Том 60, Номер 1

### Январь – Февраль 2024



ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

# ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

Журнал оригинальных и обзорных статей по всем аспектам теоретических, модельных и экспериментальных работ по физике атмосферы и океана.





## СОДЕРЖАНИЕ

## Том 60, номер 1, 2024

Двумерные периодические течения на поверхности несжимаемой жидкости в различных моделях среды	2
А. А. Очиров, Ю. Д. Чашечкин	3
Изменчивость режимов атмосферных антициклонов и их связь с температурными вариациями во внетропических широтах Северного полушария в последние десятилетия <i>М. Г. Акперов, И. И. Мохов</i>	17
Исследование мультифрактральности температуры по данным метеостанции Цугшпитце <i>С. А. Рябова</i>	26
Результаты настройки параметризаций численной модели прогноза погоды по измеренным характеристикам температурных инверсий в планетарном пограничном слое мегаполиса Москвы	
Р. В. Журавлев, Е. А. Миллер, А. К. Князев, Н. А. Баранов, Е. А. Лезина, А. В. Троицкий	33
Вариант теории локального подобия и аппроксимация вертикальных профилей турбулентных моментов конвективного пограничного слоя атмосферы	
А. Н. Вульфсон, П. В. Николаев	52
О высоте приземного слоя воздуха по содарным данным <i>М. А. Локощенко</i>	65
Применение спутниковых СВЧ-радиометрических методов для анализа связи тропического циклогенеза с переносом водяного пара в Атлантике	73
А. Г. Гранков, Е. П. Повичихин, П. К. Шелованова	15
Восстановление ночных распределений характеристик мезосферы – нижней термосферы по спутниковым ланным	
М. Ю. Куликов, М. В. Беликович, А. Г. Чубаров, С. О. Дементьева, А. М. Фейгин	81
Турбулентный обмен при нестационарном взаимодействии атмосферы и моря на малых и субмезомасштабах	
А. М. Чухарев, М. И. Павлов	95
Движение капли дождя в атмосфере, содержащей аэрозольные частицы <i>Т. Р. Аманбаев</i>	105

\_

## Vol. 60, No. 1, 2024

=

Two-Dimensional Surface Periodic Flows of an Incompressible Fluid in Various Models of the Medium <i>A. A. Ochirov, Yu. D. Chashechkin</i>	3
Variability of the Atmospheric Anticyclones and Their Connection with Surface Temperature Variations in Extratropical Latitudes of the Northern Hemisphere in Recent Decades <i>M. G. Akperov, I. I. Mokhov</i>	17
Investigation of Temperature Multifractrality According to Zugspitze Weather Station Data S. A. Riabova	26
Parameterization of a WRF Model Based on Microwave Measurements of Temperature Inversion Characteristics in PBL over Moscow City <i>R. V. Zhuravlev, E. A. Miller, A. K. Knyazev, N. A. Baranov, E. A. Lezina, A. V. Troitsky</i>	33
A Variant of the Local Similarity Theory and Approximations of Vertical Profiles of Turbulent Moments of the Atmospheric Convective Boundary Layer <i>A. N. Vulfson, P. V. Nikolaev</i>	52
About Height of the Surface Air Layer by Sodar Data M. A. Lokoshchenko	65
Application of Satellite Microwave Radiometric Methods to Analyze the Relationship of Tropical Cyclogenesis with Water Vapor Transport in the Atlantic <i>A. G. Grankov, E. P. Novichikhin, N. K. Shelobanova</i>	73
Retrieval of Nighttime Distributions of Mesosphere–Lower Thermosphere Characteristics from Satellite Data <i>M. Yu. Kulikov, M.V. Belikovich, A. G. Chubarov, S. O. Dementyeva, A. M. Feigin</i>	81
Turbulent Exchange in Unsteady Air-Sea Interaction at Small and Submesoscales A. M. Chukharev, M. I. Pavlov	95
Rain Drop Motion in an Atmosphere Containing Aerosols Particles T. R. Amanbaev	105

УДК 532.65

## **ДВУМЕРНЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЯХ СРЕДЫ**

© 2024 г. А.А. Очиров<sup>а, \*</sup>, Ю.Д. Чашечкин<sup>а, \*\*</sup>

<sup>а</sup>Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, просп. Вернадского, 101, корп. 1, Москва, 119526 Россия

> \*e-mail: otchirov@mail.ru \*\*e-mail: yulidch@gmail.com Поступила в редакцию 09.07.2023 г. После доработки 30.09.2023 г. Принята к публикации 15.11.2023 г.

Проводится сравнительный анализ свойств двумерных инфинитезимальных периодических возмущений, распространяющихся по поверхности несжимаемой жидкости в различных представлениях плотности среды. Рассматриваются стратифицированные и однородные по плотности вязкие или идеальные жидкости. Расчеты проводятся методами теории сингулярных возмущений. Приведены дисперсионные соотношения и графики зависимостей фазовых и групповых скоростей для поверхностных волн в физически наблюдаемых переменных. Отмечается изменение смысла дисперсионных соотношений при переходе от идеальных жидкостей к вязким, а также от однородных к стратифицированным. Учет влияния электрического заряда качественно не изменяет характер двумерных дисперсионных соотношений. Повышение поверхностной плотности электрического заряда приводит к уменьшению длины волны при фиксированной частоте и не оказывает заметного влияния на тонкую структуру периодического течения.

Ключевые слова: периодические поверхностные возмущения, однородная жидкость, стратифицированная жидкость, идеальная жидкость, вязкая жидкость, поверхностный электрический заряд DOI: 10.31857/S0002351524010012

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования колебаний и волн в жидкостях, описания которых восходят к доисторическим временам, сохраняют свою актуальность вследствие научной содержательности предмета и важности практических приложений применительно к динамике атмосферы, океана и взаимодействия сред. Результаты изучения волн активно используются в других разделах науки, прежде всего в математике и механике. Исторически исследования были ориентированы на идентификацию и определение свойств отдельных типов волн – вначале гравитационных и акустических, затем внутренних в толще жидкости на поверхностях разрыва плотности или при ее непрерывном изменении, позднее - капиллярных, инерционных и гибридных. На основе описаний отдельных волновых процессов на поверхности однородной жидкости, приведенных в известных трактатах [Лэмб, 1949; Кочин и др., 1963; Ландау, Лифшиц, 1944; Ле Блон, Майсек, 1981] и многих других, составлялись

методики проведения экспериментов в лабораторных и натурных условиях и интерпретации их результатов.

Следует отметить, что уже в основополагающих работах и Л. Эйлера [Euler, 1757], и Дж.Г. Стокса [Stokes, 1845, 1847, 1851] отмечалась необходимость учета "гетерогенности жидкости", обусловленной неоднородностью распределений плотности и ее расслоением в поле силы тяжести. Однако уровень развития математического анализа не позволял включать этот важный факт в изучаемые модели. В последующем изучение природы изменений плотности жидкости в целом, морской воды и атмосферы в частности, успешно развилось и составило особый раздел наук об океане и атмосфере, посвященный составлению и анализу уравнений состояния [Feistel, 2018; Harvey et al., 2023]. В процессе выполнения обширных циклов экспериментальных и теоретических исследований были установлены основные закономерности распределения плотности в окружающей среде, выделены тонкая структура профилей [Федоров,

1976; Попов и др., 1979], идентифицированы механизмы ее формирования.

Постепенно, по мере накопления фактов и развития техники математического анализа, стали все более активно изучаться такие скрытые виды течений, как внутренние волны [Гаврилов, Попов, 2022], существование которых обеспечивается устойчивостью распределения плотности — стратификацией, и дискретной [Chandrasekhar, 1961], и непрерывной [Лайтхилл, 1981]. Постепенно стали проводится оценки влияния неоднородности плотности на поверхностные волны [Очиров, Чашечкин, 2022]. Активно исследуются внутренние волны различных классов и в атмосфере [Зайцева и др., 2022].

Теоретические исследования волн проводятся как на основе полной системы фундаментальных уравнений механики жидкостей [Ландау, Лифшиц, 1944; Chashechkin, 2021а], так и ее редуцированных версий, когда в уравнениях сохраняются только члены, описывающие переменность плотности, но пренебрегается физическими процессами, обеспечивающими ее непостоянство. Учет условия совместности при анализе системы линеаризованных уравнений методами теории сингулярных возмущений [Найфэ, 1984] позволил выделить лигаменты – тонкие компоненты, дополняющие волны в периодических течениях в толще [Chashechkin, 2021b] и на поверхности вязкой стратифицированной жидкости [Chashechkin, Ochirov, 2022]. Поверхностные волны и тонкие структуры поверхностных течений вызывают интерес в связи с переносом вещества [Чашечкин, 2022] в том числе и на микроуровне [Дружинин, 2022].

В настоящей работе проведен сравнительный анализ свойств периодических течений на поверхности жидкости в распространенных представлениях распределения плотности идеальной и вязкой среды с учетом влияния поверхностного электрического заряда.

#### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Результаты математического изучения влияния неоднородности плотности на свойства периодических течений в толще жидкости, проведенного в работе Рэлея [Rayleigh, 1882], в которой была рассчитана предельная частота бегущих внутренних волн или частота собственных колебаний инфинитезимального объема, смещенного по вертикали из положения равновесия (частота плавучести) в непрерывно стратифицированной жидкости, по неизвестным причинам выпали из научного оборота. Важность этого параметра показали экспериментальные исследования колебаний шаров-зондов В. Вяйсяля [Väisälä, 1925] и спектров осцилляций давления атмосферы Д. Брента [Brunt, 1927]. В целях упрощения математического описания в теоретических исследованиях внутренних волн активно используется экспоненциальное распределение плотности с глубиной [Лайтхилл, 1981]. Позднее было найдено преобразование масштабов, позволяющее получать уравнения внутренних волн с постоянными коэффициентами при любом гладком распределении плотности по глубине [Кистович, Чашечкин, 1998].

Математическая формулировка задачи основана на редуцировании системы фундаментальных уравнений [Ландау, Лифшиц, 1944; Chashechkin, 2021а], в которой оставлены только уравнения Навье—Стокса и неразрывности. Также в анализируемой модели отсутствует уравнение состояния, которое заменяется выбранным распределением плотности. Такое упрощение позволяет получить более простые выражения для поверхностных возмущений, но приводит к потере компонентов, отвечающих за волновое возмущение физически наблюдаемых величин (например, температуры и/или солености).

Рассматривается полубесконечная жидкость, занимающая нижнее полупространство z < 0 в прямоугольной декартовой системе координат *Охуz*, в которой ось *Oz* направлена в сторону, противоположную направлению действия поля сил тяжести g, а плоскость *Оху* совпадает с равновесной поверхностью жидкости. Рассматриваются плоские течения, движение жидкости считается независимым от горизонтальной координаты *y*. Поверхность жидкости характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения σ.

При учете влияния поверхностного электрического заряда жидкость считается идеально проводящей (поскольку характерное время волновых процессов намного превышает характерные времена релаксации электрического заряда). На поверхности идеально проводящей жидкости, помещенной в вертикальное электростатическое поле с напряженностью  $E_0$ , наводится электрический заряд с поверхностной плотностью  $\kappa_0 = E_0/4\pi$ . Волновое возмущение поверхности вызывает изменение электрического потенциала  $\Phi$ , который можно представить в виде суммы составляющей  $\Phi_0 = -E_0 z$ и волновой добавки  $\tilde{\Phi}$ . В природных условиях отношение изменчивости плотности и ее вариаций q к невозмущенному значению на нулевом уровне  $\rho_{00}$  в течении обычно является малым [Федоров, 1976], что позволяет представлять ее распределение в виде

$$\rho = \rho_{00} \left( 1 + q \right) = \rho_{00} \left( r(z) + \tilde{\rho}(x, z, t) \right) , \qquad (1)$$

где функция r(z) задает исходную стратификацию, а  $\tilde{\rho}(x, z, t)$  – волновое возмущение плотности.

Наиболее часто используемые модели исходной стратификации – экспоненциально стра тифицированная жидкость ( $r_e(z) = \exp(-z/\Lambda)$ ) и линейно стратифицированная жидкость ( $r_i(z) = 1 - z/\Lambda$ ), которые характеризуются масштабом стратификации  $\Lambda = |dln\rho/dz|^{-1}$ . Для сравнения моделей экспоненциально и линейно стратифицированных жидкостей проанализируем изменение градиента плотности с глубиной. В случае экспоненциальной стратификации градиент плотности с глубиной меняется по закону:

$$\frac{d\rho}{dz} = -\frac{\rho_{00}r_e(z)}{\Lambda} = -\frac{\rho_{00}}{\Lambda} \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right).$$
 (2)

В случае линейно стратифицированной жидкости величина градиента плотности не зависит от глубины:

$$\frac{d\rho}{dz} = -\frac{\rho_{00}}{\Lambda} \ . \tag{3}$$

Для небольших изменений вертикальной координаты  $z \ll \Lambda$  различия градиентов плотности в моделях экспоненциально и линейно стратифицированных сред незначительны. Численные оценки показывают, что на глубинах меньших, чем 10% от масштаба стратификации, различия в величинах градиента плотности незаметны, и с высокой степенью точности одна модель может заменяться другой. Для сильно стратифицированной жидкости с частотой плавучести  $N \sim 1 \text{ с}^{-1}$  масштаб стратификации принимает значение  $\Lambda \sim 100$  м, а для слабо стратифицированных сред —  $\Lambda \sim 100$  км.

При сделанных допущениях система уравнений движения вязкой стратифицированной жидкости принимает вид:

$$z < \zeta : \begin{cases} \rho(\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}) = \rho \nu \Delta \mathbf{u} - \nabla P + \rho \mathbf{g} \\ \partial_t \rho + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \end{cases}$$
(4)

$$z > \zeta: \quad \Delta \Phi = 0 , \tag{5}$$

*(***-**)

где  $\mathbf{u} = (u, 0, w)$  — скорость жидкости,  $\rho = \rho(x, z, t) = \rho_{00} \left( r(z) + \tilde{\rho}(x, z, t) \right)$  — плотность,

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

уровень  $z = \zeta$  определяет положение свободной поверхности, а  $\rho_{00}$  — плотность на равновесном уровне z = 0. Давление жидкости *P* складывается из атмосферного  $P_0$ , гидростатического, волнового  $\tilde{P}$  и давления, создаваемого электростатическим полем с напряженностью <sub>0</sub>:

$$P = P_0 + \frac{E_0^2}{8\pi} + \int_{z}^{\zeta} \rho(x,\xi,t) g d\xi + \tilde{P}(x,z,t) .$$
 (6)

Система дополняется стандартными граничными условиями: кинематическим, динамическим и на электрический потенциал на свободной поверхности жидкости

$$z = \zeta :\begin{cases} \partial_{r}(z-\zeta) + \mathbf{u} \cdot \nabla(z-\zeta) = 0\\ \tau \cdot ((\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{u}) + \mathbf{n} \cdot ((\tau \cdot \nabla)\mathbf{u}) = 0\\ P - P_{0} - \sigma \operatorname{div} \mathbf{n} - 2\rho_{00} \left(r(z) + \tilde{\rho}\right) \nu \mathbf{n} \left((\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{u}\right) = 0\\ \Phi = 0, \end{cases}$$
(7)
$$\mathbf{n} = \frac{\nabla(z-\zeta)}{|\nabla(z-\zeta)|} = \frac{-\partial_{x}\zeta \mathbf{e}_{x} + \mathbf{e}_{z}}{\sqrt{1+(\partial_{x}\zeta)^{2}}}, \qquad \tau = \frac{\mathbf{e}_{x} + \partial_{x}\zeta \mathbf{e}_{z}}{\sqrt{1+(\partial_{x}\zeta)^{2}}}.$$

Здесь **n** и **т** – вектора внешней нормали и касательной к свободной поверхности соответственно.

Отыскиваются периодические по горизонтальной координате x решения вида  $A \exp(ik_x x - i\omega t)$ , распространяющиеся в положительном направлении оси Ox. Для периодических возмущений, распространяющихся в противоположном направлении, анализ будет аналогичным с точностью до смены знака в выражении для волнового вектора.

Задача решается в приближении Буссинеска, когда плотность считается постоянной во всех слагаемых, кроме содержащих ускорение свободного падения. Также добавляется условие несжимаемости жидкости. Для описания плоского поля скоростей вводится функция тока ψ:

$$u = \partial_z \psi, \qquad w = -\partial_x \psi$$
 (8)

После проведения процедуры сноса граничных условий на равновесный уровень z=0 и последующей линеаризации уравнений и граничных условий математическая формулировка задачи принимает вид:

$$\begin{cases} z < 0 : \begin{cases} \rho_{00}g\partial_x\zeta + \rho_{00}g\int_z^\zeta \partial_x\tilde{\rho}(x,\xi,t)d\xi + \\ \rho_{00}\partial_{t_z}\psi - \rho_{00}\nu\partial_z\Delta\psi + \partial_x\tilde{P} = 0 \\ -\rho_{00}\partial_{t_x}\psi + \rho_{00}\nu\partial_x\Delta\psi + \partial_z\tilde{P} = 0 \\ \partial_t\tilde{\rho} - \frac{dr(z)}{dz}\partial_x\psi = 0 \\ z > 0 : \Delta\tilde{\Phi} = 0, \end{cases}$$
(9)

том 60 № 1 2024

$$z = 0: \begin{cases} \tilde{P} + 2\rho \nu \partial_{zx} \psi + \sigma \partial_{xx} \zeta - \frac{E_0}{4\pi} \partial_z \tilde{\Phi} = 0\\ \partial_t \zeta + \partial_x \psi = 0\\ \partial_{zx} \psi - \partial_{xx} \psi = 0\\ \tilde{\Phi} - E_0 \zeta = 0. \end{cases}$$
(10)

В природе, как правило, встречаются жидкости с малой вязкостью или малой частотой плавучести, а также среды, у которых оба эти параметра малы. Малые параметры в таких системах обеспечивают малость множителей при слагаемых, содержащих старшие производные. В этом случае система (9) относится к классу сингулярно возмущенных систем уравнений [Найфэ, 1984], а ее полное решение отыскивается методом теории сингулярных возмущений с учетом условия совместности.

#### 3. РЕШЕНИЕ ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ЗАДАЧИ

Решение линеаризованной задачи (9)-(10) ищется в виде периодических возмущений:

$$\begin{pmatrix} \Psi \\ \zeta \\ \tilde{\Phi} \\ \tilde{P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_m \exp(k_z z) \\ A_m \\ F_m \exp(k_{z\Phi} z) \\ P_m \exp(k_z z) \end{pmatrix} \exp(ik_x x - i\omega t) + C.C.$$
(11)

Здесь  $Y_m, A_m, F_m, P_m$  — амплитуды соответствующих величин, а символом *С.С.* обозначены комплексно сопряженные слагаемые. Символом  $\omega > 0$  обозначена положительно определенная частота периодического движения, а символами  $k_{x,z,\Phi}$  — компоненты волновых векторов  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 + i\mathbf{k}_2$ , которые могут быть комплексными.

Перекрестное дифференцирование уравнений (9) позволяет получить следующее уравнение для функции тока и возмущения плотности:

$$\partial_{t}\Delta\psi - v\Delta\Delta\psi - g\partial_{x}\tilde{\rho} = 0 \qquad (12)$$

Использование уравнение неразрывности позволяет перейти от (12) к выражению, содержащему только функцию тока:

$$\partial_{tt}\Delta\psi - \nu\partial_{t}\Delta\Delta\psi - g\frac{dr(z)}{dz}\partial_{xx}\psi = 0 \quad . \tag{13}$$

В модели линейно стратифицированной среды ( $r(z)=1-z/\Lambda$ ) или для малых z по сравнению с  $\Lambda$  в модели экспоненциально стратифицированной среды выражение (13) упрощается и при нулевой вязкости сводится к уравнению Соболева [Соболев, 1954]. Подстановка вида решения (11) в уравнение Лапласа для добавки к электрическому потенциалу (9) и в уравнение (13) приводит к дисперсионным соотношениям, связывающим компоненты волнового вектора волны с частотой  $\omega$ :

$$k_{z\Phi}^2 = k_x^2 , \qquad (14)$$

$$\omega (k_x^2 - k_z^2) (ivk_x^2 - ivk_z^2 + \omega) + g \frac{dr(z)}{dz} k_x^2 = 0 .$$
 (15)

В модели экспоненциально стратифицированной жидкости ( $r_e(z) = \exp(-z/\Lambda)$ ) дисперсионное соотношение (15) принимает вид:

$$\omega \left( k_x^2 - k_z^2 \right) \left( i \nu k_x^2 - i \nu k_z^2 + \omega \right) - N^2 k_x^2 r_e(z) = 0 .$$
 (16)

Из естественного условия затухания добавки к электрическому потенциалу с удалением от свободной поверхности следует, что физически реализуется только один корень в (14):

$$k_{z\Phi} = -k_x \quad . \tag{17}$$

Дисперсионное соотношение (16) удобно анализировать в безразмерных переменных, если в качестве характерных параметров выбрать собственные масштабы задачи: временной – обратную частоту плавучести  $\tau_b = N^{-1}$ , и пространственный – вязкий волновой масштаб  $\delta_N^v = (vg)^{1/3} N^{-1}$  [Chashechkin, 2021b]. Отношение собственных масштабов среды – вязкого  $\delta_g^v = \sqrt[3]{v^2/g}$  и вязкого волнового  $\delta_N^{gv}$  определяет малый параметр задачи  $\varepsilon = \delta_e^v / \delta_N^{gv} = N v^{1/3} / g^{2/3}$ .

В новых переменных дисперсионное соотношение (16) перепишется следующим образом:

$$i\varepsilon \left(k_{*x}^2 - k_{*z}^2\right)^2 \omega_* + \left(k_{*x}^2 - k_{*z}^2\right) \omega_*^2 - k_{*x}^2 r_e(z) = 0 \quad , \quad (18)$$

где  $\omega_*$  и  $k_{*_{x,z}}$  – безразмерная частота и компоненты волнового вектора.

Решения уравнения (18) находятся в виде регулярного и сингулярного разложения по малому параметру  $\varepsilon$ , который присутствует при старшей степени  $k_{*z}$  [Найфэ, 1984]. Для различия корней введено обозначение для сингулярного решения —  $k_t$ , а для регулярного —  $k_{*z}$ :

$$k_{*z} = \pm \sqrt{k_{*x}^{2} - \frac{i\omega_{*}}{2\varepsilon} + \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^{2}\exp(-z/\Lambda) + \omega_{*}^{3}}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_{*}}}} \approx (19)$$
$$\approx \pm k_{*x}\frac{\sqrt{\omega_{*}^{2} - \exp(-z/\Lambda)}}{\omega_{*}},$$

$$k_{*l} = \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} - \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2} \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}}} \approx (19)$$
$$\approx \pm \frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}}\sqrt{\omega_*}.$$

Вид приближенных решений (19) наглядно демонстрирует различия между регулярными и сингулярными решениями. При положительно определенной частоте волнового движения  $Im(k_z) \ll Re(k_z)$  и  $Im(k_l) \sim Re(k_l)$  соответственно. Следовательно, решение  $k_z$  описывает волновую часть периодического движения, а  $k_l$  – лигаментную, определяющую тонкую структуру сопутствующих волне возмущений. Выбор корней в (19) определяется условиями физической реализации затухания движения с глубиной и с увеличением горизонтальной координаты. Для волны, бегущей в положительном направление *x*:

$$\operatorname{Re}(k_{z,l}) > 0, \qquad \operatorname{Im}(k_x) > 0$$
 (20)

С учетом сингулярного решения  $k_i$  решение задачи первого порядка малости принимает вид:

$$\psi = Y_m \left( \exp(k_z z) + \beta \exp(k_l z) \right) \exp \times \\ \times (ik_x x - i\omega t) + C.C.$$
(21)

Из граничных условий (10) найдем связь между амплитудными множителями:

$$A_{m} = Y_{m} \frac{k_{x}(1+\beta)}{\omega}$$

$$\beta = -\frac{k_{x}^{2} + k_{z}^{2}}{k_{x}^{2} + k_{l}^{2}}$$

$$F_{m} = E_{0}A_{m} = Y_{m}E_{0} \frac{k_{x}(1+\beta)}{\omega}$$

$$P_{m} = Ak_{x}\rho_{00} \left(\frac{k_{x}^{2}\gamma}{\omega} - \frac{2i(k_{z} + k_{l}\beta)}{1+\beta} + \frac{k_{z\Phi}E_{0}^{2}}{2\pi\rho_{00}\omega}\right)$$
(22)

и дисперсионное соотношение, связывающее компоненты волнового вектора в периодическом возмущении с частотой ω:

$$\binom{k_{x}^{2}+k_{z}^{2}}{k_{z}\omega^{2}-gk_{x}^{2}-\sqrt{g\gamma}k_{x}^{2}k_{z\Phi}W-\gamma k_{x}^{4}+}{i\omega\nu k_{l}\left(3k_{x}^{2}-k_{l}^{2}\right)} - (k_{x}^{2}+k_{l}^{2})\binom{k_{z}\omega^{2}-gk_{x}^{2}-\sqrt{g\gamma}k_{x}^{2}k_{z\Phi}W-\gamma k_{x}^{4}+}{i\omega\nu k_{z}\left(3k_{x}^{2}-k_{z}^{2}\right)} = 0$$

$$(23)$$

Здесь символом  $\gamma = \sigma/\rho_{00}$  обозначен нормированный на значение плотности на равновесном уровне коэффициент поверхностного натяжения жидкости, а символом  $W = E_0^2/(4\pi\sqrt{\rho_{00}g\sigma})$  – пара-

метр Тонкса—Френкеля, играющий роль безразмерного электрического заряда на свободной поверхности, который также характеризует отношение энергии электростатического поля к доступной потенциальной поверхностной энергии. В безразмерном виде дисперсионное уравнение (23) записывается:

$$\binom{k_{*_{l}}^{2} + k_{*_{x}}^{2}}{k_{*_{x}}^{2} + i\varepsilon^{2}\omega_{*}k_{*_{z}}\left(k_{*_{z}}^{2} - 3k_{*_{x}}^{2}\right) + k_{*_{x}}^{2}\left(1 + \delta\sqrt{\varepsilon}k_{*_{z}\Phi}W\right) - \varepsilon k_{*_{z}}\omega_{*}^{2}} - (k_{*_{z}}^{2} + k_{*_{x}}^{2})\left(\frac{\delta^{2}\varepsilon k_{*_{x}}^{4} + i\varepsilon^{2}\omega_{*}k_{*_{l}}\left(k_{*_{l}}^{2} - 3k_{*_{x}}^{2}\right) + k_{*_{x}}^{2}\left(1 + \delta\sqrt{\varepsilon}k_{*_{z}\Phi}W\right) - \varepsilon k_{*_{l}}\omega_{*}^{2}}\right) = 0.$$

$$(24)$$

Здесь символом  $\delta = \delta_g^{\gamma} / \delta_N^{\nu} = \sqrt{N\gamma/\nu g}$  обозначен безразмерный параметр, определяемый отношением собственных физических величин задачи: капиллярной постоянной  $\delta_g^{\gamma} = \sqrt{\gamma/g}$  и микромасштаба Стокса  $\delta_N^{\nu} = \sqrt{\nu/N}$ . Этот параметр оказывается малым для слабо вязких жидкостей. Подставляя в (24) приближенные значения (19) и оставляя только главные члены, получим дисперсионное уравнение:

$$k_{*x}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}}\sqrt{\omega_{*}}-k_{*x}\frac{\sqrt{\omega}-1}{\omega_{*}}\right)\times$$

$$\times\left[\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}}\sqrt{\omega_{*}}k_{*x}+\left(\frac{\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}}-\frac{1-i}{\sqrt{2}}W\delta\sqrt{\omega_{*}}\right)k_{*x}^{2}+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\delta^{2}\sqrt{\omega_{*}}k_{*x}^{3}-\frac{\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}}\delta Wk_{*x}^{3}\right)\sqrt{\varepsilon}+\right.$$

$$\left.+\left(k_{*x}\left(1-\omega_{*}^{2}\right)+\frac{\delta^{2}\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}}k_{*x}^{4}\right)\varepsilon\right]=0.$$
(25)

В явном виде корни дисперсионного уравнения (25) приведены в приложении А. Физически реализуемые решения выбираются исходя из условия затухания возмущений с удалением от свободной поверхности  $\operatorname{Re}(k_{z,l}) \ge 0$  и с удалением от начала координат  $\operatorname{Im}(k_x) \ge 0$  в направлении распространения волны.

В приближении однородной жидкости задача упрощается, но при этом из основных уравнений сама среда фактически исключается, поскольку плотность сокращается и не входит в дисперсионные соотношения (15), которые принимают вид:

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

$$(k_x^2 - k_z^2)(i\nu k_x^2 - i\nu k_z^2 + \omega) = 0.$$
 (26)

Уравнение (26) также имеет два вида решений. Регулярные решения описывают волновое движение  $k_z$ , сингулярные решения определяют присоединенный лигамент  $k_i$ :

$$k_{z} = \pm k_{x}$$

$$k_{i} = \pm \sqrt{k_{x}^{2} - i\frac{\omega}{v}}.$$
(27)

Соотношения между мнимыми и действительными частями в волновых и лигаментных решениях для однородной жидкости аналогичны соотношениям в стратифицированной среде. Дисперсионное соотношение (26) и решение (27) может быть получено из соответствующих выражений (15), (19) в пределе  $N \rightarrow 0$  ( $\Lambda \rightarrow \infty$ ).

Выражения (23) остаются в силе с точностью до поправки на соотношения (27), т.е. дисперсионное уравнение (23) описывает компоненты течения в однородной жидкости, если соотношения между волновыми векторами упрощаются до связи (27). С учетом (27) дисперсионное уравнение (23) в размерном виде записывается:

$$k_{x} \left[ 2k_{x} \begin{pmatrix} k_{l}\omega^{2} - gk_{x}^{2} - \sqrt{g\gamma}k_{x}^{2}k_{z\Phi}W - \gamma k_{x}^{4} + \\ i\omega vk_{l} \left( 3k_{x}^{2} - k_{l}^{2} \right) \\ - \left( k_{x}^{2} + k_{l}^{2} \right) \begin{pmatrix} \omega^{2} - gk_{x} - \sqrt{g\gamma}k_{x}k_{z\Phi}W - \gamma k_{x}^{3} + \\ 2i\omega vk_{x}^{2} \end{pmatrix} = 0.$$
(28)

В модели однородной жидкости параметры обезразмеривания отличаются от введенных ранее из-за исключения части собственных параметров задачи, характеризующих стратификацию. Набор оставшихся физических переменных позволяет определить следующие характерные масштабы: времени –  $\tau_v^{\gamma} = \gamma/(vg)$  и длины –  $\delta_g^{\nu} = \sqrt[3]{v^2/g}$  и  $\delta_g^{\gamma} = \sqrt{\gamma/g}$ . Отношение  $\varepsilon_h = \delta_g^{\nu}/\delta_g^{\gamma} = \sqrt[6]{gv^4/\gamma^3}$  естественным образом фор-

мирует малый параметр, характеризующий периодические течения на поверхности однородной жидкости. Дисперсионные соотношения (27)— (28) в безразмерных переменных принимают вид [Очиров, Чашечкин, 2023]:

$$k_{*z} = \pm k_{*x},$$

$$k_{*z} = \pm \sqrt{k_{*x}^2 - i\varepsilon_h \omega_*} \approx \pm \left(k_{*x} - \frac{i\varepsilon_h \omega_*}{2k_{*x}}\right)$$
(29)

$$k_{*x} \left[ 2k_{*x} \left( \sum_{k=1}^{6} k_{*l} \omega_{*}^{2} - \varepsilon_{h}^{2} k_{*x}^{2} - \varepsilon_{h} k_{*x}^{2} k_{*z\Phi} W - - k_{*x}^{4} + i \varepsilon_{h}^{4} \omega_{*} k_{*l} \left( 3k_{*x}^{2} - k_{*l}^{2} \right) \right) - (30) - (k_{*x}^{2} + k_{*l}^{2}) \left( \sum_{h=1}^{6} \omega_{*}^{2} - \varepsilon_{h}^{2} k_{*x} - \varepsilon_{h} k_{*x} k_{*z\Phi} W - - k_{*x}^{3} + 2i \varepsilon_{h}^{4} \omega_{*} k_{*x}^{2} \right) \right) = 0.$$

Подставляя (29) в (30) и оставляя только главные члены, получим приближенное дисперсионное уравнение с точностью до слагаемых порядка  $O(\varepsilon_{k}^{8})$ :

$$k_{*x}^{2}\left(k_{*x}^{3}+\varepsilon_{h}^{2}k_{*x}-\frac{\varepsilon_{h}^{6}\omega_{*}}{2}-\varepsilon_{h}k_{*x}^{2}\left(W+2i\varepsilon_{h}^{3}\omega_{*}\right)\right)=0.$$
 (31)

В явном виде нетривиальные корни дисперсионного уравнения (31) записываются следующим образом:

$$k_{*x1} = \frac{1}{3} \left( W \varepsilon_{h} + 2i \varepsilon_{h}^{4} \omega_{*} \right) + \frac{\alpha_{Wh}^{1/3}}{3 \cdot 2^{2/3}} - \frac{2^{2/3} \left( 3\varepsilon_{h}^{2} + \left( \varepsilon_{h} W + 2i \varepsilon_{h}^{4} \omega_{*} \right)^{2} \right)}{3 \alpha_{Wh}^{1/3}},$$

$$k_{*x2,3} = \frac{1}{3} \left( W \varepsilon_{h} + 2i \varepsilon_{h}^{4} \omega_{*} \right) - \frac{\left( 1 \mp i \sqrt{3} \right) \alpha_{Wh}^{1/3}}{6 \cdot 2^{2/3}} + \frac{\left( 1 \pm i \sqrt{3} \right) \left( 3\varepsilon_{h}^{2} + \left( \varepsilon_{h} W + 2i \varepsilon_{h}^{4} \omega_{*} \right)^{2} \right)}{3 \times 2^{1/3} \alpha_{Wh}^{1/3}},$$

$$\alpha_{Wh} = 2W \varepsilon_{h}^{3} \left( 2W^{2} - 9 \right) + 3i \varepsilon_{h}^{6} \omega_{*} \\ \left( 8W^{2} - 3(4 + 3i) \right) - 48W \varepsilon_{h}^{9} \omega_{*}^{2} - \frac{32i \varepsilon_{h}^{12} \omega_{*}^{3} + 3\sqrt{3} \varepsilon_{h}^{3} \times}{16 + 8W^{3} \varepsilon_{h}^{3} \omega_{*} + (43 - 72i) \varepsilon_{h}^{6} \omega_{*}^{2} - \frac{-64i \varepsilon_{h}^{12} \omega_{*}^{4} + W^{2} \left( -4 + 48i \varepsilon_{h}^{6} \omega_{*}^{2} \right) - -4W \varepsilon_{h}^{3} \omega \left( (9 + 4i) + 24 \varepsilon_{h}^{6} \omega_{*}^{2} \right).$$
(32)

Физически реализуемые решения выбираются исходя из условия затухания течения с глубиной  $\operatorname{Re}(k_{z,l}) \ge 0$  и с удалением от начала координат  $\operatorname{Im}(k_{z,l}) \ge 0$  в направлении распространения волны.

Добавление поверхностного электрического заряда усложняет математические выкладки по определению дисперсионных соотношений, но не добавляет качественно новых решений.

#### 4. МОДЕЛЬ НЕЗАРЯЖЕННОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Подробное исследование динамики волн и сопутствующих лигаментов в вязких однородно стратифицированных жидкостях было проведено в работе [Chashechkin, Ochirov, 2022]. В модели незаряженной жидкости остаются справедливыми дисперсионные соотношения (15), (18)–(19), а уравнение (23) преобразуется к виду:

$$\begin{pmatrix} k_x^2 + k_z^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \omega^2 - gk_x^2 - \gamma k_x^4 + \\ +i\omega \nu k_1 (3k_x^2 - k_l^2) \end{pmatrix} - \\ - (k_x^2 + k_l^2) \begin{pmatrix} k_z \omega^2 - gk_x^2 - \gamma k_x^4 + \\ +i\omega \nu k_z (3k_x^2 - k_z^2) \end{pmatrix} = 0.$$
(33)

и в безразмерном виде запишется:

$$\begin{pmatrix} k_{*_{l}}^{2} + k_{*_{x}}^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta^{2} \varepsilon k_{*_{x}}^{4} + i \varepsilon^{2} \omega_{*} k_{*_{z}} \left( k_{*_{z}}^{2} - 3 k_{*_{x}}^{2} \right) + \\ + k_{*_{x}}^{2} - \varepsilon k_{*_{z}} \omega_{*}^{2} \end{pmatrix} - \\ - \begin{pmatrix} k_{*_{z}}^{2} + k_{*_{x}}^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta^{2} \varepsilon k_{*_{x}}^{4} + i \varepsilon^{2} \omega_{*} k_{*_{l}} \left( k_{*_{l}}^{2} - 3 k_{*_{x}}^{2} \right) + \\ + k_{*_{x}}^{2} - \varepsilon k_{*_{l}} \omega_{*}^{2} \end{pmatrix} = 0.$$

$$(34)$$

Подставляя в (34) значения (19), связывающие компоненты волнового вектора, и оставляя только главные члены разложения, получим дисперсионное уравнение:

$$k_{*x}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}}\sqrt{\omega_{*}}-k_{*x}\frac{\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}}\right)\times$$

$$\times\left[\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}}\sqrt{\omega_{*}}k_{*x}+\frac{\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}}k_{*x}^{2}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\delta^{2}\sqrt{\omega_{*}}k_{*x}^{3}-\frac{1-i}{\sqrt{2}}\omega_{*}^{3/2}\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}\right)\sqrt{\varepsilon}+\left(k_{*x}\left(1-\omega_{*}^{2}\right)+\frac{\delta^{2}\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}}k_{*x}^{4}\right)\varepsilon\right]=0.$$
(35)

Решения уравнения (35) в явном виде приведены в приложении Б.

В вязкой однородной жидкости с постоянной плотностью сохраняется сингулярный компонент течения, остаются справедливыми соотношения между компонентами волнового вектора (27)–(29). Дисперсионное уравнение (33) качественно остается прежним, но из-за отсутствия заряда заметно упрощается:

$$k_{x} \Big[ 2k_{x} \Big( k_{l} \omega^{2} - gk_{x}^{2} - \gamma k_{x}^{4} + i\omega \nu k_{l} \Big( 3k_{x}^{2} - k_{l}^{2} \Big) \Big) - \\ - \Big( k_{x}^{2} + k_{l}^{2} \Big) \Big( \omega^{2} - gk_{x} - \gamma k_{x}^{3} + 2i\omega \nu k_{x}^{2} \Big) = 0$$
(36)

и согласуется с приведенном в [Кистович, Ча-шечкин, 2007].

Характерные масштабы: времени –  $\tau_{\nu}^{\gamma} = \gamma/(\nu g)$  и длины –  $\delta_{g}^{\nu} = \sqrt[3]{\nu^{2}/g}$  – позволяют

привести (36) к безразмерному виду:

$$k_{*x} \left[ 2k_{*x} \left( \frac{\epsilon_{h}^{6} k_{*l} \omega_{*}^{2} - \epsilon_{h}^{2} k_{*x}^{2} - k_{*x}^{4}}{+ i\epsilon_{h}^{4} \omega_{*} k_{*l} \left( 3k_{*x}^{2} - k_{*l}^{2} \right)} \right) - \left( k_{*x}^{2} + k_{*l}^{2} \right) \left( \frac{\epsilon_{h}^{6} \omega_{*}^{2} - \epsilon_{h}^{2} k_{*x}}{- k_{*x}^{2} + 2i\epsilon_{h}^{4} \omega_{*} k_{*x}^{2}} \right) \right] = 0.$$
(37)

Подставляя (29) в (37) и оставляя только главные члены, получим приближенное дисперсионное уравнение:

$$k_{*_{x}}^{2}\left(k_{*_{x}}^{3}+\varepsilon_{h}^{2}k_{*_{x}}-2i\varepsilon_{h}^{4}\omega_{*}k_{*_{x}}^{2}-\frac{\varepsilon_{h}^{6}\omega_{*}}{2}\right)=0.$$
 (38)

Нетривиальные корни уравнения (38) записываются следующим образом:

$$k_{*x1} = \frac{2i\epsilon_{h}^{4}\omega_{*}}{3} + \frac{\alpha_{h}^{1/3}}{3 \cdot 2^{2/3}} - \frac{2^{2/3} \left(3\epsilon_{h}^{2} - 4\epsilon_{h}^{8}\omega_{*}^{2}\right)}{3\alpha_{h}^{1/3}},$$

$$k_{*x2,3} = \frac{2i\epsilon_{h}^{4}\omega_{*}}{3} - \frac{\left(1 \mp i\sqrt{3}\right)\alpha_{h}^{1/3}}{6 \cdot 2^{2/3}} + \frac{\left(1 \pm i\sqrt{3}\right)\left(3\epsilon_{h}^{2} - 4\epsilon_{h}^{8}\omega_{*}^{2}\right)}{3 \cdot 2^{1/3}\alpha_{h}^{1/3}},$$

$$\alpha_{h} = -9i\epsilon_{h}^{6}\omega_{*}\left(4 + 3i\right) - 32i\epsilon_{h}^{12}\omega_{*}^{3} + \frac{3\sqrt{3}\epsilon_{h}^{3}\sqrt{16 + (43 - 72i)}\epsilon_{h}^{6}\omega_{*}^{2} - 64i\epsilon_{h}^{12}\omega_{*}^{4}}{3}.$$
(39)

Физически реализуемые решения выбираюся исходя из условия затухания течения с глубиной  $\downarrow (k_{z,l}) \ge$ и с удалением от начала кооринат Im $(k_x) \ge 0$  в направлении распространения волны. Решения (29), (39) описывают компоненты периодических поверхностных течений в модели однородной вязкой незаряженной жидкости. Решения (29), (32) определяют набор возмущений в модели однородной вязкой жидкости, по поверхности которой распределен электрический заряд. Модели равномерно стратифицированной вязкой жидкости соответствуют решения (19), (35) для незаряженной, а (19), (25) — жидкости с поверхностным электрическим зарядом.

