ – средние скорости поступления общей (верхний индекс "*tot*") и рециркулирующей (верхний индекс "*r*") влаги в элементарную пространственную ячейку за счет ее адвекции из соседних ячеек; $F^{in}_{i,j\pm1/2}$ и $G^{in}_{i\pm1/2,j}$ – притоки влаги в ячейку вдоль координатных осей x и y соответственно, которые рассчитываются по известным сеточным значениям зональных и меридиональных потоков $F_{i,j\pm1}$ и $G_{i\pm1,j}$, $\nu = 1, 2, ...$ – номер итерации (поскольку в формулу для коэффициента рециркуляции в узле сетки (i, j) входят его значения для соседних узлов, то решение уравнений (3) производится методом последовательных приближений).

Для расчета внутреннего влагооборота на территории Беларуси нами использовались среднемесячные данные по испарению, осадкам и интегральным по вертикальной координате потокам влаги в зональном и меридиональном направлениях, взятые из реанализа ERA5. Распределение атмосферных осадков, сформированных в результате местного испарения, рассчитывалось для каждого административного района Беларуси на основе итерационного решения системы уравнений (3). Трансформация поля атмосферных осадков, вызванная мелиорацией в анализируемом районе, оценивалась по формуле:

$$\Delta P(x, y) = \overline{P_{\text{ERA}}}(x, y)R_{\text{ERA}}(x, y)\left(\Delta E_{\text{MODIS}} / \overline{E_{\text{ERA}}}\right), \qquad (4)$$

где $\overline{E_{\text{ERA}}}$ и $\overline{P_{\text{ERA}}}(x, y)$ – средняя для анализируемого района эвапотранспирация и среднее распределение в нем атмосферных осадков; ΔE_{MODIS} – изменение средней эвапотранспирации в анализируемом районе в результате мелиорации; R_{ERA} – индекс рециркуляции осадков. Нижние индексы "ERA" и "MODIS" у множителей в формуле (4) указывают на источник данных, используемых для их вычисления.

ОЦЕНКИ ИЗМЕНЕНИЙ КЛИМАТА БЕЛАРУСИ В РЕЗУЛЬТАТЕ МЕЛИОРАЦИИ

Рассмотрим два типа мелиорации, которые потенциально осуществимы для территории Беларуси (разумеется, не в тех масштабах, о которых идет речь ниже):

1) заболачивание пахотных земель (преобразование подстилающей поверхности класса "Cropland" в класс "Herbaceous wetland" согласно классификации GLC2019);

2) облесение пахотных земель (преобразование подстилающей поверхности класса "Cropland" в класс "Deciduous Broadleaf Forest").

Для начала, исходя из данных спутникового прибора MODIS, рассмотрим изменения физических параметров подстилающей поверхности в результате изменения землепользования.

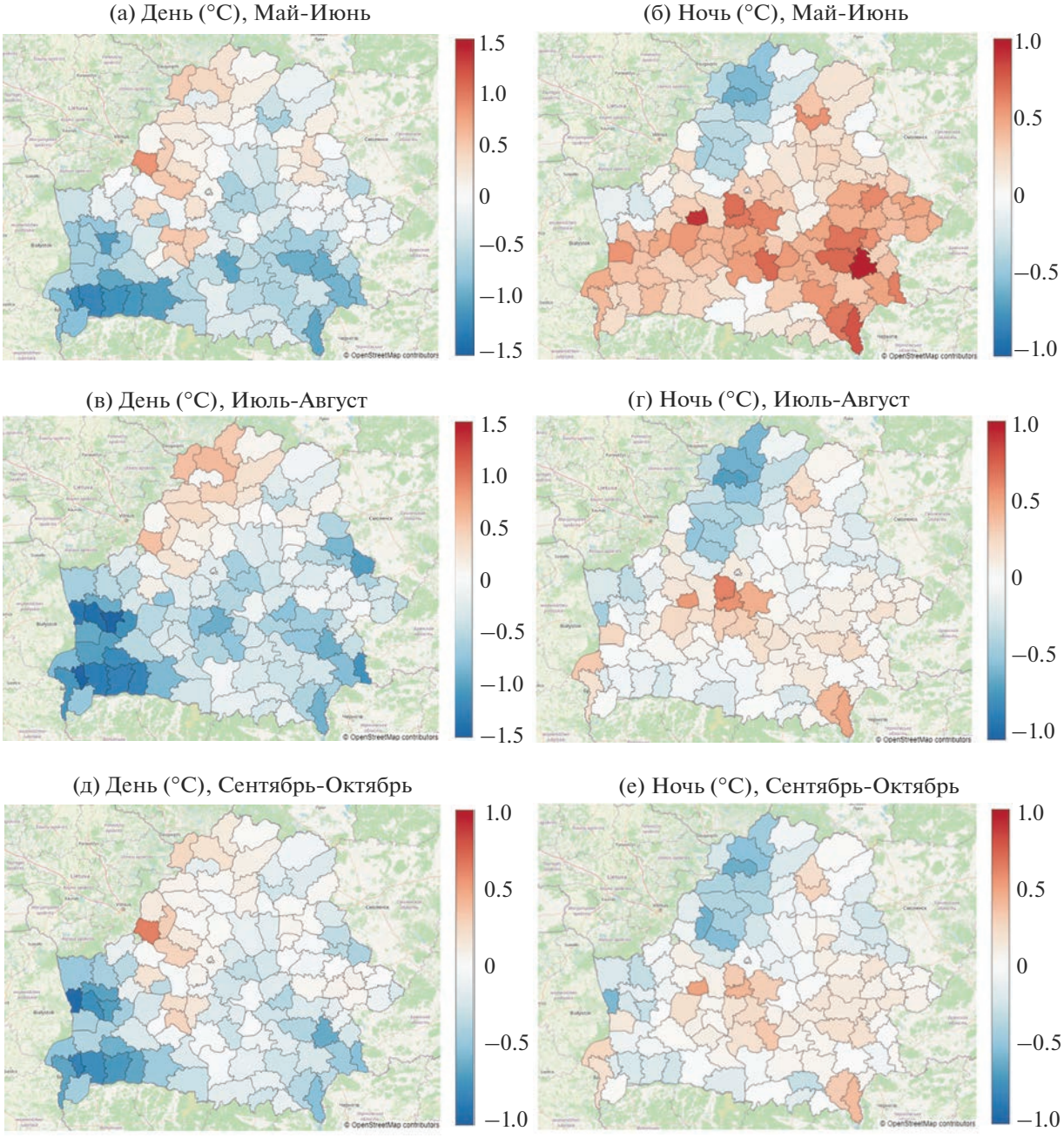

Рис. 1. Оценки изменений дневной (а, в, д) и ночной (б, г, е) температуры подстилающей поверхности в результате заболачивания пахотных земель, полученные по данным MODIS для трех частей вегетационного периода по административным районам Беларуси: (а, б) – май–июнь, (в, г) – июль–август, (д, е) – сентябрь–октябрь.

Оценки средних для административных районов Беларуси изменений дневной и ночной температур подстилающей поверхности при первом типе мелиорации (заболачивании пахотных земель) приведены на рис. 1. Из представленных результатов видно, что максимальный охлаждающий эффект от заболачивания земель для дневного времени суток составляет около 1.5°С и проявляется главным образом в южной части страны с максимальными значениями на юго-западе. Охлаждающий эффект заболоченных земель в южной части страны объясняется их более высокой эвапотранспирацией по сравнению с землями сельскохозяйственного назначения.

В северной части Беларуси заболачивание земель неоднозначно сказывается на температуре подстилающей поверхности. На северо-западе Беларуси заболачивание земель сопровождается

преимущественно повышением дневной температуры, что, вероятно, связано с более высоким альбедо заболоченных земель по сравнению с землями сельскохозяйственного назначения [Шебеко, 1977; Обуховский, 2008]. На северо-востоке Беларуси процессы заболачивания могут сопровождаться как повышением, так и понижением дневной температуры подстилающей поверхности, причем эти эффекты не коррелируют с площадью заболачиваемых земель в административных районах, а связаны исключительно с почвенно-климатическими особенностями заболачиваемого района. В целом изменение температуры подстилающей поверхности в результате заболачивания земель на севере Беларуси проявляется значительно слабее, чем на юге (от –0.5 до +0.5°C).

Для ночного времени суток температурные эффекты заболачивания пахотных земель в целом противоположны тем, что наблюдаются в дневное время, однако, имеется несколько принципиальных отличий. Во-первых, территория Беларуси по знаку изменения ночной температуры подстилающей поверхности разделяется не на северную и южную зоны, как это имеет место для изменения дневной температуры, а на северо-западную (понижение температуры) и юго-восточную (повышение температуры). Во-вторых, отчетливый прогревающий эффект переувлажненных земель в ночное время суток проявляется на юго-востоке Беларуси только в мае и июне. В самые теплые месяцы года (июль и август) на большей части Брестской области и на значительной части Гомельской области Беларуси температурный эффект заболачивания для ночного времени суток оказывается отрицательным.

Различие знаков температурного эффекта заболачивания для различных месяцев связано с различным влиянием влажности почвы на ночную температуру в условиях теплых и холодных ночей. В весенне-осенние месяцы, а также в начале лета ночные температуры нередко опускаются до близких к нулю значений. В этом случае переувлажненные почвы в силу их большей теплоемкости выхолаживаются гораздо медленнее, чем почвы с умеренным содержанием влаги, в результате чего достигается прогревающий эффект заболачивания. В теплые ночи, которые в Беларуси чаще всего отмечаются в июле и августе, переувлажненные почвы также по причине их более высокой теплоемкости оказываются, как правило, холоднее почв со средним содержанием влаги, поскольку медленнее прогреваются днем, и поэтому заболачивание в этом случае приводит к понижению ночной температуры.

На северо-западе Беларуси, где в теплый период года отмечаются наименьшие температуры как в дневное, так и в ночное время суток, температурный эффект заболачивания, вероятно, связан с изменением альбедо подстилающей поверхности: днем переувлажненные почвы, имеющие малое альбедо, достаточно хорошо поглощают солнечную радиацию и лучше прогреваются, а ночью, наоборот – интенсивно испускают тепловое излучение и быстро выхолаживаются.

Проанализируем теперь изменения фактического и потенциального испарений в результате заболачивания пахотных земель в административных районах Беларуси. Результаты соответствующих расчетов представлены на рис. 2.

Сразу следует заметить, что влияние заболачивания на эвапотранспирацию сравнительно невелико: максимум – 10–15 мм для каждого месяца. Это связано с тем, что вклад в эвапотранспирацию вносит не только испарение, но и транспирация растительного покрова, которая для многих растительных сообществ может даже превышать испарение с почвы [Шебеко, 1977]. В связи с этим в северных районах Беларуси (Витебская область), в которых почвы обеспечены достаточным количеством влаги, заболачивание и, соответственно, уменьшение площади растительного покрова приводят к снижению эвапостранспирации во все месяцы теплого периода года. В южных районах страны потенциальное испарение в современный период превалирует над осадками [Лысенко, Буяков, 2020], поэтому величина эвапотранспирации здесь главным образом определяется доступностью почвенной влаги, что и объясняет ее рост в результате заболачивания земель. Однако это справедливо не для всех южных районов Беларуси. Так, например, в некоторых районах Брестской области сведение растительного покрова и заболачивание может приводить и к уменьшению эвапотранспирации. Весной, когда почвы в среднем неплохо обеспечены влагой, заболачивание земель практически на всей территории Беларуси сопровождается уменьшением эвапостранспирации.

Оценки изменений температуры подстилающей поверхности и эвапотранспирации в результате увеличения лесистости (облесения пахотных земель) в районах Беларуси приведены на рис. 3. Видно, что в процессе облесения происходит значительное понижение средней дневной температуры подстилающей поверхности (в пределах 2°C) во всех административных районах Беларуси и практически столь же согласованное повышение ночной температуры (в пределах 0.4°C). Таким образом, климат Беларуси в результате облесения становится более мягким, с меньшими температурными суточными амплитудами.

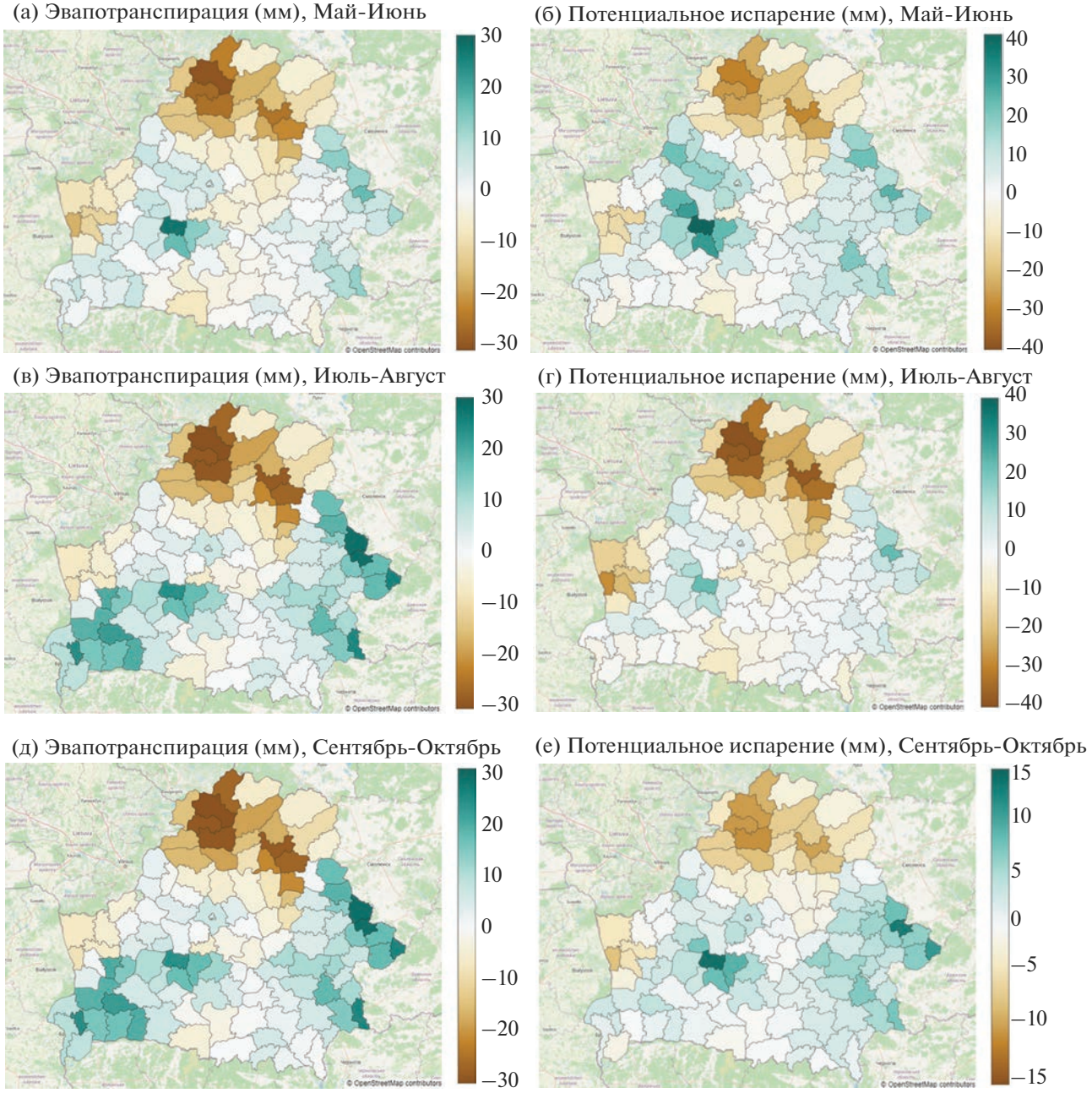

Рис. 2. Оценки изменений фактической (а, в, д) и потенциальной (б, г, е) эвапотранспирации в результате заболачивания пахотных земель, полученные по данным MODIS для трех частей вегетационного периода по административным районам Беларуси: (а, б) – май–июнь, (в, г) – июль–август, (д, е) – сентябрь–октябрь.

Средняя величина эвапостранспирации в результате облесения повышается во всех административных районах Беларуси, причем на достаточно ощутимую величину – до 100 мм, что на порядок превышает ее рост в результате заболачивания. При этом потенциальное (максимально возможное) испарение за счет охлаждающего эффекта заболачивания в среднем остается на прежнем уровне, а во многих районах даже понижается, что способствует повышению увлажнения земель при неизменном количестве атмосферных осадков.

Оценим теперь, как вышеотмеченные изменения физических характеристик подстилающей поверхности могут повлиять на температуру воздуха и количество атмосферных осадков. Для этого рассмотрим результаты численного моделирования погоды на территории Беларуси в период с 1 мая 2015 года по 30 октября 2015 г, который стал

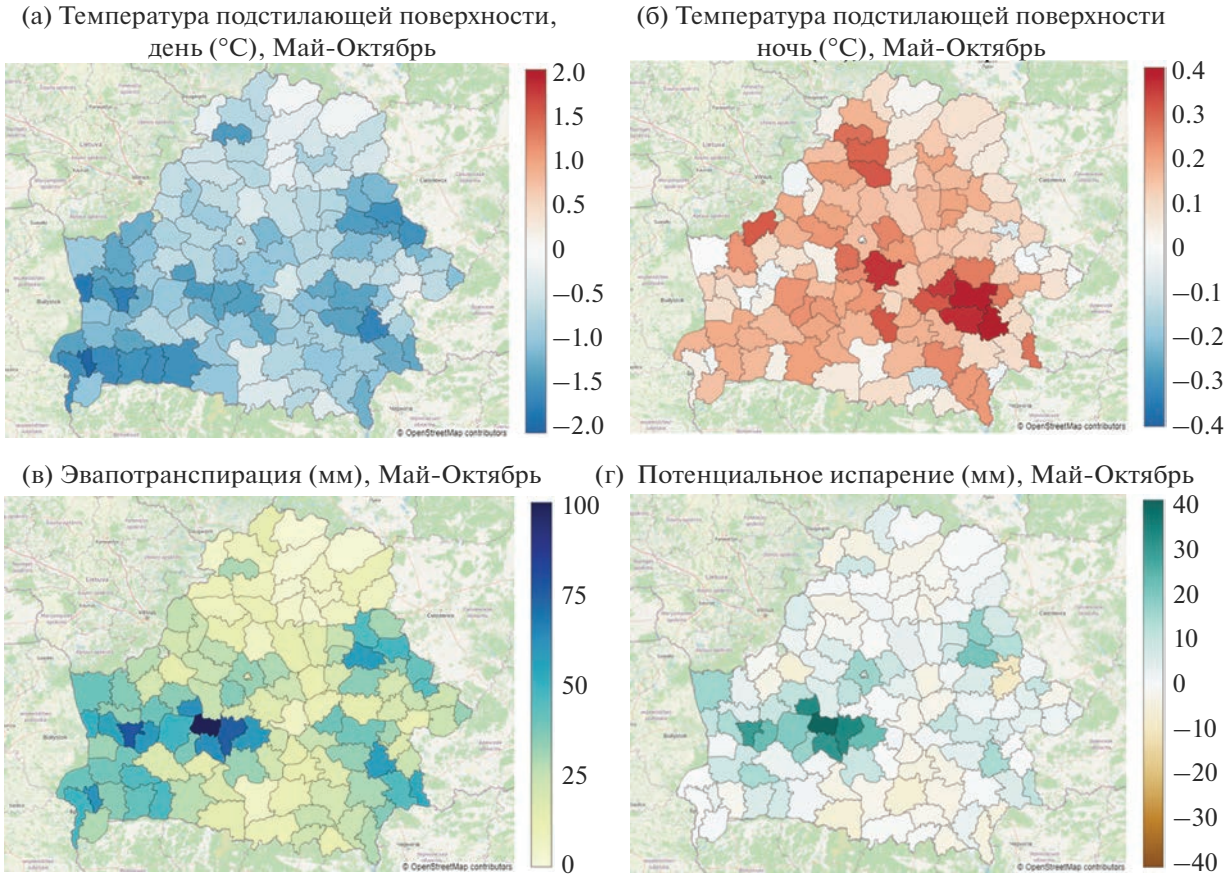

Рис. 3. Оценки изменений дневной (а) и ночной (б) температур подстилающей поверхности, фактической (в) и потенциальной (г) эвапотранспирации, полученные по данным MODIS для сценария облесения пахотных земель, по административным районам Беларуси.

одним из самых засушливых в истории метеонаблюдений [Логинов, 2020].

Метеорологические поля рассчитывались на основе мезомасштабной модели WRF при исходном состоянии подстилающей поверхности в модельном регионе (условия до мелиорации) и при замене в нем пахотных земель на широколиственные леса или переувлажненные земли (условия после мелиорации). Климатические последствия мелиорации оценивались по разности средних за рассматриваемый период метеорологических полей, рассчитанных при исходной и преобразованной подстилающей поверхности. В качестве модельного региона с изменяемой подстилающей поверхностью выбран регион Белорусского Полесья. Поля метеорологических величин моделировались для области с координатами 48–56° с.ш., 21–35° в.д. Результаты моделирования для приземной температуры воздуха, суммы атмосферных осадков и вертикальных турбулентных потоков тепла приведены на рис. 4 и 5.

В обоих рассматриваемых сценариях мелиорации отмечается понижение средней температуры воздуха на мелиорируемой территории. Однако это понижение сравнительно не велико: для дневных температур (не представлены на рис. 4) – до 0.4°С, для среднесуточных (рис. 4а и 4б) – до 0.3°С. Эти оценки температурного эффекта мелиорации достаточно хорошо согласуются с расчетами на основе спутниковых данных, согласно которым процессы заболачивания и облесения в регионе Белорусского Полесья сопровождаются понижением дневной температуры подстилающей поверхности на 0.5–0.8°С и увеличением ночной температуры – на 0.1–0.3°С.

Понижение температуры в результате облесения и заболачивания земель достигается главным образом за счет увеличения вертикального турбулентного потока скрытого тепла с подстилающей поверхности (рис. 5в, 5г). Наиболее отчетливое его увеличение – на 1.0–1.5 Вт/м^2 наблюдается в численном эксперименте с облесением земель. Эти оценки примерно в полтора раза ниже тех, что получены по данным дистанционного зондирования Земли (увеличение испарения в Полесье на 3–5 мм/месяц, что эквивалентно потоку скры-

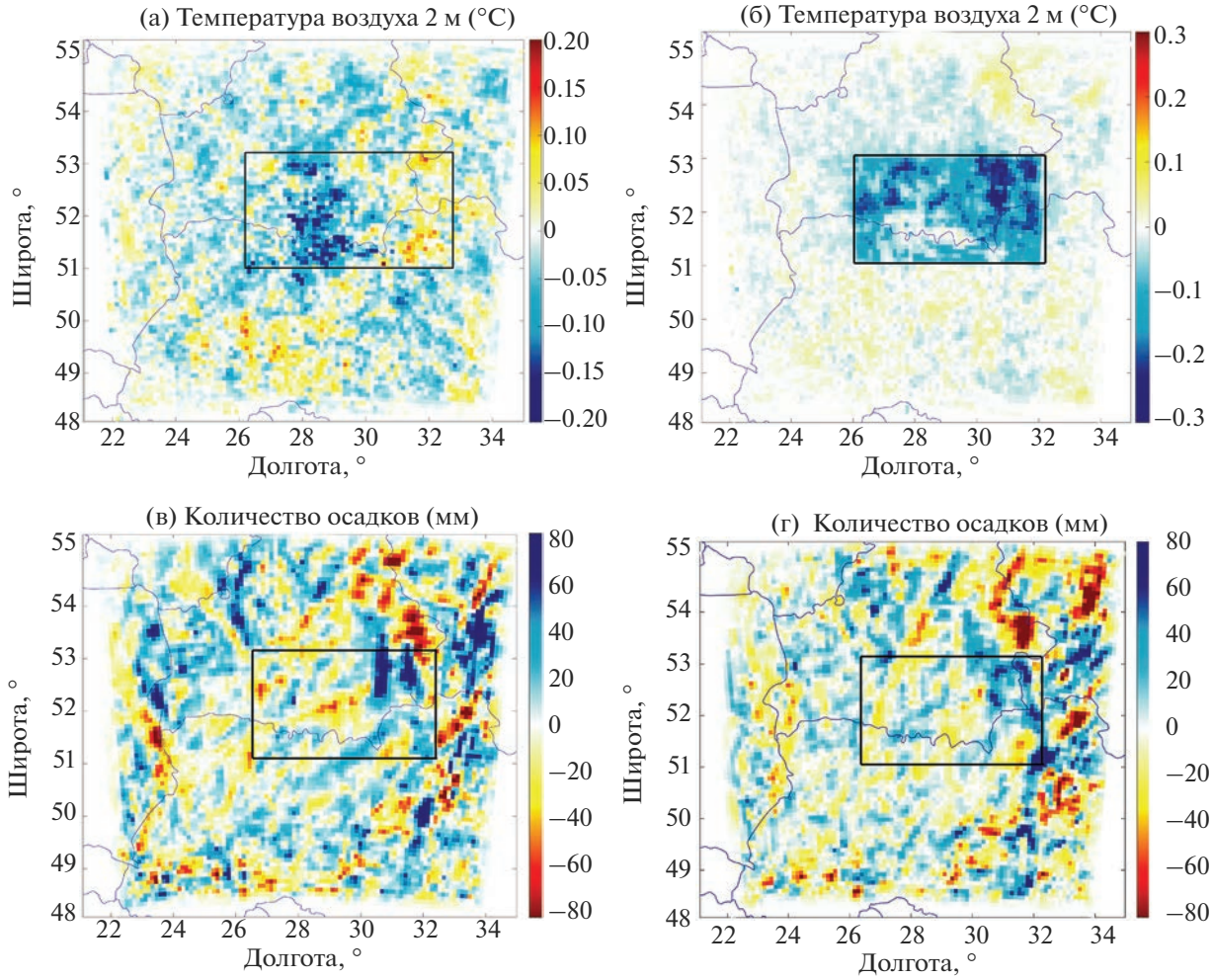

Рис. 4. Изменения средней температуры воздуха на высоте 2 м (а, б) и суммы атмосферных осадков (в, г), рассчитанные для вегетационного периода 2015 года на основе модели WRF при двух сценариях мелиорации в регионе Белорусского Полесья (выделен боксом): (а, в) – заболачивание пахотных земель, (б, г) – облесение пахотных земель.

того тепла 1.5–2.5 Вт/м^2), однако, учитывая, различие периодов, для которых они получены, и исходных данных для моделирования изменений землепользования, это расхождение представляется вполне допустимым.

За счет увеличения испарения с подстилающей поверхности в численных экспериментах также отмечается увеличение массовой доли водяного пара в приземном слое атмосферы, что в совокупности с понижением приземной температуры может приводить к увеличению количества радиационных туманов на мелиорируемой территории.

В результате охлаждения подстилающей поверхности вертикальный турбулентный поток явного тепла уменьшается на 1–2 Вт/м^2 (рис. 5а, 5б). Уменьшение теплового потока, очевидно, препятствует развитию турбулентной конвекции и, как следствие, образованию кучевых и слоисто-кучевых облаков. В результате количество атмосферных осадков на мелиорируемых территориях остается примерно на том же уровне, что и до мелиорации, что подтверждают результаты моделирования, представленные на рис. 4в и 4г.

Мезомасштабное метеорологическое моделирование также показывает отсутствие значимых изменений общей и конвективной облачности в рассматриваемом регионе. Это говорит о том, что преобразование подстилающей поверхности в регионе Белорусского Полесья не вызывает заметных изменений характеристик конвекции в пограничном слое атмосферы. Таким образом, можно сделать вывод, что конвективные движения в рассматриваемом регионе главным образом стимулируются крупномасштабными восходящими движениями и притоком влаги в результате ее горизонтальной адвекции.

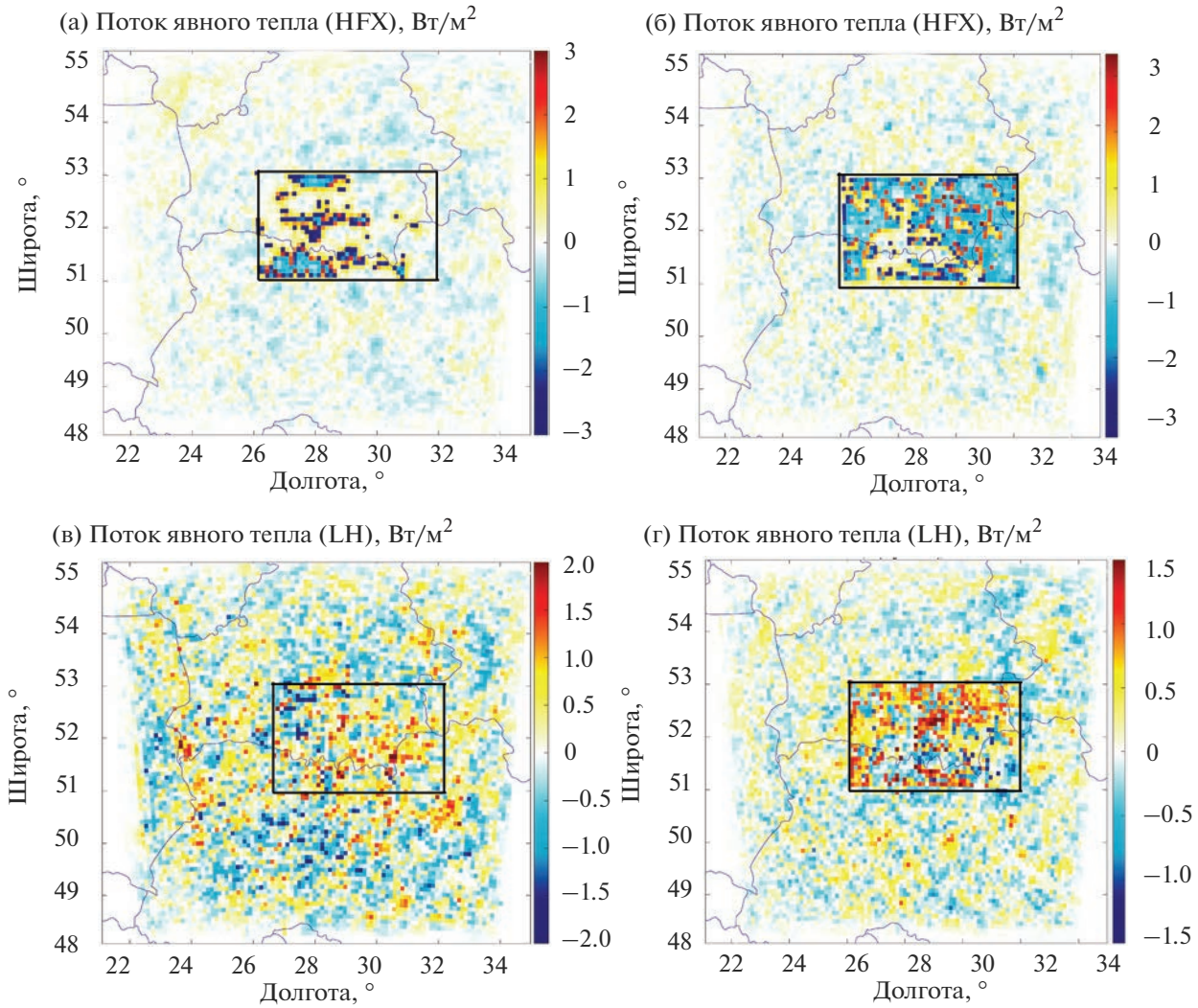

Рис. 5. Изменения среднего потока явного тепла HFX (а, б) и потока скрытого тепла LH (в, г), рассчитанные для вегетационного периода 2015 года на основе модели WRF при двух сценариях мелиорации в регионе Белорусского Полесья (выделен боксом): (а, в) – заболачивание пахотных земель, (б, г) –облесение пахотных земель.

Для оценки влияния на атмосферные осадки притока влаги в результате ее испарения с земной поверхности использовался вышеописанный метод расчета рециркуляции осадков. На первом этапе на основе уравнений (2) и реанализа ERA5 рассчитывался вклад испарения на мелиорируемой территории в пространственное распределение атмосферных осадков. Далее, на основании данных спутниковых изменений и приведенных выше оценок изменений эвапотранспирации в районах Беларуси при различных сценариях мелиорации, рассчитывался вклад каждого района в сумму атмосферных осадков и их кумулятивный вклад в распределение осадков на исследуемой территории. Результаты вычислений осреднялись за период 1991–2020 гг., рекомендуемый Всемирной Метеорологической Организацией для вычисления климатических норм.

Относительное изменение поля атмосферных осадков, рассчитанное для сценария облесения пахотных земель, представлено на рис. 6. Нужно отметить, что данному сценарию соответствуют наибольшее увеличение эвапотранспирации в мелиорируемом регионе, поэтому он во многом является показательным в части влияния мелиорации на атмосферные осадки. Летний период года, взятый для демонстрации этого влияния, также является показательным, поскольку для него в наибольшей степени проявляется влияние мезомасштабной конвекции на процессы формирования облаков и осадков.

Анализируя полученные результаты, можно заключить, что влияние мелиорации на атмосферные осадки сравнительно невелико – меньше 2% от нормы, что подтверждает выводы, сделанные на основании мезомасштабного моделирования. За

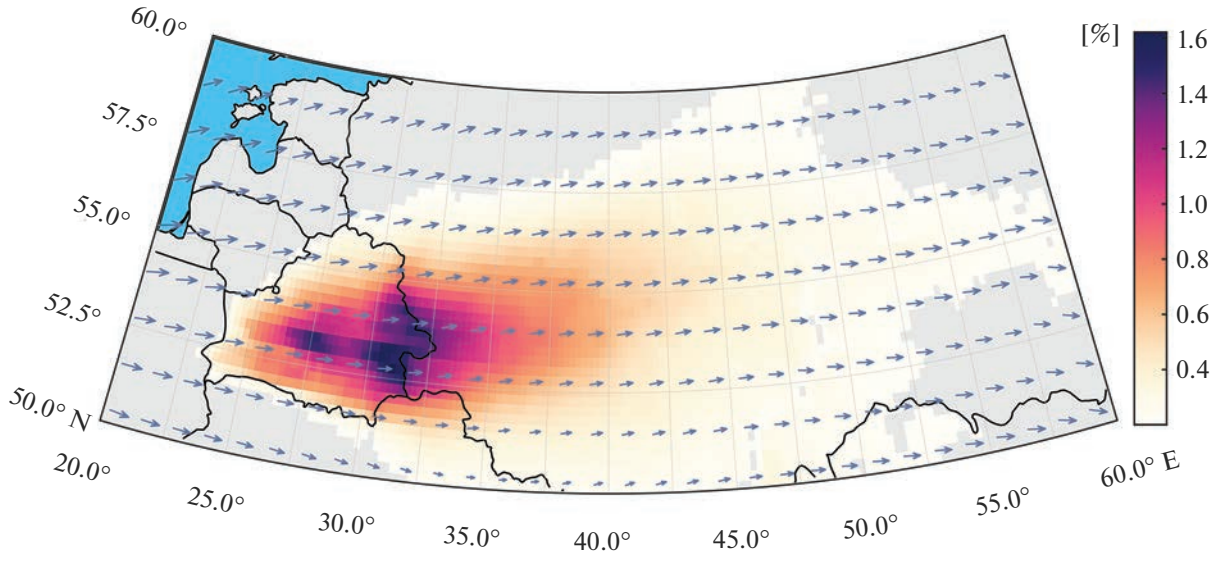

Рис. 6. Процент от нормы осадков, обусловленный увеличением эвапотранспирации на территории Беларуси в результате заболачивания пахотных земель.

счет западного переноса пространственное распределение осадков, сформированных в результате местного испарения, вытянуто на восток и простирается далеко за пределы мелиорируемого региона. Для ближайших к Беларуси территорий Российской Федерации количество осадков в рассматриваемых сценариях мелиорации может измениться не более чем на 1% от нормы.

ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Выполненные ранее исследования взаимосвязей изменений землепользования и климата, показывают, что увеличение площади растительного покрова в теплых аридных районах способствует понижению средней температуры за счет эвапостранспирации, а в холодных бореальных районах приводит к дополнительному росту температуры за счет альбедных связей [Duveiller et al., 2018; Forzieri et al., 2017; Lawrence et al., 2022]. Территория Беларуси по своим климатическим ресурсам занимает промежуточное положение между этими районами, поэтому обратные атмосферно-экосистемные связи здесь принимают наиболее сложные формы, что и подтверждают представленные выше результаты.

Основные особенности влияния изменения землепользования на климат Беларуси состоят в следующем.

1. Температурный эффект заболачивания неоднозначен не только по величине, но и даже по знаку, причем он совершенно не коррелирует с площадью заболачиваемых земель, а определяется главным образом почвенно-климатическими условиями заболачиваемой местности. Максимально возможное изменение температуры подстилающей поверхности в результате заболачивания составляет -1.5°C для дневного времени суток и $+0.6$°C – для ночного.

2. В южной части Беларуси (ниже широты Минска) заболачивание в среднем приводит к понижению дневной температуры в результате повышения испарения, а на севере – способствует повышению дневных температур за счет альбедных связей.

В ночные часы заболачивание может обусловливать как повышение, так и понижение температур. В южных регионах Беларуси с песчаными почвами заболачивание в холодные дни будет замедлять выхолаживание подстилающей поверхности (за счет большей теплоемкости переувлажненных почв), а в теплые – способствовать ее охлаждению (за счет меньшего нагрева в дневные часы).

В регионах Беларуси, в которых регулирование температуры подстилающей поверхности в теплый период года происходит в большей степени за счет альбедных связей (северо-запад страны), заболачивание будет сопровождаться ростом дневных температур (за счет большего поглощения солнечного излучения) и понижением ночных (за счет большей излучательной способности переувлажненных почв).

3. Суммарное испарение (эвапотранспирация) в северных районах Беларуси, характеризующих-

ся достаточно высокой увлажненностью почв (преимущественно в Витебской области), в результате заболачивания уменьшается, что связано с уменьшением транспирации растительного покрова. В остальной части Беларуси эвапотранспирация в среднем повысится, однако величина ее изменения будет существенно зависеть от типа растительности, уровня грунтовых вод и средних почвенно-климатических условий на заболоченных землях.

4. Наибольший климатический эффект мелиорации достигается в результате облесения территории. В этом случае происходит значительное понижение дневных (в пределах 2°C) и повышение ночных температур подстилающей поверхности (в пределах 0.4°C), причем практически на всей мелиорируемой территории, что делает климат более умеренным. Эвапотранспирация в вегетационный период в результате облесения повышается во всех районах Беларуси, причем на достаточно ощутимую величину – до 100 мм. При этом потенциальное (максимально возможное) испарение остается на прежнем уровне или даже понижается, что способствует увеличению увлажненности почв при неизменном количестве атмосферных осадков.

5. Изменения физических характеристик подстилающей поверхности (альбедо, шероховатости, эвапотранспирации и др.) оказывают заметное влияние на температуру воздуха на мелиорируемой территории. Мезомасштабное моделирование показывает, что в результате заболачивания и облесения пахотных земель в регионе Белорусского Полесья приземная температура воздуха в вегетационный период понижается на 0.2–0.4°C, как в дневные, так и в ночные часы. Влияние же мелиорации на атмосферные осадки можно оценить величиной, не превышающей 2%. При этом для территории Беларуси пространственное распределение осадков, образующихся за счет местного испарения, будет вытянуто в направлении западного переноса, а максимум его смещен на восток по отношению к району мелиорации.

Стоит также отметить, что влияние землепользования на климат не ограничивается лишь механизмами, связанными с альбедо, эвапотранспирацией и шероховатостью подстилающей поверхности. Имеет место и ряд других косвенных воздействий землепользования на климат. Среди них наиболее важными являются изменения регионального углеродного цикла. В целом как заболачивание, так и облесение должны способствовать уменьшению нетто-эмиссии CO_2. В первом случае это достигается за счет замедления минерализации органического вещества и предотвращения торфяных пожаров, во втором – за счет накопления органического вещества в биомассе растений и почве.

В Беларуси ежегодная эмиссия CO_2 с осушенных и неиспользуемых выработанных торфяных месторождений составляет 21.3–23.6 т/га в год, а при сельскохозяйственном использовании торфяников – 1.5–20.9 т/га (в зависимости от возделываемых культур) [Бамбалов, 2005]. На общей площади осушенных в Беларуси торфяников около 1530 тыс. га ежегодно выделяется около 16.7 млн тонн CO_2, в то время как болотные экосистемы, напротив, ежегодно выводят из атмосферы около 0.9 млн тонн CO_2. Эта величина на три порядка уступает нетто-стоку CO_2 в лесные экосистемы Беларуси, который согласно кадастровым данным и расчетам по данным дистанционного зондирования Земли, составляет примерно 30 млн т/год [Лысенко, Логинов и др., 2021].

Совершенно очевидно, что на практике, даже при самых решительных мерах борьбы с изменением климата, речь может идти об увеличении стока CO_2 в природные экосистемы Беларуси лишь на 10–15%, т. е. примерно на 5–7 млн т/год. При общемировых выбросах CO_2 около 37 млрд т/год эта величина вряд ли способна заметным образом повлиять на парниковый эффект и скорость глобального потепления.

Другой аспект влияния природных экосистем на климат связан с выделением ими в атмосферу большого количества высокомолекулярных летучих органических соединений, из которых в результате фотохимических реакций образуются вторичные биогенные аэрозоли [Tunved et al., 2008]. Последние принимают участие в образовании облаков и оказывают влияние на их микрофизические параметры, что на мезомасштабном уровне проявляется в изменении альбедо и радиационного баланса на верхней границе атмосферы. В настоящее время существует значительная неопределенность в оценках этого влияния [Shrivastava et al., 2017; Scott et al., 2018; Yli-Juuti et al., 2021], однако, совершенно ясно, что величина радиационного форсинга биогенных аэрозолей не превышает 0.1 Вт/м^2.

Гораздо более значимым фактором влияния мелиорации на климат является изменение поверхностного стока и уровня грунтовых вод. По имеющимся данным [Львович, 1963; Молчанов, 1960], в безлесной местности 60–80% выпавших осадков стекает по поверхности; в лесостепи с лесистостью 20% количество стекающих осадков сокращается до 25%, а в лесной местности с лесистостью 60–80% только 7% осадков уходит в поверхностный сток. С уменьшением поверхностного стока осадков одновременно замедляется

снос водой органических и минеральных частиц почвы, что предотвращает процесс водной эрозии почв. Оптимальный гидрологический режим местности, обеспечивающий наилучшее питание грунтовых вод, достигается при лесистости 50–60% [Молчанов, 1960].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные в работе оценки климатических последствий мелиорации на территории Беларуси дают достаточно полное представление о возможностях антропогенного регулирования климата на региональном уровне и о целесообразности реализации тех или иных мер в части смягчения негативных последствий его изменений. Климатический эффект мелиорации достигается главным образом за счет изменений альбедо, эвапотранспирации и шероховатости подстилающей поверхности, которые в совокупности влияют на радиационный и тепловой балансы подстилающей поверхности, конвективные процессы в планетарном пограничном слое атмосферы, облачность и осадки.

Лесонасаждение и повторное заболачивание выработанных торфяников, предусматриваемые в Национальных планах и стратегиях адаптации к изменению климата, помимо очевидного предотвращения процессов деградации земель, способны оказать ряд положительных эффектов на микроклимат, гидрологический и углеродный балансы. Так, в наиболее уязвимых перед изменением климата южных районах Беларуси рекультивация земель повлечет изменение целого ряда метеорологических показателей: в теплый период года суммарное испарение возрастет на 3–5 мм/месяц, что соответствует увеличению потока скрытого тепла с подстилающей поверхности на 1–2 Вт/м^2; поток явного тепла с подстилающей поверхности уменьшится на 1–3 Вт/м^2, а средняя температура воздуха понизится в пределах 0.5°С; количество атмосферных осадков увеличится в среднем на 1–2%. За счет экологической реабилитации земель также возможно на несколько миллионов тонн повысить экосистемный нетто-сток CO_2, что будет важным шагом на пути выполнения Республикой Беларусь обязательств по сокращению выбросов парниковых газов в соответствии с Парижским соглашением Рамочной конвенции ООН об изменении климата.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Бамбалов Н.Н., Ракович В.А. Роль болот в биосфере. Минск: Издательский дом “Белорусская книга”, 2005. 288 с.

Елисеев А.В., Мохов И.И. Влияние учета радиационного эффекта изменения альбедо поверхности суши при землепользовании на воспроизведение климата XVI–XXI веков // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. Т. 47. № 1. С. 18–34.

Костин С.И., Покровская Т.В. Климатология. Л.: Гидрометеоиздат, 1961. 235 с.

Лихацевич А.П., Мееровский А.С., Вахонин Н.К. Мелиорация земель в Беларуси. Минск: БелНИИМиЛ, 2001. 308 с.

Логинов В.Ф. Изменения климата Беларуси и их последствия / В.Ф. Логинов и др. // Минск: Тонпик, 2003. 330 с.

Логинов В.Ф., Лысенко С.А., Мельник В.И. Изменение климата Беларуси: причины, последствия, возможности регулирования. 2-е изд. Минск: УП “Энциклопедикс”, 2020. 264 с.

Логинов В.Ф., Лысенко С.А., Хомич В.С., Семенченко В.П., Кулак А.В., Степанович И.М. Признаки аридизации климата и их экосистемные проявления на территории Беларуси // Известия РАН. Серия географическая. 2021. Т. 85. № 4. С. 515–527.

Лысенко С.А. Климатообусловленные изменения биопродуктивности наземных экосистем Беларуси // Исслед. Земли из космоса. 2019. № 6. С. 77–88.

Лысенко С.А., Буяков И.В. Особенности современного изменения климата в Республике Беларусь // Фундаментальная и прикладная климатология. 2020. № 3. С. 22–41.

Лысенко С.А., Логинов В.Ф., Бондаренко Ю.А. Взаимосвязь современных изменений испарения и количества осадков в южных регионах Беларуси // Природопользование. 2020. № 1. С. 20–29.

Лысенко С.А., Зайко П.О. Оценки влияния подстилающей поверхности на точность численного прогноза температуры воздуха на территории Беларуси с использованием модели WRF // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2021. № 4(382). С. 50–68.

Лысенко С.А., Логинов В.Ф., Бондаренко Ю.А. Баланс углерода в наземных экосистемах Беларуси и его устойчивость к изменению климата // Природопользование. 2021. № 1. С. 5–15.

Лысенко С.А., Логинов В.Ф., Зайко П.О. Влияние изменений климата на биопродуктивность наземных экосистем в Белорусско-Украинском Полесье // Метеорология и гидрология. 2022. Т. 47. № 1. С. 59–71.

Львович М.И. Человек и воды: преобразование водного баланса и речного стока. М.: Географгиз, 1963. 567 с.

Молчанов А.А. Гидрологическая роль леса. М.: АН СССР, 1960. 487 с.

Обуховский Ю.М. Ландшафтная индикация: учебное пособие для студентов высших учебных заведений по географическим специальностям / ред. А.В. Матвеев, В.Н. Киселев. Минск: БГУ, 2008. 255 с.

Ольчев А.В., Розинкина И.А., Кузьмина Е.В., Никитин М.А., Ривин Г.С. Оценка влияния изменения лесистости

центрального региона Восточно-Европейской равнины на летние погодные условия // Фундаментальная и прикладная климатология. 2017. Т. 4. С. 79–101.

Рахманов В.В. Гидроклиматическая роль лесов. М.: Лесная промышленность, 1984. 240 с.

Шебеко В.Ф. Изменение микроклимата под влиянием мелиорации болот. М.: Наука и техника, 1977. 286 с.

Шебеко В.Ф. Влияние осушительных мероприятий на водный режим территорий. Минск: Ураджай, 1983. 200 с.

Широков В.М., Лопух П.С. Изменение микроклимата побережий и акваторий водохранилищ в пригородных зонах Беларуси // Климатические ресурсы Беларуси и их рациональное использование. Минск: Университетское, 1986. С. 88–93.

Федоров С.Ф. Исследование элементов водного баланса в лесной зоне европейской территории СССР. Л.: Гидрометеоиздат, 1977. 264 с.

Федоров С.Ф. Изменение структуры водного и теплового баланса залесенных территорий под влиянием вырубок // Труды ГГИ. 1981. Вып. 279. С. 20–31.

Brubaker K., Entekhabi D., Eagleson P.S. Estimation of Continental Precipitation Recycling // J. Clim. 1993. V. 6. № 6. P. 1077–1089.

Duveiller G., Hooker J., Cescatti A. The mark of vegetation change on Earth's surface energy balance // Nat. Commun. 2018. V. 9. № 679.

Eltahir E.A.B., Bras R.L. Precipitation recycling in the Amazon basin // Q. J. R. Metheorol. Soc. 1994. V. 120. № 518. P. 861–880.

Forzieri G., Alkama R., Miralles D.G., Cescatti A. Satellites reveal contrasting responses of regional climate to the widespread greening of Earth // Science. 2017. V. 356. № 6343. P. 1180–1184.

Gorelick N., Hancher M., Dixon M., Ilyushchenko S., Thau D., Moore R. Google Earth Engine: Planetary-scale geospatial analysis for everyone // Rem. Sens. Environ. 2017. V. 2. № 1. P. 18–27.

Guo L., Klingaman N.P., Demory M.E., Vidale P.L., Turner A.G., Stephan C.C. The contributions of local and remote atmospheric moisture fluxes to East Asian precipitation and its variability // Climate Dynamics. 2018. V. 51. № 1–2. P. 4139–4156.

Li X., Mitra C., Dong L., Yang Q. Understanding land use change impacts on microclimate using Weather Research and Forecasting (WRF) Model // Physics and Chemistry of the Earth. 2018. V. 103. P. 115–126.

Lawrence D., Coe M., Walker W., Verchot L., Vandecar K. The Unseen Effects of Deforestation: Biophysical Effects on Climate // Front. For. Glob. Change. 2022. V. 5.

Li R., Wang C., Wu D. Changes in precipitation recycling over arid regions in Northern Hemisphere // Theor. Appl. Climatol. 2018. V. 131. P. 489–502.

https://lpdaac.usgs.gov/documents/118/MOD11_User_Guide_V6.pdf.

https://lpdaac.usgs.gov/documents/494/MOD16_User_Guide_V6.pdf.

https://land.copernicus.eu/global/products/lc.

Shrivastava M., Cappa C.D., Fan J., Goldstein A.H. et al. Recent advances in understanding secondary organic aerosol: Implications for global climate forcing // Rev. Geophys. 2017. V. 55. № 2. P. 509–559.

Scott C.E., Arnold S.R., Monks S.A. et al. Substantial large-scale feedbacks between natural aerosols and climate // Nature Geosci. 2018. V. 11. № 1. P. 44–48.

Skamarock W.C., Klemp J.B., Dudhia J., Gill D.O., Liu Z., Berner J., Wang W., Powers J.G., Duda M.G., Barker D., Huang X. A description of the Advanced Research WRF Model Version 4 // NCAR Techn. Boulder: National Center for Atmospheric Research, 2021. 165 p.

Tunved P., Ströom J., Kulmala M., Kerminen V.-M., Dal Maso M., Svenningson B., Lunder C., Hansson H.-C. The natural aerosol over Northern Europe and its relation to anthropogenic emissions–implications of important climate feedbacks // Tellus B: Chemical and Physical Meteorology. 2008. V. 60. № 4. P. 473–484.

Yli-Juuti T., Mielonen T., Heikkinen L. et al. Significance of the organic aerosol driven climate feedback in the boreal area // Nat. Commun. 2021. V. 12. № 5637.

Potential Climate Impacts of Reforestation and Waterlogging in Belarus

S. A. Lysenko[1, *] and P. A. Zaiko[1]

[1]Institute of Nature Management of the National Academy of Science of Belarus, 10, F. Skoriny str., Minsk, 220076 Republic of Belarus

**e-mail: lysenko.nature@gmail.com*

The article discusses the expected climate changes in Belarus as a result of two types of land transformation – rewetting degraded peatlands and increasing forest cover. The analysis was performed for the growing season (May–September) based on long-term Earth remote sensing data, mesoscale modeling of atmospheric processes, and balance calculations using ERA5 reanalysis. It is shown that as a result of waterlogging, the daytime temperature of the underlying surface for the southern part of Belarus (below the latitude of Minsk) decreases within 1.5°C due to increased consumption, and for the northern part – within 0.5°C due to albedo regularity. At night, waterlogging, depending on the soil and climatic conditions, can cause both an increase and a specific value of the underlying surface temperature within 1°C. Evapotranspiration due to waterlogging in the northern regions of Belarus, and in the southern regions – emissions, which is associated with a signif-

icant ratio between consumption and transpiration in these regions. During the reforestation of cropland, the daytime land surface temperature of Belarus territory decreases within 2°C, and at night – within 0.4°C. The total evapotranspiration for the growing season due to the increase in forest cover reaches 100 mm, and approaching (maximum possible) consumption remains at the same level, which overestimates soil absorption at an increased amount of atmospheric pressure. The above changes in the physical characteristics of the underlying surface as a result of reclamation determine the standard surface air temperature in the reclamated disease within 0.4°C and an increase in the sums of atmospheric conditions within 2% of the climatic norm. At the same time, secondary reactions are predominantly distributed in morbidity due to western transfer with an emphasis on the eastern border distribution to the reclaimed region.

Keywords: climate change, land reclamation, waterlogging, reforestation, evapotranspiration, mesoscale modeling, climate recirculation

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2023, том 59, № 2, с. 165–172

УДК 539. 59,534-14

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СДВИГОВОГО ТЕЧЕНИЯ НА КОНЕЧНОМ ВРЕМЕННОМ ПРОМЕЖУТКЕ

© 2023 г. М. В. Калашник[a, b, c, *]

[a]Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия
[b]Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, ул. Большая Грузинская, 10, Москва, 123242 Россия
[c]ФГБУ "НПО "Тайфун", ул. Победы, 4, Калужской обл., Обнинск, 249038 Россия
*e-mail: kalashnik-obn@mail.ru

Поступила в редакцию 21.10.2022 г.
После доработки 10.11.2022 г.
Принята к публикации 11.01.2023 г.

В рамках дискретной квазигеострофической модели с двумя вертикальными уровнями решена задача о линейной устойчивости течения стратифицированной вращающейся жидкости с постоянными вертикальным и горизонтальным сдвигами скорости. Показано, что учет горизонтального сдвига приводит к качественному изменению динамики неустойчивых волновых возмущений. Основная особенность связана с эффектом временного экспоненциального роста неустойчивых возмущений, т.е. роста на конечном временном промежутке. Этот эффект проявляется в чередовании стадий гладкого осциллирующего поведения (во времени) со стадиями экспоненциального (взрывного) роста конечной продолжительности. Дана кинематическая интерпретация эффекта временного экспоненциального роста, связанная с прохождением зависящего от времени волнового вектора возмущения через область экспоненциальной неустойчивости, существующей в отсутствие горизонтального сдвига. Показано, что в математическом плане этот эффект описывается решениями дифференциального уравнения второго порядка, содержащего точки поворота. Приведены асимптотические решения уравнения при слабых горизонтальных сдвигах.