В описании каждой модели присутствуют регулярные компоненты решения, в которых мнимая часть компонентов волнового вектора много меньше действительной части. Эти решения описывают волны, вызывающие смещения свободной поверхности жидкости. При учете диссипации в каждой модели в решении появляются сингулярные компоненты, в которых мнимая и действительная части волнового вектора близки по своим абсолютным значениям. Сингулярные решения описывают тонкие лигаменты (в случае стратифицированной жидкости – высокоградиентные прослойки и волокна), сопровождающие поверхностные волны.

#### 5. ПРИБЛИЖЕНИЕ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

В идеальной жидкости определяющие уравнения предельно редуцируются и дисперсионные соотношения вырождаются — в них сохраняется только волновой компонент, а сингулярное решение пропадает. Связь между компонентами волнового вектора в таком приближении принимает вид [Очиров, Чашечкин, 2022]:

$$\omega^{2} \left(k_{x}^{2}-k_{z}^{2}\right)+g \frac{dr(z)}{dz}k_{x}^{2}=0.$$
(40)

Или для экспоненциально стратифицированной жидкости:

$$\omega^{2} \left( k_{x}^{2} - k_{z}^{2} \right) - N^{2} k_{x}^{2} r_{e} \left( z \right) = 0 \,. \tag{41}$$

Уравнение (41) также получается в пределе  $\nu \to 0$  из выражения (16). Зависимость компонентов волнового вектора от частоты определяется редуцированным дисперсионным уравнением

$$gk_x^2 - \omega^2 k_z + \gamma k_x^4 = 0, \qquad (42)$$

которое также можно получить из (23) серией предельных переходов  $v \to 0$ ,  $W \to 0$ . Выражая из (41) связь между  $k_z$  и  $k_z$ :

$$k_z^2 = k_x^2 \left( 1 - N_{\omega}^2 r_e(z) \right), \tag{43}$$

где  $N_{\omega} = N/\omega$ , и подставляя (43) в (42) с учетом условия физической реализации корней, получаем дисперсионное уравнение:

$$\gamma k_x^3 + g k_x - \omega^2 \sqrt{1 - N_{\omega}^2} = 0.$$
 (44)

Корни уравнения (44) легко находятся:

$$k_{x1} = -\left(\frac{2}{3\alpha_{i}}\right)^{1/3} g + \frac{\alpha_{i}^{1/3}}{3 \cdot 2^{1/3} \gamma},$$

$$k_{x2,3} = \frac{(1 \pm \sqrt{3}i)}{2} \left(\frac{2}{3\alpha_{i}}\right)^{1/3} g - \frac{(1 \mp \sqrt{3}i)}{2} \frac{\alpha_{i}^{1/3}}{3 \cdot 2^{1/3} \gamma},$$

$$\alpha_{i} = 27\gamma^{2}\omega^{2}\sqrt{1 - N_{\omega}^{2}} + \sqrt{27\gamma^{3} (4g^{3} + 27\gamma\omega^{2}(\omega^{2} - N^{2}))}.$$
(45)

Анализ показывает, что физически реализуемым оказывается только один корень  $k_{x1}$ , который описывает волновой компонент периодического поверхностного течения в стратифицированной жидкости. Он также может быть получен при помощи предельных переходов в соответствующих решениях более полной задачи. Решение (44) в отсутствие стратификации переходит в хорошо известные дисперсионные соотношения для капиллярно-гравитационных волн [Лэмб, 1949], [Ландау, Лифшиц, 1944]. Решения (45) соответствуют приведенным в [Очиров, Чашечкин, 2022] и могут быть получены из моделей вязкой жидкости при выполнении предельного перехода  $v \rightarrow 0$ .

#### 6. ПОСТРОЕНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Исследуем полученные дисперсионные зависимости. Наиболее полная из рассматриваемых моделей учитывает влияние вязкости, стратификации и поверхностного электрического заряда. Полные решения дисперсионных соотношений (19), (24) в рассматриваемой модели содержат регулярные (волновые) и сингулярные (лигаментные) компоненты течения. Полученные соотношения равномерно сходятся к соотношениям (19), (34) в модели незаряженной жидкости.

Численные расчеты показывают, что увеличение значения зарядового параметра *W* приводит к уменьшению длины волны при заданной частоте в области капиллярно-гравитационных волн и не оказывает заметного влияния в области гравитационных и капиллярных волн. Графики зависимости длины волны  $\lambda = 2\pi / \sqrt{\text{Re}(k_x)^2 + \text{Im}(k_z)^2}$  от частоты волнового движения в диапазоне 0,001 <  $\omega$  <

<10000 с<sup>-1</sup> для жидкости с параметрами воды ( $\rho_{00}$ =1г/см<sup>3</sup>,  $\sigma$  = 72 эрг/см<sup>3</sup>, v = 0.01 Ст) при различных значениях параметра W, определяющего поверхностный электрический заряд, и частоты плавучести приведены на рис. 1.

Численные расчеты показывают, что поверхностный электрический заряд оказывает заметное влияние на волновой компонент в области капиллярно-гравитационных волн и не оказывает значимого влияния на лигаменты периодического поверхностного течения. Зависимости длины волны  $\lambda$  и масштаба лигамента  $\delta$  от частоты  $\omega$ , при разных значениях параметра W, приведены на рис. 2а и в, соответственно. Зависимости относительного изменения длины волны  $\Delta \lambda = (\lambda - \lambda_W) / (\lambda + \lambda_W)$ и масштаба лигамента  $\Delta \delta_{i} = (\delta_{i} - \delta_{iw})/(\delta_{i} + \delta_{iw})$  на незаряженной ( $\lambda$  и  $\delta_{i}$ ) и заряженной ( $\lambda_w$  и  $\delta_{w}$ ) поверхности от частоты  $\omega$ 

показаны на рис. 26 и 2г соответственно.

Оценки влияния стратификации и поверхностного электрического заряда на фазовые и групповые скорости показывают, что с увеличением заряда уменьшаются минимальные значения групповой и фазовой скорости. Также происходит смещение положения их минимальных значений в сторону более низких частот и больших длин волн (рис. 3a, 3в). На рис. 36, 3г показано влияние стратификации на групповую



**Рис. 1.** Зависимость длины волны от частоты  $\omega$  для жидкости с параметрами воды, параметры (*N*, *c*<sup>-1</sup>, *W*) для кривых 1–5: (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (1; 1); (1; 1.5).

и фазовые скорости волнового компонента. Численные расчеты показывают, что ни поверхностный электрический заряд, ни стратификация не оказывают заметного влияния на аналоги фазовой и групповой скорости лигаментного компонента поверхностного течения (рис. 4а, 4б).

Учет поверхностного электрического заряда в рассматриваемой модели приводит к усложнению выражений, но не изменяет качественную картину течений. Влияние заряда ограничено узкой областью капиллярно-гравитационных волн и заметно только в слабовязких жидкостях в волновых компонентах течения. В модели однородной жидкости (29), (30) и (29), (37) сохраняются лигаментные компоненты, качественно картина не меняется. В модели идеальной жидкости (43), (45) сингулярные решения отсутствуют, и лигаментные компоненты течения пропадают из рассмотрения.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развиваемый подход, направленный на построение полных решений сингулярно возмущенных уравнений инфинитезимальных перио-



**Рис. 2**. Зависимости масштабов компонентов периодического течения от частоты для жидкости с параметрами воды: а – длина волны при разных значениях поверхностного заряда, кривые 1–3: W = 0; 1; 1.5; б – относительная разность длин волн, кривые 2, 3: W = 1; 1.5, в – масштаб лигаментного компонента, г – относительная разность масштабов лигаментов, кривые 2, 3: W = 1; 1.5.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024



**Puc. 3.** Графики групповых (сплошные линии) и фазовых (пунктирные линии) скоростей волн: а, 6 - в зависимости от частоты ω, параметры  $(N, c^{-1}, W)$  для кривых 1-6 на (a): (1; 0), (1; 1); (1; 1.5); (1; 0), (1; 1); (1; 1.5); для кривых 1-6 на (b): (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (1; 0), (1; 1); (1; 1.5), для кривых 1-6 на (г): (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (1; 0), (0.01; 0); (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (1; 0), (0.01; 0); (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (1; 0), (0.01; 0); (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (1; 0), (0.01; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (0.001; 0); (1; 0), (0.01; 0); (0.001;



**Рис. 4.** Зависимости групповых и фазовых скоростей лигаментного компонента периодического течения в сильно стратифицированной жидкости,  $N=1c^{-1}$ , с параметрами воды: a -от частоты  $\omega$ ; b -от масштаба лигамента  $\delta_r$ .

дических возмущений на поверхности жидкости с вещественной частотой  $\omega$  и комплексным волновым числом **k**, включает описание волн, задающих смещения свободной поверхности, и лигаментов — тонких компонентов, являющихся неотъемлемой частью рассматриваемых течений. Сингулярные компоненты периодических течений не рассматриваются в известных трактатах [Лэмб, 1949; Кочин и др., 1963; Ландау, Лифшиц, 1944; Ле Блон, Майсек, 1981]. Соотношения (19) и (24); (19) и (34); (29) и (30); (29) и (37); (43) и (45), приведенные к зависимости вещественных скалярных параметров течения – периода  $T_{\omega}$  от длины волны  $\lambda_{\omega} - \lambda_{\omega}(T_{\omega}) = T_{\omega}(\lambda_{\omega})$  или обращенному выражению  $\lambda_{\omega} = \lambda_{\omega}(T_{\omega})$ , определяют требования к методике лабораторного эксперимента в части выбора размеров области наблюдения, длительности регистрации, временного и пространственного разрешения инструментов в различных моделях распределения плотности гетерогенной, однородной или заряженной жидкости при анализе влияния действия диссипативных факторов и эффектов стратификации. Тонкие компоненты могут влиять на процессы переноса физических величин, в частности, солености или температуры. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598-П "Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью", https://rscf.ru/project/19–19–00598/).

Приложение А.

( 1 )

Уравнение (25) распадается на три независимых уравнения:

$$k_{*_{X}} = 0, \tag{A.1}$$

$$\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}}\sqrt{\omega_*} - k_{*x}\frac{\sqrt{\omega_*^2 - 1}}{\omega_*} = 0, \qquad (A.2)$$

$$\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}}\sqrt{\omega_{*}}k_{*x} + \left(\frac{\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}} - \frac{1-i}{\sqrt{2}}W\delta\sqrt{\omega_{*}}\right)k_{*x}^{2} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\delta^{2}\sqrt{\omega_{*}}k_{*x}^{3} - \frac{\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}}\delta Wk_{*x}^{3} - \frac{1-i}{\sqrt{2}}\omega_{*}^{3/2}\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}\right)\sqrt{\varepsilon} + \left(k_{*x}\left(1-\omega_{*}^{2}\right) + \frac{\delta^{2}\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}}k_{*x}^{4}\right)\varepsilon = 0.$$
(A.3)

Решения уравнений (А.1–А.3) имеют вид:

$$k_{*_{x}} = 0, (A.4)$$

$$k_{*_{x}} = \frac{(1-i)\omega_{*}^{5/2}}{\sqrt{2\varepsilon(\omega_{*}^{2}-1)}},$$
 (A.5)

$$k_{*_{x}} = -\frac{1}{2}\sqrt{\eta_{W}} - \frac{\mu_{W}\omega_{*}}{4\delta^{2}\varepsilon\sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}} - \frac{1}{2}\sqrt{-\eta_{W} + \chi_{W} - \frac{\varpi_{W}}{4\sqrt{\eta_{W}}}},$$
(A.6)

$$k_{*_{x}} = -\frac{1}{2}\sqrt{\eta_{W}} - \frac{\mu_{W}\omega_{*}}{4\delta^{2}\varepsilon\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}} + \frac{1}{2}\sqrt{-\eta_{W} + \chi_{W} - \frac{\varpi_{W}}{4\sqrt{\eta_{W}}}},$$
(A.7)

$$k_{*_{x}} = \frac{1}{2}\sqrt{\eta_{W}} - \frac{\mu_{W}\omega_{*}}{4\delta^{2}\varepsilon\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}} - \frac{1}{2}\sqrt{-\eta_{W} + \chi_{W} + \frac{\varpi_{W}}{4\sqrt{\eta_{W}}}},$$
 (A.8)

$$k_{*_{x}} = \frac{1}{2}\sqrt{\eta_{W}} - \frac{\mu_{W}\omega_{*}}{4\delta^{2}\varepsilon\sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}} + \frac{1}{2}\sqrt{-\eta_{W} + \chi_{W} + \frac{\varpi_{W}}{4\sqrt{\eta_{W}}}},$$
(A.9)

$$\begin{split} \eta_{W} &= \frac{1}{12\left(\alpha_{W} + \sqrt{\alpha_{W}^{2} + 4\beta_{W}^{3}}\right)^{1/3}} \delta^{4} \varepsilon^{2} \left(\omega_{*}^{2} - 1\right)^{3/2}} \left[ W^{2} \delta^{2} \sqrt{\omega_{*}^{2} - 1} \left( \frac{3\varepsilon \left(\alpha_{W} + \sqrt{\alpha_{W}^{2} + 4\beta_{W}^{3}}\right)^{1/3} \left(\omega_{*}^{2} - 1\right) - (1 - i) 2^{1/3} W \delta \omega_{*} \left(\omega_{*}^{2} - 1\right) \left( -2\sqrt{2} \sqrt{\omega_{*}} - 2^{1/6} \left(\alpha_{W} + \sqrt{\alpha_{W}^{2} + 4\beta_{W}^{3}}\right)^{1/3} \delta^{2} \varepsilon \sqrt{\omega_{*}} + 6\varepsilon^{3/2} \left(1 + i\right) \left(\omega_{*}^{2} - 1\right) \right) + \\ &+ \sqrt{\omega_{*}^{2} - 1} \left( 2^{1/3} \cdot 4 \left(\omega_{*}^{2} - 1\right) + \left(\alpha_{W} + \sqrt{\alpha_{W}^{2} + 4\beta_{W}^{3}}\right)^{1/3} \delta^{4} \varepsilon \left( -3i + 2^{2/3} \cdot 2\varepsilon \left(\alpha_{W} + \sqrt{\alpha_{W}^{2} + 4\beta_{W}^{3}}\right)^{1/3} \left(\omega_{*}^{2} - 1\right) \right) \right) + \\ &+ \delta^{2} \left( 2^{1/3} \cdot 12i\omega_{*}^{3} - 8\varepsilon \left(\alpha_{W} + \sqrt{\alpha_{W}^{2} + 4\beta_{W}^{3}}\right)^{1/3} \left(\omega_{*}^{2} - 1\right) - 18(1 - i) 2^{5/6} \cdot \varepsilon^{3/2} \omega^{5/2} \left(\omega_{*}^{2} - 1\right) \right) \right) \right] \end{split}$$

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

#### ОЧИРОВ, ЧАШЕЧКИН

$$\begin{split} \mu_{W} &= \frac{(1-i)}{\sqrt{2}} \delta^{2} \sqrt{\varepsilon} \omega_{*} - \frac{W \delta \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}}{\omega_{*}}, \\ \chi_{W} &= \frac{3 \mu_{W}^{2} \omega_{*}^{2}}{4 \delta^{4} \varepsilon^{2} (\omega_{*}^{2} - 1)} - \frac{2 \omega_{*}}{\delta^{2} \varepsilon \sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}} \left( \frac{\sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}}{\omega_{*}} - \frac{(1-i)W \delta \sqrt{\omega_{*}}}{\sqrt{2}} \right), \\ \overline{\omega}_{W} &= -\frac{\mu_{W}^{3} \omega_{*}^{3}}{\delta^{6} \varepsilon^{3} (\omega_{*}^{2} - 1)^{3/2}} - \frac{2\sqrt{2}(1-i)W \mu_{W} \omega_{*}^{5/2}}{\delta^{3} \varepsilon^{2} (\omega_{*}^{2} - 1)} + \frac{4 \mu_{W} \omega_{*}}{\delta^{4} \varepsilon^{2} \sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}} - \frac{8 \omega_{*}}{\delta^{2} \varepsilon \sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}} \left( \varepsilon \left( 1 - \omega_{*}^{2} \right) + \frac{(1-i)\sqrt{\omega_{*}}}{\sqrt{2} \sqrt{\varepsilon}} \right), \\ \beta_{W} &= -\frac{1}{\delta^{4} \varepsilon^{2}} + \frac{9(1-i)\omega_{*}^{5/2} (\omega_{*}^{2} - 1)}{\sqrt{2} \delta^{2} \sqrt{\varepsilon} (\omega_{*}^{2} - 1)} + \frac{iW^{2} \omega_{*}^{3} - 3i \omega_{*}^{3}}{\delta^{2} \varepsilon^{2} (\omega_{*}^{2} - 1)} + \frac{W \left( \sqrt{2} (i-1)\omega_{*}^{3/2} + 6\varepsilon^{3/2} \omega_{*} (\omega_{*}^{2} - 1) \right)}{2\delta^{3} \varepsilon^{2} \sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}}, \\ \alpha_{W} &= \frac{2}{\delta^{6} \varepsilon^{3}} + \frac{(1+i)\sqrt{2}W \left( -9 + 2W^{2} \right) \omega_{*}^{3/2} + 54iW \varepsilon^{3/2} \omega_{*}^{4} \left( \omega_{*}^{2} - 1 \right)}{2\delta^{3} \varepsilon^{2} \left( \omega_{*}^{2} - 1 \right)} + \frac{3(1+i)\omega_{*}^{2} \left( \frac{3i\sqrt{2} \left( -3 + 2W^{2} \right) \sqrt{\omega_{*}}}{\varepsilon^{3/2}} + \frac{(1+i)\left( -6 + W^{2} \right) \omega_{*}}{\varepsilon^{3} \left( \omega_{*}^{2} - 1 \right)} + 9(1-i)(\omega_{*}^{2} - 1) \right)} + \frac{27(1+i)\omega^{11/2}}{\sqrt{2}\delta^{2} \varepsilon^{3/2} \left( \omega_{*}^{2} - 1 \right)} + \frac{W \left( 3(1-i)\sqrt{2}\omega_{*}^{3/2} - 18\varepsilon^{3/2} \omega_{*} \left( \omega_{*}^{2} - 1 \right) \right)}{2\delta^{5} \varepsilon^{3} \sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}}. \end{split}$$

Приложение Б.

Уравнение (36) распадается на три независимых уравнения:

$$k_{*_x} = 0,$$
 (Б.1)

$$\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}}\sqrt{\omega_*} - k_{*_x}\frac{\sqrt{\omega_*^2 - 1}}{\omega_*} = 0,$$
(B.2)

$$\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}}\sqrt{\omega_{*}}k_{*_{x}} + \frac{\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}}k_{*_{x}}^{2} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\delta^{2}\sqrt{\omega_{*}}k_{*_{x}}^{3} - \frac{1-i}{\sqrt{2}}\omega_{*}^{3/2}\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}\right)\sqrt{\varepsilon} + \left(k_{*_{x}}\left(1-\omega_{*}^{2}\right) + \frac{\delta^{2}\sqrt{\omega_{*}^{2}-1}}{\omega_{*}}k_{*_{x}}^{4}\right)\varepsilon = 0.$$
(Б.3)

Решения уравнений (Б.1–Б.3) запишутся следующим образом:

$$k_{*_x} = 0, (b.4)$$

$$k_{*x} = \frac{(1-i)\omega_{*}^{3/2}}{\sqrt{2\varepsilon(\omega_{*}^{2}-1)}},$$
(B.5)

$$k_{*_{x}} = -\frac{1}{2}\sqrt{\eta} - \frac{\mu\omega_{*}}{4\delta^{2}\varepsilon\sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}} - \frac{1}{2}\sqrt{-\eta + \chi - \frac{\varpi}{4\sqrt{\eta}}},$$
 (Б.6)

$$k_{*_{x}} = -\frac{1}{2}\sqrt{\eta} - \frac{\mu\omega_{*}}{4\delta^{2}\varepsilon\sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}} + \frac{1}{2}\sqrt{-\eta + \chi - \frac{\varpi}{4\sqrt{\eta}}},$$
(Б.7)

$$k_{*_{x}} = \frac{1}{2}\sqrt{\eta} - \frac{\mu\omega_{*}}{4\delta^{2}\varepsilon\sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}} - \frac{1}{2}\sqrt{-\eta + \chi + \frac{\varpi}{4\sqrt{\eta}}},$$
(Б.8)

$$k_{*_{x}} = \frac{1}{2}\sqrt{\eta} - \frac{\mu\omega_{*}}{4\delta^{2}\varepsilon\sqrt{\omega_{*}^{2} - 1}} + \frac{1}{2}\sqrt{-\eta + \chi + \frac{\varpi}{4\sqrt{\eta}}},$$
(6.9)

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

$$\begin{split} \eta &= \frac{1}{12 \left( \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4\beta^3} \right)^{1/3} \delta^4 \epsilon^2 \left( \omega_*^2 - 1 \right)^{3/2}} \left[ \sqrt{\omega_*^2 - 1} \times \right. \\ & \times \left( 2^{1/3} \cdot 4 \left( \omega_*^2 - 1 \right) + \left( \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4\beta^3} \right)^{1/3} \delta^4 \epsilon \left( -3i + 2^{2/3} \cdot 2\epsilon \left( \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4\beta^3} \right)^{1/3} \left( \omega_*^2 - 1 \right) \right) + \\ & + \delta^2 \left( 2^{1/3} \cdot 12i\omega_*^3 - 8\epsilon \left( \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4\beta^3} \right)^{1/3} \left( \omega_*^2 - 1 \right) - 18(1 - i) 2^{5/6} \cdot \epsilon^{3/2} \omega^{5/2} \left( \omega_*^2 - 1 \right) \right) \right) \right], \\ & \mu = \frac{(1 - i)}{\sqrt{2}} \delta^2 \sqrt{\epsilon} \omega_*, \\ & \chi = \frac{3\mu^2 \omega_*^2}{4\delta^4 \epsilon^2 \left( \omega_*^2 - 1 \right)} - \frac{2}{\delta^2 \epsilon}, \\ & \overline{\omega} = -\frac{\mu^3 \omega_*^3}{\delta^6 \epsilon^3 \left( \omega_*^2 - 1 \right)^{3/2}} + \frac{4\mu \omega_*}{\delta^4 \epsilon^2 \sqrt{\omega_*^2 - 1}} - \frac{8\omega_*}{\delta^2 \epsilon \sqrt{\omega_*^2 - 1}} \left( \epsilon \left( 1 - \omega_*^2 \right) + \frac{(1 - i) \sqrt{\omega_*}}{\sqrt{2} \sqrt{\epsilon}} \right), \\ & \beta = -\frac{1}{\delta^4 \epsilon^2} + \frac{9(1 - i) \omega_*^{5/2}}{\sqrt{2} \delta^2 \sqrt{\epsilon}} - \frac{3i\omega_*^3}{\delta^2 \epsilon^2 \left( \omega_*^2 - 1 \right)}, \\ & \alpha = \frac{2}{\delta^6 \epsilon^3} + \frac{3(1 + i) \omega_*^2}{2\delta^4} \left( + 9(1 - i) \left( \omega_*^2 - 1 \right) \right) + \frac{27(1 + i) \omega^{11/2}}{\sqrt{2}\delta^2 \epsilon^{3/2} \left( \omega_*^2 - 1 \right)}. \end{split}$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гаврилов Н.М., Попов А.А. Моделирование сезонных изменений интенсивности внутренних гравитационных волн в нижней термосфере // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58. №. 1. С. 79–91.
- Дружинин О.А. О переносе микропузырьков поверхностными волнами // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58. № 5. С. 591–600.
- Зайцева Д.В., Каллистратова В.С., Люлюкин Р.Д. и др. Субмезомасштабные волнообразные структуры в атмосферном пограничном слое и их параметры по данным содарных измерений в Подмосковье // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 59. № . 3. С. 275–285.
- Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Динамика гравитационно-капиллярных волн на поверхности неоднородно нагретой жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 1. С. 109–116.
- Кистович Ю.В., Чашечкин Ю.Д. Линейная теория распространения пучков внутренних волн в произвольно стратифицированной жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 1998. Т. 39. № 5. С. 88–98.
- Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе И.В. Теоретическая гидромеханика, ч. І. М.: Государственное Издательство Физико-математической литературы, 1963. 585 с.

Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. М.: Мир, 1981. 598 с. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

Гидродинамика и теория упругости. Т. З. М.– Л.: ОГИЗ. ГИТТЛ, 1944.

- *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане в 2 томах. М.: Мир, 1981. 846 с.
- Лэмб Г. Гидродинамика. М.-Л.: ГИТТЛ, 1949. 928 с.
- *Найфэ А.* Введение в методы возмущений М.: Мир, Москва, 1984. 535 с.
- *Очиров А.А., Чашечкин Ю.Д.* Волновое движение в вязкой однородной жидкости с поверхностным электрическим зарядом // Прикладная математика и механика. 2023. Т. 87. № 3. С. 379–391.
- *Очиров А.А., Чашечкин Ю.Д.* Двумерные периодические волны в невязкой непрерывно стратифицированной жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58. № 5. С. 524–533.
- Попов Н.И., Федоров К.Н., Орлов В.М. Морская вода. Справочное руководство. М.: Наука, 1979. 327 с.
- Соболев С.Л. Об одной новой задаче математической физики // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1954. Т. 18. № 1. С. 3–50.
- Федоров К.Н. Тонкая техмохалинная структура океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 184 с.
- Чашечкин Ю.Д. Перенос вещества окрашенной капли в слое жидкости с бегущими плоскими гравитационно-капиллярными волнами // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58. № 2. С. 218–229.
- *Brunt D.* The period of simple vertical oscillations in the atmosphere // Q. J.R. Meteorol. Soc. 1927. V. 53. P. 30–32.

том 60 № 1 2024

- *Chandrasekhar S.* Hydrodynamic and hydromagnetic stability, International Series of Monographs on Physics. Oxford: Clarendon Press, 1961. 685 p.
- Chashechkin Yu.D. Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // Mathematics. 2021. V. 9(6). № 586.
- Chashechkin Y.D. Foundations of engineering mathematics applied for fluid flows // Axioms. 2021. V. 10. № 4. P. 286.
- Chashechkin Yu.D., Ochirov A.A. Periodic waves and ligaments on the surface of a viscous exponentially stratified fluid in a uniform gravity field // Axi oms. 2022. V. 11(8). P. 402.
- Euler L. Principes généraux du mouvement des fluids // Mémoires L'académie Des. Sci. Berl. 1757. V. 11. P. 274–315.
- *Feistel R.* Thermodynamic properties of seawater, ice and humid air: TEOS-10, before and beyond // Ocean. Sci. 2018. V. 14. P. 471–502.

- *Harvey A.H., Hrubý J., Meier K.* Improved and always improving: reference formulations for thermophysical properties of water // Journal of physical and chemical reference data. 2023. V. 52. 011501.
- Rayleigh R. Investigation of the character of the equilibrium of an incompressible heavy fluid of variable density // Proceedings of the London mathematical society. 1882. V. 1. № 1. P. 170–177.
- *Stokes G.G.* On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums // Trans. Cambridge Phil. Soc. 1851. V. 9 P. 1–141.
- *Stokes G.G.* On the theories of the internal friction of fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic bodies // Trans. Camb. Phil. Soc. 1845. V. 8. P. 287–305.
- Stokes G.G. On the theory of oscillatory waves // Trans. Cambridge Phil. Soc. 1847. V. 8. P. 441–455.
- Väisälä V. Uber die Wirkung der Windschwankungen auf die Pilotbeoachtungen // Soc. Sci. Fenn. Commentat. Phys. Math. 1925. V. 2. P. 19–37.

## Two-Dimensional Surface Periodic Flows of an Incompressible Fluid in Various Models of the Medium

A. A.Ochirov<sup>1, \*</sup>, Yu. D. Chashechkin<sup>1, \*\*</sup>

<sup>1</sup>Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, prosp. Vernadskogo, 101, bld. 1, Moscow, 119526 Russia <sup>#</sup>e-mail: otchirov@mail.ru

\*e-mail: yulidch@gmail.com

A comparative analysis of the properties of two-dimensional infinitesimal periodic perturbations propagating over the incompressible fluid surface in various representations of the medium density profiles is carried out. Stratified and homogeneous in density viscous or ideal liquids are considered. Calculations are carried out by methods of the theory of singular perturbations. Dispersion relations and dependences of phase and group velocities for surface waves in physically observed variables are given. The change in the meaning of dispersion relations during the transition from ideal liquids to viscous and from homogeneous to stratified is shown. Taking into account the influence of electric charge does not qualitatively change the nature of two-dimensional dispersion relations. An increase in the surface density of the electric charge leads to a decrease in the wavelength at a fixed frequency and has no noticeable effect on the fine structure of the periodic flow.

**Keywords:** periodic surface perturbation, homogeneous liquid, stratified liquid, ideal liquid, viscous liquid, surface electric charge

**УДК** 551.5

## ИЗМЕНЧИВОСТЬ РЕЖИМОВ АТМОСФЕРНЫХ АНТИЦИКЛОНОВ И ИХ СВЯЗЬ С ТЕМПЕРАТУРНЫМИ ВАРИАЦИЯМИ ВО ВНЕТРОПИЧЕСКИХ ШИРОТАХ СЕВЕРНОГО ПОЛУШАРИЯ В ПОСЛЕДНИЕ ДЕСЯТИЛЕТИЯ

© 2024 г. М. Г. Акперов<sup>а, \*</sup>, И. И. Мохов<sup>а, b</sup>

<sup>*а</sup>Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН, Пыжевский пер., д. 3, Москва, 119017 Россия* <sup>*b*</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Ленинские горы, д. 1, Москва, 119992 Россия</sup>

> \*aseid@ifaran.ru Поступила в редакцию 17.08.2023 г. После доработки 30.10.2023 г. Принята к публикации 15.11.2023 г.

Получены количественные оценки пространственных и сезонных особенностей характеристик антициклонов в атмосфере Северного полушария и их изменений в последние десятилетия с использованием данных реанализа ERA5 (1979–2021 гг.). Отмечена высокая корреляция межгодовых вариаций среднесезонной повторяемости антициклонов и приповерхностной температуры над обширными регионами во внетропических широтах Северного полушария. Согласно полученным оценкам, с вариациями среднесезонной повторяемости антициклонов связано до 60% межгодовой дисперсии приповерхностной температуры зимой и летом, а с вариациями интенсивных зимних и летних антициклонов – до 50% как над океанами, так и над континентами.

Ключевые слова: внетропические атмосферные антициклоны, приповерхностная температура, Северное полушарие, данные реанализа, тренды DOI: 10.31857/S0002351524010023

#### ВВЕДЕНИЕ

Циклоны и антициклоны играют особую роль в общей циркуляции атмосферы и в формировании атмосферной изменчивости во внетропических широтах [Hartmann et al., IPCC, 2013; Meшерская и др., 2014; Интенсивные атмосферные вихри ..., 2018]. Антициклоны, характеризующиеся наличием центров высокого атмосферного давления с нисходящими воздушными потоками, играют важнейшую роль в формировании локальных погодных- климатических условий. Летом с антициклоническими условиями с повышенным притоком солнечной радиации в отсутствие облачности связаны положительные температурные аномалии. И наоборот, зимой в отсутствие облаков при антициклонических условиях повышенное выхолаживание поверхности приводит к формированию отрицательных температурных аномалий и температурных инверсий [напр., Trigo et al., 2004; Sillmann et al., 2011; Twardosz, Kossowska-Cezak, 2012; Pfahl, 2014; Antokhina et al., 2018; Okajima et al., 2021].

При изменениях климата изменяются и режимы циклонической и антициклонической активности в атмосфере. На изменчивость вихревой активности в атмосфере влияют разные факторы, по-разному проявляющиеся в разных регионах и в разные сезоны. Первые оценки чувствительности циклонической и антициклонической активности в тропосфере внетропических широт к изменению температурного режима, в частности при глобальном потеплении. получены в [Мохов и др., 1992а, б]. Согласно полученным модельным оценкам в сопоставлении с результатами анализа данных наблюдений при общем потеплении в земной климатической системе уменьшение температурного перепада в тропосфере между экваториальными и полярными широтами способствует уменьшению скорости генерации вихрей за счет действия бароклинной неустойчивости. С другой стороны, увеличение вертикального градиента температуры в тропосфере с уменьшением статической устойчивости при потеплении способствует увеличению скорости генерации вихрей. Вихревая активность в атмосфере существенно зависит также от влагосодержания атмосферы (см. также [Интенсивные атмосферные вихри ..., 2018]).

Сильнейшие региональные температурные аномалии в разные сезоны, в том числе зимой

и летом, связаны с блокирующими антициклонами (напр., Шакина и Иванова, 2010; Мохов, Семенов, 2016; Sousa et al., 2018; Timazhev, Mokhov, 2021; Спорышев, Мирвис, 2014; Интенсивные атмосферные вихри ..., 2018; Мохов 2011; Бардин и Платова, 2019]. Согласно модельным оценкам, при глобальном потеплении увеличивается повторяемость долгоживущих блокирующих антициклонов [Мохов, Тимажев, 2019]. Следствием продолжительных антициклонических режимов являются значительные экологические, экономические и социальные последствия [Третий оценочный ..., 2022].

Цель данной работы – количественные оценки изменчивости повторяемости внетропических антициклонов в последние десятилетия, а также их вклада в формирование региональных режимов приповерхностной температуры в разные сезоны с оценкой изменений в последние десятилетия. Новизна предлагаемого подхода связана с учетом изменений размеров циклонов в течение их жизненного цикла для уточнения количественных оценок связи вклада антициклонов в формирование температурного режима.

# ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДАННЫЕ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА

Характеристики атмосферных антициклонов и режимов приповерхностной температуры в регионах Северного полушария (СП) определялись с использованием данных реанализа ERA5 [Hersbach, et al., 2020] с шагом по времени 6 ч и горизонтальным пространственным разрешением 0.25° для периода 1979–2021 гг. и для двух сезонов – зимы (декабрь–февраль) и лета (июнь–август).

Характеристики атмосферных антициклонов во внетропических широтах (20°-80°) СП определялись на основе метода, описанного в [Бардин, Полонский, 2005; Bardin et al., 2005; Акперов и др., 2007] (см. также [Akperov et al., 2019; Akperov et al., 2020]) с использованием данных для приземного давления. Антициклоны определялись как области повышенного давления, ограниченные замкнутыми изобарами. Интенсивность (глубина) антициклона характеризовалась разностью между максимальным давлением в антициклоне и давлением на последней замкнутой изобаре. Размер (радиус) антициклона оценивался средним расстоянием от центра антициклона до последней замкнутой изобары. В числе различных характеристик антициклонической активности анализировались также повторяемость антициклонов (число антициклоно-дней за сезон), повторяемость интенсивных антициклонов (с интенсивностью более 15 гПа (95% распределения количества антициклонов по их интенсивности), средняя по площади антициклона приповерхностная температура. Повторяемость антициклонов определялась с учетом их радиуса (учитывались ячейки сетки, занимаемые антициклоном). Энергетика антициклонов (кинетическая энергия) оценивалась аналогично [Голицын и др., 2007; Акперов и др., 2007; Simmonds, Keay, 2009] величиной, пропорциональной квадрату интенсивности вихря.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1а, 1б приведены средние широтно-долготные распределения повторяемости атмосферных антициклонов в атмосфере Северного полушария для зимы и лета в целом для периода 1979-2021 гг. по данным реанализа ERA5. Для зимних сезонов проявляется пояс повышенной повторяемости антициклонов в средних широтах с региональными максимумами над восточными областями океанов и континентов (рис. 1а). В летние сезоны по сравнению с зимними в целом уменьшается повторяемость антициклонов над континентами. При этом над Атлантическим и Тихим океанами отмечаются области с высокой повторяемостью антициклонов - существенно более высокой, чем для зимних сезонов (рис. 1б).

Соответствующие средние широтно-долготные распределения повторяемости наиболее интенсивных антициклонов представлены на рис. 1в, 1 г. Выделяются области повышенной повторяемости наиболее интенсивных антициклонов зимой над Азией, в частности над Сибирью, а летом — над Тихим океаном. При этом повторяемость зимних интенсивных антициклонов над Северной Америкой существенно меньше, чем над Евразией, а летних — существенно меньше над Атлантическим океаном, чем над Тихим.

На рис. 1д, 1е представлены широтно-долготные распределения средней приповерхностной температуры в Северном полушарии для зимы и лета в целом для периода 1979—2021 гг. по данным реанализа ERA5. Достаточно четко проявляются сезонные особенности над континентами и океанами — с более низкой температурой над



**Рис. 1.** Пространственные распределения средней повторяемости антициклонов [антициклоно-дни/сезон] (а, б), интенсивных антициклонов [антициклоно-дни/сезон] (в, г) и средней приповерхностной температуры [°C] (д, е) в Северном полушарии для зимнего (а, в) и летнего (б, г) сезонов по данным реанализа ERA5 для периода 1979–2021 гг.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

континентами зимой и более высокой летом.

На рис. 2 приведены пространственные распределения оценок трендов повторяемости антициклонов и коэффициентов корреляции повторяемости антициклонов с приповерхностной температурой во внетропических широтах Северного полушария зимой и летом по данным реанализа ERA5 для периода 1979–2021 гг. в целом.

Согласно рис. 2а проявляются обширные области статистически значимого роста повторяемости антициклонов зимой, в том числе над океанами (Атлантическим и Тихим), для восточных европейских и азиатских регионов, в атлантическом секторе Арктики, а также для североамериканских регионов. При этом над западноевропейскими регионами и в центральной Арктике отмечается значимое уменьшение повторяемости антициклонов.

Области со статистически значимыми изменениями повторяемости антициклонов в последние десятилетия для летних (рис. 26) и зимних (рис. 2а) сезонов существенно различаются. В частности, над Арктическим бассейном в западных широтах (в том числе над Гренландией) доминируют значимые положительные тренды повторяемости антициклонов, а в восточных — отрицательные.



**Рис. 2**. Пространственные распределения оценок трендов повторяемости антициклонов [антициклоно-дни/10 лет] (а, б) и коэффициентов корреляции повторяемости антициклонов с приповерхностной температурой в Северном полушарии зимой (а, в) и летом (б, г) по данным реанализа ERA5 для периода 1979–2021 гг. Точками отмечены статистически значимые на уровне 95% оценки.

Область с наибольшими положительными значимыми трендами над Тихим океаном для летних сезонов смещается в средних широтах на запад по сравнению с зимними сезонами. При этом соответствующая область над Северной Атлантикой смещается на юг. В отличие от зимних сезонов, летом над значительной областью Северной Америки проявляется значительная область со статистически значимым отрицательным трендом повторяемости антициклонов. При этом над протяженными регионами Евразии, за исключением западноевропейских регионов, отмечен рост повторяемости антициклонов. На рис. 2 приведены также пространственные распределения для коэффициентов корреляции (с удалением трендовой составляющей) повторяемости антициклонов с приповерхностной температурой во внетропических широтах Северного полушария зимой (рис. 2в) и летом (рис. 2г) по данным реанализа ERA5 для периода 1979–2021 гг. Над обширными областями отмечена значимая корреляция повторяемости антициклонов с приповерхностной температурой для обоих сезонов.

Согласно рис. 2в, для зимних сезонов над океанами и континентами в средних и припо-



**Рис. 3.** Пространственные распределения оценок трендов повторяемости интенсивных антициклонов [антициклоно-дни/10 лет] (а, б) и коэффициентов корреляции повторяемости интенсивных антициклонов с приповерхностной температурой в Северном полушарии зимой (а, в) и летом (б, г) по данным реанализа ERA5 для периода 1979— 2021 гг. Точками отмечены статистически значимые на уровне 95% оценки.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

#### АКПЕРОВ, МОХОВ

лярных широтах проявляется обширная область с положительной корреляцией повторяемости антициклонов с приповерхностной температурой. При этом над центральными регионами Северной Америки отмечена область со значимой отрицательной корреляцией, которая тянется из арктических широт. При этом над частями Арктического бассейна проявляется значимая положительная корреляция. В более южных широтах доминируют регионы с отрицательной корреляцией повторяемости антициклонов с приповерхностной температурой в зимние сезоны.

По сравнению с зимними сезонами для летних сезонов пространственное распределение для коэффициентов корреляции повторяемости антициклонов с приповерхностной температурой в целом менее зональное. В частности, над восточноевропейскими регионами отмечается положительная корреляция. Области со значимой положительной корреляцией повторяемости антициклонов с приповерхностной температурой над океанами для летних сезонов менее обширные, чем для зимних. При этом в средних широтах над Тихим и Атлантическим океанами проявляется также отрицательная корреляция. Особо следует отметить значимую положительную корреляцию над значительной частью Арктического бассейна.

Судя по оценкам коэффициента детерминации (квадрат коэффициента корреляции на рис. 2), с вариациями повторяемости антициклонов связано до 60% межсезонной дисперсии приповерхностной температуры, как зимой, так и летом. В частности, это отмечается как над Тихим, так и Атлантическим океанами, а также над Евразией и Северной Америкой.

Статистически значимые тренды в последние десятилетия отмечены также для интенсивных антициклонов (с интенсивностью более 15 гПа) и зимние, и в летние сезоны (рис. 3а, 36). Зимой отмечено статистически значимое увеличение повторяемости интенсивных антициклонов над обширными областями континентов и океанов (рис. 3а). Наиболее сильные положительные значимые тренды отмечены для восточно-европейских регионов, а также над Северной Атлантикой, регионами Северной Америки и над восточной частью Тихого океана. При этом над существенной частью Арктического бассейна в западном полушарии проявляется отрицательный тренд повторяемости зимних интенсивных антициклонов, тогда как в восточном полушарии — в частности над Баренцевым и Карским морями — значимая положительная корреляция.

Для пространственного распределения оценок трендов летней повторяемости интенсивных антициклонов отмечены особенности с дипольной структурой – значимых отрицательных над Атлантическим океаном и значимых положительных над Тихим океаном, с соответствующими оценками трендов над прибрежными регионами континентов, а также в сопредельных арктических областях (рис. 36).

Согласно рис. Зв, для зимних сезонов над Атлантическим океаном проявляется чередование областей со значимой корреляцией повторяемости интенсивных антициклонов с приповерхностной температурой – отрицательной над Северной Америкой и восточной Европой и положительной над Тихим океаном. Относительно небольшие области со значимой отрицательной корреляцией отмечены над континентальными регионами, в частности в районе озера Байкал и над Тихим океаном.

Для летних сезонов над Северной Атлантикой в целом проявляется статистически значимая положительная корреляция повторяемости интенсивных антициклонов с приповерхностной температурой, а над южной – отрицательная (рис. 3г). Над Тихим океаном также отмечены подобные особенности.

Судя по оценкам коэффициента детерминации, с вариациями повторяемости интенсивных антициклонов связано до 50% межгодовой дисперсии приповерхностной температуры зимой и летом как над океанами, так и над континентами.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проведенного анализа с использованием данных реанализа ERA5 отмечены особенности пространственных распределений характеристик внетропических антициклонов, в том числе интенсивных антициклонов, и их изменений в атмосфере Северного полушария для периода 1979—2021 гг. В летние сезоны повторяемость антициклонов над континентами в целом меньше, чем в зимние, а над океанами — наоборот. При этом области наиболее высокой повторяемости наиболее интенсивных антициклонов зимой отмечаются над Азией, а летом – над Тихим океаном.

Наряду со значительными различиями средних зимних и летних распределений повторяемости антициклонов во внетропических широтах Северного полушария отмечаются существенные различия трендов повторяемости антициклонов в последние десятилетия, в частности над североамериканскими регионами, в Арктике – Тихоокеанском секторе и над Гренландией. При этом и зимой, и летом над восточно-европейскими регионами отмечены значимые положительные тренды повторяемости антициклонов, а над западноевропейскими – значимые отрицательные.

Над обширными областями отмечена значимая корреляция зимней и летней повторяемости антициклонов внетропических широт Северного полушария с приповерхностной температурой для последних десятилетий. При этом для зимних сезонов над океанами и континентами в средних и приполярных широтах проявляется обширная область с положительной корреляцией повторяемости антициклонов с приповерхностной температурой. Для летних сезонов пространственная структура корреляции повторяемости антициклонов с приповерхностной температурой в целом менее зональная.

Значительные различия отмечены для тенденций изменения в последние десятилетия повторяемости интенсивных антициклонов внетропических широт Северного полушария в зимние и летние сезоны. Наиболее сильные положительные значимые тренды отмечены для восточно-европейских регионов и их сопредельными арктическими акваториями, а также над Северной Атлантикой, североамериканскими регионами и над восточными областями Тихого океана. Над существенной частью Арктического бассейна отмечен отрицательный тренд повторяемости зимних интенсивных антициклонов. Для оценок трендов летней повторяемости интенсивных антициклонов отмечены особенности дипольной структуры со значимыми отрицательными трендами над Атлантическим океаном и значимыми положительными трендами над Тихим океаном, с соответствующими оценками трендов над прибрежными регионами и сопредельными арктическими областями.

Для интенсивных летних антициклонов над океанами отмечены области как с положительной, так и отрицательной статистически значимой корреляцией с приповерхностной температурой. Для зимних сезонов над Атлантическим океаном проявляется чередование областей со значимой корреляцией повторяемости интенсивных антициклонов с приповерхностной температурой — отрицательной над Северной Америкой и восточной Европой и положительной над Тихим океаном. Относительно небольшие области со значимой отрицательной корреляцией отмечены над континентальными регионами, в частности в районе озера Байкал и над Тихим океаном.

С межгодовыми вариациями повторяемости атмосферных антициклонов можно связать до 60% межгодовой дисперсии в приповерхностной температуры для зимних и летних сезонов, а с межгодовыми вариациями повторяемости интенсивных антициклонов – до 50% как над океанами, так и над континентами.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-27-00780).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Акперов М.Г., Мохов И.И., Дембицкая М.А., Парфено ва М.Р., Ринке А. Особенности температурной стратификации и ее изменений в тропосфере арктических широт по данным реанализа и модельным расчетам // Метеорология и гидрология. 2019. № 2. С. 19–27.
- Акперов М.Г., Бардин М.Ю., Володин Е.М., Голицын Г.С., Мохов И.И. Функции распределения вероятностей циклонов и антициклонов по данным реанализа и модели климата ИВМ РАН // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 6. С. 764–772.
- Акперов М.Г., Елисеев А.В., Мохов И.И., Семенов В.А., Парфенова М.Р., Кениг Т. Потенциал ветровой энергетики в арктических и субарктических широтах и его изменение в XXI веке по расчетам с использованием региональной климатической модели // Метеорология и гидрология. 2022. № 6. С. 18–29.
- Акперов М.Г., Мохов И.И. Оценки чувствительности циклонической активности в тропосфере внетропических широт к изменению температурного режима // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49. № 2. С. 129–136.
- Акперов М.Г., Мохов И.И. Сравнительный анализметодов идентификации внетропических циклонов //

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

том 60 № 1 2024

Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46. № 5. С. 620-637.

- Бардин М.Ю., Полонский А.Б. Североатлантическое колебание и синоптическая изменчивость в Европейско-Атлантическом регионе в зимний период // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 2. С. 3–13.
- Голицын Г.С., Мохов И.И., Акперов М.Г., Бардин М.Ю. Функции распределения вероятности для циклонов и антициклонов в период 1952–2000 гг.: инструмент для определения изменений глобального климата // Доклады АН. 2007. Т. 413. № 2. С. 254–256.
- Интенсивные атмосферные вихри и их динамика. Под ред. И.И. Мохова, М.В. Курганского, О.Г. Чхетиани. М.: ГЕОС, 2018. 482 с.
- Мещерская А.В. и др. Атмосферная циркуляция / Второй оценочный доклад Росгидромета об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации. М.: Росгидромет, 2014. С. 125–170.
- *Мохов И.И.* Изменения климата: причины, риски, последствия, проблемы адаптации и регулирования// Вестник РАН. 2022. Т. 92. № 1. С. 3–14.
- Мохов И.И., Акперов М.Г. Вертикальный температурный градиент в тропосфере и его связь с приповерхностной температурой по данным реанализа // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 4. С. 467–475.
- Мохов И.И. Сезонные особенности изменений повторяемости экстремальных погодно-климатических явлений в российских регионах в последние десятилетия // Метеорология и гидрология. 2023. (в печати)

Мохов И.И., Чернокульский А.В., Акперов М.Г., Дюфрен

- Ж.-Л., Трет Э.Ле. Изменения характеристик циклонической активности и облачности в атмосфере внетропических широт северного полушария по модельным расчетам в сопоставлении с данными реанализа и спутниковыми данными // Доклады АН. 2009. Т. 424. № 3. С. 393–397.
- Мохов И.И., Мохов О.И., Петухов В.К., Хайруллин Р.Р. Влияние глобальных климатических изменений на вихревую активность в атмосфере // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1992а. Т. 28. № 1. С. 11–26.
- Мохов И.И., Мохов О.И., Петухов В.К., Хайруллин Р.Р. О влиянии облачности на вихревую активность атмосферы при изменениях климата // Метеорология и гидрология. 19926. № 1. С. 5–11.

Мохов И.И., Тимажев А.В. Атмосферные блокирова-

ния и изменения их повторяемости в XXI веке по расчетам с ансамблем климатических моделей // Метеорология и гидрология. 2019. № 6. С. 5–16.

- Спорышев П.В., Мирвис В.М. Антропогенная составляющая изменения климата на территории России / Второй оценочный доклад Росгидромета об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации. М.: Росгидромет, 2014. С. 260–277.
- Третий оценочный доклад об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации.— СПб.: Наукоемкие технологии, 2022. 676 с.
- Akperov M., Rinke A., Mokhov I.I. et al. Future projections of cyclone activity in the Arctic for the 21st century from regional climate models (Arctic-CORDEX) // Glob. Planet. Change. 2019. V. 182. P. 103005.
- Akperov M., Semenov V., Mokhov I., Dorn W., Rinke A. Impact of Atlantic water inflow on winter cyclone activity in the Barents Sea: Insights from coupled regional climate model simulations // Environ. Res. Lett. 2020.

https://doi.org/10.1088/1748-9326/ab6399

- Bardin M., Gruza G.V., Lupo A.R., Mokhov I.I., Tikhonov V.A. Quasi-stationary anticyclones in the Northern Hemisphere: An analysis of interannual and interdecadal variability and longterm trends at 1000 hPa and 500 hPa using geometric definition // Proc. 16th Symp. on Global Change and Climate Variation, 85th Ann. Meet. AMS. 2005. P. 9–13.
- Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Working Group I contribution to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / V. Masson-Delmotte et al. (eds.). Cambridge Univ. Press., 2021.
- Gulev S.K., Zolina O., Grigoriev S. Extratropical cyclone variability in the Northern Hemisphere winter from the NCEP/NCAR reanalysis data // Clim. Dyn. 2001. V. 17. № 10. P. 795–809.
- Hartmann D.L. etal. Observations: Atmosphere and surface/ In: Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution Of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Stocker T. F. et al (eds.). Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK and New York, USA. 2013. P. 159–254.
- Hersbach H.B. et al. The ERA5 global reanalysis // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2020. V. 146. P. 1999–2049.
- Neu U., Akperov M.G., Benestad R., Blender R., Caballero R., Cocozza A., Dacre H., Feng Y., Grieger J., Gulev S., Han-

ley J., Hewson T., Hodges K., Inatsu M., Keay K., Kew S.F., Kindem I., Leckebusch G.C., Liberato M., Lionello P., Mokhov I.I., Pinto J.G., Raible C.C., Reale M., Rudeva I., Schuster M., Simmonds I., Sinclair M., Sprenger M., Tilinina N.D., Trigo I.F., Ulbrich S., Ulbrich U., Wang X. L., Wernli H., Xia L. IMILAST – a community effort to intercompare cyclone detection and tracking algorithms: quantifying method related uncertainties // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 2013. V. 94 (4). P. 529–547.

*Okajima S., Nakamura H., Kaspi Y.* Cyclonic and anticyclonic contributions to atmospheric energetics // Sci. Rep. 2021. V. 11. 13202.

https://doi.org/10.1038/s41598-021-92548-7

Simmonds I., Keay K. Extraordinary September Arctic sea ice reductions and their relationships with storm behavior over 1979–2008 // Geophys. Res. Lett. 2009. V. 36. L19715. https://doi.org/10.1029/2009GL039810

Sun B. et al. Recent changes in cloud type frequency

and inferred increases in convection over the United States and the Former USRR // J. Climate. 2001. V. 14. P. 1864–1880.

- Timazhev A.V., Mokhov I.I. Heat and cold waves formation in association with atmospheric blockings in the Northern Hemisphere // Research Activities in Earth System Modelling. E. Astakhova (ed.). 2021. Rep. 51. S. 2. P. 23–24.
- Ulbrich U., Leckebusch G.C., Grieger J., Schuster M., Akperov M., Bardin M. Yu., Feng Y., Gulev S., Inatsu M., Keay K., Kew S.F., Liberato M.L.R., Lionello P., Mokhov I.I., Neu U., Pinto J.G., Raible C.C., Reale M., Rudeva I., Simmonds I., Tilinina N.D., Trigo I.F., Ulbrich S., Wang X.L., Wernli H. and the IMILAST team. Are Greenhouse Gas Signals of Northern Hemisphere winter extra-tropical cyclone activity dependent on the identification and tracking algorithm? // Meteorologische Zeitschrift. 2013. V. 22. № 1. P. 61–68.

## Variability of the Atmospheric Anticyclones and Their Connection with Surface Temperature Variations in Extratropical Latitudes of the Northern Hemisphere in Recent Decades

M. G. Akperov<sup>1, \*</sup>, I. I. Mokhov<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup>Obukhov Institute of Atmospheric Physics, RAS, Pyzhevsky per., 3, Moscow, 119017 Russia <sup>2</sup>Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1, Moscow, 119992 Russia \*e-mail: aseid@ifaran.ru

We obtained quantitative estimates of the spatial and seasonal features of the characteristics of anticyclones in the atmosphere of the Northern Hemisphere and their changes in recent decades using the ERA5 reanalysis data (1979–2021). A high correlation between the interannual variations of the mean seasonal recurrence of anticyclones and surface temperature over extensive regions in the extratropical latitudes of the Northern Hemisphere was noted. According to the obtained estimates, up to 60% of the interannual variance of surface temperature in winter and summer is associated with variations of the mean seasonal recurrence of anticyclones, and up to 50% with variations of intense winter and summer anticyclones.

**Keywords:** extratropical atmospheric anticyclones, surface temperature, Northern Hemisphere, reanalysis data, trends

УДК 551.524

## ИССЛЕДОВАНИЕ МУЛЬТИФРАКТРАЛЬНОСТИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ДАННЫМ МЕТЕОСТАНЦИИ ЦУГШПИТЦЕ

© 2024 г. С.А. Рябова\*

Институт динамики геосфер имени академика М.А. Садовского РАН, Ленинский просп., 38, к. 1, Москва, 119334 Россия \*e-mail: riabovasa@mail.ru

> Поступила в редакцию 03.03.2023 г. После доработки 23.09.2023 г. Принята к публикации 15.11.2023 г.

Проанализированы основные мультифрактальные свойства временных рядов средней, максимальной и минимальной суточной температуры с использованием метода мультифрактального флуктуационного анализа. В качестве исходных данных привлекались результаты инструментальных наблюдений за приземной температурой воздуха, выполненных на метеостанции Цугшпитце в период с 1 августа 1900 г. по 31 января 2023 г. В целом вариации средней, максимальной и минимальной суточной температуры демонстрируют мультифрактальное поведение, особенно для малых временных масштабов примерно до 90 сут. В ходе анализа обобщенного показателя Херста установлено, что рассматриваемые временные ряды имеют долгосрочную положительную корреляцию и что мультифрактальность слабее при больших флуктуациях. Спектр сингулярности для всех временных рядов усечен влево, что означает, что временные ряды имеют мультифрактальную структуру, нечувствительную к локальным флуктуациям больших величин.

**Ключевые слова:** приземная температура воздуха, вариации, мультифрактальность, показатель Херста, спектр сингулярности **DOI**: 10.31857/S0002351524010038

#### введение

Климат представляет собой сложный динамический комплекс различных атмосферных факторов, характеризующийся множественными взаимодействиями между различными его компонентами и нелинейным поведением [Rind, 1999]. Вариации метеорологических параметров характеризуются случайными колебаниями в разных временных и пространственных масштабах, возникающими под воздействием сложных природных процессов, которые невозможно полностью проанализировать, используя только линейные статистические или физические методы [Rial et al., 2004; Maslin, Austin, 2012]. Таким образом, такая сложная система, как климат, должна быть дополнительно проанализирована с привлечением развивающихся сейчас методов анализа динамики нелинейных систем [Аптуков, Митин, 2019; Govindan et al., 2002; Balasis et al., 2013]. Можно ожидать, что полученные в ходе

таких исследований результаты улучшат наше понимание влияния природных и техногенных процессов на формирование климата, а также станут основой для разработки новых климатических моделей и совершенствования моделей предыдущего поколения [Knutti et al., 2010].

Имеющиеся на сегодняшний день исследования продемонстрировали, что как в глобальных, так и в региональных климатических моделях возникают погрешности и неопределенности (в зависимости от временного и пространственного масштаба) при моделировании среднего количества осадков и приземной температуры воздуха (далее по тексту – температура), которые являются переменными, наиболее часто используемыми для климатических исследований [Jaiswal et al., 2015]. С целью уменьшения неопределенности, возникающей при моделировании климатических изменений, необходимо продолжать изучение исторических и текущих климатических условий с помощью всесторон-

Статья подготовлена на основе устного доклада, представленного на IV Всероссийской конференции с международным участием "Турбулентность, динамика атмосферы и климата", посвященной памяти академика А.М. Обухова (Москва, 22–24 ноября 2022 г.).

него анализа данных о соответствующих климатических параметрах (в частности, данные о температуре).

Развитие компьютерных технологий и методов анализа динамики нелинейных систем позволяет наряду с расчетом базовых статистических характеристик метеорологических показателей вычислять параметры, которые отражают неочевидные, глубинные свойства метеорологических процессов (например, свойства самоподобности и сложного скейлинга) [Tuck, Hovde, 1999; Kiraly, Janosi, 2005; Donges et al., 2009; Laib et al., 2018; Xavier et al., 2019]. Одним из таких методов исследований, получившим в последнее время широкое развитие в самых разнообразных областях науки, является мультифрактальный анализ [Тараненко, 2019; Barnsley, 1993; Liu et al., 1997; Gierałtowski et al., 2018].

Что касается метеорологии и климатологии, то здесь мультифрактальные методы в основном привлекались при анализе данных об осадках, причем исследования варьировались от простых эмпирических исследований скейлингового поведения [Svensson et al., 1996; Sivakumar, 2000; Kantelhardt et al., 2006; Yuan et al., 2013] до выделения однородных областей осадков [Garcia-Marin et al., 2015] и анализа качества моделей осадков [Garcia-Marin et al., 2008]. Здесь следует отметить, что исследований, посвященных анализу мультифрактальности временных вариаций температуры, значительно меньше [Burgueno et al., 2014; Jiang et al., 2016; Kalamaras et al., 2017, 2019].

Климат горных районов уникален и сильно отличается от климата прилегающих равнин. Для гор характерны пониженные температуры и атмосферное давление, повышенная интенсивность солнечной радиации, образование специфических ветров и абсолютная влажность воздуха.

Цель настоящей работы заключалась в изучении временных особенностей температуры в горных районах на примере обработки и анализа данных продолжительного мониторинга температуры на высокогорной метеостанции Цугшпитце.

#### ХАРАКТЕРИСТИКА МЕСТА НАБЛЮДЕНИЙ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Цугшпитце – самая высокая гора на территории Германии. Цугшпитце входит в состав хребта Веттерштайн (является частью Северных Известняковых Альп). Она находится в 11 км от немецкого города Гармиш-Партенкирхен и в 6 км от австрийского поселка Эрвальд, по ее вершине проходит государственная граница между Германией (Бавария) и Австрией (Тироль). Гора Цугшпитце состоит из трех пиков: восточного, среднего и западного – самого высокого. Точная высота горы составляет 2962 м над уровнем моря.

Южнее горы находится Цугшпитцплатт – высокогорное карстовое плато, пронизанное множеством пещер и впадин, возникших в ходе процессов химического выветривания. По склонам горы спускаются три ледника: два самых больших в Германии (Северный Шнефернер и Хелленталфернер) и относительно небольшой Южный Шнефернер (по последним данным ледник практически растаял, а площадь остальных значительно уменьшилась [https://phys.org/news/2022–09germany-glaciers-scalding-summer.html]).

Несмотря на то, что гора Цугшпитце располагается на территории умеренного пояса, для ее вершины характерен тундровый климат с большим количеством осадков и довольно высокими температурами. Цугшпитце является местом встречи западных и южных ветров. Расположенная в северной части Альп гора Цугшпитце представляет собой первое высокое орографическое препятствие для западных ветров в Альпах, на котором скапливаются влажные воздушные массы и выпадают обильные осадки (на склоны Цугшпитце ежегодно выпадает до 2000 мм осадков). Дующие с юга на север ветры несут на Цугшпитце теплый сухой воздух, благодаря которому температуры на склонах массива не опускаются до очень низких и могут приводить к необычно высоким температурам зимой. Период воздействия южных ветров на регион горы Цугшпитце невелик и составляет порядка 60 сут в году. В целом на горе Цугшпитце преобладают морозные дни (период с отрицательными температурами длится в среднем 310 сут в году).

В настоящей работе использовались данные инструментальных наблюдений за вариациями температуры на метеостанции, расположенной на высоте 2574 м на горе Цугшпитце. Географические координаты: 47°25′00″с.ш., 10°58′59″ в.д. Эта высокогорная метеостанция была открыта в 1900 г. и выполняет регистрацию температуры до настоящего момента. В работе рассматривались среднесуточные данные за период с 1 августа 1900 г. по 31 января 2023 г. Следует отметить,

2024

что в данных имеется единственный пропуск с 1 мая по 14 августа 1945 г.

#### МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ДАННЫХ

При проведении настоящих исследований первичная обработка временного ряда вариаций температуры на метеостанции Цугшпитце сводилась к редакции данных, выявлению выбросов с применением критерия на основе диаграммы "ящик с усами" (или "коробчатая диаграмма") [Тьюки, 1982; Hoaglin et al., 1983] и критерия Титьена-Мура [Tietjen et al., 1973], восстановлению пропусков методом линейной интерполяции и методом с использованием вейвлет-преобразования [Сидак, 2019]. Подробно методы первичной обработки данных, используемые в настоящей работе, описаны в монографии [Адушкин и др., 2021]. В результате обработки были сформированы банки данных, которые содержали временные ряды минимальной, максимальной и средней температуры с дискретизацией 1 сут.

При исследовании мультифрактальной структуры временных рядов использовался метод мультифрактального флуктуационного анализа [Kantelhardt et al., 2002].

В этом случае для исходного ряда данных x(t)

строится кумулятивный ряд  $y(t) = \sum_{i=1}^{t} x(t)$  кото-

рый разбивается на *N* сегментов длиной *s*. Для каждого сегмента *y*(*t*) вычисляется флуктуационная функция:

$$F(s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^{s} (y(t) - Y_m(t))^2, \qquad (1)$$

где  $Y_m(t)$  — локальный *m*-полиномиальный тренд в пределах данного сегмента. Функция *F*(*s*) усредняется по всему ряду *y*(*t*). Такие вычисления повторяются для различных размеров сегментов, чтобы получить зависимость *F*(*s*) в широком диапазоне значений параметра *s*.

При проведении мультифрактального флуктуационного анализа исследуется зависимость флуктуационной функции  $F_q(s)$  от параметра q:

$$F(s) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[ F^{2}(s) \right]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}}, \qquad (2)$$

полученная возведением выражения (1) в степень *q* и последующим усреднением по всем сегментам. Изменяя временную шкалу *s* при фиксированном показателе *q*, находим зависимость  $F_q(s)$ , представляя ее в двойных логарифмических координатах. Если исследуемый ряд сводится к мультифрактальному множеству, проявляющему долгосрочные зависимости, то флуктуационная функция  $F_q(s)$  представляется степенной зависимостью:

$$F_q(s) \propto S^{h(q)},$$
 (3) с функцией обобщенного показателя Херста  $h(q).$ 

Для рядов данных, которые отвечают монофрактальному множеству, флуктуационная функция  $F_q(s)$  одинакова для всех сегментов, и обобщенный показатель Херста h(q) = H не зависит от параметра q. Параметр H(0 < H < 1), называемый показателем Херста, представляет собой степень самоподобия.

Для мультифрактальных рядов h(q) является нелинейной функцией: при положительных qосновной вклад в функцию  $F_q(s)$  дают сегменты, проявляющие большие отклонения  $F^2(s)$ , а при отрицательных q доминируют сегменты с малыми дисперсиями  $F^2(s)$ . Таким образом, при отрицательных значениях q обобщенный показатель Херста h(q) описывает сегменты, проявляющие малые флуктуации, а при положительных – большие.

Стандартное представление скейлинговых свойств предполагает переход от обобщенного показателя Херста h(q) к массовому показателю  $\tau(q)$ :

$$\tau(q) = qh(q) - 1,\tag{4}$$

и спектру сингулярности  $f(\alpha)$ , где  $\alpha$  — показатель Гельдера. Из свойств преобразования Лежандра:

$$\begin{cases} \alpha = d\tau / dq \\ f(\alpha) = q\alpha - \tau(q) \end{cases}$$

Типичным графическим представлением функции  $f(\alpha)$  является "перевернутая парабола". Интегральную оценку спектра сингулярности дают два его параметра, которые определяют положение максимума и ширину спектра  $f(\alpha^*) = \max f(\alpha)$  и  $\Delta \alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ .

#### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Анализ средней суточной температуры, зарегистрированной на метеостанции Цугшпитце, показал, что самая низкая средняя суточная температура (-33.1°С) наблюдалась 13 февраля 1940 г., а самая высокая (13.6°С) – 26 июня 2019 г.



**Рис.** 1. Зависимость флуктуационной функции  $F_q(s)$  для моментов q = -6, -3, 0, 3, 6 от *s* в логарифмическом масштабе для временных рядов минимальной (а), максимальной (б) и средней температуры (в).

Временные ряды суточной температуры демонстрируют периодические вариации, которые связаны с годовым сезонным циклом, при этом самыми теплыми месяцами являются июль и август  $(2.5^{\circ}C)$ , а самым холодным – февраль (–11.3°C).

Известно, что в целом периодические тренды оказывают влияние на нелинейные свойства временных рядов [Krzyszczak et al., 2017], и поэтому из временных рядов минимальной, максимальной и средней температуры удалялся сезонный цикл перед применением метода мультифрактального флуктуационного анализа. Для удаления сезонной компоненты использовался метод Loess, описанный в работе [Cleveland et al., 2015] и успешно опробированный при исследовании стока в бассейне Хуанхэ [Li et al., 2015], при исследовании температуры воздуха над Грецией [Kalamaras et al., 2017, 2019].

Метод мультифрактального флуктуационного анализа применяется к временным рядам с удаленной из них сезонной и трендовой компонентой. Поскольку линейные тренды исключаются из исходных временных рядов перед использованием метода мультифрактального флуктуационного анализа, то следует, что при применении мультифрактального анализа в ходе подгонки (с использованием полиномов второго порядка) будут удаляться из профиля тренды второго порядка. Длина сегмента *s* выбиралась в диапазоне от 10<sup>1.5</sup> до 10<sup>3.5</sup> сут.

Результаты вычислений  $F_q(s)$  для различных моментов q в зависимости от s в логарифмическом масштабе для временных рядов минимальной, максимальной и средней температуры представлены на рис. 1. Анализ данных, приведенных на рис. 1, показал, что масштабное поведение  $F_{a}(s)$  (т.е. наклон) для  $q \ge 0$  почти одинаково для трех рассматриваемых временных рядов. Этот факт наблюдается и для отрицательных значений q и для s > 90 сут, но не для малых временных масштабов (s < 90 сут), где наклон  $F_{a}(s)$  увеличивается (для маленьких отрицательных значений q наклон становится больше). Такое поведение показывает наличие большей степени мультифрактальности для малых временных масштабов  $(s \leq 90 \text{ сут})$  и для отрицательных значений *q*; во всех остальных случаях мультифрактальность слабее. Согласно работе [Ihlen, 2012] малые сегменты способны различать локальные периоды с большими (положительные q) и малыми флуктуациями (отрицательные q), поскольку малые сегменты встроены в эти периоды. Напротив, большие сегменты пересекают несколько локальных периодов как с малыми, так и с большими флуктуациями и поэтому усредняют их различия по величине. Таким образом,  $F_a(s)$  для больших масштабов (большие сегменты s) аналогичны монофрактальным временным рядам.

Обобщенные показатели Херста h(q) для временных рядов минимальной, максимальной и средней температуры в зависимости от момента *q* приведены на рис. 2. Из данных, представленных на рис. 2, получаем, что для всех рассматриваемых в работе временных рядов наблюдается зависимость h(q) от q. Исходя из того, что для мультифрактальных рядов h(q) является нелинейной функцией, можно сделать вывод о мультифрактальности вариаций минимальной, максимальной и средней температуры. Как видно из рис. 2, h(q) > 0.5, то есть рассматриваемые временные ряды, имеют долгосрочную положительную корреляцию, а это означает, что за высоким значением температуры, вероятно, последует другое высокое значение температуры (или, аналогично, за низким значением температуры последует

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

РЯБОВА



**Рис. 2.** Зависимость обобщенных показателей Херста h(q) от момента q для временных рядов минимальной (а), максимальной (б) и средней температуры (в).



Рис. 3. Спектр сингулярности для временных рядов минимальной (а), максимальной (б) и средней температуры (в).

другое низкое значение). Кроме того, из данных на рис. 2 можно сделать вывод, что мультифрактальность слабее для положительных значений, поскольку наклон h(q) больше для отрицательных значений q, чем для положительных. Полученный вывод согласуется с данными рис. 1.

На рис. 3 представлены спектры сингулярности в зависимости от показателя "частоты" сингулярности (показатель Гельдера) для временных рядов минимальной, максимальной и средней температуры. Данные на рис. 3 показывают, что спектры сингулярности вариаций минимальной, максимальной и средней температуры имеют левое усечение и длинный правый хвост. Это связано с мультифрактальной структурой рассматриваемых временных рядов, нечувствительной к локальным флуктуациям большой величины. Максимальное значение  $f(\alpha)$  соответствует q = 0, тогда как значения  $f(\alpha)$  слева от него соответствуют положительным значениям q и, аналогично,

значения  $f(\alpha)$  справа от максимума соответствуют отрицательным значениям q. Из рис. 3 следует, что  $f(\alpha)$  незначительно изменяется слева от своего максимального значения (положительные значения q) и, наоборот, существенно изменяется справа от своего максимума (отрицательные значения q). Кроме того, диапазон минимального и максимального значений параметра а характеризует степень мультифрактальности временного ряда; диапазон больше справа от максимума  $f(\alpha)$ , что означает, что существует более высокая степень мультифрактальности для отрицательного q, подтверждая таким образом результаты масштабного поведения  $F_a(s)$  и распределение обобщенного показателя X'ерста h(q) (рис. 1 и 2 соответственно).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выполнении настоящих исследований проанализированы основные мультифракталь-

ные свойства временных рядов суточной температуры в горном районе, а именно с помощью метода мультифрактального флуктуационного анализа изучены фрактальные особенности временных рядов минимальной, максимальной и средней суточной температуры по данным высокогорной метеостанции Цугшпитце. Установлено, что в целом все три временных ряда демонстрируют мультифрактальное поведение, особенно для малых временных масштабов, примерно до 90 сут. Анализ зависимости обобщенного показателя Херста h(q) от момента q показал, что рассматриваемые временные ряды имеют долгосрочную положительную корреляцию и что мультифрактальность слабее при больших флуктуациях (положительные значения *q*). Спектр сингулярности для всех временных рядов усечен влево, что означает, что временные ряды имеют мультифрактальную структуру, нечувствительную к локальным флуктуациям больших величин. Также следует отметить, что мультифрактальное поведение практически одинаково для всех временных рядов (минимальная, максимальная и средняя суточная температура).

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИДГ РАН № 1220329000185–5 "Проявление процессов природного и техногенного происхождения в геофизических полях".

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Адушкин В.В., Рябова С.А., Спивак А.А. Геомагнитные эффекты природных и техногенных процессов. М.: ГЕОС, 2021. 264 с.
- Аптуков В.Н., Митин В.Ю. Фрактальный анализ метеорологических рядов с помощью метода минимального покрытия // Географический вестн. 2021. № 2. С. 67–79.
- Сидак С.В. Восстановление пропущенных значений температуры воздуха с использованием вейвлетов // Устойчивое развитие: региональные аспекты: сборник материалов XI Междуна-родной научно-практической конференции молодых ученых, Брест, 24–26 апреля 2019 г. Брест: БрГТУ, 2019. С. 141–143.
- Тараненко А.М. Фракталы и мультифракталы в электрокардиограммах и электроэнцефалограммах: Информативность и новые возможности // Современные проблемы науки и образования. 2019. № 6. https//:doi.org/10.17513/spno.29500
- *Тьюки Д*. Анализ результатов наблюдений. Разведочный анализ. М.: Мир, 1981. 693 с.

Balasis G., Donner R., Potirakis S., Runge J., Papadimitriou C.,

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

Daglis I., Eftaxias K., Kurths J. Statistical mechanics and information-theoretic perspectives on complexity in the Earth system // Entropy. 2013. V. 15.  $\mathbb{N}_{2}$  11. P. 4844–4888.

- *Barnsley M.F.* Fractals everywhere. San Diego, CA, USA: Academic Press, 1993. 533 p.
- Burgueno A., Lana X., Serra C., Martínez M.D. Daily extreme temperature multifractals in Catalonia (NE Spain) // Phys. Lett. A. 2014. V. 378. № 11–12. P. 874–885.
- Cleveland R.B., Cleveland W.S., McRae J.E., Terpenning I. STL: A seasonal-trend decomposition procedure based on Loess // Journal of Official Statistics; Stockholm. 1990. V. 6. № 1. P. 3–33.
- Donges J.F., Zou Y., Marwan N., Kurths J. Complex networks in climate dynamics // The European Physical Journal Special Topics. 2009. V. 174. № 1. P. 157–179.
- Garcia-Marin A.P., Estevez J., Medina-Cobo M.T., Ayuso-Munoz J.L. Delimiting homogeneous regions using the multifractal properties of validated rainfall data series // Journal of Hydrology. 2015. V. 529. № 1. P. 106–119.
- Garcia-Marin A.P., Jimenez-Hornero F.J., Ayuso-Munoz J.L. Multifractal analysis as a tool for validating a rainfall model // Hydrological Processes. 2008. V. 22. № 14. P. 2672–2688.
- *Gierałtowski J.J.*, Żebrowski *J.J., Orłowska-Baranowska E., Baranowski R.* Heart rate variability, multifractal multiscale patterns and their assessment criteria // Physiological Measurement. 2018. V. 39. № 11. https//:doi.org/10.1088/1361-6579/aae86d
- Govindan R.B., Vyushin D., Bunde A., Brenner S., Havlin S., Schellnhuber H.J. Global climate models violate scaling of the observed atmospheric variability // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. № 2.

https//:doi.org/10.1103 /PhysRevLett.89.028501

- *Hoaglin D.C., Mosteller F., Tukey J.W.* Understanding robust and exploratory data analysis. New York: Wiley, 1983. 447 p.
- *Ihlen E.A.F.* Introduction to multifractal detrended fluctuation analysis in Matlab // Frontiers in Physiology. 2012. V. 3.

https//:doi.org/10.3389/fphys.2012.00141

- Jaiswal R.K., Lohani A.K., Tiwari H.L. Statistical analysis for change detection and trend assessment in climatological parameters // Environ. Processes. 2015. V. 2. P. 729–749.
- Jiang L., Zhang J., Liu X., Li F. Multi-fractal scaling comparison of the air temperature and the surface temperature over China // Physica A. 2016. № 462. P. 783–792.
- Kalamaras N., Philippopoulos K., Deligiorgi D., Tzanis C.G., Karvounis G. Multifractal scaling properties of daily air temperature time series // Chaos, Solitons and Fractals. 2017. V. 98. P. 38–43.
- Kalamaras N., Tzanis C.G., Deligiorgi D., Philippopoulos K., Koutsogiannis I. Distribution of air temperature multifractal characteristics over Greece // Atmos. 2019. V. 10. № 2. https//: doi.org/10.3390/atmos10020045

https//.doi.org/10.3390/atmos10020

том 60 № 1 2024

- Kantelhardt J.W., Koscielny-Bunde E., Rybski D., Braun P., Bunde A., Havlin S. Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records // J. Geophys. Res. 2006. V. 111. https//:doi.org/10.1029/2005JD005881
- Kantelhardt J.W., Zschiegner S.A., Bunde A., Havlin S., Koscielny-Bunde E., Stanley H. E. Multifractal detrended fluctuation analysis of non-stationary time series // Physica A. 2002. № 316. P. 87–114.
- Kiraly A., Janosi I.M. Detrended fluctuation analysis of daily temperature records: Geographic dependence over Australia // Meteorol. Atmos. Phys. 2005. V. 88. P. 119–128.
- Knutti R., Furrer R., Tebaldi C., Cermak J., Meehl G. A. Challenges in combining projections from multiple climate models // J. Climate. 2010. V. 23. № 10. P. 2739–2758.
- *Krzyszczak J., Baranowski P., Zubik M., Hoffmann H.* Temporal scale influence on multifractal properties of agro-meteorological time series // Agricultural and Forest Meteorology. 2017. V. 239. P. 223–235.
- Laib M., Telesca L., Kanevski M. Long-range fluctuations and multifractality in connectivity density time series of a wind speed monitoring network // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2018. V. 28. № 3. https//:doi.org/10.1063/1.5022737
- Li E., Mu X., Zhao G., Gao P. Multifractal detrended fluctuation analysis of streamflow in the Yellow River Basin, China // Water. 2015. V. 7. № 4. P. 1670–1686.
- Liu Y., Cizeau P., Meyer M., Peng C.K., Stanley H.E. Correlations in economic time series // Physica A. 1997. № 245. P. 437–440.

- Maslin M., Austin P. Uncertainty: Climate models at their limit? // Nature. 2012. V. 486. P. 183–184.
- Rial J.A., Pielke R.A., Beniston M., Claussen M., Canadell J., Cox P., Held H., de Noblet-Ducoudre N., Prinn R., Reynolds J. F., Salas J.D. Nonlinearities, feedbacks and critical thresholds within the Earth's climate system // Climatic Change. 2004. V. 65. P. 11–38.
- *Rind D.* Complexity and climate // Science. 1999. V. 284. № 5411. P. 105–107.
- *Sivakumar B.* Fractal analysis of rainfall observed in two different climatic regions // Hydrological Sciences Journal. 2000. V. 45. № 5. P. 727–738.
- Svensson C., Olsson J., Berndtsson R. Multifractal properties of daily rainfall in two different climates // Water Resour. Res. 1996. V. 32. № 8. P. 2463–2472.
- *Tietjen G.L., Moore R.H., Beckman R.J.* Testing for a single outlier in simple linear regression // Technometrics. 1973. V. 15. № 4. P. 717–721.
- *Tuck A.F., Hovde S.J.* Fractal behavior of ozone, wind and temperature in the lower stratosphere // Geophys. Res. Lett. 1999. V. 26. № 9. P. 1271– 1274.
- Xavier S. F.A., da Silva Jale J., Stosic T., dos Santos C.A.C., Singh V.P. An application of sample entropy to precipitation in Paraíba State, Brazil // Theoretical and Applied Climatology. 2019. V. 136. № 1–2. P. 429–440.
- Yuan N., Fu Z., Mao J. Different multi-fractal behaviors of diurnal temperature range over the north and the south of China // Theoretical and Applied Climatology. 2013. V. 112. № 3–4. P. 673–682.

https://phys.org/news/2022-09-germany-glaciers-scalding-summer.html

## Investigation of Temperature Multifractrality According to Zugspitze Weather Station Data

#### S.A. Riabova\*

Sadovsky Institute of Geosphere Dynamics of Russian Academy of Sciences, Leninsky prosp., 38, build. 1, Moscow, 119334 Russia

\*e-mail: riabovasa@mail.ru

The main multifractal properties of time series of mean, maximum and minimum daily temperatures are analyzed using the method of multifractal fluctuation analysis. As initial data, we used the results of instrumental temperature observations made at the Zugspitze meteorological station in the period from August 1, 1900 to January 31, 2023. In general, variations in the mean, maximum and minimum daily temperatures demonstrate multifractal behavior, especially for small time scales, up to about 90 days An analysis of the generalized Hurst exponent found that the considered time series have a long-term positive correlation and that the multifractality is weaker with large fluctuations. The singularity spectrum for all time series is truncated to the left, which means that the time series have a multifractal structure that is insensitive to local fluctuations of large values.