Ключевые слова: бароклинная неустойчивость, горизонтальный и вертикальный сдвиг скорости, инкремент нарастания, неустойчивые моды

DOI: 10.31857/S0002351523020037, **EDN:** HOZDEJ

Задача о неустойчивости геострофического течения с вертикальным сдвигом скорости –одна из классических задач геофизической гидродинамики. Впервые она была рассмотрена в классической работе Иди [Eady, 1949]. Используя асимптотические решения уравнений гидродинамики, Иди определил параметры неустойчивых волновых возмущений (волн Иди). Было показано, что они хорошо согласуются с параметрами атмосферных циклонических возмущений средних широт (длина наиболее неустойчивого возмущения порядка 4000 км), время удвоения амплитуды порядка 3-х суток. Впоследствии были получены решения Иди в рамках дискретных по вертикали квазигеострофических моделей, хорошо согласующиеся с непрерывными решениями. В рамках таких моделей разными авторами рассматривались различные обобщенные простановки задачи Иди. В рассмотрение принимались бета-эффект, сжимаемость, горизонтальный сдвиг ветра, нелинейность. Далеко не полный список публикаций, посвященных этой классической задаче теории бароклинной неустойчивости можно найти в известных монографиях и обзорах [Уизем, 1977, Ле Блон, Майсек, 1981, Лайтхилл, 1981, Фабер, 2001, Гилл, 1986, Монин, 1988, Ламб, 1947, Кочин, Кибель, Розе, 1963].

В настоящей работе рассмотрен один из вариантов задачи Иди – задача о неустойчивости геострофического течения с постоянными вертикальным и горизонтальным сдвигами. Эта задача была рассмотрена в работе автора [Калашник, 2009] в рамках квазигеострофической модели атмосферы с непрерывной стратификацией. В настоящей работе для решения задачи использован дискретный вариант квазигеострофической модели с двумя вертикальными уровнями. Использование этого варианта значительно упрощает исследование устойчивости. Основная особенность решений дискретной модели связана с эффектом временного экспоненциального роста неустойчивых волн, т.е. роста на конечном временном промежутке. Данный эффект проявляется в смене динамического режима колебаний режимом экспоненциального (взрывного) роста конечной продолжительности. Подобное поведе-

ние представляет собой новый, ранее не изученный механизм реализации бароклинной неустойчивости, который остался совершенно незамеченным в исследованиях аналогичной задачи [Barcilon, Bishop, 1999; Bishop, 1993].

2. Двухуровенная квазигеострофическая модель и линейная теория устойчивости. Для изучения неустойчивости используем дискретный вариант поверхностной геострофической модели, описывающей движения слоя стратифицированной вращающейся жидкости с нулевой потенциальной завихренностью. В качестве вертикального и горизонтального масштаба в безразмерных уравнениях модели принимаются соответственно толщина слоя H и бароклинный радиус деформации Россби $D = NH/f$, где N – частота Брента, f – параметр Кориолиса. Масштаб времени, функции тока и скорости соответственно $T_* = D/U_*$, $\Psi_* = U_* D$ и $U_* = \Theta_*/N$, где Θ_* – характерное значение перепада плавучести. Безразмерные горизонтальные компоненты скорости u, v и плавучесть ϑ связаны с функцией тока ψ соотношениями $u = -\psi_y$, $v = \psi_x$, $\vartheta = \psi_z$. В безразмерных переменных основное уравнение поверхностной геострофической модели (равенство нулю потенциальной завихренности) имеет вид уравнения Лапласа

$$\psi_{xx} + \psi_{yy} + \psi_{zz} = 0, \tag{1}$$

к которому присоединяются нестационарные граничные условия

$$z = 0,1\colon\ \psi_{zt} + [\psi, \psi_z] = 0, \tag{2}$$

где квадратными скобками обозначен двумерный якобиан $[\psi, q] = \psi_x q_y - \psi_y q_x$. Данные условия следуют из условий непротекания на твердых горизонтальных границах слоя и выражения для вертикальной компоненты скорости в квазигеострофическом приближении [Pedlosky, 1987]. Уравнения (1), (2) лежат в основе SQG модели с двумя границами [Held et al., 1995]. Дискретная аппроксимация оператора Лапласа в (1), включающая разбиение вертикального отрезка интегрирования на четыре отрезка толщины $h = 1/4$ и привлечение уравнений переноса плавучести на границах (2), приводят к следующей системе уравнений

$$\begin{gathered} q_{1t} + [\psi_1, q_1] = 0, \quad q_{2t} + [\psi_2, q_2] = 0, \\ q_{1,2} = \Delta\psi_{1,2} \pm \left(\lambda^2/2\right)(\psi_2 - \psi_1), \end{gathered} \tag{3}$$

Здесь ψ_1, ψ_2 – значения функции тока на верхней и нижней границах слоя, Δ – двумерный оператор Лапласа, параметр $\lambda^2 = 1/2h^2 = 8$. Уравнения (3) совпадают с уравнениями классической двухуровенной модели Филлипса [Pedlosky, 1987; Phillips, 1954], однако отличаются от нее физической интерпретацией переменных. Распределения PV q_1, $-q_2$, на нижнем и верхнем уровнях в модели Филлипса, теперь имеют смысл удвоенных распределений плавучести на верхней и нижней границах слоя атмосферы. Подробный вывод уравнений (3) представлен в работах [Kalashnik, Chkhetiani, Kurgansky, 2021; Калашник, Курганский, Чхетиани, 2022].

Из уравнений (3) следует закон сохранения полной энергии

$$\begin{gathered} E_t = 0, \\ E = (1/2)\iint \left\{(\nabla\psi_1)^2 + (\nabla\psi_2)^2 + 4(\psi_2 - \psi_1)^2\right\} d\mathbf{x}, \end{gathered} \tag{4}$$

$\mathbf{x} = (x, y)$, ∇ – двумерный градиент. Сохраняются также квадратичные интегралы

$$(V_{1,2})_t = 0, \quad V_{1,2} = \iint q_{1,2}^2 d\mathbf{x}, \tag{5}$$

отражающие законы сохранения энстрофии на каждой границе.

Для дальнейшего преобразуем систему (3) к форме, удобной для исследования устойчивости. Введем баротропный $\sigma = (1/2)(\psi_1 + \psi_2)$ и бароклинный компоненты $\theta = (1/2)(\psi_2 - \psi_1)$ функции тока. Для этих компонентов система (3) сводится к системе

$$\begin{gathered} (\Delta\theta - \lambda^2\theta)_t + \left[\sigma, \Delta\theta - \lambda^2\theta\right] + [\theta, \Delta\sigma] = 0, \\ (\Delta\sigma)_t + [\sigma, \Delta\sigma] + [\theta, \Delta\theta] = 0, \end{gathered} \tag{6}$$

Уравнения (6) получаются вычитанием и сложением уравнений (3). Из системы (6) следует закон сохранения полной энергии в форме

$$E_t = 0, \quad E = (1/2)\int ((\nabla\theta)^2 + (\nabla\sigma)^2) + \lambda^2\theta^2) d\mathbf{x}. \tag{7}$$

Стационарные зональные течения описываются точным решением (6) $\theta = \Theta(y)$, $\sigma = \Sigma(y)$. Это решение описывает течение со скоростью в двух слоях $U_{1,2} = \bar{U}(y) \mp \tilde{U}(y)$, где $\bar{U}(y) = -\Sigma_y$ и $\tilde{U}(y) = -\Theta_y$ есть баротропный и бароклинный компоненты скорости течения. Полагая в (7) $\theta = \Theta(y) + \theta'$, $\sigma = \Sigma(y) + \sigma'$, для малых возмущений (штрихи у возмущений опускаем) получим систему

$$\begin{gathered} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{U}\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\Delta\theta - \lambda^2\theta\right) + \tilde{U}\frac{\partial}{\partial x}(\Delta\sigma + \lambda^2\sigma) - \\ - \tilde{U}''(y)\frac{\partial\sigma}{\partial x} - \bar{U}''(y)\frac{\partial\theta}{\partial x} = 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{U}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\Delta\sigma) + \tilde{U}\frac{\partial}{\partial x}(\Delta\theta) - \\ - \tilde{U}''(y)\frac{\partial\theta}{\partial x} - \bar{U}''(y)\frac{\partial\sigma}{\partial x} = 0. \end{gathered} \tag{8}$$

Далее будем рассматривать течение с постоянными горизонтальным и вертикальным сдвигами.

Положим для определенности $\bar{U} = Sy$, где S – величина горизонтального сдвига, и $\tilde{U} = 2/\lambda^2 = 1/4$. Для этого течения система уравнений (8) примет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + Sy\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\Delta\theta - \lambda^2\theta\right) + \frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial x}(\Delta\sigma + \lambda^2\sigma) = 0,$$
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + Sy\frac{\partial}{\partial x}\right)\Delta\sigma + \frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial x}(\Delta\theta) = 0. \quad (9)$$

2. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ С ПОСТОЯННЫМ ВЕРТИКАЛЬНЫМ СДВИГОМ

Рассмотрим вначале случай с отсутствием горизонтального сдвига, когда $\bar{U} = 0$ ($S = 0$). Отыскивая экспоненциально нарастающие решения системы (9) вида $\theta = \theta_0 e^{\gamma t} e^{i(kx+ly)}$, $\sigma = \sigma_0 e^{\gamma t} e^{i(kx+ly)}$ для инкремента нарастания γ получим уравнение

$$\gamma^2(\mu^2 + \lambda^2) = \tilde{U}^2 k^2(\lambda^2 - \mu^2),$$

где $\mu^2 = k^2 + l^2$. Отсюда

$$\gamma = \pm\tilde{U}k\sqrt{\frac{\lambda^2 - \mu^2}{\lambda^2 + \mu^2}}. \quad (10)$$

Согласно (10) неустойчивость имеет место для значений $\mu < \lambda$ (длинные волны), т.е. для значений волновых чисел k, l лежащих внутри круга радиуса λ. Используя (10) легко показать, что максимальную скорость роста $\tilde{\gamma} = \mathrm{Re}\,\gamma$ имеют двумерные возмущения с $l = 0$ и волновым числом $k = k_m = \lambda\sqrt{\sqrt{2} - 1} = 0.644\lambda$ где, напомним, $\lambda^2 = 1/2h^2 = 8$. Для указанных значений параметров размерная длина волны наиболее опасного возмущения $(2\pi/k_m)D = 3.448D = 3448$ km (четверть длины – масштаб циклона). При $\tilde{U} = 1$ время нарастания возмущения в e раз $T_m = (1/\tilde{\gamma}_m)T_*$ составляет (в размерных переменных) величину порядка суток.

3. ТЕЧЕНИЕ С ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ И ВЕРТИКАЛЬНЫМ СДВИГАМИ. ЭФФЕКТ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО РОСТА ВОЗМУЩЕНИЙ НА КОНЕЧНОМ ВРЕМЕННОМ ПРОМЕЖУТКЕ

Рассмотрим теперь динамику возмущений в присутствии течения с горизонтальным сдвигом $S \neq 0$. Поведение малых возмущений течения описывается линейной системой (9). Как показано в предыдущем разделе, в отсутствие горизонтального сдвига существует нормальная мода, которая экспоненциально растет, если квадрат модуля волнового вектора $\mu^2 = k^2 + l^2 < \lambda^2$, и осциллирует во времени, если $\mu^2 > \lambda^2$. Принципиально новая особенность, вносимая горизонтальным сдвигом, связана с эффектом временного экспоненциального роста волновых мод, т.е. экспоненциального роста на конечном временном промежутке. Подобное поведение представляет собой новый, малоизученный тип гидродинамической неустойчивости.

Для исследования устойчивости течения используем немодальный подход, основанный на описании динамики возмущений в полулагранжевой (движущейся вместе с потоком) системе координат. Следуя работам [Chagelishvili et al., 1997; Kalashnik et al., 2006] ведем новые переменные $t_1 = t$, $x_1 = x - Syt$, $y_1 = y$. С учетом формул для преобразования производных

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y_1} - St_1\frac{\partial}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t_1} - Sy_1\frac{\partial}{\partial x_1},$$

из (9) получим систему с коэффициентами, зависящими только от времени

$$\frac{\partial}{\partial t_1}\left(\Delta\theta - \lambda^2\theta\right) + \frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial x_1}(\Delta\sigma + \lambda^2\sigma) = 0,$$
$$\frac{\partial}{\partial t_1}\Delta\sigma + \frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial x_1}(\Delta\theta) = 0, \quad (11)$$

где оператор Лапласа в новых переменных $\Delta = \partial^2/\partial x_1^2 + (\partial/\partial y_1 - St_1\partial/\partial x_1)^2$. Система (11) имеет решения в форме немодальной волны с переменными амплитудами

$$\theta = A(t_1)\sin(kx_1 + ly_1), \quad \sigma = B(t_1)\cos(kx_1 + ly_1). \quad (12)$$

Прямая подстановка в (11) показывает, что эти амплитуды удовлетворят системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt_1}\left(k^2 + (l - St_1k)^2 + \lambda^2\right)A +$$
$$+ \frac{k}{4}\left(\lambda^2 - k^2 - (l - St_1k)^2\right)B = 0, \quad (13)$$
$$\frac{d}{dt_1}\left(k^2 + (l - St_1k)^2\right)B + \frac{k}{4}\left(k^2 + (l - St_1k)^2\right)A = 0.$$

Возвращаясь к исходным физическим переменным и обозначая $\mu^2(t) = k^2 + l^2(t)$, $l(t) = l - Skt$, систему (13) можно записать в форме

$$\frac{d}{dt}\left(\mu^2(t) + \lambda^2\right)A + \frac{k}{4}\left(\lambda^2 - \mu^2(t)\right)B = 0,$$
$$\frac{d}{dt}\mu^2(t)B + \frac{k}{4}\mu^2(t)A = 0. \quad (14)$$

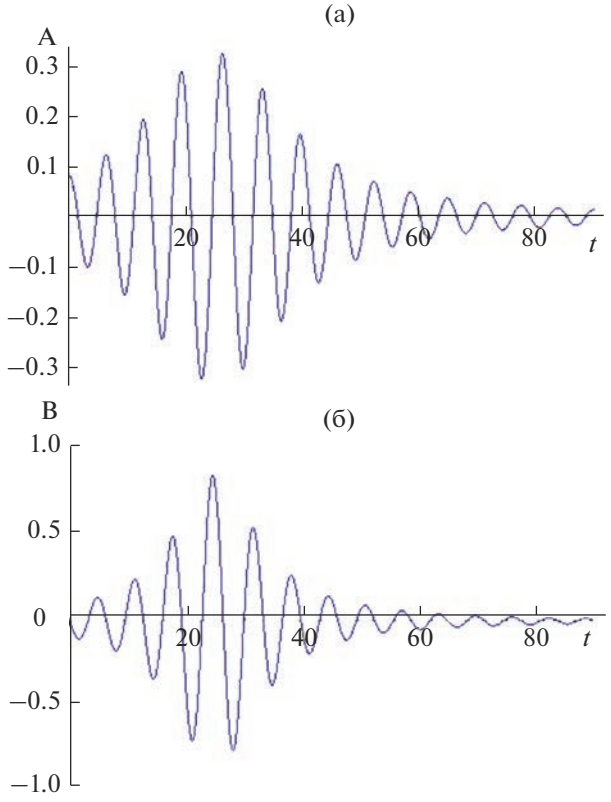

Рис. 1. Зависимость от времени амплитуд для значений параметров $k = 4$, $l = 10$, $S = 0.1$, $\lambda^2 = 8$.

Немодальное решение в исходных физических переменных соответственно примет вид

$$\theta = A(t)\sin(kx + l(t)y), \quad \sigma = B(t)\cos(kx + l(t)y), \quad l(t) = l - Skt, \tag{15}$$

Описание динамики возмущений, таким образом, сводится к анализу поведения решений системы (14). Это поведение может быть достаточно нетипичным, в частности, содержать промежутки экспоненциального роста конечной (во времени) продолжительности. Без ограничения общности далее будем рассматривать положительные значения k и l, при которых волновое число $l(t)$ меняет знак. Зависимость от времени $\mu^2(t)$ при этом немонотонна и имеет точку минимума при $t = l/Sk$.

Замена переменных $A_1 = \left(\mu^2(t) + \lambda^2\right)A$, $B_1 = \mu^2(t)B$ преобразует систему (14) к системе

$$\frac{dA_1}{dt} + f(t)B_1 = 0, \quad \frac{dB_1}{dt} + g(t)A_1 = 0, \quad f(t) = \frac{k}{4}\frac{\lambda^2 - \mu^2(t)}{\mu^2(t)}, \quad g(t) = \frac{k}{4}\frac{\lambda^2 + \mu^2(t)}{\mu^2(t)}, \tag{16}$$

которая сводится к одному уравнению второго порядка

$$\frac{d}{dt}\frac{1}{g(t)}\frac{dB_1}{dt} - f(t)B_1 = 0. \tag{17}$$

Поскольку функция $g(t) > 0$, характер поведения решений уравнения (17) определяется знаком функции $f(t)$, т.е. знаком выражения $\lambda^2 - \mu^2(t)$. Это выражение можно записать в виде

$$\lambda^2 - \mu^2(t) = S^2k^2(t - t_1)(t_2 - t), \quad t_{1,2} = \left(l \mp \sqrt{\lambda^2 - k^2}\right)\Big/Sk. \tag{18}$$

Из (18) следует, что для значений волновых чисел, удовлетворяющих условию $k^2 > \lambda^2$ (короткие волны), значение $\lambda^2 - \mu^2(t) < 0$ и все решения уравнения (17) или эквивалентной ему системы (14) осциллируют во времени. Пример численного решения системы (14) для этих значений представлен на рис. 1.

Совершенно другое поведение наблюдается в случае $k^2 < \lambda^2$ (длинные волны), когда значение $\lambda^2 - \mu^2(t)$ может менять знак. В этом случае на временном промежутке $t_1 < t < t_2$, где $f(t) > 0$, одно из фундаментальных решений уравнения (17)

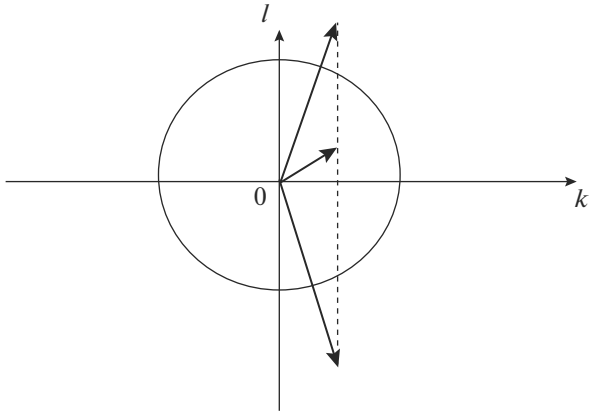

Рис. 2. Положение волнового вектора возмущений для трех моментов времени в ситуации с двумя точками поворота. С ростом времени волновой вектор проходит через область экспоненциальной неустойчивости (круг на рисунке).

экспоненциально растет, вне этого промежутка, где $f(t) < 0$, соответствующее решение осциллирует. Для уравнения (17) точки t_1 и t_2 являются точками поворота, т.е. точками при переходе через которые меняется поведение решения (осциллирующее, экспоненциальное).

Важно подчеркнуть, что появление точек поворота связано с немонотонной зависимостью от времени модуля волнового вектора $\mu(t)$. На плоскости волновых чисел экспоненциальному росту отвечают положения волнового вектора $(k, l(t))$, лежащие внутри круга радиуса λ, т.е. круга неустойчивости в отсутствие горизонтального сдвига. Если в начальный момент времени волновой вектор лежит внутри этого круга, т.е. выполнено условие $\mu^2(0) = k^2 + l^2 < \lambda^2$, то на промежутке интегрирования $t > 0$ существует одна точка поворота t_2, при переходе через которую экспоненциальный рост сменяется осцилляциями. При выполнении условий $\mu^2(0) = k^2 + l^2 > \lambda^2$, $k^2 < \lambda^2$ (внешность круга, лежащая в вертикальной полосе $|k| < \lambda$), на промежутке $t > 0$ существуют две точки поворота t_1, t_2. Положение волнового вектора с течением времени при наличии двух точек поворота проиллюстрировано на рис. 2. Если ассоциировать неустойчивость с появлением стадии экспоненциального роста, то учет горизонтального сдвига значительно расширяет область неустойчивости.

Непосредственно в окрестностях точек поворота $\mu^2(t) \sim \lambda^2$, $g(t) \sim k/2$. С учетом этих асимптотик и выражения (18) сделаем в уравнении (17) замену $\tau = Skt$ и обозначим $\tau_{1,2} = Skt_{1,2}$. При этом получим уравнение

$$\frac{d^2 B_1}{d\tau^2} + r^2(\tau - \tau_1)(\tau - \tau_2)B_1 = 0, \quad r = 1/\lambda^2 S. \qquad (19)$$

При слабых сдвигах $S \ll 1$ уравнение (19) есть уравнение с большим параметром $r \gg 1$ и для нахождения его решений можно использовать известные асимптотические методы [Найфэ, 1976]. Если обозначить $\beta(\tau) = (\tau - \tau_1)(\tau - \tau_2)$, то ВКБ асимптотики общего решения уравнения (19) слева и справа от точки поворота τ_1 имеют вид

$$B_1 = \beta(\tau)^{-1/4}\left(c_1 \cos\left[r\int_{\tau}^{\tau_1}\beta(z)^{1/2}dz\right] + c_2 \sin\left[r\int_{\tau}^{\tau_1}\beta(z)^{1/2}dz\right]\right), \quad \tau < \tau_1,$$
$$B_1 = (-\beta(\tau))^{-1/4}\left(d_1 \exp\left[r\int_{\tau_1}^{\tau}(-\beta(z))^{1/2}dz\right] + d_2 \exp\left[-r\int_{\tau_1}^{\tau}(-\beta(z))^{1/2}dz\right]\right), \quad \tau > \tau_1. \qquad (8)$$

Эти асимптотические разложения, отвечающие переходу от осциллирующего к экспоненциальному поведению, сращиваются путем введения внутреннего разложения вблизи τ_1, которое представляется в терминах функций Эйри $Ai(z)$ и $Bi(z)$ [Найфэ, 1976]. Внутреннее разложение имеет вид: $B_1 = b_1 Ai(z) + b_2 Bi(z)$. Используя асимптотики функций Эйри, можно выразить коэффициенты c_1, c_2 и d_1, d_2 через b_1, b_2. Отсюда следует, что коэффициенты c_1, c_2 однозначно выражаются через d_1, d_2. Таким образом, осуществляется сращивание внутреннего и внешнего разложений (8). Построенные асимптотики показывают, что при переходе через точку τ_2 экспоненциальный рост сменяется осцилляциями.

Результаты прямого численного интегрирования системы (16) в ситуации с двумя точками поворота представлены на рис. 3. Приняты значения па-

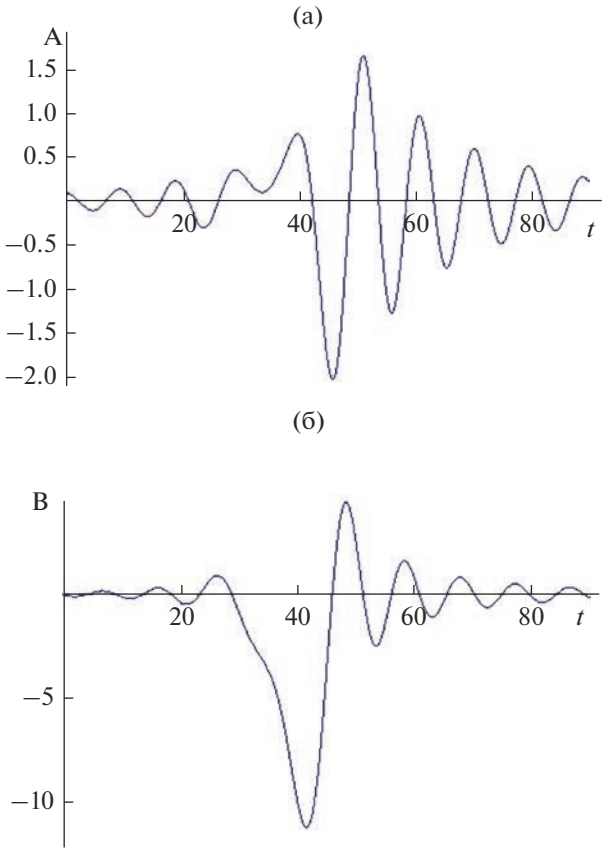

Рис. 3. Зависимость от времени амплитуд при $k = 2.7$, $l = 10$, $S = 0.1$, $\lambda^2 = 8$. Точки поворота $t_1 = 33.916$, $t_2 = 40.158$.

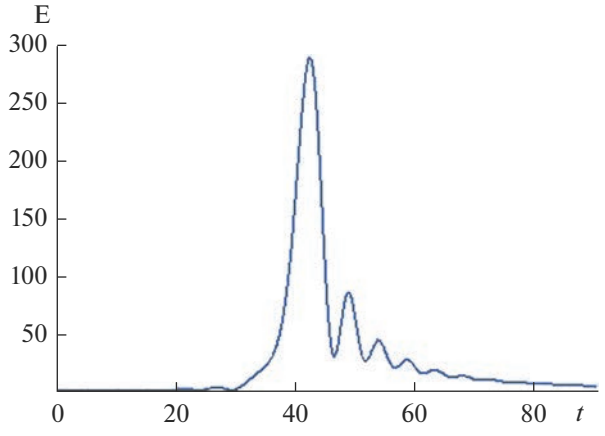

Рис. 4. Зависимость от времени полной энергии возмущений для указанных значений параметров.

раметров $k = 2.7$, $l = 10$, $S = 0.1$, $\lambda^2 = 8$. Значение волнового числа взято близким у критическому (пороговому) значению $k_{kr} = \lambda = \sqrt{8} = 2.828$. При этом промежуток экспоненциального роста достаточно мал. При более сильных отклонениях от критического значения на промежутке экспоненциального роста растущее решение становится очень большим и график решения не вмещает полностью растущую часть. Отметим, что согласно (18) длина промежутка экспоненциального роста определяется выражением

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2\sqrt{\lambda^2 - k^2}}{Sk}.$$

При фиксированном $\lambda^2 > k^2$ и в пределе длинных волн $k \to 0$ значение $\Delta t \to \infty$. Стадия экспоненциального роста длинноволновых возмуще-

ний, таким образом, по времени становится очень длинной.

На рис. 4 для принятых значений параметров представлена зависимость от времени полной энергии возмущений (7), которую для возмущений в форме немодальных волн (15) можно записать в виде

$$E(t) = (1/4)\left(\mu^2(t)(A^2(t) + B^2(t)) + \lambda^2 A^2(t)\right).$$

Данное выражение получается после осреднения энергии по горизонтальным координатам. Отчетливо виден резкий скачок полной энергии после прохождения первой точки поворота. Аналогичный скачок наблюдается и в зависимости от времени потенциальной энергии $\Pi(t) = (1/4)\lambda^2 A^2(t)$.

Таким образом, результаты данного раздела показывают, что в течении с горизонтальным сдвигом скорости динамика возмущений приобретает принципиально новые особенности. Основная особенность связана с эффектом временного экспоненциального роста возмущений, т.е. роста на конечном временном промежутке. Баротропный компонент скорости течения, таким образом, может приводить к новым сценариям развития бароклинной неустойчивости.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках дискретной квазигеострофической модели с двумя вертикальными уровнями исследована задача о линейной устойчивости течения стратифицированной вращающейся жидкости с постоянными вертикальным и горизонтальным сдвигами скорости. Показано, что учет горизонтального сдвига приводит к качественному изменению динамики волновых возмущений. Взамен традиционного экспоненциального роста неустойчивых волн, на начальном этапе эволюции может наблюдаться временный экспоненциальный рост, т.е. рост на конечном временном промежутке. Это рост сменяется стадией низкочастотных колебаний. Дана кинематическая интерпретация эффекта временного экспоненциального роста, связанная с прохождением зависящего от времени волнового вектора возмущения через область экспоненциальной неустойчивости, существующей в отсутствие горизонтального сдвига. Показано, что в математическом плане этот эффект описывается решениями дифференциального уравнения второго порядка, содержащего точки поворота.

Работа выполнена при поддержке РНФ (номер проекта 22-27-00039).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Гилл А. Динамика атмосферы и океана. М.: Мир, 1986. Т. 2. 415 с.

Калашник М.В. Линейная динамика волн Иди в присутствии горизонтального сдвига // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 6. С. 764–774.

Калашник М.В., Курганский М.В., Чхетиани О.Г. Бароклинная неустойчивость в геофизической гидродинамике // Успехи физических наук. 2022. Т. 192. № 10. С. 1110–1144. https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.08.039046

Кочин Н.Е., Кибель Н.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963. 530 с.

Ламб Г. Гидродинамика. Л.: Гостехиздат, 1947. 1084 с.

Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. М.: Мир, 1981. 600 с.

Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. М.: Мир, 1981. Т. 1. 480 с., Т. 2. 365 с.

Монин А.С. Теоретические основы геофизической гидродинамики. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 433 с.

Найфэ А. Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 456 с.

Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.

Фабер Т.Е. Гидроаэродинамика. М.: Постмаркет, 2001. 560 с.

Barcilon A., Bishop C.H. Nonmodal development of baroclinic waves undergoing horizontal shear deformation // J. Atmos. Sci. 1998. V. 55. № 4. P. 3583–3597.

Bishop C.H. On the behavior of baroclinic waves undergoing horizontal shear deformation I: The "RT" phase diagram // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1993. V. 119. P. 221–240.

Chagelishvili G.D., Khujadze G.R., Lominadze J.G., Rogava A.D. Acoustic Waves in Unbounded Shear Flows // Physics of Fluids. 1997. V. 9. P. 1955–1965.

Chagelishvili G.D., Tevzadze A.G., Bodo G., Moiseev S.S. Linear mechanism of wave emergence from vortices in smooth shear flows // Phys. Rev. Letters. 1997. V. 79. № 17. P 3178–3181.

Eady E.T. Long waves and cyclone waves // Tellus. 1949. № 1(3). P. 33–52.

Held I.M., Pierrehumbert R.T., Garner S.T., Swanson K.L. Surface quasi-geostrophic dynamics // J. Fluid Mech. 1995. V. 282. P. 1–20.

Kalashnik M.V., Chkhetiani O.G., Kurgansky M.V. Discrete SQG models with two boundaries and baroclinic instability of jet flows // Phys. Fluids. 2021. V. 33. P. 076608. https://doi.org/ Submitted: 14 May 2021. Accepted: 04 July 2021. Published Online: 20 July 2021. https://doi.org/10.1063/5.0056785

Kalashnik M.V., Mamatsashvili G.R., Chagelishvili G.D., Lominadze J.G. Linear dynamics of non-symmetric perturbations in geostrophic flows with a constant horizontal shear // Quart. J. Roy. Met. Soc. 2006. V. 132. № 615. P. 505–518.

Pedlosky J., Geophysical Fluid Dynamics (Springer-Verlag, Berlin/New York, 1987). P. 710.

Phillips N.A. Energy transformation and meridional circulations associated with simple baroclinic waves in a two-level, quasi-geostrophic model // Tellus. 1954. V. 6. P. 273–283.

Shear Flow Instability over a Finite Time Interval

M. V. Kalashnik[1, 2, 3, *]

[1]*Obukhov Institute of Atmospheric Physics RAS, Pyzhevsky per., 3, Moscow, 119017 Russia*
[2]*Institute of Physics of the Earth. O.Yu. Schmidt RAS, Bolshaya Gruzinskaya str., 10, Moscow, Moscow, 123242 Russia*
[3]*Research and Production Association Typhoon, Pobedy str., 4, Obninsk, Kaluga obl., 249038 Russia*
**e-mail: kalashnik-obn@mail.ru*

Within the framework of a discrete quasi-geostrophic model with two vertical levels, the problem of linear stability of the flow of a stratified rotating fluid with constant vertical and horizontal velocity shifts is solved. It is shown that taking into account the horizontal shear leads to a qualitative change in the dynamics of unstable wave disturbances. The main feature is related to the effect of temporary exponential growth of unstable perturbations, i.e. growth over a finite time period. This effect manifests itself in the alternation of stages of smooth oscillating behavior (in time) with stages of exponential (explosive) growth of finite duration. A kinematic interpretation of the effect of temporal exponential growth is given, which is associated with the passage of a time-dependent perturbation wave vector through the region of exponential instability that exists in the absence of a horizontal shear. It is shown that mathematically this effect is described by solutions of a second-order differential equation containing turning points. Asymptotic solutions of the equation are given for weak horizontal shifts.

Keywords: baroclinic instability, horizontal and vertical velocity shear, growth rate, unstable modes

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2023, том 59, № 2, с. 173–191

УДК 519.2

СТРУКТУРНОЕ ОПИСАНИЕ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ С НЕГАУССОВОЙ СТАТИСТИКОЙ

© 2023 г. И. Г. Якушкин*, **

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия

**e-mail: lgg@ifaran.ru*

***e-mail: iyakushkin@yandex.ru*

Поступила в редакцию 30.08.2022 г.
После доработки 14.11.2022 г.
Принята к публикации 11.01.2023 г.

В статье рассмотрен подход к описанию случайных полей как совокупности интенсивных структур со случайными параметрами. Подобные структуры наблюдаются как в оптических полях, распространяющихся в неоднородных средах, так и в полях гидродинамического происхождения и образуются в результате фокусировок излучения или деформации течений. В статье рассмотрены способы фильтрации и эволюция подобных структур. Описаны различные режимы структур – режимы периодических и стохастических колебаний.

Ключевые слова: стохастические уравнения, хаос, структуры, вихри

DOI: 10.31857/S0002351523020098, **EDN:** HQDVLD

1. ВВЕДЕНИЕ

Начиная, особенно с работ А.Н. Колмогорова и А.М. Обухова [Обухов, 1988], геофизические поля в атмосфере и океане стали рассматриваться как случайные, которые должны быть описаны на вероятностном языке. К числу таких полей относятся поля давления, температуры и плотности среды, а также векторное поле скорости ветра. Одновременно получали все большее значение и методы изучения природной среды с помощью акустических и радиоволн, а также вопросы точной передачи информации в условиях шумящей среды (атмосферы) [Рытов и др., 1978; Монин и др., 1965].

Все наблюдаемые во времени и пространстве геофизические, звуковые и электромагнитные поля имеют черты, как упорядоченности, так и случайности. Эти черты фиксируются и на малых и на больших масштабах наблюдения. На языке радиофизики, возникает различие между “сигналом”, который описывается уравнениями динамики, и “шумом”, который присутствует в этих уравнениях, но точно не определен. Ситуация требует решения двух задач – разработки модели “шума” и учета его влияния на несущий основную информацию “сигнал”. Согласно простейшей модели, шум приводит к некоторому изменению “среднего сигнала” и к его “флуктуациям”.

Среди специалистов по гидродинамике и геофизике особый интерес к этой проблематике возник в связи с изучением явления турбулентности на небольших масштабах. Разработке методов наблюдения, моделирования и описания, турбулентных полей наряду с основополагающими работами А.Н. Колмогорова и А.М. Обухова были посвящены многочисленные работы их сотрудников и учеников А.С. Монина, А.М. Яглома, Е.А. Новикова, В.И. Татарского, А.С. Гурвича, В.И. Кляцкина, В.В. Воробьева и других [Рытов и др., 1978; Татарский, 1967; Кляцкин, 2014]. Эта работа, происходила в сотрудничестве, как с математиками, так и с радиофизиками школы С.М. Рытова, и Нижегородской школы во главе с М.А. Миллером. Общей для геофизиков и радиофизиков оказалась задача о рассеянии волн различной природы в случайно – неоднородной (турбулентной) среде.

При изучении такого объекта, как случайное поле математической основой служит представление Фурье. Осредненные по протяженному участку реализации статистически – однородного случайного процесса или поля содержат компоненты Фурье, которые можно считать независимыми и распределенными по Гауссу. Это позволяет вычислять статистические средние, т.е. многоточечные моменты данного поля. Все высшие моменты выражаются через двухточечный

момент, который носит название корреляционной функции и получается осреднением описывающей случайное поле квадратичной формы:

$$U_2(\Delta r) = \langle U_2(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r}) \rangle = \langle U(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) U(\mathbf{r} - \Delta\mathbf{r}) \rangle \quad (1.1)$$

которая определяет спектр случайного поля. Для векторного поля вводится соответствующий тензор. Если поля удовлетворяют линейным уравнениям, то их эволюция оставляет их гауссовыми. В случае же нелинейных уравнений или уравнений со случайными коэффициентами поле теряет гауссову структуру. Высшие моменты оказывают влияние на эволюцию второго момента, и отдельные спектральные компоненты оказываются статистически зависимыми. Задача вычисления моментов при этом требует некоторого замыкания, т.е. выражения высших моментов через низшие. Такое замыкание основано на предположении о слабой негауссовости поля и учете взаимодействия между его отдельными спектральными компонентами. На учете резонансных взаимодействий основана теория "слабой турбулентности", характерной для сред с дисперсией, в том числе для "мелкой воды" [Заславский и др., 1988]. Теория мелкомасштабной турбулентности также основывается на представлении Фурье. Основной характеристикой турбулентного течения остается его пространственный спектр. Связь между спектральными компонентами описывается "каскадной" моделью, основанной на гипотезе Ричардсона о дроблении масштабов течения. Такое дробление происходит вплоть до малого масштаба, на котором имеет место диссипации энергии. Слабое взаимодействие спектральных компонент приводит к возникновению потока энергии по спектру. Характерной величиной является скорость диссипации энергии, которая в первоначальных работах Колмогорова и Обухова предполагалась постоянной. Впоследствии, по предложению Л.Д. Ландау, стали рассматриваться флуктуации этой величины. Различные эксперименты при этом показали, что эти флуктуации имеют негауссово, а скорее логнормальное распределение [Гледзер, 2005]. Наличие двух разных статистик, описывающих флуктуации поля на малых и более крупных масштабах, привело к понятию "перемежаемость турбулентности". Установление вида спектра турбулентности в большом диапазоне масштабов позволило перейти к решению задачи о распространении волн в турбулентной атмосфере. Решение задачи было получено в работах В.И. Татарского и его коллег с использованием методов квазиоптики и выделения быстрых колебаний фазы поля. При этом подходе поле имело вид суммы не спектральных компонент, а вкладов от отдельных "лучей".

Эксперименты А.С. Гурвича с сотрудниками показали, что картина флуктуаций интенсивности оптического поля представляет собой картину случайных фокусировок и указывает на негауссовость его статистики. Случайная фокусировка и дефокусировка когерентного излучения, приводит к образованию легко наблюдаемых глазом ярких структур. Аналитически этот эффект был описан как аномальный рост высших моментов интенсивности поля. При увеличении длины трассы поле переходит в стадию многолучевого распространения, где основную роль играет интерференция парциальных полей [Якушкин, 1985; Kravzov, 1992].

Из других работ следовало, что негауссовы случайные поля с интенсивными выбросами возникают и в акустике при формировании случайных ударных волн [Гурбатов, 1983], и при развитии неустойчивостей в различных средах. Во всех этих случаях имеет место статистическая зависимость между отдельными компонентами спектра поля.

На особенности негауссовых случайных полей, проявляющихся в различных физических ситуациях, было обращено внимание в статье Я.Б. Зельдовича с соавторами [Зельдович и др., 1987]. В этой статье указывалось на "перемежаемость" случайных процессов и полей. Так при астрофизических наблюдениях фиксируется резкое сгущение частиц или увеличение амплитуды случайных колебаний на отдельных интервалах времени или пространства. Касаясь явления турбулентности, авторы [Зельдович и др., 1987] указывали на различие двух свойств течений несжимаемой жидкости – завихренность и деформацию линий тока, которая приводит к созданию тонких вихревых нитей. Для авторов указанной статьи "перемежаемость" означала существование областей случайного поля, в которых его свойства заметно отличались от окружающего фона. Статистика таких полей имеет негауссовый характер и нуждается в отдельном описании.

В статье обращалось внимание на тот факт, что негауссовость возникающего в процессе эволюции распределения вероятности проявляется в аномальном росте моментов с ростом их номера. Это прослеживается, в частности, при исследовании быстрого "динамо" в проводящей жидкости, приводящего к концентрации магнитного поля. Важнейшую роль во всех этих ситуациях играет локальное нарушение статистической однородности поля, хотя в целом поле остается однородным.

На недостаточность описания случайных полей с помощью низших моментов указал также в своих работах В.И. Кляцкин [Кляцкин, 2014; Кляцкин, 2016]. Термин "перемежаемость" казался ему излишним. Общие (когерентные) свой-

ства отдельной реализации можно описать с помощью модели статистически – однородного случайного поля. Основная информация о поле заключена не в его моментах, а в его одноточечной плотности вероятности:

$$P(U,\mathbf{r}) \text{ или } P\left(\vec{U}(r),\operatorname{grad}U,r\right). \qquad (1.2)$$

Для векторного поля это плотности вероятности компонента вектора или каких-либо их комбинаций. Свойства отдельных реализаций поля проявляются при наблюдениях, охватывающих большие интервалы пространства. Для полей однородных во времени такой подход связывается с длительными наблюдениями в одной или нескольких соседних точках. На конечном участке времени или пространства отдельные реализации обладают частичной когерентностью.

Если брать гауссово поле за точку отсчета, то для негауссовых полей особое значение имеют "хвосты" плотности вероятности, т.е. ее поведение при больших значениях случайной величины. Закон спадания этих "хвостов" определяет и зависимость высших моментов от их номера. В качестве примера сильной негауссовости В.И. Кляцкин, как и авторы упомянутой выше статьи, указывал на логнормальные процессы и поля, для которых характерен факториальный рост моментов с номером. Подобные вероятностные распределения возникают и при решении уравнения первого порядка со случайным коэффициентом.

Для наглядного описания отдельной реализации случайного поля, а также и всего ансамбля реализаций В.И. Кляцкин предложил подход, названный им "статистической топографией" (термин употреблен ранее Займаном [Займан, 1982]). Этот подход обобщает теорию выбросов случайных процессов, в приложении к случайным полям. Первоначально подобный подход развивался Лонге–Хиггинсом [Longuet–Higgins, 1962]. Такое описание указывает на контраст между участками с разным рельефом. Эти участки могут занимать небольшую площадь, но сосредотачивать в себе большую часть "массы" поля. Такой подход возможен, хотя он менее нагляден, и при описании трехмерных и векторных полей.

Основу топографической картины составляет система линий уровня рельефа. Известная одноточечная плотность вероятности позволяет вычислить общую площадь областей ограниченных линиями данного уровня и полную длину ограничивающих контуров, а также их среднее число. Эти величины при большом интервале наблюдений оказываются детерминированными (когерентными) для любой реализации. Таким образом, координата точки наблюдения есть функция значения случайной величины. Представляя плотность вероятности в свою очередь как рельеф, мы можем наблюдать блуждания фиксированной точки по этому рельефу. Описание эволюции случайного рельефа следует из уравнения для плотности вероятности поля в точке. Уравнение получено и решено автором с помощью подхода, разработанного ранее для оптических полей. Результатом достаточно длительной эволюции является не зависящее от начальных условий состояние поля (его одноточечной плотности вероятности). Из полученных решений следует вывод о кластеризации поля плотности под воздействием случайного поля скорости течения в сжимаемой жидкости. Степень кластеризации зависит от дивергенции поля скорости. В несжимаемой жидкости происходит кластеризация пассивной примеси на поверхностях постоянной плотности, а также сжатие этих поверхностей. Возникающее вероятностное распределение сильно отличается от гауссова и ближе к логнормальному. Эти результаты говорят о некоторой структурности, присущей реализациям случайного поля. Вывод о структурности негауссовых полей столь же принципиален, как и вывод Э. Лоренца о хаотизации движения простейших динамических систем [Lorenz, 1963]. Связь между движениями разных масштабов ведет как к структурообразованию, так и к стохастизации поведения системы [Yakushkin et al., 1992; Якушкин, 1987].

Понятие структуры обсуждается в литературе применительно к различным физическим ситуациям, включая гидродинамику [Vallis, 2017; Blackwelder, 1987; Jimenez, 2018; Рабинович и др., 1998]. В целом, оно связано с понятием "формы" [Рабинович и др., 1998], которое предусматривает зависимость объекта от небольшого числа параметров. В данной работе, называя парциальные поля структурными, мы предполагаем, что они зависят от конечного набора принимающих случайные значения параметров, таких как точка расположения, амплитуда, ориентация и масштабы.

Для описания различных явлений в течениях жидкости, включая турбулентность, А.М. Обуховым и его коллегами [Гледзер и др., 1987; Должанский, 2011] было введено понятие системы гидродинамического типа, главной чертой которой является квадратичная нелинейность. Структуры, являющиеся следствием таких взаимодействий, имеют прообразы – вращающееся твердое тело или волновой триплет. На этой основе под руководством Ф. В. Должанского проводилось лабораторное изучение образования и эволюции вихревых структур в течениях с фиксированными границами. Для их интерпретации Ф.В. Должанским и его коллегами была развита аналогия вих-

ревого течения в замкнутой области с вращающимся в поле силы тяжести твердым телом [Должанский и др., 1990].

Изучению волновых структур на границах области с заданными параметрами были посвящены труды Н.Н. Романовой [Romanova et al., 2001; Романова и др., 2005] и В.П. Гончарова [Гончаров и др., 2008] с соавторами, где был разработан подход к учету нелинейных взаимодействий на основе формализма Гамильтона. Большое внимание во всех перечисленных работах уделялось вопросам устойчивости структур. Как было показано [Должанский, 1990; Должанский и др., 2011; Romanova et al., 2005] неустойчивость развивается при взаимодействии простейших структур, а затем стабилизируется за счет взаимодействий со структурами посредниками. Возникающие режимы зависят от числа степеней свободы системы. Объединение структур сопровождается случайными изменениями границы и может описываться на вероятностном языке. Тем самым возникает необходимость движения исследователя по двум встречным путям: от сложного поля к простой структуре и от нее к ансамблю структур [Лоренц, 1970].

Рассматривая структурные объекты необходимо учитывать различие идеальных (гамильтоновых) и диссипативных систем. Сближение разных структур приводит к их соударениям, которые могут быть упругими и неупругими. В диссипативных структурах возникают многообразия типа странных аттракторов, тогда как гамильтоновы структуры сохраняют более регулярный характер. Поведение различных структур рассматривалось в работах Г.М. Заславского, М.И. Рабиновича и их соавторов [Заславский и др., 1991; Рабинович и др., 2000].

В настоящее время широко обсуждается вопрос о “солитонной турбулентности” [Pelinovsky et al., 2013], с которой связывают представление о “волнах – убийцах”. Это частный вид устойчивых волновых структур – солитонов, случайным образом расположенных в пространстве. Наблюдаемые природные объекты такого рода могут быть интерпретированы различным образом [Кляцкин, 2016].

Более точный учет вязкости заставляет обратиться к уравнениям высшего порядка. Отчасти сходные явления имеют место при переходе от геометрической оптики к волновой. Здесь учет высших производных поля позволяет описать интерференцию лучевых полей. Наложение полей в вязкой жидкости можно назвать их Конкуренцией [Кляцкин, 2016].

В настоящей статье обсуждаются структурные свойства случайных течений идеальной жидкости. Автор не ставил себе целью дать исчерпывающий обзор по данной теме, в основном учитывая работы коллег по Институту физики атмосферы. Эти исследования посвящались различным задачам, но фактически связаны между собой общим предметом исследования и математической основой процессов.

2. ОБЩИЕ СВОЙСТВА СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ

Задавая на случайном рельефе линии или поверхности уровня, мы выделяем интенсивные выбросы поля как ансамбль случайно расположенных и имеющих случайную форму “частиц”. Это могут быть или соприкасающиеся частицы сложной формы или изолированные частицы, выделенные из фона. Такому выделению соответствует разбиение полного вероятностного распределения на две части – малых и больших значений случайной величины.

Совокупность выделенных областей, представима как:

$$U = \sum U_i (r - r_i), \tag{2.1}$$

где U_i – функция, соответствующая определенному уровню рельефа. Вектор r_i указывает на расположение областей имеющих форму различных структур. Отдельные структуры принадлежат двум случайным ансамблям – локализованных образований и точек их расположения. На больших наблюдательных участках подобное поле остается статистически – однородным, но при уменьшении участка теряет это свойство. Используя преобразования (фильтрацию) поля, можно выделять такие структуры в преобразованном (фазовом) пространстве. Универсальным способом фильтрации является “оконное” преобразование Фурье, например, преобразование Габора [Баскаков, 1983]. Для одномерного поля оно имеет вид:

$$F(x_0, k) = \int U(x) \exp\left\{-\frac{(x - x_0)^2}{2a^2} + ikx\right\} dx. \tag{2.2}$$

Выражение (2.2) выделяет структуру данного размера, расположенную в точке фазового пространства. После обратного преобразования Фурье мы получаем структуры в комплексной форме с выделением амплитуды и фазы:

$$U(x) = A(x - x_0) \exp[iS(x - x_0)]. \tag{2.3}$$

К таким структурам относятся те, которые образуются на линиях уровня случайной величины и имеют вид волновых пакетов. Следует также учитывать, что простые “частицы” могут группироваться различным образом, что зависит от распределения их фазы. Группируясь между собой мелкие структуры, создают крупномасштабные

кластеры. Для описания взаимного расположения структур следует использовать квадратичную форму:

$$U_2(\mathbf{r},\Delta\mathbf{r}) = U(\mathbf{r}+\Delta\mathbf{r})U(\mathbf{r}-\Delta\mathbf{r}).$$

Преобразование Фурье по разностной координате дает случайный спектр наблюдаемого поля, зависящий от точки наблюдения, т.е. функцию Вигнера. Максимум информации о структурах можно получить, применяя преобразование Габора по двум переменным с разными масштабами:

$$U_2(x_0,\Delta x_0,K,\Delta K)=\int U_2(x,\Delta x_0)\exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{2a^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{(\Delta x-\Delta x_0)^2}{2b^2}-i\Delta K x-iK\Delta x\right\}dx d\Delta x. \quad (2.4)$$

Изменяя размеры “окна”, мы выделяем структуры, связанные соотношением неопределенности, разных масштабов. Выделение наиболее ярких структур достигается за счет выбора масштабов фильтрации в соответствии с принципом максимального контраста, которому соответствует средний квадрат флуктуаций интенсивности. Примером такого подхода служит анализ изображений взволнованной поверхности фильтрация случайных полей акустических или внутренних гравитационных волн, регистрируемых в зависимости от времени в нескольких пространственных точках [Якушкин, 1990; Якушкин, 1998].

2.2. Локальные свойства случайных полей.

Прежде чем перейти к анализу эволюции ярких структур, наблюдаемых в случайных полях, необходимо расширить это понятие, включив в него свойства окрестности выбранной точки. Рассмотрим подробнее структуры, расположенные в физическом пространстве, лишь отчасти касаясь структур в пространстве фазовом.

Свойства окрестности скалярного поля $U(\mathbf{r})$ содержатся в матрице вторых производных U_{ij}. При описании структур поля скорости или другого векторного поля $\mathbf{V}$ мы должны обратиться к анализу матрицы производных отдельных компонент поля V_{ij}. Такие матрицы характеризуются набором инвариантов, к которым относятся определитель и след. Линии уровня этих величин могут быть нанесены на первоначальный статистический рельеф. Структуры спектрального типа, представленные через амплитуду и фазу $U = A\exp(iS)$ с наклонами фазового фронта $\mathbf{K} = \mathrm{grad}S$. В таком случае локальная структура определяется через связь волнового вектора с волновыми векторами других компонент поля. Одномерный рельеф $U(x)$ характеризуется величиной U_{xx}, знак которой указывает на тип деформации окрестности локального максимума или минимума поля. Скорость одномерного течения определяется как $V = dU/dt$. В таком поле возможно существование структур вида:

$$V(x) = Ax - Bx^2. \quad (2.5)$$

Такая конструкция включает точки нулевой скорости и точку нулевой производной между ними. Все случайное поле разделяется при этом на части сгущения и растяжения. Другого типа структура связана с отдельной составляющей спектра Фурье и имеет вид волнового пакета:

$$V(k) = V(k-k_0)\exp[ikx].$$

Наиболее наглядна топография двумерной поверхности $U(x) = U(x,y)$, которая в каждой точке характеризуется двумя инвариантами – средней и гауссовой кривизной, т.е. определителем и следом матрицы U_{ij}

$$K_m = U_{xx}+U_{yy},\quad K_g = U_{xx}U_{yy}-U_{xy}U_{yx}. \quad (2.6)$$

Второй момент K_m и среднее значение K_g выражаются через корреляционную функцию случайного поля. Вместе с тем линии уровня этих величин делят поверхность на зоны с различными свойствами. Точки нулевого градиента также делятся на точки экстремумов и перевальные в зависимости от знака K_g.

Двумерное поле скорости течения идеальной жидкости может быть выражено через две скалярных функции – потенциал и функцию тока:

$$\mathbf{V} = \mathrm{grad}\varphi + \mathbf{e}_z\times\mathrm{grad}(\psi+\psi_0),\quad \Delta\psi_0 = 0. \quad (2.7)$$

Наряду с вихревой и потенциальной, в полном поле скорости может быть выделена компонента с нулевой дивергенцией и завихренностью. Такое поле имеет инварианты: дивергенцию D, завихренность Ω и функцию Окубо–Вайса K [Okubo, 1970].

$$D = \Delta\varphi = V_{xx}+V_{yy},\quad \omega = \Delta\psi = V_{xy}-V_{yx},$$
$$K = V_{xx}V_{yy}-V_{xy} = \frac{1}{4}\Omega^2 - Q^2. \quad (2.8)$$

Функция $Q^2 = V_{xy}V_{yx} - \frac{1}{4}(V_{xy}+V_{yx})^2$ представляет собой деформацию поля скорости. Линии $K = 0$ делят всю плоскость на части, в которых преобладают завихренность или деформация. Компонента ψ_0 создается сторонней завихренностью и вносит важный вклад в деформацию. Среднее значе-

ние K характеризует степень квазиодномерности течения.

Простейшая структура течения несжимаемой жидкости предполагает, что около некоторой точки поля скорости задана постоянная завихренность, отделенная границей от остального течения. Если граница твердая, то нормальная скорость на ней равна нулю. Линии уровня имеют вид

$$\Psi = ax^2 + 2bxy + cy^2 = C \qquad (2.9)$$

и в зависимости от знака K описывают эллипсы или гиперболы. Или при учете линейного члена параболу. Функция (2.9) может быть представлена как сумма вихревой и безвихревой части, которые описывают вращение и деформацию окрестности. В более общем случае линия уровня колеблется около среднего положения. Такая структура представляет собой квазиодномерное течение, сжимаемое в основном направлении.

Трехмерное поле в окрестности некоторой точки характеризуется кубической матрицей вторых производных. Матрица скалярного поля симметрична и поверхности уровня в окрестности экстремальной точки имеют вид эллипсоида или гиперболоида.

Трехмерное поле скорости течения представляется в виде суммы потенциальной и вихревой компонент. Разбиение кубической матрицы производных V_{ij} на симметричную и антисимметричную части соответствует выделению разных компонент поля. Выделяя одно из пространственных направлений (в земных условиях вертикаль), это поле можно представить, как квазидвумерное, в виде

$$\mathbf{V} = \mathrm{grad}\varphi + \mathbf{e_z} \times \mathrm{grad}\psi + w\mathbf{e_z}, \qquad (2.10)$$

где grad вычисляется в плоскости (x, y). Для несжимаемой жидкости имеем

$$\varphi = \frac{\partial \varphi_1}{\partial z}, \quad w = \mathrm{div}\,\mathrm{grad}\varphi_1. \qquad (2.11)$$

Горизонтальное течение рассматривается как течение сжимаемой жидкости, а его дивергенция оказывается функцией вертикальной скорости. Представляют интерес и вертикальные “разрезы”, как их называют геоморфологи. В каждом сечении среда рассматривается как сжимаемая.

2.3. Случайные поля и эволюция структур

Процесс эволюции возмущений в идеальной жидкости представляет собой взаимодействие полей скорости и смещения точек среды. В полной системе уравнений идеальной жидкости поле скорости связано с полями давления P, плотности ρ, температуры T, которые определяются потенциальной энергией системы. Поле доступной потенциальной энергии подвергается деформации, т.е. растяжению и сжатию элементарного объема в различных направлениях. Пример эволюции вихревых структур, полученных в лабораторных условиях, показан на рисунке (1).

Локальная деформация выражается через тензора смещений dR/dR_0 или dR_0/dR, где R_0 – исходное положение точки. Детерминант этого тензора – плотность среды в точке. Для идеальной жидкости связь полей скорости и смещения точки выражается с помощью сохраняющегося гамильтониана (энергии) [Якушкин, 2005; Salmon, 1988], который имеет вид интеграла по одному из объемов:

$$H = \int H_1 d\mathbf{R}_0 = \int H_1 \frac{d\mathbf{R}_0}{dR} d\mathbf{R}. \qquad (2.12)$$

Точка зависимого объема выступает в роли канонической координаты в уравнениях Пуассона. Выбор представления определяет эйлерову или лагранжеву форму записи поля скорости. Возможен также выбор смешанного представления. Уравнения движения точки сплошной среды в форме Лагранжа, как и уравнения движения системы частиц имеют вид:

$$\begin{gathered} \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0), \quad \frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{V}(\mathbf{R}, t), \\ \mathbf{R}(t=0) = R_0, \quad \mathbf{V}(t=0) = \mathbf{V}_0. \end{gathered} \qquad (2.13)$$

Решая уравнения, мы следим за изменением формы ее окрестности, которая описывается тензором $d\mathbf{R}/d\,\mathbf{R}_0$.

В эйлеровой форме уравнения имеют вид:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + V\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial R} = \mathbf{F}(\mathbf{R}, t), \quad \frac{\partial \mathbf{R}_0}{\partial t} + \left(\mathbf{V}\frac{\partial \mathbf{R}_0}{\partial \mathbf{R}}\right) = 0. \qquad (2.14)$$

Относительное движение траекторий определяется через $d\mathbf{R}_0/d\mathbf{R}$. В данном случае мы описываем траекторию ее начальными координатами. Это лагранжевы инварианты, сохраняющиеся вдоль траектории. Для каждого начального контура в случайном поле мы имеем три инварианта, задающие поверхность (семейство контуров), контур на поверхности и точку на контуре. Это система лагранжевых координат. В идеальной несжимаемой (изоэнтропической) жидкости особое значение имеют такие инварианты как плотность и потенциальная завихренность (скалярное произведение градиента плотности и завихренности). На топографической картине случайного поля два инварианта задают систему линий уровня каждой точке, которой соответствует свое значение третьего инварианта и своя траектория. Связывая

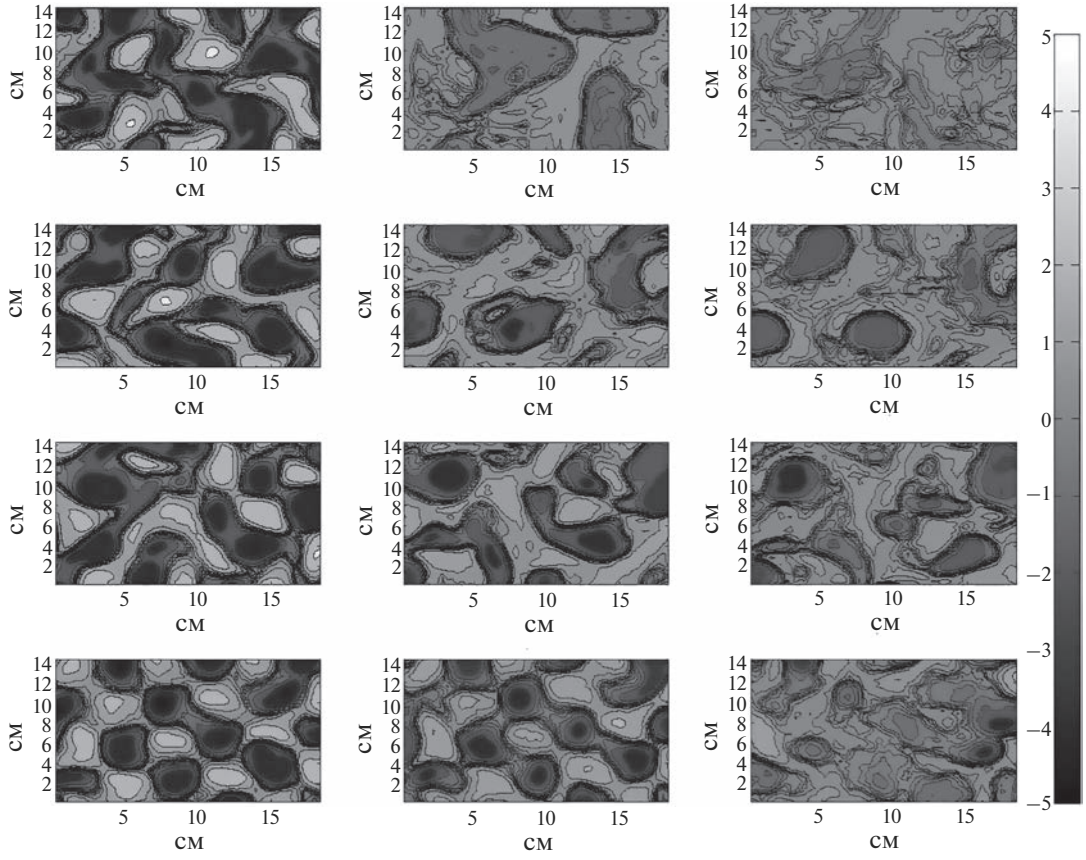

Рис. 1. Фото вихревых структур на поверхности проводящей жидкости во вращающемся прямоугольном сосуде. Каждая строка соответствует своему периоду вращения $T = 22, 10.1, 6.2, 2.8$ с. Каждому столбцу соответствует момент времени $t = 0, T/2, T$. Градации цвета показывают скорость движения жидкости в см/с. Графики взяты из [Kostrykin et al., 2014].

поле скорости с системой лагранжевых инвариантов $H_i(R)$, получаем выражение для этого поля в форме Лина [Salmon, 1988]:

$$\mathbf{V} = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \mathrm{grad} H_i. \qquad (2.15)$$

Учитывая, что два инварианта определяют траекторию, а третий положение точки на ней форма записи поля скорости принимает вид:

$$\mathbf{V} = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i \mathrm{grad} H_i + \mathrm{rad}\varphi. \qquad (2.16)$$

Возмущения в равновесной системе лагранжевых инвариантов вызывают колебания линий уровня. При этом в различных ситуациях образуются когерентные (с фиксированной фазой) или частично-когерентные структуры. Они возникают в результате развития и стабилизации возмущений около точки нулевой частоты колебаний, играющей ту же роль что и точка фокусировка в оптике. На малых масштабах на структуры влияет диссипация энергии.

3. ЭВОЛЮЦИЯ СТРУКТУР В СРЕДЕ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Эволюция течений жидкости описывается нелинейными уравнениями, и решение связанных с ней задач вызывает трудности. Возникают четыре возможные постановки задачи:

1. Кинематическое приближение. Поле скорости предполагается случайным или частично детерминированным векторным полем с заданной гауссовой статистикой: $\mathbf{V}(\mathbf{R},t)$ или $\mathbf{V}(\mathbf{R}_0,t)$.

2. Приближение сторонней силы. В этом приближении известными предполагаются свойства поля силы: $\mathbf{F}(\mathbf{R},t)$ или $\mathbf{F}(\mathbf{R}_0,t)$.

3. Система уравнений идеальной жидкости (уравнения Гамильтона). В этих уравнениях сила $\mathbf{F}$ зависит от точек R и R_0, т.е. от начального и текущего состояния системы посредством полей давление P, плотности ρ и т.д. Случайными при такой постановке являются начальные условия.

4. Уравнения, учитывающие диссипацию. К такого рода описанию приводит и использование понятия турбулентной вязкости.

Два первых подхода позволяют, во-первых, выяснить общие закономерности взаимодействия полей скорости и смещения, во-вторых, служат для интерпретации эксперимента по наблюдению различных полей, например, поля пассивной примеси. При этом решение уравнений на их основе требует предположений о масштабах задаваемых полей.

Если средний квадрат скорости V_0^2, пространственный масштаб корреляции ℓ, а временной масштаб t_0, то основное значение для динамики системы имеет сравнение масштабов t_0 и $T_0 = \ell/V_0$. Если их отношение мало, то смещение точки на расстояние ℓ происходит в среднем за время $T = \left(\frac{\ell}{V} t_0\right)^{1/2}$. Если это отношение велико, то $T = T_0$. По аналогии с оптической задачей время T можно назвать временем фокусировки.

Важнейшим является предположение о дельта-корреляции полей $\mathbf{V}(\mathbf{R},t)$ или $\mathbf{F}(\mathbf{R},t)$ по времени. Это предположение широко использовалось в работах В.И. Татарского и других исследователей в задачах распространения волн в атмосфере [Рытов и др., 1978; Kravzov, 1992], а также в задаче о кластеризации примеси [Кляцкин, 2005; Данилов и др., 2000; Пономарев и др., 2009] и других.

3.1. Кинематическое приближение

Кинематическое приближение, сводится к решению уравнения для смещений при заданной скорости течения. При структурном подходе в окрестности точки нулевой скорости уравнения движения имеют вид:

$$\frac{dR_i}{dt} = V_{ij} R_j, \quad \frac{dR_{ik}}{dt} = V_{ij} R_{jk}, \tag{3.1}$$

где $R_{ij} = dR_i / R_{0j}$ – тензор относительных смещений. Тензор V_{ij} содержит стационарную и зависящую от времени компоненты и характеризуется инвариантами симметричной и антисимметричной матриц. Стационарная компонента может быть результатом осреднения по времени. При постоянных или медленно меняющихся компонентах тензора V_{ij} частное решение ищется в виде

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 e^{is}. \tag{3.2}$$

Величины $p = ds/dt$ – корни кубического дисперсионного уравнения. Если мы имеем сумму матриц антисимметричной с элементами a, b, c и диагональной с элементами q_i, то дисперсионное уравнение имеет вид

$$p^3 - (q_1 + q_2 + q_3) p^2 + \\ + \left(a^2 + b^2 + c^2 + q_1 q_2 + q_1 q_3 + q_2 q_3\right) p + \\ + q_1 q_2 q_3 = 0. \tag{3.3}$$

Решения уравнения описывают свойства поля, включающие вращение и деформацию структуры. Соотношение между корнями уравнения позволяет выделить различные режимы движения, которые в пространстве основных параметров (инвариантов матриц) разделяются сепаратрисами. Компоненты асимметричной матрицы a, b, c указывают направление и частоту вращения. Деформация проявляется в сжатии и растяжении структуры в разных направлениях. Если след симметричной матрицы равен нулю, то не происходит изменение объема области жидкости, но меняется ее форма. Это соответствует изменению пространственного положения лагранжевых инвариантов.

Вращающаяся система может превращаться в тонкую трубку или диск. Если структура имеет форму гиперболоида, то эволюция приводит к кручению или сглаживанию ее фронтов. Это различные формы кластеризации, приводящие к возникновению больших градиентов. В двумерном течении вид траекторий и характер центральной точки определяются через след поля скорости и функцию Окубо–Вайса.

Зависимые от времени структурные коэффициенты меняют характер траекторий в точках поворота, где происходит слияние корней дисперсионного уравнения или один из корней обращается в ноль. Если время наблюдения не превышает времени фокусировки, то полное поле скорости представимо в виде суммы осредненного и случайного полей $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1$. Равенство нулю величины $\int_0^\infty \mathbf{V}(t)\, dt$ требует дополнительного анализа [Кляцкин и др., 2000].

Другого типа модель поля скорости может быть задана в форме волнового пакета через его амплитуду и фазу. Решая уравнение Эйлера для смещения, мы получаем структуру имеющую вид триплета с волновыми числами, удовлетворяющими условию резонанса. Подобный триплет соответствует взаимодействию начального смещения траектории от положения равновесия и отклика на это возмущение.

Если поле скорости задается в виде $\mathbf{V}(\mathbf{R}_0)$, такая модель носит название приближения “фазового экрана”. Оно просто в использовании и дает глобальную картину эволюции течения на ограниченных интервалах времени. Оно используется для описания рассеянья волн на небольших по протяженности трассах.

3.2. Приближение сторонней силы

Это приближение предполагает, что сила задана своей корреляционной функцией и имеет много общего с кинематическим приближением. Характер траекторий все же меняется, т.к. становятся возможными колебательные режимы. Такое приближение широко используется в задаче о распространении оптического излучения в неоднородной случайной среде, а также и в теории турбулентности.

Задавая компоненты силы в виде $F_i = F_{ij}R_j$, получаем систему уравнений второго порядка

$$\frac{d^2R_i}{dt^2} - F_{ij}R_j = 0. \qquad (3.4)$$

В трех измерениях дисперсионное уравнение имеет ту же структуру, как и уравнение (3.3), только относительно квадрата мгновенной частоты. Решение включает три ветви, отвечающие разному поведению траекторий, зависящие от соотношения элементов симметричной и антисимметричной матриц F_{ij}. В двумерном случае дисперсионное уравнение имеет вид

$$p^4 + p^2\left(F_{xx} + F_{yy}\right) + \left(F_{xy}F_{yx} - F_{xx}F_{yy}\right) = 0. \qquad (3.5)$$

Четыре решения этого уравнения дают картину траекторий, зависящую от инвариантов матрицы производных силы. Траектории соседних точек сближаются и расходятся, что может сопровождаться их колебаниями и взаимным пересечением. Если след матрицы равен нулю, движение происходит в режимах вращения, деформации или их сочетающих. При нестационарной силе переход между режимами происходит при слиянии корней дисперсионного уравнения и может рассматриваться как проявление неустойчивости течения. На большом масштабе движение описывается уравнением Эйлера для скорости:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \left(V\frac{\partial}{\partial R}\right)V = F. \qquad (3.6)$$

Для малой по амплитуде и быстроменяющейся силе уравнение может быть проинтегрировано, что означает переход к кинематическому приближению. Для сравнительно медленных движений такой переход следует из условия:

$$\left(V\frac{\partial}{\partial R}\right)V = -F.$$

Это уравнение совместно с уравнением для смещения начальной точки описывает медленные движения около состояния частичного равновесия. По отношению к быстрым колебаниям медленные переменные представляют собой лагранжевы инварианты, сохраняющиеся вдоль траектории.

Если сила задается в виде волнового пакета, то эйлеровы уравнения описывают образование волновых триплетов. В комбинациях волновых чисел выделяются те, которые обеспечивают согласование фаз по текущей частоте (резонанс). Используя представление $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{R}_0, t)$, мы получаем модель эквивалентную приближению фазового экрана.

3.3. Распространение излучения в случайной среде и фильтрация наблюдаемых полей

Образование структур в случайных полях легче проследить в задаче о распространении оптического излучения в случайно-неоднородной среде, которая соответствует задаче о потенциальном течении под действием сторонней силы [Рытов и др., 1978; Kravzov, 1992]. Постановка задачи связана с заданием модели среды распространения со случайными вариациями показателя преломления, на которых происходит рассеяние излучения. Так как масштаб неоднородностей много больше оптической длины волны, для описания процесса используется параболическое уравнение М.А. Леонтовича. Решение этого уравнения с граничным условием при $z = 0$ в плоскости наблюдения записывается как сумма полей, распространяющихся по отдельным лучам (траекториям):

$$U = \sum_i U_i(r), \quad U_i = A_i \exp(ikS_i). \qquad (3.7)$$

Здесь S – фаза отдельного лучевого поля, полученная методом геометрической оптики [Кравцов и др., 1980] для наклона фазового фронта $\mathbf{p} = \operatorname{grad} S$ и координат точки в плоскости наблюдения $\mathbf{R}(x, y)$ в среде с показателем преломления $n(\mathbf{R}, z)$. В задаче о течении потенциальной жидкости координата Z играет роль времени, а угол наклона луча $\mathbf{p} = \operatorname{grad} S$ эквивалентен скорости течения в заданной точке.

Интенсивность поля определяется шириной лучевой трубки:

$$I = \left|\frac{d\mathbf{R}_0}{d\mathbf{R}}\right|. \tag{3.8}$$

Если длина трассы распространения не превышает расстояния фокусировки, то мы имеем режим однолучевого распространения. В плоскости наблюдения распределение интенсивности представляет собой совокупность ярких полос и пятен, являющихся результатом случайных фокусировок. Вблизи точек, где лучевая амплитуда бесконечна, необходим учет дифракции. Описание случайных фокусировок излучения упрощается в приближении "фазового экрана" [Якушкин, 1974; Yakushkin, 1996], согласно которой скорость в точке наблюдения получается интегрированием показателя преломления по заданным линиям и ее распределение в плоскости $z = 0$:

$$\begin{gathered} S(x,y,z) = S(x_0,y_0), \\ x = x_0 + zs_x, \quad y = y_0 + zs_y, \\ s_x = s_{0x}(x_0,y_0), \quad s_y = s_{0y}(x_0,y_0). \end{gathered} \tag{3.9}$$

Топография фазового фронта характеризуется его средней и гауссовой кривизной, которые меняются по длине трассы. Если в начальной точке

$$D_0 = S_{0xx} + S_{0yy} \text{ и } K_0 = S_{xx}S_{yy} - S_{xy}^2$$

то, обозначая $K_1 = \dfrac{1}{z^2} + \dfrac{D_0}{z} + K_0$, получаем характеристики текущего фазового фронта:

$$\begin{gathered} S_{xx} + S_{yy} = \frac{[2K_1 - 2 + 2D]}{K_1}, \\ S_{xx}S_{yy} - S_{yy}^2 = \frac{1}{K_1}. \end{gathered} \tag{3.10}$$

Амплитуда лучевого поля в плоскости наблюдения также определяются как функции характеристик волнового фронта в точке (x_0, y_0)

$$I = \left|\frac{d\mathbf{R}_0}{d\mathbf{R}}\right| = \frac{1}{K_1 z^2} + \frac{D_0}{z} + K_0. \tag{3.11}$$

На фазовом фронте фокусирующей являются область, где $D < 0$. Параметры ярких структур связаны с масштабами рассеивающих центров в среде распространения. Измерения амплитуды и фазы в плоскости Z позволяют восстановить свойства среды.

При увеличении длины трассы картина определяется интерференцией многих лучевых полей малой амплитуды. Однако число приходящих в точку лучей модулировано случайным образом, т.к. распределение фазы на экране представляет сумму структур больше и меньше масштаба фокусировки. Мелкие неоднородности размывают картину фокусировок. Проводя осреднение по этой компоненте, получаем частично когерентное описание наблюдаемого поля. Крупномасштабная компонента фазы приводит к слабым фокусировкам.

Для более точного описания картины фокусировок на трассах порядка фокусного расстояния можно прибегнуть к осреднению параметров среды по длине дистанции:

$$F = F_1 + F_2, \text{ где } F_1 = \int_0^z F(x, z_1)dz_1.$$

При данном z $F_1(\mathbf{R})$ указывает ряд притягивающих в среднем точек, около которых группируются траектории. Между такими структурами происходят случайные блуждания отдельных траекторий.

Тот же подход целесообразен и для описания потенциальных течений (акустических волн) [Okubo, 1970]. В несжимаемой жидкости образование структур происходит сходным образом, хотя сами структуры имеют другой вид.

4. ГАМИЛЬТОНОВЫ СТРУКТУРЫ В ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Более полное исследование образования и развития структур в течениях идеальной жидкости следует из уравнений Гамильтона. В этих уравнениях действующая сила выражается через поля давления P и плотности ρ и зависит от начального и текущего положения точек на траектории $F_1(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)$. Структуры образуются вследствие отклонения начальной точки от равновесного состояния. Координаты начальной точки остаются постоянными, т.е. являются лагранжевыми инвариантами. Решение линейных уравнений описывает простые структуры, а более сложные возникают при развитии неустойчивости.

Потенциальное течение рассмотрим на примере распространения акустической волны большой амплитуды, которое сопровождаются образованием фронта ударных волн [Гурбатов и др., 1983], что описывается уравнением:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial x} = 0. \tag{4.1}$$

Образование ударных фронтов происходит в точках, где производная скорости равна нулю. Определение ограничивающего ширину фронта масштаба следует из решения двух выходящих за пре-

делы квадратичного приближения нелинейных уравнений. Другой путь – учет диссипации.

В несжимаемой жидкости динамика структур описывается уравнениями для завихренности и плотности. Поле скорости определяется полем завихренности и граничными условиями.

В баротропной жидкости все течение делится на области большой и малой завихренности. Область большой завихренности представляет собой вращающуюся структуру, форма которой изменяются под влиянием безвихревой скорости, возникающей или как следствие начального возмущения, или под воздействием других структур. Движение отдельной точки при этом носит двойственный характер – она движется по поверхности постоянного квадрата завихренности и смещается в пространстве вместе с этой поверхностью. Если в квазиодномерном струйном течении скорость в точке имеет компоненту V_x, то компоненты антисимметричной матрицы V_{xz}, V_{xy} указывают на степень сжатия-растяжения трубки тока в направлении движения. Элементы V_{yz} указывают на вращение трубки тока вокруг своей оси. Такие трубки разбиваются на отдельные участки с разной степенью сжатости, что может быть трактовано как турбулентная диффузия [Гурбатов и др., 1983; Jimenez, 2018]. Если зависящая от времени безвихревая компонента скорости задана как случайная, то траектории получают характер случайных блужданий. Все эти явления наблюдаются в лабораторных экспериментах по распространению пассивной примеси в вихревых течениях [Данилов и др., 2000; Пономарев и др., 2009].

В стратифицированной несжимаемой изоэнтропийной жидкости траектория определяется двумя лагранжевыми инвариантами: плотностью и потенциальной завихренностью $\boldsymbol{\Omega} \times \mathrm{grad}\rho$. Эти сохраняющиеся величины являются границами различных структур.

В линейной постановке система описывает колебания завихренности и плотности. Образующиеся благодаря квадратичной нелинейности структуры имеют характер триплета. В системе имеющей точку нулевой частоты развивается неустойчивость, которая соответствует кластеризации в акустике или фокусировкам в оптике. Свойства структур зависят от соотношения между геострофической и агеострофической компонентами движения. Геострофическое равновесие способствует образованию когерентных структур, тогда как агеострофическая вносит элемент случайности [Groesen, 1996]. Выражение для геострофического ветра

$$-\mathrm{rot}\,[V \times \Omega] = g \times \mathrm{grad}\rho \qquad (4.2)$$

выделяет медленные колебания структуры. Определяемая таким образом завихренность имеет две компоненты: параллельную и ортогональную градиенту плотности. Первая присутствующая в трехмерных течениях, соответствует вращению системы, вторая связана с колебаниями поверхностей постоянной плотности.

При этом возникают две простейшие задачи – образование структур внутри областей с твердой границей и динамика границы при заданной завихренности и плотности внутри области. Ниже рассматриваются два примера структур, образующихся при развитии и стабилизации неустойчивости в областях с твердой и подвижной границей, которые позволяют проследить многие общие закономерности справедливые и для более сложных задач.

4.1. Волновые структуры

Обратимся к двумерной задаче о структурах на границе между течениями несжимаемой жидкости с разной плотностью [Romanova et al., 2005; Романова и др., 2016]. Завихренность в этом случае ортогональна плотности. На границах слоев с постоянной плотностью возбуждаются колебания, имеющие быструю и медленную ветви. Медленная ветвь представляет совместные колебания плотности (лагранжева инварианта) и завихренности, удовлетворяющие условию (4.2). Неустойчивость развивается при возмущениях течения вблизи точки нулевой частоты. Возмущение, взаимодействуя с откликом фонового течения, формирует структуру.

Такая задача была сформулирована в работах [Romanova et al., 2005; Романова и др., 2016], где был проведен анализ развития и стабилизации неустойчивости в трехслойном течении со сдвигом скорости. Взаимодействие границ в трехслойной системе ведет к развитию растущей “гибридной” моды. Завихренный слой растягивается в узкую полосу сходную с ударными фронтами. Неустойчивость стабилизируется или вследствие взаимодействия границ, выходящего за пределы квадратичного приближения [Guha et al., 2014] или путем образования резонансного триплета с двумя устойчивыми волнами [Loesch, 1974]. Этот триплет включает четыре волны на трех волновых числах:

$$A_i = b_i \exp\left[ik_i x - i\omega(k_i)t\right] \quad (i = 1-4). \qquad (4.3)$$

Волновые числа удовлетворяют условиям

$$\begin{gathered} k_1 - k_2 - k_3 = 0, \quad \omega(k_1) - \omega(k_2) - \omega(k_3) = 0, \\ k_4 = k_2, \quad \omega(k_4) = \omega(k_2). \end{gathered} \qquad (4.4)$$

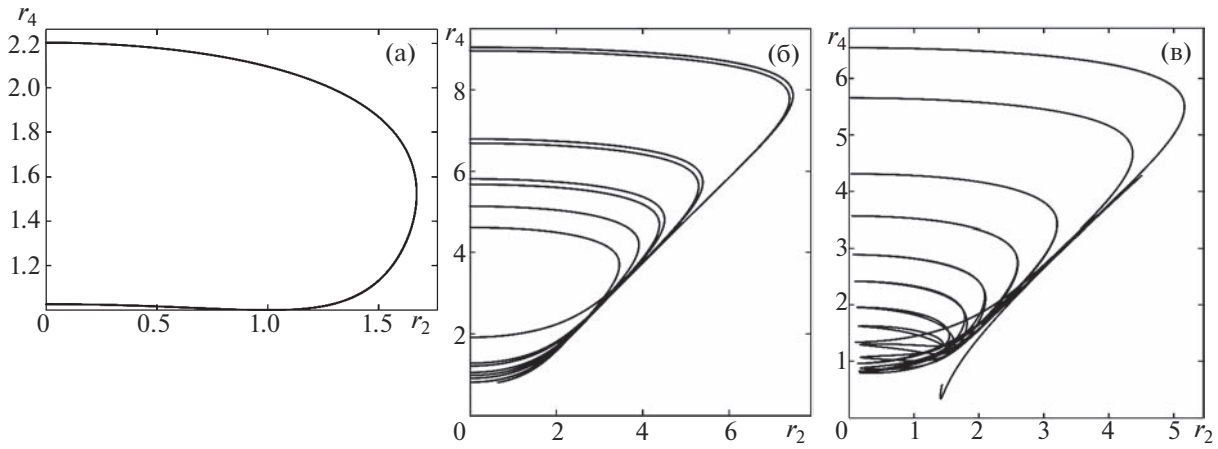

Рис. 2. Фазовый портрет системы на плоскости $R = r_2$, $\left(y^2 + y_0^2\right)^{1/2} = r_4$ разных значениях инварианта $I_3 = 0, 0.1, 0.5$ (соответственно фигуры (а), (б), (в)). Графики взяты из [Романова Н.Н. и др., 2016].

Компоненты $A_{2,4}$ представляют неустойчивые волны на двух границах слоя со сдвигом скорости, компоненты $A_{1,3}$ – устойчивые моды. Комплексные амплитуды b_i удовлетворяют четырем уравнениям с тремя инвариантами

$$I_1 = b_1 b_1^* + b_3 b_3^*, \quad I_2 = b_1 b_1^* + b_2 b_2^* + b_4 b_4^*, \quad I_3 = \mathrm{Re}\left[b_2\left(b_1^* b_3^* + b_4^*\right)\right] \tag{4.5}$$

I_3 играет роль гамильтониана и определяет динамику системы. Если $I_3 = 0$, то система имеет дополнительные инварианты. Вводя обозначения $b_1 b_3 = \frac{1}{2} a^2 sh\left(2\mu e^{i\vartheta_{13}}\right)$, $b_{2,4} = iR_{2,4} e^{i\vartheta_{2,4}}$ и переходя к переменным x, y: $\mathrm{ch}(2\mu) = \mathrm{ch}x \times \mathrm{ch}(2\mu)$, $y^2 = R_4^2 - y_0^2$. Получаем

$$I_3 = R_2\left(C_1 + C_2\right) = 0, \quad C_1 = \frac{a^2}{2}\mathrm{sh}(2\mu)\sin\left(\vartheta_{13} - \vartheta_2\right), \quad C_2 = R_2 \sin\left(\vartheta_4 - \vartheta_2\right). \tag{4.6}$$

При $I_3 = 0$ имеем инвариантные величины $C_1 = -C_2 S = x - 2y$ и систему двух уравнений

$$\frac{dx}{dt} = 2R_2, \quad \frac{dy}{dt} = -R_2. \tag{4.7}$$

С инвариантом $I_2 = R_2^2 + \frac{a^2}{2}\mathrm{ch}(2\mu_0)\mathrm{ch}[S - 2y] - y^2 - y_0^2$. Такая система представляет собой нелинейный осциллятор, который совершает колебания между точками, где $R_2 = 0$ с периодом T. Инвариант I_2 определяет фазовые кривые на плоскости R_2, y. Система имеет две особенности. Во-первых, при $S \neq 0$ ее колебания несимметричны относительно средней точки, во-вторых, при некоторых значениях параметров она имеет в центре потенциальный барьер, разделяющий две области неустойчивости и стабилизации. Траектория на фазовой плоскости распадается на три интервала – центральную область развития, неустойчивости пограничные слои, где она стабилизируется. На плоскости параметров μ_0 и S, определяющих высоту и положение барьера множество траекторий разделяется на области ограниченные сепаратрисами.

В случае конечного значения третьего инварианта полная система уравнений описывает динамику структуры с тремя степенями свободы. Движение на фазовой плоскости R_2, y перестает быть периодическим, а переменные S, μ_0 меняются от цикла к циклу. Это вызывает смещение траекторий относительно сепаратрис и блуждание системы по когерентным циклам. Быстрое изменение квазиинвариантов происходит вблизи границ цикла, где фазовые сдвиги меняют ход траекторий. Их смещение относительно сепаратрис приводит к хаотизации поведения системы. Фазовый портрет системы при разных значениях инварианта I_3 представлен на рис. 2.

Ситуация напоминает маятник Капицы с колеблющейся точкой подвеса.

Рассмотрим движение системы между точками с одним значением R_2 как отображение Пуанкаре. Свойства отображения, показывающего смещение основных переменных за период,

определяются матрицей Якоби [Лихтенберг и др., 1984; Заславский, 2004]. Отрицательные значения матрицы указывают на области, где возникает локальная неустойчивость по фазе. Эта неустойчивость зависит от величины основных инвариантов. При больших значениях первого инварианта третьего колебания системы имеют двоякопериодический характер. В противоположном случае система колеблется около сепаратрисы и поведение траекторий приобретает черты хаоса. При увеличении размаха колебаний хаос нарастает и движение системы переходит в "стохастическое море". Наряду с этим растут амплитуды крупномасштабной и мелкомасштабной компонент движения. Вследствие этого возникают крутые фронты, сходные с фронтами ударных волн. Сценарий хаотизации в основном соответствует сценарию, описанному для простейших гамильтоновых систем в работах Г.М. Заславского и его соавторов [Заславский и др., 1991]. Вместе с тем фазовые кривые на плоскости S, μ_0 показывают упорядоченное изменение компоненты, черпающей энергию от более быстрых колебаний.

Возмущение вида волнового пакета может быть представлено как сумма триплетов, зависящих от волнового числа. Описывая эволюцию каждого триплета, а затем, проводя суммирование триплетов, мы получаем представление меняющегося во времени полного поля. Поведение системы при этом осложняется колебаниями пространственной ширины пакета. Частота и амплитуда этих колебаний зависят от соотношения между шириной области неустойчивости и размерами области взаимодействия устойчивых волн, которое зависит от их групповых скоростей.

4.2. Вихревые структуры в идеальной жидкости (волчок Должанского)

Структуры, сходные с рассмотренными выше, возникают и при эволюции трехмерных вихревых образований. При структурном описании вихрей образующихся около некоторого центра, мы получаем систему уравнений относительно завихренности и градиента плотности

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}}{\partial t} = (\boldsymbol{\Omega}\mathrm{grad})V - g \times \mathrm{grad}\eta, \qquad \frac{\partial \eta}{\partial t} + \mathrm{grad}\,(V\eta) = 0, \tag{4.8}$$

где $\eta(t) = \mathrm{grad}\rho$. Поле скорости представляет сумму компонент, одна из которых определяет завихренность, а другая связана с условиями на границе. Граница области, представляет собой поверхность постоянной потенциальной завихренности может быть твердой или колеблющейся. Течения с твердой границей – это особый тип вихревых течений, реализуемый в лабораторных условиях.

К таким системам относится "волчок Должанского", дающий описание колебаний жидкости в эллипсоиде, вращающемся в поле сил тяжести [Должанский и др., 2002]. В этой системе можно видеть "игрушечную" модель атмосферы [Должанский, 2011; Должанский, 2005]. Как показывают последние исследования, турбулентность также сохраняет подобные структурные особенности [Jimenez, 2018].

Система, следующая из (4.8) включает шесть уравнений и обладает тремя инвариантами: энергией, модулем градиента плотности и потенциальной завихренностью. Как и в рассмотренной выше задаче, система имеет три степени свободы [Должанский и др., 2002].

Линеаризуя систему при постоянных значениях вертикальных компонент завихренности и градиента плотности, получаем четыре уравнения для горизонтальных компонент этих векторов. Дисперсионное уравнение описывает две ветви – быстрых и медленных колебаний. Это соответствует разделению горизонтальной завихренности на две компоненты по отношению к поверхностям постоянной плотности.

Для разделения быстрых и медленных движений основное значение имеет условие квазигеострофического равновесия, которое принимает вид:

$$\Omega_1 = A_1\eta_1/\Omega_3, \quad \Omega_2 = A_2\eta_2/\Omega_3,$$
$$A_1 = g/(I_3 - I_1), \quad A_2 = -g/(I_3 - I_2).$$

Это условие уменьшает число переменных в системе:

$$\frac{d\eta_1}{dt} = -\eta_2\left(-\Omega_3 + \frac{A_1\eta_3}{\Omega_3}\right), \quad \frac{d\eta_2}{dt} = \eta_1\left(\Omega_3 - \frac{A_1\eta_3}{\Omega_3}\right), \quad \frac{\partial \Omega_3}{\partial t} = (I_2 - I_1)\eta_1\eta_1\frac{A_1A_2}{\Omega_3^2}. \tag{4.9}$$

Коэффициенты I_{1-3} обеспечивают равенство нулю нормальной компоненты скорости на границе эллипсоида. Линейная задача (4.9) указывает на область неустойчивости вблизи точки

$$(2I_3 - I_2 - I_1)\Omega_3^2 + 2g\eta_3 = 0.$$

Из уравнений (4.9) следует закон сохранения, используя который мы получаем описание стабилизирующего неустойчивость триплета: $X = \frac{\eta_1}{\eta_{10}}$, $Y = \frac{\eta_2}{\eta_{20}}$, $Z = Z_0 + \frac{\Omega_{33}}{\Omega_{30}}$ [Должанский и др., 2002].

После соответствующей нормировки система приобретает вид

$$\frac{dX}{dt} = -Y(Z - Z_0), \quad \frac{dY}{dt} = XZ, \quad \frac{dZ}{dt} = RXY. \quad (4.10)$$

Нормировочные величины и параметры $R > 0, Z_0$ определяются коэффициентами исходной системы. Области соответствуют значения при $Z(Z_0 - Z) < 0$. Система обладает двумя инвариантами:

$$RY^2 - Z^2C_1X^2 + R(Z - Z_0)^2 = C_2.$$

И описывает нелинейный осциллятор, подобный рассмотренному в предшествующем разделе. В режиме периодических колебаний происходит вращение плоскости постоянной плотности с одновременным образованием фронтов с большими градиентами по горизонтали. Законы сохранения позволяют построить фазовый портрет системы. Фазовые траектории включают области развития и стабилизации неустойчивости. Периодичность нарушается при учете агеострофических колебаний, присутствующих в полной системе. Под их воздействием на границах основного периода возникают малые колебания инвариантов, вклады от которых приводят к смещению фазовых кривых основной системы и пересечению сепаратрисы, разделяющей разные режимы. Рост амплитуды колебаний делает поведение системы хаотическим. Степень хаотизации характеризуется значением матрицы Якоби, для отображения смещения переменных период T. Результатом оказывается случайное блуждание фазовых траекторий сначала в сепаратрисном слое, а затем во всей области движения. Более сложная картина возникает при одновременных колебаниях границы.

Из разобранных примеров образования структур в идеальной жидкости следует сходство сценариев, по которым происходит эволюция поверхностей уровня лагранжевых инвариантов. В ее основе лежат колебания подобные колебаниям нелинейного осциллятора. Частота колебаний управляется дополнительными переменными, входящими в единый, синхронизированный по фазе триплет. Если эта синхронизация по фазе нарушается, то происходит частичная хаотизация движения. Общая картина возникновения крутых фронтов в несжимаемой жидкости подобна фокусировкам оптического излучения в неоднородной среде.

5. ДИССИПАТИВНЫ СТРУКТУРЫ

Диссипативные структуры, образуются в течениях жидкости с большими градиентами плотности и скорости [Рабинович и др., 1998; Рабинович и др., 2000]. Они ограничивают размеры кластеров, также как дифракция ограничивает размеры фокальных пятен. Они стабилизируют неустойчивость, выполняя ту же роль что и мелкомасштабные колебания в идеальной жидкости. Это соответствует соотношению упругих и неупругих соударений при столкновениях частиц. В сплошной среде это соотношение зависит от числа Рейнольдса. Совместное действие этих явлений ведет к возникновению турбулентности. Особенно важную роль играют структуры, образующиеся в пограничном слое около твердой стенки. Согласно современным воззрениям структуры среднего масштаба служат посредником между крупномасштабным течением и мелкомасштабной турбулентностью [Jimenez, 2018].

Простейшей моделью, учитывающей влияние диссипации на крупномасштабные течения, является модель линейного трения. Эта модель, восходящая к работе Чандрасекара, используется во многих работах посвященных интерпретации натурных и лабораторных экспериментов, включая работы Лоренца [Lorenz, 1963]. Важный вклад в апробацию этой модели внесли работы Ф.В. Должанского, непосредственно связанные с экспериментом [Должанский, 2011].

5.1. Линейное трение и система Лоренца

Рассмотрим влияние линейного трения на поведение игрушечной модели атмосферы, предложенной Ф.В. Должанским [Должанский, 2011]. Эта модель является развитием модели “волчка”, о которой говорилось выше. На основе квазигеострофического приближения с учетом сторонней температурной накачки и линейного трения уравнения имеют вид:

$$\frac{dX}{dt} = -YZ - X + D, \quad \frac{dY}{dt} = XZ - Y, \quad \frac{dZ}{dt} = XY - Z. \quad (5.1)$$

Эти переменные указывают на колебания компонент вектора завихренности. В одном из горизонтальных направлений действует сторонняя сила D. Как указано в [Должанский, 2011], система имеет два стационарных состояния – режимы Хедли и режим Россби

$$X = D, \quad Y = Z = 0 \ (\text{Хедли}), \quad (5.2)$$

$$X = D_0 = 1, \quad YZ = \pm D_0^{\frac{1}{2}}\left[|D| - D_0\right]^{\frac{1}{2}} \ (\text{Россби}). \quad (5.3)$$

Система уравнений (5.1) также представляет собой триплет, который совершает периодические колебания с обменом энергией между ком-

понентами. При этих колебаниях быстро достигается точка частичного равновесия: $Y^2 = Z^2$. Определяя S как $X + 1 = dS/dt$, имеем

$$Y = Y_0 \exp[S]. \tag{5.4}$$

Для S получаем уравнение осциллятора с трением и форсингом

$$\frac{d^2S}{dt^2} + \frac{dS}{dt} - 1 + \left[Y_0^2 \exp(2S) - D\right] = 0. \tag{5.5}$$

На фазовой плоскости X, S при $D > 1$ возможны траектории различного типа. В окрестности режима Хедли в линеаризованной системе развивается неустойчивость. Это ведет к убыванию компоненты X и переходу в окрестность одного из режимов Россби. Поведение траекторий в зависимости от амплитуды возмущения соответствует двум режимам. В одном случае возникает затухающее движение по отношению к точке равновесия режима Россби. В другом случае система колеблется между режимами Хедли и Россби. Такие колебания носят квазипериодический характер, включающий слабое блуждание точек поворота системы, не имеющей дополнительного интеграла. Такое блуждание в системе двух переменных является проявлением слабого хаоса.

Ситуация усложняется при учете β-эффекта, т.е. асимметрии системы относительно вертикального направления, что приводит уравнения к виду:

$$\begin{gathered} \frac{dX}{dt} = -YZ - X - D, \\ \frac{dY}{dt} = XZ - Y, \quad \frac{dZ}{dt} = RXY - \beta Y - Z. \end{gathered} \tag{5.6}$$

При $R = 0$ система эквивалентна известной системе Э. Лоренца [Lorenz, 1963].

Делая замену переменных аналогичную (5.4), получаем при отличном от нуля β систему трех уравнений. Линеаризация уравнений для переменных Y, Z при $X = \text{Const}$ показывает, что решение имеет растущую компоненту при $\beta X > 1$. Уравнение для компоненты X позволяет вычислить поправки к линейному решению, возникающие в пограничных слоях вблизи точек равновесия. При этом нарушается симметрия по переменной Y. Эти поправки ведут к блужданиям системы по фазовым траекториям основного колебания. Блуждания усиливаются при переходе системы через сепаратрису, разделяющую разные типы ее поведения, смотри рис. 3. Система переходит в режим хаоса, как это было описано в предшествующих разделах. Однако хаотические колебания на фазовой плоскости происходят между точками равновесия Россби, так что в целом колебания амплитуды сохраняют периодический характер [Jimenez, 2018].

5.2. Структуры в пограничных слоях

Приближение линейного трения понижает порядок системы уравнений, описывающих диссипацию. Однако, такой подход справедлив не всегда. Как уже указывалось, в нелинейной акустике вблизи фронта ударной волны образуется диссипативная структура. Дополняя уравнение (4.1) членом со второй производной, мы получаем уравнение Бюргерса, решение которого показывает структуру и масштабы ударного фронта [Гурбатов, 1983].

Особый интерес представляет формирование пограничных слоев вблизи твердого дна. При больших числах Рейнольдса условия на границе ведут к генерации вторичного течения во всей области, которое определяет влияние трения на основную компоненту скорости. Следующий отсюда коэффициент трения оказывается нелинейным [Должанский, 1999].

Другой пример дает модифицированная задача Кармана о течении вязкой жидкости над вращающимся диском под действием сторонней силы. Трехмерная задача в цилиндрических координатах без зависимости от угла и с линейной зависимостью от радиуса была рассмотрена [Кострыкин и др., 2011]. Задача формулируется для величины:

$$K(z) = G + IF,$$

где G и F вихревая и потенциальная компоненты течения в плоскости $z = \text{Const}$. В стационарном режиме K удовлетворяет уравнению:

$$E\frac{d^2K}{dz^2} - H\frac{dK}{dz} + i\left(K^2 + P\right) = -Q, \tag{5.7}$$

где E – коэффициент вязкости, P – постоянное давление, Q – сторонняя сила, H – вертикальная скорость, удовлетворяющая условию $dH/dz = -2F$. Граничные условия имеют вид:

$$\begin{gathered} K = S, \quad H = 0\,(z = 0), \\ \frac{dK}{dz} = 0, \quad H = 0\,(z = h). \end{gathered} \tag{5.8}$$

Аналитическое решение задачи связано с введением линейного трения: $E\,d^2K/dz^2 = \gamma K$. В простейшем случае это единое для всего слоя экмановское или стюартсоновское трение [Должанский, 1999]. Однако при больших числах

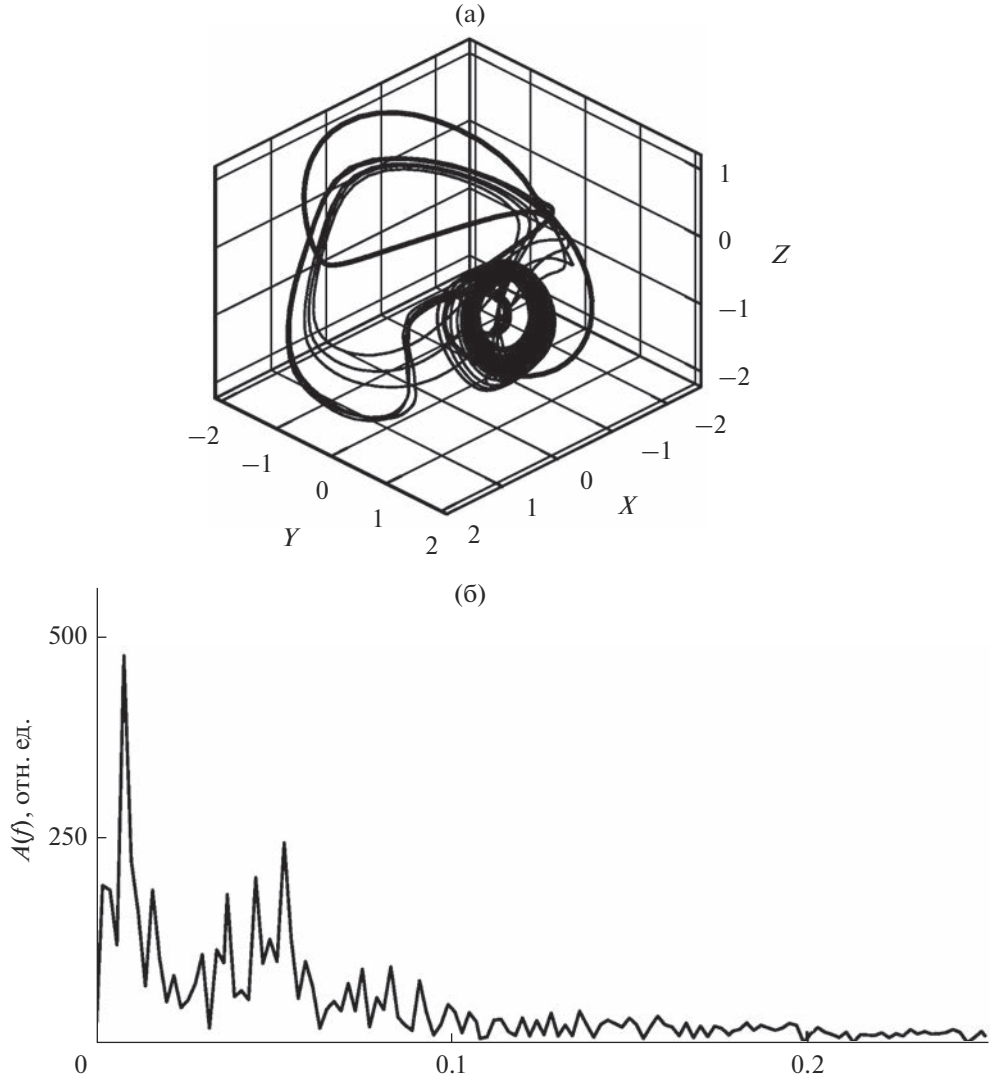

Рис. 3. Фазовый портрет стохастического режима (а) и его спектральная диаграмма (б). Графики взяты из [Должанский, 2005].

Рейнольдса требуется более точное решение. Полагая $S = 1$, $E \ll 1$, будем искать решение в виде

$$K = K_0 + (1 - K_0)\exp(-\gamma z),$$
$$K_0^2 = iQ - P, \quad K_0 = G_0 + iF_0. \tag{5.9}$$

Подставляя это выражение в уравнение, находим, что при $E \ll 1$

$$\gamma = [-i(1 + K_0)]^{\frac{1}{2}}. \tag{5.10}$$

Вычисляя величину вертикальной скорости на верхней границе $H(0)$, получаем формулу для коэффициента нелинейного трения

$$F_0 = -E^{\frac{1}{2}} \frac{1 - G_0}{(1 + G_0)^{\frac{1}{2}}}. \tag{5.11}$$

Величина G_0 определяется условием $F_0 G_0 = Q$. Это решение соответствует так называемому режиму Бэтчелора. Оно описывает стационарные структуры, образующиеся в пограничном слое около дна. Другой режим (Стюартсона), как показывает численное решение задачи [Якушкин, 1990] имеет место при $-1 < G_0 < 0$, когда основное течение и дно вращаются в разных направлениях. Анализ уравнения показывает существование между границами интенсивного вихря с горизонтальной осью. Основная структура течения определяется уравнением невязкой жидкости с учетом вертикальной скорости

$$-H\frac{dK}{dz} + i\left(K^2 + P\right) = 0. \tag{5.12}$$

Параметры этого спирального вихря определяются течением в пограничных слоях, где сторонняя

сила уравновешивается диссипацией. Два типа стационарных структур до известной степени аналогичны структурам Хедли и Россби в системах с линейным трением. Совмещаясь в одном течении, такие структуры приводят к колебательным и хаотическим режимам. Нелинейное взаимодействие формирует трехмерные колебательные структуры [Jimenez, 2018]. В результате возникновения вторичного течения происходит деформация поля вертикальной завихренности и образование вертикальных пограничных слоев, как это было показано в линейной задаче для течения Колмогорова Ф.В. Должанским [Должанский, 1999].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассматривая негауссовы случайные поля с точки зрения статистической топографии, мы видим, что их можно представить как совокупность интенсивных структур, выделяющихся на общем фоне. Таковы и волновые поля в неоднородной среде, и поля, описывающие гидродинамические течения, наблюдаемые в натурных или лабораторных условиях. Структурное описание является при этом альтернативным по отношению к описанию с помощью статистических моментов. Отдельные структуры с небольшим числом степеней свободы входят в единый ансамбль и описывают разнообразные явления. Расположение структур связано с экстремальными точками полей, фиксируемых в физическом и в фазовом пространстве. В оптических полях структуры являются результатом фокусировок излучения в неоднородной среде. В гидродинамике фокусировкам соответствуют явления кластеризации и деформации течений идеальной или вязкой жидкости. Такие явления связаны с развитием и стабилизацией неустойчивостей. И в том и в другом случае форма структур и ее эволюция содержат важную информацию о среде распространения или о свойствах течений жидкости.

Эволюция структур может быть описана в различных приближениях. При этом она определятся двумя процессами – собственной эволюцией и взаимодействием между структурами. Основные структуры среднего масштаба могут быть рассмотрены на основе квазигеострофического соотношения. Они образуются или около некоторых центров или на границах отдельных областей и представляют собой своего рода нелинейный осциллятор. Каждая структура характеризуется набором лагранжевых инвариантов, задающих ее пространственно – временные масштабы. Влияние колебаний на ограничение роста неустойчивости сходно с влиянием диссипации, что является следствием соударений между структурами, которые бывают упругими и не упругими.

Колебания такого осциллятора зависят от системы инвариантов, которые частично являются квазиинвариантами, так как подвергаются воздействию присутствующей в системе агеострофической компоненты. Другая система инвариантов испытывает внешнее воздействие со стороны соседних структур. Эти изменения приводят к тому, что колебания структуры становятся частично-когерентными и переходят в режим частичного хаоса. При взаимодействии структур разного масштаба мелкомасштабные структуры могут группироваться между собой, в результате чего возникают более сложные образования. Общее описание наблюдаемого поля должно быть основано на учете как детерминированного, так и случайного характера его эволюции на больших масштабах.

Автор выражает глубокую благодарность своим коллегам, с которыми обсуждал затронутые в статье проблемы и у которых постоянно учился. Особенную благодарность приношу А.А. Хапаеву за постоянное внимание и помощь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРА

Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 1983. 544 с.

Гледзер Е.Б., Должанский Ф.В., Обухов А.М. Системы гидродинамического типа и их применение. М.: Наука, 1987. 366 с.

Гледзер Е.Б. Диссипация и перемежаемость турбулентности в рамках гидродинамических аппроксимаций // Изв. РАН Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 6. С. 731–746.

Гончаров В.П., Павлов В.И. Гамильтоновая вихревая и волновая динамика. М.: ГЕОС, 2008. 432 с.

Гурбатов С.Н., Саичев А.И., Якушкин И.Г. Нелинейные волны и одномерная турбулентность в средах без дисперсии // УФН. 1983. Т. 141. № 2. С. 221–253.

Данилов С.Д., Довженко В.А., Якушкин И.Г. Перенос пассивного скаляра и лагранжев хаос в гамильтоновой гидродинамической системе // ЖЭТФ. 2000. Т.118. Вып. 2. С. 483–494.

Должанский Ф.В., Крымов В.А., Манин Д.Ю. Устойчивость и вихревые структуры в квазидвумерных сдвиговых течениях // УФН. 1990. Т. 160. № 7. С. 1–45.

Должанский Ф.В. Поперечная структура квазидвумерных гидродинамических и магнитогидродинамических течений // Изв. РАН Физика атмосферы и океана. 1999. Т. 35. Вып. 2. С. 163–173.

Должанский Ф.В., Пономарев В.М. Простейшие медленные многообразия баротропных и бароклинных движений вращающейся жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 38. № 3. С. 316–330.

Должанский Ф.В. О механических прообразах фундаментальных гидродинамических инвариантов и медленных многообразий // УФН. 2005. Т.175. № 12. С. 1257–1288.

Должанский Ф.В. Основы геофизической гидродинамики. М.: Физматлит, 2011. 264 с.

Займан Д. Модели беспорядка. М.: Наука, 1982. 591 с.

Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. М.: Наука, 1988. 368с.

Заславский Г.М., Сагдеев Р.З., Усиков Д.А., Черников А.А. Слабый хаос и квазирегулярные структуры. М.: Наука, 1991. 235 с.

Заславский Г.М. Физика хаоса в гамильтоновых системах. Москва–Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2004. 288 с.

Зельдович Я.Б., Молчанов С.А., Рузмайкин А.А., Соколов Д.Д. Перемежаемость в случайной среде // УФН. 1987. Т. 152. № 1. С. 3–32.

Кляцкин В.И., Якушкин И.Г. Стохастический перенос в случайных волновых полях // ЖЭТФ. 2000. Т. 118. № 4. С. 849–862.

Кляцкин В.И. Статистический анализ когерентных явлений в стохастических динамических системах. М.: URSS, 2014. 768 с.

Кляцкин В.И. Стохастическое структурообразование в случайных средах // УФН. 2016. Т. 186. № 1. С. 76–105.

Кострыкин С.В., Хапаев А.А., Якушкин И.Г. Вихревые структуры в квазидвумерных течениях вязкой вращающейся жидкости // ЖЭТФ. 2011. Т. 139. № 2. С. 395–407.

Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 306 с.

Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Наука, 1984. 536 с.