Keywords: air temperature, variations, multifractality, Hurst exponent, singularity spectrum

УДК 551.509+515

## РЕЗУЛЬТАТЫ НАСТРОЙКИ ПАРАМЕТРИЗАЦИЙ ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ ПРОГНОЗА ПОГОДЫ ПО ИЗМЕРЕННЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ИНВЕРСИЙ В ПЛАНЕТАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ МЕГАПОЛИСА МОСКВЫ

© 2024 г. Р. В. Журавлев<sup>*a*</sup>, Е. А. Миллер<sup>*a*</sup>, \*, А. К. Князев<sup>*a*</sup>, Н. А. Баранов<sup>*b*</sup>, Е. А. Лезина<sup>*c*</sup>, А. В. Троицкий<sup>*d*</sup>

<sup>a</sup>Центральная аэрологическая обсерватория Росгидромета, ул. Первомайская, 3, Долгопрудный, 141700 Россия <sup>b</sup>Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, ул. Вавилова, 40, Москва, 119333 Россия <sup>c</sup>ГПБУ Мосэкомониторинг, ул. Новый Арбат, 11, стр. 1, Москва, 119992 Россия <sup>d</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, ул. Ашхабадская, 4, Нижний Новгород, 603105 Россия

\*e-mail: tissary@gmail.com

Поступила в редакцию 02.03.2023 г. После доработки 24.09.2023 г. Принята к публикации 15.11.2023 г.

В данной работе проводится поиск оптимальной параметризации мезомасштабной метеорологической модели на основе сравнительного анализа модельных прогнозов и результатов измерений температурных инверсий в планетарном пограничном слое атмосферы московского мегаполиса. Тестировалась модель WRF-ARW с несколькими различными комбинациями физических параметризаций для оценки качества прогнозов параметров инверсии температуры над г. Москва. При отборе критериев для сравнений была проведена оценка динамических и статистических характеристик температурных инверсий. Представлены результаты оценки сроков разрушения температурных инверсий в зависимости от типа инверсий. Источником данных были результаты измерений профилей температуры в слое до 1 км, полученные пассивным микроволновым профилемером MTP-5 с 2018 по 2021 гг. Один MTP-5 на севере Москвы использовался для настройки параметров модели, а другой на востоке Москвы — для валидации. Результаты сравнения показывают, что для настройки модели может быть оптимален набор из нескольких вариантов параметризации.

*Ключевые слова:* температурные инверсии, пограничный слой атмосферы, параметризация модели WRF, микроволновый профилемер MTP-5, дистанционное зондирование **DOI:** 10.31857/S0002351524010047

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования качества воздуха обычно проводятся на основе расчетов химико-транспортных моделей [Шалыгина и др., 2017], которые используют кадастры эмиссий различных химических компонент над интересующим регионом, а начальные и граничные условия — из различных (глобальных или локальных) метеорологических моделей численного прогноза погоды (NWP/ЧПП). Поэтому воспроизведение и прогнозирование региональных метеорологических условий является ключевой задачей для детальной оценки благоприятных и неблагоприятных условий рассеивания загрязняющих веществ в интересующем регионе [Kim et al., 2013; Zhang et al., 2013]. Полученные из моделей численного прогноза погоды температура воздуха, ветер, удельная влажность и высота планетарного пограничного слоя (ППС) являются основными параметрами исходных данных моделей прогноза качества воздуха и напрямую влияют на результаты прогноза [Govardhan et al., 2015].

Следует учитывать, что качество метеорологических моделей ЧПП определяется полно-

Статья подготовлена на основе устного доклада, представленного на IV Всероссийской конференции с международным участием "Турбулентность, динамика атмосферы и климата", посвященной памяти академика А.М. Обухова (Москва, 22–24 ноября 2022 г.).

той и качеством источников данных измерений метеорологических параметров. Руководство Всемирной метеорологической организации (WMO/BMO) по применению численного прогноза погоды (ЧПП) [WMO, 2020] подчеркивает необходимость усвоения и коррекции прогноза профилей ветра, температуры и влажности. Для реализации функции усвоения данных и коррекции результатов прогноза необходимо иметь плотную сеть наблюдений, особенно в первых километрах атмосферы [ЕРА, 2000], так как в планетарном пограничном слое ошибки численного моделирования имеют критическое значение [Vaisala, 2016].

Формирование и развитие сетей измерений в планетарном пограничном слое (ППС), таких как: ACTRIS (Aerosols, Clouds and Trace gases Research Infrastructure), ADnet (Asian Dust and aerosol lidar observation network), AMDAR (Aircraft Meteorological Data Relay), ARM (Atmospheric Radiation Measurement), EARLINET (European Aerosol Research Lidar Network), EUMETNET E-PROFILE (European Profile of the European Meteorological Network), IAGOS (In-service Aircraft for a Global Observing System), IGRA (Integrated Global Radiosonde Archive), LALINET (Latin America Lidar Network), MPLnet (NASA Micro-Pulse Lidar Network), MWRnet (Microwave Radiometer Network), NDACC (Network for the Detection of Atmospheric Composition Change), NYS Mesonet (New York State Mesonet) [Kotthaus et al., 2023], – решает задачу компенсировать недостаток измерений в планетарном пограничном слое наземных контактных станций измерений и неопределенность спутниковых данных в первых сотнях метров от поверхности земли.

Для реализации процедур усвоения данных и коррекции данных по результатам измерений в ППС инициирован в последние годы ряд проектов, таких как NYS Mesonet, COST 720, COST ES1303 TOPROF, SOFOG3D, PROBE, TEAMx [Cimini, et al., 2020]. Результаты в этом направлении представлены в ряде публикаций [Illingworth et al., 2019; Martinet et al., 2022].

В последние десятилетия распространение как часть MWRnet [Caumont et al., 2016] получили одноканальные микроволновые профилемеры МТП-5 [Troitsky et al., 1993] и современная модификация МТР-5 [EPA, 2011; Ilyin, Troitsky, 2017]. Данный тип измерителей позволяет получать непрерывные данные о динамике профилей температуры в слое 1 км. Параметры динамики температурной стратификации в ППС важны в задачах экологического мониторинга и имеют значение как составляющая характеристик класса устойчивости Паскуилла [Pasquill, 1961; РБ-046-21, 2021] или метеорологический показатель рассеивания примеси и загрязнения приземного воздуха МПРЗ [Кузнецова и др., 2014]. Ряды измеренных данных профилей температуры ППС позволяют оценить ошибки моделирования [Юшков, 2022], контролировать в режиме реального времени характеристики термического состояния с анализом аномалий суточного хода температуры [Кузнецова и др., 2010]. Приборы применяются для исследований характеристик ППС как автономно [Кузнецова и др., 2004; Rotach et al., 2004; CHANG et al., 2006; Ferrario et al., 2008; Kadygrov et al., 2012; Эзау и др., 2013; Kiktev et al., 2015], так и в составе измерительных комплексов [Matsui et al., 1996; Westwater et al., 1999; Triantafyllou et al., 2018; Odintsov et al., 2021]. Для задач прогноза применение данных МТР-5 развивалось по ряду направлений: построение прогноза в точке измерений [Baranov, Lemishchenko, 2018; Баранов, 2021] на основе эмпирических данных, усвоение данных [Akhmetshina et al., 2015; Вазаева и др., 2018; Rivin et al., 2020; Starchenko et al., 2022; Gochakov et al., 2022] и настройка модели по данным измерений. В районе московского мегаполиса с 2014 г. 3 прибора МТР-5 (с 2022 уже 4) являются источником данных для рутинного усвоения в ЧПП.

Одной из наиболее популярных моделей, используемой по всему миру для прогноза региональных метеорологических условий, является модель WRF-ARW. Это негидростатическая мезомасштабная модель численного прогнозирования погоды, которая включает широкий спектр различных физических параметризаций. что позволяет локально настраивать ее в соответствии с потребностями конкретной задачи. Начальные и граничные условия могут быть взяты либо из данных моделей общей циркуляции, либо из данных реанализа. Поскольку выбор комбинации таких параметров оказывает существенное влияние на результат моделирования, подбор оптимальной комбинации для конкретной задачи в заданном регионе становится достаточно важной задачей. В работе [Stergiou, 2017] проводилась оценка чувствительности результатов моделирования для Европейского домена к пара-



**Рис. 1.** Распределение долей площадей классов подстилающей поверхности в области чувствительности двух приборов МТР-5 (Долгопрудный и Косино) и квадрата вокруг центра Москвы со стороной 20 км (центр Москвы).

метрам микрофизики, приземного пограничного слоя, длинноволновой и коротковолновой радиации, облачности и модели подстилающей поверхности. [Pervin, Gan, 2020] также проводили оценку чувствительности модели WRF для региона реки Маккинзи в высоких широтах в Канаде. Mendoza and Lugo [Mendoza, Lugo, 2020] была проведена достаточно объемная работа по подбору оптимальных комбинаций параметризаций модели WRF для штата Пуэбло в Мексике. Всего в эксперименте проверялось 768 различных комбинаций параметров модели WRF. Стоит отметить, что в результате их эксперимента оптимальные комбинации зависели от выбранной метрики, например, систематическая ошибка, среднеквадратичное отклонение или корреляция по Пирсону. В результате авторам удалось агрегировать метрики на весь штат и отобрать всего 10 лучших комбинаций.

Детализация расчетов численных моделей может быть улучшена, среди прочих факторов, за счет использования более высокого пространственного и временного разрешения модели, соответствующих параметризаций или ассимиляции данных наблюдаемых метеорологических параметров, таких как температура, осадки, скорость ветра [Borge, 2008; Misenis, 2010]. Однако использование таких методов требует больших вычислительных ресурсов и сложной настройки самой процедуры усвоения данных.

Одним из методов улучшения качества ЧПП является настройка модели по результатам измерений температурной стратификации в точке [Юшков, 2022]. Такое решение позволяет получить прогноз на территории в условиях недостаточно плотных измерительных сетей измерений. Целью данной работы является демонстрация подхода по поиску оптимальной комбинации параметризаций модели WRF с наилучшей обобщающей способностью по данным температурных профилемеров MTP-5 на территории г. Москвы и окрестности.

#### 2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Наличие в московском мегаполисе многолетних (с 2000 г.) измерений температурной стратификации микроволновыми температурными профилемерами (МТП-5 и МТР-5) дает возможность использовать в качестве источника данных временные ряды профилей температуры в слое до 1 км в пространственно-разнесенных точках измерений. Расчет и анализ проводился по массивам данных за период времени с 2018 по 2021 гг. С учетом пространственной изменчивости городского острова тепла [Golitsyn et al., 2002] и масштаба ландшафтных неоднородностей ППС [Khaikine et al., 2006] для анализа использовались точки измерений с равноудаленным от центра мегаполиса положением (примерно 20 км). Для эксперимента были выбраны 2 прибора: один МТР-5 SN050 на севере Москвы (г. Долгопрудный) использовался для настройки параметров модели, а другой на юго-востоке Москвы МТР-5 SN068 (р-н Косино-Ухтомский) для валидации. Расстояние между приборами по прямой – около 35 км.

В проведенных экспериментах для модели WRF использовалась модифицированная классификация подстилающей поверхности MODIS-IGBP. Рассмотрим распределения по классам вокруг двух приборов, участвующих в эксперименте, и сравним их с классами характерными

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА то


Рис. 2. Характеристики температурных инверсий.

для центральной части города с учетом сетки внутреннего домена с разрешением 2 км (рис. 1). Видно, что профили двух приборов отличаются наличием класса 14 (естественная мозаика растительности) в р-не Косино-Ухтомский. Суммарно оба прибора покрывают большую часть классов, которые встречаются на территории самого города. Классы, которые не встречаются в районе приборов, связаны с другими типами леса (хвойный) или отличными типами трав, однако, если посмотреть внутренние параметризации модели, применяемые к этим классам, то они близки к тем, которые присутствуют вблизи приборов, например, "смешанный лес" или "естественная мозаика растительности". Таким образом, можно сделать предположение о том, что параметры, полученные как оптимальные с точки зрения модели по двум приборам, могут быть применимы для всего г. Москвы.

#### 2.1. Выбор критериев для анализа

Зависимость условий для накопления и рассеяния загрязнений в нижней атмосфере представлена во множестве исследовательских работ и руководящих документах отраслей, связанных с регулированием и контролем потенциально опасных технологических процессов, а также метеорологических и экологических служб, контролирующих результаты антропогенного воздействия города как сложной системы транспортной и коммунальной инфраструктуры [Оке, 1982; РБ-046–21, 2021; Al-Hemoud et al., 2019]. Классификация типов погоды связанна с загрязнениями через характеристики категории устойчивости Паскуилла [Pasquill, 1961] или МПРЗ [Кузнецова и др., 2014] и дополняются условиями, когда в случае приподнятой инверсии (рис. 2) происходит "копчение" нижних слоев атмосферы [Оке, 1982]. Такие инверсии формируются при переходе от приземной G-инверсий (когда  $H_{\text{base}}$  – нижняя граница инверсии равна 0 м) к приподнятым Е-инверсиям (с нижней границей выше уровня 0 м) в случае радиационных процессов, или как адвективные инверсии, или как смешанные при трансформации от одного типа к другому и обратно [Кузнецова и др., 2010]. Дополнительно инверсии можно разделить на: инверсии, которые формируются как результат стационарного процесса (радиационные), когда происходит накопление выброса при условии слабого ветра; на инверсии в результате адвекции, которая ведет к смене воздушной массы; смешанный тип. Эти процессы принципиально различны для условий накопления и рассеяния потенциальных загрязнений атмосферы.

Характеристики температурных инверсий – значимый фактор, определяющий условия накопления и рассеяния загрязнений [Звягинцев и др., 2011; Ячмёнева, Гольвей, 2011], и возможность получить репрезентативные данные оптимизированного по данному параметру прогноза на территории мегаполиса имеет важный прикладной эффект для задач управления процессами, связанными с загрязнением атмосферы. Для оценки качества прогнозов модели в качестве целевых параметров (характеристик) температурных инверсий были выбраны: тип инверсии, высота инверсии (разница верхней и нижней границы  $H_{top} - H_{base}$  (рис. 2 – ось ординат) и глубина/величина инверсии  $T_{top} - T_{base}$  (рис. 2 – ось абсцисс).

Температурные инверсии московского мегаполиса имеют в значительной части случаев четко выраженные временные границы образования и разрушения [Локощенко и др., 2021; Vorobyeva et al., 2009], при наличии данных о профилях температуры от МТР-5 каждые 5 мин обеспечивается достаточная плотность данных для сравнения со сроками образования и разрушения инверсий по данным модели ЧПП. Для решения задачи о сроках формирования и разрушения для различных инверсий в зависимости от типа были рассчитаны статистические и динамические характеристики профилей температуры для г. Москвы. Из статистических характеристик рассчитывались: продолжительность наблюдения инверсии, се-



**Рис. 3.** Пример сравнений измеренных профилей МТР-5 (зеленая линия) с радиозондами (RS-красные точки) в SOFOG3D и голубая линия – профили T(h), посчитанные из яркостных температур Tbr( $\Theta$ ) радиозонда. (a) G-инверсия; (б) приподнятая Е-инверсия; (в) высоко приподнятая инверсия HE.

зонная характеристика мощности. Была выполнена оценка факторов, определяющих условия и сроки разрушения инверсий.

#### 2.2. МТР-5 как источник данных

МТР-5 представляет собой само-калибрующийся, само-тестирующийся одноканальный сканирующий микроволновый метеорологический температурный профилемер [Ilyin, Troitsky, 2017] для измерения профилей температуры от уровня установки до высоты 1000 м при любых погодных условиях. Прибор пришел серию международных сравнений с различными альтернативными измерительными системами: радиозондами, RASS, метеорологическими мачтами и др. [Koldaev et al., 2010; EPA., 2011; Klügel et al., 2019; Martinet et al., 2022]. Достаточная точность одноканального микроволнового радиометра (MTP-5) в нижних слоях ППС позволяет получить репрезентативное описание динамики характеристик до 1 км.

На рис. 3 показан пример сравнений измеренных профилей МТР-5 (зеленая линия) с данными измерений радиозондов (RS-красные точки) во время проекта SOFOG3D зимой 2019–2020 г.



**Рис. 4.** Характеристики инверсий в период с 01/04 по 15/10 и с 16/10 по 31/03 по данным МТР-5 г. Долгопрудный с 2018 по 2021 гг.



Рис. 5. Среднечасовые характеристики инверсий (а) в период с 16/10 по 31/03 и (б) в период с 01/04 по 15/10.

в Бордо (Франция) [Martinet et al., 2022]. Голубая линия на графиках – это профили T(h), восстановленные из яркостных температур радиозонда Tbr( $\Theta$ ), которые получены решением прямой задачи, а именно расчетом распределения Tbr( $\Theta$ ) из профиля температур радиозонда T(h). Графики иллюстрируют качество метода восстановления и величину аппаратной ошибки. Представлены профили для случаев инверсий различного типа. На рис. За показан случай с приземной G-инверсией. Рисунок 36 – приподнятая Е-инверсия. Рисунок 3в – высоко приподнятая инверсия HE, когда нижняя граница инверсии на высоте выше 250 м.

#### 2.3. Выбор периодов измеренных данных для анализа

Для анализа был выбран период с момента, когда при суточных максимальных углах Солнца больше 40° (с 1 апреля) по срок, когда Солнце перестанет подниматься выше 25°. В этот период типовой суточный ход температуры ППС



**Рис. 6.** Распределение по продолжительности инверсий в период с 16/10 по 31/03 ("зима") и с 01/04 по 15/10 ("лето")

[Кузнецова и др., 2010] встречается чаще. Можно предположить, что изменение в углах Солнца (40° против 25°) при переходе с зимы на лето и обратно связано с необходимым прогревом после зимнего периода.

Рисунок 4 показывает распределение изменения (приращение/уменьшение) значения градиента инверсии *dT* (рассчитанного по среднечасовым профилям температуры) от угла Солнца "SunPos" в период с 01/04 по 15/10 и с 16/10 по 31/03 по данным MTP-5 SN050 в Долгопрудном с 2018 по 2021 гг. Характер распределения в условно летний и условно зимний период различны, но похожи для 4-х лет с 2018 по 2021. Инверсии разрушаются быстрее с восходом Солнца в летний период.

На рис. 4а (зеленый сектор) — при положительных углах Солнца — отрицательный градиент инверсий больше и разрушение инверсии быстрее. Для зимнего периода (рис. 4б) градиенты инверсий наблюдаются без определенной зависимости от угла Солнца.

Рисунок 5 демонстрирует распределение по срокам разрушения характеристик инверсий а) в период с 16/10 по 31/03 и б) в период с 01/04 по 15/10, и рис. 6 – распределение по продолжительности инверсий в период с 16/10 по 31/03 ("зима") и с 01/04 по 15/10 ("лето"). Графики показывают количественные характеристики изменения характера температурного режима ППС для "зимнего" и "летнего" сезонов, которые условно определены по срокам в зависимости от суточного максимума угла Солнца и связаны со степенью прогрева воздуха у земли.

Рисунок 7 иллюстрирует среднечасовые характеристики инверсий в период с 01/04 по 15/10



**Рис.** 7. Среднечасовые характеристики инверсий в период с 01/04 по 15/10 и с 16/10 по 31/03 по данным МТР-5 SN050c 2018 по 2021 гг.

и с 16/10 по 31/03 (по данным МТР-5 SN050 в Долгопрудном с 2018 по 2021) как распределение показателя мощности по высоте  $H_{top} - H_{base}$  от глубины/величина инверсии  $T_{top} - T_{base}$ . "Летние" инверсии менее мощные по обоим показателям, при этом для "зимних" инверсий в распределении их параметров можно выделить два кластера, отражающих увеличенную частоту смешанного типа инверсий в этот период. В летний период преобладают инверсии со слоем до 500 м и мощностью меньше 9°.

Для анализа сроков разрушения инверсий был выбран показатель мощности по температуре  $T_{\text{top}} - T_{\text{base}} = dT$ , в большей степени зависящий от

прогрева. На рис. 8 показано распределение срока разрушения инверсии мощностью dT, выраженного через угловое положение Солнца, т.е. на каких углах Солнца разрушится инверсия, мощность которой в момент восхода Солнца была dT. Для инверсий мощностью более 5° разрушение инверсии наступало на углах Солнца выше 10°.

В табл. 1 и 2 представлено распределение сроков разрушения инверсии, мощность которой в момент восхода Солнца была dT через угловое положение Солнца (табл. 1) и от срока времени (табл. 2), прошедшего с момента восхода, рассчитанные по среднечасовым профилям температуры. Расчеты производились по результатам



**Рис. 8.** Распределение срока разрушения инверсии мощностью *dT* от угла Солнца инверсий в период с 01/04 по 15/10 по данным MTP-5 в Долгопрудном.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

#### ЖУРАВЛЕВ и др.

		Угол Солнца [гр]																														
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	1	7	7		6	2		6	8	1	1	3	0	1	2	5	2	2	1	- 4	2	- 4	1	1	2	1	0	0	0	0	0	1
	2	6	5	4	6	12	12	7	10	9	3	4	2	1	1	4	4	2	4	5	1	4	0	2	0	1	2	2	1	0	0	0
	3	0	1	2	3	3	2	3	8	6	4	4	4	1	2	7	2	2	0	6	0	2	4	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	2	1	1	2	0	2	2	5	0	2	4	1	2	3	1	1	1	2	1	3	0	0	0	0	0	0	0
dTinvMax[C]	5	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	2	0	0	0	1		1	2	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	0	1	3	1	1	0	0	0	3	0	1	0	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 1. Распределение сроков разрушения инверсий dT через угловое положение Солнца



					Чи	сло ча	сов пос	ле вос	хода [n	nj				
	10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	1	0	45	8	9	1	0	0	0	0	0	1	0	0
	2	0	58	29	9	4	0	2	1	0	0	1	1	0
	3	0	22	34	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
dTinyMax[C]	4	0	3	25	5	3	0	1	0	1	0	0	0	0
a minimum (e)	5	0	0	7	7	0	2	0	1	0	1	0	0	0
	6	0	0	2	7	4	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

измерений с 2018 по 2021 гг. Мощность по температуре округлена до целого значения.

Неоднозначность динамики характеристик температурных инверсий продемонстрирована на рис. 9. С прогревом ППС с 18 до 21 июня наблюдалось последовательное vменьшение мощности инверсии по температуре, и время разрушения инверсий было 18/06 в 06:20, 19/06 в 06:05, 20/06 в 06:25, 21/06 06:30. Возможно, после дождя 22 июня мощность инверсии по dTвыросла почти в 2 раза, и время разрушения инверсий сместилось на час: 22/06 – в 07:25. далее 23/06 – в 07:15, 24/06 – в 07:05. С учетом сложности прогноза сроков разрушения инверсий в ППС можно оценить ожидаемое время  $\Delta t_{\rm ceroдня}$ разрушения инверсии мощностью  $dT_{ceroдhy}(C)$  на момент восхода Солнца  $t_{\text{восход}}$ , если использовать данные о сроке разрушения инверсии с мощностью  $dT_{\text{вчера}}(C)$  за время  $\Delta t_{\text{вчера}}$  накануне. Оценка срока разрушения инверсии будет иметь вид  $dT_{ceroдня}(C) \times \Delta t_{вчера}/dT_{вчера}(C) = \Delta t_{ceroдня}$  при условии, что  $dT_{ceroдня}(C) < dT_{вчера}(C)$ .

Учет угла Солнца как косвенная оценка степени дневного прогрева ППС помогает оценить сроки перестроения динамики температурных инверсий и получить качественные оценки се-

распределений зонно-зависимых характеристик температурного режима для данного места наблюдений. На рис. 10 показана зависимость срока разрушения инверсии с мощностью dT на момент восхода Солнца от степени прогрева (dT(0 M) + dT(t)) слоя толщиной примерно 30 м на расстоянии 1 км (измерения MTP-5 SN050 с уровня горизонт), т.е. показано, насколько надо прогреть слой толщиной несколько десятков метров от земли для разрушения зарегистрированной на момент восхода Солнца инверсии мощностью  $dT_{inv}(C)$ . По результатам наблюдений видно, что для разрушения инверсии мощностью больше 4 градусов требовался прогрев слоя у земли на более чем 1.5°.

По результатам анализа в качестве критерия для сравнения с данными модели были выбраны температурные инверсии и разделены на группы/типы: приземные (G), приподнятые (E) и высокоприподнятые (HE). Инверсии анализировались в периоды измерений как квазистационарных периодов (август как летний и декабрь как зима), так и в периоды межсезонных перестроений в апреле и октябре с учетом того, что в эти сроки часто нарушается типовой суточный ход температурой стратификации.



3.	W	RF	
•••			

Для моделирования погодных параметров использовалась мезомасштабная модель WRF-ARW версия 4.2.2.

В данной работе модель была сконфигурирована с использованием системы вложенных сеток (доменов), с пространственным разрешением внутренней целевой сетки 2 × 2 км и размером 102 × 102 ячейки, построенной в Ламбертовой географической проекции. Центры всех доменов были заданы в точке центра Москвы (55.7558 с.ш.; 37.6178 в.д.). Вертикальная сетка содержала в себе 40 уровней по высоте так, чтобы в приземном пограничном слое содержалось как минимум 17 вертикальных уровней. Верхняя граница модели была задана на высоте 100 мбар. Горизонт прогноза равнялся 48 ч, при этом первые 6 ч прогноза отрезались из-за "эффекта прогревания" ("spin-up period"). Запуск расчетов проводился два раза в сутки в 0 и 12 ч по UTC для выбранных месяцев (апрель, август, октябрь и декабрь). Начальное поле инициализировалось по данным NCEP FNL с пространственным разрешением 1.0° и временным разрешением 6 ч.

Спектр всех возможных комбинаций физических параметризаций в модели WRF очень широк. более 1 млн в версии ядра ARW. В общем случае не существует каких-то правил, по которым параметризации должны быть скомбинированы друг с другом, за исключением очень ограниченного набора, где в документации прямо указаны единственно возможные сочетания. Для уменьшения количества исследуемых комбинаций перед началом постановки экспериментов был проделан обзор статей, связанных с подобной тематикой [Kim et al., 2013; Zhang et al., 2013; Govardhan et al., 2015; Moonev et al., 2013; Stergiou et al., 2017; Pervin et al., 2020; Mendoza, Lugo, 2020]. В результате был отобран следующий список наиболее часто повторяющихся среди "победителей" физических и динамических параметризаций (табл. 3).

Поскольку работа проводится для большого города, то необходимо как-то учитывать эффекты, связанные с городской застройкой. Для этого использовались две параметризации из стандартного набора WRF-ARW.

Первый тип параметризации — это модель однослойного городского полога (UCM), разработанная Kimura, Kusaka и др. [Kusaka et al., 2001;



Рис. 10. Характеристики инверсий в период с 01/04 по 15/10 по данным МТР-5 SN050 в Долгопрудном с 2018 по 2021 гг.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

#### ЖУРАВЛЕВ и др.

Тип параметризации (назва- ние блока в модели WRF)	Название схемы параметризации	Номер в модели WRF
	Схема Пердью Лин [Chen, Sun, 2001]	2
Микрофизика (mp_physics)	Схема с использованием 1-го момента и 5 классов, разработанная внутри WRF [Hong et al., 2004]	4
	Новая схема Томпсона [Thompson et al., 2008]	8
	Схема Кайна-Фритша [Kain, 2004]	1
Кучевая облачность	Схема Грелла-Фрейтаса (GF) [Grell, Freitas, 2014]	3
(cu_physics)	Трехмерная схема Грелла [Grell, Devenyi, 2002]	5
	Схема Тидтке [Zhang et al., 2011]	6
Длинноволновая радиация	Схема RRTMG [Iacono, 2008]	4
(ra_lw_physics)	Схема Годдарда [Matsui et al., 2018]	5
Коротковолновая радиация	Схема CAM [Collins et al., 2004]	3
(ra_sw_physics)	Схема RRTMG [Iacono, 2008]	4
	Схема университета Йонсей [Hong et al., 2006]	1
	Схема Меллора-Ямады-Янджича [Janjic, 1994]	2
Приземный пограничный	Quasi-Normal Scale Elimination PBL [Sukoriansky et al., 2005]	4
слой (PBL) (bl_pbl_physics):	Схема Меллора-Ямады Наканиши и Ниино Уровень 2.5 PBL [Nakanishi, Niino, 2006]	5
	Схема Бужо-Лакаррер [Bougeault, Lacarrère, 1989]	8
Городская поверхность (sf_ urban_physics)	Модель городского полога	1
	Модель параметризации зданий, которая позволяет зданиям быть выше, чем приземный модельный слой	2

## Таблица 3. Полный список выбранных параметризаций для участия в эксперименте

Таблица 4. Отобранные наборы комбинаций различных физических параметризаций для модели WRF-ARW.

Nº 8
4
3
5
4
2
1
0

Кusaka, Kimura, 2004]. Она представляет город как комбинацию бесконечно длинных уличных каньонов и трехмерных городских поверхностей, таких как стены, крыши и дороги. В уличном каньоне учитываются затенение, отражение и задержка излучения, а также задается экспоненциальный профиль ветра. Также производится расчет таких переменных, как температура поверхности крыш, стен и дорог, которые определяются по балансу энергии на поверхности, и температурные профили в слоях над крышами, стенами и дорогами, которые определяются из уравнения теплопроводности.

Второй тип, используемый в данной работе, это многослойная модель городского полога (BEP), разработанная Martilli [Martilli et al., 2002]. Эта модель представляет собой более сложное моделирование городской среды и позволяет напрямую взаимодействовать с PBL внутри модели WRF. ВЕР учитывает трехмерную природу городских поверхностей и тот факт, что здания вертикально распределяют источники и стоки тепла, влаги и импульса через весь слой городского полога, что существенно влияет на термодинамическую структуру "шероховатости" городского подслоя и, следовательно, нижней части городского пограничного слоя. При этом учитывается влияние вертикальных и горизонтальных (стены, улицы и крыши) поверхностей на импульс (за счет силы трения), турбулентную кинетическую

42

энергию (ТКЭ) и потенциальную температуру. Излучение на стенах и дорогах учитывает затенение, отражение и улавливание коротковолнового и длинноволнового излучения в уличных каньонах.

Для работы данных схем нужны карты классификации типов подстилающей поверхности, а также различные параметры, например, высота зданий, ширина дорог, площадь крыш и т.п. В стандартном наборе входных данных для модели WRF есть эти данные в первом приближении, но можно предположить, что уточнение этих параметров для конкретной локации позволит повысить качество воспроизведения процессов в городской среде. При этом модель позволяет ручную корректировку карт и подобных параметров для расчетов.

Также в соответствии с рассмотренной литературой были выбраны наиболее частые комбинации выбранных параметризаций между собой. В табл. 4 представлены наборы, которые участвовали в эксперименте (всего 8 штук). В результате для каждого месяца необходимо было провести от 480 до 496 расчетов (в зависимости от количества дней в месяце).

Настройка физических параметризаций модели проводилась на промежутке времени 2018— 2020 гг. по данным прибора МТР-5 SN050-в г. Долгопрудный, а валидация проводилась по данным МТР-5 SN068-в р-не Косино-Ухтомский за 2021 г. Таким образом, мы разделили обучающую и валидационную выборки по времени и пространству.

#### 4. МЕТРИКИ ЗАДАЧИ

Прежде всего рассматривалась способность модели правильно классифицировать один из

трех типов наблюдаемой инверсии (см. секцию 2.1). В таком случае необходимо пользоваться метриками для задачи классификации, такими как точность (*precision*), полнота (*recall*) и, которая представляет собой комбинацию предыдущих двух метрик:

$$precision = \frac{TP}{TP + FP},$$
(1)

$$recall = \frac{TP}{TP + FN},$$
 (2)

$$F_{\beta} = \left(1 + \beta^2\right) \frac{\text{precision} \cdot \text{recall}}{\beta^2 \cdot \text{precision} + \text{recall}},$$
(3)

где TP — количество событий, которые были определены как инверсия с правильным типом; FP — количество событий, которые были неправильно определены как инверсия; FN — количество событий, которые были неверно определены как отсутствие инверсии; — коэффициент, вводящий соотношение между точностью и полнотой (равен единице, если нас интересует равномерное соотношение).

Вторая задача заключалась в оценке способности настроенной модели корректно воспроизводить конкретные количественные характеристики инверсии, такие как высота инверсии и глубина инверсии (см. секция 2.1). Для оценки использовались среднеквадратическое отклонение (*RMSE*), систематическая ошибка (*bias*) и соотношение вариаций наблюдаемых параметров инверсий и модельных параметров (). Последняя метрика дает понимание, насколько хорошо модель воспроизводит общую вариацию целевых параметров.



Рис. 11. Результаты метрики F1 для инверсий типа G + E (слева) и HE (справа).

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

(4)



**Рис. 12**. Результаты метрики Fb (b = 0.75) для инверсий типа G + E (слева) и HE (справа).



Рис. 13. Результаты точности (Precision) для инверсий типа G + E (слева) и HE (справа).



Рис. 14. Результаты полноты (Recall) для инверсий типа G + E (слева) и HE (справа).

$$bias = \sum_{i=1}^{N} (y_i^t - y_i),$$
 (5)

$$var_{ratio} = \frac{var_{model}}{var_{obs}},$$
 (6)

где N – количество точек с наблюдениями (в нашем случае измерений профилей); и – *i*-е истинное значение и модельное значение соответственно; — модельная вариация параметра за период времени; — наблюдаемая вариация параметра за период времени.

#### 5. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 11–14 показаны результаты решения задачи классификации инверсий, разбитые на

44



Рис. 15. Результаты RMSE для инверсий типа G + E (левый столбец) и HE (правый столбец).



Рис. 16. Результаты bias для инверсий типа G + E (левый столбец) и HE (правый столбец).

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024



Рис. 17. Результаты var<sub>ratio</sub> для инверсий типа G + E (левый столбец) и НЕ (правый столбец).

две группы (G + E) и (HE). В качестве метрик использовались (рис. 12) и (рис. 13). Второй вариант дает большее смещение в сторону полноты предсказаний, таким образом, мы меньше "наказываем" за FP и больше – за FN. Все используемые метрики для задачи классификации в идеальной ситуации должны быть равны единице, поэтому нас интересуют параметризации, которые находятся ближе к правому верхнему углу. На всех рисунках далее по оси x отложены результаты, полученные при настройке параметров на станции в г. Долгопрудном, по оси y – результаты на валидационном периоде по станции в p-не Косино-Ухтомский.

Из приведенных выше результатов можно сделать вывод, что в случае двух типов инверсии (G + E) могут быть использованы наборы № 1, № 7. В случае (HE) – наборы № 2 и № 3.

На рис. 15—17 представлены результаты количественных метрик параметров инверсий, таких как высота и глубина инверсии, также разбитые на две группы (G + E) и (HE). В случае RMSE и bias оптимальными наборами являются те, которые находятся ближе к нулю. Для метрики нас

интересуют значения, которые ближе всего к единице, что означает, что модель описывает наблюдаемую вариацию параметра один к одному. По оси x отложены результаты, полученные при настройке параметров на станции в г. Долгопрудном, по оси y — результаты на валидационном периоде по станции в р-не Косино-Ухтомский. Результаты представлены по двум параметрам инверсий: высота (верхние рисунки), единицы измерения — м, и глубина (нижние рисунки), единицы измерения — градусы Цельсия.

Таким образом, для оценки высоты в случае двух типов инверсии (G + E) могут быть использованы наборы  $\mathbb{N}$  4,  $\mathbb{N}$  6,  $\mathbb{N}$  8. В случае (HE) можно увидеть, что присутствует либо сильная переоценка вариации параметра, либо присутствуют существенные завышения по RMSE и bias. В данном случае для инверсии типа (HE) нельзя сделать однозначный вывод, но можно ожидать, что набор  $\mathbb{N}$  1 даст более стабильный результат.

Для оценки глубины инверсии в случае двух типов (G + E) могут быть использованы наборы № 1 и № 7. В случае (HE) можно увидеть переоценку вариации параметра больше чем в два раза для любого набора. Однако, если выбирать из представленных результатов, то можно использовать наборы № 5 и № 7.

### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе продемонстрирована возможность сочетания модели численного прогноза погоды с данными результатов измерений температурной стратификации в планетарном пограничном слое через настройку по избранному критерию (температурные инверсии) параметров и выбор оптимальных наборов параметризаций модели.

Кроме того, продемонстрирована технология, позволяющая вести контроль точности прогноза по результатам измерений для оценки текущего термического режима планетарного пограничного слоя атмосферы. Такой подход позволяет перейти от веры в достоверность прогноза к знанию того, что он достоверен по результатам сравнения с измеренными профилями температуры.

## 7. ДАЛЬНЕЙШИЕ ДЕЙСТВИЯ

Как видно из полученных результатов, не получается выбрать одну единственную комбинацию физических параметризаций модели WRF для решения всех поставленных задач. Результаты отличаются в зависимости от критериев (метрик) настройки и выбранных типов инверсий. В таком случае логичным продолжением было бы исследование по составлению линейной комбинации из результатов моделирования небольшого числа параметризаций (например, 2-4 набора), которая позволила бы существенно улучшить конечный результат. При этом комбинации параметров могут быть зафиксированы, а вот линейные комбинации (коэффициенты при результатах моделирования) могут отличаться в зависимости от целевого критерия. Также интересным продолжением работы является проверка оперативной корректировки заданной линейной комбинации решений по данным MTP5, в том числе с учетом доступности регулярных измерений в центре города с лета 2022 г.

В дополнение к этому планируется выполнить ряд работ, а именно: проверить условия разрушения температурных инверсий с учетом регистрируемых на станции ГПБУ "МОСЭКОМОНИТО-РИНГ" (МЭМ) потоков солнечной радиации; посчитать зависимость сроков разрушения приподнятых инверсий смешанного и адвективного типа в зависимости от прогрева поверхности, угла Солнца и измеренных потоков солнечной радиации; оценить региональную изменчивость полученных характеристик и методов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Баранов Н.А. Прогнозирование временных рядов метеопараметров на основе подхода нейрон ных дифференциальных уравнений // Диф уравнения, математическое ференциальные моделирование и вычислительные алгоритмы: сборник материалов международной конференции. Белгород. 25–29 октября 2021. Под ред. В.Б. Васильева, И.С. Ломова. Бел-"БелГУ" НИУ "БелГУ" город: ИД 2021. C. 127–130.
- Вазаева Н.В., Чхетиани О.Г., Максименков Л.О., Каллистратова М.А., Кузнецов Р.Д., Куличков С.Н., Миллер Е.А., Юшков В.П. Прогноз вертикальных распределений температуры и ветра в атмосферном пограничном слое с использованием модели wrf-arw и усвоением данных содара и температурного профилемера // Турбулентность, динамика атмосферы и климата. 2018. С. 191–201.
- Звягинцев А.М., Блюм О.Б., Глазкова А.А., Котельников С.Н., Кузнецова И.Н., Лапченко В.А., Лезина Е.А., Миллер Е.А., Миляев В.А., Попиков А.П., Семутникова Е.Г., Тарасова О.А., Шалыгина И.Ю. Загрязнение воздуха на Европейской части России и в Украине в условиях жаркого лета 2010 года // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2011. Т. 47. № 6. С. 757-766.
- Кузнецова И.Н., Хайкин М.Н., Кадыгров Е.Н. Влияние городской среды на температуру в пограничном слое атмосферы по данным микроволновых измерений в Москве и окрестностях // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2004. Т. 40. № 5. С. 678–688.
- Кузнецова И.Н., Нахаев М.И., Кадыгров Е.Н., Миллер Е.А. Методические рекомендации по использованию данных профилемеров МТП-5. РОСГИДРОМЕТ. 2010.

http://method.meteorf.ru/norma/rec/profile.pdf

- Кузнецова И.Н., Кадыгров Е.Н., Миллер Е.А., Нахаев М.И. Характеристики температуры в нижнем 600-метровом слое по данным дистанционных измерений приборами МТП-5 // Оптика атмосферы и океана. 2012. Т. 25. № 10. С. 877–883.
- Кузнецова И.Н., Шалыгина И.Ю., Нахаев М.И., Глазкова А.А., Захарова П.В., Лезина Е.А., Звягинцев А.М. Неблагоприятные для качества воздуха метеорологические факторы // Труды Гидрометцентра России. 2014. Вып. 351. С. 154–172.
- Локощенко М.А., Богданович А.Ю., Еланский Н.Ф., Лезина Е.А. Температурные инверсии в Москве и их влияние на состав приземного воздуха // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57. № 6. С. 641-650.
- *Оке Т.Р.* Климаты пограничного слоя. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1982. 359 с.
- РБ-046-21. Руководство по безопасности при исполь-

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

том 60 № 1 2024

зовании атомной энергии // Мониторинг гидро логических, метеорологических и аэрологических условий в районах размещения объектов использования атомной энергии. Федеральная служба по экологическому, технологическому и атомному надзору. 2021.