Лоренц Э. Природа и теория общей циркуляции атмосферы // Л.: Гидрометеоиздат, 1970. 259 с.

Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидродинамика. М.: Наука, 1965. Т. 1, 2. 639 с., 730 с.

Обухов А.М. Турбулентность и динамика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 412 с.

Пономарев В.А., Хапаев А.А., Якушкин И.Г. Влияние экмановского трения и асимметрия циклонических и антициклонических когерентных структур в гидродинамических течениях // ДАН сер Геофизика. 2009. Т. 425. № 6. С. 821–826.

Рабинович М.И., Езерский А.Б. Динамическая теория формообразования. М.: Янус-К, 1998. 191 с.

Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. НИЦ: Регулярная и хаотическая динамика, 2000. 561 с.

Романова Н.Н., Якушкин И.Г. Гамильтоново описание движений в идеальной расслоенной жидкости // ДАН сер. Геофизика. 2001. Т. 380. № 5. С. 330–334.

Романова Н.Н., Чхетиани О.Г., Якушкин И.Г. Влияние нелинейных взаимодействий на развитие неустойчивости в волновых гидродинамических системах // ЖЭТФ. 2016. Т. 149. № 5. С.1043–1056.

Рытов С.М., Кравцов Ю.А, Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.

Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.

Якушкин И.Г. Флуктуации интенсивности поля плоской волны за хаотическим фазовым экраном // Изв. Вузов. Радиофизика. 1974. Т. 13. № 9. С. 151–156.

Якушкин И.Г. Флуктуации интенсивности при малоугловом рассеянии волновых полей // Изв. Вузов. Радиофизика. 1985. Т.23. № 5. С. 535–566.

Якушкин И.Г. Многолучевое рассеяние волновых полей в неоднородных и нелинейных средах: Автореф. диссертации на соискание ученой степени докт. физ. мат. наук. М., 1987. 32 с.

Якушкин И.Г. О мерцаниях светового блика на морской поверхности // Изв. АН СССР Физика атмосферы и океана. 1990. Т. 26. № 10. С. 25–32.

Якушкин И.Г. Случайные внутренние гравитационные волны в атмосфере // Изв. РАН Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34. № 5. С. 651–657.

Якушкин И.Г. О лагранжевом и гамильтоновом описании моделей геофизических течений идеальной жидкости // Изв. РАН Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 2. С. 156–166.

Blackwelder R.F.M. Coherent structures associated with turbulent transport // Proc. 2nd Int. Sump. Tokyo. 1987. P. 1–20.

Groesen Van E. Deformation of coherent structures // UK Rep. Prog. Phys. 1996. V. 59. P. 511–600.

Guha A., Lawrence G.A. A wave interaction approach to studying non-modal homogeneous and stratified shear instabilities // J. Fluid Mech. 2014. V. 755. P. 336–364.

Jimenez J. Coherent structures in wall-bounded turbulence // J. Fluid Mech. 2018. V. 842. P. 1–100.

Kostrykin S.V., Khapaev A.A., Yakushkin I.G. The influence of nonlinear bottom friction on the properties of decaying cyclonic and anticyclonic vortex structures in a shallow rotated fluid // J. Fluid Mechanics. 2014. V. 753. P. 217–241.

Kravzov Y.A. Propagation of electromagnetic waves through turbulent atmosphere // Rep. Progr. Phys. 1992. P. 92–112.

Loesch A.Z. Resonant interactions between unstable and neutral baroclinic waves: Part I // J. Atmos. Sci. 1974. V. 31. P. 1177–1201.

Longuet–Higgins M.S. The statistical geometry of a random surface / In: Hydrodynamic Stability // Proc. 13-thSymp. Appl. Math. Am. Math. Soc. 1962. P. 105–142.

Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow // J. Atmospheric Sciences. 1963. V. 20. № 3. P. 130–148.

Okubo A. Horizontal dispersion of floatable particles in the vicinity of velocity singularities such as convergences // Deep Sea Research. 1970. V. 17. P. 445–454.

Pelinovsky E.N., Shurgalina E.G., Sergeeva A.V., Talipova T.G., Grimshaw R.H.J. Two-Soliton Interaction as an Elementary Act of Soliton Turbulence in Integrable Systems // Physics Letters A. 2013. V. 377. P. 272–275.

Romanova N.N., Annenkov S.A. Three–wave resonant interactions in unstable media // J. Fluid Mech. 2005. V. 539. P. 57–91.

Salmon R. Hamiltonian fluid mechanics // Ann. Rev. Fluid Mech. 1988. V. 20. P. 225–256.

Vallis G.K. Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: Fundamentals and Large-Scale Circulation // Cambridge University Press. 2017. 326 p.

Yakushkin I.G., Zavorotny V.U. Statistics evolution of Gaussian wave fields in random Media // Waves in Random media. 1992. V. 2 P.162–165.

Yakushkin I.G. Strong focusing of plane wave behind a power–law phase screen // Waves in Random Media. 1996. V. 6. P. 281–289.

Structural Description of Geophysical Random Fields with Non-Gaussian Statistics

I. G. Yakushkin*, **

Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzheysky per., 3, Moscow, 119017 Russia

**e-mail: lgg@ifaran.ru*

***e-mail: iyakushkin@yandex.ru*

The article considers an approach to the description of random fields as a set of intense structures with random parameters. Such structures are observed both in optical fields propagating in inhomogeneous media and in fields of hydrodynamic origin and are formed because of focusing of radiation or deformation of flows. The article discusses the filtration methods and the evolution of such structures. Different modes of structures, modes of periodic and stochastic oscillations, are described.

Keywords: stochastic equations, chaos, structures, vortices

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2023, том 59, № 2, с. 192–199

УДК 551.510.413.2,551.510.412

ИК-СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ АТМОСФЕРНОГО СОДЕРЖАНИЯ АЗОТНОЙ КИСЛОТЫ НА СТАНЦИИ NDACC St. PETERSBURG

© 2023 г. Я. А. Виролайнен[a], *, Ю. М. Тимофеев[a], А. В. Поляков[a], А. В. Поберовский[a]

[a]Санкт-Петербургский государственный университет,
Университетская наб., 7/9, Санкт-Петербург, 199034 Россия

*e-mail: yana.virolainen@spbu.ru

Поступила в редакцию 21.10.2022 г.
После доработки 10.11.2022 г.
Принята к публикации 11.01.2023 г.

Азотная кислота (HNO_3) в атмосфере оказывает значительное влияние на формирование озонового слоя, поэтому ее содержание регулярно измеряется с помощью различных локальных и дистанционных методов. Для получения информации о содержании HNO_3 в различных слоях атмосферы на наблюдательной станции NDACC St. Petersburg в Петергофе мы использовали наземные измерения спектров солнечного ИК-излучения Фурье-спектрометром Bruker 125HR. Полученные ряды значений HNO_3 продемонстрировали ярко-выраженный сезонный ход с максимумом зимой и ранней весной и с минимумом летом и ранней осенью. Вариации среднего сезонного хода азотной кислоты относительно средних за период 2009–2022 гг. величин менялись от –30 до +60%, от –25 до +25% и от –25 до +30% для слоев 0–15 км, 15–50 км и 0–50 км, соответственно. При этом не было выявлено статистически значимых трендов в рассматриваемых рядах данных. Сопоставление величин стратосферного содержания HNO_3 с данными независимых спутниковых измерений приборами MLS и ACE-FTS показало их качественное и количественное согласие; коэффициент корреляции между наземными и спутниковыми измерениями HNO_3 составил 0.88–0.93. Полученные данные по вертикальной структуре содержания азотной кислоты могут быть использованы как для анализа состояния озоносферы, так и для валидации спутниковых измерений и уточнения параметров атмосферных моделей.

Ключевые слова: азотная кислота, ИК Фурье-спектроскопия, спутниковые измерения, изменчивость газового состава атмосферы

DOI: 10.31857/S0002351523020074, **EDN:** HPRNWS

1. ВВЕДЕНИЕ

Азотная кислота (HNO_3) играет важную роль в химии стратосферного озона. Она участвует в озоноразрушающих каталитических циклах и в гетерогенных реакциях на поверхности частиц аэрозолей и полярных стратосферных облаков, а также является резервуаром для химически активных окислов азота. По уровню токсичности пары HNO_3 относятся к умеренно опасным веществам. Содержание HNO_3 в атмосфере регулярно измеряется с помощью различных локальных и дистанционных методов [WMO, 2018]. В последние десятилетия для определения содержания HNO_3 в глобальном и региональных масштабах активно используются спутниковые измерения с помощью различных методов и аппаратуры [Vigouroux et al., 2007; Lindenmaier et al., 2012; Wespes et al., 2009; Wolff et al., 2008; Livesey et al., 2011].

Первые долговременные наземные ИК-спектроскопические измерения содержания HNO_3 в атмосфере в средних широтах были описаны в работе [Rinsland et al., 1991]. Подобные измерения проводились и на других станциях международной измерительной сети NDACC (Network for the Detection of Atmospheric Composition Change), см., например, [Vigouroux et al., 2007; Dammers et al., 2017; Shan et al., 2021]. С 2009 года измерения общего содержания (ОС) HNO_3 осуществляются на станции NDACC St. Petersburg, расположенной на базе кампуса СПбГУ в Петергофе [Semakin et al., 2013; Timofeyev et al., 2016; Виролайнен и др., 2016, 2021]. Наземные ИК-спектроскопические измерения используются для исследования пространственно-временных вариаций содержаний HNO_3, получения оценок долговременных трендов, сопоставления с численными моделями атмосферы и валидации спутниковых измерений различного типа. В работе [Виролайнен и др., 2022]

Таблица 1. Статистические характеристики ансамблей измерений содержания HNO_3, погрешности измерений и оценки трендов на станции NDACC St. Petersburg. Здесь x – среднее значение содержания, σ – его изменчивость, $\varepsilon_{случ}$ и $\varepsilon_{сист}$ – средняя случайная и систематическая погрешности, соответственно

Слой	$x \pm \sigma$, $*10^{16}$ см$^{-2}$	$\varepsilon_{случ}$, %	$\varepsilon_{сист}$, %	Тренд, % в год
0–50 км	2.2 ± 0.6	3.9 ± 1.9	9.2 ± 1.6	0.23 ± 0.34
0–15 км	0.7 ± 0.4	14 ± 7	15 ± 6	0.25 ± 0.75
15–50 км	1.5 ± 0.3	1.7 ± 0.3	13.0 ± 2.6	0.22 ± 0.22

мы описали новую методику определения ОС и содержания азотной кислоты в двух слоях: в тропосфере и стратосфере, основанную на спектроскопических измерениях Фурье-спектрометра Bruker IFS 125HR (далее по тексту – FTIR).

В настоящей работе мы привели результаты анализа наземных измерений содержания HNO_3 в Петергофе, полученных с помощью новой методики за период 2009–2022 гг., оценки сезонного хода и долговременных трендов, а также результаты сопоставления наземных измерений со спутниковыми данными.

2. FTIR-ИЗМЕРЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ HNO_3 В ПЕТЕРГОФЕ

Для интерпретации FTIR-измерений на станции NDACC St.Petersburg в Петергофе (59.88° N, 29.82° E, 20 м над уровнем моря) мы применили программное обеспечение PROFFIT96 [Hase et al., 2004], использующееся также на ряде других станций NDACC. В течение дня число измерений солнечных спектров составляло от 1 до 20. Для получения каждого спектра накапливались интерферограммы (до 10 штук) за 12 минут, которые затем усреднялись и преобразовывались в спектр. Все спектроскопические измерения выполнялись с разностью хода 180 см, для решения обратной задачи использовались неаподизированные спектры, соответствующие спектральному разрешению 0.005 см$^{-1}$.

При обработке спектров задавались профили давления и температуры по данным ре-анализа NCEP CPC для каждого дня измерений (12 UTC), основанные на спутниковых и радиозондовых измерениях. Априорная информация о профилях содержания различных газов, влияющих на перенос излучения в рассматриваемых спектральных интервалах, бралась по данным численной модели WACCM v.6 [WACCM output].

В 2009–2022 гг. в Петергофе в течение 850 солнечных дней были измерены около 6000 спектров. На основе различных критериев оценки их качества, были отобраны 5182 измерения, полученные за 779 дней в указанный период. В качестве критериев оценки качества измерений мы использовали разность измеренных и рассчитанных спектров, число степеней свободы сигнала относительно информации о содержании азотной кислоты в спектроскопических измерениях (DOFS) и др. Подробности схемы решения обратной задачи и другие особенности анализа измеренных спектров представлены в работе [Виролайнен и др., 2022]. Результаты измерений азотной кислоты на станции St. Petersburg можно найти на сайте [NDACC database]. В нашей работе мы использовали данные версии V004.

За период измерений 2009–2022 гг. среднее по всему ансамблю число DOFS составило 3.08 ± ± 0.38, что означает, что из измеренных спектров можно извлечь информацию о трех независимых параметрах вертикальной структуры азотной кислоты. Минимум информативности приходится на летний период (DOFS = 2.5–2.8), что, возможно, связано с большим влиянием водяного пара на сигнал в летний период [Виролайнен и др., 2022]. Чтобы полученные результаты соответствовали вертикальному разрешению ИК-метода для любого сезона мы разбили атмосферу на 2 слоя: 0–15 км и 15–50 км, а также рассмотрели ОС HNO_3 в слое 0–50 км.

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

В табл. 1 приведены статистические характеристики измеренных величин содержания HNO_3 в трех атмосферных слоях: x – среднее, σ – изменчивость, а также оценки погрешностей измерений – $\varepsilon_{случ}$ – средняя случайная погрешность, $\varepsilon_{сист}$ – средняя систематическая погрешность. В последнем столбце табл. 1 приведена оценка линейного тренда за 2009–2022 гг. по методике, описанной в [Polyakov et al., 2021], для уровня конфиденциальности 95%.

Средние, изменчивость и погрешности остались практически без изменений по сравнению с данными, полученными в работе [Виролайнен и др., 2022] для периода 2009–2021 гг. Оценки трендов при добавлении дополнительного года измерений изменились для слоя 0–15 км 0.25 ± 0.75% в год против –0.82 ± 0.86% в год) и для ОС HNO_3 0.23 ± 0.34% в год против –0.11 ± 0.38% в год, однако по-прежнему остались статистически незначимыми. Для слоя 15–50 км оценка тренда осталось такой же 0.22% в год, при этом конфиденциальный интервал уменьшился до уровня са-

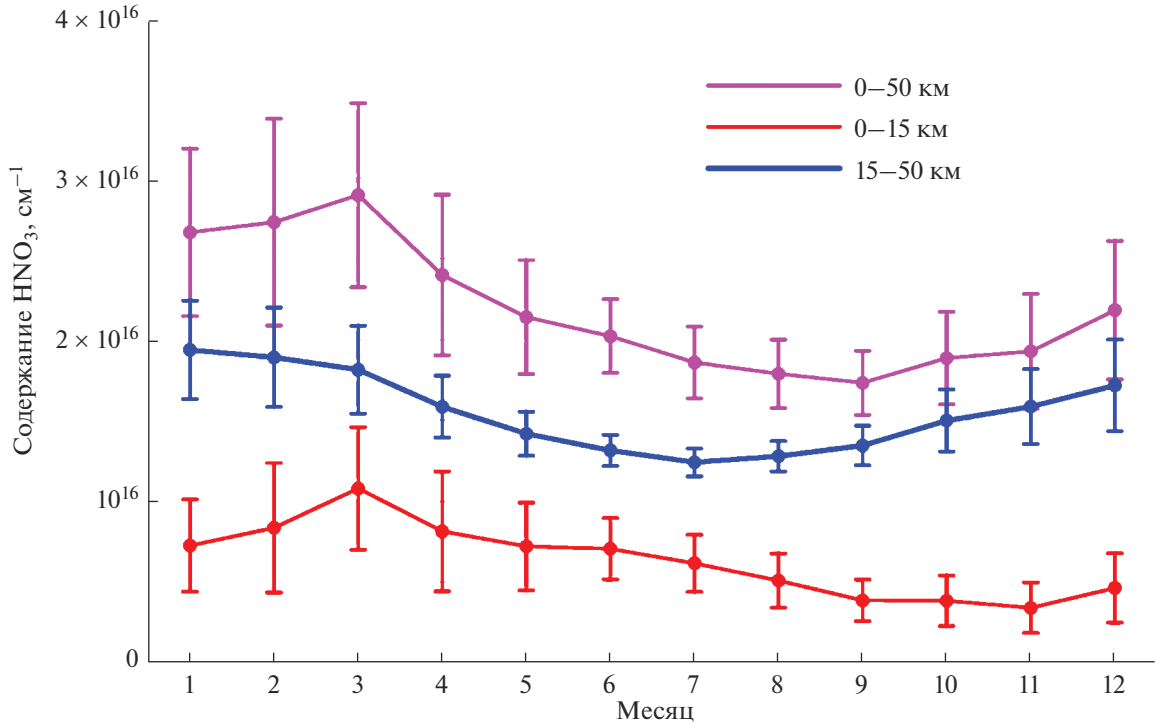

Рис. 1. Среднемесячные величины содержания HNO_3 в слоях 0–50, 0–15 и 15–50 км за 2009–2022 гг., а также их изменчивость, полученные на станции NDACC St. Petersburg.

мой оценки. Таким образом, при добавлении дальнейших измерений можно ожидать статистически значимую оценку роста содержания HNO_3 в слое атмосферы 15–50 км над Санкт-Петербургом.

Исследование трендов ОС HNO_3 было проведено в работе [Rinsland et al., 1991] на двух высокогорных станциях наблюдений NDACC – Jungfraujoch (Альпы, высота 3.6 км, широта 46.5° N, долгота 8.0° E) и Kitt Peak (высота 2.1 км, широта 31.9° N, долгота 111.6° W). Для станции Jungfraujoch использовались наземные измерения с 1951 года с помощью дифракционного спектрометра, а также Фурье-спектрометра за период июнь 1986–июнь 1990 гг. Полученные оценки трендов за период 40 лет составили $-0.16 \pm 0.50\%$ в год, что свидетельствует об отсутствие достоверных трендов. Оценки, полученные на высокогорных станциях и вблизи Санкт-Петербурга, сильно отличаются от долговременных трендов для станции Hefei в Китае [Shan et al., 2021]. На основе анализа трех лет измерений (2017–2019 гг.) на станции Hefei был получен тренд ОС HNO_3 в (-9.45 ± 1.20) % в год. В работе [Ossohou et al., 2019] исследована изменчивость приземных концентраций HNO_3 в трех регионах Африки и показано наличие достоверного тренды только в регионе Bomassa (1.07% в год).

В слое 0–15 км содержится около трети ОС азотной кислоты, при этом ее естественная изменчивость составляет более 50%, что может быть связано с тем, что в зависимости от высоты тропопаузы и с учетом вертикального разрешения FTIR-метода в тропосфере (10–15 км), при расчете содержания HNO_3 в этом слое в нем может также учитываться азотная кислота из нижней стратосферы [Виролайнен и др., 2022]. Естественная изменчивость HNO_3 в слое 15–50 км составляет около 20%.

На рис. 1 показан годовой ход среднемесячных величин содержания HNO_3 в различных слоях атмосферы и их изменчивость на станции St. Petersburg. Максимальные значения содержания HNO_3 в слое 15–50 км наблюдаются зимой, в слое 0–50 км и 0–15 км – в начале весны. Минимум содержания в слое 15–50 км приходится на летнее время, ОС – ранней осенью, а содержания в слое 0–15 км – осенью и в начале зимы. Из-за особенностей климата Санкт-Петербурга и неравномерного распределения солнечных дней в разные месяцы число дней, по которым проводилось осреднение, менялось от 15–20 в ноябре-декабре до 115–118 в апреле и мае, что может влиять на полученный годовой ход.

На рис. 2 представлен средний сезонный ход вариаций содержания азотной кислоты в разных слоях атмосферы относительно средних величин за весь период измерений. Сезонный ход получен после вычета тренда по методике из работы [Polyakov et al., 2021]. Сезонные вариации минимальны для слоя 15–50 км (до 25%), они положительны для конца весны и отрицательны для сере-

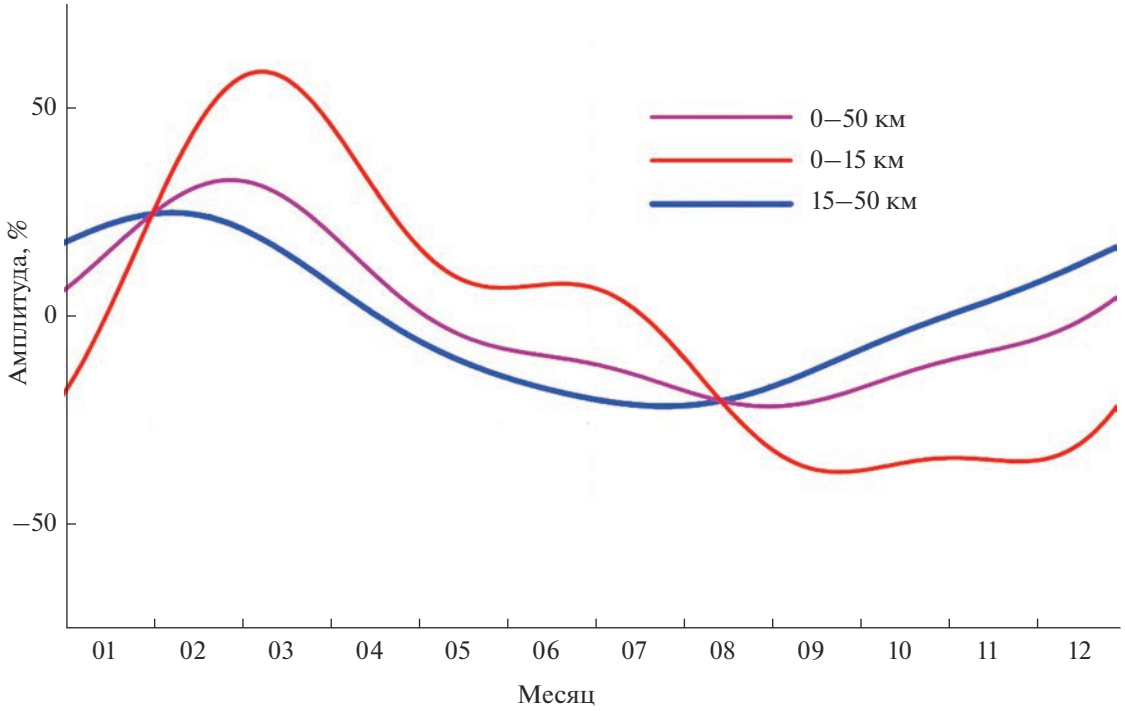

Рис. 2. Вариации сезонного хода содержания HNO_3 относительно его среднего значения в различных слоях атмосферы, полученные на станции NDACC St. Petersburg.

дины лета. Для ОС HNO_3 максимум отклонения от среднего значения составляет около +30% в марте и около –25% в сентябре. На станции Hefei [Shan et al., 2021] аналогичные максимумы и минимумы зафиксированы для стратосферного содержания азотной кислоты в слое 12–40 км. Максимальная вариация в слое 0–15 км доходит до +60% в середине марта и до –30% в период с сентября по декабрь. Значительный весенний максимум в этом слое может быть вызван динамическими факторами, например, горизонтальным перемещением воздуха из полярных широт, богатых азотной кислотой, или за счет изменения высоты тропопаузы и нисходящего движения воздушных масс в это время года.

Зарегистрированный в Петергофе сезонный ход ОС HNO_3 хорошо согласуется с измерениями на различных станциях NDACC [Rinsland et al., 1991; Shan et al., 2021; Semakin et al., 2013], в частности, на высокогорной станции NDACC Jungfraujoch [Rinsland et al., 1991]. У содержания азотной кислоты в слое 0–15 км также наблюдается вторичный небольшой максимум в середине лета. Содержание HNO_3 в слое 15–50 км начинает расти с конца лета, в то же время содержание HNO_3 в слое 0–15 км продолжает уменьшаться вплоть до начала зимы. Различия в сезонном ходе азотной кислоты в двух рассмотренных слоях и их причины требуют дополнительного анализа и исследования с привлечением данных моделирования.

4. СОПОСТАВЛЕНИЕ НАЗЕМНЫХ И СПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ СОДЕРЖАНИЯ HNO_3

Одним из основных источников спутниковых данных по содержанию HNO_3 является прибор MLS (Microwave Limb Sounder). Прибор измеряет миллиметровое и субмиллиметровое тепловое излучение горизонта планеты каждые 24.7 с и обеспечивает получение дневных и ночных профилей примерно через каждые 165 км вдоль суборбитального пути. Вертикальное разрешение MLS измерений содержания HNO_3 в диапазоне давлений 1–215 мбар варьируется от 3.5 до 5 км. Горизонтальное разрешение меняется от 250 до 800 км. Оценки случайных погрешностей (с помощью анализа вариаций измеренных профилей) составляют 0.6–1.2 ppbv, систематических погрешностей – 0.1–2.2 ppbv, в зависимости от высоты [Livesey et al., 2020]. Для сопоставления с данными измерений содержания HNO_3 в стратосфере на станции St. Petersburg мы отобрали профили MLS на расстоянии не более 500 км от станции. Для получения стратосферного содержания азотной кислоты мы интегрировали профили от нижней границы 100 мбар, что примерно соответствует высоте 15–16 км.

Вторым источником спутниковых данных о профилях азотной кислоты являются данные прибора ACE–FTS. Этот метод основан на измерениях прямого солнечного ИК-излучения при

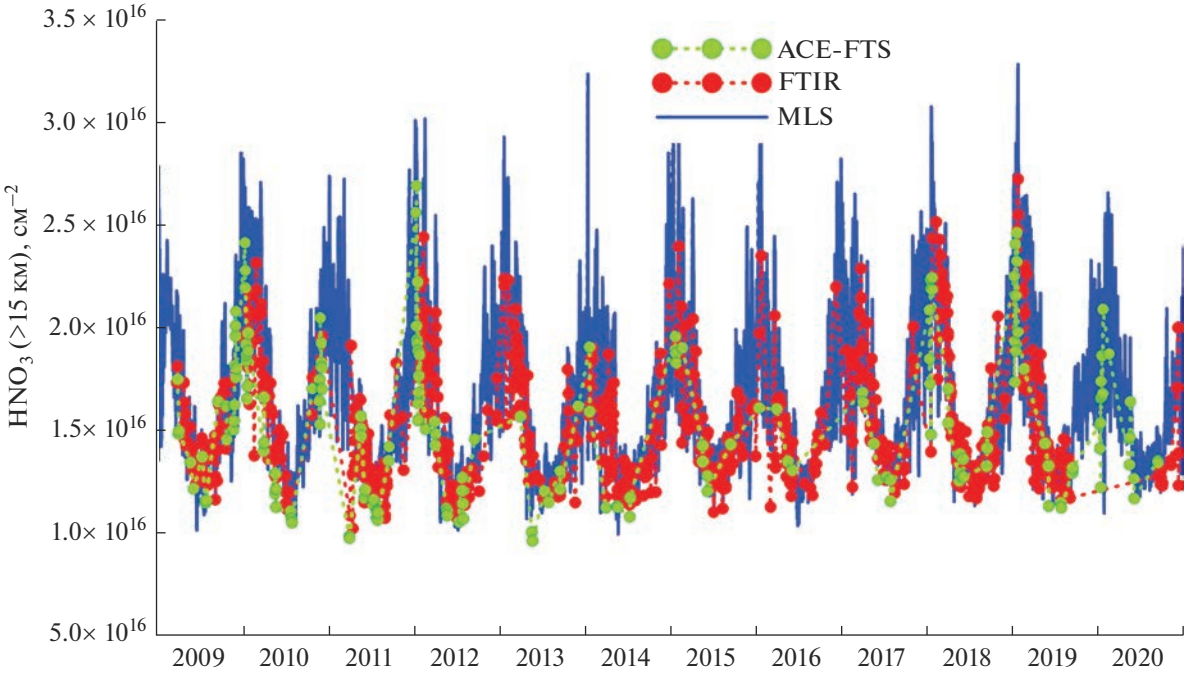

Рис. 3. Временной ход стратосферного содержания HNO_3 в районе станции St. Petersburg по данным наземных (FTIR) и спутниковых (MLS и ACE-FTS).

восходах и заходах Солнца за горизонт планеты. Он характеризуется вертикальным разрешением 1–3 км и горизонтальным разрешением 300–500 км на разных высотах. Определение профилей HNO_3 осуществляется с использованием солнечных спектров в спектральных интервалах 867–880 $см^{-1}$ и 1691.5–1728.6 $см^{-1}$, на высотах от 5 до 37 км. Систематические погрешности измерений, обусловленные использованием разных спектральных интервалов, составляют 5–11% [Wolff et al., 2008; Sheese et al., 2017]. Существенным отличием измерений ACE–FTS от измерений MLS является малое число измерений в сутки (30) и ограниченный пространственный охват наблюдениями. Так, например, в районе станции St. Petersburg измерения ACE-FTS происходят только в определенные месяцы, в частности, больше всего измерений приходится на зимние месяцы, когда число FTIR-измерений минимально. Для сопоставления с данными наземных измерений мы отобрали измерения ACE–FTS также в радиусе 500 км от станции St. Petersburg, получив стратосферное содержание интегрированием по высотам от 15 до 40 км.

На рис. 3 представлен временной ход измерений стратосферного содержания азотной кислоты, полученный по данным FTIR-измерений, а также отобранным по описанным выше критериям данным спутниковых измерений. Для сопоставления со спутниковыми данными мы взяли среднедневные величины FTIR-измерений в слое 15–50 км. Все данные измерений хорошо согласованы друг с другом и по абсолютным значениям, и по описанию временной изменчивости стратосферного содержания HNO_3 с максимумами в зимний период и с минимумами летом.

Далее мы отобрали дни, в которые были одновременные измерения и по наземным, и по спутниковым данным, составив таким образом пары измерений: наземные-спутниковые. За рассматриваемый период мы получили 489 пар данных FTIR-MLS и 55 пар данных FTIR-ACE-FTS. В табл. 2 приведены статистические характеристики сопоставления ансамблей одновременных наземных и спутниковых измерений содержания азотной кислоты в слое стратосферы 15 км и выше в районе Санкт-Петербурга: средние, изменчивость, средние разности и их стандартное отклонение, коэффициент корреляции.

Величины средних значений и естественных вариаций ансамблей наземных и спутниковых измерений HNO_3 хорошо согласованы друг с другом. Наибольшая изменчивость измеренных величин HNO_3 наблюдается для данных MLS – около 25%, изменчивость для других типов измерений не превышает 20%. Это может быть связано с разным горизонтальным разрешением методов, когда в сканируемую область конкретного измерения попадают различные воздушные массы. Систематическая разность между наземными и спутниковыми данными объясняется как различной вертикальной сеткой, на которой получены исходные профили (например, данные MLS приведены на сетке давлений в отличие от дан-

Таблица 2. Статистические характеристики сопоставления ансамблей измерений содержания стратосферного HNO_3 по наземным и спутниковым данным в районе Санкт-Петербурга: x – среднее, σ – изменчивость ансамблей измерений, разность представлена в виде средней разности и стандартного отклонения разностей. Все относительные величины берутся в отношении к FTIR-измерениям

Прибор (слой)	Число пар	$x \pm \sigma$, $*10^{16}$ см$^{-2}$	Разность, %	Коэффициент корреляции
FTIR (15–50 км)	489	1.51 ± 0.30	−5.4 ± 9.3	0.933 ± 0.006
MLS (15–50 км)		1.60 ± 0.37		
FTIR (15–50 км)	55	1.49 ± 0.27	5.7 ± 8.5	0.88 ± 0.03
ACE-FTS (15–40 км)		1.40 ± 0.25		

ных FTIR и ACE-FTS), так и пространственно-временным отличием измерений. Кроме того, при решении обратной задачи в различных методах использовалась различная априорная информация о средних профилях азотной кислоты. Малые величины стандартного отклонения разностей (8.5% для пар FTIR-ACE-FTS и 9.3% для пар FTIR-MLS), а также высокие корреляции (0.88–0.93) говорят о том, что измерения согласованы между собой в пределах погрешностей измерений с учетом пространственно-временного рассогласования, а также одинаково описывают изменчивость стратосферного содержания азотной кислоты.

В работе [Shan et al., 2021] сопоставлялись данные FTIR-измерений на станции Hefei с данными спутниковых измерений MLS для разных лет в период с 2017 по 2019 гг. Систематическое рассогласование данных по стратосферному содержанию HNO_3 составило 8–9%, стандартное отклонение разностей – 11–13%. Сопоставления измерений ACE-FTS с данными спутниковых измерений MLS и MIPAS [Sheese et al., 2017] на высотах ниже 30 км показали согласие в среднем в пределах 10% и стандартным отклонением 7% вблизи максимума содержания HNO_3 и около 25% на более низких высотах. Выше 30 км данные ACE-FTS превышают данные MIPAS на 10–20%.

5. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Для получения информации о содержании азотной кислоты в различных слоях атмосферы использовались наземные измерения спектров солнечного ИК-излучения высокого спектрального разрешения Фурье-спектрометром Bruker 125HR (FTIR-измерения) на станции NDACC St. Petersburg в 2009–2022 гг.

1. Случайная погрешность FTIR-измерений HNO_3 в слоях 0–15 км (условная тропосфера), 15–50 км (условная стратосфера) и 0–50 км составляет 14, 2 и 4%, соответственно. В слое 0–15 км содержится примерно треть от общего содержания HNO_3.

2. Изменчивость содержания азотной кислоты в рассмотренных слоях составляет 57, 20 и 27% для тропосферы, стратосферы и общего содержания. Большая изменчивость тропосферного содержания HNO_3 связана с более высокими погрешностями измерений, а также вертикальными движениями воздушных масс, когда в слой 0–15 км попадает богатый азотной кислотой воздух из нижней стратосферы.

3. Максимальные значения содержания HNO_3 в слое 15–50 км наблюдаются зимой, в слое 0–50 км и 0–15 км – в начале весны. Минимум содержания в слое 15–50 км приходится на летнее время, ОС – ранней осенью, а содержания в слое 0–15 км – осенью и в начале зимы. Вариации среднего сезонного хода меняются от −30 до +60%, от −25 до +25%, от −25 до +30% для тропосферы, стратосферы и ОС HNO_3.

4. За период 2009–2022 гг. не наблюдается статистически значимых трендов в содержании HNO_3 над Санкт-Петербургом в рассматриваемых атмосферных слоях.

5. Сопоставление FTIR-измерений с данными спутниковых измерений приборами MLS и ACE-FTS показало, что измерения согласованы между собой в пределах своих погрешностей с учетом пространственно-временного рассогласования. Все данные измерений одинаково описывают изменчивость стратосферного содержания азотной кислоты. Стандартное отклонение разностей составляет 8.5% для пар FTIR-ACE-FTS и 9.3% для пар FTIR-MLS, коэффициент корреляции – 0.88 и 0.93, соответственно. Систематическая разность между наземными и спутниковыми данными в 5–6% объясняется методическими аспектами проведения различных измерений и их анализа.

БЛАГОДАРНОСТИ

Наземные спектроскопические измерения были выполнены на научном оборудовании ресурсного центра СПбГУ “Геомодель”. FTIR-измерения азотной кислоты в различных слоях атмосферы были получены при поддержке гранта РФФИ № 20-05-00627. Сопоставления наземных и спутниковых измерений выполнены в рамках работы лаборатории “Исследования

Озонового слоя и верхней атмосферы" СПбГУ (соглашение с Минобрнауки РФ № 075–15-2021-583).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Виролайнен Я.А., Тимофеев Ю.М., Поляков А.В., Ионов Д.В., Кирнер О., Поберовский А.В., Имхасин Х. Сопоставление наземных измерений общего содержания O_3, HNO_3, HCl и NO_2 с данными численного моделирования // Изв. РАН ФАО. 2016. Т. 52. № 1. С. 64–73.

Виролайнен Я.А., Поляков А.В., Тимофеев Ю.М. Анализ изменчивости стратосферных газов по данным наземных спектроскопических наблюдений в районе Санкт-Петербурга // Изв. РАН. ФАО. 2021. Т. 57. № 2. С. 163–174.

Виролайнен Я.А. Тимофеев Ю.М., Поберовский А.В., Поляков А.В. Анализ информативности наземного ИК спектроскопического метода определения вертикальной структуры содержания HNO_3 в атмосфере // ОАО. 2022. Т. 35. № 11. С. 906–911.

Dammers E., Shephard M.W., Palm M., Cady-Pereira K., Capps S., Lutsch E., Strong K., Hannigan J.W., Ortega I., Toon G.C., Stremme W., Grutter M., Jones N., Smale D., Siemons J., Hrpcek K., Tremblay D., Schaap M., Notholt J., and Erisman J.W. Validation of the CrIS fast physical NH_3 retrieval with ground-based FTIR // Atmos. Meas. Tech. 2017. V. 10. № 7. P. 2645–2667.

Hase H., Hannigan J.W., Coffey M.T., Goldman A., Hoepfner M., Jones N.B., Rinsland C.P., Wood S.W. Intercomparison of retrieval codes used for the analysis of high-resolution, ground-based FTIR measurements // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 2004. V. 87. № 1. P. 25–52.

Lindenmaier R., Strong K., Batchelor R.L., Chipperfield M.P., Daffer W.H., Drummond J.R., Duck T.J., Fast H., Feng W., Fogal P.F., Kolonjari F., Manney G. L., Manson A., Meek C., Mittermeier R. L., Nott G. J., Perro C., Walker K. A. Unusually low ozone, HCl, and HNO_3 column measurements at Eureka, Canada during winter/spring 2011 // Atmos. Chem. Phys. 2012. V. 12. № 8. P. 3821–3835.

Livesey N.J, Read W.G., Froidevaux L., Lambert A., Manney G.L., Pumphrey H.C., Santee M.L., Schwartz M.J., Wang S., Cofeld R.E., Cuddy D.T., Fuller R.A., Jarnot R.F., Jiang J.H., Knosp B.W., Stek P.C., Wagner P.A., and Wu D.L. Earth Observing System (EOS) Aura Microwave Limb Sounder (MLS) Version 3.3 Level 2 data quality and description document, Version 3.3x-1.0: Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California, 2011.

Livesey N.J, Read W.G., Wagner P.A., Froidevaux L., Santee M.L., Schwartz M.J., Lambert A., Millán Valle L.F., Pumphrey H.C., Manney G.L., Fuller R.A., Jarnot R F., Knosp B.W., Lay R.R. Version 5.0x Level 2 and 3 data quality and description document: Jet Propulsion Laboratory California Institute of Technology, Pasadena, California, 2020.

NDACC database. https://www-air.larc.nasa.gov/missions/ndacc/data.html.

Ossohou M., Galy-Lacaux C., Yoboué V., Hickman J.E., Gardrat E., Adon M., Darras S., Laouali D., Akpo A., Ouafo M., Diop B., Opepa C. Trends and seasonal variability of atmospheric NO_2 and HNO3 concentrations across three major African biomes inferred from long-term series of ground-based and satellite measurements // Atmos. Environ. 2019. V. 207. P. 148–166.

Polyakov A., Poberovsky A., Makarova M., Virolainen Y., Timofeyev Y., Nikulina A. Measurements of CFC-11, CFC-12, and HCFC-22 total columns in the atmosphere at the St. Petersburg site in 2009–2019 // Atmos. Meas. Tech. 2021. V. 14. № 8. P. 5349–5368.

Rinsland C.P., Zander R., Demoulin P. Ground-based infrared measurements of HNO_3 total column abundances: Long-term trend and variability // J. Geophys. Res. Atmos. 1991. V. 96. P. 9379–9389.

Semakin S.G., Poberovski, A.V., Timofeev Y.M. Ground-based spectroscopic measurements of the total nitric acid content in the atmosphere // Izv. Atmos. Ocean. Phys. 2013. V. 49. P. 294–297.

Shan C., Zhang H., Wang W., Liu C., Xie Y., Hu Q., Jones N. Retrieval of Stratospheric HNO_3 and HCl Based on Ground-Based High-Resolution Fourier Transform Spectroscopy // Remote Sens. 2021. V. 13. № 11. P. 2159.

Sheese P.E., Walker K.A., Boone C.D., Bernath P.F., Froidevaux L., Funke B., Raspollini P., von Clarmann T. ACE-FTS ozone, water vapour, nitrous oxide, nitric acid, and carbon monoxide profile comparisons with MIPAS and MLS // J. Quant. Spectr. Radiat. Transf. 2017. V. 186. P. 63–80.

Timofeyev Yu., Virolainen Ya., Makarova M., Poberovsky A., Polyakov A., Ionov D., Osipov S., Imhasin H. Ground-based spectroscopic measurements of atmospheric gas composition near Saint Petersburg (Russia) // J. Mol. Spectr. 2016. № 323. P. 2–14.

Vigouroux C., De Maziere M., Errera Q., Chabrillat S., Mahieu E., Duchatelet P., Wood S., Smale D., Mikuteit S., Blumenstock T., Hase F., Jones N. Comparisons between ground-based FTIR and MIPAS N_2O and HNO_3 profiles before and after assimilation in BASCOE // Atmos. Chem. Phys. 2007. V. 7. № 2. P. 377–396.

Wespes C., Hurtmans D., Clerbaux C., Santee M.L., Martin R.V., Coheur P.F. Global distributions of nitric acid from IASI/MetOP measurements // Atmos. Chem. Phys. 2009. V. 9. № 20. P. 7949–7962.

Whole Atmosphere Community Climate Model (WACCM) Model Output ds313.6 | https://doi.org/10.5065/G643-Z138 https://rda.ucar.edu/datasets/ds313.6/#!description.

WMO (World Meteorological Organization), Scientific Assessment of Ozone Depletion: 2018, Global Ozone Research and Monitoring Project–Report No. 58, 588 pp., Geneva, Switzerland, 2018.

Wolff M.A., Kerzenmacher T., Strong K., Walker K.A., Toohey M., Dupuy E., Bernath P.F., Boone C.D., Brohede S., Catoire V., von Clarmann T., Coffey M., Daffer W.H., De Mazière M., Duchatelet P., Glatthor N., Griffith D.W.T., Hannigan J., Hase F., Höpfner M., Huret N., Jones N., Jucks K., Kagawa A., Kasai Y., Kramer I., Küllmann H., Kuttippurath J., Mahieu E., Manney G., McElroy C.T., McLinden C., Mébarki Y., Mikutei, S., Murtagh D., Piccolo C., Raspollini P., Ridolfi M., Ruhnke R., Santee M., Senten C., Smale D., Tétard C., Urban J., and Wood S. Validation of HNO_3, $ClONO_2$, and N_2O_5 from the Atmospheric Chemistry Experiment Fourier Transform Spectrometer (ACE-FTS) // Atmos. Chem. Phys. 2008. V. 8. № 13. P. 3529–3562.

Ground-Based FTIR-Measurements of the Atmospheric Nitric Acid at the NDACC Site of St. Petersburg

Ya. A. Virolainen[1, *], Yu. M. Timofeyev[1], A. V. Polyakov[1], and A. V. Poberovsky[1]

[1]St. Petersburg University, 7–9 Universitetskaya Emb., St. Petersburg, 199034 Russia

**e-mail: yana.virolainen@spbu.ru*

Atmospheric nitric acid (HNO_3) has a significant impact on the formation of the ozone layer; therefore, its content is regularly monitored using various local and remote-sensing methods. We used ground-based measurements of solar IR spectra with a Bruker 125HR Fourier spectrometer to derive information on the HNO_3 content at the St.Petersburg observational NDACC site in Peterhof. The HNO_3 time series obtained showed a pronounced seasonal cycle with a maximum in winter and early spring and a minimum in summer and early autumn. The averaged seasonal variations in nitric acid varied from –30 to +60% for the 0–15 km layer, from –25 to +25% for the 15–50 km layer, and from –25 to +30% for total columns. For 2009–2022 measurement period, no statistically significant trend was found in the time series considered. Comparison of HNO_3 stratospheric columns with independent satellite measurements by the MLS and ACE-FTS instruments showed their qualitative and quantitative agreement; the correlation coefficient between ground-based and satellite measurements totals 0.88–0.93. Time series on the vertical structure of the atmospheric nitric acid measured at the St.Petersburg site can be used both to analyze the state of the ozonosphere and to validate satellite measurements and refine the parameters of atmospheric models.

Keywords: nitric acid, ground-based FTIR method, satellite measurements, atmospheric gas composition change

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2023, том 59, № 2, с. 200–216

УДК 551.510.5,551.521.3

ВАРИАЦИИ ПРИЗЕМНЫХ КОНЦЕНТРАЦИЙ И ОБЩЕГО СОДЕРЖАНИЯ CO_2 И CH_4 В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТИ ЕВРОПЕЙСКОЙ ТЕРРИТОРИИ РОССИИ

© 2023 г. К. Н. Вишератин[a, *, **], Е. Л. Баранова[a], Г. И. Бугрим[a], В. Н. Иванов[a], Е. И. Краснопеева[a], Д. Г. Сахибгареев[a], В. П. Устинов[a], А. В. Шилкин[a, b]

[a]ФГБУ "НПО "Тайфун", ул. Победы, 4, Обнинск, 249038 Россия

[b]Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия

*e-mail: kvisher@rpatyphoon.ru

**e-mail: kvisher@mail.ru

Поступила в редакцию 30.08.2022 г.
После доработки 14.11.2022 г.
Принята к публикации 11.01.2023 г.

Представлены результаты измерений методом ИК-спектроскопии приземных концентраций и общего содержания углекислого газа и метана в атмосфере центральной части ЕТР на ст. Обнинск. Приведено описание комплекса аппаратуры МР-32/МГС для мониторинга газового состава атмосферы. Проанализированы межгодовые и сезонные вариации и тренды приземных концентраций CO_2 и CH_4 за 1998–2021 гг. и общего содержания за 2015–2021 гг. По результатам кросс-корреляционного вейвлетного анализа фаза годовых вариаций средних по высоте концентраций CH_4 опережает фазу приземных вариаций на 2–3 месяца, а вариации средних по высоте концентраций CO_2 отстают по фазе от годовых вариаций приземных значений на 1–2 месяца. Минимальные приземные концентрации метана в мае-августе совпадают со средними концентрациями в толще атмосферы, а для углекислого газа в этот же период они ниже на 20–30 ppm. В зимние месяцы минимальные приземные концентрации метана и углекислого газа выше средних по высоте на 70–150 ppb и на 6–15 ppm соответственно. Результаты измерений сопоставлены со спутниковыми данными GOSAT и данными наземных Европейских станций.

Ключевые слова: углекислый газ, метан, приземные концентрации, средние по высоте концентрации, вейвлетный анализ, сезонные вариации, тренды

DOI: 10.31857/S0002351523020086, **EDN:** HPXCYM

1. ВВЕДЕНИЕ

Углекислый газ (CO_2) и метан (CH_4) являются основными атмосферными газами, влияющими на изменение климата. Рост глобальной концентрации углекислого газа и метана в 1750–2019 гг. составил 47–49% и 156–162% соответственно, при этом вклад в усиление парникового эффекта за счет CO_2 и CH_4 оценивается в 60–80% [Кондратьев, Крапивин, 2004; IPCC, 2021; WMO, 2021]. Сжигание ископаемого топлива (уголь, природный газ и нефть) является основным (более 70%) источником углекислого газа. Другие источники – сжигание деревьев и других биологических материалов, дыхание животных и человека, а также результат определенных химических реакций (например, при производстве цемента) [IPCC, 2021]. Двуокись углерода удаляется из атмосферы в основном при поглощении растениями в рамках биологического цикла углерода. Помимо нагрева тропосферы, увеличение содержания CO_2 приводит к радиационному охлаждению стратосферы [Кондратьев, Крапивин, 2004]. Метан является вторым по важности антропогенным парниковым газом после двуокиси углерода. По оценкам, приведенным в [IPCC, 2021; WMO, 2021], антропогенные источники метана (примерно 62%) связаны с животноводством и другими методами ведения сельского хозяйства и распадом органических отходов на свалках бытовых отходов. Около 30% выделяется при добыче и транспортировке угля, природного газа и нефти. Заболоченные земли являются основным (более 80%) естественным источником метана. Метан имеет значительно более короткое время жизни, чем CO_2 и, следовательно, стабилизация или сокращение выбросов CH_4 в течение нескольких десятилетий приводит к стабилизации или уменьшению его концентрации в атмосфере. Метан

также важен для химии тропосферы и стратосферы, реакции CH_4 с гидроксильным радикалом OH являются основным стоком метана [Кондратьев, Крапивин, 2004]. Следует заметить, что по последним оценкам NOAA в 2020–2021 гг. был зафиксирован рекордный глобальный рост CO_2 и CH_4 [NOAA, 2021].

Одной из актуальных задач современности является развитие сети регулярных наблюдений за содержанием парниковых газов. В настоящее время мониторинг приземных концентраций CO_2 и CH_4 осуществляется на сети фоновых и региональных станций. На ряде станций проводится периодический забор проб воздуха во фляги и дальнейший анализ на стационарных установках с использованием прецизионных калибровочных смесей. Наряду с методом забора проб используются также методы непрерывных измерений различными газоанализаторами. Данные измерений проходят предварительную фильтрацию и помещаются в открытый доступ с задержкой 1–2 года [Dlugokencky et al., 2021; WDCGG, 2021; ESRL, 2021]. Важную информацию о вариациях общего содержания и средней по высоте концентрации парниковых газов позволяют получить интегральные методы, основанные на регистрации солнечного излучения. Систематические измерения общего содержания ряда атмосферных газов приборами высокого спектрального разрешения (в основном Bruker IFS-125 HR) в настоящее время проводятся на станциях NDACC (Network for the Detection of Atmospheric Composition Change) и TCCON (Total Carbon Column Observation Network) [Ostler et al., 2014, Buschmann et al., 2016]. В последние годы для наблюдений за общим содержанием CO_2 и CH_4 на сети станций COCCON (COllaborative Carbon Column Observing Network) начали применяться портативные Фурье-спектрометры Bruker EM27/SUN [Frey et al., 2019]. В России спектроскопические измерения общего содержания ряда атмосферных газов были начаты в 1960–1980 гг. в Главной геофизической обсерватории (ГГО) [Шашков и др., 1985], Санкт-Петербургском государственном университете [Мироненков и др., 1996], Институте физики атмосферы (Москва) [Дианов–Клоков, Юрганов,1982], Институте оптики атмосферы (Томск) [Кабанов и Сакерин, 1995].

Полевой спектрометрический комплекс и его модификации [Арефьев и др., 1978; Арефьев и др., 1995] с 1980 г. применялись в Институте экспериментальной метеорологии (Обнинск) для измерений общего содержания атмосферных газов в Киргизии (ст. Иссык-Куль), Антарктиде (ст. Новолазаревская) и др. местах [Арефьев и др., 2010]. В 1998 г. на станции Обнинск были начаты регулярные измерения концентрации диоксида углерода и метана в приземном воздухе [Baranov et al., 2000]. С 2015 г. в НПО “Тайфун” введен в эксплуатацию газоаналитический комплекс МР-32/МГС, и начаты регулярные измерения метана, углекислого газа, закиси азота (N_2O) и окиси углерода (CO) в пробах приземного воздуха, а также общее содержание в столбе атмосферы перечисленных компонентов, включая дополнительно водяной пар (H_2O) и озон (O_3) [Visheratin et al., 2021].

В настоящей статье представлено описание комплекса аппаратуры для мониторинга газового состава атмосферы МР-32/МГС, а также результаты измерений приземных концентраций диоксида углерода и метана в 1998–2021 гг. Более подробно, с использованием кросс-корреляционного вейвлетного анализа и других методов, рассмотрены сезонная и долговременная изменчивость и взаимосвязь между приземными и средними в толще атмосферы концентрациями углекислого газа и метана в период с 2015 по 2021 гг.

2. АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

2.1. Спектрометрический комплекс МР-32/МГС

Общий вид комплекса аппаратуры МР-32/МГС показан на рис. 1. Комплекс предназначен для мониторинга вариаций малых газовых составляющих (МГС) атмосферы и используется в двух режимах:

– режим регистрации спектров пропускания пробами воздуха в оптической многоходовой кювете;

– режим регистрации спектров поглощения солнечного излучения атмосферой.

Для перехода от режима измерений концентраций газов в приземном слое к измерениям общего содержания газов в столбе атмосферы изменяется положение подвижных зеркал (8), расположенных внутри Фурье-спектрометра ФСМ 2203 (разработка ООО “Инфраспек”, [Infraspek, 2021]). Спектральный диапазон канала регистрации прошедшего через кювету излучения 1700–5000 $см^{-1}$, канала регистрации солнечного излучения 800–7700 $см^{-1}$, максимальная разность хода в интерферометре 41 мм, аподизация Нортон-Бир слабая. Спектральная ширина инструментального контура на уровне 50% высоты 0.12–0.15 $см^{-1}$, предел допустимой погрешности измерений интенсивности солнечного излучения и излучения искусственного источника (глобар) не более 3.0%.

Многоходовая оптическая кювета (КГ40) [Infraspek, 2021] обеспечивает получение поглощающих слоев газа толщиной до 40 м. Технологическая система осуществляет вакуумирование и заполнение кюветы воздухом от пробоотборника,

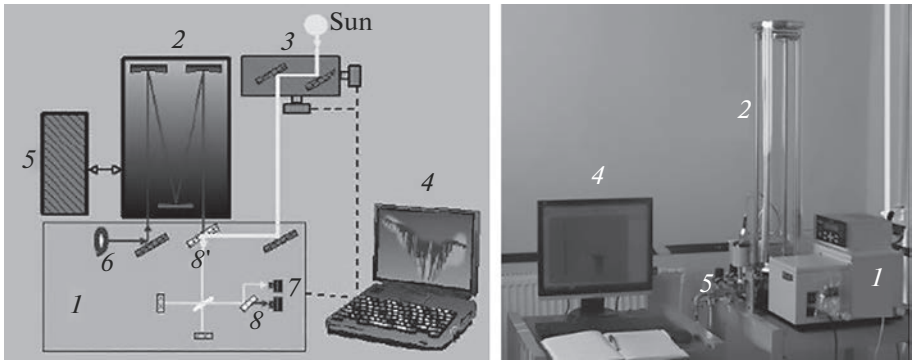

Рис. 1. Блок-схема комплекса МР-32/МГС и его общий вид. *1* – спектрометр ФСМ 2203, *2* – кювета КГ40, *3* – солнцеследящая система ССС-КГМА-С, *4* – управляющий компьютер, *5* – система откачки и заполнения кюветы, *6* – глобар, *7* – приемники излучения, *8* – перемещаемые зеркала.

расположенного на высоте 8 м от земной поверхности. В случае измерений общего содержания, солнцеследящая система ССС-КГМА-С, расположенная на крыше здания, сканирует положение Солнца и направляет во входную аппертуру спектрометра поток солнечного излучения диаметром 80 мм. Скорость пространственного сканирования по азимуту и углу места в режиме слежения от 0.25 до 2.5 угловых минут/с. Абсолютная погрешность точного наведения на Солнце и последующего слежения за Солнцем не более 2 угловых минут. Одно измерение занимает 2.5 минуты, в течение которых записывается одна спектрограмма солнечного излучения.