- Шалыгина И.Ю., Кузнецова И.Н., Нахаев М.И., Коновалов И.Б., Захарова П.В. Прогнозирование метеорологических условий и загрязнения воздуха с применением данных численной модели атмосферы и химической транспортной модели // Труды гидрометеорологического научно-исследовательского центра Российской Федерации. 2017. № 365. С. 81–93.
- Эзау И.Н., Вольф Т., Миллер Е.А., Репина И.А., Тро ицкая Ю.И., Зилитинкевич С.С. Анализ результатов дистанционного мониторинга профиля температуры в нижних слоях атмосферы долины г. Берген (Норвегия) // Издательство Планета. Метеорология и гидрология. 2013. № 10. С. 93–103.
- *Юшков В.П.* Термическая стратификация воздушного бассейна мегаполиса: сопоставление модельных представлений и данных наблюдений // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58. № 4. С. 424–437.
- Ячмёнева Н.В., Гольвей А.Ю. Повторяемость инверсий и их влияние на уровень загрязнения атмосфер ного воздуха в г. Челябинске // Вестн. Челябинского ГУ. 2011. № 5. С. 220.
- Akhmetshina A.S., Kizhner L.I., Kuzhevskaya I.V. et al. Using WRF mesoscale model to restore temperature profile in atmosphere boundary layer in Tomsk // Proceedings of SPIE. 2015. V. 9680: 21st International Symposium Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics. June 22–26. 2015. Tomsk. Russian Federation. P. 968069–1–968069–5. URL: http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/ Repository/vtls:000552252
- *Al-Hemoud A., Al-Sudairawi M., Al-Rashidi M. et al.* Temperature inversion and mixing height: critical indicators for air pollution in hot arid climate // Nat Hazards 97. 2019. P. 139–155.

https://doi.org/10.1007/s11069-019-03631-2

- *Baranov N.A., Lemishchenko E.V.* Forecasting temperature profile based on blending of measurement data and numerical prediction models // Int. J. of circuits, systems and signal processing. V. 12. 2018. P. 235–239.
- Borge R., Alexandrov V., del Vas J.J., Lumbreras J., Rodriguez E. A comprehensive sensitivity analysis of the WRF model for air quality applications over the Iberian Peninsula // Atmos. Environ. 2008. V. 42. P. 8560–8574.
- *Bougeault P., Lacarrère P.* Parameterization of Orography-Induced Turbulence in a Mesobeta-Scale Model // Mon. Weather Rev. 1989. V.117. P. 1872–1890. http://dx.doi.org/10.1175/1520–0493(1989)
- Caumont O., Cimini D., Löhnert U., Alados-Arboledas L., Bleisch R., Buffa F., Ferrario M.E., Haefele A., Huet T., Madonna F., Pace G. Assimilation of humidity and temperature observations retrieved from ground-based

microwave radiometers into a convective-scale NWP model // Q.J.R. Meteorol. Soc. 2016. V.142. P. 2692–2704.

https://doi.org/10.1002/qj.2860

Chang Che-Ming, Long-Nan Chang, Hui-Chuan Hsiao, Fang-Chuan Lu, Ping-Fei Shieh, Chi-Nan Chen, Shish-Chong Lu. A Further Study of High Air Pollution Episodes in Taiwan Using the Microwave Temperature Profiler (MTP-5HE) // JSME International Journal Series B Fluids and Thermal Engineering. 2006. V 49. Issue 1. P. 60–64. ISSN1347–5371. Print ISSN 1340–8054.

https://doi.org/10.1299/jsmeb.49.60

- Chen S.-H., Sun W.Y. A One-dimensional Time Dependent Cloud Model // J. Meteorol. Soc. Jpn. 2002. V. 80. № 1. P. 99–118.
- *Cimini D., Haeffelin M., Kotthaus S. et al.* Towards the profiling of the atmospheric boundary layer at European scale introducing the COST Action PROBE // Bull. of Atmos. Sci.& Technol. 2020. V. 1. P. 23–42. https://doi.org/10.1007/s42865–020–00003–8
- Collins W., Rasch P.J., Boville B.A., McCaa J., Williamson D. L., Kiehl J.T., Dai Y. Description of the NCAR Community Atmosphere Model (CAM 3.0) (No. NCAR/TN-464+STR) // University Corporation for Atmospheric Research. 2004. https://doi.org/10.5065/D63N21CH
- EPA: United States Office of Air Quality EPA-454/ R-99–005, Environmental Protection Planning and Standards, Agency Research Triangle Park, NC27711 February 2000.
- EPA: Quality Assurance Guidance for the Collection of Meteorological Data Using Passive Radiometers, U.S. Environmental Protection Agency Region 10 Office of Environmental Assessment and U.S. Environmental Protection Agency Office of Air Quality Planning and Standards, 2011, FINAL 0611.
- Ferrario M. E. et al. 2008 IOP Conf. Ser.: // Earth Environ. Sci. 1012067.
- Gochakov A.V., Tokarev V.M., Kolker A.B. Verification of vertical temperature profiles in the COSMO and ICON models with available observational data // IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 1023012004. 2022.
- Golitsyn G.S., Kadygrov E.N., Kuznetsova I.N. Microwave remote sensing investigation of the atmospheric boundary layer thermal regime above an urban area // Proc. of 12 ARM Science Team Meeting. St. Petersburg. Florida. 2002. P. 1–7.
- Govardhan G., Nanjundiah R.S., Satheesh S.K., Krishnamoorthy K., Kotamarthi V.R. Performance of WRF-Chem over Indian region: Comparison with measurements // J. Earth Syst. Sci. 2015. V. 124. P. 875–896.
- Grell G.A., Devenyi D. A Generalized Approach to Parameterizing Convection Combining Ensemble and Data Assimilation Techniques // Geophys. Res. Lett. 2002. V. 29 P. 1693. http://dx.doi.org/10.1029/2002gl015311
- Grell G.A., Freitas S. R. A scale and aerosol aware stochastic convective parameterization for weather and air quality modeling // Atmos. Chem. Phys. 2014. V. 14. P. 5233–5250.

https://doi.org/10.5194/acp-14-5233-2014

- Hong S.-Y., Dudhia J., Chen S.-H. A Revised Approach to Ice Microphysical Processes for the Bulk Parameterization of Clouds and Precipitation // Mon. Weather Rev. 2004. V. 132. P. 103–120. http://dx.doi.org/10.1175/1520–0493(2004) 132<0103: ARATIM>2.0.CO:2
- Hong S. Y., Noh Y., Dudhia J. A New Vertical Diffusion Package with an Explicit Treatment of Entrainment Processes//Mon. Weather Rev. 2006. V. 134. P. 2318–2341. http://dx.doi.org/10.1175/MWR3199.1
- Iacono M.J., Delamere J.S., Mlawer E.J., Shephard M.W., Clough S.A., Collins W.D. Radiative forcing bylonglived greenhouse gases: Calculations with the AER radiative transfer models // Geophys. Res. 2008. P. 113. D13103.

https://doi.org/10.1029/2008JD009944

- Illingworth A.J., Cimini D., Haefele A., Haeffelin M., Hervo M., Kotthaus S., Löhnert U., Martinet P., Mattis I., O'Connor E.J., Potthast R. How Can Existing Ground-Based Profiling Instruments Improve European Weather Forecasts? // Bull. Amer. Meteor. Soc. 2019. V. 100 (4). P. 605–619.
- Ilyin G.N., Troitsky A. V. Determining the Tropospheric Delay of a Radio Signal by the Radiometric Method // Radiophys. Quantum. Electron. 2017. V.60. № 4. P. 291–299.
- Janjic Z.I. The Step-Mountain Eta Coordinate Model: Further Developments of the Convection, Viscous Sublayer, and Turbulence Closure Schemes. // Mon. Weather Rev. 1994. V. 122. P. 927–945. http://dx.doi.org/10.1175/1520–0493(1994)122

Kadygrov E.N., Miller E.A., Troitsky A.V. Study of atmo-

- spheric boundary layer thermodynamics during total solar eclipse on the basis of microwave radiometers data // Proc. of 12-th Spec.Meeting Microwave Radiometry and Remote Sensing of the Environment (Microrad-2012). Rome. Italy. 2012. P. 1–4. https://doi.org/10.1109/Microrad. 6185246
- Kain, J.S. (The Kain-Fritsch Convective Parameterization: An Update // J. Appl. Meteorol. 2004. V. 43. P. 170–181.

https://doi.org/10.1175/1520-0450(2004)

- Khaikine M., Kuznetsova I., Kadygrov E. et al. Investigation of temporal-spatial parameters of an urban heat island on the basis of passive microwave remote sensing // Theor. Appl. Climatol. 2006. V. 84. P. 161–169. https://doi.org/10.1007/s00704–005–0154-z
- *Kiktev D.B., Astakhova E. D., Zaripov R.B. et al.* FROST-2014 project and meteorological support of the Sochi-2014 Olympics. Russ. // Meteorol. Hydrol. 2015. V. 40. P. 504–512.

https://doi.org/10.3103/S1068373915080026

- Kim Y., Sartelet K., Raut J.C., Chazette P. Evaluation of the Weather Research and Forecast/Urban Model over Greater Paris // Bound.-Layer Meteorol. 2013. V. 149. P. 105–132.
- Koldaev A., Miller E., Troitsky A., Sarichev S. Experimental Study of Rain-induced Accuracy Limits for Microwave Remote Temperature Profiling // WMO Technical

Conference on Meteorological and Environmental Instruments and Methods of Observation. Helsinki. Finland. 2010.

Kotthaus S., Bravo-Aranda J.A., Collaud Coen M., Guerrero-Rascado J.L., Costa M.J., Cimini D., O'Connor E.J., Hervo M., Alados-Arboledas L., Jiménez-Portaz M., Mona L., Ruffieux D., Illingworth A., Haeffelin M.: Atmospheric boundary layer height from groundbased remote sensing: a review of capabilities and limitations // Atmos. Meas. Tech. 2023. V. 16. P. 433– 479.

https://doi.org/10.5194/amt-16-433-2023.

- Klügel T., Böer A., Schüler T., Schwarz W. Atmospheric data set from the Geodetic Observatory Wettzell during the CONT-17 VLBI campaign // Earth Syst. Sci. Data. 2019. V. 11. P. 341–353. https://doi.org/10.5194/essd-11–341–2019
- Kusaka H., Kondo H., Kikegawa Y., Kimura F. A simple single- layer urban canopy model for atmospheric models: comparison with multi-layer and slab models //
- Boundary-Layer Meteorology. 2001. V. 101. P. 329–358. *Kusaka H, Kimura F*. Coupling a single-layer urban canopy model with a simple atmospheric model: impact on urban heat island simulation for an idealized case // Journal of the Meteorological Society of Japan. 2004. V.82. P. 67–80.
- *Martilli A., Clappier A., Rotach M.* W. An urban surface exchange parameterization for mesoscale models // Bound.-Layer Meteorol. 2002. V. 104. P. 261–304.
- Martinet P., Unger V., Burnet F., Georgis J., Hervo M., Huet T., Löhnert U., Miller E., Orlandi E., Price J., Schröder M., Thomas G. A dataset of temperature, humidity, and liquid water path retrievals from a network of ground-based microwave radiometers dedicated to fog investigation // Bulletin of Atmospheric Science and Technology. 2022. V. 3. № 1-4.

https://doi.org/10.1007/s42865-022-00049-w

- Matsui H., Hamilton D. S., Mahowald N. M. Black carbon radiative effects highly sensitive to emitted particle size when resolving mixing-state diversity // Nat. Commun. 2018. V. 9. P. 3446.
- Matsui I., Sugimoto N., Maksyutov S., Inoue G., Kadygrov E., Vyazankin S. Comparison of Atmospheric Boundary Layer Structure Mesured with a Microwave Temperature Profiler and a Mie Scattering Lidar // Jpn. J. Appl. Phys. 1996. V. 35. Port I. № 4A. P. 2168–2169.
- Mendoza Uribe I., Lugo Morín D. R. Performance of the WRF model with different physical parameterizations in the precipitation simulation of the state of Puebla // Atmósfera. 2020. V. 33. № 4. P. 357–383. https://doi.org/10.20937/ATM.52640
- *Misenis C., Zhang Y.* An examination of sensitivity of WRF/Chem predictions to physical parameterizations, horizontal grid spacing, and nesting options // Atmos. Res. 2010. V. 97. P. 315–334.
- Mooney P.A., Mulligan F.J., Fealy R. Evaluation of the Sensitivity of the Weather Research and Forecasting Model to Parameterization Schemes for Regional Climates of Europe over the Period 1990–95//J. Clim.

2013. V. 26. P. 1002-1017.

https://doi.org/10.1175/JCLI-D-11-00676.1

Nakanishi M., Niino H. An Improved Mellor-Yamada Level 3 Model: Its Numerical Stability and Application to a Regional Prediction of Advection Fog // Bound.-Layer Meteorol. 2006. V. 119. P. 397–407. http://dv.doi.org/10.1007/c10546\_005\_0030\_8

http://dx.doi.org/10.1007/s10546-005-9030-8

Odintsov S., Miller E., Kamardin A., Nevzorova I., Troitsky A., Schröder M. Investigation of the Mixing Height in the Planetary Boundary Layer by Using Sodar and Microwave Radiometer Data // Environments. 2021. V. 8 (11). P. 115.

https://doi.org/10.3390/environments8110115

- Pasquill F. The estimation of the dispersion of windborne material // Meteorol. Mag. 1961. V. 90. P. 33–49.
- Pervin L., Gan T.Y., Sensitivity of physical parameterization schemes in WRF model for dynamic downscaling of climatic variables over the MRB // Journal of Water and Climate Change. 2020. https://doi.org/10.2166/wcc.2020.036
- Rivin G.S., Rozinkina I.A., Vil'fand R.M. et al. Development of the High-resolution Operational System for Numerical Prediction of Weather and Severe Weather Events for the Moscow Region // Russ. Meteorol. Hydrol. 2020. V. 45. P. 455–465.

https://doi.org/10.3103/S1068373920070018 Rotach M.W. Kadygrov E.N., Kadygrov V.N., Miller E.A.,

- *et al.* Turbulence structure and exchange processes in an alpine valley: The Riviera Project // Bull. Amer, Meteorol. Soc. 2004. V. 85. № 9. P. 1367–1385.
- Starchenko A.V., Tolstykh M.A., Mizyak V.G., Svarovsky A.I., Prokhanov S.A. A local observation data assimilation in mesoscale numerical weather prediction models // Proc. SPIE12341 28th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics. 2022. 123416N.

https://doi.org/10.1117/12.2644943

Stergiou I., Tagaris E., Sotiropoulou R.-E.P. Sensitivity Assessment of WRF Parameterizations over Europe // Proceedings. 2017. V. 1. P. 119. https://doi.org/10.3390/ecas2017-04138

 Sukoriansky S., Galperin B., Perov V. Application of a New Spectral Theory of Stably Stratified Turbulence to the Atmospheric Boundary Layer over Sea Ice // Bound.-Layer Meteorol.. 2005. V. 117. P. 231–257. https://doi.org/10.1007/s10546–004–6848–4

Thompson G., Field P.R., Rasmussen R.M., Hall W.D.

Explicit Forecasts of Winter Precipitation Using an Improved Bulk Microphysics Scheme. Part II: Implementation of a New Snow Parameterization // Mon. Weather Rev. 2008. V. 136. № 12. P. 5095–5115.

http://dx.doi.org/10.1175/2008MWR2387.1

*Triantafyllou A.G., Kalogiros J., Krestou A. et al.* Evaluation of an atmospheric model with surface and ABL meteorological data for energy applications in structured areas // Theor. Appl. Climatol. 2019. V. 135. P. 1227–1242.

https://doi.org/10.1007/s00704-018-2429-1

- Troitsky A.V., Gaikovich K.P., Gromov V.D., Kadygrov E. N., Kosov A. S. Thermal sounding of the atmospheric boundary layer in the oxygen band center at 60 GHz // IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing. 1993. V. 31. № 1. P. 116–120.
- Vaisala. Accuracy Matters in Radiosonde Measurements // White Paper. 2016. https://www.vaisala.com/sites /default/files/documents/Accuracy-Matters-in-Radiosonde-Measurements-White-Paper-B211548EN.pdf
- *Vorobyeva E., Miller E., Kadygrov E.* Study of seasonal and interannual features of urban heat island vertical structure above Moscow city // The 7th International Conference on Urban Climate (ICUC-7). 2009. Yokohama. Japan. P. 1–5.
- Westwater E.R., Han Y., Irisov V.G., Lenskiy V., Kadygrov E.N., Viazankin A.S. Remote sensing of boundary layer temperature profiles by a scanning 5-mm microwave radiometer and RASS: Comparison Experiments // J. Atmos. Ocean. Tech. 1999. V. 16. P. 805–818.
- WMO: Global NWP Statement of Guidance for the EUCOS region. https://www.eumetnet.eu/wp-content/uploads/ 2020/08/EMN\_StatementofGuidance\_ EUCOSregion GlobalNWP.pdf
- Zhang C., Wang Y., Hamilton K. Improved Representation of Boundary Layer Clouds over the Southeast Pacific in ARW-WRF Using a Modified Tiedtke Cumulus Parameterization Scheme // Mon. Weather Rev. 2011. V. 139 (11). P. 3489–3513.
- Zhang Y., Sartelet K., Wu S.Y., Seigneur C. Application of WRF/Chem-MADRID and WRF/Polyphemus in Europe – Part 1: Model description, evaluation of meteorological predictions, and aerosol-meteorology interactions // Atmos. Chem. Phys. 2013. V. 13.

P. 6807–6843.

# Parameterization of a WRF Model Based on Microwave Measurements of Temperature Inversion Characteristics in PBL over Moscow City

R. V. Zhuravlev<sup>1</sup>, E. A. Miller<sup>1, \*</sup>, A. K. Knyazev<sup>1</sup>, N. A. Baranov<sup>2</sup>, E. A. Lezina<sup>3</sup>, A. V. Troitsky<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Central Aerological Observatory of Roshydromet, st. Pervomayskaya, 3, Dolgoprudny, 141700 Russia <sup>2</sup>Computing Centre named A. A. Dorodnicyn FRCIC of the Russian Academy of Sciences, st. Vavilova, 40, Moscow, 119333 Russia

<sup>3</sup>BEPI Mosecomonitoring, st. Novy Arbat, 11, build. 1, Moscow, 119992 Russia <sup>4</sup>Nizhny Novgorod State University N. I. Lobachevsky, st. Ashgabatskaya, 4, Nizhny Novgorod, 603105 Russia \*e-mail: tissary@gmail.com

In this work the WRF-ARW model was tested with several different combinations of physical parameterizations to assess the quality of temperature inversion parameter predictions over the Moscow city. The dynamic and statistical characteristics of temperature inversions have been calculated and analysed in selecting criteria for comparisons. The calculated of estimating of the dissipation conditions in dependence on the type of temperature inversions are presented. The data source was the results of temperature profiles measurements in a layer up to 1 km, obtained by the MTP-5 passive microwave profiler from 2018 to 2021. One MTP5 on the North of Moscow was used to tune the model parameters and another one on the East of Moscow for validation. The comparison results show that several parameterization options can be chosen to reproduce the main inversion parameters.

**Keywords:** temperature inversions, atmospheric planetary boundary layer, parameterization of the WRF-ARW, MTP-5 microwave radiometer, remote sensing

УДК 551.558.1:551.554:536.25

# ВАРИАНТ ТЕОРИИ ЛОКАЛЬНОГО ПОДОБИЯ И АППРОКСИМАЦИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНЫХ МОМЕНТОВ КОНВЕКТИВНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

© 2024 г. А. Н. Вульфсон<sup>а, b,</sup> \*, П. В. Николаев<sup>с</sup>

<sup>а</sup>Институт водных проблем РАН, ул. Губкина, 3, Москва, 119333 Россия <sup>b</sup>Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", ул. Мясницкая, 20, Москва, 101000

Россия

<sup>с</sup>Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, Ленинский просп., 4, стр. 1, Москва, 119049 Россия

> \*e-mail: vulfson@iwp.ru Поступила в редакцию 28.02.2023 г. После доработки 22.09.2023 г. Принята к публикации 15.11.2023 г.

Аппроксимация турбулентных моментов конвективного слоя атмосферы выполнена на основе варианта локальной теории подобия, использующего понятия полуэмпирической теории турбулентности Прандтля. В предложенном варианте локальной теории подобия в качестве базовых параметров приняты второй момент вертикальной скорости и "спектральный" путь перемешивания Прандтля. Такой подход позволяет распространить теорию Прандтля на турбулентные моменты вертикальной скорости и плавучести и дополнительно предложить более десяти новых аппроксимаций. Рассмотрено сопоставление предложенной аппроксимации с другими вариантами теории локального подобия. Показано, что выбранные базовые параметры значительно улучшают соответствие аппроксимаций локального подобия с экспериментальными данными. Аппроксимации согласуются с наблюдениями в турбулентном конвективном ярусе атмосферы, верхняя граница которого практически соответствует нижней границе температурной инверсии. Аналитические аппроксимации локального подобия могут найти приложения при построении замыканий моментов высокого порядка в вихре разрешающих численных моделях турбулентности, а также при конструировании "mass-flux" параметризации.

*Ключевые слова:* конвективный пограничный слой, теория локального подобия, полуэмпирическая теория турбулентности Прандгля **DOI**: 10.31857/S0002351524010057

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Пусть h — высота конвективного пограничного слоя; z — высота уровня над подстилающей поверхностью. В условиях свободной конвекции и вынужденной конвекции со слабым ветром теория локального подобия расширяет область приложения теории Монина—Обухова с узкого поверхностного слоя  $0 \le z/h \le 0.1$  на большую часть конвективного слоя  $0 \le z/h \le 0.75$ .

Варианты теории локального подобия предполагают априорное задание двух базовых размерных параметров, отнесенных к произвольномууровню *z* и характеризующих турбулентное перемешивание на этом уровне. Аппроксимации турбулентных моментов строятся на основе теории размерности в форме обобщенных одночленов, зависящих от базовых параметров. В рамках теории локального подобия возможны различные способы априорного задания базовых параметров. Выбор базовых параметров формирует тот или иной вариант теории локального подобия.

Для конвективного пограничного слоя атмосферы без сдвига ветра теория локального подобия была впервые предложена в работе [Zeman, Lumley, 1976]. В качестве базовых параметров

Статья подготовлена на основе устного доклада, представленного на IV Всероссийской конференции с международным участием "Турбулентность, динамика атмосферы и климата", посвященной памяти академика А.М. Обухова (Москва, 22–24 ноября 2022 г.).

в этой теории использовалась высота z и локальный поток плавучести  $gs_{\theta}$ , величина которого пропорциональна турбулентному конвективному потоку тепла на этом уровне. Последовательное развитие варианта теории [Zeman, Lumley, 1976] выполнено в работе [Вульфсон и др., 2004], см. также [Sorbjan, 1986]. Другой вариант теории локального подобия для конвективного пограничного слоя атмосферы подробно обсуждался в серии работ [Sorbjan, 1986; 1987; 1988; 1990; 1991]. В качестве базовых параметров в этой теории использовались параметр скорости  $w_S = z^{1/3} (gs_{\theta})^{1/3}$ и параметр плавучести  $g\theta_S = z^{-1/3} (gs_{\theta})^{2/3}$ , где gs<sub>0</sub> — локальный поток "буссинесковой" плавучести на произвольном уровне z, пропорциональный конвективному потоку тепла.

Существенно, что предложенные варианты теории локального подобия соответствуют экспериментальным данным только в нижней половине конвективного пограничного слоя  $0 \le z/h \le 0.5$ .

В настоящей работе рассматривается еще один вариант теории локального подобия в свободно-конвективном пограничном слое атмосферы, использующий идеи полуэмпирических теорий турбулентности [Prandtl, 1925; 1932]. В данном варианте в качестве базовых размерных параметров использован второй момент вертикальной скорости  $w^2$  и параметр длины  $l_{PS}$ , соответствующий "спектральному" пути перемешивания Прандтля. Такой выбор базовых параметров позволяет рассматривать алгебраические формулы полуэмпирической теории турбулентности Прандтля как соотношения теории локального подобия. Выбранные базовые параметры  $w^2$  и  $l_{PS}$  значительно улучшают соответствие аппроксимаций с экспериментальными данными и согласуются с наблюдениями в области перемешивания  $0 \le z/h \le 0.75$ . Следует заметить, что уровень z/h = 0.75 соответствует верхней границе существования ансамбля термиков, конвективных подробнее см. [Вульфсон, Бородин, 2016; Vulfson, Borodin, 2018; Vulfson, Nikolaev, 2022].

Аналитические аппроксимации теории локального подобия для моментов конвективного пограничного слоя представляют вполне определенный теоретический интерес в связи с проблемами конструктивного замыкания моментов высокого порядка в вихре разрешающих численных моделях турбулентности и "mass-flux" параметризациях.

#### 2. ВЕРТИКАЛЬНАЯ СТРУКТУРА Конвективного слоя атмосферы и уравнения теории конвекции

Пусть t – время; x, y z – координаты декартовой системы координат, в которой ось z направлена противоположно ускорению силы тяжести g, а оси x, y расположены на плоской однородной подстилающей поверхности. Предположим, что  $\overline{\Theta}(z)$  – фоновое значение потенциальной температуры статической стратифицированной атмосферы;  $d\overline{\Theta} / dz$  – температурная стратификация атмосферы;

Согласно [Kaimal et al., 1976] конвективный пограничный слой атмосферы высотой *h* состоит трех горизонтальных ярусов, см. рис. 1.

Ярус  $h_{ib} < z < h$  называют инверсионным слоем. Нижняя граница инверсионного подслоя расположена на уровне  $h_{ib} \approx 0.85h$ . Стратификация атмосферы в инверсионном слое перемешивания устойчива  $d\overline{\Theta}/dz > 0$ . Ярус  $h_s < z < h_{ib}$ , для которого  $h_s \approx 0.1h$ , называют слоем перемешивания. Нижняя граница слоя перемешивания расположена на уровне  $h_s \approx 0.1h$ . Стратификация атмосферы в слое перемешивания нейтральна, а средняя потенциальная температура слоя практически постоянна  $d\overline{\Theta}/dz = 0$ ,  $\overline{\Theta}(z) = \Theta_0 = \text{const}$ .

Ярус  $0 < z < h_s$ , прилегающий к подстилающей поверхности z = 0, называют поверхностным слоем. В поверхностном конвективном слое стратификация атмосферы неустойчива,  $d\overline{\Theta}/dz \leq 0$ , подробнее см. [Kaimal et al., 1976].

Так как ярус перемешивания обладает самой большой вертикальной протяженностью, величину  $\Theta_0 = \text{const}$  можно интерпретировать как среднюю потенциальную температуру всего конвективного слоя.

Равенство  $\overline{\Theta}(h_s) = \Theta_0$  следует рассматривать как уравнение для определения высоты конвективного поверхностного слоя  $h_s$ , см. рис. 1.

Описание свободно конвективного режима турбулентности реализуем в рамках уравнений теории конвекции Буссинеска. Математическое обоснование системы уравнений Буссинеска

2024

для случая использования в стратифицированной жидкости выполнено [Spiegel, Veronis, 1960]. Обоснование системы уравнений Буссинеска для случая использования в стратифицированной атмосфере выполнено в [Вульфсон, 1981], см. также [Mahrt, 1986].

Допустим, что  $\vec{u}$ , w — компоненты вектора скорости вдоль плоскости xy и оси z соответственно. Будем считать, что  $\rho(x, y, z, t)$ , p(x, y, z, t)и  $\Theta(x, y, z, t)$  — локальные значения плотности, давления и потенциальной температуры соответственно;  $\bar{\rho}(z)$ ,  $\bar{p}(z)$ ,  $\bar{\Theta}(z)$  — фоновые значения плотности, давления и потенциальной температуры, связанные уравнениями состояния идеального газа и статики. Предположим, что  $\bar{\rho}_a(z)$  фоновое значение плотности статической адиабатической атмосферы;  $\bar{\rho}_0 = \bar{\rho}_a(0)$  — постоянное значение средней плотности на подстилающей поверхности.

Пусть  $p' = p - \bar{p}$  — отклонение локального давления p от его статического фонового значения  $\bar{p}(z)$ ;  $\Phi_b = p'/\bar{\rho}_a \approx p'/\bar{\rho}_0$  — модифицированное возмущение давления в стратифицированной атмосфере;  $\Theta'_b(x, y, z, t) = \Theta(x, y, z, t) - \bar{\Theta}(z)$  — локальная флуктуация потенциальной температуры в стратифицированной атмосфере.

Уравнения Буссинеска будут рассмотрены в области  $\Omega = \{-\infty < x, y < \infty, 0 < z < h\}$ .

Следуя [Turner, 1973], введем локальную "буссинескову" плавучесть.

$$g\theta_b(x, y, z, t) = g\Theta'_b(x, y, z, t)/\Theta_0 =$$
  
=  $g\left\{\Theta(x, y, z, t) - \overline{\Theta}(z)\right\}/\Theta_0.$  (1)

Использование в качестве новой переменной системы уравнений Буссинеска приводит к уравнениям

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\vec{u} = -\vec{\nabla}_{h}\Phi_{b}, & \frac{d}{dt}w = -\frac{\partial}{\partial z}\Phi_{b} + (g\theta_{b}) \\ \frac{d}{dt}(g\theta_{b}) + g\Gamma w = 0, & \vec{\nabla}_{h}\cdot\vec{u} + \frac{\partial}{\partial z}w = 0. \end{cases}$$
(2)

Здесь  $\vec{\nabla}_h = \vec{i} \partial/\partial x + \vec{j} \partial/\partial y$  — горизонтальный оператор Гамильтона;  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  — направляющие векторы осей x и y соответственно;  $g\Gamma = g\Theta_0^{-1}d\overline{\Theta}(z)/dz$  — параметр стратификации.

Уравнения позволяют рассматривать плавучесть  $g\theta_b$  как самостоятельную переменную, эквивалентную пульсации потенциальной температуры  $\Theta'_b$ . Модифицированная форма уравнений конвекции была впервые предложена [Вульфсон и др., 2004] и использована также в работах [Fodor, Mellado, 2020; Vulfson, Nikolaev, 2022].

Пусть  $gs_{\theta}(z) = \overline{g\theta_b w}$  — локальный поток "буссинесковой" плавучести на произвольном уровне *z*, размерность которого  $[gs_{\theta}] = M^2/c^3$ . Соответственно,  $gS_{\theta} = gs_{\theta}(0) = gH/(c_P\rho_0\Theta_0)$  — поток плавучести на подстилающей поверхности. С учетом краевые условия на нижней горизонтальной границе *z* = 0 примут вид

$$\left\{\overline{(w\vec{u}'\cdot w\vec{u}')_{0}}\right\}^{1/2} = U_{*}^{2}, \quad \overline{(g\theta_{b}w)_{0}} = gS_{\theta}.$$
 (3)

Здесь  $\vec{u}'$  — отклонение скорости от среднего горизонтального ветра;  $U_*$  — динамическая скорость.

Уравнения теории конвекции и их краевые условия будут рассматриваться далее как базовые соотношения, формирующие турбулентность конвективного пограничного слоя.

Использование вместо переменной  $\Theta'_b$  переменной плавучести  $g\theta_b$ , размерность которой  $[g\theta] = m/s^2$ , приводит к появлению новых турбулентных моментов вида  $(\overline{g\theta_b})^n w^m$ , пропорциональных обычным турбулентным моментам  $(\overline{\Theta'_b})^n w^m$ . Однако это обстоятельство совершенно несущественно, так как безразмерные формы моментов  $(\overline{g\theta_b})^n w^m$  и  $(\overline{\Theta'_b})^n w^m$  полностью совпадают.

## 3. ТЕОРИЯ МОНИНА–ОБУХОВА И ТЕОРИИ ЛОКАЛЬНОГО ПОДОБИЯ В ПОВЕРХНОСТНОМ КОНВЕКТИВНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Для описания турбулентности в конвективном поверхностном слое атмосферы 0 < z / h < 0.1используют теорию Монина-Обухова, см. [Monin, Yaglom, 1975]. Для описания турбулентности в конвективном слое атмосферы 0 < z / h < 1 используют локальные теории подобия, см., например, [Zeman, Lumley, 1976; Sorbjan, 1986]. Покажем, что в режиме свободной конвекции в конвективном поверхностном слое атмосферы 0 < z / h < 0.1известные варианты локальной теории подобия формируют профили турбулентных моментов, форма которых геометрически подобна профилям классической теории подобия Монина-Обухова.

В качестве иллюстрации рассмотрим моменты второго порядка, которые дополним смешанным моментом третьего порядка. Из соотношений, следуют, общие соотношения для следующих моментов

$$\frac{w^{2} = g_{ww}(z, gS_{\theta}, U_{*}, g\Gamma),}{(\overline{g\theta_{b}})^{2}} = g_{\theta\theta}(z, gS_{\theta}, U_{*}, g\Gamma),$$

$$\overline{(g\theta_{b})^{2}w} = g_{\theta\thetaw}(z, gS_{\theta}, U_{*}, g\Gamma),$$
(4)

где  $g_{ww}$ ,  $g_{\theta\theta}$ ,  $g_{\theta\theta w}$  – положительные функции.

В условиях слабого ветра  $U_* \approx 0$  и положительного потока тепла на подстилающей поверхности  $gS_{\theta} > 0$  в конвективном поверхностном слое 0 < z / h < 0.1 параметр стратификации  $g\Gamma = g\Gamma(z, gS_{\theta})$ . Поэтому, согласно [Kader, Yaglom, 1990], в уравнениях существует только два базовых параметра  $gS_{\theta}$  и z, т.е.

$$\frac{\overline{w^2} = g_{ww}(z, gS_{\theta}), \quad \overline{(g\theta_b)^2} = g_{\theta\theta}(z, gS_{\theta}), \\ (\overline{g\theta_b})^2 w = g_{\theta\thetaw}(z, gS_{\theta}).$$
(5)

В этих условиях использование  $\pi$  -теоремы и теории размерности, см. [Buckingham, 1914; Barenblatt, 1996], приводит к равенствам

$$\begin{cases} \overline{w^{2}} = \lambda_{ww}^{o} (gS_{\theta})^{2/3} z^{2/3} \\ \overline{(g\theta_{b})^{2}} = \lambda_{\theta\theta}^{o} (gS_{\theta})^{4/3} z^{-2/3} \\ \overline{(g\theta_{b})^{2} w} = \lambda_{\theta\thetaw}^{o} (gS_{\theta})^{5/3} z^{-1/3}. \end{cases}$$
(6)

где  $\lambda_{ww}^{o} > 0$ ,  $\lambda_{\theta\theta}^{o} > 0$  и  $\lambda_{\theta\thetaw}^{o} > 0$  — положительные безразмерные постоянные теории Монина—Обухова.

Масштабирование в конвективном поверхностном слое можно выполнить с помощью параметров Дирдорффа

$$w_{D} = (hgS_{\theta})^{1/3},$$
  

$$g\theta_{D} = h^{-1/3}(gS_{\theta})^{2/3} = gS_{\theta} / w_{D},$$
(7)

подробнее см. [Deardorff, 1970].

Тогда с учетом уравнения примут вид

$$\frac{\overline{w_{D}^{2}}}{\frac{w_{D}^{2}}{(g\theta_{b})^{2}}} = \lambda_{\theta\theta\theta}^{o} \left(\frac{z}{h}\right)^{2/3},$$

$$\frac{\overline{(g\theta_{b})^{2}}}{(g\theta_{D}^{2})} = \lambda_{\theta\theta\theta}^{o} \left(\frac{z}{h}\right)^{-2/3},$$

$$(8)$$

$$\frac{\overline{(g\theta_{b})^{2}w}}{(g\theta_{D}^{2})} = \lambda_{\theta\thetaw}^{o} \left(\frac{z}{h}\right)^{-1/3}.$$

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

Моменты соответствуют классической теории подобия Монина—Обухова в режиме свободной конвекции в приземном слое 0 < z/h < 0.1.

Коэффициенты  $\lambda_{ww}^{o} = 1.8$ ,  $\lambda_{\theta\theta}^{o} = 1.8$  и  $\lambda_{\theta\thetaw}^{o} = 1.1$ были установлены по измерениям в приземном слое в эксперименте Kansas-1968, см. [Wyngaard et al., 1971; Kaimal et al., 1976].

Рассмотрим аппроксимацию турбулентных моментов в рамках варианта теории локального подобия [Zeman, Lumley, 1976], см. также [Вульфсон и др., 2004], развитой для нижней половины конвективного слоя 0 < z/h < 0.5. Базовыми параметрами этой теории на произвольном уровне являются параметры z и  $gs_{\theta}$ . Использование теории размерности и двух определяющих параметров z и  $gs_{\theta}$  приводит к равенствам

$$\overline{w^{2}} = \lambda_{ww} (gs_{\theta})^{2/3} z^{2/3} = \lambda_{ww} (gS_{\theta})^{2/3} \left(\frac{gs_{\theta}}{gS_{\theta}}\right)^{2/3} z^{2/3}$$

$$\overline{(g\theta_{b})^{2}} = \lambda_{\theta\theta} (gs_{\theta})^{4/3} z^{-2/3} = \lambda_{\theta\theta} (gS_{\theta})^{4/3} \left(\frac{gs_{\theta}}{gS_{\theta}}\right)^{4/3} z^{-2/3}$$

$$\overline{(g\theta_{b})^{2}w} = \lambda_{\theta\thetaw} (gs_{\theta})^{5/3} z^{-1/3} = \lambda_{\theta\thetaw} (gS_{\theta})^{5/3} \left(\frac{gs_{\theta}}{gS_{\theta}}\right)^{5/3} z^{-1/3}$$
(9)

где  $\lambda_{ww} > 0$ ,  $\lambda_{\theta\theta} > 0$  и  $\lambda_{\theta\theta w} > 0$  — положительные безразмерные постоянные теории локального подобия.

Масштабирование с учетом параметров Дирдорффа позволяет построить соотношения

$$\begin{cases} \frac{\overline{w^2}}{w_D^2} = \lambda_{ww} \left(\frac{z}{h}\right)^{2/3} \left(\frac{gs_{\theta}}{gS_{\theta}}\right)^{2/3} \\ \frac{gg_{\theta}}{(g\theta_D)^2} = \lambda_{\theta\theta} \left(\frac{z}{h}\right)^{-2/3} \left(\frac{gs_{\theta}}{gS_{\theta}}\right)^{4/3} \\ \frac{gg_{\theta}}{(g\theta_D)^2w} = \lambda_{\theta\thetaw} \left(\frac{z}{h}\right)^{-1/3} \left(\frac{gs_{\theta}}{gS_{\theta}}\right)^{5/3} \end{cases}$$
(10)

В рамках теории [Zeman, Lumley, 1976] предполагается, что в поверхностном слое z/h << 1выполняется предельное равенство  $\lim_{z/h\to 0} gs_{\theta} = gS_{\theta}$ . В этом приближении соотношения теории локального подобия [Zeman, Lumley, 1976] переходят в соотношения, подобные формулам теории подобия Монина–Обухова.

Рассмотрим аппроксимацию турбулентных моментов в рамках варианта теории локального подобия [Sorbjan, 1986; 1987; 1988; 1990; 1991].

55

том 60 № 1 2024

Базовыми параметрами теории на произвольном уровне *z* являются скорость  $w_S$  и плавучесть  $g\theta_S$ , размерностикоторыхимеютвид  $[w_S] = m / s$ ,  $[g\theta_S] = m / s^2$ . Поэтому, согласно этому варианту теории локального подобия,

$$\frac{\overline{w^2}}{w_S^2} = \lambda_{ww}, \quad \frac{\overline{(g\theta_b)^2}}{(g\theta_S)^2} = \lambda_{\theta\theta}, \\
\frac{\overline{(g\theta_b)^2 w}}{(g\theta_S)^2 w_S} = \lambda_{\theta\theta w}.$$
(11)

В теории локального подобия [Sorbjan, 1986; 1987; 1988; 1990; 1991] базовые параметры  $w_S$  и  $g\theta_S$  были заданы соотношениями

$$w_{S} = z^{1/3} (gs_{\theta})^{1/3},$$
  

$$g\theta_{S} = z^{-1/3} (gs_{\theta})^{2/3}.$$
(12)

Подстановка в приводит к равенствам. В условиях, когда  $\lim_{z/h\to 0} gs_{\theta} = gS_{\theta}$ , соотношения теории локального подобия [Sorbjan, 1986; 1987; 1988; 1990; 1991] переходят в соотношения, подобные формулам теории подобия Монина—Обухова.

Полученные результаты показывают, что на малых высотах 0 < z / h << 1 все известные варианты теорий локального подобия имеют общую асимптотику, соответствующую аппроксимации теории подобия Монина—Обухова в режиме свободной конвекции.

Следует подчеркнуть, что известные теории локального подобия для аппроксимации данных в слое 0 < z / h < 0.5 выбирают собственные коэф-



**Рис. 1.** Вертикальная структура конвективного пограничного слоя атмосферы <u>и</u> зависимость средней потенциальной температуры  $\Theta(z)$  от высоты согласно измерениям в эксперименте Minnesota-1973, см. [Kaimal et al., 1976]. І – приземный слой атмосферы; ІІ – слой перемешивания; ІІІ – инверсионный слой.