2.2. Методика определения приземных концентраций

Методика измерений приземных концентраций углекислого газа и метана в период с 1998 по 2014 гг. приведена в работах [Baranov et al., 2000; Арефьев и др., 2004; Kashin, 2013]. Концентрации CH_4 и CO_2 в пробах воздуха определялись по ИК-спектрам поглощения, полученным с помощью Фурье-спектрометров Perkin-Elmer 1720 или Bruker IFS-113V. Разработанная и изготовленная в НПО “Тайфун” кювета обеспечивала поглощающий слой 30 м при базовой длине 1 м. Для определения концентраций CO_2 использовался спектральный интервал 2220–2280, для CH_4 – интервал 2940–3110 $см^{-1}$. При систематической погрешности менее 2% случайная погрешность составляла 30 ppb для CH_4 и 2 ppm для CO_2.

Методика измерений приземных концентраций углекислого газа и метана комплексом МР-32/МГС в основном аналогична использованной ранее [Baranov et al., 2000; Арефьев и др., 2004;Kashin, 2013]. Пропускание рассчитывается как отношение спектра интенсивности излучения, прошедшего через кювету с поглощающим слоем 40 м, к усредненному спектру интенсивности излучения, прошедшего через вакуумированную кювету до и после забора пробы. Остаточное давление в вакуумированной кювете составляет менее 0.5 мб. Одновременно регистрируется температура внутри и вне кюветы. Один цикл измерений составляет около 20 минут.

Разработанные ранее программы адаптированы применительно к спектральному разрешению и шагу спектрограммы ФСМ 2203, уточнены параметры аппаратной функции, сделаны оценки реального спектрального разрешения и качества интерферограмм. Рабочие спектральные интервалы выбраны на основе анализа полос поглощения CO_2 и CH_4. Основные критерии – степень перекрывания линий поглощения определяемых и мешающих газов при максимально возможных вариациях концентраций измеряемых газов и длине оптического пути 40 м. Для измерений CO_2 выбраны микроокна 2217.3–2234.5 и 2242.2–2249.1 $см^{-1}$, а для измерений CH_4 использовались микроокна 2946.93–2949.28; 2956.81–2959.52; 2967.48–2970.07; 3014.37–3020.15; 3037.69–3039.38; 3054.44–3058.84; 3075.59–3078.79; 3085.00–3087.83; 3103.62–3105.49 $см^{-1}$. Концентрация основного мешающего газа (H_2O) определяется в интервалах 2965–2967 и 3024–3028 $см^{-1}$ и используется в качестве первого приближения при расчете концентраций CO_2 и CH_4. Стандартное отклонение измеренного спектра от рассчитанного по параметрам спектральных линий HITRAN 2012 [Rothman, 2013] минимизировалось попеременным варьированием концентраций CO_2, CH_4 и водяного пара. Величины их концентраций, полученные при наилучшем согласии экспериментального и расчетного спектров, принимались за результат измерения.

Для оценки систематических погрешностей проведен ряд калибровочных измерений концентраций газов в многоходовой кювете. Для этого использовались баллоны со стандартными смеся-

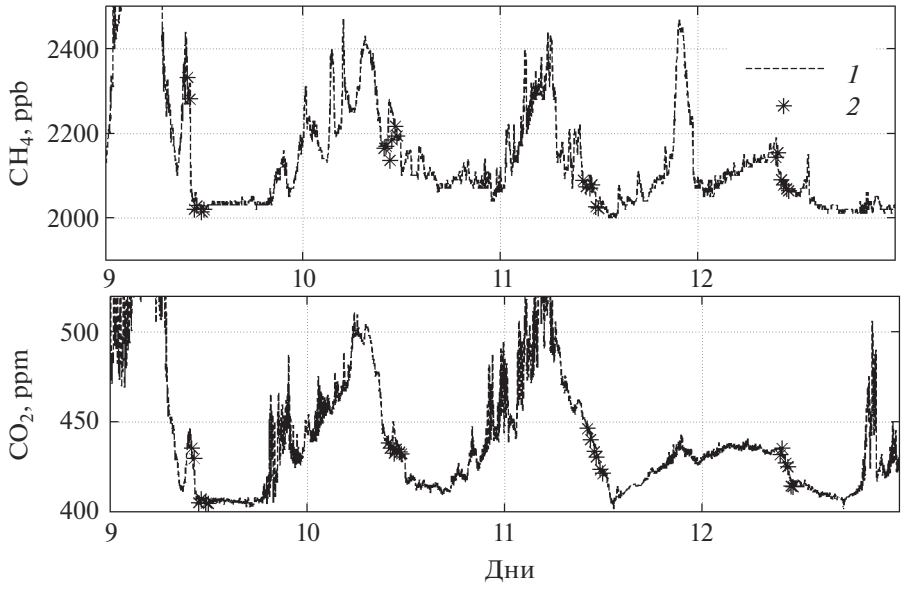

Рис. 2. Вариации приземных концентраций углекислого газа и метана 9–12 августа 2021 г. *1* – Picarro G2311-f, *2* – МР-32/МГС.

ми ФГУП ВНИИМ им. Менделеева с погрешностью отношения смеси CO_2 3–4%, CH_4 4–5%. В конце 2018 г. была проведена поверка этих баллонов в Лаборатории мониторинга малых газовых компонент атмосферы ГГО им А.И. Воейкова, что позволило снизить погрешность калибровочных смесей до 0.02%. В 2021 г. были проведены совместные измерения CO_2 и CH_4 в приземном слое атмосферы приборами МР-32/МГС и Picarro G2311-f. Принцип действия Picarro G2311-f основан на методе CRDS (cavity ring-down spectroscopy) с использованием полупроводникового ИК лазера и газовой кюветы с эффективной длиной пути лучей более километра [Chen et al., 2010]. Результаты сопоставления в качестве примера приведены на рис. 2 для периода с 9 по 12 августа 2021 г. Расхождение между совпадающими по времени измерениями МР-32/МГС и Picarro G2311-f менее 40 ppb для CH_4 и менее 2 ppm для CO_2.

По результатам измерений калибровочных смесей систематическая погрешность определения CH_4 составляет менее 2%, а CO_2 менее 1%. Основной вклад в систематическую погрешность вносит температурный дрейф. Случайная погрешность оценивалась при повторных анализах одной и той же калибровочной смеси и равна 1.5 и 0.5% для CH_4 и CO_2 соответственно.

2.3. Методика определения средних по высоте концентраций

Предварительный анализ спектров солнечного излучения показал, что узкие спектральные интервалы в средней инфракрасной области, используемые на станциях NDACC [Ostler et al., 2014; Buschmann et al., 2016], не вполне подходят для определения общего содержания газов прибором МР-32/МГС. Это связано с тем, что спектральное разрешение спектрометра ФСМ 2203 значительно ниже, чем у приборов Bruker IFS-125. Поэтому поглощение в центрах линий оказывается меньшим, а из-за большей полуширины линий происходит перекрывание с соседними спектральными линиями. По мере накопления данных измерений МР-32/МГС в 2016–2018 гг. были проведены сравнительные расчеты общего содержания CH_4 и CO_2 в различных спектральных интервалах. При выборе узких спектральных интервалов (микроокон) общей проблемой является перекрывание линий поглощения определяемых и мешающих газов, а также влияние на структуру спектров водяного пара, содержание которого существенно меняется с сезоном. В настоящей работе приведены результаты вычислений средних по высоте концентраций CH_4 и CO_2 для широких спектральных интервалов 5897–6145 и 6173–6390 $см^{-1}$, используемых на станциях TCCON [Ostler et al., 2014, Buschmann et al., 2016] и COCCON [Frey et al., 2019]. Эти интервалы являются рабочими также для Фурье-спектрометра TANSO-FTS, входящего в состав GOSAT (Greenhouse gases Observing SATellite) на борту японского спутника “Ibuki” [GOSAT, 2021].

Вместе с развитием дистанционных методов определения вертикальных профилей и общего содержания атмосферных газов получили развитие

методы решения обратных задач, реализованные в таких программах как SFIT, GFIT, PROFIT9 [Тимофеев, 2016]. Для расчетов общего содержания газов нами использовался свободно распространяемый пакет программ SFIT4 V0.9.4.4 [SFIT4]. В качестве атласа спектральных линий был использован атлас HITRAN-2012 [Rothman et al., 2013], априорные среднеширотные профили температуры, давления и профилей газов заимствовались из [WACCAM, 2013]. В используемой версии SFIT4 при решении обратной задачи для определения общего содержания углекислого газа или метана восстанавливался вертикальный профиль этих газов (48 слоев, 0.02–120 км) и в дальнейшем проводилось суммирование. Итеративная процедура приближения экспериментальных и расчетных значений основана на алгоритме Левенберга–Марквардта. Переход от общего содержания газа в столбе атмосферы (осГАЗ, молекул/см^2) к его средней по высоте мольной концентрации (хГАЗ, ppm, ppb), осуществлялась с учетом общего содержания водяного пара, т.е. данные измерений пересчитывались для “сухого” воздуха. Средняя по высоте мольная концентрация газа хГАЗ определяется делением общего содержания газа осГАЗ на общее содержание сухого воздуха Рсв [Buschmann et al., 2016]:

$$\text{хГАЗ} = \text{осГАЗ}/Pсв. \quad (1)$$

Величина *Рсв* находится конвертированием приземного давления P в общее содержание столба воздуха при известной величине общего содержания водяного пара:

$$Pсв = P/(m_{air}g) - \left(m_{H_2O}/m_{air}\right)\text{ос}H_2O, \quad (2)$$

где P – приземное давление в Па,

m_{air} – молекулярная масса сухого воздуха (28.96×10^{-3} Na кг/молекула),

m_{H_2O} – молекулярная масса водяного пара (18×10^{-3} Na кг/молекула),

$\text{ос}H_2O$ – общее содержание в столбе атмосферы водяного пара (молекул/см^2),

Na – число Авогадро (6.022×10^{23} молекул/моль),

g – ускорение силы тяжести в месте измерений.

Для вычислений общего содержания водяного пара был выбран интервал 4680–4710 см$^{-1}$, содержащий одиночную линию H_2O с волновым числом 4699 см$^{-1}$. В расчетах $\text{ос}H_2O$ учитывалось поглощение в “крыльях” линий N_2O и CH_4, а положение центра линии поглощения водяного пара использовалось также для предварительной оценки возможного смещения шкалы волновых линий спектрометра. При определении общего содержания CO_2 в анализ включались мешающие газы CH_4 и H_2O, а при вычислениях CH_4 мешающими газами являлись CO_2 и H_2O. Для примера, на рис. 3а приведен дневной ход CO_2, CH_4 и H_2O для дневных безоблачных условий в течение 7 июля 2021 г., а на рис. 3б показаны измеренные солнечные спектры и разность между измеренными и рассчитанными спектрами в полдень. На рис. 3а для всех газов заметен тренд, исключение которого дает значения стандартных отклонений 1.1 ppm, 3.9 ppb и 0.03 г/см^2 для $\text{х}CO_2$, $\text{х}CH_4$ и $\text{ос}H_2O$ соответственно. Полученные оценки характеризуют случайную погрешность среднедневных величин. Аналогичные оценки для других сезонов из-за погодных условий основаны на более коротких сериях измерений и в среднем дают величины погрешности среднедневных значений для углекислого газа 0.7% (~3 ppm) и метана 1.6% (~30 ppb).

В результате работы программы SFIT для каждого измерения вычисляются отношение сигнал/шум (SNR) и число степеней свободы (DOF). Для спектров, представленных на рис. 3б, значения SNR и DOF для CO_2 и CH_4 примерно соответствуют средним значениям в летний период. Отношение сигнал/шум испытывает значительную изменчивость и растет в зимнее время, что связано с ростом оптического пути при больших зенитных углах. Величины $(1/\text{SNR})^2$ обычно используются для оценки случайной погрешности (измерительного шума) единичного измерения [Takeda et al., 2021]. Для значений SNR из рис. 3б расчет случайной ошибки единичного измерения дает величины 1.1% для CO_2 и 1.9% для CH_4. Систематические ошибки, связанные с неточностями спектроскопических параметров, составляют для CO_2 2.9% (~12 ppm) и для CH_4 6.6% (~125 ppb). Для расчетов систематических ошибок были взяты максимальные значения погрешностей интенсивностей и полуширин линий из [Rothman et al., 2013].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

3.1. Концентрации CH_4 и CO_2 в приземном слое в 1998–2021 гг.

Для расположенной в центре ЕТР ст. “Обнинск” общей тенденцией является рост парниковых газов в приземном слое с сезонными минимумами в летний период и максимумами – в зимний [Арефьев и др. 2014; Арефьев и др. 2015]. В течение суток максимумы концентрации метана и углекислого газа наблюдаются обычно в утренние часы. Эффект накопления усиливается в те дни, когда в ночное время суток при отсутствии конвективных потоков воздуха возникает инверсионный температурный слой, что приводит к повышенным концентрациям метана и углекис-

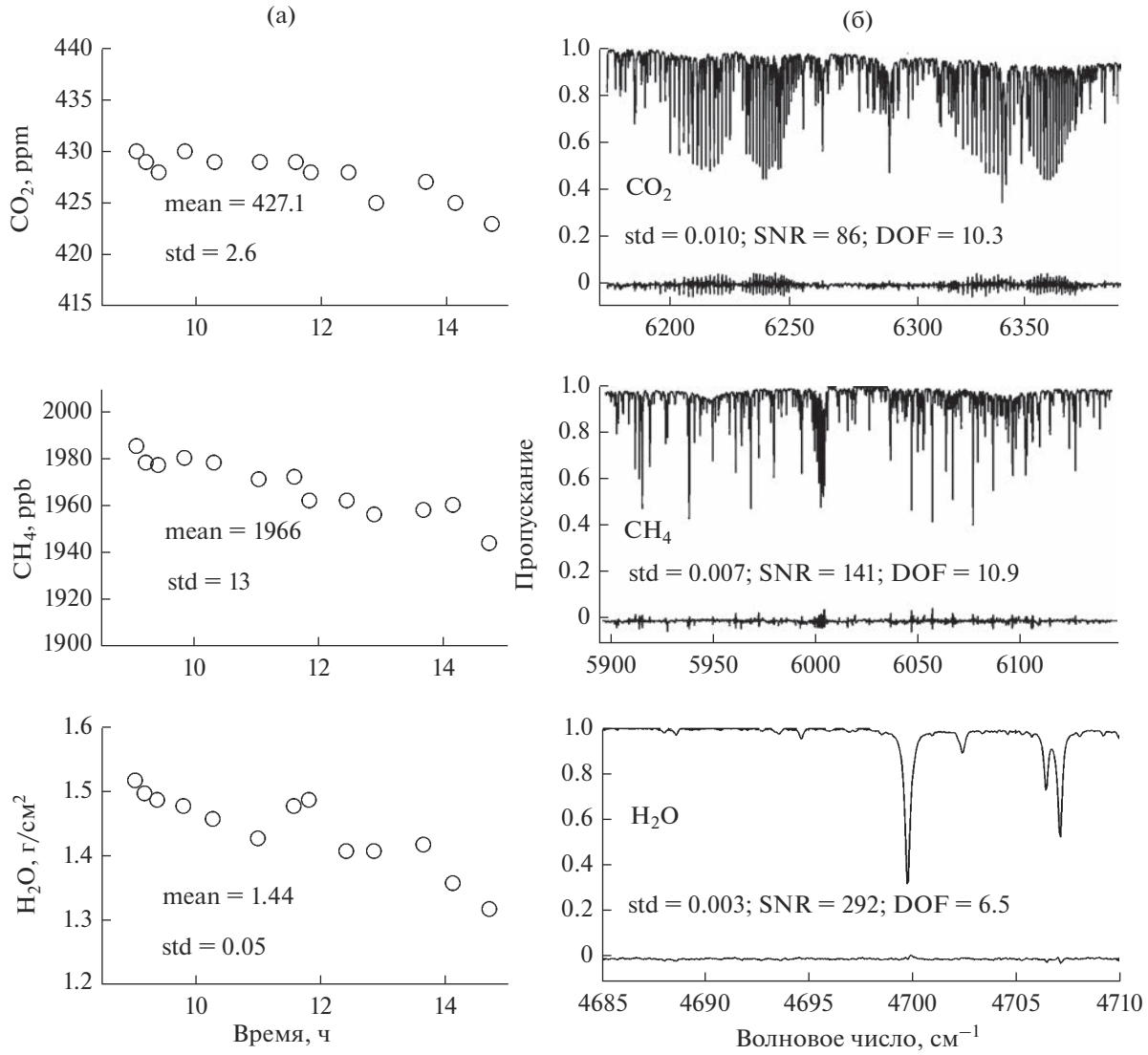

Рис. 3. Результаты измерений 7 июля 2021 г. средних по высоте концентраций xCO_2, xCH_4 и общего содержания ocH_2O. (а) – внутридневной ход, приведены средние за день (mean) значения и их стандартное отклонение (std), (б) – атмосферные солнечные спектры и разность между измеренными и рассчитанными спектрами. Приведены также стандартные отклонения разности измеренных и рассчитанных спектров, отношение сигнал/шум (SNR) и число степеней свободы (DOF).

лого газа и суточному ходу с минимумом в дневное время (см. в качестве примера рис. 2). В период наблюдений иногда регистрировались аномально высокие концентрации CH_4, обычно им сопутствовали также повышенные концентрации CO_2 и других измеряемых компонентов (CO, N_2O), что указывает на перенос загрязненных масс воздуха от удаленных источников. Например, в 2021 г. значительные концентрации метана (2500–4000 ppb), углекислого газа (470–500 ppm) и окиси углерода (более 500 ppb) отмечались 15–19 января. Расчеты обратных траекторий с помощью модели [HYSPLIT, 2021] показали, что воздушные массы в этот период пришли преимущественно с северо-восточного направления, возможно, из района Москвы.

Динамика многолетней изменчивости средних годовых концентраций CO_2 и CH_4 и усредненный за 1998–2021 гг. сезонный ход приведены на рис. 4 с оценкой стандартных отклонений результатов измерений. Небольшой отрицательный тренд CH_4, наблюдавшийся в 1998–2007 гг., в дальнейшем сменился положительным трендом (рис. 4а). Рост концентрации метана после 2007 г., хотя и имеет региональные особенности [Ракитин и др. 2017; Rakitin, et al., 2020], но носит глобальный характер [WMO, 2021]. Причины, приведшие к изменению тренда метана, в ряде работ

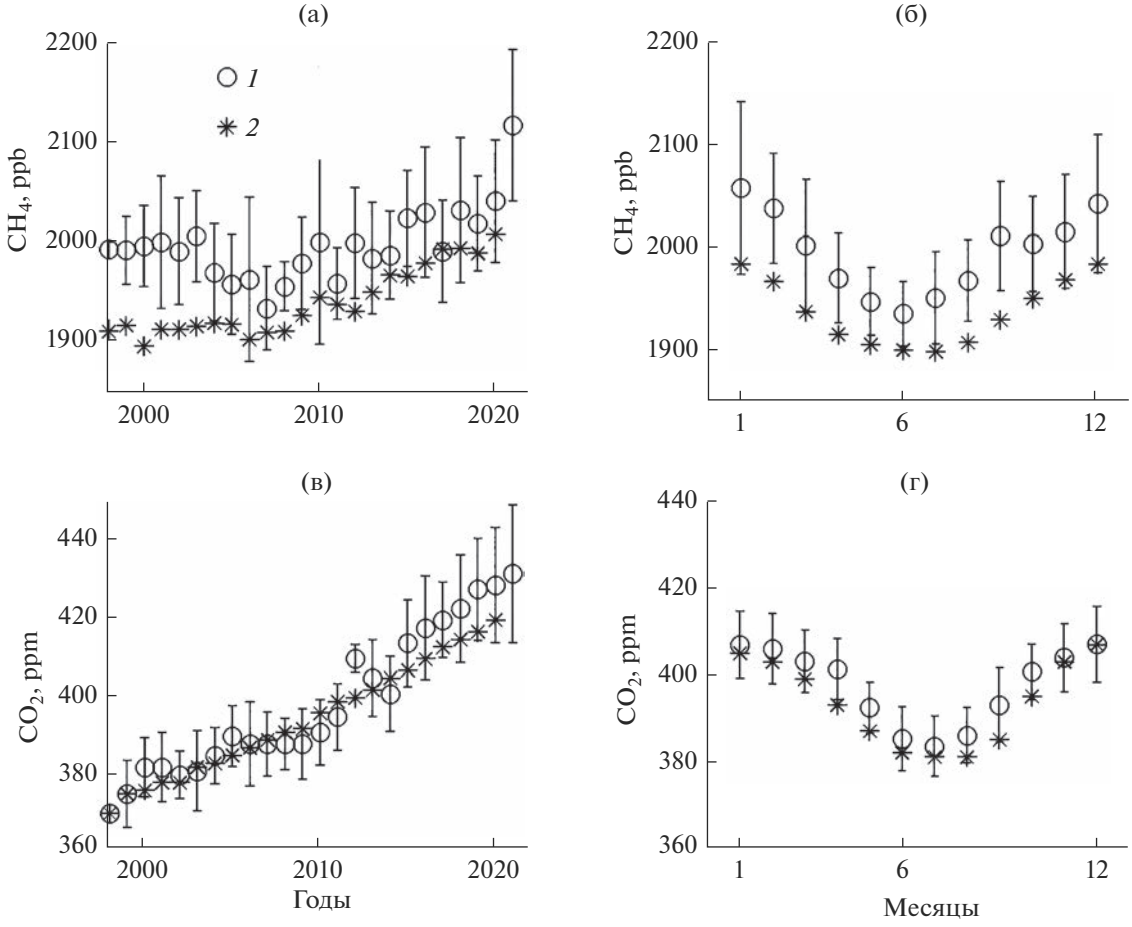

Рис. 4. Вариации средних годовых значений CH_4 (а), CO_2 (в) в приземном слое атмосферы и средний сезонный ход (б, г). *1* – Обнинск, *2* – Хегихатсал.

объясняются влиянием глобального потепления на рост эмиссии метана на Арктическом континентальном шельфе, см. например, [Dlugokencky et al., 2011]. Некоторые авторы связывают начавшийся в 2007 г. рост метана с увеличением темпов добычи сланцевого газа в Северной Америке (с 2005 по 2015 гг. производство сланцевого газа выросло в 14 раз, подробнее см. [Howarth, 2019]).

Концентрация углекислого газа за время наблюдений также значительно возросла (рис. 4в). Увеличение концентрации CO_2 на ст. Обнинск в процентном отношении (0.65% в год) в полтора раза превосходит наблюдавшийся с 2007 г. рост CH_4 (0.42% в год). Для примера, на рис. 4 представлены также данные станции мониторинга парниковых газов Венгерской метеорологической службы HUN [ESRL, 2021]. Станция расположена в западной части Среднедунайской низменности вблизи селения Хегихатсал (46.57° N, 16.38 °E) [Haszpra et al., 2019]. Выбор этой станции для сопоставления обусловлен тем, что Альпы на западе и Карпаты на востоке определяют для этой станции преимущественно северное и южное направление ветров при небольшом влиянии местных сельскохозяйственных источников. Также, как и для ст. Обнинск, максимальные значения концентрации метана и углекислого газа на станции Хегихатсал приходятся на зимние месяцы, а минимальные на летние (рис. 4б, 4г). Амплитуда сезонного хода метана на станции Хегихатсал сравнима с амплитудой вариаций на ст. Обнинск, хотя абсолютные значения ниже в среднем на 70 ppb. Для углекислого газа сезонные вариации на станциях Обнинск и Хегихатсал практически совпадают, а тренды, амплитуда колебаний и среднее значение концентрации CO_2 на этих станциях показывают достаточно хорошее согласие (табл. 1).

В табл. 1 дополнительно приведены тренды метана для периода роста с 2007 г. Для сравнения, глобально усредненные тренды в период с 2007 по 2020 гг., рассчитанные по данным [ESRL, 2021], составляют 7.4 ± 2.1 ppb/год и 2.0 ± 0.4 ppm/год для метана и углекислого газа соответственно.

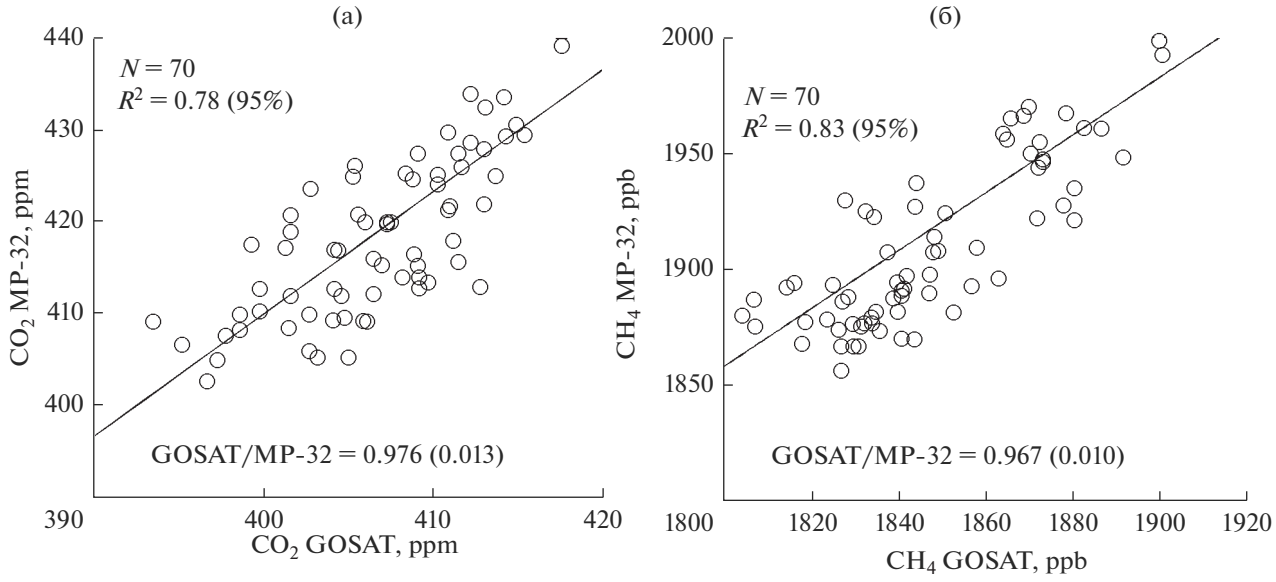

Рис. 5. Сопоставление наземных измерений xCO_2 (а) и xCH_4 (б) на ст. Обнинск (55.11N, 36.60E) прибором МР-32/МГС и данных GOSAT, усредненных для ячейки 5° × 5°. На рисунке приведено число совпадающих измерений (N), коэффициент корреляции (R^2), отношение средних значений GOSAT/MP-32 и стандартное отклонение (в скобках) для 95% доверительного интервала.

3.2. Средние по высоте концентрации метана и углекислого газа в 2015–2021 гг.

3.2.1. Сопоставление со спутниковыми данными GOSAT

GOSAT (Greenhouse Gases Observing Satellite) является первым спутником, предназначенным для наблюдения за парниковыми газами из космоса. С 2009 г. GOSAT проводит глобальные наблюдения за CO_2, CH_4 и H_2O с пространственным разрешением ~10 км^2, временем пересечения экватора около 13:00 по местному времени и 3-дневным циклом повторения. Фурье-спектрометр TANSO-FTS на борту GOSAT измеряет коротковолновое инфракрасное излучение (SWIR), отраженное от поверхности Земли в полосах поглощения кислорода (12950–13200 см$^{-1}$), углекислого газа (6180–6380 см$^{-1}$) и метана (5900–6150 см$^{-1}$) со спектральным разрешением 0.2 см$^{-1}$. Точность единичного измерения менее 3.5 ppm для xCO_2 и 15 ppb для xCH_4 [Yoshida et al., 2011; Kivimäki et al., 2019].

Первичные данные GOSAT (версия V02.xx) содержатся в [GOSAT, 2021]. Для формирования временных рядов xCO_2 и xCH_4 над наземными пунктами наблюдений обычно проводят пространственное усреднение данных GOSAT для ячеек 6° × 6° и более [Kivimäki et al., 2019, Oshchepkov et al., 2013, Gavrilov et al., 2014]. Нами были проанализированы 3 варианта усреднения для ячеек 3° × 3°, 5° × 5°, 10° × 10°. При размерах ячеек меньших 5° × 5° число совпадающих значений в интервале ±1 час относительно времени пролета спутника становится малым, и из сравнения могут выпадать целые сезоны. Сопоставление с данными GOSAT для области 5° × 5°, приведено на рис. 5.

Таблица 1. Коэффициенты линейного тренда, амплитуды колебаний и средние значения (в скобках) приземных концентраций метана и углекислого газа

Станция/годы	Тренд CH_4		Тренд CO_2	Амплитуда (Среднее)	
	ppb/год		ppm/год	CH_4, ppb	CO_2, ppm
	1998–2020	2007–2020	1998–2020	1998–2020	1998–2020
Обнинск	2.8 ± 1.1	8.3 ± 2.6	2.6 ± 0.6	49 (1997)	11 (397)
Хегихатсал	4.6 ± 1.0	7.5 ± 2.1	2.2 ± 0.5	43 (1940)	13 (393)

Таблица 2. Коэффициенты линейного тренда, амплитуды колебаний и средние значения (в скобках) концентраций xCH_4 и xCO_2 за период 2016–2020 гг.

Станция	Тренд xCH_4	Тренд xCO_2	Амплитуда (Среднее)	
	ppb/год	ppm/год	xCH_4, ppb	xCO_2, ppm
Обнинск 55.11N 36.60E	12.5 ± 1.9	2.3 ± 0.5	11.5 (1843)	5.6 (409)
Карлсруэ 49.10N 8.44E	10.2 ± 1.5	2.2 ± 0.3	8.8 (1842)	3.3 (408)
Бремен 53.10N 8.85E	10.7 ± 1.6	2.4 ± 0.4	8.0 (1845)	2.5 (408)
Орлеан 47.97N 2.11E	9.8 ± 1.5	2.2 ± 0.4	10.8 (1838)	3.2 (407)
Париж 48.85N 2.36E	10.0 ± 1.5	2.0 ± 0.4	8.9 (1843)	3.5 (408)
GOSAT (Обнинск, 5° x 5°).	10.5 ± 1.4	2.3 ± 0.3	8.0 (1846)	3.6 (406)

Сравнение данных наземных и спутниковых измерений xCH_4 и xCO_2 показало, что результаты измерений на ст. Обнинск систематически завышены. Отношения средних значений GOSAT/МР-32 для ячеек 5° × 5° и 10° × 10° в пределах погрешности совпадают и в среднем составляют 0.98 ± 0.01 и 0.97 ± 0.01 для xCO_2 и xCH_4 соответственно. Для компенсации систематического расхождения и привязки данных МР-32/МГС к шкале GOSAT, нами были введены поправочные коэффициенты, равные 0.98 для углекислого газа и 0.97 для метана. Следует отметить, что введение систематических поправок не сказывается на величинах трендов и амплитуде годового хода, также как и на результатах спектрального или кросс-корреляционного анализа.

3.2.2. Сопоставление с данными измерений на станциях TCCON

Среднемесячные значения xCH_4 и xCO_2, полученные с помощью прибора МР-32/МГС в 2015–2021 гг., были сопоставлены со среднемесячными данными станций TCCON. Для сравнения были использованы данные европейских станций Карлсруэ, Бремен, Орлеан и Париж, расположенных ниже 200 м над уровнем моря [TCCON, 2021]. Поскольку не для всех станций имеются данные за 2021 г., параметры сопоставляемых рядов – линейный тренд, амплитуда вариаций и среднее значение приведены в табл. 2 за одинаковый период с января 2016 по декабрь 2020 г.

Из табл. 2 следует, что результаты измерений на ст. Обнинск за анализируемый период достаточно хорошо согласуются с наземными наблюдениями на станциях TCCON и дополнительно приведенными в табл. 2 данными GOSAT. Коэффициенты корреляции между измерениями на ст. Обнинск и станциях TCCON превышают 0.84 для метана и 0.73 для углекислого газа при значимости, превышающей уровень 2σ.

Среднемесячные временные ряды xCH_4 и xCO_2 за 2015–2021 гг. по данным ст. Обнинск и GOSAT, а также по данным ст. Карлсруэ, для которой результаты измерений за 2021 г. были опубликованы в [Hase et al., 2017], приведены на рис. 6а, 6в, а средний сезонный ход за время наблюдений – на рис. 6б, 6г. Экстремумы сезонного хода xCH_4 и xCO_2 по данным ст. Обнинск, GOSAT и ст. Карлсруэ совпадают, при этом амплитуда сезонных вариаций на ст. Обнинск немного выше. В 2021 г. концентрации углекислого газа и метана на ст. Обнинск выше данных GOSAT и ст. Карлсруэ, особенно это заметно для метана в октябре–ноябре 2021 г. В осенне-зимний период измерения немногочисленны и зачастую проводятся при больших зенитных углах Солнца. В частности, в октябре 2021 г. повышенные значения углекислого газа и метана были, вероятно, обусловлены резкой сменой погодных условий. Если с 6 по 8 октября давление составляло 764–765 мм рт. ст., влажность 40–50%, то 11 октября, при сохранении ясной погоды, давление упало до 740 мм рт. ст., влажность повысилась до 97%, а температура понизилась на 10°С. Вероятно, реальные профили метеопараметров в этот период существенно отличались от априорных, что могло привести к завышенным расчетным значениям xCH_4 и xCO_2. На данном этапе иссле-

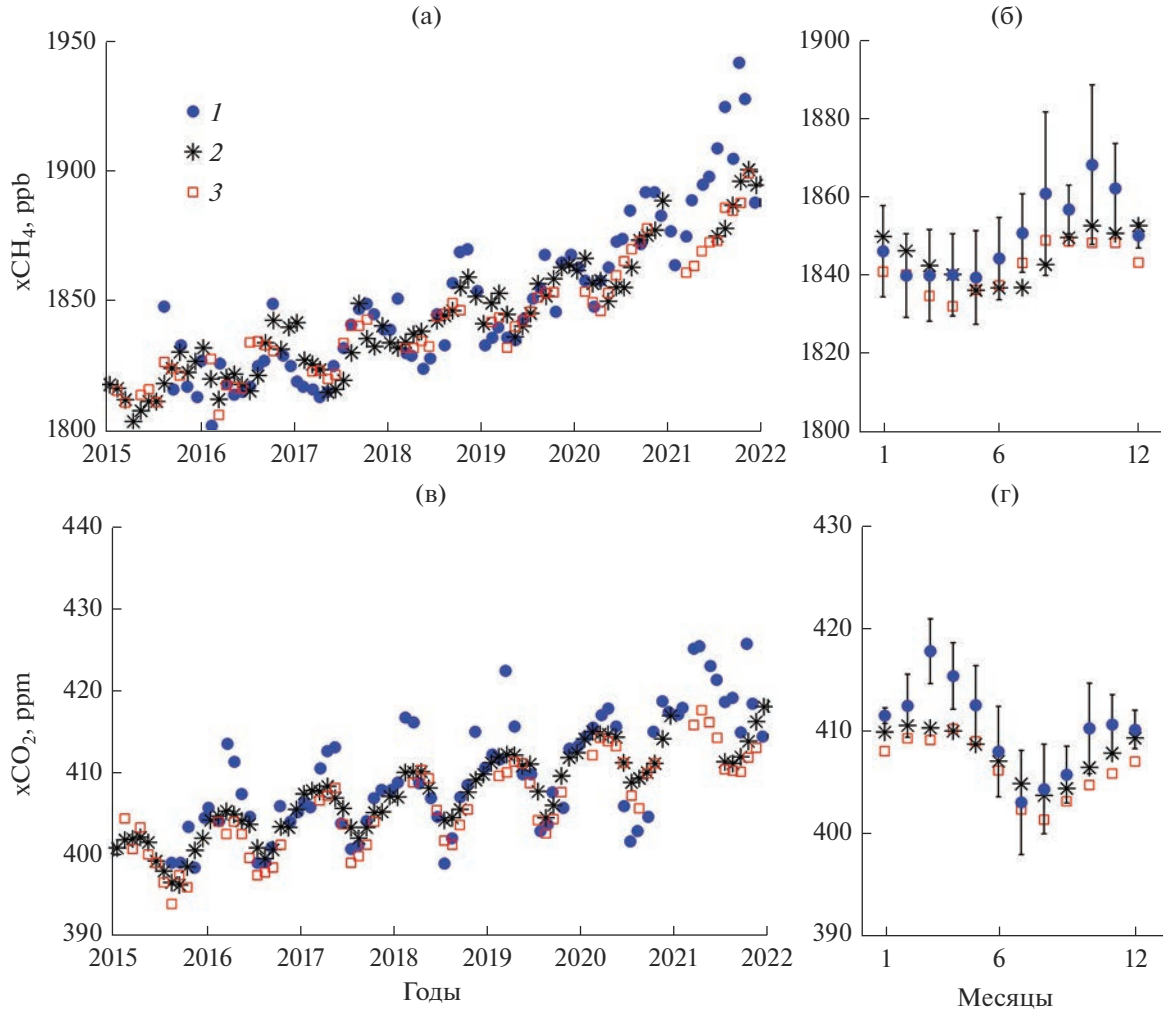

Рис. 6. Вариации среднемесячных значений xCH_4 (а), xCO_2 (в) в толще атмосферы и средний сезонный ход (б, г) за 2015-2021 гг. *1* – Обнинск, *2* – Карлсруэ, *3* – GOSAT (Обнинск, усреднение 5° × 5°).

дований результаты измерений в 2021 г. являются предварительными, более детальный анализ будет темой дальнейших работ.

3.3. Корреляционные связи и фазовые соотношения между приземными и средними в толще концентрациями

Измерения концентраций метана и углекислого газа в приземном слое и в толще атмосферы на ст. Обнинск проводятся практически одновременно. Это позволяет оценить взаимосвязи между приземными и средними в толще концентрациями и провести сравнительный анализ сезонной и долговременной изменчивости, а также сделать оценки возможного влияния местных источников или переноса из других регионов. Для сокращения мы в дальнейшем будем использовать обозначения gCH_4 и gCO_2 для приземных, а xCH_4 и xCO_2 для средних по высоте мольных концентраций.

Рассмотрим динамику корреляционных связей и фазовые соотношения gCH_4 и gCO_2, xCH_4 и xCO_2 более подробно с помощью кросс-корреляционного вейвлетного анализа [Grinsted et al., 2004]. Для этого предварительно все ряды были стандартизованы и удален линейный тренд. Кросс-корреляционный вейвлетный анализ между gCH_4 и gCO_2, xCH_4 и xCO_2 (вейвлетограммы не приводятся) показал, что для приземных концентраций годовые вариации метана и углекислого газа происходят в фазе, а для средних по высоте концентраций почти в противофазе, со сдвигом фазы 4–5 мес. Этот сдвиг фаз нашел отражение и в корреляционных связях между gCH_4 и xCH_4, gCO_2 и xCO_2 (рис. 7). Значимые (доверительный интервал более 95%) корреляции характерны только для годовой гармоники. Высокий уровень значи-

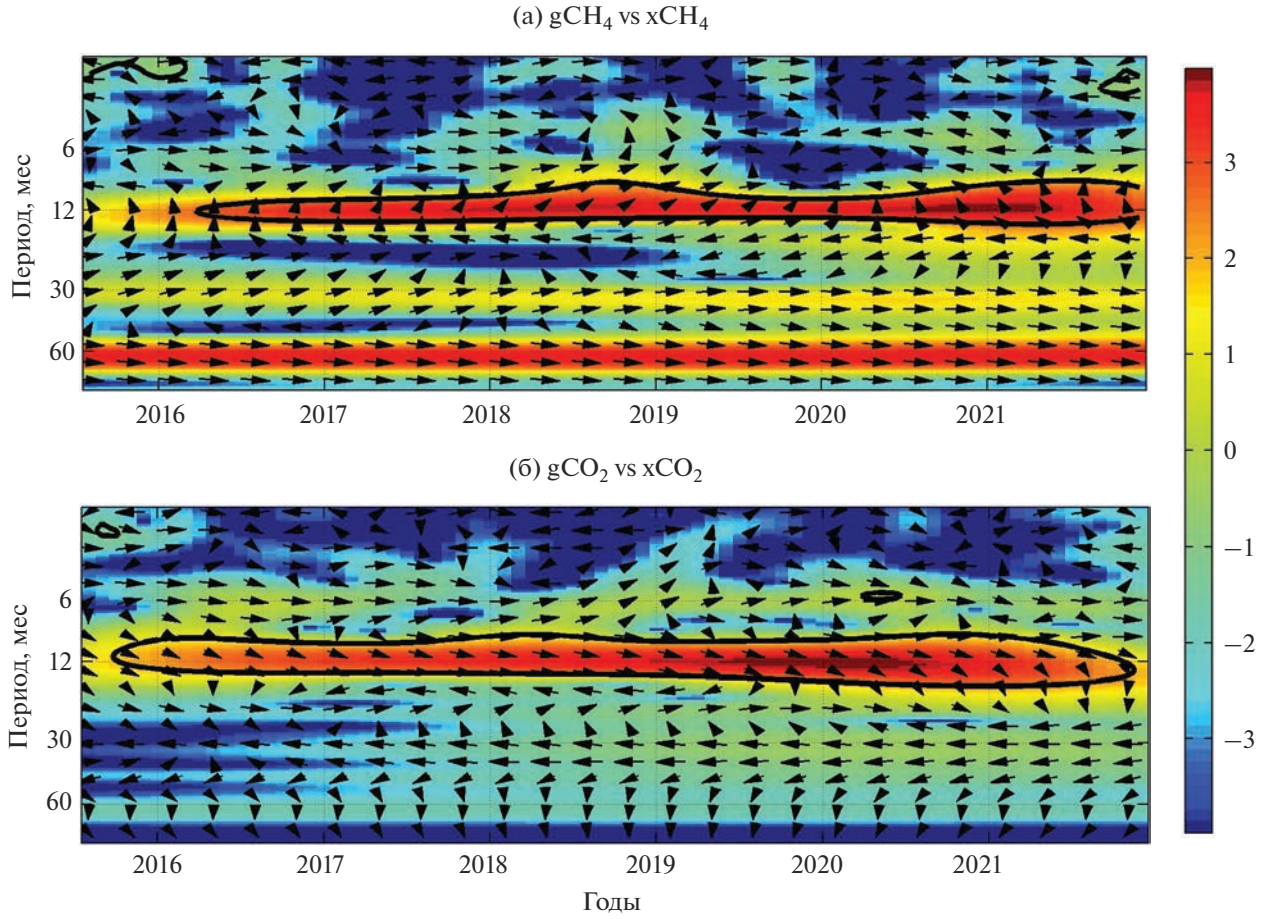

Рис. 7. Кросс-корреляционная вейвлетограмма среднемесячных значений gCH_4 и xCH_4 (а), gCO_2 и xCO_2 (б) за 2015–2021 гг., ст. Обнинск. Цветовая шкала в отн. ед. Значения больше 2.5 отн. ед. соответствуют доверительному интервалу 65%, более 3 отн. ед. – доверительному интервалу 95% (выделен жирной линией). Направления стрелок вправо соответствуют синхронности колебаний.

мости связан с тем, что по данным спектрального анализа (в статье не приводятся) амплитуда годовой гармоники более чем в два раза превосходит амплитуды других колебаний.

Фаза годовых вариаций xCH_4 опережает фазу годовых вариаций gCH_4 на 2–3 месяца (стрелки на рис. 7а направлены вверх или вправо и вверх). Аналогичный анализ, за более короткий интервал с 2017 по 2020 гг., проведенный для приземных [Kubistin et al., 2021] и средних по высоте [Hase et al., 2017] концентраций на ст. Карлсруэ, также показал небольшое опережение фазы годовых вариаций xCH_4 относительно gCH_4 в период 2017–2018 гг. Следует отметить, что для периодов колебаний больше 28 мес. вариации метана в приземном слое и в тропосфере происходят в основном в одной фазе (при “отбеливании” рядов, т.е. исключении сезонного хода, корреляции рядов xCH_4 и gCH_4 с периодами более 28 мес. становятся значимыми). Это, возможно, указывает на ведущую роль наземных источников метана во внутригодовых и годовых вариациях и сравнительно быстрое, в течение 2–3 лет, затухание короткопериодных приземных пульсаций в тропосфере. При этом фазовые соотношения между приземными и средними по высоте концентрациями метана для годовых вариаций и колебаний с периодами более 2.5 лет стабильны для всего анализируемого периода.

В случае углекислого газа годовые вариации xCO_2 отстают по фазе на 1–2 месяца от годовых вариаций gCO_2 (стрелки на рис. 7б направлены вправо и вниз). Аналогичные результаты получены при кросс-корреляционном вейвлетном анализе данных ст. Карлсруэ. Возможно, стабильные фазовые соотношения имеются также в области квазидвухлетних колебаний, для которых, судя по рис. 7б, вариации gCO_2 и xCO_2 противофазны. В целом, представляется заслуживающим внимания анализ фазовых соотношений приземных и средних по высоте концентраций CH_4 и CO_2 на основе более длительных измерений.

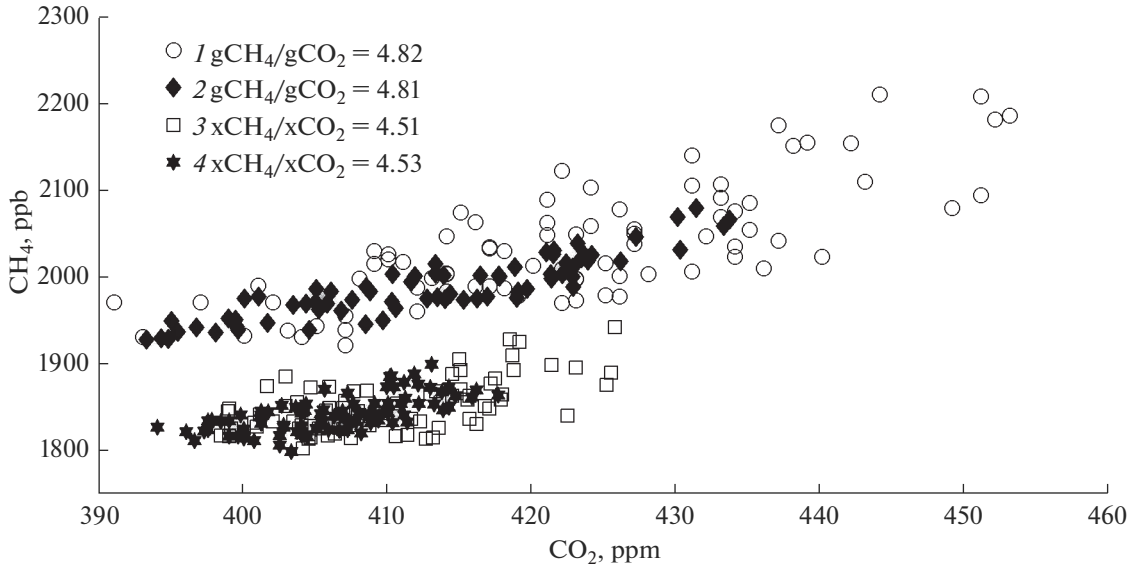

Рис. 8. Регрессия среднемесячных значений CH_4 на CO_2. *1* – Обнинск, приземные концентрации, *2* – Хегихатсал, приземные концентрации, *3* – Обнинск, средние по высоте концентрации, *4* – GOSAT (Обнинск, усреднение 5° × 5°), средние по высоте концентрации. На рисунке приведены также числовые значения коэффициентов регрессии (доверительная вероятность более 95%).

3.4. Отношение концентраций CH_4/CO_2 в приземном слое и в толще атмосферы

Одним из методов оценки антропогенных эмиссий метана и углекислого газа и их взаимосвязи является анализ изменчивости отношения CH_4/CO_2 (например [Tohjima et al., 2014; Wong et al., 2015; Ghasemifard et al., 2019] и цитируемая литература). При этом исходят из предположения, что источники и стоки наблюдаемых в данном месте вариаций CO_2 и CH_4 могут быть достаточно удалены, а соотношение CH_4/CO_2 используется для фильтрации наблюдаемых данных, на которые, возможно, влияют также местные источники – стоки. Корреляция внутри и межгодовых вариаций gCH_4 и gCO_2 отмечалась ранее в ряде работ, например в [Yoshida et al., 2011] показано, что для различных сезонов коэффициенты регрессии CH_4/CO_2 для Европейского региона варьируют от 4.7 до 15.6.

Регрессии среднемесячных значений gCH_4/gCO_2 и средних по высоте отношений концентраций xCH_4/xCO_2 представлены на рис. 8. По данным ст. Обнинск наблюдается более широкий диапазон вариаций gCH_4/gCO_2 сравнительно с данными ст. Хегихатсал, Венгрия. При этом обращает на себя внимание совпадение коэффициентов регрессии. Это, вероятно, связано с тем, что большое время жизни метана и углекислого газа приводит к эффективному перемешиванию в пограничном слое атмосферы и наблюдаемые на ст. Хегихатсал и Обнинск вариации приземных концентраций возможно обусловлены эмиссией удаленного общего источника.

Коэффициенты регрессии для средних по высоте концентраций на ст. Обнинск и по данным GOSAT меньше на 6%. Причины различия могут быть связаны как с относительным ростом тропосферного углекислого газа, так и, что более вероятно, с относительным уменьшением тропосферного метана, и требуют дальнейшего изучения. Учитывая выводы работы [Howarth, 2019] о масштабной интенсификации добычи сланцевого газа в США и Канаде, как о возможной причине роста концентрации метана в период после 2007 г., представляет интерес анализ более обширного материала, охватывающего средние широты всего Северного полушария, с включением в анализ пространственно-временных вариаций отношений CO_2/CO, CO_2/N_2O, CH_4/CO и CH_4/N_2O.

3.5. Сезонные вариации в толще атмосферы и вблизи земной поверхности

Средние сезонные разности концентраций в приземном слое и в толще атмосферы за период с 2015 по 2021 гг. на ст. Обнинск приведены на рис. 9. Наибольшие превышения приземных концентраций gCH_4 и gCO_2 над концентрациями в толще атмосферы наблюдаются в зимний период. В летний период для углекислого газа концентрации примерно совпадают, а для метана характерной чертой сезонного хода является

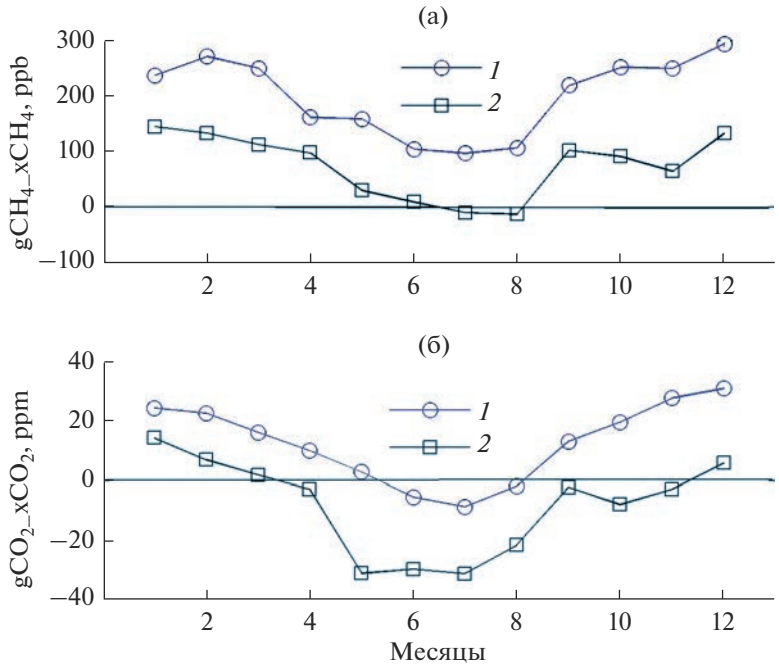

Рис. 9. Сезонный ход разности среднемесячных значений $gCH_4 - xCH_4$ (а) и $gCO_2 - xCO_2$ (б). *1* – усредненные с 2015 по 2021 гг. среднемесячные значения, *2* – среднемесячные значения для минимальных величин.

постоянное превышение приземных концентраций над средними концентрациями в толще атмосферы. Ранее, при анализе данных ст. Обнинск, для определения фоновой составляющей приземных концентраций использовался метод фильтрации данных с выделением минимальных внутридневных величин [Арефьев и др., 2014; Арефьев и др., 2015]. Аналогичный подход был использован в [Макарова и др., 2015] при анализе вариаций метана на станции Петергоф (СПбГУ). На рис. 9 квадратами показаны сезонные разности концентраций, полученные для минимальных величин. Обращает на себя внимание почти параллельный сдвиг разности $gCH_4 - xCH_4$ и $gCO_2 - xCO_2$ при переходе от средних к минимальным приземным концентрациям. Для метана минимальные приземные и средние по высоте концентрации в мае-августе совпадают в пределах 30 ppb, а в остальные месяцы превышение приземных концентраций сохраняется и составляет 70–150 ppb. Качественно это может означать, что для ст. Обнинск в холодное время года возрастает вклад местных источников метана, а в летнее время местные источники метана незначительны и регистрируются концентрации метана, определяемые средним переносом. Учитывая, что для ст. Обнинск основные направления ветров западные и юго-западные (до 40%) и южные (до 15%) [https://world-weather.ru], то воздушные массы в течение года в основном приходят из центральной и южной Европы.

В случае углекислого газа сезонный ход средних и минимальных значений разности $gCO_2 - xCO_2$ качественно такой же, как и для метана, однако, количественные показатели различаются. Превышение минимальных приземных концентраций над концентрациями в толще атмосферы (6–15 ppm) сохраняется только для декабря, января и февраля, а с мая по август xCO_2 больше gCO_2 на 20–30 ppm. Этот результат согласуется с анализом сезонных вариаций CO_2 в работе [Olsen, Randerson, 2004], где было показано, что для средних широт Северного полушария характерно падение амплитуды сезонных колебаний CO_2 с высотой, причем летом средние по высоте концентрации превышают приземные, а зимой и весной, в период роста эмиссии за счет сжигания топлива, xCO_2 ниже приземных концентраций.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты измерений в приземном слое в период 1998–2021 гг. показали значительный рост концентраций углекислого газа и метана. Небольшой отрицательный тренд CH_4, наблюдавшийся в 1998–2007 гг., в дальнейшем сменился положительным трендом. За период наблюдений концентрация метана выросла на 124 ppb, а углекислого газа на 62 ppm. Скорость роста концентрации CO_2 на ст. Обнинск в процентном отношении (0.65% в год) в полтора раза превосходит

наблюдавшийся с 2007 г. рост CH_4 (0.42% в год). Тренды, амплитуда колебаний и сезонный ход приземной концентрации метана и углекислого газа на ст. Обнинск хорошо согласуются с данными ст. Хегихатсал, Венгрия.

Сопоставление средних по высоте концентраций метана xCH_4 и углекислого газа xCO_2 со спутниковыми данными GOSAT показало, что для наземных наблюдений в холодное время года наблюдается небольшое систематическое превышение. Для привязки к данным GOSAT были введены поправочные коэффициенты, равные 0.97 для метана и 0.98 для углекислого газа. Тренды и средние значения по данным ст. Обнинск за сопоставимый период с 2016 по 2020 гг. достаточно хорошо согласуются с наземными наблюдениями на европейских станциях Бремен, Карлсруэ, Орлеан и Париж, при этом для ст. Обнинск несколько выше амплитуда годовых вариаций. Коэффициенты корреляции между измерениями на ст. Обнинск и на станциях TCCON превышают 0.84 и 0.73 для метана и углекислого газа соответственно.