фициенты  $\lambda_{ww} > 0$ ,  $\lambda_{\theta\theta} > 0$  и  $\lambda_{\theta\thetaw} > 0$ , которые отличаются от стандартных коэффициентов теории Монина—Обухова  $\lambda_{ww}^{o}$ ,  $\lambda_{\theta\theta}^{o}$  и  $\lambda_{\thetaww}^{o}$ . Поэтому в поверхностном слое 0 < z / h < 0.1 вертикальные профили турбулентных моментов теорий локального подобия и теории Монина—Обухова геометрически подобны, но не идентичны.

#### 4. БАЗОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ НОВОЙ ТЕОРИИ ЛОКАЛЬНОГО ПОДОБИЯ И ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРАНДТЛЯ

В настоящей работе рассмотрен новый вариант теории локального подобия, включающий базовые параметры полуэмпирической теории турбулентности Прандтля. В предложенном варианте локального подобия в качестве определяющих размерных параметров использованы второй момент вертикальной скорости  $w^2 = w^2(z)$  и путь перемешивания Прандтля  $l_P = l_P(z)$ . При этом мы дополнительно предполагаем, что путь перемешивания Прандтля  $l_P$  задан его спектральной формой  $l_{PS}(z)$ , подробнее см. [Hanna, 1968].

В рамках полуэмпирической теории Прандтля коэффициент турбулентного теплообмена  $K_H$  и диссипация энергии  $\varepsilon$  выражаются через параметры  $w^2$  и  $l_P$  соотношениями

$$K_H = l_P \left(\overline{w^2}\right)^{1/2},$$
  

$$\varepsilon = \lambda_{\varepsilon} l_P^{-1} \left(\overline{w^2}\right)^{3/2},$$
(13)

подробнее см. см. [Prandtl, 1925; 1932; Hinze, 1975].

Соотношения допускают интерпретацию в рамках теории размерности. Справедливость теории Прандтля показывает, что выбор пути перемешивания *l*<sub>P</sub> и дисперсии вертикальной скорости  $w^2$  в качестве базовых параметров теории подобия для параметров К<sub>Н</sub> и є физически оправдан. Поэтому можно предположить эффективность аппроксимаций, выраженных через параметры  $\overline{w^2}$  и  $l_P$ , и для других турбулентных моментов. Сопоставление с экспериментальными данными подтверждает эту гипотезу. Таким образом, вариант локальной теории подобия с базовыми параметрами  $w^2$  и  $l_P$  следует интерпретировать как теоретическое дополнение к полуэмпирической теории Прандтля.

Эффективность новой теории подтверждается

ее сопоставлением с известными теориями локального подобия. Аппроксимация локальной теории подобия [Sorbjan, 1986; 1987] соответствует эмпирическим данным не во всем конвективном слое  $0 \le z/h \le 1$ , а только в его нижней половине  $0 \le z/h \le 0.5$ . Предлагаемый вариант теории локального подобия опирается на более удачный выбор базовых параметров. Это обстоятельство обеспечивает аппроксимацию турбулентных моментов в более мощном слое  $0 \le z/h \le 0.75$ , расположенном ниже уровня температурной инверсии, и является практическим обоснованием использования базовых параметров  $l_P$  и  $w^2$ .

# 5. "СПЕКТРАЛЬНЫЙ" ПУТЬ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ПРАНДТЛЯ

В рамках теории Прандтля путь перемешивания рассматривается как некоторый "доминирующий" параметр длины, характеризующий турбулентное течение. В турбулентном слое с плоскими горизонтальными границами  $l_p = l_p(z)$ .

Далее для определения пути перемешивания Прандтля будет принят спектральный метод те-



**Рис. 2.** Нормализованный спектр вертикальной скорости на высотах z/h = 0.21, z/h = 0.61 и z/h = 0.98. Штрихованная область представляет диапазон результатов численного моделирования [Schmidt, Schumann, 1989]. Геометрические символы представляют измерения [Deardorff, Willis, 1985] на различных высотах. Тонкие пунктирные линии соответствуют инерционной части спектра для фильтрованных измерений и пропорциональны  $k^{-5/3}$ . Данные умножены на 0.1, 1.0 и 100 для кривых z/h = 0.21, z/h = 0.61 и z/h = 0.98 соответственно.

ории турбулентности.

Пусть k — волновое число спектрального разложения квадрата вертикальной скорости  $w^2$  на некотором уровне z/h;  $P_w(k)$  — спектральная плотность разложения квадрата вертикальной скорости  $w^2$ ;  $kP_w(k)/w_D^2$  — нормированная спектральная плотность вертикальной скорости на некотором уровне z/h, зависящая от kh.

Зависимость  $kP_w(k)/w_D^2$  от безразмерной высоты *kh* согласно вычислениям [Schmidt, Schumann, 1989] представлена на рис. 2. В области коротких волн k >> 1 располагается инерционная часть спектра.

Измерения, выполненные на фиксированных уровнях z/h конвективного пограничного слоя, указывают на существование длин волн  $\Lambda_{mw}$ , реализующих максимум в профилях спектров вертикальной скорости *w*. Следует заметить, что величина  $\Lambda_{mw}$  примерно соответствует интегральному масштабу турбулентности.

Данные экспериментальных наблюдений  $\Lambda_{mw}/h$ , полученные [Caughey, Palmer, 1979] в экспериментах Minnesota-1973 и Ashchurch-1974, представлены на рис. 3.

В настоящей работе в качестве аппроксимации измеренных величин  $\Lambda_{mw}/h$  использован многочлен третьей степени вида

$$\frac{\Lambda_{mw}}{h} = 2\pi\beta_P \frac{z}{h} \left\{ 1 - 0.8 \left( \frac{z}{h} \right) \right\}^2, \tag{14}$$

где  $\beta_P = 1.2$  — постоянный коэффициент ( $2\pi\beta_P = 7.54$ ).

Профиль кубической аппроксимации , изображенный на рис. 3, качественно воспроизводит форму измеренного вертикального профиля  $\Lambda_{mw}$ . При этом, согласно (14), доминирующий турбулентный масштаб  $\Lambda_{mw}$  сравнительно мал возле горизонтальных границ конвективного слоя и достигает максимума  $\Lambda_{mw} \approx 1.4$  примерно на уровне z / h = 0.4.

Следуя идеям [Hanna, 1968] будем предполагать, что "спектральный" путь перемешивания Прандтля *l*<sub>PS</sub> пропорционален длине волны  $\Lambda_{mw}$ , т.е.

$$I_{PS} = \gamma_P \Lambda_{mw}, \quad \Lambda_{mw} = \gamma_P^{-1} l_{PS}, \quad (15)$$

где  $\gamma_P > 0$  — постоянный положительный коэффициент.

Существенно, что "спектральное" определение справедливо при любой форме профиля  $\Lambda_{mw}$ , аппроксимирующего экспериментальные



**Рис. 3.** Изменение с высотой безразмерной длины волны  $\Lambda_{mm}/h$ . Сплошная линия соответствует аппроксимации при значении коэффициента  $\beta_p = 1.2$ . Штрихпунктирная линия соответствует аппроксимации, предложенной [Caughey, Palmer, 1979]. Геометрические символы представляют натурные измерения [Caughey, Palmer, 1979]. Светлые кружки соответствуют данным эксперимента в Minnesota-1973. Черные кружки, треугольники и квадраты соответствуют данным эксперимента в Ashchurch-1974.

данные с приемлемой точностью и линейно изменяющегося с высотой вблизи подстилающей поверхности.

В исследовании [Hanna, 1968] предполагалось, что в уравнении коэффициент  $\gamma_P = 1$ . Подход [Hanna, 1968] широко используется в задачах распространения примеси, см., например, [Degrazia et al., 2015].

В настоящем исследовании коэффициент  $\gamma_P$  выбран так, чтобы в конвективном поверхностном слое 0 < z/h < 0.1 аналитические формы коэффициента турбулентного теплообмена  $K_H$  в рамках теории Прандтля и теории Монина–Обухова были бы идентичны. Такое условие приводит к равенству  $\gamma_P = k_0 (\pi \beta_P)^{-1}$ , где  $k_0 = 0.4$  – постоянная Кармана.

При  $\pi\beta_P = 3.77$  и  $k_0 = 0.4$  коэффициент  $\gamma_P = k_0 (\pi\beta_P)^{-1} = 0.11$ . Следовательно, согласно, "спектральный" путь перемешивания Прандтля



**Рис. 4.** Значения безразмерного второго момента вертикальной скорости, по данным [Ansmann et al., 2010]. Сплошная линия соответствует аппроксимации . Штриховая линия соответствует аппроксимации [Zeman, Lumley, 1976] с коэффициентом  $\lambda_{ww}^{J} = 1.25$ . Штрихпунктирная и пунктирная линии соответствуют [Sorbjan, 1986] и [Sorbjan, 1990] с коэффициентами  $\lambda_{ww}^{Z} = 1.1$  и  $\lambda_{ww}^{Z} = 1.6$  соответственно.

 $l_{PS}$  примерно в девять раз меньше длины волны  $\Lambda_{mw}$ . Существенно, что полученная оценка не зависит от формы профиля  $\Lambda_{mw}$ . Из соотношения  $\gamma_P = k_0 (\pi \beta_P)^{-1}$  немедленно следует, что

$$\frac{l_{PS}}{h} = 2k_0 \frac{z}{h} \left[ 1 - 0.8 \left( \frac{z}{h} \right) \right]^2.$$
 (16)

Учитывая, что температурная инверсия воздействует на турбулентный поток несколько иначе, чем твердая стенка, соответствующая аппроксимация *l<sub>PS</sub>* должна быть ассиметричной, что и реализовано в аппроксимации.

В приземном слое вблизи от подстилающей поверхности  $z/h \ll 1$ , поэтому соотношение имеет асимптотику  $l_{PS} = 2k_0 z$ . Обоснование этого равенства приведено в приложении работы [Vulfson, Nikolaev, 2022]. Из аппроксимации следует, что  $\max_{0 \le z/h \le 1} l_{PS}/h \approx 0.15$  при  $z/h \approx 0.4$ . Эта



**Рис. 5**. Вертикальные профили безразмерных коэффициентов турбулентности. Штрихпунктирная линия соответствует аппроксимации численных расчетов [Abdella, Mcfarlane, 1997]. Линия коротких штрихов соответствуют аппроксимации численных расчетов [Holtslag, Moeng, 1991]. Линия длинных штрихов соответствует аппроксимации [Kristensen et al., 2010]. Сплошная линия соответствует аппроксимации при значении коэффициента  $\lambda_{\kappa} = 1.1$ .

величина совпадает со средним размером малых термиков (теплых вихрей), реализующих турбулентный теплообмен. На это обстоятельство специально указывал Прандтль при построении своей теории пути перемешивания.

Кубический профиль  $9.1 \cdot (l_{PS}/h)$ , равный  $\Lambda_{mw}/h$  и пропорциональный (16), изображен на рис. 3 сплошной линией.

#### 6. ВТОРОЙ МОМЕНТ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКОРОСТИ

Далее для аппроксимации второго момента вертикальной скорости  $w^2$  будет использовано соотношение

$$\frac{\overline{w^2}}{w_D^2} = \lambda_{ww}^o \left(\frac{z}{h}\right)^{2/3} \left\{ 1 - 0.8 \left(\frac{z}{h}\right) \right\}^2, \quad (17)$$

$$\lambda_{ww}^o = 1.8.$$

Аппроксимация (17) получена при обработке данных экспериментов АМТЕХ 1975 и АММА- 2006 и предложена в работах [Lenschow et al., 1980; Lenschow et al., 2012].

Различные аппроксимации второго момента вертикальной скорости  $w^2/w_D^2$  в атмосфере и их сравнение подробно обсуждались в работе [Wood et al., 2010]. В этой работе было показано, что аппроксимация (17) является статистически наиболее точной из существующих аппроксимаций.

При  $0 \le z/h < 0.1$  уравнение (17) примет форму (8) с коэффициентом  $\lambda_{\theta\theta}^o = 1.8$ , установленным по измерениям в эксперименте Kansas-1968, см. работы [Priestley, 1959; Wyngaard et al., 1971]. Таким образом, базовый параметр (17) согласован теорией Монина–Обухова.

На рис. 4. представлены данные натурного эксперимента AVEC-2006 о втором моменте вертикальной скорости  $w^2$ , полученные в работе [Ansmann et al., 2010]. Геометрические символы представляют данные измерений, сплошная линия соответствует аппроксимации (17). На рис. рис. 4. изображены также аппроксимации  $w^2$  принятые в других известных теориях локального подобия. Штриховая линия соответствует аппроксимации [Zeman, Lumley, 1976] с коэффициентом  $\lambda_{ww}^{zl} = 1.25$ . Штрихпунктирная и пунктирная линии соответствуют аппроксимациям [Sorbjan, 1986] и [Sorbjan, 1990] с коэффициентами  $\lambda_{ww}^{zs} = 1.1$  и  $\lambda_{ww}^{zs} = 1.6$ соответственно.

Результаты, представленные на рис. 4, являются экспериментальным обоснованием выбора  $w^2$  в форме (17) в качестве базового параметра.

### 7. КОЭФФИЦИЕНТ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА

Согласно классической теории подобия Монина—Обухова и с учетом параметров Дирдорффа коэффициент турбулентного теплообмена поверхностного слоя  $K_H$  в условиях свободной конвекции примет вид

$$K_{H} = \lambda_{K} (gS_{\theta})^{1/3} z^{4/3},$$
  

$$\frac{K_{H}}{h \cdot w_{D}} = \lambda_{K} \left(\frac{z}{h}\right)^{4/3},$$
  

$$0 \le z / h \le 0.1.$$
(18)

где  $\lambda_K \sim 1$  постоянный коэффициент. Соотношение (18) было впервые получено в [Обухов, 1946].

Универсальную полиномиальную аппроксима-

том 60 № 1 2024

цию  $K_H$  для неподвижного конвективного слоя, согласованную с классической теорией подобия Монина-Обухова, можно представить в виде

$$\frac{K_H}{h \cdot w_D} = C_K(P) \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^{4/3} \left\{1 - \frac{z}{h}\right\}^P, \qquad (19)$$
$$0 \le z / h \le 1.$$

Здесь P > 0 — рациональный показатель степени;  $C_K(P) > 0$  — функция показателя степени, зависящая от выбранной модели.

Аппроксимации классического подобия (19) с показателями P = 1/3,  $C_K(1/3) = 1.7$ ; P = 2,  $C_K(2) = 1$  и P = 2,  $C_K(2) = 0.8$  были предложены в работах [Sorbjan, 1990], [Holtslag, Moeng, 1991] и [Noh et al., 2003] соответственно.

Полуэмпирическая теория турбулентности Прандтля позволяет построить аналитические выражения для коэффициента турбулентного теплообмена  $K_H$ , включающие путь перемешивания Прандтля  $l_P$ . Возможность использования спектрального пути перемешивания  $l_{PS}$  в форме  $\Lambda_{mw}$  для вычисления коэффициента турбулентного теплообмена  $K_H$  рассматривалась в работах



**Рис. 6.** Безразмерный момент "буссинесковой" плавучести согласно натурному эксперименту ARTIST-1999, представленному в работе [Gryanik, Hartmann, 2002]. Сплошная линия соответствует аппроксимации с коэффициентом  $\lambda_{6w}^{o} = 1$ .

[Sun, Chang, 1986; Zhang, Drennan, 2012; Degrazia et al., 2015].

Рассмотрим аппроксимацию профиля коэффициента турбулентного обмена  $K_H$  в рамках теории локального подобия. Подстановка базовых параметров, (16), (17) в формулу Прандтля

$$K_{H} = l_{P} \left(\overline{w^{2}}\right)^{1/2} \text{ приводит к выражению}$$
$$\frac{K_{H}}{h \cdot w_{D}} = \lambda_{K} \left(\frac{z}{h}\right)^{4/3} \left\{1 - 0.8 \left(\frac{z}{h}\right)\right\}^{3}, \qquad (20)$$
$$\lambda_{K} = \alpha_{P} \cdot \lambda_{ww}^{1/2},$$

где  $\lambda_K$  — постоянный коэффициент. При  $\lambda_{ww} = 1.8$  и  $\alpha_P = 0.8$  найдем, что  $\lambda_K = \alpha_P \cdot \lambda_{ww}^{1/2} = 1.1$ .

Сопоставление аппроксимации (20) при значении коэффициента  $\lambda_K = 1.1$  с результатами численных расчетов [Holtslag, Moeng, 1991; Abdella, Mcfarlane, 1997], а также с аналитической аппроксимацией [Kristensen et al., 2010] представлено на рис. 5.

Натурные измерения коэффициента турбулентности  $K_H$  сопряжены со значительными трудностями. Однако представленные результаты численного моделирования убедительно демонстрируют возможность приложения теории Прандтля к описанию коэффициента турбулентного теплообмена.

## 8. УНИВЕРСАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ МОМЕНТОВ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКОРОСТИ И ПЛАВУЧЕСТИ

Для аппроксимации произвольных турбулентных моментов *p*-го порядка можно предложить общее уравнение. Используем соотношение размерности  $[g\theta_b] = [l_P^{-1}\overline{w^2}] = M/c^2$ , тогда в соответствии с предложенной теорией локального подобия общее выражение для турбулентных моментов *p*-го порядка примет вид

$$\overline{(g\theta_b)^m w^n} = \lambda_{mn}^{(p)} l_{PS}^{-m} \left(\overline{w^2}\right)^{m+n/2}, \qquad (21)$$
$$0 \le m, \quad n \le p, \quad m+n=p.$$

Здесь  $\lambda_{mn}^{(p)} > 0$  — неизвестные постоянные, включенные в соотношения турбулентных моментов;  $m \ge 0$ ,  $n \ge 0$ ,  $p \ge 2$  — целые неотрицательные индексы.

Полученное в рамках теории локального подобия универсальное уравнение для моментов турбулентной конвекции (21) является существенным дополнением к теории Прандтля.

#### 9. ПРОФИЛИ ВТОРЫХ МОМЕНТОВ ПУЛЬСАЦИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКОРОСТИ И ПЛАВУЧЕСТИ

Аппроксимация локального подобия для вторых моментов соответствует случаю p = 2, m + n = p. Рассмотрим для определенности смешанный турбулентный момент, для которого m = 1, n = 1. Преобразование общего уравнения локального подобия с учетом базовых параметров, приводит к равенству

$$\frac{g\theta_b w}{g\theta_D w_D} = \lambda_{\theta w}^o \left\{ 1 - 0.8 \left( \frac{z}{h} \right) \right\},\tag{22}$$

где  $\lambda_{\theta w}^{o}$  — постоянный числовой параметр. Коэффициент  $\lambda_{\theta w}^{o} = 1$ , так как, согласно определению параметров Дирдорффа, произведение  $g\theta_D w_D$  представляет поток тепла на подстилающей поверхности.



На рис. 6 изображены данные измерений второго безразмерного момента плавучести, полученные в натурном эксперименте ARTIST-1999 и представленные в работе [Gryanik, Hartmann, 2002], а также их аппроксимация (22).

61

Результаты данного сопоставления показывают, что форма является верхней оценкой экспериментальных данных в конвективном слое 0 < z / h < 1.

## 10. ПРОФИЛИ ТРЕТЬИХ МОМЕНТОВ ПУЛЬСАЦИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКОРОСТИ И ПЛАВУЧЕСТИ

Аппроксимация локального подобия для третьих моментов соответствует случаю p = 3, m + n = p. Рассмотрим для определенности смешанный турбулентный момент, для которого m = 3, n = 1. Преобразование общего уравнения локального подобия (21) с учетом базовых параметров (16), (17) приводит к равенству

$$\frac{(g\theta_b)^2 w}{(g\theta_D)^2 w_D} = \lambda_{\theta\theta w}^o \left(\frac{z}{h}\right)^{-1/3} \left\{ 1 - 0.8 \left(\frac{z}{h}\right) \right\}, \quad (23)$$



**Рис.** 7. Зависимость нормированного момента третьего порядка  $(g\theta_b)^2 w/(g\theta_D)^2 w_D$  от нормированной высоты z/h и его аппроксимация аналитическим соотношением (23). Точки — экспериментальные данные ARTIST–1999 согласно [Gryanik, Hartmann, 2002]. Сплошная линия – аппроксимация с коэффициентом  $\lambda_{00w}^o = 1.2$ .

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

**Рис. 8**. Зависимость нормированного момента четвертого порядка  $(g\theta_b)^3 w/((g\theta_b)^3 w_b)$  от нормированной высоты z/h и его аппроксимация аналитическим соотношением (24). Точки — экспериментальные данные ARTIST—1999 согласно [Gryanik, Hartmann, 2002]. Сплошная линия — аппроксимация с коэффициентом  $\lambda_{\text{вебw}}^e = 5$ .

том 60 № 1 2024

где  $\lambda_{\theta\theta w}^{o}$  — постоянный числовой параметр.

В приземном конвективном слое атмосферы  $0 \le z / h \le 0.1$  соотношения редуцируются к форме (8).

Существенно, что величины этих постоянных могут быть определены экспериментально по измерениям в поверхностном слое. Значения подобных постоянных определены в рамках теории Монина—Обухова.

Так, например,  $\lambda_{\theta\theta w}^{o} = 1.1$  согласно данным эксперимента Kanzass-1968, подробнее см. [Kaimal et al., 1976].

На рис. 7 приведены данные измерений третьего момента  $(g\theta_b)^2_w$  в эксперименте ARTIST-1999 согласно [Gryanik, Hartmann, 2002]. На рис 7 представлена также аппроксимация (23) с коэффициентом  $\lambda_{\theta\theta w}^o = 1.2$ , изображенная сплошной линией.

Натурные данные обо всех третьих моментах получены в эксперименте AMTEX-1974 и приведены в работе [Lenschow et al., 1980].

#### 11. ПРОФИЛИ ЧЕТВЕРТЫХ МОМЕНТОВ ПУЛЬСАЦИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКОРОСТИ И ПЛАВУЧЕСТИ

Аппроксимация локального подобия для четвертых моментов соответствует случаю p = 4, m + n = p. Рассмотрим для определенности смешанный турбулентный момент, для которого m = 3, n = 1. Преобразование общего уравнения локального подобия (21) с учетом базовых параметров (16), (17) приводит к равенству

$$\frac{\overline{(g\theta_b)^3 w}}{(g\theta_D)^3 w_D} = \lambda_{\theta\theta\theta w}^o \left(\frac{z}{h}\right)^{-2/3} \left\{ 1 - 0.8 \left(\frac{z}{h}\right) \right\}.$$
 (24)

Принципиально значение постоянной  $\lambda_{\theta\theta\thetaw}^{o}$  может быть определено экспериментально по измерениям в поверхностном слое. Однако уникальный характер эксперимента ARTIST не позволяет определить этот коэффициенты по другим данным.

На рис. 8 приведено сопоставление данных эксперимента ARTIST-1999, согласно [Gryanik, Hartmann, 2002] и аппроксимации безразмерного четвертого момента при значении коэффициента  $\lambda_{\theta\theta\thetaw}^o = 5$ . Результаты, представленные на рис. 8, убедительно подтверждают справедливость предложенной теории локального подобия.

#### 11. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рассмотренном варианте локальной теории подобия в качестве базовых параметров приняты два размерных параметра: путь перемешивания Прандтля и второй момент вертикальной скорости. Для пути перемешивания использовано конструктивное определение, основанное на спектральной теории.

Соображения размерности позволяют выразить статистические средние турбулентного конвективного слоя в форме обобщенных одночленов, зависящих от пути перемешивания и второго момента вертикальной скорости. В теории локального подобия такая комбинация базовых размерных параметров использована впервые.

Предложенная теория является серьезным дополнением к теории Прандтля, т.к. предлагает ряд более новых аппроксимаций турбулентных моментов вертикальной скорости и плавучести, зависящих от пути перемешивания и второго момента вертикальной скорости.

Аппроксимации новой теории локального подобия идентичны свободно конвективным пределам поверхностного слоя. Поэтому новая теория локального подобия обобщает теорию Монина—Обухова в режиме свободной конвекции и не требует использования дополнительных констант.

Результаты, представленные на рис. 6–8, указывают на соответствие новой теории локального подобия экспериментальным данным в слое  $0 \le z/h \le 0.85$ , высота которого представляет нижнюю границу слоя инверсии, см. рис. 1. Заметим, что известные теории локального подобия соответствуют полевым измерениям в менее глубоком слое  $0 \le z/h \le 0.5$ . Поэтому с практической точки зрения предложенная теория локального подобия является наиболее эффективной.

Работа выполнена в рамках темы № FMWZ-2022-0001 Государственного задания ИВП РАН.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Вульфсон А.Н., Бородин О.О. Система конвективных термиков как обобщенный ансамбль броуновских частиц // Успехи физических наук. 2016. Т. 186.

№ 2. C. 113–124.

- *Вульфсон А.* Уравнения глубокой конвекции в сухой атмосфере // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1981. Т. 17. № 8. С. 873–876.
- Вульфсон А., Володин И., Бородин О. Локальная теория подобия и универсальные профили турбулентных характеристик конвективного пограничного слоя // Метеорология и гидрология. 2004. № 10. С. 5–15.
- *Обухов А.М.* Турбулентность в температурно-неоднородной атмосфере // Тр. Ин-та теорет. геофизики АН СССР. 1946. Т. 1. С. 95–115.
- *Abdella K., Mcfarlane N.* A new second-order turbulence closure scheme for the planetary boundary layer // J. Atmos. Sci. 1997. V. 54. № 14. P. 1850–1867.
- Ansmann A., Fruntke J., Engelmann R. Updraft and down draft characterization with Doppler lidar: cloud-free versus cumuli-topped mixed layer // Atmos. Chem. Phys. 2010. P. 14.
- *Barenblatt G.I.* Scaling, Self-similarity, and Intermediate Asymptotics. Cambridge University Press, 1996.
- *Buckingham E.* On physically similar systems; Illustrations of the use of dimensional equations // Phys. Rev. 1914. V. 4. № 4. P. 345–376.
- Caughey S.J., Palmer S.G. Some aspects of turbulence structure through the depth of the convective boundary layer // Quarterly J. Royal Meteorological Society. 1979. V. 105. № 446. P. 811–827.
- *Deardorff J.W., Willis G.E.* Further results from a laboratory model of the convective planetary boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 1985. V. 32. № 3. P. 205–236.
- *Degrazia G.A. et al.* Eddy diffusivities for the convective boundary layer derived from LES spectral data // Atmos. Pollut. Res. 2015. V. 6. № 4. P. 605–611.
- Fodor K., Mellado J.P. New insights into wind shear effects on entrainment in convective boundary layers using conditional analysis // J. Atmos. Sci. 2020. V. 77. № 9. P. 3227–3248.
- Gryanik V.M., Hartmann J.A. Turbulence closure for the convective boundary layer based on a two-scale mass-flux approach // J. Atmos. Sci. 2002. V. 59. № 18. P. 2729–2744.
- Hanna S.R. A method of estimating vertical eddy transport in the planetary boundary layer using characteristics of the vertical velocity spectrum // J. Atmos. Sci. 1968. V. 25. № 6. P. 1026–1033.
- Hinze J.O. Turbulence. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, NY, 1975. 790 c.
- Holtslag A.A.M., Moeng C.-H. Eddy Diffusivity and countergradient transport in the convective atmospheric boundary layer // J. Atmos. Sci. 1991. V. 48. № 14. P. 1690–1698.
- Kader B.A., Yaglom A.M. Mean fields and fluctuation moments in unstably stratified turbulent boundary layers // J. Fluid Mech. 1990. V. 212. № 151. P. 637–662.
- *Kaimal J.C. et al.* Turbulence structure in the convective boundary layer. // J. Atmos. Sci. 1976. V. 33. № 11. P. 2152–2169.
- Kristensen L. et al. A simple model for the vertical transport of reactive species in the convective atmospheric

boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 2010. V. 134. № 2. P. 195–221. Lenschow D.H. et al. A comparison of higher-order vertical

- velocity moments in the convective boundary layer from lidar with In situ measurements and large-eddy simulation // Boundary-Layer Meteorology. 2012. V. 143. № 1. P. 107–123.
- Lenschow D.H., Wyngaard J.C., Pennell W.T. Mean-field and second-moment budgets in a baroclinic, convective boundary layer. // J. Atmos. Sci. 1980. V. 37. № 6. P. 1313–1326.
- *Mahrt L.* On the shallow motion approximations // J. Atmos. Sci. 1986. V. 43. № 10. P. 1036–1044.
- *Monin A.S., Yaglom A.M.* Mechanics of turbulence. Statistical Fluid Mechanics. Cambridge: MIT Press. 1975.
- Noh Y. et al. Improvement of the K-profile model for the planetary boundary layer based on large eddy simulation data // Boundary-Layer Meteorology. 2003. V. 107. № 2. P. 401–427.
- Prandtl L. 7. Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz // ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics // ZAMM. 1925. V. 5. № 2. P. 136–139.
- *Prandtl L*. Meteorogische anwendung der stromungslehre // Beitr. Phys. fr. Atmoshare. 1932. V. 19. № 3. P. 188– 202.
- Schmidt H., Schumann U. Coherent structure of the convective boundary layer derived from large-eddy simulations // J. Fluid Mech. 1989. V. 200. № D11. P. 511–562.
- Sorbjan Z. Comments on "scaling the atmospheric boundary layer" // Boundary-Layer Meteorology. 1987. V. 38. № 4. P. 411–413.
- Sorbjan Z. Evaluation of local similarity functions in the convective boundary layer // Journal of Applied Meteorology. 1991. V. 30. № 12. P. 1565–1583.
- Sorbjan Z. Local similarity in the convective boundary layer (CBL) // Boundary-Layer Meteorology. 1988. V. 45. № 3. P. 237–250.
- Sorbjan Z. On similarity in the atmospheric boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 1986. V. 34. № 4. P. 377–397.
- Sorbjan Z. Similarity scales and universal profiles of statistical moments in the convective boundary layer // J. Appl. Meteorol. 1990. V. 29. № 8. P. 762–775.
- *Spiegel E.A., Veronis G.* On the Boussinesq Approximation for a Compressible Fluid // ApJ. 1960. V. 131. P. 442.
- Vulfson A.N., Borodin O.O. Brownian ensemble of random-radius buoyancy vortices and Maxwell velocity distribution in a turbulent convective mixed-layer // Phys. Fluids. 2018. V. 30. № 9. P. 095103.
- Vulfson A., Nikolaev P. Local similarity theory of convective turbulent layer using "spectral" Prandtl mixing length and second moment of vertical velocity // J. Atmos. Sci. 2022. V. 79. № 1. P. 101–118.
- Wilson D.K. An alternative function for the wind and temperature gradients in unstable surface layers // Boundary-Layer Meteorology. 2001. V. 99. № 1. P. 151– 158.
- Wood C.R. et al. Turbulent flow at 190 m height above Lon-

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

том 60 № 1 2024

don during 2006–2008: a climatology and the applicability of similarity theory // Boundary-Layer Meteorology. 2010. V. 137. № 1. P. 77–96. Zeman O., Lumley J.L. Modeling buoyancy driven mixed layers // J. Atmos. Sci. 1976. T. 33. № 10. C. 1974–1988.

# A Variant of the Local Similarity Theory and Approximations of Vertical Profiles of Turbulent Moments of the Atmospheric Convective Boundary Layer

A. N. Vulfson<sup>1, 2, \*</sup>, P. V. Nikolaev<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Institute of Water Problems of the Russian Academy of Sciences, Gubkina str., 3, Moscow, 119333 Russia <sup>2</sup>National Research University "Higher School of Economics", Myasnitskaya str., 20, Moscow, 101000 Russia <sup>3</sup>National University of Science and Technology MISIS, Leninsky Prosp., 4, p. 1, Moscow, 119049 Russia

\*e-mail: vulfson@iwp.ru

The approximation of the turbulent moments of the atmospheric convective layer is based on a variant of the local similarity theory using the concepts of the semi-empirical theory of Prandtl turbulence. In the proposed variant of the local similarity theory, the second moment of vertical velocity and the "spectral" Prandtl mixing length are used as basic parameters. This approach allows us to extend Prandtl's theory to turbulent moments of vertical velocity and buoyancy and additionally offer more than ten new approximations. The comparison of the proposed approximation with other variants of the theory of local similarity is considered. It is shown that the selected basic parameters significantly improve the agreement between the local similarity approximations and experimental data. The approximations are consistent with observations in the turbulent convective layer of the atmosphere, the upper boundary of which nearly corresponds to the lower boundary of the temperature inversion. Analytical approximations of local similarity can find applications in the construction of high-order moment closures in the vortex of resolving numerical turbulence models, as well as in the construction of "mass-flux" parametrization.

Keywords: convective boundary layer, local similarity theory, Prandtl semi-empirical theory of turbulence

УДК 551.554 551.510.522

# О ВЫСОТЕ ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ ВОЗДУХА ПО СОДАРНЫМ ДАННЫМ

М.А. Локощенко\*

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, географический факультет, Ленинские горы, 1, Москва, 119991 Россия

> \*e-mail: loko@geogr.msu.su Поступила в редакцию 11.03.2023 г. После доработки 30.10.2023 г. Принята к публикации 15.11.2023 г.

По данным многолетнего акустического зондирования атмосферы доплеровским содаром MODOS производства METEK (Германия) в Метеорологической обсерватории МГУ получены средние оценки высоты приземного слоя воздуха в Москве. Исходя из предположения о близости средних условий к безразличной стратификации, эта высота как вершина квазилинейного участка среднего многолетнего профиля скорости ветра в полулогарифмических координатах составляет 40–60 м. Высота обращения дневного и ночного профилей в среднем за год составляет ~95 м. Параметр шероховатости в условиях неплотной, но высокой городской застройки в районе МГУ в Москве равен ~5 м.

По критерию постоянства направления ветра в приземном слое воздуха его высота проявляется в среднемесячных профилях направления ветра поверх "мертвой зоны" содара (40 м) приблизительно в одном случае из трех и обычно составляет при этом 60 м, реже – 80 или 100 м. В остальных случаях она, видимо, маскирована "мертвой зоной". Средняя высота приземного слоя в соответствии с этим подходом, вероятно, немногим менее 50 м, что близко к оценке, полученной на основе логарифмического распределения скорости ветра в этом слое с высотой. Суточный ход высоты приземного слоя воздуха отмечен наибольшими значениями в середине дня (80–100 м летом в условиях преобладающей неустойчивой стратификации и 60–80 м зимой) и наименьшими (менее 40 м) поздним вечером и ночью летом и с вечера до полудня зимой.

Ключевые слова: высота приземного слоя, эмпирические оценки, профили скорости и направления ветра, логарифмический закон, высота обращения, сила Кориолиса, правый поворот, слой Экмана, параметр шероховатости, содар DOI: 10.31857/S0002351524010061

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Высота приземного слоя воздуха *H* является важным показателем, имеющим как теоретическое, так и практическое значение и требующим экспериментальных оценок. Она непостоянна и зависит от времени суток, времени года, географических условий, определяющих степень шероховатости поверхности и ее термической однородности, стратификации атмосферы, а также влияющих на нее синоптических условий. Кроме того, поскольку сам по себе приземный слой определяется неоднозначно (как слой постоянных турбулентных потоков, постоянного направления ветра, больших значений вертикальных градиентов температуры воздуха *T* и скорости ветра V, логарифмического распределения V с высотой и пр.), это также ведет к разным трактовкам его высоты. Согласно известным оценкам, H составляет в среднем ~50 м по данным [Обухов, 1988]; ~50 м по данным [Монин, Яглом, 1965]; ~50–100 м, а в отдельных случаях – от 10–20 до 200–250 м по данным Л.Т. Матвеева [Матвеев, 1984; Хромов, Мамонтова, 1974]; 10–20 м по данным [Белинский, 1948]; ~25–35 м в среднем по данным [Будыко, 1948]; ~50 м при неустойчивой и ~5 м при устойчивой стратификации по данным [Зилитинкевич, 1970]. Подобные оценки, как правило, получены из условия приближенного постоянства потоков тепла, потоков импульса или динамической скорости у поверхности и на уров-

Статья подготовлена на основе устного доклада, представленного на IV Всероссийской конференции с международным участием "Турбулентность, динамика атмосферы и климата", посвященной памяти академика А.М. Обухова (Москва, 22–24 ноября 2022 г.).

не Н с точностью до 1, 5, 10 или 20%. Однако экспериментальных оценок Н в литературе крайне мало. К их числу можно отнести результаты проведенных Л.Р. Орленко расчетов изменений теплосодержания на основе измеренных профилей Т в Голодной степи в Приаралье. По ее данным, высота слоя с постоянным турбулентным потоком тепла ("квазистационарного подслоя" в терминах М.И. Будыко и Л.Р. Орленко) менялась там от 1-10 м утром и вечером до 200-300 м в середине дня [Орленко, 1955]. Модельные расчеты для условий середины лета в г. Одессе (Украина) показали модальные значения Н в диапазоне 50-100 м [Степаненко и др., 2016], однако эта оценка менее надежна из-за использования авторами лишь наземных метеорологических данных, а также принятого ими постоянного отношения высот приземного и пограничного слоев как 1:10.

Данные акустического зондирования атмосферы о скорости V и направлении ветра, благодаря своему высокому разрешению, позволяют уточнить известные оценки Н. Важным показателем ветрового режима, помимо Н, служит также параметр шероховатости  $z_0$  в приповерхностном слое воздуха. Целью данной работы явились экспериментальные оценки Н и  $z_0$  для крупного города в условиях равнинной местности средних широт на примере Москвы по многолетним содарным данным. В работе использованы два подхода к оценке высоты Н: она рассмотрена по результатам измерений в среднем за период 2004–2013 гг. в качестве верхней границы как слоя с логарифмическим распределением V с высотой, так и слоя с постоянным средним направлением ветра. Видимо, профили направления ветра для оценок высоты приземного слоя используются здесь впервые — во всяком случае, подобные исследования автору неизвестны.

#### 2. ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ

В Метеорологической обсерватории МГУ (МО МГУ), расположенной в парковой зоне университета с неплотной застройкой в юго-западной части Москвы в 8 км от центра столицы, с 2004 г. работает доплеровский трехканальный акустический локатор (содар) MODOS производства МЕТЕК, Германия (рис. 1). Рабочая частота его составляет 2 кГц; мощность и длительность импульса – соответственно 1.1 кВт и 120 мс; высотный диапазон данных – от 40 до 500 м; пространственное (вертикальное) разрешение – 20 м; профили скорости ветра Идоступны с осреднением 10 мин. Точность измерений скорости ветра V этим содаром равна  $\pm 0.24$  м/с при  $V \le 6$  м/с и  $\pm 4\%$ при V > 6 м/с, а направления  $\pm 3^{\circ} - 4^{\circ}$  при V > 5 м/с. Отсев шумов в принятом эхо-сигнале производится автоматически в соответствии с комплексным показателем достоверности. В нем учитывается как отношение полезного сигнала к шуму (в принятых к анализу данных оно  $\geq 3$  дБ, т.е. полезный сигнал должен превышать по мошности шумы не менее чем в два раза), так и вид спектра эхо-сигнала: наличие в нем не слишком широкого и не слишком узкого основного максимума, его значительное превышение над вторичными максимумами, а также над основным максимумом в спектре шума. Столь строгий отсев приводит к частичной потере реального полезного сигнала ради более высокой достоверности принятых к анализу измерений.

Обеспеченность содарными данными о ветре уменьшается с высотой. Их реальная верхняя граница зависит от степени развития термической турбулентности, поскольку пассивными безынерционными поплавками-переносчиками ветра для содара служат мелкомасштабные неоднородности инерционного интервала турбулентного спектра, создающие рассеяние звука. С увеличением высоты атмосферная турбулентность, как динамическая, так и термическая, в целом ослабевает, поэтому реальных и надежных содарных данных о ветре становится меньше. Так, в нижнем слое воздуха до 120 м обеспеченность ими составляет в среднем 99%, до 160 м – не менее 90%, до 200 м – не менее 80%. На еще больших высотах обеспеченность данными быстро уменьшается и на уровне "потолка зондирования" 500 м составляет в среднем лишь 6% [Локощенко, 2014]. Анализ профилей ветра по содарным данным в приземном слое воздуха затруднен из-за наличия "мертвой зоны" эхо-сигнала в их нижней части. Наименьшей возможной ее величиной служит соотношение  $(c \cdot \tau / 2)$ , где с – скорость звука,  $\tau$  – длительность импульса [Красненко, 2001]. Однако в реальности "мертвая зона" выше вследствие задержки переключения антенны в режим приема и реверберации мембраны громкоговорителя; в нашем случае она равна 40 м. Это означает, что самый нижний слой воздуха с доступными данными о ветре заключен в пределах от 30 до 50 м (результат осреднения в каждом 20-метровом слое соотносится с его серединой).



**Рис.** 1. Антенная система доплеровского содара MODOS (слева) и анемометрическая вышка с датчиками ветра (справа) в Метеорологической обсерватории МГУ. Стрелками показаны анемометры на двух высотах.

Помимо содара MODOS, скорость и направление ветра измеряются в МО МГУ двумя контактными датчиками: анеморумбометром М-63М на высоте 15 м, а также анемометром "Vantage Pro 2", установленным над крышей поста ГПБУ "Мосэкомониторинг" на нестандартной для метеостанций высоте 6.9 м (рис. 1). Сам пост находится в 54 м, а вышка – в 57 м от антенной системы MODOS; расстояние по горизонтали между стойками обоих датчиков ~3 м. Прибор М-63М представляет собой четырехлопастную крыльчатку; измерения с его помощью традиционно производятся каждые 3 ч с осреднением 10 мин. Таким образом, период осреднения станционных и содарных данных о скорости ветра совпадает. Погрешность измерений М-63М не превышает  $\pm (0.5 + 0.5 \cdot V)$  м/с [Справочник, 1971].

Анемометр "Vantage Pro 2" представляет собой классический четырехчашечный "крест Робинзона", период автоматического осреднения данных составляет 20 мин. Как видно на рис. 1, он установлен вблизи станционной вышки, однако она ажурная, поэтому занижение V можно считать незначительным. Привлечение результатов контактных измерений обоими приборами позволяет дополнить профили V по данным содара значениями в пределах его "мертвой зоны".

# 3. АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЙ СКОРОСТИ ВЕТРА С ВЫСОТОЙ

На рис. 2 приведен сводный профиль *V* как в линейных, так и в полулогарифмических коор-

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

динатах в среднем за первые 8 лет зондирования содаром MODOS в MO MГУ (с ноября 2004 г. по декабрь 2012 г.). Он включает данные как содара, так и датчиков на высотах 7 и 15 м в пределах "мертвой зоны". В рассмотренный период времени ряды данных всех трех приборов безусловно однородны. Размер выборки всех принятых к анализу отдельных содарных измерений Vс шагом 20 м по высоте и 10 мин во времени составил 3372851.

Видно, что высота обращения в Москве как пересечение ночного и дневного профилей И составляет в среднем ~95 м. Ранее автором в ходе анализа среднегодового суточного хода V по тем же данным был сделан вывод о наличии переходного слоя на высотах 80-120 м, приблизительно соответствующего высоте обращения ветра [Локощенко, 2014]. Как видим, полученная оценка из сравнения средних профилей V за 0-3 и 12-15 ч хорошо согласуется с этим выводом. Соотношение ночного и дневного профилей (значение  $\partial V/\partial z$  больше ночью) вполне ожидаемо с учетом преобладания устойчивой стратификации в середине ночи и неустойчивой в середине дня. В полулогарифмических координатах приблизительно линейный участок функции прослеживается до 40-60 м; выше наблюдаются уже явные отклонения от логарифмической зависимости. Т.о., значение ~60 м (по меньшей мере, 40 м) можно считать средней многолетней высотой приземного слоя атмосферы [Лайхтман, 1961; Монин, Яглом, 1965; Матвеев, 1984], предполагая при этом бли-

том 60 № 1 2024



**Рис. 2.** Профиль скорости ветра в слое от 7 до 440 м по данным доплеровского содара MODOS и контактных измерений в среднем за 2004-2012 гг. в Метеорологической обсерватории МГУ.

Доверительные интервалы рассчитаны с доверительной вероятностью 0.95. зость среднего многолетнего градиента температуры  $\partial T/\partial z$  к адиабате. Разумеется, представленные данные получены в условиях реальной городской застройки, далекой от условий горизонтальной термической однородности.

Параметр шероховатости z<sub>a</sub> как результат экстраполяции нижнего квазилинейного участка функции в полулогарифмических координатах на рис. 2 вплоть до нулевого значения V составляет ~5 м (от 4.8 до 5.2 м в зависимости от использования при экстраполяции участка функции до 40 или до 60 м). Как известно, данный параметр характеризует слой воздуха, в пределах которого направленная скорость ветра в среднем отсутствует. Обычно он равен приблизительно 1/30 [Хромов, Мамонтова, 1974] или от 1/5 до 1/100 долей [Лайхтман, 1961] средней высоты неровностей поверхности. Как видим, полученная нами оценка согласуется по порядку значений с приведенными долями высот окружающих МО МГУ в радиусе 1 км соседних зданий, составляющих от 25 м (биолого-почвенный корпус, Институт физико-химической биологии и корпус нелинейной оптики) до 250 м (главное здание МГУ). С учетом частичной закрытости анемометра "Vantage Pro 2" величина  $z_0$  может быть немного завышенной, однако она отражает условия реальной городской застройки при наличии естественных препятствий и неровностей, включающих окружающие здания, отдельные деревья и пр. Именно с точки зрения соответствия реальным условиям большого города полученная экспериментальная оценка представляет практический интерес. Заметим, что условия измерений в Метеорологической обсерватории МГУ с неплотной средней и высокой застройкой в ее окрестностях вполне типичны для большей части городской территории за исключением лишь глубоких городских каньонов, с одной стороны, и незастроенных пустырей и пойменных лугов в долине р. Москвы, с другой. Таким образом, можно предположить, что полученная оценка z<sub>o</sub> показательна для города в целом.

В естественных условиях открытой местности значение  $z_0$  обычно менее 10 см [Лайхтман, 1961; Матвеев, 1984], в лесах – от 1 до 6 м [Оке, 1982]. В крупных городах, по данным Г. Ландсберга, оно также на порядок больше, нежели над сельскохозяйственными угодьями, т.е. может достигать нескольких метров. Так, в Париже  $z_0$  составляет от 2 до 5 м, в Киеве – 4.5 м, в Токио – 1.7 м

[Ландсберг, 1983]. Согласно оценкам Т. Оке, величина  $z_0$  вблизи "средних" зданий высотой 20 м составляет 0.7 м, а вблизи высоких зданий высотой 100 м — 10 м [Оке, 1982]. Как видим, полученный нами результат для условий Москвы согласуется с известными в литературе оценками.

#### 4. АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЙ НАПРАВЛЕНИЯ ВЕТРА С ВЫСОТОЙ

Как известно, в приземном слое воздуха вследствие малости силы Кориолиса  $F = -2 \cdot [\Omega \times V]$  (где  $\Omega$ -угловая скорость вращения Земли, V-скорость рассматриваемой воздушной частицы) наблюдается приблизительное постоянство направления ветра с высотой. Это свойство приземного слоя также может быть использовано для экспериментальных оценок Н, поскольку начало устойчивого поворота ветра в вышележащем слое Экмана означает вершину приземного слоя. По данным [Матвеев, 1984], изменения направления ветра в приземном слое обычно не превышают 2°-5°. Они возможны с учетом влияния стратификации и связанной с ней атмосферной турбулентности, неоднородности подстилающей поверхности, а также различных течений воздуха локального или среднего масштаба. Однако подобные изменения, как правило, ненаправленные и при осреднении во времени по большим выборкам данных сходят на нет.

Было предположено, что период осреднения длиною в месяц достаточен для исключения влияния случайных факторов; этот период взят за основу анализа. Расчеты профилей направления ветра по данным содара MODOS проведены по данным 83 месяцев за 8 лет зондирования (с 2004 по 2013 гг.). Предварительные результаты опубликованы в [Lokoshchenko, Nikitina, 2012]. С использованием логических формул был разработан численный алгоритм расчетов для исключения возможной цикличности, т.е. перехода значений направления за пределы  $\pm (2 \cdot \pi)$ . Не вдаваясь в подробности, отметим, что подобный переход с увеличением высоты бывает многократным, так что создание алгоритма оказалось непростой задачей. Именно в силу цикличности направления ветра в литературе мало примеров представления данных в виде профилей в координатах "направление – высота".

Заметим, что в очень редких случаях возможны чрезвычайно резкие реальные повороты ветра с высотой, которые автоматический алгоритм может принять за проявление цикличности. Встречные потоки противоположного направления, одновременно существующие один поверх другого в нижнем 500-метровом слое, возможны при прохождении обостренного атмосферного фронта, наклоне проходящей оси гребня или ложбины, а также в условиях седловин [Локощенко и др., 2016]. Для выявления подобных случаев требуется дополнительный критический контроль данных.

Наиболее показательные примеры полученных профилей направления ветра приведены на рис. 3. Как видим, в ряде случаев в нижней их части прослеживается участок с почти одинаковым направлением с точностью до  $\pm 1^{\circ}$ , отмеченный жирными кружками. Как правило, такой участок охватывает лишь первый промежуток между двумя нижними уровнями измерений вплоть до 60 м (рис. 36, в), хотя иногда достигает 80 м (рис. 3д). Один раз, в октябре 2006 г., он прослеживался даже вплоть до 100 м. Однако в большинстве случаев (приблизительно в двух



**Рис. 3.** Профили направления ветра по содарным данным в среднем за отдельные месяцы зондирования. *Доверительные интервалы рассчитаны с уровнем значимости 5%*.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

#### ЛОКОЩЕНКО

Месяц/год:	Ι	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2004					нет дан	ных					≪40	60
2005	60					нет да	нных					≼40
2006	60	≼40	≼40	≤40	≼40		≼40	≼40	≼40	100	нет да	нных
2007		60	≪40	≤40	≪40	≪40	≪40	≪40	≪40	60	≪40	60
2008	≼40	≪40	≪40	≼40	≪40	≪40		≼40	≼40	≪40	60	60
2009	≼40	≼40	60	≼40	≼40	60	60	60	≼40	80	80	60
2010	≼40	≼40	60	≤40	≼40	≼40	≼40	≼40	≼40	≼40	80	80
2012	60	60	60	60	≤40	≼40	≼40	≤40	≼40	60	≼40	≤40
2013	60	≼40	≼40	≤40	≼40	≼40	≼40	≼40	≼40	≼40	80	60

**Таблица 1.** Высота приземного слоя воздуха *H* (м) в Москве по данным содара MODOS о направлении ветра в среднем за отдельные месяцы

**Таблица 2.** Суточный ход высоты приземного слоя воздуха *H* (м) в Москве по данным содара MODOS о направлении ветра в разные сезоны

Часы:	0-3	3-6	6–9	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24
Июнь-август 2009 г.	≪40	≪40	60	80	80-100	80	80	≪40
Декабрь 2009— февраль 2010 гг.	≪40	≪40	≪40	≪40	80	60	≪40	≪40

из трех) изменение направления в сторону роста его значений, то есть правый поворот, наблюдается уже в самом нижнем интервале высот от 40 до 60 м (рис. 3а, 3г). Полученные результаты можно интерпретировать в качестве данных о высоте приземного слоя *H*, поскольку участок с приблизительно постоянным направлением, если он был, всегда наблюдался в нижней части диапазона, а поворот в среднем за месяц всегда оказывался правым, в соответствии с классической "спиралью Экмана" – во всяком случае, в нижней части слоя Экмана. Исключением служит лишь средний левый поворот в слое выше 160 м на рис. Зв). Вероятно, он отражает особенности барического поля и направления термического ветра в феврале 2007 г. Заметим, что среднее за отдельные месяцы направление ветра заключено в пределах от южного до юго-западного в приземном слое и от южноюго-западного до западно-юго-западного на высоте 200 м. Это подтверждает наличие главной юго-западной моды в многолетней розе ветров по данным содара MODOS во всем диапазоне зондирования [Локощенко, 2015]. Средняя величина правого поворота ветра в приведенных на рис. 3 примерах в слое воздуха до 200 м составляет от 15° до 20°, что также подтверждает среднюю многолетнюю оценку этой величины для условий Москвы: ~20° [Локощенко, 2015].

Можно считать, что при отсутствии на профилях участка с одинаковыми значениями направления поверх "мертвой зоны" он, вероятно, существовал ниже в ее пределах и не мог быть выявлен по содарным данным ( $H \le 40$  м). Привлечь к анализу направления ветра данные анемометров на высотах 7 и 15 м, в отличие от профиля V, невозможно ввиду неизбежной невязки в ориентировании трех разных приборов по странам света. Ошибка в выставлении нулевого значения направления (на север) составляет по меньшей мере ±1°. Это делает их показания несравнимыми, а выявление столь тонких эффектов (изменений в направлении ветра величиной менее 1°) невозможным. Вероятно, именно это обстоятельство (случайная ошибка в ориентировании разных приборов – например, анемометров на разных уровнях высотных мачт) не позволяло в прошлом провести подобный анализ. Лишь данные доплеровских содаров с одинаково заданным направлением оси луча вдоль всего диапазона каждой из антенн открывают возможность точного сравнения направления ветра на разных высотах.

Различия между приведенными профилями на рис. 3 вполне наглядны, однако для большей объективности анализа были использованы два количественных критерия изменений направления ветра — прежде всего, сама величина поворота:

$$\Delta \alpha = \alpha_{i+1} - \alpha_i, \tag{1}$$

где  $\alpha_i$  и  $\alpha_{i+1}$  — направление ветра на двух соседних уровнях, а также предложенный автором коэффициент изменения поворота ветра K с высотой:

$$K = \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\alpha_i - \alpha_{i-1}}, \qquad (2)$$

характеризующий относительное изменение направления ветра в любом вышележащем слое по сравнению с соседним нижележащим. Предварительный визуальный анализ профилей уточнялся с учетом значений Δα и К. В случаях почти постоянного направления ветра (т.е. в пределах приземного слоя)  $\Delta \alpha$  составляет в среднем 0.4°, тогда как величина К – в среднем от 1.0 до 1.5 (в большинстве случаев  $\leq 2$ ). Поверх же приземного слоя  $\Delta \alpha$ обычно превышает 1° в каждом отдельном интервале высот с шагом 20 м, т.е. средний вертикальный градиент направления ветра *d* в слое Экмана  $\partial d/\partial z > 0.05$  [°/м]. На уровне вершины приземного слоя значение коэффициента К в большинстве случаев >3 (в среднем 4.2). Таким образом, значительный разрыв в значениях как  $\Delta \alpha$ , так и K ниже и выше предполагаемой высоты Н подтверждает объективную основу проведенного анализа.

Результаты его обобщены в табл. 1. Как видим, в 27 из 83 месяцев высота приземного слоя воздуха достигала 60 м, а порой 80 или даже 100 м. В остальных случаях она не превышала 40 м. Однозначных сезонных закономерностей не видно: случаи H > 40 м отмечены в разные месяцы года. Получить среднюю многолетнюю оценку Н по критерию постоянства направления ветра трудно из-за неопределенности ее значений при Н ≤ 40 м. Если предположить, что во всех пятидесяти шести таких случаях H = 20 м или H =30 м, то средняя по всей выборке величина Н составляет соответственно 35 и 41 м. Считая же H = 40 м во все месяцы, когда ее значение было маскировано "мертвой зоной" содара, средняя H = 48 м. Последняя максимально возможная оценка, скорее всего, завышена. С другой стороны, исходя из физических соображений, среднемесячные значения H < 20 м маловероятны. Следовательно, средняя высота приземного слоя воздуха, видимо, близка к 40 м. Примечательно, что предварительные оценки Н по данным 59 месяцев вплоть до 2010 г. оказались такими же [Lokoshchenko, Nikitina, 2012; Локощенко, 2015]. Следовательно, они обладают устойчивостью во времени. Получить более точные оценки Н по критерию постоянства направления ветра можно с использованием малых содаров (т.н. "мини-содаров"), работающих на более высоких частотах и имеющих значительно меньшую "мертвую

зону" по сравнению с содарами обычного диапазона, к числу которых относится MODOS.

Очевидно, значение H закономерно увеличивается с ростом атмосферной неустойчивости и в среднем должно быть больше днем, нежели ночью, и летом больше, чем зимой. Рассмотрим суточный ход H в разные сезоны. Для этого был проведен отдельный расчет профилей направления ветра за отдельные часы в среднем за три летних и три зимних месяца 2009–2010 гг. Как видно из табл. 2, наибольшие значения H действительно отмечены в дневные часы (вплоть до 80–100 м летом и 60–80 м зимой), а наименьшие — поздним вечером и ночью летом и с вечера до полудня зимой. Данный вывод подтверждает влияние температурной стратификации на структуру пограничного слоя атмосферы.

#### 5. ВЫВОДЫ

1. Средний многолетний профиль скорости ветра по содарным данным в Москве отмечен квазилинейным участком в полулогарифмических координатах вплоть до высоты 40—60 м. С учетом близости средних условий к безразличной стратификации эту оценку можно принять в качестве средней высоты приземного слоя воздуха.

2. Высота приземного слоя как слоя с приблизительно одинаковым направлением ветра в среднем за месяц в одном случае из трех превышает по содарным данным 40 м, составляя, как правило, 60 м, а порой 80-100 м; в остальные месяцы она  $\leq 40$  м. Таким образом, в соответствии с данным критерием, высота приземного слоя составляет в Москве в среднем менее 50 м ( $40 \pm 8$  м).

3. В суточном ходе летом наибольшая высота приземного слоя как слоя с постоянным направлением ветра наблюдается в середине дня (в среднем 80–100 м), а наименьшая – поздним вечером и ночью (не более 40 м). Зимой наибольшие значения в суточном ходе этой высоты составляют в среднем 60–80 м.

4. Параметр шероховатости в условиях городской периферии Москвы с неплотной жилой застройкой и высотой соседних зданий до 250 м равен ~5 м.

 Высота обращения дневного и ночного профилей ветра в среднем за несколько лет составляет для условий Москвы приблизительно 100 м.

6. В верхней части приземного слоя на высотах от 40 до 60 или до 80 м разность направления ветра в слое толщиной 20 м составляет ~0.4°
в среднем за месяц. В вышележащем слое Экмана средний вертикальный градиент направления ветра превышает 5°/100 м (правый поворот происходит обычно быстрее 1° на 20 м подъема).

Автор сердечно благодарит В. Г. Перепёлкина, А.П. Медведева, А.М. Мотылёва и Х.-Ю. Киртцеля за большую помощь в осуществлении многолетнего зондирования в МО МГУ, Н.Г. Никитину за помощь в обработке первых данных, А.П. Попикова за предоставление данных о ветре поста сети Мосэкомониторинг в МО МГУ. Работа выполнена при поддержке РНФ, проект № 23-27-00279.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Белинский В.А. Динамическая метеорология. М.-Л.: ОГИЗ, Гостехиздат, 1948. 703 с.
- *Будыко М.И.* Испарение в естественных условиях. Л.: Гидрометеоиздат, 1948. 136 с.
- Зилитинкевич С.С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1970. 292 с.
- *Красненко Н.П.* Акустическое зондирование атмосферного пограничного слоя. Томск: изд-во ИОМ СО РАН, 2001. 280 с.
- *Лайхтман Д.Л.* Физика пограничного слоя атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1961. 254 с.
- *Ландсберг Г.Е.* Климат города. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 248 с.
- Локощенко М.А. О ветровом режиме нижней атмосферы над Москвой по данным многолетнего акустического зондирования // Метео-

рология и гидрология. 2014. № 4. С. 19-31.

- Локощенко М.А. Направление ветра в Москве // Метеорология и гидрология. 2015. № 10. С. 5–15.
- Локощенко М.А., Алексеева Л.И., Ахиярова К.И. О связи ветрового режима нижней атмосферы с синоптическими условиями и явлениями погоды // Метеорология и гидрология. 2016. № 7. С. 15–28.
- Матвеев Л.Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. 751 с.
- *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Часть 1. М.: Наука, 1965. 640 с.
- *Обухов А.М.* Турбулентность и динамика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 414 с.
- *Оке Т.Р.* Климаты пограничного слоя. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 360 с.
- Орленко Л.Р. Анализ экспериментального материала по суточному ходу температуры воздуха. Труды ГГО, выпуск 53(15) под ред. Д.Л. Лайхтмана. С. 14–25. Л.: Гидрометеоиздат, 1955.
- Справочник по гидрометеорологическим приборам и установкам. Л.: Гидрометеоиздат, 1971. 372 с.
- Степаненко С.Н., Волошин В.Г., Курышина В.Ю., Агайар Е.В. Определение высоты пограничного слоя атмосферы по наземным метеорологическим наблюдениям // Science Rise. 2016. № 7/1 (24). С. 6–10.
- *Хромов С.П., Мамонтова Л.И.* Метеорологический словарь. Л.: Гидрометеоиздат, 1974. 568 с.
- Lokoshchenko M.A. and Nikitina N. G. Profiles of wind direction and studying of the ground air layer height by use of the sodar sounding // Extended Abstracts of Presentations from the 16th ISARS, Boulder, Colorado, USA, 5–8 June 2012. 2012. P. 130–132.

# About Height of the Surface Air Layer by Sodar Data

# M.A. Lokoshchenko\*

Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1, Moscow, 119992, Russia \*e-mail: loko@geogr.msu.su

Average empirical estimations of the surface air layer height in Moscow have been received by the data of long-term acoustic remote sensing of the atmosphere using MODOS Doppler sodar of METEK (Germany) production. Based on the assumption that the average conditions are close to neutral stratification, this height, as the top of the quasi-linear section of the average long-term wind velocity profile in semi-logarithmic coordinates, is 40–60 m. The wind rotation height, i.e. the height of intersection of day and night wind profiles is on average 95 meters per year. The roughness length in conditions of loose but high urban development in vicinity of Moscow State University in Moscow is 5 m.

According to the criterion of the constant wind direction in the surface air layer, its height appears in the average monthly wind direction profiles over the "dead zone" of the sodar (40 m) in approximately one case out of three and usually amounts to 60 m, less often 80 or 100 m. In the rest cases, it is apparently masked by "dead zone". The average height of the surface layer according to this approach is probably a little less than 50 m, which is close to the estimate obtained from the logarithmic distribution of wind velocity with height in this layer. The daily course of the surface air layer height is noted by the largest values in the afternoon (80-100 m in summer under conditions of prevailing unstable stratification and 60-80 m in winter) and the smallest ones (less than 40 m) in the late evening and at night in summer and from evening to noon in winter.

**Keywords:** surface air layer height, empirical estimations, profiles of wind velocity and wind direction, logarithmical law, wind rotation height, Coriolis force, clockwise wind shear, Ekman layer, roughness length, sodar

УДК 551.465

# ПРИМЕНЕНИЕ СПУТНИКОВЫХ СВЧ-РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ АНАЛИЗА СВЯЗИ ТРОПИЧЕСКОГО ЦИКЛОГЕНЕЗА С ПЕРЕНОСОМ ВОДЯНОГО ПАРА В АТЛАНТИКЕ

# А. Г. Гранков<sup>а, \*</sup>, Е. П. Новичихин<sup>а</sup>, Н. К. Шелобанова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Фрязинский филиал, пл. акад. Введенского, 1, Московская обл., Фрязино, 141190 Россия

> \**e-mail: agrankov@inbox.ru* Поступила в редакцию 22.06.2023 г. После доработки 27.09.2023 г. Принята к публикации 15.11.2023 г.

Иллюстрируются возможности использования данных СВЧ-радиометрических измерений со спутников EOS Aqua и GCOM-W1 для изучения влияния тропических волн в Атлантике на процессы зарождения урагана Lorenzo (2007) и штормов Mattew (2004), Colin (2016) в Мексиканском заливе путем мониторинга пространственно-временной изменчивости полей водяного пара в заливе. Приведены примеры использования спутниковых изображений полей влажности атмосферы, полученных со спутников DMSP, EOS Aqua, демонстрирующие процессы трансформации тропических волн в атлантические ураганы Bonnie (1998), Frances (2004), Ivan (2004).

**Ключевые слова:** Мексиканский залив, тропические волны, тропические ураганы, водяной пар, спутниковая СВЧ-радиометрия **DIO**: 10.31857/S0002351524010073

#### введение

Одним из перспективных направлений в исследованиях процессов зарождения тропических ураганов (ТУ) является мониторинг полей влажности атмосферы в районах циклогенеза на основе данных спутниковых измерений интенсивности собственного СВЧ-излучения – яркостной температуры системы океан—атмосфера в спектральной области резонансного поглощения радиоволн в водяном паре атмосферы [Гранков и др., 2022; Шарков и др., 2012; Ermakov, 2021].

Данный подход использован нами ранее для изучения процессов циклогенеза в Мексиканском заливе путем анализа отклика общего влагосодержания атмосферы (OBA) на эти процессы на основе данных измерений CBЧ-радиометров SSM/I (Special Sensor Microwave/Imager) и SSMIS (Special Sensor Microwave Imager/Sounder) спутников DMSP, радиометров AMSR-E и AMSR-2 (Advanced Microwave Scanning Radiometer) спутников EOS Aqua и GCOM.

Проведенный анализ пространственной изменчивости полей ОВА в периоды зарождения и развития ТУ Bret (1999 г.), Humberto (2007 г.), Lorenzo (2007 г.), Katia (2017 г.) выявил их дружные изменения не только в районах зарождения данных ураганов, но и в прилегающих к ним обширных областях Мексиканского залива [Гранков, 2021].

Такой результат можно объяснить влиянием тропических волн (иное название – африканские восточные волны [Thorncroft, Hodges, 2001]), формирующихся в тропической Атлантике в период с апреля-мая по октябрь-ноябрь, распространяющихся от западного побережья Африки к Карибскому морю и Мексиканскому заливу и несущих массы теплого воздуха на запад преобладающими восточными ветрами вдоль тропиков и субтропиков вблизи экватора. Иллюстрацией может служить приход в Мексиканский залив тропической волны во время зарождения ТУ Lorenzo в сентябре 2007 г. [Franklin, 2007] (рис. 1). Здесь представлены наблюдаемые радиометром AMSR-Е спутника EOS Aqua вариации OBA в фиксированных точках залива в период, предшествующий зарождению урагана 28 сентября.

Рисунок демонстрирует сильный всплеск общего содержания водяного пара в атмосфере Q (на 25–30 кг/м<sup>2</sup>), перемещающийся из восточной части акватории Мексиканского залива в западном направлении; что можно рассматривать как

70 70 (a) (б) 60 60 50 50 40 40 30 30 20 ∟ 20 20 ∟ 20 24 30 22 24 28 30 22 26 28 26 70 70 (г) (B) 60 60 50 50 40 40 30 30 20 <u></u> 20 L 30 22 30 24 26 28 24 28 26 Дни сентября 2007 г. Дни сентября 2007 г. Рис. 1. Динамика ОВА (Q) в период, предшествую-

*О*, кг/м<sup>2</sup>

**Рис. 1.** Динамика ОВА (*Q*) в период, предшествующий зарождению ТУ Lorenzo в Мексиканском заливе в узлах сетки с координатами долготы 85.5° з.д. (1), 91° з.д. (2), 95.75° з.д. (3) и широты 25° с.ш. (а), 24° с.ш. (б), 23° с.ш. (в), 22° с.ш. (г).

следствие приближения тропической волны со стороны Атлантики к заливу 21 сентября.

Более полное представление о влиянии тропических волн на процессы циклогенеза в Мексиканском заливе, а также в акватории тропической Атлантики может быть получено на основе данных анализа полей (изображений) OBA со спутников DMSP, EOS Aqua, GCOM-W1, Метеор-М, обеспечивающих глобальную информацию об этом и других параметрах атмосферы и поверхности океана с пространственным разрешением  $0.25^{\circ} \times 0.25^{\circ}$  с суточной регулярностью.

Ниже оценим возможности использования спутниковых измерений для анализа влияния тропических волн на формирование полей влажности атмосферы в Мексиканском заливе в периоды зарождения различных тропических образований.

В рамках данной задачи рассмотрены не только тропические ураганы, но и тропические штормы, частота зарождения которых в несколько раз выше, благодаря чему может быть расширен объем полезной информации для анализа процессов циклогенеза в заливе.

## РЕАКЦИЯ ПОЛЕЙ ВЛАЖНОСТИ АТМОСФЕРЫ В МЕКСИКАНСКОМ ЗАЛИВЕ НА ПРИБЛИЖЕНИЕ ТРОПИЧЕСКИХ ВОЛН

Рассмотрим ряд примеров использования данных спутниковых измерений для анализа влияния тропических волн на поля ОВА в заливе в периоды зарождения местных ураганов и штормов.

#### Зарождение урагана Lorenzo, сентябрь 2007 г.

В соответствии с [Franklin, 2007] ТУ Lorenzo образовался из тропической волны, которая прошла через западное побережье Африки 11 сентября 2007 г., и сформировался первоначально в виде тропической депрессии в юго-западной части Мексиканского залива 25 сентября 2007 г. в точке 21.8° с.ш. 94.8° з.д., достигнув стадии урагана 28 сентября в точке 20.5° с.ш. 96.3° з.д.

С помощью данных измерений радиометра AMSR-Е спутника EOS Aqua (архив NSIDC – National Snow & Ice Data Center) исследована пространственно-временная изменчивость OBA в Мексиканском заливе в области 20.75°–28° с.ш. 97.75°–85.5° з.д. в период 22–27 сентября 2007 г., предшествующий зарождению ТУ Lorenzo, а результаты представлены на рис. 2. Данная область охватывает большую часть акватории Мексиканского залива; ее внешние границы выбраны таким образом, чтобы в поле зрения спутниковых радиометров не попадали береговые участки залива.

Как видно из рис. 2, приход тропической волны в Мексиканский залив сопровождается появлением области с высоким содержанием водяного пара в атмосфере в его восточной части, перемещающейся на запад и дальнейшей ее ло-



**Рис. 2**. Динамика изменения поля OBA (*Q*) в выбранной области Мексиканского залива в период, предшествующий зарождению TV Lorenzo в сентябре 2007 г.: (а) – 22.09; (б) – 23.09; (в) – 24.09; (г) – 25.09; (д) – 26.09; (е) – 27.09. Время прихода тропической волны к Мексиканскому заливу 21 сентября. ТШ – начало стадии тропической депрессии; начало стадии тропического шторма; ТУ – начало стадии тропического урагана [Franklin, 2007].

*Q*, кг/м<sup>2</sup>



**Рис. 3**. Динамика поля OBA (Q) в акватории Мексиканского залива в период, предшествующий зарождению тропического шторма Matthew в октябре 2004 г.: (а) - 03.10; (б) - 04.10; (в) - 05.10; (г) - 06.10; (д) - 07.10. Время прихода тропической волны к Мексиканскому заливу 3 октября. ТШ – начало стадии тропического шторма [Avila, 2004].



**Рис.** 4. Динамика поля OBA (*Q*) в акватории Мексиканского залива в период, предшествующий зарождения тропического шторма Colin в июне 2016 г.: (a) -01.06; (б) -02.06; (в) -03.06; (г) -04.06; (д) -05.06: (е) -06.06. ТШ - начало стадии тропического шторма [Pash, Penny, 2017].

кализацией в юго-западной части залива — зоне зарождения урагана Lorenzo.

# Зарождение тропического шторма Matthew, октябрь 2004 г.

Тропический шторм Matthew образовался из тропической волны, которая прошла через западное побережье Африки 19 сентября 2004 г., и сформировался окончательно в юго-западной части Мексиканского залива 8 октября в точке 24.1° с.ш. 94.2° з.д. [Avila, 2004].

С помощью данных измерений радиометра AMSR-Е спутника EOS Aqua (архив NSIDC) получены оценки пространственно-временной изменчивости OBA в области 20.75°–28° с.ш. 97.75°–85.5° з.д. Мексиканского залива в период, предшествующий зарождению шторма Matthew 3–7 октября 2004 г. (рис. 3).

Из иллюстрации видно, что в результате прихода тропической волны в Мексиканском заливе образуется область с высоким содержанием водяного пара в атмосфере, которая последовательно перемещается в северо-западном направлении к району зарождения шторма.

#### Зарождение тропического шторма Colin, июнь 2016 г.

Происхождение тропического шторма Colin можно проследить до тропической волны, которая прошла у западного побережья Африки 27 мая 2016 г. и к 1 июня достигла Карибского моря [Pash, Penny, 2017]. Его окончательное формирование произошло 5 июня 2016 г. в южной области Мексиканского залива в точке 22.4° с.ш. 87.9° з.д.

Получены оценки пространственно-временной динамики OBA Q в области 20.75°–28° с.ш. 97.75°–85.5° з.д. залива в период 1–6 июня 2016 г., предшествующий зарождению шторма Colin (рис. 4). Для этих целей использованы данные геопортала спутникового радиотепловидения (https://fireras.su/tpw/Fields.aspx) [Ермаков и др., 2013], полученные на основе измерений радиометра AMSR-2 спутника GCOM-W1.

Из иллюстрации видно, что при приближении тропической волны в Мексиканском заливе наблюдается аккумуляция атмосферного водяного пара в районе зарождения тропического шторма Colin.

Приведенные примеры спутникового мониторинга Мексиканского залива показывают, что в периоды, предшествующие зарождению урагана Lorenzo, штормов Matthew и Colin, под воздействием тропических волн происходила "накачка" атмосферы водяным паром, образовывались области с высокими значениями OBA, перемещавшиеся в течение 5–6 сут в районы залива и ставшие очагами их образования. Данный эффект позволяет объяснить отмеченную

том 60 № 1 2024

в [Гранков, 2021] тесную связь пространственных характеристик полей OBA с процессами зарождения ТУ Bret, Humberto, Lorenzo, Katia в Мексиканском заливе.

### ПОЛЯ ВЛАЖНОСТИ АТМОСФЕРЫ КАК ИНДИКАТОРЫ ТРАНСФОРМАЦИИ ТРОПИЧЕСКИХ ВОЛН В АТЛАНТИЧЕСКИЕ УРАГАНЫ

### Тропический ураган Ivan, сентябрь 2004 г.

По данным оптических и ИК-изображений, полученных с геостационарных спутников GOES-12 и MODIS, ТУ Ivan образовался из тропической волны, которая прошла через западное побережье Африки 31 августа 2004 г., и сформировался окончательно в тропической зоне Атлантики 5 сентября в точке 9.5° с.ш. 43.4° з.д. [Stewart, 2011]. Ураган соответствует 5-й категории интенсивности по шкале Саффира—Симпсона с максимальной скоростью ветра 270 км/ч.

На основе данных архива NSIDC исследована пространственно-временная изменчивость OBA в области  $0^{\circ}$ -35° с.ш.  $0^{\circ}$ -100° з.д. Атлантики в период времени от начальной стадии распространения тропической волны (1) (южнее островов Кабо-Верде) до зарождения ТУ Ivan (3) и его максимального развития (6) в Карибском море (рис. 5).

Рисунок 5 демонстрирует существование области в Атлантике с высоким содержанием водяного пара в атмосфере (свыше 60 кг/м<sup>2</sup>) и ее пространственные эволюции, которые совпадают с траекторией перемещения тропической волны от западного побережья Африки к району зарождения ТУ Ivan и далее – с траекторией его распространения, описанной в [Stewart, 2011].

#### Тропический ураган Bonnie, август 1998 г.

Согласно данным оптических и инфракрасных съемок с геостационарного спутника GOES-8 ТУ Воппіе образовался из тропической волны, которая прошла через западное побережье Африки 14 августа 1998 г. и сформировался окончательно в тропической зоне Атлантики северо-восточнее о. Гаити 22 августа в точке 21.1° с.ш. 67.3° з.д. [Avila, 1998].

На основе данных измерений радиометров SSM/I спутников DMSP F11, F13, F14 (архив RSS – Remote Sensing System) исследована пространственно-временная изменчивость OBA в области  $0^{\circ}$ -35° с.ш.  $10^{\circ}$ -80° з.д. Атлантики (рис. 6).

Рисунок 6 иллюстрирует перемещение области с высоким влагосодержанием атмосферы в тропической Атлантике (60–70 кг/м<sup>2</sup>), пространственные эволюции которой совпадают с траекторией перемещения тропической волны от западного побережья Африки к району зарождения ТУ Bonnie и далее – с траекторией его распространения, описанной в [Avila, 1998].

#### Тропический ураган Frances, август-сентябрь 2004 г.

По данным оптических и ИК-изображений с геостационарных спутников GOES-12 и MODIS ураган Frances сформировался под воздействием мощной тропической волны, начавшей свое движение от западного побережья Африки 21 августа 2004 г. по направлению к Багамским островам, достигнув стадии урагана 26 августа в районе 13.3° с.ш. 45.8° з.д. Атлантики и набрав полную силу 2 сентября у берегов Гаити (скорость ветра 230 км/ч) [Beven II, 2014].

На основе данных измерений радиометра AMSR-E спутника EOS Aqua (архив NSIDC)



**Рис. 5.** Трансформация тропической волны в ТУ Ivan, 2004 г.: 1 – 01.09. 2 – 03.09, 3 – 05.09, 4 – 07.09, 5 – 09.09, 6 – 11.09. Выделенные области характеризуются OBA 60 кг/м<sup>2</sup> и выше. Кружки отражают пространственное положение глаза урагана в полуденное время суток. По данным радиометра AMSR-E спутника EOS Aqua.

получены оценки пространственно-временной изменчивости общего влагосодержания атмосферы и скорости приводного ветра в области  $0^{\circ}-35^{\circ}$  с.ш.  $20^{\circ}-100^{\circ}$  з.д. Атлантики в период в период времени от начальной стадии распространения тропической волны до зарождения ТУ Frances и его максимального развития.

Выявлена область, характеризующаяся высокими значениями общего влагосодержания атмосферы (60 кг/м<sup>2</sup> и более) и скорости приводного ветра (более 25 м/с), перемещающаяся от западного побережья Африки к полуострову Флорида в период 27 августа – 3 сентября 2004 г. (рис. 7). Из иллюстрации следует, что траектория перемещения данной области в период 26– 30 августа совпадают с траекторий перемещения тропической волны из Атлантики к району зарождения ТУ Frances, а далее – с траекторией его распространения, описанной в [Beven II, 2014].

# выводы

Приведенные результаты спутникового мониторинга Мексиканского залива показывают, что в периоды, предшествующие зарождению урагана Lorenzo, штормов Matthew и Colin, под воздействием тропических волн происходила "накачка" атмосферы водяным паром, образовывались области с высокими значениями OBA, перемещавшиеся в течение 5–6 сут в районы залива, ставшие очагами возникновения данных тропических образований. Этот эффект объясняет отмеченную в [Гранков, 2021] тесную связь пространственных характеристик полей OBA с процессами зарождения ТУ Bret, Humberto, Lorenzo, Katia в Мексиканском заливе.

На примерах историй возникновения и развития ТУ Ivan, Bonnie, Frances можно видеть, что данные спутниковых СВЧ-радиометрических измерений позволяют выделять зоны в тропической Атлантике с высоким содержанием водяного пара в атмосфере (60–70 кг/м<sup>2</sup>), траек-

Рис. 6. Эволюции поля OBA (Q) в тропической зоне Атлантики по данным измерений радиометров SSM/I спутников F11, F13, F14 на восходящих (A) и нисходящих (D) витках в период, предшествующий зарождению ТУ Bonnie: (a) – 15.08 (F14 D); (б) – 17.08 (F14 A); (в) – 19.08 (F11A); (г) – 21.08 (F13 D) и в период его развития: (д) – 23.08 (F14 D); (е) – 25.08 (F13D). 1 – тропическая депрессия; 2 – тропический шторм; 3, 4 – тропический ураган (по данным [Avila, 1998]). Слепые области (вне видимости радиометров) выделены черным цветом.



2024

**№** 1

том 60



Рис. 7. Эволюция полей влажности атмосферы (Q) и скорости приводного ветра (V) в Атлантике по данным радиометра AMSR-Е в период, предшествующий зарождению ТУ Frances: (a) - 22.08; (b) - 24.08 и его развития: (b) - 26.08; (г) - 28.09; (д) - 30.09; (е) - 01.09; (ж) - 03.09. 1 - тропический шторм; 2, 3, 4, 5 - тропический ураган (по данным [Beven II, 2014]). Белые клинообразные области - слепые зоны радиометра AMSR-E.

тории которых соответствуют определяемым по данным спутниковых оптических и инфракрасных съемок траекториям распространения тропических волн от западного побережья Африки к районам зарождения тропических ураганов. Результаты, показанные для ТУ Frances, свидетельствуют о том, что распространение тропической волны можно наблюдать не только в виде эволюций поля водяного пара атмосферы, но и поля скорости приводного ветра.

Во всех рассмотренных случаях траектории дальнейшего распространения областей с высокой локализацией водяного пара в атмосфере совпадают с приведенными в [Stewart, 2011; Avila, 1998; Beven II, 2014] траекториями развития ТУ Ivan, Bonnie, Frances (Best Track Positions), иллюстрирующими пространственно-временную динамику появления и перемещения зон минимального атмосферного давления и максимальной скорости ветра.

Полученные результаты указывают на важную роль трансатлантического переноса атмосферного водяного пара в процессах циклогенеза в Мексиканском заливе и Атлантике, а также на возможность использования его интегрального (общего) содержания в атмосфере в качестве индикатора траекторий распространения тропических волн.

Из рассмотренных примеров также следует, что спутниковый мониторинг атмосферного водяного пара позволяет прослеживать происхождение зарождающихся в Мексиканском заливе и тропической Атлантике ураганов и штормов до восточных африканских волн, что расширяет потенциальные возможности раннего прогнозирования их возникновения. При этом следует считать преждевременным использование общего влагосодержания атмосферы в качестве универсального и долговременного предиктора зарождения тропических ураганов и штормов, поскольку восточные африканские волны не во всех случаях приводят к их образованию; наблюдаются и альтернативы, когда финальным результатом их активности является возникновение лишь тропических депрессий.