Практически одновременные измерения прибором МР-32/МГС концентраций в приземном слое (gCH_4 и gCO_2) и в толще атмосферы (xCH_4 и xCO_2) позволили провести сравнительный анализ сезонной и долговременной изменчивости и оценить взаимосвязи между приземными и средними в толще концентрациями метана и углекислого газа. По результатам кросс-корреляционного вейвлетного анализа фаза годовых вариаций средних по высоте концентраций xCH_4 опережает фазу годовых вариаций приземных значений gCH_4 на 2–3 месяца, а вариации xCO_2 отстают по фазе от годовых вариаций gCO_2 на 1–2 месяца. Годовые вариации gCH_4 и gCO_2 проходят синхронно, а вариации xCH_4 и xCO_2 примерно в противофазе.

Для сезонного хода среднедневных приземных концентраций метана и углекислого газа характерно их превышение над средними концентрациями в толще атмосферы. В то же время, минимальные приземные концентрации углекислого газа в мае-августе ниже средних концентраций в толще атмосферы на 20–30 ppm, а превышение (6–15 ppm) сохраняется только для декабря, января и февраля. В период с мая по август минимальные приземные концентрации метана совпадают со средними концентрациями в толще атмосферы, в остальные месяцы их превышение составляет 70–150 ppb. Качественно это может означать, что для ст. Обнинск в летнее время местные источники метана и углекислого газа незначительны и регистрируются концентрации, определяемые адвективным переносом при преобладании западных и юго-западных ветров. В холодное время года, вероятно, возрастает вклад местных источников за счет роста эмиссии при сжигании топлива.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят Макарову М.В. и анонимного рецензента за внимательный анализ рукописи, способствовавший улучшению структуры и содержания работы. Авторы признательны за доступ к данным измерений в приземном слое и в толще атмосферы коллективам ученых KIT, Karlsruhe (German Meteorological Service), HUN, Хегихатсал (Венгерская метеорологическая служба), TCCON (https://tccon-wiki.caltech.edu/Main/DataUsePolicy), GOSAT (National Institute for Environmental Studies, Japan), разработчикам модели HYSPLIT (NOAA's Air Resources Laboratory).

Авторы благодарят Арефьева В.Н. за внимание к работе. Один из авторов (ВКН) признателен Макаровой М.В. (СПбГУ) за консультации по использованию и адаптации пакета SFIT4. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 21-17-00210. Результаты измерений метана и углекислого газа на ст. Обнинск доступны на сайте ФГБУ "НПО "Тайфун" в разделе "Климатические наблюдения" (https://www.rpatyphoon.ru/activities/climate-monitoring/).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Арефьев В.Н., Дианов–Клоков В.И., Малков И.П. Полевой спектральный комплекс для исследований содержания в атмосфере загрязняющих газов // Труды ИЭМ. М.: Гидрометеоиздат, 1978. Вып. 8(81). С. 73–78.

Арефьев В.Н., Вишератин К.Н., Кашин Ф.В., Устинов В.П. Аппаратура для измерений спектроскопическим методом интегрального содержания газов в атмосфере // Труды ИЭМ. 1995. Вып. 25(160). С. 119–125.

Арефьев В.Н., Баранов Ю.И., Баранова Е.Л., Бугрим Г.И., Каменоградский Н.Е., Кашин Ф.В. Изменчивость содержания метана в приземном слое и в толще атмосферы // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2004. Т. 40. № 3. С. 403–409.

Арефьев В.Н., Кашин Ф.В., Акименко Р.М., Баранов Ю.И., Бугрим Г.И., Вишератин К.Н., Кальсин А.В., Каменоградский Н.Е., Сизов Н.И., Устинов В.П., Упэнэк Л.Б. Исследования в области атмосферной спектроскопии // "Проблемы гидрологии и мониторинга окружающей среды". Сб. науч. тр., Обнинск, 2010. С. 85–104.

Арефьев В.Н., Каменоградский Н.Е., Кашин Ф.В., Шилкин А.В. Фоновая составляющая концентрации двуокиси углерода в приземном воздухе. (Станция мониторинга "Обнинск") // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50. № 6. С. 655–662.

Арефьев В.Н., Акименко Р.М., Кашин Ф.В., Упэнэк Л.Б. Фоновая составляющая концентрации метана в

приземном воздухе. (Станция мониторинга “Обнинск”) // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51. № 6. С. 1–9.

Дианов–Клоков В.И., Юрганов Л.Н. Измерения интегрального содержания примесей CO, CH_4 и N_2O в атмосфере // Изв. АН СССР. ФАО. 1982. Т. 18. № 7. С. 1159–1167.

Кабанов Д.М., Сакерин С.М. Результаты исследований общего влагосодержания атмосферы методом оптической гигрометрии. Ч. 1. Анализ методики и результатов калибровки // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 06. С. 852–860.

Кондратьев К.Я., Крапивин В.Ф. Моделирование глобального круговорота углерода. М.: Физматлит, 2004. 336 с.

Макарова М.В., Кирнер О., Тимофеев Ю.М., Поберовский А.В., Имхасин Х.Х., Осипов С.И., Макаров Б.К. Годовой ход и долговременный тренд атмосферного метана в районе СанктПетербурга // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51. № 4. С. 493–501.

Мироненков А.В., Поберовский А.В., Тимофеев Ю.М. Методика интерпретации инфракрасных спектров прямой солнечной радиации для определения общего содержания атмосферных газов // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана. 1996. Т. 32. № 2. С. 207–215.

Ракитин В.С., Еланский Н.Ф., Панкратова Н.В., Скороход А.И., Джола А.В., Штабкин Ю.А., Ван Пусай, Ван Ген Чен, Васильева А.В., Макарова М.В., Гречко Е.И. Исследование трендов общего содержания CO и CH_4 над Евразией на основе анализа наземных и орбитальных спектроскопических измерений // Оптика атмосферы и океана. 2017. Т. 30. № 06. С. 449–456.
https://doi.org/10.15372/AOO20170601

Тимофеев Ю.М. Исследование атмосферы Земли методом прозрачности. СПб.: Наука, 2016. 367 с.

Шашков А.А., Броунштейн А.М., Жуков А.В., Привалов В.И., Фабер Е.В. Спектроскопические методики определения интегрального содержания CO, N_2O и CH_4 в вертикальном столбе атмосферы // Труды ГГО им. А.И. Воейкова. 1985. Вып. 496. С. 7–23.

Baranov Yu.I., Baranova E.L., Bougrim G.I., Kashin F.V. Temporal variability of methane, carbon oxide and dioxide and dinitrogen oxide in surface air // Proc. SPIE. 2000. V. 4341. P. 438–442.

Buschmann M., Deutscher N.M., Sherlock V., Palm M., Warneke T., Notholt J. Retrieval of xCO_2 from ground-based mid-infrared (NDACC) solar absorption spectra and comparison to TCCON // Atmos. Meas. Tech. 2016. V. 9. P. 577–585.
https://doi.org/10.5194/amt-9-577-2016

Chen H., Winderlich J., Gerbig C., Hoefer A., Rella C.W., Crosson E.R., Van Pelt A.D., Steinbach J., Kolle O., Beck V., Daub B.C., Gottlieb E.W., Chow V.Y., Santoni G.W., Wofsy S.C. High-accuracy continuous airborne measurements of greenhouse gases (CO_2 and CH_4) using the cavity ring-down spectroscopy (CRDS) technique // Atmos. Meas. Tech. 2010. V. 3. P. 375–386.

Dlugokencky E.J., Nisbet E.G., Fisher R., Lowry D. Global atmospheric methane: Budget, changes and dangers // Philos. Trans. R. Soc. A. 2011. V. 369. P. 2058–2072.
https://doi.org/10.1098/rsta.2010.0341

Dlugokencky E.J., Mund J.W., Crotwell A.M., Crotwell M.J., Thoning K.W. Atmospheric Carbon Dioxide Dry Air Mole Fractions from the NOAA GML Carbon Cycle Cooperative Global Air Sampling Network, 1968–2020, Version: 2021-07-30.
https://doi.org/10.15138/wkgj-f215

ESRL, 2021. Earth System Research Laboratory, Global Monitoring Division, Carbon Cycle Greenhouse Gases, http://www.esrl.noaa.gov/.

Frey M., Sha M.K., Hase F., Kiel M., Blumenstock T., Harig R., Surawicz G., Deutscher N.M., Shiomi K., Franklin J.E., Bösch H., Chen J., Grutter M., Ohyama H., Sun Y., Butz, A., Mengistu Tsidu G., Ene D., Wunch D., Cao Z., Garcia O., Ramonet M., Vogel F., Orphal J. Building the COllaborative Carbon Column Observing Network (COCCON): long-term stability and ensemble performance of the EM27/SUN Fourier transform spectrometer // Atmos. Meas. Tech. 2019. V. 12. P. 1513–1530.
https://doi.org/10.5194/amt-12-1513-2019

Gavrilov N.M., Makarova M.V., Poberovskii A.V., Timofeyev Yu.M. Comparisons of CH4 ground-based FTIR measurements near Saint Petersburg with GOSAT observations // Atmos. Meas. Tech. 2014. V. 7. P. 1003–1010.

Ghasemifard H., Vogel F.R., Yuan Y., Luepke M., Chen J., Ries L., Leuchner M., Schunk C., Noreen Vardag S., Menzel A. Pollution Events at the High-Altitude Mountain Site Zugspitze-Schneefernerhaus (2670 m a.s.l.), Germany // Atmosphere. 2019. V. 10(6). P. 330.
https://doi.org/10.3390/atmos10060330

GOSAT, 2021. Greenhouse Gases Observing Satellite, https://data2.gosat.nies.go.jp; https://www.gosat.nies.go.jp/en/about_2_observe.html

Grinsted A., Moore J.C., Jevrejeva S. Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series // Nonlin. Processes Geophys. 2004. № 11. P. 561–566.
https://doi.org/10.5194/npg-11-561-2004

Hase F., Blumenstock T., Dohe S., Groß J., Kiel M. TCCON data from Karlsruhe, Germany, Release GGG2014R1. 2017.
https://doi.org/10.14291/tccon.ggg2020.karlsruhe01.R0

Haszpra L., Ferenczi Z., Barcza Z. Estimation of greenhouse gas emission factors based on observed covariance of CO_2, CH_4, N_2O and CO mole fractions // Environ Sci. Eur. 2019. P. 31–95.
https://doi.org/10.1186/s12302-019-0277-y

Howarth R.W. Ideas and perspectives: is shale gas a major driver of recent increase in global atmospheric methane? // Biogeosciences. 2019. V. 16. P. 3033–3046.
https://doi.org/10.5194/bg-16-3033-2019

HYSPLIT, 2021. The Hybrid Single-Particle Lagrangian Integrated Trajectory model, https://www.ready.noaa.gov/hypub-bin/trajtype.pl.

Infraspek. 2021. http://www.infraspek.ru/produktsiya/spektrometryi/fsm-2203-2/; http://www.infraspek.ru/produktsiya/kyuvetyi/kyuvetyi-gazovyie/.

IPCC, 2021. Global Carbon and other Biogeochemical Cycles and Feedbacks. In: Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Cambridge University Press. 2021.

Kashin F. Variations of CO_2 Mixing Ratios in the Air near the Ground in the European Territory of Russia // J. Environmental Science and Engineering A. 2013. V. 2. № 9. P. 531–536.

Kivimäki E., Lindqvist H., Hakkarainen J., Laine M., Sussmann R., Tsuruta A., Detmers R., Deutscher N.M., Dlugokencky E.J., Hase F., Hasekamp O., Kivi R., Morino I., Notholt J., Pollard D.F., Roehl C., Schneider M., Sha M.K., Velazco V.A., Warneke T., Wunch D., Yoshida Y., Tamminen J. Evaluation and Analysis of the Seasonal Cycle and Variability of the Trend from GOSAT Methane Retrievals // Remote Sens. 2019. V. 11(7). P. 882. https://doi.org/10.3390/rs11070882

Kubistin D., Plaß-Dülmer C., Arnold S., Lindauer M., Müller–Williams J. // ICOS RI, 2021. ICOS ATC CO Release, Karlsruhe (30.0 m), 2019-01-31–2021-01-31. https://hdl.handle.net/11676/717HG_GiOgS_u3-TEuXB6HkFO

NOAA, 2021. https://www.noaa.gov/news-release/increase-in-atmospheric-methane-set-another-record-during-2021.

Olsen S.C., Randerson J.T. Differences between surface and column atmospheric CO_2 and implications for carbon cycle research // J. Geophys. Res. 2004. V. 109. D02301. https://doi.org/10.1029/2003JD003968

Oshchepkov S., Bril A., Yokota T., Yoshida Y., Blumenstock T., Deutscher N.M., Dohe S., Macatangay R., Morino I., Notholt J., Rettinger M., Petri C., Schneider M., Sussman R., Uchino O., Velazco V., Wunch D., Belikov D. Simultaneous retrieval of atmospheric CO_2 and light path modification from space-based spectroscopic observations of greenhouse gases: Methodology and application to GOSAT measurements over TCCON sites // Appl. Opt. 2013. V. 52. P. 1339–1350.

Ostler A., Sussmann R., Rettinger M., Deutscher N.M., Dohe S., Hase F., Jones N., Palm M., Sinnhuber B.-M. Multistation intercomparison of column–averaged methane from NDACC and TCCON: impact of dynamical variability // Atmos. Meas. Tech. 2014. V. 7. P. 4081–4101. https://doi.org/10.5194/amt–7–4081–2014

Rakitin V.S., Skorokhod A.I., Pankratova N.V., Shtabkin Yu.A., Rakitina A.V., Wang G., Vasilieva A.V., Makarova M.V., Wang P. Recent changes of atmospheric composition in background and urban Eurasian regions in XXI-th century // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2020. T. 606. № 1. P. 012048. https://doi.org/10.1088/1755-1315/606/1/012048

Rothman L.S., Gordon I.E., Babikov I.E., Barbe A., Benner C.D. et al. The HITRAN 2012 molecular spectroscopic database // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2013. V. 130. P. 4–50.

SFIT4. Version V0.9.4.4. The University Corporation for Atmospheric Research, https://wiki.ucar.edu/display/sfit4.

Takeda M., Nakajima H., Murata I., Nagahama T., Morino I., Toon G.C., Weiss R.F., Mühle J., Krummel P.B., Fraser P.J., Wang H.-J. First ground-based Fourier transform infrared (FTIR) spectrometer observations of HFC-23 at Rikubetsu, Japan, and Syowa Station, Antarctica // Atmos. Meas. Tech. 2021. V. 14. P. 5955–5976. https://doi.org/10.5194/amt-14-5955-2021

TCCON, 2021. https://tccondata.org/; https://tccon-wiki.caltech.edu/Sites.

Tohjima Y., Kubo M., Minejima C., Mukai H., Tanimoto H., Ganshin A., Maksyutov S., Katsumata K., Machida T., Kita K. Temporal changes in the emissions of CH_4 and CO from China estimated from CH_4/CO_2 and CO/CO_2 correlations observed at Hateruma Island // Atmos. Chem. Phys. 2014. V. 14. P. 1663–1677.

Visheratin K.N., Baranova E.L., Bugrim G.I., Ivanov V.N., Krasnopeeva E.I., Sakhibgareev D.G., Ustinov V.P., Shilkin A.V., Baranov Yu.I., Kashin F.V. MR-32/MGS setup for monitoring gas composition of atmosphere // XXVII International Symposium "Atmospheric and Ocean Optics. Atmospheric Physics". 2021 july 05–09. Moscow. 2021. https://symp.iao.ru/files/symp/aoo/27/presentation_13663.pdf.

WACCAM, 2013. Whole Atmosphere Community Climate Model, https://www2.acom.ucar. edu/gcm/waccm; ftp://acd.ucar.edu/user/jamesw/IRWG/2013/.

WDCGG, 2021 World Data Centre for Greenhouse Gases, https://gaw.kishou.go.jp.

WMO, 2021. The State of Greenhouse Gases in the Atmosphere Based on Global Observations through 2020 // Greenhouse Gas Bulletin. No. 17, 25 October 2021.

Wong K.W., Fu D., Pongetti T.J., Newman S., Kort E.A., Duren R., Hsu Y.-K., Miller C.E., Yung Y.L., Sander S.P. Mapping CH_4: CO_2 ratios in Los Angeles with CLARS-FTS from Mount Wilson, California // Atmos. Chem. Phys. 2015. V. 15. P. 241–252. https://doi.org/10.5194/acp-15-241-2015

Yoshida Y., Ota Y., Eguchi N., Kikuchi N., Nobuta K., Tran H., Morino I., Yokota T. Retrieval algorithm for CO_2 and CH_4 column abundances from short-wavelength infrared spectral observations by the Greenhouse gases observing satellite // Atmos. Meas. Tech. 2011. V. 4. P.717–734. https://doi.org/10.5194/amt-4-717-2011

Variations in Surface Concentrations and Total Column of CO_2 and CH_4 in the Central Part of the European Territory of Russia

K. N. Visheratin[1, *, **], E. L. Baranova[1], G. I. Bugrim[1], V. N. Ivanov[1], E. I. Krasnopeeva[1], D. G. Sakhibgareev[1], V. P. Ustinov[1], and A. V. Shilkin[1, 2]

[1]Research and Production Association "Typhoon", Pobedy St., 4, Obninsk, 249038 Russia

[2]Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzhevsky Per., 3, Moscow, 119017 Russia

**e-mail: kvisher@rpatyphoon.ru*

***e-mail: kvisher@mail.ru*

The results of measurements of surface concentrations and the total column of atmospheric carbon dioxide and methane at Obninsk station by the method of IR spectroscopy are presented. The description of the MR-32/MGC equipment for monitoring the gaseous composition of the atmosphere is given. Interannual and seasonal variations and trends in surface concentrations of CO_2 and CH_4 for 1998-2021 and total column for 2015–2021are analyzed. According to the results of cross-correlation wavelet analysis, the phase of annual variations in the column-averaged CH_4 concentrations is ahead of the phase of surface variations by 2–3 months, and the variations in column-averaged CO_2 concentrations lag behind the phase of annual variations in surface values by 1–2 months. The minimum surface concentrations of methane in May-August coincide with the column-averaged concentrations, and for carbon dioxide in the same period they are lower by 20–30 ppm. In the winter months, the minimum surface concentrations of methane and carbon dioxide are higher than column-averaged values by 70–150 ppb and by 6–15 ppm consequently. The measurement results are compared with GOSAT and data from European ground stations.

Keywords: carbon dioxide, methane, surface concentrations, height-averaged concentrations, wavelet analysis, seasonal variations, trends

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2023, том 59, № 2, с. 217–229

УДК 551.513:556.013:519.6

ДВУХСЛОЙНАЯ МОДЕЛЬ ЦИРКУЛЯЦИИ ОКЕАНА С ВАРИАЦИОННЫМ УПРАВЛЕНИЕМ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ

© 2023 г. В. Б. Залесный*

Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, ул. Губкина, 8, Москва, 119333 Россия

**e-mail: vzalesny@yandex.ru*

Поступила в редакцию 31.10.2022 г.
После доработки 10.12.2022 г.
Принята к публикации 11.01.2023 г.

Рассматривается развитие вариационного метода решения задачи квазигеострофической динамики в двухслойном периодическом канале. Развитие метода состоит в следующем. Во-первых, обобщается формулировка вариационной задачи: в вектор управления включается коэффициент турбулентного обмена квазигеострофического потенциального вихря (КГПВ). Во-вторых, область решения точнее описывает размеры Антарктического кругового течения (АКТ). Используя выделение зонального переноса и разложение решения в ряд Фурье, задача сводится к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) по времени. Двухсвязность области приводит к тому, что решение ОДУ должно удовлетворять дополнительному стационарному соотношению, определяющему расход АКТ. Вариационный алгоритм сводится к решению системы прямых и сопряженных уравнений, минимизирующему квадратичную погрешность стационарного соотношения. Коэффициент турбулентного обмена КГПВ определяется в процессе решения оптимальной задачи. Расчеты проводятся для периодического канала, имитирующего акваторию АКТ в Южном океане. Изучаются характеристики стационарных режимов течений при разных значениях модельных параметров. Типичной является синусоидальная циркуляция в обоих слоях с линейным переносом по ветру, зависящая от рельефа дна. В некоторых случаях под синусоидальной, в нижнем слое, формируется ячеистая циркуляция, а иногда возникает противотечение. При этом решение оптимальной задачи характеризуется низкой величиной коэффициента турбулентной вязкости и малым расходом течения в нижнем слое.

Ключевые слова: квазигеострофический потенциальный вихрь, двухслойная модель океана, вариационный алгоритм, коэффициент турбулентной вязкости

DOI: 10.31857/S0002351523020104, **EDN:** HQJIJR

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные задачи геофизической гидродинамики и общей циркуляции океана описываются как простыми, так и сложными физико-математическими моделями [McWilliams, 2006; Марчук, 2018а; Марчук, 2018б; Дымников, Залесный, 2019]. Простые – являются объектом математических исследований (теоремы и методы), а сложные – объектом моделирования и вычислительных экспериментов (прогнозы, ассимиляция наблюдений). К классу простых задач принадлежат, в частности, квазигеострофические модели [Pedlosky, 1970; Farhat et al., 2012; Павлушин и др., 2015; Cai et al., 2017; Ivchenko et al., 2018; Ивченко, Залесный, 2019; Chekroun et al., 2022].

Условно, в развитии всех моделей, включая квазигеострофические, можно выделить три основных направления. Первое связано с обобщением систем дифференциальных уравнений – включением дополнительных слагаемых и новых уравнений, их обоснованием и разрешимостью [Onica, Panetta, 2005; Agoshkov, Ipatova, 2010; Chen, 2019]. К нему можно отнести также изучение устойчивости и потери устойчивости течений, возникновения новых режимов, описание структуры и размерности аттракторов и т.д. [Bernier, 1994; Bernier, Chuesov, 2000; Cai et al., 2017; Дымников, Залесный, 2019; Chekroun et al., 2022]. Второе направление связано с увеличением пространственного разрешения численных моделей, поиском и испытанием новых алгоритмов решения задач супер-большой размерности, изучением свойств решений при долговременном интегрировании [Farhat et al., 2012; Дымников, Залесный, 2019]. Третье направление связано с формулировкой новых постановок задач и методов их решения: задачи с неполной информацией, в обратном времени, вариационная ассимиляция данных и т.д. [Agoshkov, Ipatova, 2010; Марчук, 2018а; Марчук, 2018б; Шутяев, 2019; Zalesny et al., 2020].

Наша работа относится к третьему направлению. В ней развивается двухслойная модель квазигеострофической циркуляции, рассмотренная ранее в [Pedlosky, 1970; Charney et al., 1981]. Квазигеострофические модели широко используются в теоретических и практических исследованиях. С их помощью развивается математическая теория, описывающая нелинейную устойчивость: динамические переходы сдвиговых течений, обусловленные бароклинной неустойчивостью; квазигеострофическую турбулентность; топологическую структуру аттракторов и т.д. Позволяя проводить длительное интегрирование с высоким пространственным разрешением, эти модели используются для расчета и анализа вихревой динамики морских циркуляций [Павлушин и др., 2015].

С физической точки зрения новизна нашей модели состоит в использовании параметризации турбулентной вязкости за счет вихревой динамики [Ivchenko et al., 2018; Ивченко, Залесный, 2019]. С вычислительной – в том, что постановка задачи и метод решения формулируются в рамках вариационного подхода, изложенного в [Залесный, 2022]. По сравнению с [Залесный, 2022] здесь внесены два основных изменения. Во-первых, обобщается формулировка вариационной задачи: в вектор управления включается коэффициент турбулентного обмена квазигеострофического потенциального вихря. Во-вторых, область решения точнее описывает размеры Антарктического кругового течения.

Следуя [Charney et al., 1981] и затем [Ivchenko et al., 2018; Ивченко, Залесный, 2019], при решении уравнений квазигеострофической циркуляции в периодическом канале используется выделение зонального переноса и разложение решения в ряды Фурье по широте, что позволяет разделить переменные. После преобразований задача сводится к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений по времени. Численный алгоритм решения задачи формулируется в рамках вариационного усвоения данных. В отличие от [Залесный, 2022] в вектор управления наряду с начальными условиями для искомых функций (коэффициентов Фурье и бароклинной скорости течений) добавляется коэффициент турбулентного обмена КГПВ. Это позволяет в процессе решения системы оптимальности найти также коэффициент турбулентного обмена.

Дополнительная особенность задачи связана с тем, что она решается в двухсвязной области – периодическом зональном канале. Для атмосферы подобные задачи обычно рассматриваются на сфере или в двоякопериодической области. В океане наличие берегов приводит к формулировке задач в многосвязных областях [Chen, 2017; Дымников, Залесный, 2019]. Эта особенность увеличивает сложность вычислительного алгоритма не только для нелинейных, но и для линейных задач. Впервые краевые задачи данного типа, возникающие в теории упругости, были исследованы [Мусхелишвили, 1946] и получили название видоизмененная задача Дирихле. Методы и алгоритмы решения подобных задач океанологии и прикладной математики можно найти в [Каменкович, 1961; Волков, 1997; Дымников, Залесный, 2019; Chen, 2017; Chen, 2019]. Заметим, что в океанологии такие постановки задач позволяют определить расход течений между островами, в нашем случае – расход АКТ.

Основная цель данной работы связана с разработкой вариационного численного метода решения нестационарных уравнений КГПВ в периодическом канале по широте с расчетом коэффициента обмена. Основные особенности формулировки и метода решения задачи состоят в следующем. (1) Дифференциальные уравнения модели – нестационарные, включающие диффузионную параметризацию вихревого обмена КГПВ. (2) Следуя [Чарни и др., 1981], ищется частное решение, позволяющее разделить переменные и свести задачу к системе ОДУ по времени. Двухсвязность области приводит к тому, что решение ОДУ должно удовлетворять стационарному соотношению, с помощью которого определяется расход АКТ. (3) Задача для ОДУ с дополнительным соотношением решается в рамках вариационного подхода: ищется решение, удовлетворяющее системе прямых и сопряженных ОДУ – системы оптимальности [Дымников, Залесный, 2019]. На этом решении достигается минимум квадратичного функционала, или функции ценности. Функционал/ функция ценности формулируется на основе стационарного соотношения. (4) В вектор управления включаются начальные условия для решения прямой системы ОДУ: для 4-х коэффициентов Фурье и разности течений двух слоев (бароклинной скорости), а также коэффициент турбулентного обмена КГПВ. (5) В результате решения находятся восемь коэффициентов Фурье (для прямой и сопряженной систем), две бароклинные скорости (для прямого и сопряженного уравнения), сумма скоростей двух слоев (баротропная скорость) и коэффициент турбулентного обмена КГПВ.

Численные эксперименты проводятся для периодического канала, имитирующего акваторию АКТ в Южном океане. Изучаются стационарные режимы возбуждаемых ветром течений при разных значениях модельных параметров. Типичной является синусоидальная циркуляция в обоих слоях с линейным переносом по ветру, зависящая от рельефа дна. В некоторых случаях под синусоидальной в нижнем слое формируется ячеистая циркуляция, иногда сопровождаемая слабым противотечением.

1. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Исходную формулировку задачи запишем в терминах функции тока ψ_1, ψ_2 для двух слоев (1-й – верхний, 2-й – нижний) в прямоугольной периодической по x области D [Ivchenko et al., 2018; Ивченко, Залесный, 2019; Залесный, 2022].

Уравнения имеют вид (здесь и далее $i = 1,2$)

$$\frac{\partial q_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial \psi_1}{\partial y} q_1 - k_1 \frac{\partial q_1}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \psi_1}{\partial x} q_1 - k_1 \frac{\partial q_1}{\partial y}\right) = \mu_1 \Delta^2 \psi_1 + \frac{1}{H_1}\left(\frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y}\right), \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial q_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial \psi_2}{\partial y} q_2 - k_2 \frac{\partial q_2}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \psi_2}{\partial x} q_2 - k_2 \frac{\partial q_2}{\partial y}\right) = \Delta\left(\mu_2 \Delta \psi_2 - r\psi_2\right), \tag{1.2}$$

$$q_i = \Delta \psi_i + f_0 + \beta y + (-1)^i \alpha \frac{\psi_1 - \psi_2}{H_i} + \left[1 + (-1)^i\right] \frac{f_0 B}{2H_i}. \tag{1.3}$$

Для (1.1)–(1.2) поставим следующие граничные и начальные условия

$$\psi_i\big|_{x=0} = \psi_i\big|_{x=L_x}, \quad \left.\frac{\partial \psi_i}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial \psi_i}{\partial x}\right|_{x=L_x}, \tag{1.4}$$

$$\psi_i\big|_{y=0} = 0, \quad \psi_i\big|_{y=L} = \mathrm{const}_i, \tag{1.5}$$

$$k_i \left.\frac{\partial q_i}{\partial y}\right|_{y=0} = k_i \left.\frac{\partial q_i}{\partial y}\right|_{y=L} = 0, \quad \mu_i \left.\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial y^2}\right|_{y=0} = \mu_i \left.\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial y^2}\right|_{y=L} = 0, \tag{1.6}$$

$$q_i = q_i^0 \text{ при } t = 0, \tag{1.7}$$

ψ_i при $y = L$ в (1.5) определяются из дополнительных интегральных соотношений [3]. Здесь t, x, y – время и пространственные координаты, q_i – КГПВ в i-ом слое, u_i, v_i – компоненты скорости, ψ_i – функции тока, $f_0 + \beta y$ – параметр Кориолиса, $\mu_1 = \mu_2 \equiv \mu$ – коэффициент бокового обмена, $k_1 = k_2 \equiv k$ – коэффициент турбулентного обмена КГПВ, H_i – глубины слоев, τ_x, τ_y – компоненты ветра по осям Ox, Oy, L_x, L – размеры бассейна по широте и долготе, ρ_i плотность V_1-того слоя, α, B определены ниже.

Условия (1.5) вытекают из условий непротекания твердой стенки

$$v_i\big|_{y=0} = v_i\big|_{y=L} = 0, \quad \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \equiv v_i.$$

Уравнения (1.1), (1.2) рассматриваются в пространственно – временной области $(0,T] \times D$, где $t \in (0,T]$, $(x,y) \in D$, а (1.3) – это дифференциальное выражение, которое следует подставить вместо q_i в левую часть (1.1), (1.2).

2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ

Пусть компоненты ветра на поверхности океана заданы следующим образом

$$\tau_x = \tau_0 \sin\left(\pi y / L\right), \quad \tau_y = 0. \tag{2.1}$$

Будем искать решение (1.1)–(1.7) в виде [Чарни и др., 1981; Ivchenko et al., 2018]

$$\psi_i = -U_i y + \Phi_i \sin\left(\pi y / L\right), \quad i = 1,2, \tag{2.2}$$

$$u_i \equiv -\left(\psi_i\right)_y = U_i - \pi / L \cos\left(\pi y / L\right) \Phi_i, \tag{2.3}$$

$$v_i \equiv \left(\psi_i\right)_x = \sin\left(\pi y / L\right) \Phi_{ix}, \tag{2.4}$$

$$q_1 = \Delta \psi_1 + f_0 + \beta y - \alpha\left(\psi_1 - \psi_2\right) / H_1, \tag{2.5}$$

$$q_2 = \Delta \psi_2 + f_0 + \beta y + \alpha\left(\psi_1 - \psi_2\right) / H_2 + f_0 B / H_2, \tag{2.6}$$

$$B = \sin\left(\pi y / L\right) h(x), \tag{2.7}$$

$$\Phi_i = \sum_n a_n^{(i)}(t) \cos\left(Nx\right) + \sum_n b_n^{(i)}(t) \sin\left(Nx\right), \tag{2.8}$$

$$h = \sum_n c_n \cos\left(Nx\right) + \sum_n d_n \sin\left(Nx\right), \tag{2.9}$$

$$V_1 = \left(U_1 + U_2\right)/2, \quad V_2 = \left(U_1 - U_2\right)/2, \tag{2.10}$$

$$N = 2\pi N / L_x, \quad s_0 = N^2 + \pi^2 / L^2, \quad s_i = H_i s_0 + \alpha, \quad n = 1,2,\ldots, \quad \alpha = f_0^2 \left(\rho_1 + \rho_2\right) / \left[2g\left(\rho_2 - \rho_1\right)\right], \tag{2.11}$$

где $U_i(t)$ – составляющая скорости по широте в i-том слое, $B(x,y)$, $h(x)$ функции, описывающие рельеф дна, c_n, d_n – константы, g – ускорение силы тяжести.

Подставим (2.1)–2.6) в (1.1)–1.2) и преобразуем их, как это сделано в [Залесный, 2022]. После преобразований получим

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \left(V_1 + V_2\right)\frac{\partial}{\partial x} - k\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right] \times \left[H_1\left(\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} - \frac{\pi^2}{L^2}\Phi_1\right) - \alpha\left(\Phi_1 - \Phi_2\right)\right] + \left(\beta H_1 + 2\alpha V_2\right)\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + H_1 \mu s_0 \left(\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} - \frac{\pi^2}{L^2}\Phi_1\right) = 0, \tag{2.12}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+(V_1-V_2)\frac{\partial}{\partial x}-k\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right]$$
$$\times\left[H_2\left(\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial x^2}-\frac{\pi^2}{L^2}\Phi_2\right)+\alpha(\Phi_1-\Phi_2)+f_0h\right]+$$
$$+(\beta H_2-2\alpha V_2)\frac{\partial\Phi_2}{\partial x}+H_2(\mu s_0+r)\times \tag{2.13}$$
$$\times\left(\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial x^2}-\frac{\pi^2}{L^2}\Phi_2\right)=0,$$

$$-\frac{3L^2\alpha}{\pi^2}\frac{\partial V_2}{\partial t}+\frac{2\alpha}{L_x}\oint_{L_x}\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}\Phi_2dx- \tag{2.14}$$
$$-6k\alpha V_2+3\left(\frac{\tau_0\pi}{4}-k\beta H_1\right)=0,$$

$$\frac{3\pi\tau_0}{8}=\frac{f_0}{L_x}\oint_{L_x}\frac{\partial h}{\partial x}\Phi_2dx+\frac{3}{2}\beta k(H_1+H_2). \tag{2.15}$$

Замечание. Соотношение (2.15) описывает стационарный баланс импульса. Импульс, внесенный в канал ветром (левая часть (2.15)) балансируется сопротивлением давления на рельефе дна за счет среднего потока (первый член правой части (2.15)) и параметризованных вихрей (второй член правой части (2.15)). В [Ivchenko et al., 2018] отмечалось, что сопротивление давления на рельефе дна – это основной механизм, обеспечивающий баланс импульса для Антарктического кругового течения.

Сформулируем вариационную постановку задачи. Среди всех возможных решений (2.12)–(2.14), зависящих от параметров V_1, k найти такие функции $\Phi_i(t,x)$, $V_2(t)$, которые доставляют минимум функционалу J:

$$J\equiv\frac{1}{2TL_x}\int_{t_0}^{t_0+T}\oint_{L_x}\left\{f_0\frac{\partial h}{\partial x}\Phi_2-\right. \tag{2.16}$$
$$\left.-\frac{3}{2}\left[\frac{\pi\tau_0}{4}-\beta k(H_1+H_2)\right]\right\}^2dxdt\to\min.$$

Эта – задача нахождения условного минимума (2.16) в пространстве всевозможных решений (2.12)–(2.14), для которой можно применить метод множителей Лагранжа [Дымников, Залесный, 2019].

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

Умножим (2.12)–(2.15), соответственно на Φ_1,Φ_2, V_2, (V_1-V_2) и проинтегрируем их по замкнутому контуру L_x: $0\le x\le L_x$. Складывая все уравнения, получим энергетическое соотношение для полной энергии Π

$$\frac{\partial\Pi}{\partial t}=G+\frac{kf_0^2L^2}{4H_2\pi^2L_x}\oint_{L_x}h_x^2dx-\left(k\delta_1^2+r\delta_2^2+\mu s_0\delta_3^2\right), \tag{3.1}$$

где

$$\Pi=\frac{1}{2L_x}\oint_{L_x}\left[H_1\left(\Phi_{1x}^2+\frac{\pi^2}{L^2}\Phi_1^2\right)+\right.$$
$$\left.+H_2\left(\Phi_{2x}^2+\frac{\pi^2}{L^2}\Phi_2^2\right)+\alpha(\Phi_1-\Phi_2)^2+\frac{3L^2\alpha}{\pi^2}V_2^2\right]dx, \tag{3.2}$$

$$\delta_1^2=\frac{1}{L_x}\oint_{L_x}\left[H_1\left(\Phi_{1xx}^2+\frac{\pi^2}{L^2}\Phi_{1x}^2\right)+H_2\Phi_{2xx}^2+\frac{H_2\pi^2}{L^2}\times\right.$$
$$\left.\times\left(\Phi_{2x}-\frac{f_0L^2}{2H_2\pi^2}h_x\right)^2+\alpha(\Phi_{1x}-\Phi_{2x})^2+6\alpha V_2^2\right]dx, \tag{3.3}$$

$$\delta_2^2=\frac{1}{L_x}\oint_{L_x}H_2\left(\Phi_{2x}^2+\frac{\pi^2}{L^2}\Phi_2^2\right)dx, \tag{3.4}$$

$$\delta_3^2=\frac{1}{L_x}\oint_{L_x}\left[H_1\left(\Phi_{1x}^2+\frac{\pi^2}{L^2}\Phi_1^2\right)+H_2\left(\Phi_{2x}^2+\frac{\pi^2}{L^2}\Phi_2^2\right)\right]dx,$$

$$G=\frac{3}{2}\left[\frac{\pi\tau_0}{4}U_1-k\beta(H_1U_1+H_2U_2)\right]. \tag{3.5}$$

Из (3.1) имеем оценку изменения по времени полной энергии

$$\frac{\partial\Pi}{\partial t}\le\frac{3}{2}\left[\frac{\pi\tau_0}{4}U_1-k\beta(H_1U_1+H_2U_2)\right]+$$
$$+\frac{kf_0^2L^2}{4H_2\pi^2L_x}\oint_{L_x}h_x^2dx. \tag{3.6}$$

Из (3.6) видно, что энергия диссипирует пропорционально расходу АКТ (второе слагаемое правой части (3.6)) и генерируется ветром (первое слагаемое) при заданном рельефе дна (третье слагаемое). При увеличении ширины канала L и номера гармоники по x (интеграл от h_x^2 возрастает) верхняя граница изменения полной энергии увеличивается, а при увеличении длины канала L_x и глубины нижнего слоя H_2 она уменьшается.

Предположим, что решение выходит на стационарный режим. Тогда из (3.1) следует

$$\frac{3}{2}\left[\frac{\pi\tau_0}{4}U_1-k\beta(H_1U_1+H_2U_2)\right]+$$
$$+\frac{kf_0^2L^2}{4H_2\pi^2L_x}\oint_{L_x}h_x^2dx=k\delta_1^2+r\delta_2^2+\mu s_0\delta_3^2, \tag{3.7}$$

и при $k\ne0$ можно оценить верхнюю границу расхода АКТ:

$$H_1U_1+H_2U_2\le\frac{1}{\beta}\left[\frac{\pi\tau_0}{4k}U_1+\frac{f_0^2L^2}{3H_2\pi^2L_x}\oint_{L_x}h_x^2dx\right]. \tag{3.8}$$

Положим в (3.7) $U_2 = 0$, тогда учитывая последнее слагаемое в (3.3), имеем

$$\frac{3}{2}\left(\frac{\pi\tau_0}{4} - k\beta H_1\right)U_1 + \frac{kf_0^2L^2}{4H_2\pi^2L_x}\oint_{L_x} h_x^2 dx \le \frac{3}{2}\alpha k U_1^2,$$

или

$$U_1^2 - \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\pi\tau_0}{4k} - \beta H_1\right)U_1 - \frac{f_0^2L^2}{6\alpha H_2\pi^2L_x}\oint_{L_x} h_x^2 dx \le 0. \quad (3.9)$$

Поскольку неравенство (3.9) имеет решение, скорость в нижнем слое может стремиться к нулю. Можно выписать формальную оценку сверху возникновения противотечения в нижнем слое, т.е. $U_2 \le 0$. Из (3.7) следует, что это происходит при выполнении неравенства

$$U_1 \le \frac{2}{3(\pi\tau_0/4 - k\beta H_1)} \times \left(k\delta_1^2 + r\delta_2^2 + \mu s_0\delta_3^2 - \frac{kf_0^2L^2}{4H_2\pi^2L_x}\oint_{L_x} h_x^2 dx\right). \quad (3.10)$$

4. СИСТЕМА ОПТИМАЛЬНОСТИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ

После разложения функций Φ_i, h в ряды Фурье по x (2.8), (2.9), прямая система уравнений (2.12)–(2.15) принимает вид [Залесный, 2022]

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{d}{dt} + kN^2\right)\left(s_1 a_n^{(1)} - \alpha a_n^{(2)}\right) + \\
&+ N\left[s_1(V_1 + V_2) - \beta H_1 - 2\alpha V_2\right]b_n^{(1)} - \\
&- \alpha N(V_1 + V_2)b_n^{(2)} + \mu H_1 s_0^2 a_n^{(1)} = 0,\\
&\left(\frac{d}{dt} + kN^2\right)\left(s_1 b_n^{(1)} - \alpha b_n^{(2)}\right) - \\
&- N\left[s_1(V_1 + V_2) - \beta H_1 - 2\alpha V_2\right]a_n^{(1)} + \\
&+ \alpha N(V_1 + V_2)a_n^{(2)} + \mu H_1 s_0^2 b_n^{(1)} = 0,\\
&\left(\frac{d}{dt} + kN^2\right)\left(s_2 a_n^{(2)} - \alpha a_n^{(1)} - f_0 c_n\right) + \\
&+ N\left[s_2(V_1 - V_2) - \beta H_2 + 2\alpha V_2\right]b_n^{(2)} \\
&- N(V_1 - V_2)(\alpha b_n^{(1)} + f_0 d_n) + H_2 s_0(r + \mu s_0)a_n^{(2)} = 0,\\
&\left(\frac{d}{dt} + kN^2\right)\left(s_2 b_n^{(2)} - \alpha b_n^{(1)} - f_0 d_n\right) - \\
&- N\left[s_2(V_1 - V_2) - \beta H_2 + 2\alpha V_2\right]a_n^{(2)} + \\
&+ N(V_1 - V_2)(\alpha a_n^{(1)} + f_0 c_n) + \\
&+ H_2 s_0(r + \mu s_0)b_n^{(2)} = 0,
\end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\frac{6\alpha L^2}{\pi}\frac{\partial V_2}{\partial t} + 12\alpha k V_2 + 2\alpha N\left(a_n^{(1)}b_n^{(2)} - a_n^{(2)}b_n^{(1)}\right) = 6\left(\frac{\pi\tau_0}{4} - \beta k H_1\right), \quad (4.2)$$

$$f_0 N\left(c_n b_n^{(2)} - d_n a_n^{(2)}\right) + 3\left[\frac{\pi\tau_0}{4} - \beta k(H_1 + H_2)\right] = 0. \quad (4.3)$$

Решением (4.1)–(4.2) являются функции $a_n^{(1)}$, $b_n^{(1)}$, $a_n^{(2)}$, $b_n^{(2)}$, V_2 и параметры V_1, k. Решение задачи должно удовлетворять интегральному соотношению (2.15).

Перепишем (4.1)–(4.2) в матричном виде

$$\frac{d}{dt}B\Psi + A\Psi = F, \quad (4.3)$$

где вектор $\Psi = \left(a_n^{(1)}, b_n^{(1)}, a_n^{(2)}, b_n^{(2)}, V_2\right)^T$, A, B – квадратные матрицы. Сформулируем вариационную постановку задачи (2.12)–2.14), (2.16).

Будем искать такое решение (4.3) с неизвестными параметрами V_1, $k \equiv k_{opt}$, которое доставляет минимум функционалу $\Im$

$$\Im = J - \left(\frac{d}{dt}\Psi + A\Psi - F, \Psi^*\right) \to \min, \quad (4.4)$$

$$J = \frac{1}{2T}\int_{t_0}^{t_0+T}\left\{f_0\sum_n N\left(a_n^{(2)}d_n - b_n^{(2)}c_n\right) - 3\left[\frac{\pi\tau_0}{4} - \beta k(H_1 + H_2)\right]\right\}^2 dt. \quad (4.5)$$

Отметим, что минимум среднеквадратического отклонения левой части (2.15) от нуля требуется на интервале $t_0 \le t \le t_0 + T$. Эта задача с помощью стандартного вариационного метода сводится к системе оптимальности, включающей прямые (4.1)–(4.2) и сопряженные уравнения (см. [Залесный, 2022]).

Замечание. Сопряженные уравнения получаются умножением (4.1)–(4.2), соответственно на $a_n^{(1)*}$, $b_n^{(1)*}$, $a_n^{(2)*}$, $b_n^{(2)*}$, V_2^*, интегрирования их по времени от t_0 до $t_0 + T$ и приравнивания нулю производных по $a_n^{(1)}(t), b_n^{(1)}(t), a_n^{(2)}(t), b_n^{(2)}(t), V_2(t)$, и по начальным и конечным данным $a_n^{(1)}(t_0)$, $b_n^{(1)}(t_0)$, $a_n^{(2)}(t_0)$, $b_n^{(2)}(t_0)$, $V_2(t_0)$, $a_n^{(1)}(t_0 + T)$, $b_n^{(1)}(t_0 + T)$, $a_n^{(2)}(t_0 + T)$, $b_n^{(2)}(t_0 + T)$, $V_2(t_0 + T)$. В сопряженные уравнения добавляются также производные от (4.5) по искомым компонентам $a_n^{(2)}, b_n^{(2)}, k$. Таким образом, система оптимальности включает пять прямых и пять сопряженных уравнений. Искомыми переменными являются десять функций $a_n^{(1)}(t)$, $b_n^{(1)}(t)$,..., $b_n^{(2)*}(t)$, $V_2^*(t)$ плюс два неизвест-

ных параметра V_1 и k_{opt}. Для их поиска используются компоненты градиента $\Im$: $(\partial\Im)_{V_1}$, $(\partial\Im)_k$.

Полученная система оптимальности решается с помощью стандартной процедуры M1QN3 [Gilbert, Lemarechal, 1995]. В вектор управления решением входят начальные условия для прямой системы $a_n^{(1)}$, $b_n^{(1)}$, $a_n^{(2)}$, $b_n^{(2)}$, V_2 при $t = t_0$, а также искомые параметры V_1 и k_{opt}. Для нахождения вектора управления используются семь соотношений для градиента $\Im$: $(\partial\Im)_{a_n^{(1)}},\ldots,(\partial\Im)_{V_2}$, $(\partial\Im)_{V_1}$, $(\partial\Im)_k$. Алгоритм решения полученной системы оптимальности такой же, как в [Залесный, 2022], дополнительная компонента градиента $(\partial\Im)_k$ равна

$$(\partial\Im)_k = \int_{t_0}^{t_0+T} N\left[\begin{array}{c}\left(s_1a_n^{(1)} - \alpha a_n^{(2)}\right)a_n^{(1)*} + \left(s_1b_n^{(1)} - \alpha b_n^{(2)}\right)b_n^{(1)*} + \\ + \left(s_2a_n^{(2)} - \alpha a_n^{(1)}\right)a_n^{(2)*} + \\ + \left(s_2b_n^{(2)} - \alpha b_n^{(1)}\right)b_n^{(2)*} + 3\beta H_1V_2^*\end{array}\right]dt. \quad (4.6)$$

Итак, по сравнению с [Залесный, 2022], в вектор управления добавлен коэффициент турбулентности k. В чем смысл этого расширения вектора управления? Коэффициент k появляется в модели в результате диффузионной параметризации вихревого потока квазигеострофического потенциального вихря [Ivchenko et al., 2018; Ивченко, Залесный, 2019]. При подобных параметризациях оценка коэффициента турбулентной вязкости k является, как правило, непростой задачей. Иногда его удается оценить лишь в некоторых пределах. Используя прямое моделирование и изменяя (сканируя) коэффициент турбулентности, его значение можно выбрать по близости решения к данным наблюдений. Иногда требуется большое число расчетов, причем величина коэффициента зависит от модели, пространственного разрешения, полноты и точности наблюдений и т.д.

Как облегчить решение задачи идентификации коэффициента k? Это можно сделать, например, в рамках вариационного подхода. Можно предположить, что k неизвестен, и поставить задачу его нахождения в результате минимизации некоторого функционала, описывающего разницу между модельным решением и данными наблюдений. Этот прием используется в 4DVAR моделях. В отличие от классического 4DVAR метода в нашем случае минимизируется не отклонение решения от данных наблюдений, а среднеквадратическое отклонение интегрального соотношения (2.15) от нуля. Напомним, что это интегральное соотношение возникает при поиске решения задачи для функции тока в двусвязной области [Ивченко, Залесный, 2018; Залесный, 2022]. Включение дополнительной компоненты в вектор управления приводит к варьированию k в итерационном процессе минимизации $\Im$ (обратно пропорционально $(\partial\Im)_k$) и в результате – к нахождению k_{opt}. Численные эксперименты показывают, что данный прием повышает эффективность решения оптимальной задачи по сравнению с простым подбором k.

Один из практических приемов улучшения решения 4DVAR задач связан с изменением функции ценности (минимизируемого функционала). Если задача не решается или процесс поиска решения сходится медленно – следует попробовать изменить функционал. Примером может служить ε-регуляризация [Дымников, Залесный, 2019]. Если взглянуть на функционал (4.5), видно, что его величина зависит от параметра k. Поскольку стационарное решение может существовать лишь при определенном выборе параметров, подбор k в процессе решения может не только улучшить сходимость решения вариационной задачи, но и ввести ее в область разрешимости или бóльшей устойчивости.

5. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Расчеты были проведены для периодического зонального канала протяженностью $L_x = 1.8\times10^7$ м, шириной $L = 10^6$ м, глубиной слоев $H_1 = 10^3$ и $H_2 = 3\times10^3$ м. Размеры расчетной области соответствуют бассейну Антарктического кругового течения, расположенному в Южном полушарии. В расчетах использовались следующие параметры $\tau_0 = 10^{-4}$ м^{2}с$^{-1}$, $f_0 = -10^{-4}$ с$^{-1}$, $\beta = 1.4\times10^{-11}$ м$^{-1}$с$^{-1}$, $0 \le \mu \le 4\times10^3$ м^{2}с$^{-1}$, $r = 10^{-7}$ с$^{-1}$, $\alpha = 10^{-6}$ м$^{-1}$.

Модельные параметры, как с оптимальным выбором коэффициента турбулентной вязкости (обозначается k_{opt}), так и с фиксированным (обозначается k), приведены в табл. 1, 2. Коэффициент турбулентной вязкости, полный расход и скорость течений приведены в следующих единицах $[k] = $ м^{2}с$^{-1}$, $[V_{ACC}] = $ св $\equiv 10^6$ м^3 с$^{-1}$, $V_{ACC} = U_1H_1 + U_2H_2$, $[U_i] = $ см с$^{-1}$. Как и в [Залесный, 2022] оптимальная задача решалась с помощью алгоритма M1QN3 [Gilbert, Lemarechal, 1995].

Первая серия расчетов. Первая серия расчетов (табл. 1), сделана для младшей гармоники разложения Фурье $n = 1$, см. (2.8), (2.9). Во всех вариантах первой серии 5.1–5.7 коэффициент турбулентной вязкости k_{opt} находился в процессе решения системы оптимальности. Варианты отличались друг от друга тремя входными параметрами: высотой рельефа дна c_1 ($c_1 = 100$, 120 и 200 м), коэффициентом придонного трения r, и начальным прибли-

Таблица 1. Модельные параметры в первой серии расчетов, $n = 1$

№	c_n	d_n	k^0_{opt} k_{opt}	r	μ	n	U_1, U_2 см/сек	V_{ACC} Св	$a_1 \times 10^4$ $b_1 \times 10^4$	$a_2 \times 10^4$ $b_2 \times 10^4$	$J_{opt} \times 10^{10}$
5.1	100	0	1100 1379	10^{-7}	0	1	10 6	283	1.9 0.24	0.9 0.1	2×10^{-5}
5.2	100	0	1000 1380	10^{-7}	0	1	10 5.8	276	1.85 0.24	0.8 0.1	2×10^{-5}
5.3	120	0	1000 1371	10^{-7}	0	1	10 5.7	270	2.2 0.3	1.0 0.1	5×10^{-5}
5.4	200	0	1000 1317	10^{-7}	0	1	10 5.7	273	3.7 0.46	1.6 0.2	3×10^{-4}
5.5	200	0	1000 1280	1.3×10^{-7}	0	1	11 6.1	292	3.9 0.64	1.7 0.3	3×10^{-5}
5.6	200	0	1000 1245	1.6×10^{-7}	0	1	11 6.4	305	4.0 0.8	1.8 0.4	5×10^{-4}
5.7	200	0	1000 1202	2×10^{-7}	0	1	12 6.7	319	4.0 1.0	1.8 0.5	2×10^{-7}
5.8	200	0	1000 1000	2×10^{-7}	0	4	13 7.8	370	4.9 0.45	3.4 0.24	10^{-7}

жением k^0_{opt} в итерационном решении системы оптимальности. Например, в 5.2–5.7 было положено $k^0_{opt} = 10^3$, в 5.1 $k^0_{opt} = 1.1 \times 10^3$ (табл. 1).

Следует отметить, что невысокая изменчивость рельефа является типичной для моделей квазигеострофической циркуляции океана [Ivchenko et al., 2018]. В отличие от моделей, основанных на примитивных уравнениях, КГПВ-модели используются для качественного описания вихревой динамики и оценивать их количественные результаты следует весьма осторожно.

Замечание. При решении нелинейных систем оптимальности выбор начального приближения является непростой задачей. От него зависят как сама сходимость, так и скорость сходимости итерационного процесса, и при наличии нескольких локальных экстремумов – конечный результат. Мы не касаемся изучения данного вопроса, а просто указываем, какие параметры использованы при численном решении конкретных вариантов.

Основная цель первой серии расчетов – описать особенности стационарного решения оптимальной задачи и оценить его чувствительность к изменению параметров модели.

На рис. 1а, 1б приведены изолинии функции тока в верхнем и нижнем слое для варианта 5.1. Видно, что циркуляции в обоих слоях похожи и имеют синусоидальный вид. Отличия состоят в два раза большей интенсивности течений в верхнем слое, и наличии локальной замкнутой циркуляции в верхнем слое у северной границы.

Варианты 5.1–5.3 отличались друг от друга небольшим изменением начального приближения в итерационном процессе k^0_{opt} и амплитуды рельефа дна. Во всех трех случаях решения оптимальной задачи – стационарны и близки. Небольшим изменениям параметров отвечают небольшие изменения полного расхода АКТ V_{ACC}: от 283 до 270 Св и коэффициента k_{opt}: от 1380 до 1371 м^2/с. Расход АКТ в проливе Дрейка по результатам наблюдательных программ DRAKE и cDrake равен, соответственно, 141 и 173.3 Св [Xu et al., 2020]. Наша оценка завышена, но для подобного рода моделей это допустимо. Расчеты 5.4–5.7 сделаны для увеличенной амплитуды рельефа до 200 м и разных значений коэффициента придонного трения r. Результаты расчетов показывают, что изменения решения также невелики. Как и в 5.1–5.3, решения – стационарны, минимизируемый функционал уменьшается почти до нуля: $J_{opt} \approx 10^{-14}$–10^{-16}. Коэффициент турбулентной вязкости и расход АКТ изменяются в разумных пределах $1.2 \times 10^3 \le k_{opt} \le 1.3 \times 10^3$ м^2/с, $273 \le V_{ACC} \le 319$ Св. Коэффициент k_{opt} уменьшается при увеличении амплитуды рельефа и увеличении придонного трения. Уменьшение k_{opt} в свою очередь приводит к увеличению расхода АКТ.

Кратко результаты первой серии можно суммировать следующим образом. (1) Расчеты показывают физически приемлемое описание харак-

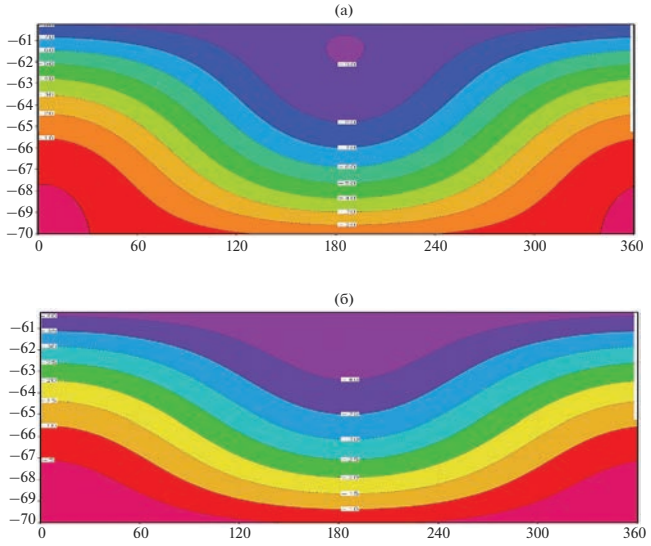

Рис. 1. Функция тока в верхнем слое. Вариант 5.1. По осям x, y указаны градусы по широте и долготе. V_{ACC} = 283 Св (а); функция тока в нижнем слое. Вариант 5.1. V_{ACC} = 283 Св (б).

теристик АКТ. Метод позволяет не задавать, а находить коэффициент турбулентной вязкости k_{opt}, величина которого лежит в разумных пределах. (2) Чувствительность стационарного решения к небольшим изменениям входных параметров модели – невысокая. (3) Увеличение коэффициента придонного трения приводит к изменению (в данном случае уменьшению) k_{opt} и затем остальных компонент решения. (4) Алгоритм работает быстро и позволяет вычислять стационарное решение с высокой точностью.

Вторая серия расчетов. Во второй серии расчетов был использован рельеф дна, описываемый гармоникой $n = 2$ с амплитудой 200 м. Входные параметры рассчитанных вариантов 5.9–5.16 находятся в таблице 2. Основная цель второй серии –

Таблица 2. Модельные параметры второй серии расчетов, $n = 2$

№	c_n	d_n	k^0_{opt} k_{opt}	r	μ	n	U_1, U_2 см/сек	V_{ACC} Св	$a_1 \times 10^4$ $b_1 \times 10^4$	$a_2 \times 10^4$ $b_2 \times 10^4$	$J_{opt} \times 10^{10}$
5.9	200	0	1000 1294	10^{-7}	0	2	11 6.1	290	3.9 0.3	1.8 0.13	10^{-2}
5.10	200	0	10^3 10^3	10^{-7}	10^4	2	14 7.9	371	4.8 0.85	2.3 0.48	5×10^{-4}
5.11	200	0	10^3 10^3	10^{-7}	2×10^4	2	11 5.6	279	3.6 0.94	1.4 0.48	2×10^{-4}
5.12	200	0	0 1393	10^{-7}	3×10^3	2	4.2 0.005	42	1.9 0.24	−0.2 0.01	5×10^{-9}
5.13	200	0	0 1383	10^{-7}	4×10^3	2	4.3 0.02	43	0.6 0.01	−0.2 0.02	4×10^{-4}
5.14	200	0	100 1341	10^{-7}	0	2	4.6 0.2	51	1.1 −0.2	−0.27 0.07	7×10^{-7}
5.15	200	0	$k \equiv 1341$	10^{-7}	0	2	4.6 0.17	50.6	1.1 −0.2	−0.3 0.07	7×10^{-6}
5.16	200	0	$k \equiv 1282$	10^{-7}	0	2	11. 6.2	295	4.0 0.3	1.8 0.14	2×10^{-3}

уточнение алгоритмических аспектов нового метода, а также описание изменения режима циркуляции в нижнем слое – переход от синусоидальной к ячеистой структуре.

Алгоритмические аспекты нового алгоритма. Какие требования можно предъявить к предлагаемому методу? Зачем в поиск (или в само понятие) решения включать коэффициент турбулентной вязкости? Если бы требовалось приблизить модельное решение к описанию известной из наблюдений ситуации, то поиск коэффициента турбулентной вязкости был бы оправдан. Он является одним из ключевых параметров модели, определяющих конфигурацию решения, и его выбор может приблизить решение к данным наблюдений. В этом случае можно использовать стандартный метод 4-х мерного усвоения данных [Дымников, Залесный, 2019]. То есть, решая систему оптимальности, находить такое k_{opt}, при котором модельное решение минимально отклоняется от "данных наблюдений".

В нашем случае задача несколько иная. Информации о том, какое решение нужно найти связано не с данными наблюдений, а с выполнением дополнительного условия на искомое решение. Формально, можно задавать разные k в физически разумных пределах. Однако расчеты показывают, что стационарное решение задачи удается найти не для всех значений k [Залесный, 2022], и его подбор (в результате сканирования) может быть не рациональным. Поэтому в данном случае включение k в качестве дополнительно определяемой переменной может способствовать улучшению характеристик численного алгоритма. Вместо того, чтобы находить решение, задавая разные k, можно его находить в процессе решения оптимальной задачи. Разумность этого предположения подтверждают результаты второй серии расчетов – см. варианты 5.14–5.16.

С физической точки зрения расширение понятия решения оптимальной задачи (с поиском k_{opt}) можно объяснить так. На основании гипотезы о параметризации турбулентной вязкости за счет вихревой динамики [Ivchenko et al., 2018; Ивченко, Залесный, 2019] формулируется дифференциальная форма параметризации с некоторым коэффициентом. Этот коэффициент определяется в процессе решения оптимальной задачи.

Выделим основные результаты алгоритмического характера.

(1) Система оптимальности с поиском k_{opt} решается быстро и позволяет достаточно точно найти стационарное решение – табл. 2, варианты (5.10)–(5.14). Сравнение нового алгоритма с априори заданным k показывает, что решения совпадают с высокой точностью (ср. 5.14, 5.15).

(2) В некоторых случаях видна повышенная чувствительность решения к изменению параметров k, μ и начальному выбору k^0_{opt} – варианты (5.9), (5.12), (5.15), (5.16) (табл. 2), а также (5.4)–(5.7) (табл. 1). Она проявляется в двух случаях: при недостаточно стационарном характере течения и кардинальной перестройки режима.

(3) Иногда (см. 5.9) решение не является "строго стационарным". Это может быть связано с тем, что стационарная точка близка к "неустойчивой", в окрестности которой происходит перестройка режима. Например, в варианте (5.9) функционал снижается до величины $J_{opt} \approx 10^{-12}$, заметно большей, чем в других случаях.

(4) Имеются случаи кардинальной перестройки решения, связанные с увеличением параметров k_{opt} (варианты 5.9, 5.14, 5.15) и μ (вариант 5.12), когда форма течения в нижнем слое переходит от синусоидальной к ячеистой. Причем, перестройка может происходить при отличии только начальных значений k^0_{opt}: (5.9), (5.14). С физической точки зрения этот эффект можно описать так. От выбора k^0_{opt} может зависеть вид предельной траектории, описывающей стационарный, квазистационарный или иной режим. В (5.9), (5.16) решение попадает в синусоидальный режим, (возможно близкий к нестационарному), а в (5.14), (5.15) – в стационарный ячеистый.

Ячеистая структура циркуляции в нижнем слое. В одном из расчетов предыдущей работы [Залесный, 2022] был получен режим циркуляции ячеистой структуры с противотечением в нижнем слое рис. 2а, 2б (в [Залесный, 2022] рисунки не приводятся). Он характеризовался снижением расхода АКТ до 52 Св. Причинами снижения расхода было увеличение номера гармоники и коэффициента придонного трения r. В верхнем слое течение оставалось синусоидальным, а в нижнем возникала ячеистая структура с небольшим переносом против ветра.

В данной работе также получены режимы с ячеистой структурой. На рис. 3, 4 приведены результаты расчета вариантов 5.12 и 5.14. В обоих вариантах, отличающихся друг от друга значением μ (в 5.14 $\mu = 0$, в 5.12 $\mu = 3\times10^3$), решения близки. Если сравнивать эти случаи с вариантом 5.1, где $n = 1$, а также 5.9–5.11 можно отметить следующее. В верхнем слое циркуляции 5.12, 5.14 синусоидальные, похожие на варианты 5.1, 5.9–5.11. В нижнем слое, однако, наблюдается принципиально иной, ячеистый режим. При этом расход АКТ значительно падает. В наших расчетах ячеистый режим возникает при увеличении k_{opt} и μ, но в большей степени он зависит от k_{opt} (см. 5.15 и 5.16).

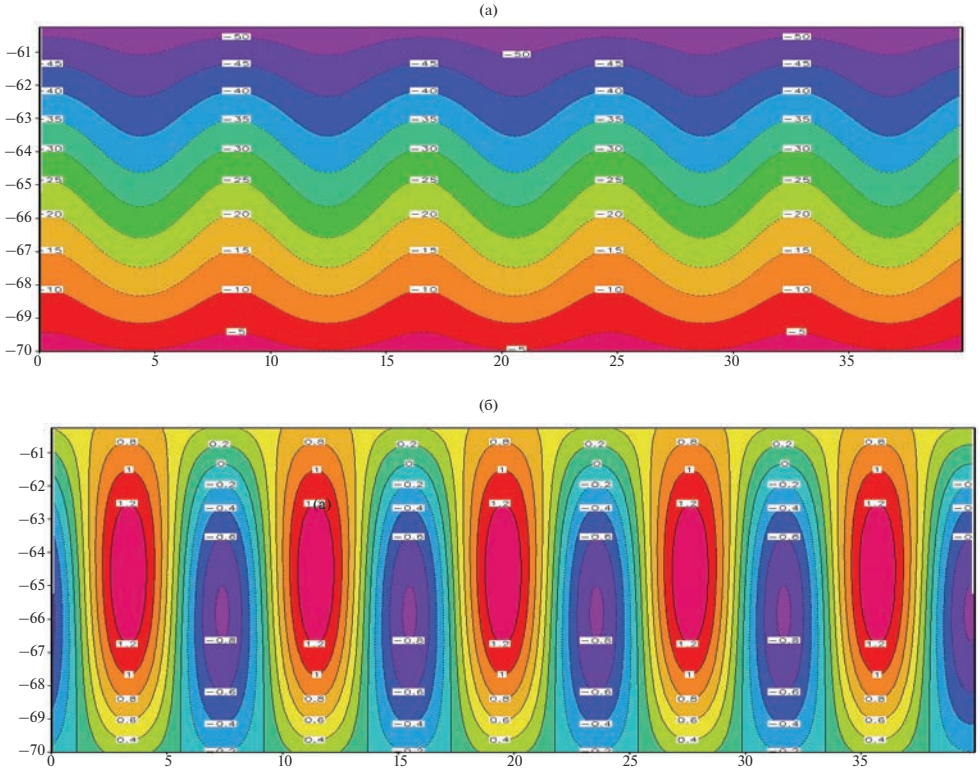

Рис. 2. Функция тока в верхнем слое. Вариант 2.4 [Залесный, 2022]. $V_{ACC} = 52$ Св. Здесь $H_1 = 1$, $H_2 = 4$, $L_x = 4 \times 10^6$, $c_5 = 100$. $k = 10^3$, $r = 10^{-6}$, $\mu = 1$, $n = 5$ (а); функция тока в нижнем слое. Вариант 2.4 [Залесный, 2022] (б).

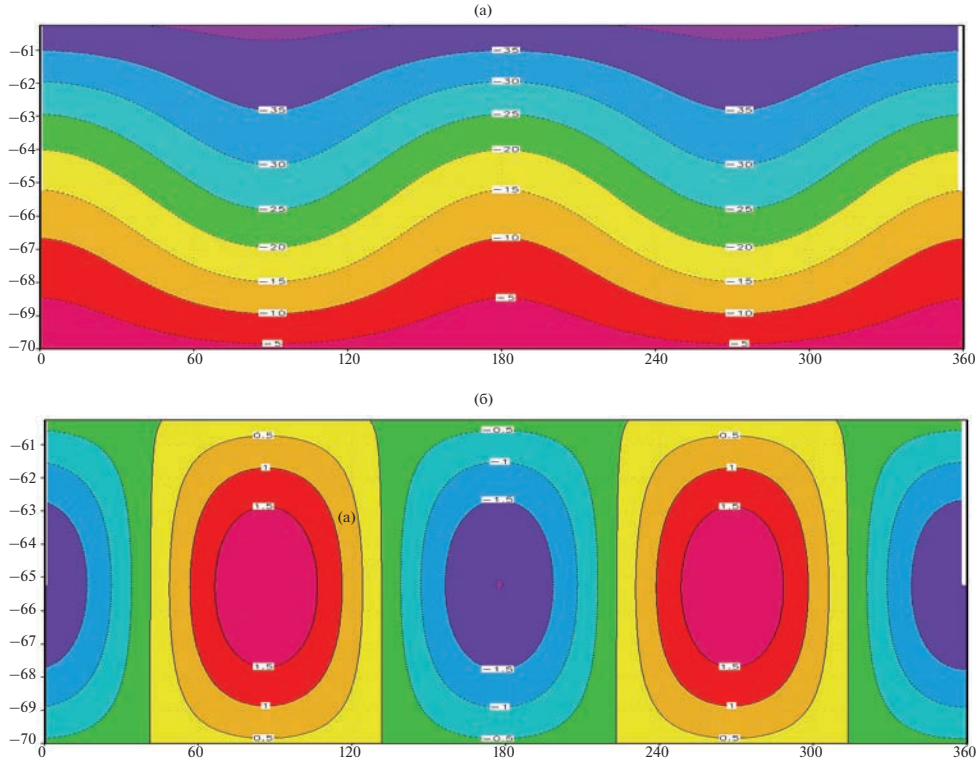

Рис. 3. Функция тока в верхнем слое. Вариант 5.12. $V_{ACC} = 42$ Св (а); функция тока в нижнем слое. Вариант 5.12. В красных тонах обозначены антициклональные, в синих – циклональные циркуляции. $V_{ACC} = 42$ Св (б).

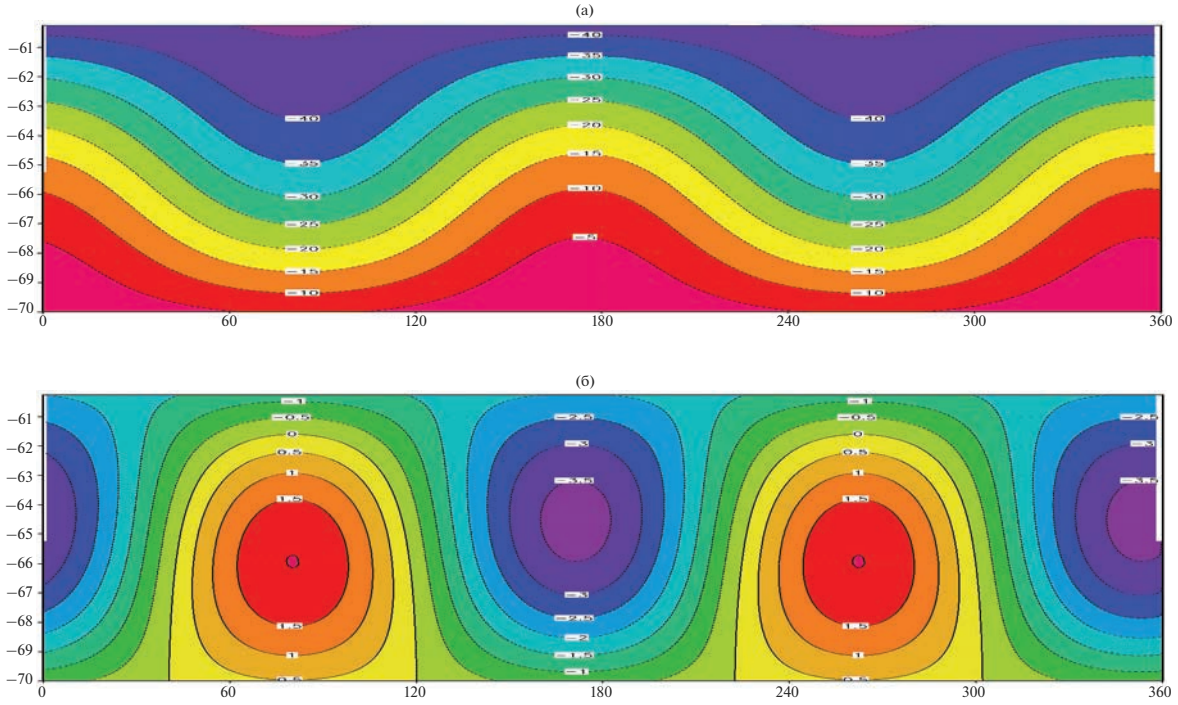

Рис. 4. Функция тока в верхнем слое. Вариант 5.14. $V_{ACC} = 51$ Св (а); функция тока в нижнем слое. Вариант 5.14. В красных тонах обозначены антициклональные, в синих – циклональные циркуляции. $V_{ACC} = 51$ Св (б).

Сравнивая 5.14 ($k_{opt} \approx 1341$) с 5.15, в котором k априори задан ($k \equiv 1341$), видно, что алгоритмы дают практически одинаковый результат (табл. 2). С одной стороны это подтверждает правильность работы нового метода. С другой, – на основании расчетов с заданным k (5.15, 5.16), можно заключить, что синусоидальный режим переходит в ячеистый, если k лежит в интервале от 1210 до 1341 м^2/с. Расход АКТ при этом уменьшается от 371 до 50.6 Св. Ячеистый режим характеризуется невысоким расходом АКТ, синусоидальной структурой в верхнем и ячеистой – в нижнем слое (рис. 4а, 4б). Скорость в верхнем слое значительно выше, чем в нижнем: $U_1 \approx 4.6$, $U_2 \approx 0.2$ см/с. В верхнем слое у северной границы видны слабые циклональные ячейки циркуляции, расположенные над антициклонами нижнего слоя. Циклоны/антициклоны нижнего слоя расположены над впадинами/поднятиями рельефа дна. Экстремумы круговоротов немного смещены относительно экстремумов рельефа дна.

ВЫВОДЫ

Разработан новый вариационный метод решения задачи квазигеострофической динамики в двухслойном периодическом канале. Его основная новизна состоит в обобщении формулировки вариационной задачи: в вектор управления включается коэффициент турбулентного обмена квазигеострофического потенциального вихря k_{opt}. Включение расширяет вектор-решение оптимальной задачи и позволяет вычислить значение коэффициента k_{opt}. Используя разложение в ряды Фурье, задача сводится к эволюционной системе прямых и сопряженных уравнений для коэффициентов Фурье и бароклинной скорости $V_2 = (U_1 - U_2)/2$ (где U_i – скорость в i-том слое). Решение задачи параметрически зависит от неизвестной баротропной скорости $V_1 = (U_1 + U_2)/2$ и коэффициента турбулентной вязкости КГПВ k_{opt}. Следуя [Залесный, 2022], минимизируемый функционал формулируется на основе дополнительного соотношения, возникающего из-за двухсвязности области решения задачи. В отличие от [Залесный, 2022], в вектор управления вместе с начальными условиями для прямой системы и параметром $V_1 = (U_1 + U_2)/2$, включается коэффициент турбулентного обмена КГПВ k_{opt}.

Численные эксперименты проводятся для периодического зонального канала, имитирующего акваторию Антарктического кругового течения в Южном океане. Изучаются особенности численного алгоритма и характеристики стационарных режимов течений, возникающих под действием ветра при разных значениях модельных параметров. Расчеты показывают физически приемлемое описание характеристик АКТ. Метод позволяет

не задавать, а находить коэффициент турбулентной вязкости k_{opt}, величина которого лежит в разумных пределах.

Включение коэффициента турбулентной вязкости k_{opt} в вектор управления увеличивает эффективность и точность решения оптимальной задачи. При одинаковой величине фиксированного $k = 1341$ (5.15, табл. 2) с рассчитанным (вариант 5.14, $k_{opt} = 100 \to 1341$, табл. 2), алгоритмы дают одинаковые результаты. Используя алгоритм с фиксированным k, иногда трудно подобрать интервал его сканирования для поиска стационарного решения или решения заданной структуры. Новый алгоритм позволяет это сделать быстро и достаточно точно.

Расчеты показывают наличие случаев кардинальной перестройки решения. Они связаны с увеличением параметров k_{opt} и μ, когда форма течения в нижнем слое переходит от синусоидальной к ячеистой. Наряду с ячеистой структурой в нижнем слое режим характеризуется невысоким расходом АКТ и синусоидальной структурой течений в верхнем слое. При некоторых условиях в нижнем слое может формироваться течение противоположное направлению ветра.

Ячеистый режим может являться предвестником появления в нижнем слое слабого противотечения. Численные эксперименты позволяют описать следующую цепочку трансформаций. Интенсификация вихревой динамики, отражаемая ростом коэффициента турбулентного обмена k_{opt}, приводит к уменьшению расхода АКТ (согласно (3.8)), перестройки циркуляции в нижнем слое от синусоидальной к ячеистой, а при дальнейшем увеличении топографического сопротивления – к возникновению противотечения в нижнем слое. Указанная цепочка трансформации циркуляции в нижнем слое, включая изменения коэффициента обмена k_{opt} и расхода АКТ, прослеживается лишь экспериментально. Из-за нелинейности исходной задачи ее трудно описать априори, Оценки, полученные при анализе энергетических соотношений являются апостериорными. Возникновение ячеистой циркуляции и, возможно, противотечения в нижнем слое вызывается ростом сопротивления на рельефе дна за счет вихревой активности – вклад второго слагаемого правой части в уравнении баланса момента (2.15) растет, вклад первого – уменьшается.

Работа выполнена при поддержке РНФ, грант № 20-11-20057.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Волков Е.А. О решении быстрым блочным методом видоизмененной задачи Дирихле на многосвязном многоугольнике // Труды МИАН. 1997. Т. 214. С. 135–144.

Дымников В.П., Залесный В.Б. Основы вычислительной геофизической гидродинамики. Москва: Геос, 2019. 448 с.

Залесный В.Б. Вариационный метод решения задачи о квазигеострофической циркуляции в океане // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58. № 5. С. 493–503.

Ивченко В.О., Залесный В.Б. Диффузионно-ротационная параметризация вихревых потоков потенциального вихря: баротропное течение в зональном канале // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55. № 1. С. 3–16.

Каменкович В.М. Об интегрировании уравнений теории морских течений в неодносвязных областях // ДАН СССР. 1961. Т. 138. № 5. С. 1076–1079.

Марчук Г.И. Избранные научные труды. Том II. Сопряженные уравнения и анализ сложных систем. Москва: РАН, 2018. 500 с.

Марчук Г.И. Избранные научные труды. Том 3. Модели и методы в задачах физики атмосферы и океана. Москва: РАН, 2018. 892 с.

Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.-Л.: Гостехиздат, 1946. 448 с.

Павлушин А.А., Шапиро Н.Б., Михайлова Э.Н., Коротаев Г.К. Двухслойная вихреразрешающая модель ветровых течений в Черном море // Морской гидрофизический журн. 2015. № 5. С. 3–22.

Шутяев В.П. Методы усвоения данных наблюдений в задачах физики атмосферы и океана // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55. № 1. С. 17–34.

Agoshkov V.I., Ipatova V.M. Convergence of solutions to the problem of data assimilation for a multilayer quasigeostrophic model of ocean dynamics // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2010. V. 25. № 2. P. 105–115.

Bernier C. Existence of attractor for the quasi-geostrophic approximation of the Navier-Stokes equations and estimate of its dimension // Adv. Math. Sci. Appl. 1994. V. 4. № 2. P. 465–489.

Bernier C., Chueshov I.D. The finiteness of determining degrees of freedom for the quasi-geostrophic multi-layer ocean model // Nonlinear Anal. Theory, Methods Appl. 2000. V. 42. № 8. P. 1499–1512.

Cai M., Hernandez M., Ong. K.W., Wang S. Baroclinic Instability and Transitions in a Two-Layer Quasigeostrophic Channel Model // arXiv:1705.07989 [physics], April 2017.

Charney J.G., Shukla J., Mo K.C. Comparison of a barotropic blocking theory with observation // J. Atmos. Sci. 1981. V. 38. P. 762–779.

Chekroun M.D., Dijkstra H., Şengül T., Wang S. Transitions of zonal flows in a two-layer quasi-geostrophic ocean model // Nonlinear Dynamics. 2022. V. 109. P. 1887–1904.

Chen Q. The Barotropic Quasi-Geostrophic Equation under a Free Surface // SIAM J. Math. Anal. 2017. V. 51. № 3. P. 1836–1867.

Chen Q. On the well-posedness of the inviscid multi-layer quasi-geostrophic equations // Discrete and continuous dynamical systems. 2019. V. 39. № 6. P. 3215–3237.

Farhat A., Panetta R.L., Titi E.S., Zian M. Long-time behavior of a two-layer model of baroclinic quasi-geos-

trophic turbulence // J. Mathematical Physics. 2012. V. 53. 115603.

Gilbert J.C., Lemarechal C.L. The modules M1QN3 and N1QN3. Version 2.0c (June 1995).

Ivchenko V.O., Zalesny V.B., Sinha B. Is the coefficient of eddy potential vorticity diffusion positive? Part 1: barotropic zonal channel // J. Phys. Oceanogr. 2018. V. 48. № 6. P. 1589–1607.

McWilliams J.C. Fundamentals of Geophysical Fluid Dynamics. Cambridge University Press, 2006. 299 p.

Onica C., R. Panetta L. Forced two layer beta-plane quasi-geostrophic flow. Part I: Long-time existence and uniqueness of weak solutions // J. Differential Equations. 2006. V. 226. № 1. P. 180–209.

Pedlosky J. Finite-amplitude baroclinic waves // J. Atmospheric Sciences. 1970. V. 27. № 1. P. 15–30.

Xu X., Chassignet E.P., Firing Y.L., Donohue K. Antarctic Circumpolar Current transport through Drake Passage: What can we learn from comparing high-resolution model results to observations? // J. Geophysical Research: Oceans. 2020. V. 125. № 7. P. 1–16.

Zalesny V., Agoshkov V., Shutyaev V., Parmuzin E., Zakharova N. Numerical Modeling of Marine Circulation with 4D Variational Data Assimilation // J. Marine Science and Engineering. 2020. V. 8. № 7. 503.

Two-Layer Ocean Circulation Model with Variational Control of Turbulent Viscosity Coefficient

V. B. Zalesny*

Marchuk Institute of Numerical Mathematics, Russian Academy of Sciences, Gubkin str., 8, Moscow, 119333 Russia
**e-mail: vzalesny@yandex.ru*

The development of a variational method for solving the problem of quasi-geostrophic dynamics in a two-layer periodic channel is considered. The development of the method is as follows. First, the formulation of the variational problem is generalized: the turbulent exchange coefficient of a quasi-geostrophic potential vorticity (QGPV) is included in the control vector. Secondly, the solution area more accurately describes the size of the Antarctic Circumpolar Current (ACC). Using the selection of linear meridional transport and the expansion of the solution in a Fourier series, the problem is reduced to a nonlinear system of ordinary differential equations (ODEs) in time. The doubly connected domain leads to the fact that the solution of the ODE must satisfy an additional stationary relation that determines the transport of the ACC. The variational algorithm is reduced to solving a system of forward and adjoint equations minimizing the mean squared error of the stationary relation. The QGPV turbulent exchange coefficient is determined in the process of solving the optimal problem. The numerical runs are carried out for a periodic channel simulating the water area of the ACC in the Southern Ocean. The characteristics of stationary current regimes are studied for different values of the model parameters. Typical is a sinusoidal circulation in both layers with a linear transfer with the wind, depending on the bottom topography. In some cases, under the sinusoidal, in the lower layer, a cellular circulation is formed, and sometimes an undercurrent occurs. In this case, the solution of the optimal problem is characterized by a low value of the turbulent viscosity coefficient and a low transport in the lower layer.

Keywords: quasi-geostrophic potential vorticity, two-layer ocean model, variational algorithm, turbulent viscosity coefficient

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2023, том 59, № 2, с. 230–241

УДК 551.465

О ВИДАХ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГЕОСТРОФИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ ПАРАБОЛИЧЕСКИМ ПРОФИЛЕМ СКОРОСТИ

© 2023 г. Н. П. Кузьмина[a], *, С. Л. Скороходов[b], **, Н. В. Журбас[a], Д. А. Лыжков[a]

[a]*Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Нахимовский просп., 36, Москва, 117997 Россия*

[b]*ФИЦ "Информатика и Управление" РАН, ул. Вавилова, 44, Москва 119333 Россия*

**e-mail: kuzmina@ocean.ru*

***e-mail: sskorokhodov@gmail.com*

Поступила в редакцию 20.06.2022 г.
После доработки 28.08.2022 г.
Принята к публикации 12.10.2022 г.

Проведен анализ неустойчивых возмущений геострофического течения конечного поперечного масштаба с параболическим вертикальным профилем скорости общего вида (с линейным и постоянным сдвигами скорости) в ограниченном по вертикали слое. Модель основана на уравнении потенциального вихря в квазигеострофическом приближении с учетом вертикальной диффузии импульса и массы. Уравнение и граничные условия сводились к спектральной задаче на собственные значения типа Орра–Зоммерфельда. Для поиска собственных функций и собственных значений использовался высокоточный аналитико-численный метод. Особое внимание уделялось изучению неустойчивых возмущений с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость потока. Такую неустойчивость следует отличать от бароклинной неустойчивости и неустойчивости критического слоя. Получено, что указанная неустойчивость может развиваться в океанских течениях при вариации параметров задачи в широком диапазоне значений, причем с увеличением числа Прандтля фазовая скорость таких возмущений увеличивается, и может существенно превышать максимальную скорость течения. Однако возникновение таких неустойчивых возмущений возможно только в случаях, когда максимум скорости течения находится внутри слоя (но необязательно в его центре). Получено также, что узкие течения (поперечный масштаб равен или меньше радиуса Россби) с параболическим вертикальным профилем могут быть неустойчивы. Максимально неустойчивые возмущения имеют приблизительно равные масштабы вдоль и поперек течения, то есть являются круглыми возмущениями. Представлено обсуждение различных видов неустойчивости геострофического течения с параболическим вертикальным профилем скорости применительно к океану.

Ключевые слова: неустойчивость океанских геострофических течений, диффузия импульса и массы, задача на собственные значения

DOI: 10.31857/S000235152301008X, **EDN:** GDTHFU

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах [Кузьмина, 2016; Kuzmina, 2016; Скороходов, Кузьмина, 2016; Кузьмина и др., 2018; Zhurbas, 2018; Скороходов, Кузьмина, 2018; Кузьмина и др., 2019] получено, что при неустойчивости геострофического течения с большим поперечным масштабом и с параболическим вертикальным профилем скорости возникают растущие со временем возмущения, фазовая скорость которых превышает максимальную скорость течения. Такую неустойчивость нельзя отнести к бароклинной неустойчивости и неустойчивости критического слоя (подробнее см. в [Кузьмина и др., 2018]), поэтому изучение такой неустойчивости представляет определенный интерес.

В перечисленных работах анализ устойчивых и неустойчивых возмущений зонального течения в ограниченном по вертикали слое проводился на основе уравнения потенциального вихря в квазигеострофическом приближении с учетом вертикальной диффузии импульса и массы. При этом полагалось, что течение характеризуется только линейным по вертикали сдвигом и имеет максимум скорости в центре слоя. Однако исследования [Скороходов, Кузьмина, 2021] на основе аналогичной модели динамики течения с линейным и постоянным вертикальными сдвигами и с максимумом скорости на верхней или нижней границах слоя, показали, что фазовая скорость неустойчивых возмущений не превышает макси-

мальной скорости течения. Учитывая, что анализ неустойчивых возмущений разного масштаба важен для исследования динамики океана (в частности, для понимания процесса образования интрузий в Арктическом бассейне [Кузьмина и др., 2014; Кузьмина, 2016; Kuzmina, 2016; Скороходов, Кузьмина, 2016; Кузьмина и др., 2018; Zhurbas, 2018]), представляется целесообразным выяснить, возникают ли неустойчивые возмущения, полученные в моделях [Кузьмина, 2016; Kuzmina, 2016; Скороходов, Кузьмина, 2016; Кузьмина и др., 2018; Zhurbas, 2018; Скороходов, Кузьмина, 2018; Кузьмина и др., 2019], только в частном случае параболического течения с максимумом скорости в центре слоя, или они типичны для более общего вида течения с вертикальным параболическим профилем скорости. Данная работа посвящена, прежде всего, такому анализу. Особое внимание уделено также описанию неустойчивых возмущений в области узких течений с поперечными масштабами, равными или меньшими масштаба Россби (об узких и широких течениях или фронтах см. подробнее в [Кузьмина и др., 2020]), и обсуждению различных видов неустойчивости, которые могут возникать в зоне течения с параболическим вертикальным профилем скорости применительно к океану.

2. МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА

Для исследования методом малых возмущений неустойчивости зонального геострофического течения с вертикальным параболическим профилем скорости общего вида в ограниченном по вертикали слое мы будем опираться на линейное уравнение потенциального вихря в квазигеострофическом приближении с учетом вертикальной диффузии плавучести и трения (или диффузии массы и импульса). Впервые уравнение потенциального вихря с учетом диффузии массы и импульса для исследования неустойчивости геострофического течения с линейным вертикальным профилем скорости в полубезграничной по вертикали области было проанализировано на основе аналитических решений Майлзом [Miles, 1965]. Уравнение потенциального вихря в безразмерном виде для течения с параболическим вертикальным профилем, который имеет максимум в центре слоя, было выведено и подробно анализировалось в [Кузьмина и др., 2018; Кузьмина и др., 2019]. Для течения с вертикальным параболическим профилем общего вида оно выводится аналогично, и без учета β-эффекта сводится к следующему уравнению:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+U(z)\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}+\mathrm{Bu}\cdot\Delta p\right)-U_{zz}''\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{1}{\mathrm{R}}\left(\frac{\partial^4 p}{\partial z^4}+\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Bu}\frac{\partial^2\Delta p}{\partial z^2}\right), \quad (1)$$

где p – возмущение давления, $U(z)=1-az^2+bz$, $a=\dfrac{s_1H_0^2}{U_0}$, $b=\dfrac{s_2H_0}{U_0}$, s_1, s_2 – положительные константы, характеризующие величины вертикальных линейного и постоянного сдвигов скорости, U_0 – скорость течения в середине слоя, $2H_0$ – вертикальный масштаб слоя, $\mathrm{R}=U_0H_0^2/(KL)=\mathrm{Pe}H_0/L$, $\mathrm{Pe}=U_0H_0/K$ – число Пекле (аналог числа Рейнольдса), K – коэффициент вертикальной диффузии плавучести, $\mathrm{Bu}=H_0^2N_0^2/\left(f^2L^2\right)$ – число Бургера (см., например, [Cushman-Roisin, 1994]), N_0 – частота плавучести в фоновом состоянии, L – горизонтальный поперечный масштаб зонального геострофического течения, f – параметр Кориолиса, Pr – число Прандтля, $\Delta p=\dfrac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 p}{\partial y^2}$. Ось x направлена на восток (зональная координата), ось y – на север (меридиональная координата), и ось z – вверх. Скорость зонального течения направлена вдоль координаты x. Для определенности положим, что скорость течения на нижней границе слоя равна нулю, то есть $U_0=s_1H_0^2+s_2H_0$, и, следовательно, $a+b=1$.

Безразмерные переменные и искомая функция вводились по формулам: $x^*=x/L$, $y^*=y/L$, $z^*=z/H_0$, $t^*=tU_0/L$, $p^*=p/p_0$, p_0 – размерная константа, $[p_0]=\text{м}^2\ \text{с}^{-2}$ (давление нормировано на отсчетную плотность). Звездочки, которыми отмечены безразмерные переменные и искомая функция, в (1) опущены.

Для анализа устойчивых и неустойчивых возмущений зонального геострофического течения мы будем опираться на уравнение (1) и следующие граничные условия:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\left(1-az^2+bz\right)\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial p}{\partial z}-\left(-2az+b\right)\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{1}{R}\frac{\partial^3 p}{\partial z^3},\quad z=\pm1, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}=0,\quad y=0,\quad y=1, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}=0,\quad z=-1,\quad z=1. \quad (4)$$

Условия (2) и условия (4) означают равенства нулю на верхней и нижней границах слоя вертикальной скорости и потоков плавучести соответственно. Равенства нулю меридиональной компоненты скорости возмущения на боковых границах среднего геострофического течения определяются условиями (3). Отметим, что члены в правой части уравнения (1) описывают влияние на динамику возмущений диссипативных процессов, причем первый член в скобке в правой части (1) описывает влияние вертикальной диффузии плавучести, а второй член – влияние вертикального трения. Обоснования граничных условий (4) сводятся к следующему: а) четвертый порядок уравнения (1) обусловлен учетом вертикальной диффузии плавучести; б) целесообразно рассматривать слой, на границах которого отсутствуют потоки тепла и соли (массы).

При $a = 1$, $b = 0$ (течение с параболическим профилем скорости с максимумом в центре слоя) уравнения (1)–(4) сводятся к задаче, рассмотренной в работах [Скороходов, Кузьмина, 2018; Кузьмина и др., 2019]. При $a = 0$, $b = 1$ (течение с постоянным вертикальным сдвигом скорости) уравнения (1)–(4) сводятся к аналогичной задаче [Кузьмина и др., 2020], которая рассматривалась в слое от $z = 0$ до $z = 1$.

Следуя стандартному подходу исследования неустойчивости геострофических течений (см., например, [Stern, 1975]), решение (1)–(4) будем искать в виде бегущего вдоль зональной координаты волнового возмущения: $p = F(z)e^{ik(x-ct)}\sin(\pi ny)$. Здесь мы ограничимся случаем $n = 1$: масштаб возмущения в меридиональном направлении равен масштабу фронта или течения (максимально растущая мода). Подставляя такое решение в (1)–(4), получим спектральную задачу на собственные значения:

$$\left(1 - az^2 + bz - c\right)\left(\frac{d^2F}{dz^2} - \mathrm{Bu}\left(k^2 + \pi^2\right)F\right) + 2aF = \frac{1}{ik\mathrm{R}}\left(\frac{d^4F}{dz^4} - \mathrm{Bu}\cdot\mathrm{Pr}\cdot\left(k^2 + \pi^2\right)\frac{d^2F}{dz^2}\right), \tag{5}$$

$$\left(1 - a + b - c\right)\frac{dF}{dz} - F\left(-2a + b\right) = \frac{1}{ik\mathrm{R}}\frac{d^3F}{dz^3}, \quad z = 1, \tag{6}$$

$$-c\frac{dF}{dz} - F\left(2a + b\right) = \frac{1}{ik\mathrm{R}}\frac{d^3F}{dz^3}, \quad z = -1, \tag{7}$$

$$\frac{d^2F}{dz^2} = 0, \quad z = -1, \quad z = 1, \tag{8}$$

где k – безразмерное волновое число вдоль координаты x, $c = c_1 + i\cdot c_2$ – комплексная фазовая скорость, i – мнимая единица. Возмущения растут со временем, то есть являются неустойчивыми, если $c_2 > 0$.

Отметим, что уравнение (5) является аналогом известного уравнения Орра-Зоммерфельда [Lin, 1955]. Однако задача (5)–(8) существенно отличается от задачи Орра-Зоммерфельда граничными условиями (см., например, [Кузьмина и др., 2018; Zhurbas, 2018; Скороходов, Кузьмина, 2018; Кузьмина и др., 2019]). Отличительные особенности в постановке указанных задач приводят к существенным различиям в решениях.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ (5)–(8)

Для поиска собственных функций (СФ) и собственных значений (СЗ) модельной задачи (5)–(8) использовался высокоточный аналитико-численный метод решения уравнения 4-го порядка с малым параметром при старшей производной, разработанный ранее для решения задачи Орра–Зоммерфельда [Скороходов, 2007а; Скороходов, 2007б]. Данный метод был модифицирован с учетом граничных условий (6), (7), которые отличны от граничных условий задачи Орра–Зоммерфельда и включают искомый спектральный параметр в качестве множителя. Для эффективности решения настоящей задачи в широком диапазоне изменения волнового числа при проведении расчетов использовались построенные асимптотические разложения при $k \to 0$ [Скороходов, Кузьмина, 2018; Скороходов, Кузьмина, 2021], что позволило уменьшать время численного счета и получать собственные значения c большой точностью при произвольно малом изменении волнового числа.

Решениями уравнения (5), как и уравнения Орра-Зоммерфельда, являются непрерывно дифференцируемые функции. Для конкретных значений волнового числа k и параметров задачи Bu, Pr, R, a существует счетное множество дискретных СЗ задачи (5)–(8). Для удобства анализа СЗ представляют в координатных осях c_1, c_2 и называют спектрами собственных значений (см., например, [Кузьмина и др., 2018; Zhurbas, 2018]). В настоящей работе нас будут, прежде всего, интересовать распределения СЗ в координатных осях c_1, c_2 при непрерывном изменении волнового числа k, или, согласно общепринятой терминологии, траектории СЗ (см., например, [Скороходов, Кузьмина, 2018; Кузьмина и др., 2019; Скороходов, Кузьмина, 2021]) при различных значениях параметров задачи. Особое внимание, как

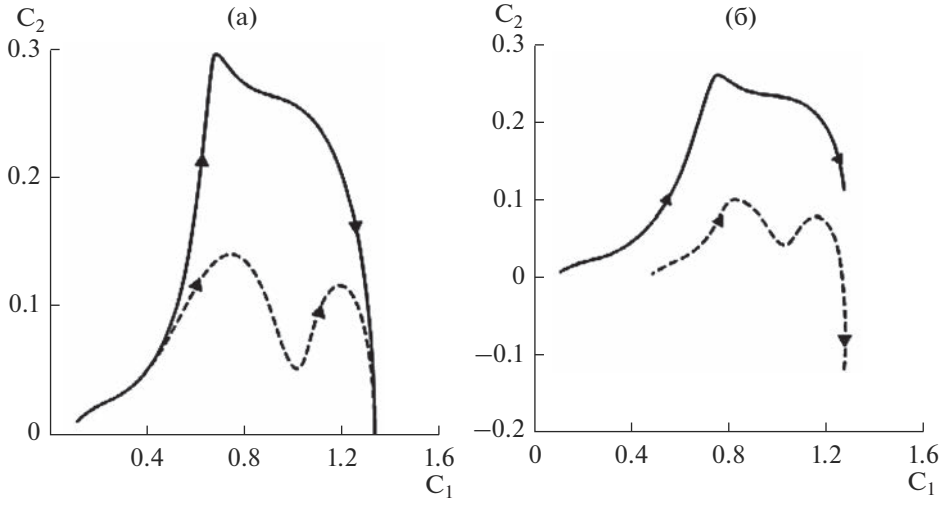

Рис. 1. Первые (сплошные линии) и вторые (штриховые линии) траектории СЗ задачи (5)–(8) при Bu = 0.0001, R = 10, Pr = 1: (а) $a = 1$; (б) $a = 0.8$. Стрелками вдоль траекторий обозначены направления в сторону уменьшения волнового числа k.

уже говорилось выше, будет уделяться изучению неустойчивых возмущений с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость течения. Дополнительно будут представлены инкременты роста неустойчивых возмущений в зонах узких фронтов для различных значений параметров R задачи (5)–(8).

3.1. Траектории собственных значений для различных параметров задачи (5)–(8)

Метод решения общей задачи (5)–(8) существенно отличается от метода решения задачи [Скороходов, Кузьмина, 2018; Кузьмина и др., 2019], в которой рассматривался геострофический поток с максимумом в центре слоя, и решения искались в виде четных и нечетных функций. В общей задаче (5)–(8) особое внимание, с точки зрения изучения неустойчивости течения, уделялось первой и второй траекториям СЗ, на которых значения c_2 могли быть больше нуля. Естественно, что проводилась проверка корректности решений задачи (5)–(8) на основе сравнения решений двух задач при $a = 1$ в задаче (5)–(8).

На рис. 1а представлены первая и вторая траектории, рассчитанные при Bu = 0.0001, R = 10, Pr = 1, $a = 1$. Эти траектории с большой точностью совпадают с траекториями для четных и нечетных решений задачи [Скороходов, Кузьмина, 2018; Кузьмина и др., 2019]. В случае первой траектории (здесь она соответствует четным решениям) фазовая скорость неустойчивых возмущений превышает максимальную скорость потока $(\mathrm{U}(0) = 1)$ для волновых чисел вплоть до $k \approx 0.5$. В случае второй траектории (соответствует нечетным решениям) превышение фазовой скорости неустойчивых возмущений над максимальной скоростью потока наблюдается вплоть до $k \approx 30$, то есть на длинах волн, значительно меньших поперечного масштаба течения. При небольшом уменьшении параметра a ($a = 0.8$, $b = 0.2$) траектории незначительно меняются (рис. 1б), причем неустойчивые возмущения с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость потока $(\mathrm{U}(0.125) = 1.0125)$, наблюдаются вплоть до тех же волновых чисел, что и при $a = 1$.

Картина траекторий существенно меняется при $a = 0.5$ (рис. 2а, 2б) и тех же значениях остальных параметров, что и в рассмотренном выше случае. Фазовая скорость неустойчивых возмущений превышает максимальную скорость потока $(\mathrm{U}(0.5) = 1.125)$ только, когда $k \le 0.11$ (первая траектория) и $9.5 \le k \le 115$ (вторая траектория), причем инкремент роста возмущения при $k = 115$ (вторая траектория) значительно превышает инкремент роста возмущения при $k = 0.11$ (первая траектория). С увеличением числа Прандтля (рис. 2в, 2г) возрастают инкременты неустойчивых возмущений, и увеличивается область волновых чисел, при которых фазовая скорость неустойчивых возмущений превышает максимальную скорость потока: $k \le 1.2$ (первая траектория) и $9.5 \le k \le 140$ (вторая траектория).

Расчеты траекторий СЗ, рассмотренные выше, были выполнены для Bu = 0.0001, то есть для

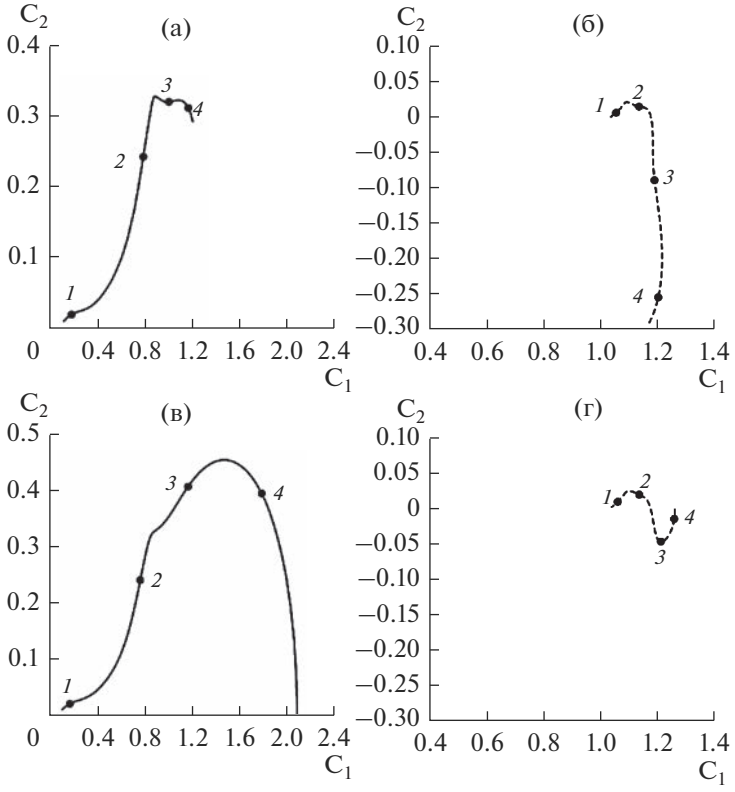

Рис. 2. Две первые траектории СЗ при Bu = 0.0001, R = 10, a = 0.5 для различных значений числа Прандтля: (а, б) Pr = 1; (в, г) Pr = 4. Точки на графиках соответствуют волновым числам: k = 0.1 (*4*), k = 1(*3*), k = 100 (*2*), k = 1000 (*1*). Первые траектории – сплошные линии, вторые траектории – штриховые линии.

очень широких течений. Поэтому представляет интерес рассмотреть случай узкого течения (см. предложенные определения в [Кузьмина и др., 2020]), например, когда Bu = 1. На рис. 3а, 3б представлены первая и вторая траектории, рассчитанные при Bu = 1, R = 1, Pr = 1, a = 1. В данном случае длинноволновые неустойчивые возмущения имеют фазовую скорость меньше максимальной скорости течения. Однако фазовая скорость неустойчивых возмущений при большем значении числа Прандтля (Pr = 4) и малых волновых числах (первая траектория) превышает максимальную скорость потока (рис. 3в).

3.2. О влиянии изменения параметра a на фазовую скорость неустойчивых возмущений

Здесь нас будет интересовать изменение фазовой скорости неустойчивого возмущения с некоторым определенным волновым числом k при изменении параметра a от 1 до 0, то есть при смещении расположения максимума скорости геострофического течения от центра слоя.

На рис. 4 представлено сравнение максимальной скорости течения с фазовой скоростью неустойчивого возмущения с волновым числом при изменении a от 1 до 0 для различных параметров Bu и чисел Прандтля (первые траектории).

Представленные результаты расчетов показывают, что чем больше максимум скорости течения отклоняется от центра слоя, тем меньше различие между фазовой скоростью неустойчивого возмущения и максимальной скоростью течения. Тем не менее, диапазон изменения параметра a, при котором неустойчивое возмущение с волновым числом k = 0.01 имеет фазовую скорость, превышающую максимальную скорость потока, достаточно широк. Более того, при числах Прандтля, превышающих единицу, фазовая скорость неустойчивых возмущений может значительно превышать максимальную скорость потока. Данный результат может быть справедлив и для неустойчивых возмущений с волновым числом $k \geq 1$ при типичных значениях параметров задачи (см. рис. 5, а также рис. 2б, 2г).

3.3. О неустойчивости узких течений

В [Скороходов, Кузьмина, 2019; Кузьмина и др., 2020] впервые было показано, что геострофиче-

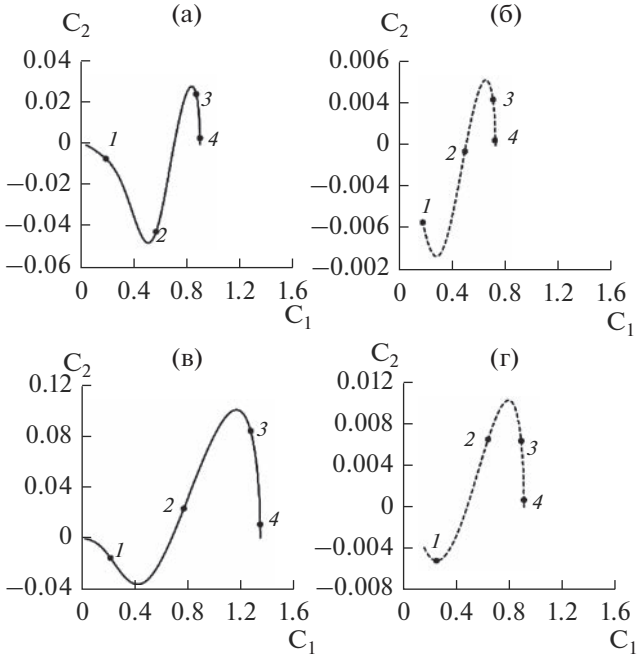

Рис. 3. Две первые траектории СЗ при Bu = 1, R = 1, $a = 1$ для различных значений числа Прандтля: (а, б) Pr = 1; (в, г) Pr = 4. Точки на графиках соответствуют волновым числам: $k = 0.1$ (*4*), $k = 1$(*3*), $k = 100$ (*2*), $k = 1000$ (*1*). Первые траектории – сплошные линии, вторые траектории – штриховые линии.

ские течения могут быть неустойчивы в случаях, когда параметр Bu равен или даже превышает единицу. В этих работах рассматривалась модель, аналогичная задаче (5)–(8), но для течения с линейным вертикальным профилем скорости. Этот результат кардинально отличается от результата, полученного в работе Иди [Eady, 1949] (см., также [Океанология, 1978]), где анализировалась устойчивость геострофического течения с линейным вертикальным профилем скорости в приближении идеальной жидкости, и было показано, что условием возникновения неустойчивости является неравенство $\left[\mathrm{Bu}\left(k^2+\pi^2\right)\right]^{0.5} < 2.399$ (подробнее см. [Океанология, 1978; Кузьмина и др., 2020]), то есть существует строгое ограничение на максимальное значение параметра Bu, которое меньше единицы.

Настоящий анализ показывает, что узкие геострофические течения диссипативной жидкости могут быть неустойчивы и в случае параболического вертикального профиля течения (рис. 3 и 6).

Удивительным результатом в случае узких течений при $a = 1$ и больших значениях параметра R (рис. 6) является то, что инкременты роста максимально неустойчивых возмущений первой (четные решения) и второй (нечетные решения) траекторий практически равны. Так, для четных решений максимальный инкремент роста возмущения равен $kc_2 = 0.25098$ при $k = 4.70$, для нечетных решений имеем следующие значения: $kc_2 = 0.25084$ при $k = 4.75$. Важно отметить, что для нечетных решений при $k = 4.7$ инкремент роста возмущения равен $kc_2 = 0.25083$, то есть отличается от максимального инкремента всего на 0.00014. Таким образом, значения c_1 и c_2 для четных и нечетных решений настолько близки по величине, что их траектории при больших волновых числах с большой точностью совпадают (рис. 6). Это обуславливает идентичные графики инкрементов роста в зависимости от волнового числа в зонах узких течений при больших значениях параметра R для возмущений первой (четные решения) и второй (нечетные решения) траекторий (рис. 7). Согласно рис. 7, волновые числа максимально растущих возмущений для значений параметра R = 1, 10, 100 и Bu = 1 меняются в пределах от 2-ух до приблизительно 5-ти, то есть такие возмущения можно отнести к практически круглым вихревым возмущениям. Время образования такого возмущения (увеличение амплитуды начального возмущения в e раз) при R = 100, L = 5000 м, $U_0 = 0.03$ м с$^{-1}$ равно: $T \sim 0.7\times10^6$ с ≈ 8 суток.

Очень узкое течение (Bu = 1.5) также может быть неустойчивым согласно расчетам, причем при R = 100 максимально растущие возмущения,

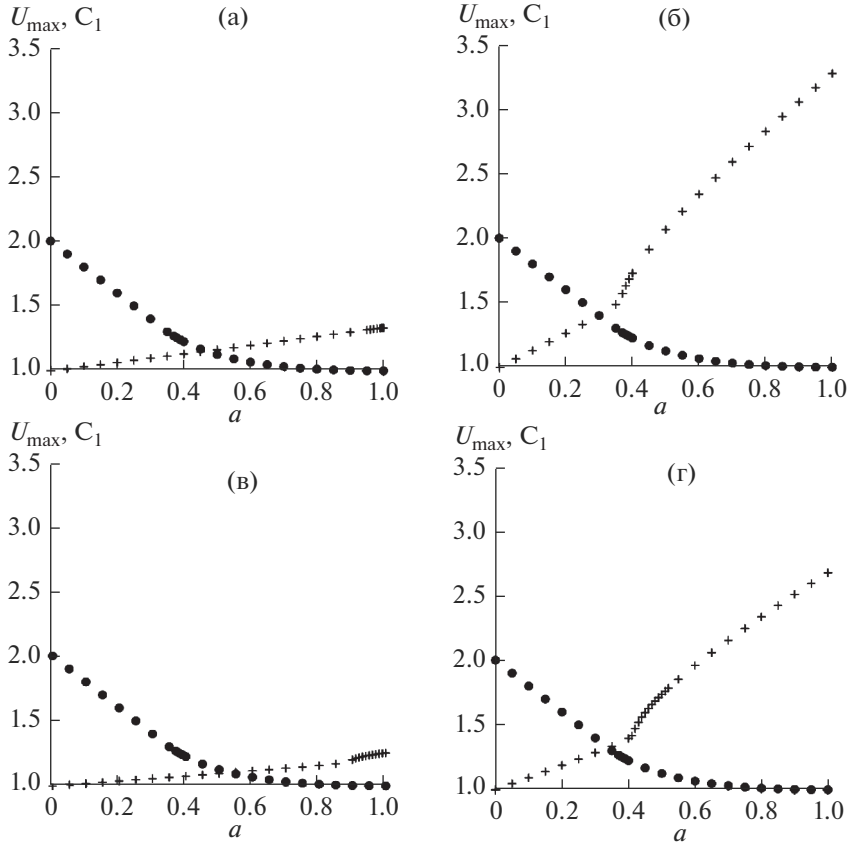

Рис. 4. Сравнение величин безразмерной максимальной скорости среднего геострофического течения вида $U = 1 - az^2 + bz$ (черные кружки) и фазовой скорости длинноволновых ($k = 0.01$) неустойчивых возмущений (крестики) при различных значениях a ($a + b = 1$): (а, б) Bu = 0.0001, R = 10, Pr = 1 (а), Pr = 4 (б); (в, г) Bu = 0.1, R = 10, Pr = 1 (в), Pr = 4 (г). Результаты представлены для СЗ первых траекторий.

соответствующие четным и нечетным решениям, имеют очень близкие по величине волновые числа и инкременты роста.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Согласно работам [Кузьмина, 2016; Kuzmina, 2016; Скороходов, Кузьмина, 2016; Кузьмина и др., 2018; Zhurbas, 2018; Скороходов, Кузьмина, 2018; Кузьмина и др., 2019], в которых рассматривалась неустойчивость широких ($Bu \ll 1$) геострофических течений с максимумом скорости в центре слоя (параболический вертикальный профиль), растущие со временем возмущения с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость течения, возникают благодаря учету в уравнении потенциального вихря вертикальной диффузии массы и импульса. Настоящие результаты показали, что такие неустойчивые возмущения могут возникать и в области узких течений. Однако в общем случае течения с параболическим профилем такие неустойчивые возмущения возникают только тогда, когда максимум скорости течения находится внутри слоя (но необязательно в его центре).

Наиболее вероятно ожидать возникновение неустойчивых возмущений с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость потока, в области широких фронтов или течений (малые значения параметра Bu), причем, чем больше значение параметра R, тем меньше область волновых чисел растущих возмущений с большой фазовой скоростью. С увеличением числа Прандтля не только расширяется область волновых чисел возмущений, характеризующихся такой неустойчивостью, но наблюдается и значительное увеличение фазовой скорости возмущений по сравнению с максимальной скоростью потока. Важно также отметить, что обусловленные такой неустойчивостью возмущения, которые соответствуют СЗ первой траектории, имеют волновые числа, как правило, не превышающие единицы, в то время как возмущения, соответствующие СЗ второй траектории, могут иметь длину волны значительно меньше ширины течения.

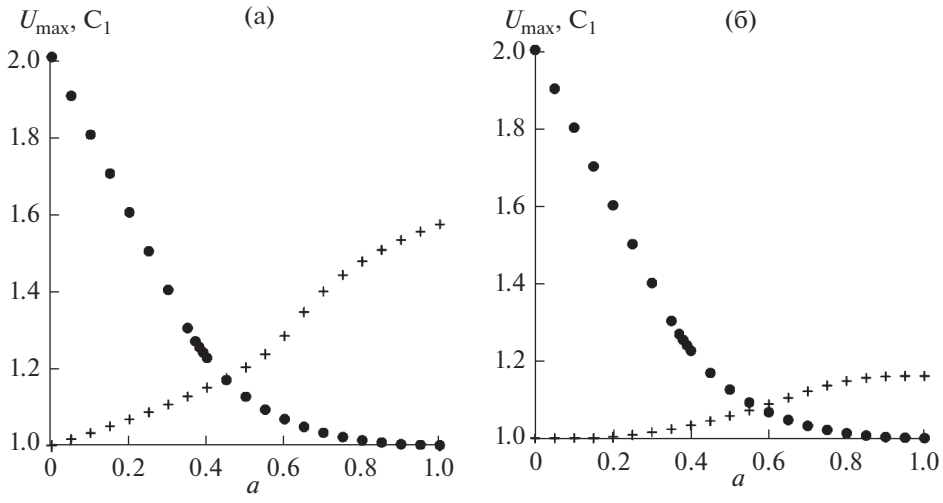

Рис. 5. Сравнение величин безразмерной максимальной скорости среднего геострофического течения вида $U = 1 - az^2 + bz$ (черные кружки) и фазовой скорости неустойчивых возмущений (крестики) для $k = 1$ и при различных значениях a ($a + b = 1$), Bu = 0.1, Pr = 2: (а) R = 1; (б) R = 5. Результаты представлены для СЗ первых траекторий.

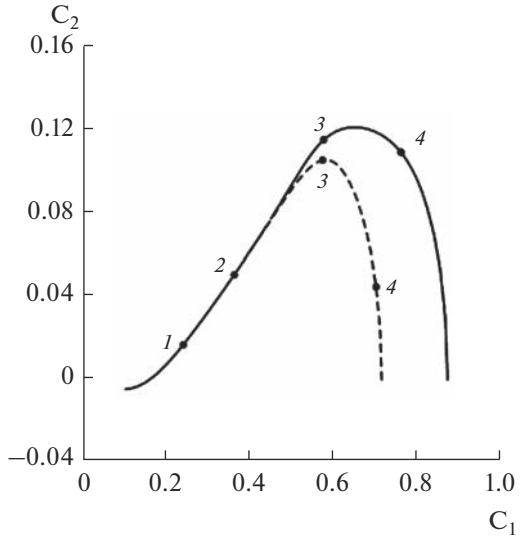

Рис. 6. Две первые траектории СЗ при Bu = 1, R = 100, Pr = 1, $a = 1$. Точки на графиках соответствуют волновым числам: $k = 0.1$ (*4*), $k = 1$(*3*), $k = 5$ (*2*), $k = 10$ (*1*). Первая траектория (соответствует четным решениям) – сплошная линия, вторая траектория (соответствует нечетным решениям) – штриховая линия.

В целом указанная неустойчивость может развиваться, согласно моделированию, при вариации параметров задачи в широком диапазоне значений.

Если сравнить данную неустойчивость с неустойчивостью критического слоя [Lin, 1955; Stern, 1975] (см. также обсуждение в работах [Кузьмина и др., 2019; Кузьмина и др., 2020]), то можно отметить, что и та и другая неустойчивость может возникать только с учетом диссипации. В отличие от неустойчивости с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость потока, неустойчивость критического слоя возникает на очень коротких длинах волн (при больших значениях волнового числа), причем инкременты роста ее возмущений могут при некоторых значениях параметров задачи превышать инкременты роста бароклинных возмущений [Кузьмина и др., 2019; Кузьмина и др., 2020]. Вероятно, что неустойчивость возмущений с большой фазовой

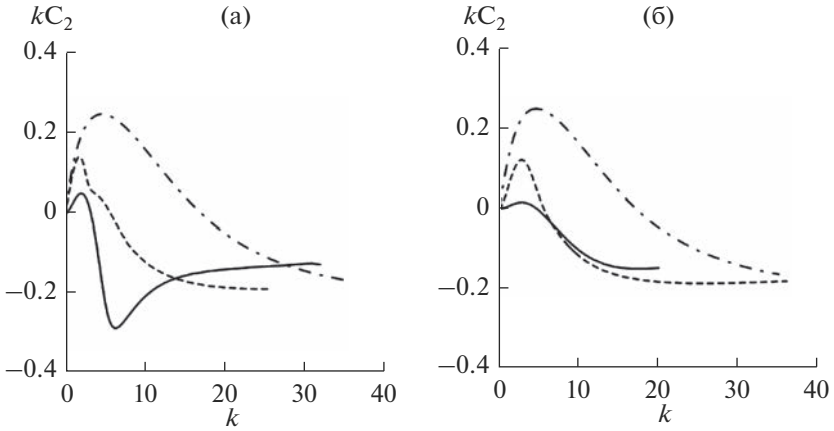

Рис. 7. Инкременты роста неустойчивых возмущений в зависимости от волнового числа при Bu = 1, Pr = 1, a = 1 и различных значениях параметра R: (а) четные решения; (б) нечетные решения; R = 1 (сплошные линии), R = 10 (штриховые линии); R = 100 (штрихпунктирные линии).

скоростью возникает так же, как и неустойчивость критического слоя, из-за воздействия диссипации на фазы возмущений. Именно это и приводит к сложности понимания физики возникновения указанных видов неустойчивости в отличие, например, от некоторых случаев монотонной симметричной неустойчивости [Калашник, 2001], которая является основным механизмом образования интрузионного расслоения в океане [Stern,1967; Кузьмина, Родионов,1992; Журбас и др., 1993; Kuzmina, 2000; Kuzmina et al., 2011].

Наибольший интерес с точки зрения применения модельных результатов к океану вызывают, естественно, максимально растущие со временем возмущения. Подробное изучение максимально неустойчивых бароклинных возмущений и возмущений критического слоя в зонах течений различной ширины представлено в [Кузьмина и др., 2019; Скороходов, Кузьмина, 2021] (для течения с параболическим профилем с максимумом в центре слоя [Кузьмина и др., 2019] или на границе слоя [Скороходов, Кузьмина, 2021]) и в работе [Кузьмина и др., 2020] (для течения с линейным вертикальным профилем). В разделе 3.3 нас интересовала, прежде всего, возможность развития неустойчивости в области узкого течения с параболическим вертикальным профилем скорости с максимумом в центре слоя. Результаты расчетов показывают, что узкие течения с таким вертикальным профилем являются неустойчивыми для различных значений параметра R, причем максимально неустойчивые возмущения имеют приблизительно равные масштабы вдоль и поперек течения, то есть являются практически круглыми возмущениями. Удивительным результатом при больших значениях параметра R является то, что инкременты роста максимально неустойчивых возмущений первой (четные решения) и второй (нечетные решения) траекторий примерно равны. Это может определить достаточно сложную вертикальную структуру возмущений.

В заключение данного раздела остановимся на вопросах, касающихся постановки задачи.

По мнению авторов, задачу (1)–(4) и ее спектральный аналог (5)–(8), следует рассматривать как задачу, которая уточняет и дополняет описание неустойчивости геострофического течения в толще океана по сравнению с описаниями динамики течения в приближении идеальной жидкости. Решение такой задачи дает возможность получить новые результаты, так как уравнение потенциального вихря с учетом вертикальной диффузии плавучести является уравнением более высокого порядка по сравнению с аналогичным уравнением в приближении идеальной жидкости. Действительно, для всех неустойчивых возмущений идеальной жидкости верна теорема Ховарда о полукруге [Howard, 1961], которую в упрощенном виде можно свести к утверждению: фазовая скорость всех неустойчивых возмущений должна располагаться внутри интервала $[U_{\min}, U_{\max}]$, где $U_{\min}$ и $U_{\max}$ – минимальная и максимальная скорости потока соответственно (подробнее см. [Шакина, 2013]). В то время как решениями задачи (5)–(8) являются и такие неустойчивые возмущения, фазовая скорость которых выходит за правую границу этого интервала.

В представленной модели используются классические параметризации диффузии массы и импульса и граничные условия, при которых вертикальная скорость и потоки плавучести равняются нулю на горизонтальных границах (верхняя и

нижняя границы слоя непроницаемы для переноса тепла и соли). Естественно, что при таких граничных условиях нельзя учесть влияние на динамику возмущений пограничных экмановских слоев, возникающих у дна и/или у поверхности. Однако известно, что трение в экмановских слоях может сужать область неустойчивых возмущений: на основе двухслойной модели описания неустойчивости геострофических течений [Педлоски, 1984] с учетом параметризации трения в экмановских слоях было получено, что трение стабилизирует длинные зональные возмущения. В связи с этим нельзя исключать, что спектр неустойчивых возмущений с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость потока, может быть сужен. Поэтому важно подчеркнуть, что растущие со временем возмущения с такой фазовой скоростью возникают при решении задачи (5)–(8) в широком диапазоне волновых чисел $0 < k < k_b$, причем правая граница этого интервала может значительно превышать единицу (см. раздел 3.1). Целесообразно отметить также, что сужение спектра неустойчивых возмущений можно получить на основе уравнения (5), если вместо граничных условий (8) формально (без необходимых физических обоснований) использовать граничные условия вида $F(z) = 0$ при $z = \pm 1$, которые соответствуют условиям прилипания (нулевые значения горизонтальных скоростей возмущений на границах слоя). Однако и при таких граничных условиях существуют неустойчивые возмущения с фазовой скоростью, превышающей максимальную скорость потока: результаты расчетов траекторий СЗ для широких геострофических течений с вертикальным параболическим профилем скорости для частного случая $a = 1$ и обсуждение этих результатов представлены в работах [Скороходов, Кузьмина, 2018; Кузьмина и др., 2019].

5. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

Первое. Получено, что при неустойчивости геострофического течения с параболическим вертикальным профилем скорости общего вида, максимальная скорость которого находится внутри слоя, могут возникать растущие со временем возмущения, фазовая скорость которых превышает максимальную скорость течения. Такую неустойчивость нельзя отнести к бароклинной неустойчивости и неустойчивости критического слоя. Таким образом, суммируя результаты работ [Кузьмина и др., 2019; Скороходов, Кузьмина, 2021] и настоящие расчеты, можно сказать, что в зоне течения с вертикальным параболическим профилем с учетом диссипации могут развиваться растущие со временем возмущения трех типов: бароклинные возмущения, возмущения критического слоя и возмущения, фазовая скорость которых превышает максимальную скорость потока.

Второе. Узкие течения с параболическим вертикальным профилем и поперечным масштабом, который равен или меньше радиуса деформации Россби, могут быть неустойчивыми. Максимально неустойчивые возмущения имеют приблизительно равные масштабы вдоль и поперек течения, то есть являются практически круглыми возмущениями. При $a = 1$ и больших значениях параметра R инкременты роста максимально неустойчивых возмущений первой (четные решения) и второй (нечетные решения) траекторий практически равны. Это может определить достаточно сложную вертикальную структуру возмущений.

Работа поддерживалась бюджетным финансированием Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН (тема FMWE -2021-0001).

Авторы признательны анонимным рецензентам за полезные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Журбас В.М., Кузьмина Н.П., Озмидов Р.В., Голенко Н.Н., Пака В.Т. О проявлении процесса субдукции в термохалинных полях вертикальной тонкой структуры и горизонтальной мезоструктуры во фронтальной зоне Азорского течения // Океанология. 1993. Т.33. № 3. С. 321–326.

Калашник М.В. К теории симметричной и несимметричной устойчивости зональных геострофических течений // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37, № 3. С. 418 –421.

Кузьмина Н.П. Об одной гипотезе образования крупномасштабных интрузий в Арктическом бассейне// Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2016. Т.9. №2. С.15 –26.

Кузьмина Н.П., Родионов В.Б. О влиянии бароклинности на образование термохалинных интрузий в океанских фронтальных зонах // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1992. Т. 28. № 10–11. С. 1077–1086.

Кузьмина Н.П., Журбас Н.В., Емельянов М.В., Пыжевич М.Л. Применение моделей интерливинга для описания интрузионного расслоения на фронтах глубинной полярной воды Евразийского бассейна (Арктика) // Океанология. 2014. Т. 54. С. 594–604.

Кузьмина Н.П., Скороходов С.Л., Журбас Н.В., Лыжков Д.А. О неустойчивости геострофического течения с линейным вертикальным сдвигом скорости на масштабах интрузионного расслоения // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54. № 1. С. 54–63.

Кузьмина Н.П., Скороходов С.Л., Журбас Н.В., Лыжков Д.А. Описание возмущений океанских геострофических течений с линейным вертикальным сдвигом скорости с учетом трения и диффузии плавучести// Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55. № 2. С. 73–85.

Кузьмина Н.П., Скороходов С.Л., Журбас Н.В., Лыжков Д.А. О влиянии трения и диффузии плавучести на динамику геострофических океанских течений с линейным вертикальным профилем скорости// Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2020.Т.56. № 6. С.676 – 688.

Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика/ Под ред. Каменковича В.М., Монина А.С. М.: Мир, 1984. 812 с.

Скороходов С.Л. Численный анализ спектра задачи Орра-Зоммерфельда // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2007а. Т. 47. № 10. С. 1672–1691.

Скороходов С.Л. Точки ветвления собственных значений оператора Орра-Зоммерфельда // Доклады Академии Наук. 2007б. Т. 416. № 5. С. 600–605.

Скороходов С.Л., Кузьмина Н.П. Эффективный метод решения модифицированной задачи Орра-Зоммерфельда для анализа неустойчивости течений в Арктическом бассейне // Таврический вестник информатики и математики. 2016. № 3. С. 88 – 97.

Скороходов С.Л., Кузьмина Н.П. Аналитико-численный метод решения задачи типа Орра-Зоммерфельда для анализа неустойчивости течений в океане // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2018. Т. 58. № 6. С. 976–992.

Скороходов С.Л., Кузьмина Н.П., Спектральный анализ модельных течений типа Куэтта применительно к океану// Журнал вычислительной математики и математической физики. 2019. Т. 59. № 5. С. 106 –127.

Скороходов С.Л., Кузьмина Н.П. Спектральный анализ малых возмущений геострофических течений с параболическим вертикальным профилем скорости применительно к океану// Журнал вычислительной математики и математической физики. 2021. Т. 61. № 12. С. 2010–2023.

Океанология. Физика океана. Том. 2. Гидродинамика океана / Под ред. Каменковича В.М., Монина А.С. М.: Наука, 1978. 456 с.

Шакина Н. П. Лекции по динамической метеорологии. М.: Триада ЛТД, 2013. 160 с.

Cushman-Roisin B. Introduction to the Geophysical Fluid Dynamics. New Jersey 07632, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1994. 320 p.

Eady E.T. Long waves and cyclone waves // Tellus. 1949. Vol. 1 № 3. P. 33–52.

Howard L.N. Note on paper of John W. Miles// Fluid Mech.1961.V.10. № 4. P. 509–512.

Kuzmina, N. P. On the parameterization of interleaving and turbulent mixing using CTD data from the Azores Frontal Zone// J. Mar. Syst. 2000. V. 23. 285–302.

Kuzmina, N.P. Generation of large-scale intrusions at baroclinic fronts: an analytical consideration with a reference to the Arctic Ocean // Ocean Science. 2016. V.12. P. 1269 – 1277. https://doi.org/10.5194/os-12-1269-2016

Kuzmina N., Rudels B., Zhurbas V., Stipa T. On the structure and dynamical features of intrusive layering in the Eurasian Basin in the Arctic Ocean // J. Geophys. Res. 2011. Vol. 116. C00D11, https://doi.org/10.1029/2010JC006920

Lin, C. C. The Theory of Hydrodynamic Stability. Cambridge University Press, 1955. 155 p.

Miles, J. W. Effect of Diffusion on Baroclinic Instability of the Zonal Wind // J. Atmos. Sci. 1965. V. 22. P. 146–151.

Stern, M. E. Lateral mixing of water masses// Deep Sea Res. 1967. Part A. V. 14. 747–753.

Stern M. E. Ocean circulation physics. Academic press, 1975. 246 p.

Zhurbas N. V. On the eigenvalue spectra for a model problem describing formation of the large-scale intrusions in the Arctic basin// Fundamentalnaya I Prikladnaya Gidrofizika. 2018. V.11. № 1. P. 40–45. https://doi.org/10.7868/S2073667318010045

On the Types of Instability of a Geostrophic Current with a Vertical Parabolic Profile of Velocity

N. P. Kuzmina[1, *], S. L. Skorokhodov[2, **], N. V. Zhurbas[1], and D. A. Lyzhkov[1]

[1]*Shirshov Institute of Oceanology Russian Academy of Sciences, Nahimovskiy Prosp., 36, Moscow, 117997 Russia*

[2]*Federal Research Center "Computer Science and Control", Russian Academy of Sciences, Vavilov str., 44, Moscow, 119333 Russia*

**e-mail: kuzmina@ocean.ru*

***e-mail: sskorokhodov@gmail.com*

An analysis is made of unstable perturbations of a geostrophic current of finite transverse scale with a parabolic vertical velocity profile of a general form (with linear and constant velocity shear) in vertically limited layer. The model is based on the potential vortex equation in the quasi-geostrophic approximation, taking into account the vertical diffusion of momentum and mass. The equation and boundary conditions were reduced to a spectral eigenvalue problem of the Orr-Sommerfeld type. To search for eigenfunctions and eigenvalues, a high-precision analytic-numerical method was used. Particular attention was paid to the

study of unstable perturbations with a phase velocity exceeding the maximum flow velocity. Such instability should be distinguished from baroclinic instability and critical layer instability. It is found that the indicated instability can develop in ocean currents when the problem parameters vary in a wide range of values. It is obtained also that with an increase in the Prandtl number, the phase velocity of such disturbances increases and can significantly exceed the maximum flow velocity. However, the occurrence of such unstable perturbations is possible only in the cases when the maximum flow velocity is located in the inner region of the layer (but not necessarily in its center). It has also been found that narrow currents (the transverse scale is equal to or smaller than the Rossby radius) with a parabolic vertical profile can be unstable. The most unstable perturbations have approximately equal scales along and across the flow, that is, they are circular perturbations. A discussion of various types of geostrophic current instability with a parabolic vertical velocity profile as applied to the ocean is presented.

Keywords: instability of oceanic geostrophic currents, momentum and mass diffusion, eigenvalue problem

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2023, том 59, № 2, с. 242–244

УДК 551.551

ОБЛАКА И ТЕОРИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ: САМОПОДОБИЕ, ПОКАЗАТЕЛЬ ФРАКТАЛА 4/3 И ИНВАРИАНТЫ

© 2023 г. Г. С. Голицын[a], *, О. Г. Чхетиани[a], **, Н. В. Вазаева[a, b], ***

[a] *Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия*

[b] *МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, Москва, 105005 Россия*

**e-mail: gsg@ifaran.ru*

***e-mail: ochkheti@gmail.com*

****e-mail: vazaevanv@ifaran.ru*

Поступила в редакцию 04.06.2022 г.
После доработки 19.07.2022 г.
Принята к публикации 11.08.2022 г.

В 1982 году Ш. Лавджой опубликовал иллюстрацию к предложению Б. Мандельброта о том, как охарактеризовать отношение площади к периметру для сложных плоских форм. Было обнаружено, что показатель степени такого фрактала для определяемых спутниками и радарами дождевых облаков составляет 1.35, что близко к 4/3. Позднее оказалось, что такой же показатель степени характерен и для серебристых облаков. Такое значение может быть связано с классической теорией турбулентности 1941 года. Выявлена роль предфрактальных множителей, образующих пару особенных инвариантов для облачных полей и безразмерные числа самоподобия для облачных полей размеров 1–10^6 км^2.

Ключевые слова: теория турбулентности, облачность, фракталы, самоподобие

DOI: 10.31857/S0002351523020025, **EDN:** HNMBQJ

В 1977 г. Б. Мандельброт [Mandelbrot, 1977] ввел понятие фракталов для стохастических процессов, в частности, для характеристики стохастических плоских фигур было предложено использовать отношение площади к периметру.

В 1982 г. Ш. Лавджой [Lovejoy, 1982] проанализировал это соотношение для размеров облаков от 1 до 12×10^5 км^2 и обнаружил, что показатель фрактала для них $\beta = 1.35$ близок к 4/3, разница составляет всего 1/60, что может свидетельствовать о близости к теории турбулентности Колмогорова-Обухова 1941 г. (далее КО41 [Monin & Yaglom, 1975; Kolmogorov, 1934; Obukhov, 1959]). Еще в начале этого века найдено подтверждение этого соотношения для горизональных масштабов облаков по спутниковым данным [Wood & Field, 2011; Guillaume et al., 2018]. Аналогичное распределение было обнаружено и для областей ясного неба. Это еще одно подтверждение действия КО41 для больших масштабов. В [von Savigny et al., 2011] дается значение $\beta = 1.35$ для серебристых облаков ледяных частиц на высотах 80–90 км. Это говорит о том, что формы облаков описываются тем же универсальным законом, что и для стохастических плоских форм.

Более 40 лет эта проблема привлекает внимание и анализ экспериментальных данных, представленных здесь и в других работах, показывает повторяемость этих результатов на самых разных примерах.

На основе теории КО41 поясним их смысл. Лавджой представил свой результат на рис. 1 [Lovejoy, 1982], для связи площади с периметром облаков: $A = BP^{\alpha}$, в то время как в [Mandelbrot, 1977] имеем $P = CR^{\beta}$, $R = A^{1/2}$, где B и C являются предфрактальными множителями с соответствующими необходимыми размерностями, не представленными Лавджоем. Объединяя эти два выражения, получаем $A = B\left(CA^{\beta/2}\right)^{\alpha}$, $\alpha\beta/2 = 1$, $BC^{\alpha} = 1$. Согласно последнему соотношению выведем эмпирические статистические соотношения.

Перестроив все 77 точки данных (см. рис. 1 в [Lovejoy, 1982]) для нахождения статистических отношений между ними, с 95% достоверностью найдем, что $\alpha_1 = 1.48$ и $\alpha_2 = 1.50$ с отклонением ±0.03 для каждого α_i, где индекс 1 относится к спутниковым облакам, а 2 – к радарным дождевым облакам (черные точки). Отсюда получим $\beta_1 = 1.35$ и $\beta_2 = 1.33...$ с той же 95% точностью для обоих β_i. Для сокращения и простоты используем для них $\alpha = 3/2$ и $\beta = 4/3$. Из анализа графика (см. рис. 1 в [Lovejoy, 1982]) находим $B = 0.15$ км$^{1/2}$, что дает $C = B^{-1/\alpha} = 3.54$ км$^{-1/3}$.

Используя теорию КО41, можно получить ряд следствий из законов для моментов, позволяющих понять связи между фрактальной размерностью облака и турбулентностью.

Структурная функция для поля скоростей с нулевыми или малыми начальными условиями, спектр которой $\varepsilon^{2/3}k^{-5/3}$ (k – волновое число, ε – скорость генерации/рассеивания кинетической энергии турбулентности), $\left\langle u^2 \right\rangle = \varepsilon\tau = \varepsilon\left(R^2/\varepsilon\right)^{1/3} = (\varepsilon R)^{2/3}$, где $\left\langle x_i^2 \right\rangle = \varepsilon\tau^3 = R^2$, τ – время, $\tau = \left(R^2/\varepsilon\right)^{1/3}$ [Obukhov, 1959; Голицын, 2021]. С учетом уравнений вторых моментов получаем закон турбулентной диффузии Ричардсона-Обухова [Monin & Yaglom, 1975; Obukhov, 1959], и спектр ω^{-4} ($\omega = 2\pi/\tau$) – аналогичный частотному спектру ветрового морского волнения [Голицын, 2021]. Отсюда легко получить нелинейное дисперсионное уравнение [Голицын, 2021]: $\omega = \left(\varepsilon k^2\right)^{1/3}$, которое наглядно демонстрирует сложность турбулентности и ее нелинейность.

Общее выражение для масштаба длины $L = (Kt)^{1/2}$. Здесь K является коэффициентом диффузии. Для площади мы принимаем $A = Kt$. Однако периметр растет быстрее, чем масштаб L, как $P = (K_P\tau)^{1/2}$. Отсюда, записав безразмерное соотношение для отношения периметра к квадрату скорости, можно сделать следующие выводы.

Единицы времени для периметра гораздо короче, чем для площадей, или, другими словами, отношение коэффициента $a = \left(K_P/K\right)$ должно расти со временем как $t^{1/2}$. Скорость генерации кинетической энергии оценивается как $\varepsilon^{-1/6}$. Оценив эту величину по статистике общей атмосферной циркуляции А. Оорта [Oort, 1964], обнаружим, что общая скорость кинетической энергии/рассеяния составляет 2.3 Вт м$^{-2}$. Масса атмосферного столба $M = 10^4$ кг м$^{-2}$. А для единицы массы воздуха получаем $\varepsilon = 2.3$ м^2 с$^{-3}$ $= 230\times10^{-12}$ км^2 с$^{-3}$ и $\varepsilon^{-1/6} = 40.4$ с$^{1/2}$ км$^{-1/3}$. По теории размерностей для масштаба длины имеем $L = (Kt)^{1/2}$. С использованием соотношения $\left(a/\varepsilon^{1/3}t\right)^{1/2}$ и вышеуказанного значения $\varepsilon^{-1/6} = 40.4$ с$^{1/2}$ км$^{-1/3}$, по данным наблюдений, оцениваем $\left(\varepsilon^{1/3}t/a\right)^{1/2} = 0.28$ км$^{1/3}$ $\approx$ ≈ 0.3 км$^{1/3}$. Это константа для диапазона размеров облаков от 1 до 1000 км, на основе которой можем дать грубую оценку безразмерного отношения $a = \left(K_P/K\right)$. Поскольку ε можно более или менее оценить как $\left(t/a\right) = c_1$, где c_1 – постоянная, то $a \approx 0.0077t$, т.е. $\left(K_P/K\right)$ со временем растет как t, значит, периметры на границах облаков должны расти быстрее, чем общая площадь. Фрактальный характер отношения площади к периметру отражает динамику процесса образования облаков.

Напомним весь способ вывода этих результатов: мы начинаем с уравнения Фоккер-Планка-Колмогорова с марковским приближением для ускорения частиц, т.е. 6-мерное пространство с дельта-временной корреляцией для сил (ускорений), которое дает вторые моменты для распределения вероятностей. Отсюда получаем шкалу времени $\left(A/\varepsilon\right)^{1/3}$. Особенности самоподобия заключаются в появлении фракталов размерностью 4/3. Эти значения мы можем оценить или измерить из наблюдений. Приближенными инвариантами являются произведения показателей степени разрушения и предфрактальных множителей вместе с комбинацией $\left(\varepsilon^{1/3}t/a\right)^{1/2}$. С общей точки зрения весь процесс иллюстрирует случайное блуждание жидкой частицы в 6-мерном фазовом пространстве скоростей и координат, где может оказаться важным прямой численный расчет границ облаков с большим разрешением, в котором $\beta = 1.35 \pm 0.1$.

Таким образом, в статье объясняется фрактальный показатель отношения площади облаков к периметру 4/3 с использованием работы Колмогорова 1934 г. [Kolmogorov, 1934] и Обухова 1959 г. [Obukhov, 1959]. Связь между периметром и площадью облачных образований для случайных блужданий частиц жидкости в 6-мерном фазовом пространстве позволяет провести прямой численный расчет границ облаков с большим разрешением.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 20-17-00200).

Благодарим В.П. Маслова, Д.Д. Соколова, Е.Б. Гледзера, Ю.И. Троицкую за полезные обсуждения этих результатов.

Это краткое содержание статьи “Clouds and turbulence theory: peculiar self-similarity, 4/3 fractal exponent and invariants”, полный текст опубликован в “Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics”, 2022. Vol 58. No 6. P. 668–671. DOI: 10.1134/S0001433822060081

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Голицын Г.С. Вероятностная структура макромира: землетресения, ураганы, наводнения... М. – Физматлит, Москва, 2021. 176 с.

Guillaume A., Kahn B.H., Yue Q., Fetzer E.J., Wong S., Manipon G.J., Hua H., Wilson B.D. Horizontal and vertical scaling of cloud geometry inferred from CloudSat data. // J. Atmos. Sci. 2018. V. 75(7).

P. 2187–2197.
https://doi.org/10.1175/JAS-D-17-0111.1

Kolmogorov A.N. Zufallige Bewegungen. // Ann. Math. 1934. V. 35. P. 116–117.
https://doi.org/10.2307/1968123

Lovejoy S. Area-perimeter relation for rain and cloud areas // Science. 1982. V. 216(4542). P. 185–187.
https://doi.org/10.1126/science.216.4542.185

Mandelbrot B. Fractals, Form, Chance and Dimension. W.H. Freeman and Co., San Francisco, 1977. 352 p.

Monin A.S., Yaglom A.M. Statistical Hydromechanics. V. 2. MIT Press, Cambridge, MA, 1975. 882 p.

Obukhov A.M. Description of turbulence in terms of Lagrangian variables. // Adv. Geophys. 1959. V. 6. P. 113–115.
https://doi.org/10.1016/s0065-2687(08)60098-9

Oort A.H. On estimates of the atmospheric energy cycle. // Mon. Weather Rev. 1964. V. 92(11). P. 483–493.
https://doi.org/10.1175/1520-0493(1964)092<0483:OEOTAE>2.3.CO;2

von Savigny C., Brinkhoff L.A., Bailey S.M., Randall C.E., Russell III J.M. First determination of the fractal perimeter dimension of noctilucent clouds. // Geophysical Research Letters. 2011. V. 38(2).
https://doi.org/10.1029/2010GL045834

Wood R., Field P.R. The distribution of cloud horizontal sizes // J. Climate. 2011. V. 24(18). P. 4800–4816.
https://doi.org/10.1175/2011JCLI4056.1

Clouds and Turbulence Theory: Peculiar Self-Similarity, 4/3 Fractal Exponent and Invariants

G. S. Golitsyn[1, *], O. G. Chkhetiani[1, **], and N. V. Vazaeva[1, 2, *]**

[1]*Obukhov Institute of Atmospheric Physics Russian Academy of Science, Pyzhovskiy per., 3, Moscow, 119017 Russia*

[2]*Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya str., 5, bld. 1, Moscow, 105005 Russia*

**e-mail: gsg@ifaran.ru*

***e-mail: ochkheti@gmail.com*

****e-mail: vazaevanv@ifaran.ru*

In 1982 Lovejoy has published an illustration to Mandelbrot proposal how to characterize the area-perimeter ratio of complicated planar forms and it was found that exponent β for the satellite- and radar-determined cloud and rain areas of such a fractal is 1.35 close to 4/3. Later on it was notified that the same exponent was found also for noctilucent clouds. Such a value might be related to classic turbulence theory of 1941. This text demonstrates this relation using two basic papers by Kolmogorov and Obukhov. The role of prefractal multipliers is revealed, they form a couple of the peculiar invariants for cloud fields and a non-dimensional self-similarity numbers for these fields of sizes $1–10^6$ km^2. The peculiarity is in their dimensional dependence and in the presence of few invariants, not usual invariants in cloud forms. Further research on random walk of a fluid particle in the 6D phase-space may lead to new discoveries.

Keywords: turbulence theory, clouds, fractals, self-similarity

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2023, том 59, № 2, с. 245–248

УДК 551.510.535;521.81

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ШИРОТНОГО ИОНОСФЕРНОГО ОТКЛИКА НА КОЛЬЦЕВОЕ СОЛНЕЧНОЕ ЗАТМЕНИЕ 21 ИЮНЯ 2020 ГОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

© 2023 г. Девбрат Пундхир[a], *, Бирбал Сингх[b], **, Раджпал Сингх[c], ***

[a]*Лаборатория сейсмоэлектромагнитных и космических исследований (SESRL), факультет физики, Инженерно-технический кампус им. Раджа Балвант Сингха, Бичпури, Агра, 283105 Индия*

[b]*Лаборатория сейсмоэлектромагнитных и космических исследований (SESRL), факультет электроники и связи, инженерно-технический кампус им. Раджа Балвант Сингха, Бичпури, Агра, 283105 Индия*

[c]*Кафедра физики, Университет GLA, Матхура, 281406 Индия*

**e-mail: devbratpundhir@gmail.com*

***e-mail: rp.singh@gla.ac.in*

****e-mail: bbsagra@gmail.com*

Поступила в редакцию 14.05.2022 г.
После доработки 24.07.2022 г.
Принята к публикации 11.08.2022 г.

Ионосфера – это очень сложная и изменчивая часть атмосферы, находящаяся под воздействием солнечной активности. Солнечное затмение является одним из явлений, которое оказывает большое влияние на ионосферу. В данном исследовании мы проанализировали данные по общему содержанию электронов (ОСЭ) за период времени 07–21 июня 2020 года на 11-ти станциях IGS-TEC (включая одну GPS станцию Agra), в том числе-соответствующие солнечному затмению 21 июня 2020 года. Вариации ОСЭ относительно средних значений ОСЭ показали более низкие значения в день затмения по сравнению с другими днями, за исключением некоторых станций, таких как Agra (≈2 TECU[1]), BHR4 (≈1 TECU), IISC (≈0.5 TECU), которые показали повышенные вариации ОСЭ. Эти данные анализировались с помощью методов вейвлет-преобразования, таких как непрерывное вейвлет-преобразование (CWTs) и вейвлет-разложение на среднее значение, сумму и произведение данных ОСЭ по 11 станциям за период с 9:30 утра до 3:30 вечера в день затмения. Полученные результаты очень хорошо согласуются с нашими статистическими данными и наилучшим образом характеризуют вариации ОСЭ во время солнечного затмения. Вейвлет-разложение вариаций ОСЭ показало, что они подвержены глобальному влиянию солнечного затмения. Эти вариации интерпретируются с точки зрения механизмов их возникновения, имеющихся в литературе.

Ключевые слова: солнечное затмение, ионосфера, GPS, IGS, ОСЭ, вэйвлет–преобразование

DOI: 10.31857/S0002351523010108, **EDN:** GDRNYC

ВВЕДЕНИЕ

Ионосфера – это сложная и очень изменчивая область атмосферы, на которую влияет даже незначительное изменение любого из ее параметров (Pundhir et al., 2017). Солнечное затмение является одним из важных солнечно-земных событий, которое напрямую воздействует на ионосферу Земли, в результате чего может нарушаться система радиосвязи (Paul et al., 2011; Vyas and Sunda, 2012). Солнечное затмение происходит, когда Луна находится между Солнцем и Землей, блокируя солнечное излучение и формируя тень на поверхности земли. Влияние солнечного затмения может наблюдаться в ионосфере на разных географических широтах и долготах, и проявляться в геомагнитной активности, в периодах солнечной активности и т.д. (Le et al., 2009; Dang et al., 2018).

Первый отчет об ионосферном исследовании солнечного затмения был представлен в начале 20-го века (Burton and Boardman, 1933). Позже, многочисленные исследователи изучали ионосферный отклик солнечного затмения с помощью GPS и спутниковых измерений (Ledig et al., 1946; Munro, and Heisler, 1958; Jakowski et al., 2008; Ding et al., 2010; Haridas and Manju, 2012; Huba, and Drob, 2017; Stankov et al., 2017; Cherniak and Zakharenkova, 2018; Dear et al., 2020; Nelli et al., 2020). Эти исследования указывали на уменьшение электронной концентрации при солнечном

[1] Примечание ред. : TECU-единица измерения ОСЭ, равная 10^16 электронов/м^2.

затмении, что происходило, возможно, из-за резкого уменьшения потока ультрафиолетовой солнечной радиации. Кроме того, было исследовано влияние кольцевого солнечного затмения 26 декабря 2019 года на метеорологические параметры и температуру поверхности земли и обнаружено значительное влияние затмения на юго-восточную часть Аравийского полуострова (Nelli et al., 2020).

Исследователи также изучали реакцию ионосферы на солнечное затмение, используя различные методы численного моделирования (Boitman et al., 1999; Le et al., 2008; Huba, and Drob, 2017). Для анализа ионосферных данных общего содержания электронов (ОСЭ) использовались разные методы, с помощью которых были получены важные результаты (Le et al., 2009; Stankov et al., 2017; Cherniak and Zakharenkova, 2018; Dear et al., 2020; Nelli et al., 2020). Недавно было сообщено о влиянии солнечного затмения 21 июня 2020 года на вариации ОСЭ в ионосфере. Используя плотную сеть приемников глобальной навигационной спутниковой системы на ~2000 площадок в Северной Америке, Чжан и др. (2017) исследовали влияние солнечного затмения 21 августа 2017 г. на генерацию ионосферных "носовых" волн, подобных по форме корабельным волнам, исходящих от носовой части корабля. Они обнаружили крупномасштабные ионосферные возмущения, вызванные полным солнечным затмением и движущиеся со сверхзвуковой скоростью. Эти возмущения распространялись слишком быстро по сравнению с известными внутренними гравитационными волнами или другими крупномасштабными процессами в атмосфере.

В работе (Srigutomo et al., 2019) исследовалось влияние полного солнечного затмения 9 марта 2016 года в регионе Юго-Восточной Азии и Тихого океана на значения ОСЭ, зарегистрированные на 40 низкоширотных GPS-станциях в Индонезии. Было обнаружено снижение этих значений, прямо пропорциональное величине затемнения при солнечном затмении. Совсем недавно Дир и др. (2020) исследовали ионосферные эффекты того же затмения 9 марта 2016 года, используя данные о значениях ОСЭ и критической частоты foF2 ионосферного F2 слоя. Они обнаружили значительное уменьшение этих значений. Однако, строгое исследование влияния солнечного затмения на ионосферу на основе данных сразу нескольких станций и статистического анализа этих данных еще не проводилось.

В данной работе впервые проведен анализ данных по ОСЭ на 11-ти станциях IGS, включая GPS станцию Agra, соответствующих кольцевому солнечному затмению 21 июня 2020 г. за период 07–21 июня 2020 года. При этом использовались хорошо известные статистические методы, а также вейвлет-методы, такие как вейвлет-преобразование, вейвлет-разложение сигнала и т.д., чтобы выделить нелинейные особенности данных ОСЭ, которые характеризуют их влияние на широтную изменчивость ионосферы. Это солнечное затмение было впервые замечено в Конго в Африке и прошло через Южный Судан, Эфиопию, Йемен, Оман, Саудовскую Аравию, Индийский океан и Пакистан, после чего вошло в Индию над Раджастаном, а затем переместилось в Тибет, Китай, Тайвань, после чего закончилось в середине Тихого океана. Для изучения влияния этого солнечного затмения, станции ОСЭ были выбраны таким образом, чтобы большинство из них лежали на траектории движения затмения. Также были исследованы параметры солнечной активности (F10.7 см и число солнечных пятен) и геомагнитной активности (∑Kp и Dst индексы), затемнение при солнечном затмении и его величина.

Это отрывок статьи "Statistical and wavelet transform-based study of the latitudinal ionospheric response to an annular solar eclipse on 21 June 2020", полный текст которой опубликован в "Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics", 2022, Vol 58. No 6. P. 625–634. DOI: 10.1134/S0001433822060196.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Adeniyi J.O., Radicella S.M., Adimula I.A., Willoughby A.A., Oladipo O.A., and Olawepo O. Signature of the 29 March 2006 eclipse on the ionosphere over an equatorial station, J. of Geophys Res., 2007, V. 112.

Appleton E.V. Two Anomalies in the Ionosphere. *Nature*, 1946, V. 157. P. 691–691. https://doi.org/10.1038/157691a0

Boitman O.N., Kalikhman A.D., and Tashchilin A.V. The mid-latitude ionosphere during the total solar eclipse of March 9, 1997, *J. Geophys. Res.,* 1999, V. 104. P. 28197–28206.

Burton E.T., and Boardman E.M. Effects of Solar Eclipse on Audio Frequency Atmospherics, *Nature*, 1933, V. 131. № 3299. P. 81–82. https://doi.org/10.1038/131081a0

Chen A.-H., Yu S.-B., Xu J.-S. Ionospheric response to a total solar eclipse deduced by the GPS Beacon observations, *Wuhan University J. Nat. Sci.*, 1999, V. 4. № 4. P. 439–444.

Cherniak I., and Zakharenkova I. Ionospheric Total Electron Content Response to the Great American Solar Eclipse of 21 August 2017, *Geophys. Res. Lett.*, 2018, V. 45, P. 1199–1208.

Chimonas G., and Hines C.O. Atmospheric gravity waves induced by a solar Eclipse. *J. Geophys. Res.,* 1970. V. 75. P. 857–875.

Coster A.J., Goncharenko L., Zhang S., Erickson P.J., Rideout W., & Vierinen J., GNSS observations of ionospheric variations during the 21 August 2017 solar eclipse. *Geophys. Res. Lett.,* 2017, V. 17. P. 349–352.

Chu Y.H., Brahmanandam P.S. Wang C.Y. and Su C.L. Coordinated observations of sporadic E using Chung-Li 30 MHz radar, ionosonde and FORMOSAT 3/COSMIC satellites. *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.,* 2010, V. 73. P. 883–894.

Dang T., Le J., Wang W., Zhang B., Burns A., Le H., Wu Q., Ruan H., Dou X., and Wan W. Global Responses of the Coupled Thermosphere and Ionosphere System to the August 2017 Great American Solar Eclipse, *J. Geophys. Res.: Space Phys.*, 2018. V. 123, № 8, P. 7040–7050.

Dang T., Lei J.H., Wang W.B., Yan M.D., Ren D.X., and Huang F.Q., Prediction of the thermospheric and ionospheric responses to the 21 June 2020 annular solar eclipse, *Earth and Planetary Physics*, 2020, V. 4. P. 231–237.

Davis M.J., and Da Rosa A.V. Possible Detection of Atmospheric Gravity Waves generated by the Solar Eclipse, *Nature*, 1970, V. 226. P. 1123.

Dear V., Husin A., Anggarani S., Harjosuwito J., and Pradipta R. Ionospheric effects during the total solar eclipse over Southeast Asia-Pacific on 9 March 2016: Part 1. Vertical movement of plasma layer and reduction in electron plasma density, *J. Geophys. Res.: Space Phys.*, 2020, V. 125.

Ding F., Wan W., Ning B., Liu L., Le H., Xu G., Wang M., Li G., Chen Y., Ren Z., Xiong B., Hu L., Yue X., Zhao B., Li F., and Yang M., GPS TEC response to the 22 July 2009 total solar eclipse in East Asia, *J. Geophys. Res.,* 2010, V. 115. P.1–8.

Fritts D.C., and Luo Z. Gravity wave forcing in the middle atmosphere due to reduced ozone heating during a solar eclipse. *J. Geophys. Res.,* 1993, V. 98. P. 3011–3021.

Grossman A., and Morlet J. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape, *SIAM J. Math. Anal.,* 1984, V. 15. № 4. P. 726–736.

Haridas M.K.M., and Manju G. On the response of the ionospheric F region over Indian low-latitude station Gadanki to the annular solar eclipse of 15 January 2010, *J. Geophys. Res.,* 2012, V. 117. A01302. P. 1—7. https://doi.org/10.1029/2011JA016695

He L., Wu L., Pulinets S., Liu S., and Yang F. A nonlinear background removal method for seismo-ionospheric anomaly analysis under a complex solar activity scenario: A case study of the M9.0 Tohoku earthquake, *Adv. Space Res.*, 2012, V. 50. P. 211–220.

Hilton M.L. 1997.Wavelet and wavelet packet compression of electrocardiograms, IEEE T. Bio-Med Eng. 44(5), 394–402.

Huba J.D., and Drob D. SAMI3 prediction of the impact of the 21 August 2017 total solar eclipse on the ionosphere/plasmasphere system, *Geophys. Res. Lett.,* 2017, V. 44. P. 5928–5935.

Jakowski N., Stankov S.M., Wilken V., Borries C., Altadill D., Chum J., Buresova D., Boska J., Sauli P., Hruska F., and Cander Lj R., Ionospheric behavior over Europe during the solar eclipse of 3 October 2005, *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.*, 2008, V. 70. № 6. P. 836—853. https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.02.016

Jonah O.F., Goncharenko L., Erickson P.J., Zhang S., Coster A., Chau J.L, Paula E.R. de, Rideout W. Anomalous behavior of the equatorial ionization anomaly during the July 2, 2019 solar eclipse, *J. Geophys. Res.,* 2020, V. 125. P. 1–12.

Kelley M.C., Fejer B.G., Gonzales C.A. An explanation for anomalous equatorial ionospheric electric fields associated with a northward turning of the interplanetary magnetic field, *J. Geophy. Res.*, 1979, V. 6(4), P. 301–304.

Kumar S., and Singh A.K. Changes in total electron content (TEC) during the annular solar eclipse of 15 January 2010, *Adv. Space Res.*, 2012, V. 49. P. 75–82.

Kumar S., Singh A.K. and Singh R.P. Ionospheric response to total solar eclipse of 22 July 2009 in different Indian regions, *Annales Geophysicae,* 2013, V. 31. № 9, P. 1549–1558.

Le H., Liu L., Yue X., Wan W., and Ning B., Latitudinal dependence of the ionospheric response to solar eclipses, *J. Geophys. Res.*, 2009, V. 114. A07308, 2009. https://doi.org/10.1029/2009JA014072

Le H., Liu L., Yue X., and Wan W. The midlatitude F2 layer during solar eclipses: Observations and modeling, *J. Geophys. Res.,* 2008, V. 113. A08309.

Ledig P.G., Jones M.W., Giesecke A.A., and Chernosky E.J. Effects on the ionosphere at, Peru, of the solar eclipse, January 25, 1944, *Terr. Magn. Atmos. Electr.*, 1946, V. 51. № 3. P. 411—418. https://doi.org/10.1029/TE051i003p00411

Mallat S. Zero-crossings of a wavelet transform, *IEEE Transactions on Information Theory*, 1991, V. 37. P. 1019–1033.

Munro G.H., and Heisler L.H. Ionospheric records of solar eclipses, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, 1958, V. 12. № 1. P. 57—67. https://doi.org/10.1016/0021-9169(58)90008-4

Nelli N.R., Temimi M., Fonseca R., Francis D., Nesterov O., Abida R., Weston M., and Kumar A. Anatomy of the Annular Solar Eclipse of 26 December 2019 and Its Impact on Land–Atmosphere Interactions Over an Arid Region, *IEEE Geosci. & Remote Sensing Lett.*, 2020, P. 1–5. https://doi.org/10.1109/LGRS.2020.3003084

Paul A., Das T., Ray S., Das A., Bhowmick D., and DasGupta A. Response of the equatorial ionosphere to the total solar eclipse of 22 July 2009 and annular eclipse of 15 January 2010 as observed from a network of stations situated in the Indian longitude sector, *Ann. Geophysicae*, 2011, V. 29. № 10. P. 1955–1965.

Pundhir D., Singh B., Singh O.P., and Gupta S.K. A morphological study of low latitude ionosphere and its implication in identifying earthquake precursors, *J. Ind. Geophys. Union*, 2017. V. 21. № 3. P. 214–222.

Srigutomo W., Singarimbun A., Meutia W., Djaja I Gede Putu Fadjar Soerya Muslim B., and Abadi P. Decrease of total electron content during the 9 March 2016 total solar eclipse observed at low latitude stations, Indonesia, *Ann. Geophysicae*, 2019. https://doi.org/10.5194/angeo-2019-11

Stankov S.M., Bergeot N., Berghmans D., Bolsee D., Bruyninx C. et al., Multi –instrument observations of the solar eclipse on 20 March 2015 and its effects on the ionosphere over Belgium and Europe, *J. Space Weather Space Clim.*, 2017, V. 7. A19. https://doi.org/10.1051/swsc/2017017

Uma G., Brahmanandam P.S., Srinivasu V.K.D., Prasad D.S.V.V.D., Gowtam V.S., Ram T.S., and Chud Y.H. Ionospheric responses to the 21 August 2017 great American solar eclipse – A multi-instrument study, *Adv. Space Res.,* 2019, V. 65(1). P. 74–85.

Vyas B.M., and Sunda S., The solar eclipse and its associated ionospheric TEC variations over Indian stations on January 15, 2010, *Adv. in Space Res.*, 2012, V. 49. P. 546–555.

Zhang S.-R., Erickson P.J., Goncharenko L.P., Coster A.J., Rideout W., and Vierinen J. Ionospheric bow waves and perturbations induced by the21 August 2017 solar eclipse, Geophy. Res. Lett., 2017. V. 44. P. 12067–12073.

Statistical and Wavelet Transform-Based Study of the Latitudinal Ionospheric Response to an Annular Solar Eclipse on June 21, 2020

Devbrat Pundhir[a], *, Birbal Singh[b], **, and Rajpal Singh[c], ***

[a]*Seismo-electromagnetics and Space Research Laboratory (SESRL), Department of Physics, Raja Balwant Singh Engineering Technical Campus, Bichpuri, Agra, 283105 India*

[b]*Seismo-electromagnetics and Space Research Laboratory (SESRL), Department of Electronics and Communication, Raja Balwant Singh Engineering Technical Campus, Bichpuri, Agra, 283105 India*

[c]*Department of Physics, GLA University, Mathura, 281406 India*

**e-mail: devbratpundhir@gmail.com*

***e-mail: bbsagra@gmail.com*

****e-mail: rp.singh@gla.ac.in*

The ionosphere is a very complex and variable part of the atmosphere and it is controlled by solar activity. A solar eclipse is one of the phenomena which depicts a major impact on the ionosphere. In this study, we have analyzed the TEC data of 11 IGS-TEC stations (including one GPS station namely Agra) corresponding to a solar eclipse of June 21, 2020 for the duration of June 07–21, 2020. The TEC variations show lower values on the eclipse's day in comparison to the other days from the mean of each station except some of the stations like Agra (≈2 TECU), BHR4 (≈1TECU), IISC (≈0.5TECU) have shown the enhanced TEC variations. These results are examined by applying wavelet transform techniques such as continuous wavelet transforms (CWTs), and wavelet decomposition over the average, addition, and multiplication of TEC data of 11 stations for the duration of 9:30 AM to 3:30 PM on the eclipse's day. These results match very well with our statistical results and depict a better representation of the TEC variations during the solar eclipse. The wavelet decomposition of TEC variation has provided that TEC is affected by solar eclipse globally. These TEC variations are interpreted in terms of the mechanisms available in the literature.

Keywords: solar eclipse, ionosphere, GPS, IGS, TEC, wavelet transform