Исследование выполнено в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гранков А.Г. О связи полей влажности атмосферы в Мексиканском заливе с процессами зарождения и развития ураганов // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57. № 4. С. 495–506.
- Гранков А.Г., Мильшин А.А., Новичихин Е.П. Спутниковая СВЧ-радиометрия тепловых и динамических процессов на поверхности океана и в атмосфере. М.: Российская Академия наук, 2022. 240 с.
- Ермаков Д.М., Раев М.Д., Чернушич А.П., Шарков Е.А. Алгоритм построения глобальных радиотепловых полей системы океан-атмосфера вы сокой пространственно-временной лискре тизации по спутниковым микроволновым измерениям// Исслед. Земли ИЗ космоса. 2013. № 4. C. 72-82.
- Шарков Е.А., Шрамков Я.Н., Покровская И.В. Повышенное содержание водяного пара в атмосфере тропических широт как необходимое условие генезиса тропических циклонов // Исслед. Земли из космоса. 2012. № 2. С. 73–82.
- *Avila L.A.* Tropical Cyclone Report: Tropical Hurricane Bonnie 19–30 August 1998. Miami: National Hurricane Center 24 October 1998.
- *Avila L.A.* Tropical Cyclone Report: Tropical Storm Matthew 8–10 October 2004. Miami: National Hurricane Center 17 November 2004.
- Beven II J.L. Tropical Cyclone Report: Hurricane Frances, 25 August – 8 September 2004. Miami: National Hurricane Center (Updated 12 April 2005, 9 September and 6 November 2014).
- *Ermakov D.* Satellite radiothermovision of atmospheric processes: method and applications. Springer: Chaim, 2021. 199 p.
- Franklin J.L. Tropical Cyclone Report: Hurricane Lorenzo, 22–28 September 2007. Miami: National Hurricane Center, 18 October 2007.
- *Pasch R.J., Penny A.B.* Tropical Cyclone Report: Tropical Storm Colin 5–7 June 2016. Miami: National Hurricane Center, 17 January 2017.
- *Stewart S.R.* Tropical Cyclone Report: Tropical Hurricane Ivan 2–12 September 2004. Miami: National Hurricane Center 16 December 2004 (Updated 27 May 2005 and 11 August 2011).
- *Thorncroft C., Hodges K.* African easterly wave variability and its relationship to Atlantic tropical cyclone activity // J. Climate. 2001. V. 14. P. 1166–1179.

# Application of Satellite Microwave Radiometric Methods to Analyze the Relationship of Tropical Cyclogenesis with Water Vapor Transport in the Atlantic

A. G. Grankov<sup>1, \*</sup>, E. P. Novichikhin<sup>1</sup>, N. K. Shelobanova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kotel'nikov Institute of Radioengineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, Fryazino Branch, pl. akad. Vvedenskogo, 1, Fryazino, Moscow oblast, 141190 Russia

\*e-mail: agrankov@inbox.ru

Some possibilities of using microwave radiometric measurements from the EOS Aqua and GCOM-W1 satellites to study the influence of tropical waves in the Atlantic on cyclogenesis processes in the Gulf of Mexico by monitoring the spatial and temporal variability of water vapor fields in the Gulf are illustrated. Examples of the use of satellite images of atmospheric humidity fields obtained from DMSP and EOS Aqua satellites are given to demonstrate the processes of transformation of tropical waves into Atlantic hurricanes Bonnie (1998), Frances (2004), Ivan (2004).

Keywords: Gulf of Mexico, tropical waves, tropical hurricanes, water vapor, satellite microwave radiometry

УЛК 551.510.43

# ВОССТАНОВЛЕНИЕ НОЧНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ХАРАКТЕРИСТИК МЕЗОСФЕРЫ – НИЖНЕЙ ТЕРМОСФЕРЫ ПО СПУТНИКОВЫМ ДАННЫМ

© 2024 г. М. Ю. Куликов<sup>а, b, \*</sup>, М. В. Беликович<sup>а, b</sup>, А. Г. Чубаров<sup>а, b</sup>, С. О. Дементьева<sup>а</sup>, А. М. Фейгин<sup>а,b</sup>

<sup>а</sup> Институт прикладной физики РАН им. А.В. Гапонова-Грехова, ул. Ульянова, 46, Нижний Новгород, 603950 Россия <sup>b</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, пр. Гагарина, 23, Нижний Новгород, 603022 Россия \*e-mail: kulm@ipfran.ru

> Поступила в редакцию 27.02.2023 г. После доработки 22.09.2023 г. Принята к публикации 15.11.2023 г.

База данных спутниковой кампании SABER/TIMED включает в себя результаты восстановления ночных распределений О. Н и некоторых других характеристик на высотах мезосферы – нижней термосферы по данным измерений профилей объемной скорости эмиссии ОН\* вблизи 2 мкм. температуры и озона. В основе процедуры восстановления лежит приближение химического равновесия ночного озона, а также модель двух возбужденных уровней ОН (v = 9.8), формирующих указанное излучение. В данной работе модернизированная модель этих уровней с исправленными константами, соответствующими опубликованным данным, применена для восстановления О, Н, ОН, НО, и скорости химического нагрева на высотах 80-100 км по данным измерений SABER/ ТІМЕД в 2002–2021 гг. Обнаружено, что новые параметры процедуры восстановления приводят к значительным (до 2 раз и более) изменениям в пространственных распределениях О, Н и скорости химического нагрева, но лишь незначительно изменяют распределения ОН и НО.,

Ключевые слова: область мезопаузы, озон, атомарный кислород, возбужленный гидроксил, спутниковые измерения **DOI**: 10.31857/S0002351524010086

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что малые примеси (МП) средней атмосферы и физико-химические процессы с их участием - один из ключевых факторов, определяющий фундаментальные свойства структуры и динамики данной области атмосферы. В частности, они оказывают существенное влияние на радиационный и тепловой баланс, например, обеспечивают один из основных источников нагрева воздуха в средней атмосфере за счет поглощения УФ излучения Солнца и последующих экзотермических реакций. С другой стороны, эволюция МП подвержена влиянию всех типов атмосферного переноса, чувствительна к температуре, вариациям солнечной освещенности и др., т.е. МП

являются важными индикаторами и трассерами основных атмосферных процессов, в том числе обусловленных климатическими изменениями. Их пространственное распределение и эволюция определяются взаимосвязанными физическими и химическими процессами, образующими сложную систему, изменчивость которой в общем случае описывается химико-транспортными моделями – системами дифференциальных уравнений высокого порядка.

Экспериментальное наблюдение МП средней атмосферы производится с помощью двух групп методов: контактных и дистанционных. Контактные измерения осуществляются посредством самолетов, зондов (стратостатов) или ракет и, как

Статья подготовлена на основе устного доклада, представленного на IV Всероссийской конференции с международным участием "Турбулентность, динамика атмосферы и климата", посвященной памяти академика А.М. Обухова (Москва, 22-24 ноября 2022 г.).

правило, обеспечивают более высокую точность измерений. При этом они имеют ряд ограничений и обеспечивают фрагментарное покрытие атмосферы как по времени, так и в пространстве. В сравнении с ними дистанционные измерения обладают большими возможностями. В частности, спутниковые методы позволяют вести регулярные наблюдения и охватывают среднюю атмосферу глобально, так что в настоящее время именно эти методы обеспечивают основной объем данных. Одной из основных проблем дистанционных методов является точность измерений: в большинстве случаев они оперируют с интегральным сигналом (характеризуемым спектром собственного излучения/поглощения атмосферы), приходящим, как правило, из широкого диапазона высот и во многих случаях довольно сильно зашумленным, что дает заметную случайную и систематическую ошибку в измеренных данных. Кроме того, далеко не все МП средней атмосферы имеют соответствующие линии поглощения/излучения с нужной интенсивностью в технически доступных диапазонах длин волн.

Хорошо известный способ увеличить информативность экспериментальных данных – использование химико-транспортных моделей для извлечения информации о неизмеряемых характеристиках по экспериментальным данным. В рамках такого подхода модель выступает в качестве априорной связи между измеряемыми непосредственно и восстанавливаемыми характеристиками. Эти связи могут применяться для восстановления неизмеряемых МП из имеющихся экспериментальных данных, независимого определения других характеристик атмосферы (например, температуры), валидации данных одновременных наблюдений нескольких МП, оценки констант химических реакций, известных с большой погрешностью, источников (эмиссий) и др. (см. обзор в [Kulikov et al., 2018а]). Отметим, что привлечение моделей к обработке измеряемых данных может значительно (в разы) увеличивать информативность результатов экспериментальных кампаний по исследованию атмосферы.

Наиболее простая модель, позволяющая осуществить указанный подход, основана на условии локального (как во времени, так и в пространстве) фотохимического/химического баланса (равновесия) между источниками и стоками так называемых "быстрых" переменных модели: концентраций МП со сравнительно малыми (в том числе – относительно характерных времен переноса) временами жизни. С математической точки зрения, данное условие не означает пребывание данных переменных в состоянии равновесия, но при его выполнении соответствующие концентрации могут сколь угодно близко подходить к своим мгновенно-равновесным значениям. Степень "равновесности" каждой быстрой компоненты определяется соотношением между временем ее жизни и характерным временем изменения ее мгновенно-равновесной концентрации. При этом из-за сильной диссипации в большинстве случаев (кроме особых ситуаций, когда в ансамбле быстрых компонент присутствуют формируемые ими медленные семейства) нет необходимости следить за выполнением закона сохранения массы и можно отбрасывать малосущественные стоки и источники, в том числе обусловленные переносом, практически без потери точности. В результате получаемые алгебраические соотношения являются наиболее простыми априорными локальными связями между измеряемыми и неизмеряемыми МП атмосферы.

Уже несколько десятилетий условия равновесия озона и возбужденных состояний ОН, О и О, используются для определения распределений компонент семейств нечетного кислорода О, (О,  $O(^{1}D), O_{3})$  и водорода HO<sub>2</sub> (H, OH, HO<sub>3</sub>) на высотах мезосферы – нижней термосферы (МНТ, 50-105 км) по данным дневных и ночных ракетных и спутниковых измерений [Evans, Llewellyn, 1973; Good, 1976; Pendleton et al., 1983; McDade et al., 1985; McDade, Llewellyn, 1988; Evans et al., 1988; Thomas, 1990; Llewellyn et al., 1993; Llewellyn, McDade, 1996; Mlynczak et al., 2007, 2013a, 2013b, 2014; Smith et al., 2010; Siskind et al., 2008, 2015]. Отметим, что наиболее важные компоненты этих семейств О и Н фактически недоступны прямым регулярным измерениям. В частности, начиная с 2002, успешно продолжается миссия прибора SABER на спутнике TIMED, так что к настоящему моменту накоплены значительные

массивы непрерывных измерений профилей температуры, давления, концентрации озона, объемной скорости эмиссии ОН\* вблизи 2 мкм в результате переходов (9-7), (8-6) и др. в широких диапазонах локальных времен (0-24 ч) и широт (82° ю.ш., 82° с.ш.) с довольно высоким пространственно-временным разрешением (например, по вертикали до 0.25 км). Авторы SABER долгое время применяют полученные данные для определения пространственно-временных распределений О и Н (а по ним – некоторых других характеристик) с использованием условия фотохимического/химического равновесия озона и модели OH\* на уровнях v = 8 и 9 [Mlynczak et al., 2007, 2013a, 2013b, 2014]. В частности, полагается, что в ночное время условие химического равновесия озона выполняется на высотах 80-100 км. Сравнительно недавно стартовала кампания по существенной ревизии указанных подходов к восстановлению О и Н как по данным SABER/TIMED, так и некоторых других экспериментов (в частности, SCIAMACHY) [Sharma et al., 2015; Kalogerakis et al., 2016; Panka et al., 2017, 2018, 2021; Mlynczak et al., 2018; Zhu, Kaufmann, 2018, 2019; Fytterer et al., 2019; Kalogerakis, 2019]. В наших работах [Kulikov et al., 2017, 2018b, 2019; Belikovich et al., 2018] проведено комплексное исследование выполнимости условий дневного и ночного равновесия озона на высотах МНТ, в том числе с помощью 3D химико-транспортного моделирования годового цикла фотохимии этой области. Показано, в частности, что ночное условие равновесия озона хорошо (с отклонением и дисперсией менее 10%) выполняется выше некоторой границы, чье положение варьируется в диапазоне высот 81-90 км и сложным образом зависит от координат и сезона. Обработка данных SABER выявила, что использование условия ночного равновесия ниже этой границы приводит к значительной (до 5-8 раз) недооценке концентрации О на высотах 80-85 км.

В недавней работе [Kulikov et al., 2022] проведен анализ параметров модели OH\*, используемой в работах [Mlynczak et al., 2013a, 2013b, 2014, 2018]. Оказалось, что основная масса констант возбуждения и гашения OH\* на уровнях v= 8 и 9 не соответствует опубликованным данным лабораторных измерений и моделирования [Makhlouf et al., 1995; Adler-Golden, 1997; Xu et al., 2012; Caridade et al., 2013]. Применение исправленной модели к дневным данным SABER/ TIMED выявило значительные изменения в восстановленных распределениях дневных концентраций O, H, OH и HO<sub>2</sub>.

Целью данной работы является (1) восстановление ночных О, Н, ОН,  $HO_2$  и скорости химического нагрева на высотах 80-100 км по данным измерений SABER/TIMED в 2002–2021 гг. с помощью модернизированной в [Kulikov et al., 2022] модели ОН\*, (2) сравнение полученных распределений с данными, определяемыми по модели ОН\* авторов SABER, последняя версия которой представлена в работе [Mlynczak et al., 2018], (3) определение основных причин расхождений между двумя наборами данных.

# 2. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МНТ ПО ДАННЫМ SABER/TIMED: ОБЩИЙ ПОДХОД

Как уже отмечалось, в основе метода [Mlynczak et al., 2007, 2013a, 2013b, 2014, 2018] лежит условие химического равновесия озона. Баланс ночного озона на высотах МНТ определяется двумя основными реакциями: (1)  $O + O_2 + M \rightarrow O_3 + M и$ (2)  $H + O_3 \rightarrow O_2 + OH$ , в соответствии с которыми условие равновесия этой компоненты выглядит следующим образом:

$$k_1 \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{O}_2 \cdot \mathbf{O} = k_2 \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{O}_3, \tag{1}$$

где  $k_i$  — константы реакций, представленные в табл. 1. Их значения соответствуют последним данным NASA JPL.

Второе уравнение, необходимое для восстановления О и Н, следует из модели ОН\* (см. табл. 2) для уровней v = 8 и v = 9, основным источником которых является реакция H + O<sub>3</sub>  $\rightarrow$  O<sub>2</sub> + OH(v). Измеряемая объемная скорость эмиссии OH\* вблизи 2 мкм есть сумма объемных скоростей спонтанной эмиссии в результате переходов (9–7) и (8–6):

$$\operatorname{VER}_{2\mu\mathrm{m}} = V_{97} + V_{86}, \qquad (2)$$

которые, в свою очередь, определяются следующими выражениями:

2024

$$\begin{cases} V_{97} = E_{97} \cdot \text{OH}_9 \\ V_{86} = E_{86} \cdot \text{OH}_8, \end{cases}$$
(3)

где (OH<sub>8</sub>,OH<sub>9</sub>) – концентрации OH\* на уровнях v = 8 и v = 9, ( $E_{97}$ ,  $E_{86}$ ) – соответствующие коэффициенты. Локальные концентрации OH\* на этих уровнях определяются из условия физико-химического равновесия. При этом учитывается, что молекулы OH\* на 9-м уровне "рождаются" за счет реакции H + O<sub>3</sub>  $\rightarrow$  O<sub>2</sub> + OH, а "гибнут" в результате одноквантовых или мультиквантовых переходов на нижележащие уровни в результате спонтанного излучения или гашения в столкновениях с O, O<sub>2</sub> или N<sub>2</sub>. В случае OH\* на 8-м уровне рассматриваются эти же процессы, только добавляется рождение за счет переходов с 9-го уровня. В результате концентрации OH\* на этих уровнях можно записать в следующем виде:

$$OH_9 = \frac{f_9 \cdot k_2 \cdot H \cdot O_3}{B_9 \cdot O_2 + C_9 \cdot O + D_9 \cdot N_2 + E_9}, \quad (4)$$

$$OH_{8} = f_{8} \cdot k_{2} \cdot H \cdot O_{3} + B_{98} \cdot OH_{9} \cdot O_{2} + + D_{98} \cdot OH_{9} \cdot N_{2} + E_{98} \cdot OH_{9} / / B_{8} \cdot O_{2} + C_{8} \cdot O + D_{8} \cdot N_{2} + E_{8},$$
(5)

где  $f_8 ext{ } uf_9 - доли OH^*$ , образующиеся в состояниях  $v = 8 ext{ } uv = 9$  за счет реакции  $O_3 + H \rightarrow O_2 + OH(v)$ ,  $E_{vv} ext{ } u E_{vv'} -$ коэффициенты Эйнштейна для различных переходов из этих состояний вниз,  $B_v$ ,  $C_v$ ,  $D_v$ ,  $B_{vv'}$ ,  $C_{vv'}$ ,  $D_{vv'} -$ коэффициенты скорости релаксации состояний  $v = 8 ext{ } uv = 9$  при столкновениях с  $O_2$ ,  $N_2$  и O. Во второй колонке табл. 2 представлены величины этих констант, используемые авторами данных SABER/TIMED [Mlynczak et al., 2013а, 2018] для восстановления O и H.

Комбинируя уравнения (2)–(5), нетрудно получить, что

$$\operatorname{VER}_{2\mu\mathrm{m}} = k_2 \cdot \mathrm{H} \cdot \mathrm{O}_3 \cdot A(\mathrm{T}, \mathrm{O}_2, \mathrm{N}_2, \mathrm{O}), \qquad (6)$$

$$A(T,O_{2},N_{2},O) = \frac{f_{9} \cdot E_{97}}{E_{9} + B_{9} \cdot O_{2} + C_{9} \cdot O + D_{9} \cdot N_{2}} + \frac{f_{8} \cdot E_{86}}{E_{8} + B_{8} \cdot O_{2} + C_{8} \cdot O + D_{8} \cdot N_{2}} + \frac{f_{9} \cdot E_{86}}{E_{9} + B_{9} \cdot O_{2} + C_{9} \cdot O + D_{9} \cdot N_{2}} \times$$

$$(7)$$

$$\times \frac{B_{98} \cdot O_2 + D_{98} \cdot O_2 + B_{98} + C_{98} + E_{98}}{B_8 \cdot O_2 + C_8 \cdot O + D_8 \cdot N_2 + E_8},$$

где  $A(T,O_2,N_2,O) - функция, зависящая от кон-$ 

центраций  $O_2$ ,  $N_2$  и O различных констант возбуждения и релаксации OH\* на уровнях v = 8 и 9. Каждая пара локальных значений концентраций O и H определяется по одному единичному кванту измененных данных (VER<sub>2µm</sub>, T,O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>), используя уравнения (1) и (7)–(8).

Локальные ночные концентрации OH и HO<sub>2</sub> определяются из условия химического равновесия этих компонент, используя исходные данные измерений и результаты восстановления O и H:

$$OH = \frac{k_4 \cdot O \cdot HO_2 + k_2 \cdot O_3 \cdot H + 2k_7 \cdot H \cdot HO_2}{k_3 \cdot O + k_6 \cdot O_3 + k_{10} \cdot HO_2},$$
(8)

$$HO_{2} = \frac{k_{5} \cdot H \cdot M \cdot O_{2} + k_{6} \cdot O_{3} \cdot OH}{k_{4} \cdot O + (k_{7} + k_{8} + k_{9}) \cdot H + k_{10} \cdot OH}.$$
 (9)

Локальная скорость ночного химического нагрева рассчитывается как сумма семи отдельных скоростей нагрева за счет экзотермических реакций 1–5 и 11–12 [Mlynczak et al., 2013b], представленных в табл. 1.

**Таблица 1.** Основные химические реакции с участием компонент семейств  $HO_x(H, OH, HO_2) и O_x(O, O_3, O(^{1}D))$  на высотах МНТ в ночное время, М — молекула воздуха

	Реакция	Скорость
1	$O + O_2 + M \rightarrow O_3 + M$	$\mathbf{k}_1 = 6.1 \cdot 10^{-34} (298/T)^{2.4}$
2	$H + O_3 \rightarrow O_2 + OH$	$k_2 = 1.4 \cdot 10^{-10} \exp(-470/T)$
3	$O + OH \rightarrow O_2 + H$	$k_3 = 1.8 \cdot 10^{-11} \exp(180/T)$
4	$O + HO_2 \rightarrow O_2 + OH$	$k_4 = 3 \cdot 10^{-11} \exp(200/T)$
5	$H + O_2 + M \rightarrow HO_2 + M$	$k_5 = 5.3 \cdot 10^{-32} (298/T)^{1.8}$
6	$O_3 + OH \rightarrow O_2 + HO_2$	$k_6 = 1.7 \cdot 10^{-12} \exp(-940/T)$
7	$H + HO_2 \rightarrow 2OH$	$k_7 = 7.2 \cdot 10^{-11}$
8	$H + HO_2 \rightarrow O_2 + H_2$	$k_8 = 6.9 \cdot 10^{-12}$
9	$H + HO_2 \rightarrow O + H_2O$	$k_9 = 1.6 \cdot 10^{-12}$
10	$OH + HO_2 \rightarrow H_2O + O_2$	$k_{10} = 4.8 \cdot 10^{-11} \exp(250/T)$
11	$O + O + M \rightarrow O_2 + M$	$k_{11} = 4.7 \cdot 10^{-33} (298/T)^2$
12	$O + O_3 \rightarrow 2O_2$	$k_{12} = 8 \cdot 10^{-12} \exp(-2060/T)$

В третьей колонке табл. 2 представлены константы модели OH\*, соответствующие опубликованным данным лабораторных измерений и моделирования. Можно видеть, что заметная часть констант возбуждения и гашения OH\* на уровнях v = 8 и 9 в модели авторов данных SABER/TIMED [Mlynczak et al., 2013a, 2018] имеет довольно сильные отличия от данных работ [Makhlouf et al., 1995; Adler-Golden, 1997; Xu et al., 2012; Caridade et al., 2013]. Наиболее существенные расхождения наблюдаются между ве-

Процесс	Коэффициенты из работ [Mlynczak et al., 2013a, 2018]	Данные лабораторных измерений и моделирования
$H + O_3 \rightarrow O_2 + OH(9,8)$	$f_9 = 0.47, f_8 = 0.34$	$f_9 = 0.47, f_8 = 0.34$ [Adler-Golden, 1997]
$OH(9) \rightarrow OH(\nu = 0-8) + h\nu$	$E_9 = 215.05 \text{ c}^{-1}$	$E_9 = 199.2495 \text{ c}^{-1}$ [Xu et al., 2012]
$OH(8) \rightarrow OH(v = 0-7) + hv$	$E_8 = 178.06 \text{ c}^{-1}$	$E_8 = 171.5238 \text{ c}^{-1}$ [Xu et al., 2012]
$OH(9) \rightarrow OH(\nu' = 8) + h\nu$	$E_{98} = 20.05 \text{ c}^{-1}$	$E_{98} = 18.3507 \text{ c}^{-1}$ [Xu et al., 2012]
$OH(9) \rightarrow OH(\nu' = 7) + h\nu$	$E_{97} = 118.35 \text{ c}^{-1}$	$E_{97} = 112.4054 \text{ c}^{-1}$ [Xu et al., 2012]
$OH(8) \rightarrow OH(\nu' = 6) + h\nu$	$E_{86} = 117.21 \text{ c}^{-1}$	$E_{86} = 116.6081 \text{ c}^{-1}$ [Xu et al., 2012]
$OH(9) + O_2 \rightarrow OH(0-8) + O_2$	$B_9 = 2.5 \cdot 10^{-11} \mathrm{cm^3/c}$	$B_9 = 3.1 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{c}$ [Adler-Golden, 1997]
$OH(9) + O \rightarrow OH(0-8) + O$	$C_9 = 3 \cdot 10^{-10} \mathrm{cm^3/c}$	$C_9 = (8.54; 7.66; 6.81; 6.29; 6.16) \cdot 10^{-11}$ см <sup>3</sup> /с при $T = (110, 160, 210, 255, 300)$ К [Caridade et al., 2013]
$OH(9) + N_2 \rightarrow OH(0-8) + N_2$	$D_9 = 3.36 \cdot 10^{-13} \cdot \exp(220/\text{T}) \text{ cm}^3/\text{c}$	$D_9 = 4.8 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^3/\text{c}$ [Makhlouf et al., 1995]
$OH(8) + O_2 \rightarrow OH(0-7) + O_2$	$B_8 = 4.8 \cdot 10^{-13} \mathrm{cm^3/c}$	$B_8 = 1.19 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{c}$ [Adler-Golden, 1997]
$OH(8) + O \rightarrow OH(0-7) + O$	$C_8 = 1.5 \cdot 10^{-10} \mathrm{cm^3/c}$	$C_8 = (8.07; 7.28; 6.66; 6.37; 6.16) \cdot 10^{-11}$ см <sup>3</sup> /с при $T = (110, 160, 210, 255, 300)$ К [Caridade et al., 2013]
$OH(8) + N_2 \rightarrow OH(0-7) + N_2$	$D_8 = 7 \cdot 10^{-13} \mathrm{cm^3/c}$	$D_8 = 2.7 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^3/\text{c}$ [Makhlouf et al., 1995]
$OH(9) + O_2 \rightarrow OH(8) + O_2$	$B_{98} = 4.2 \cdot 10^{-12} \mathrm{cm^3/c}$	$B_{98} = 4.2 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^3/\text{c}$ [Adler-Golden, 1997]
$OH(9) + O \rightarrow OH(8) + O$	$C_{98} = 0$	$C_{98} = (3.4; 4; 2.6; 3.1; 3.3) \cdot 10^{-12}$ см <sup>3</sup> /с при $T = (110, 160, 210, 255, 300)$ К [Caridade et al., 2013]
$OH(9) + N_2 \rightarrow OH(8) + N_2$	$D_{98} = 4 \cdot 10^{-13} \mathrm{cm^3/c}$	$D_{98} = 4.8 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^3/\text{c}$ [Makhlouf et al., 1995]

Таблица 2. Список физико-химических процессов и их констант с участием верхних двух уровней ОН\*

личинами констант всех одноквантовых и мультиквантовых переходов с этих уровней вниз за счет столкновений с О, О<sub>2</sub> и N<sub>2</sub>. В частности, константа процесса OH(8) + O<sub>2</sub>  $\rightarrow$  OH(0–7) + O<sub>2</sub> оказывается ниже примерно в 25 раз. Более того, такой процесс, как OH(v = 9) + O  $\rightarrow$  OH(v = 8) + O вообще исключен из рассмотрения в [Mlynczak et al., 2013a, 2018].

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК МНТ ПО ДАННЫМ SABER/TIMED

Чтобы проанализировать влияние пересмотренных параметров модели OH\* на качество восстановления ночных распределений O, H, OH, HO<sub>2</sub> и скорости химического нагрева (CHR), была использована версия 2.0 (Level2A) базы данных SABER (https://saber.gats-inc.com/, доступ открытый) одновременно измеренных профилей *T*, O<sub>3</sub> и VER<sub>2µm</sub> в диапазоне давлений 0.01–0.00032 гПа (примерно 80–100 км) за 2002–2021 гг. Чтобы отстроиться от переходных процессов вблизи восхода и захода, были приняты в рассмотрение только моменты зенитного угла Солнца  $\chi > 95^{\circ}$ . С помощью уравнений (1) и (7) были рассчитаны ряды данных, отвечающие новым (O, H, OH, HO, и CHR) и старым (O', H', OH', HO<sub>2</sub>' и CHR') наборам значений параметров функции  $A(T,O_2,N_2,O)$  соответственно (см. 3 и 2 колонки в табл. 2). В результате по одному и тому же набору экспериментальных данных были получены два пространственно-временных ряда каждой восстанавливаемой характеристики в диапазоне широт (82°ю.ш., 82°с.ш.) длиной 20 лет. Каждый ряд был усреднен по долготе, в узких (~4°) широтных интервалах и во времени в зависимости от сезона, т.е. для получения, например, летнего распределения усреднялись данные, приходящиеся на все летние месяцы 2002-2021 гг. Далее производилось попарное сравнение полученных распределений, отвечающих разным моделям, и в зависимости от сезона для каждой восстановленной характеристики МНТ определялось распределение относительной разницы.

Систематическая погрешность полученных данных в основном определяется систематическими погрешностями данных температуры, О<sub>3</sub> и скоростей химических реакций. Следуя [Мlуnczak et al., 2013a, 2014] была рассчитана индивидуальная чувствительность каждой характеристики к возмущению отдельного фактора. В результате обнаружено, что суммарные неопределенности О, H, OH и HO<sub>2</sub> изменяются, в основном, в пределах ~(20–30)% в зависимости от высоты и широты. Благодаря усреднению по большим (20000–40000 значений в каждой пространственной точке) ансамблям, случайная ошибка представленных ниже данных много меньше систематической.

На рис. 1 представлены полученные распределения O и относительной разницы  $OP_O = \frac{O - O'}{O'}$ 

в зависимости от сезона. Можно видеть, что (1) в весенне-осеннее время характерны 2 основных пика концентрации О, лежащие вблизи границы низких и средних широт каждого полушария, (2) в зимне-летнее время эта симметрия разрушается, пик в летнем полушарии становится главным, он сдвигается к полярным широтам, именно здесь наблюдается абсолютный максимум концентрации O (~6 · 10<sup>11</sup> см<sup>-3</sup>). Относительная разница OP<sub>O</sub> является заметной во все сезоны. Можно видеть, что только в районе 90-93 км ОРо не превышает ~±0.2. Выше этого диапазона высот ОР<sub>О</sub> уменьшается до -0.4, а выше – монотонно возрастает с vменьшением высоты во все сезоны и на всех широтах, достигая ~1.4 на 80 км. Таким образом, можно заключить, что новые параметры процедуры восстановления приводят к значительному возрастанию концентрацию О ниже 90 км и заметному ее уменьшению вблизи 100 км.

На рис. 2 представлены распределения H и относительной разницы  $OP_{H} = \frac{H - H'}{H'}$  в зависимости от сезона. Можно видеть, что (1) в весеннеосеннее время наибольшие значения (до ~4 · 10<sup>8</sup> см<sup>-3</sup>) концентрации этой компоненты сосредоточены на 80–85 км на низких и средних широтах обоих полушарий, (2) в зимне-летнее время эта область расширяется до 90–95 км и смещается в область высоких широт летнего полушария, именно здесь наблюдается абсолютный максимум концентрации H (до ~(7–8) · 10<sup>8</sup> см<sup>-3</sup>). Как и в предыдущем случае, относительная разница  $OP_{H}$  является заметной во все сезоны. Более того,

структурно широтно-высотная зависимость  $OP_H$  копирует распределения  $OP_O$ , т.е. новые параметры процедуры восстановления приводят к значительному (до 140%) возрастанию концентрации H ниже 90 км и заметному (до 40%) ее уменьшению вблизи 100 км.

На рис. 3-4 представлены распределения ОН,

$$HO_2$$
,  $OP_{OH} = \frac{OH - OH'}{OH'}$  и  $OP_{HO_2} = \frac{HO_2 - HO_2}{HO_2'}$  в  
зависимости от сезона. Максимумы значений  
OH (до ~(6-7) · 10<sup>7</sup> см<sup>-3</sup>) расположены в высоких  
летних широтах в районе ~80-85 км и по своему  
положению они соответствуют максимумам H.  
Распределения HO<sub>2</sub> повторяют в основном се-  
зонно-широтные вариации OH, но демонстри-  
руют более низкие значения. Можно видеть, что  
относительные отклонения OP<sub>OH</sub> и OP<sub>HO</sub>, везде

и во все сезоны меньше 10–20%. Таким образом, можно заключить, что новая процедура восстановления не приводит к заметным изменениям распределений ОН и НО<sub>2</sub>.

На рис. 5 представлены распределения CHR и относительной разницы  $OP_{CHR} = \frac{CHR - CHR'}{CHR'}$ в зависимости от сезона 2002-2021 г. Можно видеть, что (1) в весенне-осеннее время характерны 3 основных максимума CHR с характерными значениями 6-10 К/сут, лежащие на 85-95 км вблизи экватора и полюсов каждого полушария, при этом наблюдается небольшое различие в величинах высокоширотных максимумов, которое меняется на противоположное при смене сезона, (2) в период декабрь – январь – февраль на высоких широтах северного полушария возникает мощный (до 14 К/сут) максимум на 90-93 км, который довольно слабо воспроизводится в южном полушарии в период сентябрь - октябрь - ноябрь. Как у в случае О и Н, относительная разница ОРСНВ является заметной во все сезоны. Можно видеть, что нопроцедура восстановления приводит к вая значительному (до 150%) возрастанию скорости химического нагрева ниже 90 км и заметному (до

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ

60%) ее уменьшению вблизи 100 км.

Из рис. 1, в частности, можно видеть, что в нижней части (80–90 км) рассматриваемого ди-

апазона высот концентрация О заметно меньше, чем на 90–100 км. В то же время для концентрации воздуха имеет место обратная ситуация. Это означает, что на 80–90 км гашение ОН\* на уровнях v = 8 и 9 в значительной степени определяется столкновениями с  $O_2$  и  $N_2$ , но выше этого диапазона высот процесс OH(v) + О становится превалирующим. Сравнение констант процессов, представленных в табл. 2, показывает, что данные работ [Makhlouf et al., 1995; Adler-Golden, 1997; Xu et al., 2012; Caridade et al., 2013] заметно увеличивают скорости таких процессов, как  $OH(9) + O_2 \rightarrow OH(0-8) + O_2$  и  $OH(8) + O_2 \rightarrow OH(0-7) + O_2$ , и уменьшают скорости процессов  $OH(9) + O \rightarrow OH(0-8) + O u OH(8) + O \rightarrow OH(0-7)$  + O. Это означает, что при прочих равных изменение констант этих процессов приводит к уменьшению значений функции A(O,M,T) на 80-90 км и увеличению на 90-100 км, что за счет связей (1) и (6) выражается в результатах восстановления O, H и скорости химического нагрева, представленных на рис. 1-2 и 5. Более того,



**Рис. 1.** Усредненные по долготе и времени (за каждый сезон 2002–2021 гг.) ночные распределения О (левая колонка, в см<sup>-3</sup>) и ОР<sub>0</sub> (правая колонка). 1 ряд – декабрь, январь, февраль, 2 ряд – март, апрель, май, 3 ряд – июнь, июль, август, 4 ряд – сентябрь, октябрь, ноябрь.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

именно пропорциональность значений О и H, следующая из (1), приводит к идентичности широтно-высотных распределений  $OP_O$  и  $OP_H$ . В то же время относительные отклонения  $OP_{OH}$  и  $OP_{HO_2}$  значительно отличаются от  $OP_O$  и  $OP_H$ , несмотря на то, что OH и HO<sub>2</sub> определяются через O и H. Мы провели количественный анализ отдельных членов уравнений (8)–(9), который выявил, что в первом приближении реакции 6 и 10 (см. табл. 1) являются менее существенными, чем остальные, и могут быть отброшены. Укороченные условия равновесия этих компонент выглядят следующим образом:

$$\mathrm{HO}_{2} \approx \frac{k_{5} \cdot \mathrm{H} \cdot \mathrm{M} \cdot \mathrm{O}_{2}}{k_{4} \cdot \mathrm{O} + \left(k_{7} + k_{8} + k_{9}\right) \cdot \mathrm{H}}, \qquad (10)$$

$$OH \approx \frac{k_4 \cdot O \cdot HO_2 + k_2 \cdot O_3 \cdot H + 2k_7 \cdot H \cdot HO_2}{k_3 \cdot O}. (11)$$

С учетом (1) их можно переписать в виде, не зависящем от констант процессов, представленных в табл. 2:



**Рис. 2**. Усредненные по долготе и времени (за каждый сезон 2002–2021 гг.) ночные распределения Н (левая колонка, в см<sup>-3</sup>) и ОР<sub>н</sub> (правая колонка). 1 ряд – декабрь, январь, февраль, 2 ряд – март, апрель, май, 3 ряд – июнь, июль, август, 4 ряд – сентябрь, октябрь, ноябрь.



**Рис. 3.** Усредненные по долготе и времени (за каждый сезон 2002–2021 гг.) ночные распределения ОН (левая колонка, в см<sup>-3</sup>) и ОР<sub>он</sub> (правая колонка). 1 ряд – декабрь, январь, февраль, 2 ряд – март, апрель, май, 3 ряд – июнь, июль, август, 4 ряд – сентябрь, октябрь, ноябрь.

$$HO_{2} \approx \frac{k_{5} \cdot k_{1} \cdot M^{2} \cdot O_{2}^{2}}{k_{4} \cdot k_{2} \cdot O_{3} + (k_{7} + k_{8} + k_{9}) \cdot k_{1} \cdot M \cdot O_{2}}, (12)$$
$$OH \approx \left(\frac{k_{4}}{k_{3}} + \frac{2k_{7} \cdot k_{1} \cdot M \cdot O_{2}}{k_{3} \cdot k_{2} \cdot O_{3}}\right) \times \frac{k_{5} \cdot k_{1} \cdot M^{2} \cdot O_{2}^{2}}{k_{4} \cdot k_{2} \cdot O_{3} + (k_{7} + k_{8} + k_{9}) \cdot k_{1} \cdot M \cdot O_{2}} + (13)$$
$$+ \frac{k_{1} \cdot M \cdot O_{2}}{k_{3}}.$$

Именно поэтому изменение констант модели ОН\* не приводит к существенным изменениям распределений ОН и HO<sub>2</sub>, показанных на рис. 3–4. Скорость химического нагрева пропорциональна сумме скоростей реакций 1–5, 11–12:

$$CHR \sim k_1 \cdot M \cdot O_2 \cdot O + k_2 \cdot O_3 \cdot H + + k_3 \cdot OH \cdot O + k_4 \cdot HO_2 \cdot O + + k_5 \cdot M \cdot O_2 \cdot H + k_{11} \cdot O_3 \cdot O + k_{12} \cdot M \cdot O^2.$$
(14)

Можно видеть, что в этом выражении почти все члены линейны по H или O. Именно поэтому распределение  $OP_{CHR}$  в целом соответствует  $OP_O$  и  $OP_H$ . Некоторые отличия выше 90 км вызваны наличием нелинейности за счет экзотермической реакции O + O +  $M \rightarrow O_2$  + M.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024

Во введении было отмечено, что О и Н недоступны прямым регулярным измерениям на высотах МНТ. На рис. 6 представлены вертикальные профили О, усредненные в диапазоне 0–20° с.ш. за осень 2005 и зиму 2005–2006 гг. соответственно, отвечающие разным моделям ОН\* в сравнении с результатами восстановления этой компоненты по данным измерений свечения O(<sup>1</sup>S) прибором SCIAMACHY. Можно видеть, что модернизированная модель OH\* позволяет получить заметно лучше соответствие с данными SCIAMACHY.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показал, что новые параметры процедуры восстановления приводят к значительным (до 2 раз и более) изменениям в пространственных распределениях О, Н и скорости химического нагрева. Это происходит вследствие увеличения скоростей процессов OH(9) +  $O_2 \rightarrow OH(0-8) + O_2$  и OH(8) +  $O_2 \rightarrow OH(0-7)$  +  $O_2$  и уменьшения скоростей OH(9) +  $O \rightarrow OH(0-8) + O \mu OH(8) + O \rightarrow OH(0-7) + O$ . Среднесезонные распределения O имеют максимумы,



**Рис. 4.** Усредненные по долготе и времени (за каждый сезон 2002–2021 гг.) ночные распределения HO<sub>2</sub> (левая колонка, в см<sup>-3</sup>) и ОР<sub>но2</sub> (правая колонка). 1 ряд – декабрь, январь, февраль, 2 ряд – март, апрель, май, 3 ряд – июнь, июль, август, 4 ряд – сентябрь, октябрь, ноябрь.

не превышающие  $(5-6) \cdot 10^{11}$  см<sup>-3</sup>, что соответствует результатам работ [Panka et al., 2018, 2021; Zhu, Kaufmann, 2018, 2019]. Кроме того, данные О, полученные с помощью модернизированной модели OH\*, заметно лучше соответствуют данным SCIAMACHY, чем в случае модели [Mlynczak et al., 2013a, 2018].

Восстановление распределений О и Н и анализ полученных результатов выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-12-00064, https://rscf.ru/project/22-12-00064/. Восстановление распределений ОН, НО<sub>2</sub> и скорости

химического нагрева выполнено за счет средств темы государственного задания в сфере науки (№ 0729-2020-0037).

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Adler-Golden S. Kinetic parameters for OH nightglow modeling consistent with recent laboratory measurements // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. № A9. P. 19969–19976.
- Belikovich M.V., Kulikov M.Y., Grygalashvyly M., Sonnemann G.R., Ermakova T.S., Nechaev A.A., Feigin A.M. Ozone chemical equilibrium in the extended mesopause under the nighttime conditions // Adv. Space Res. 2018. V. 61. № 1. P. 426–432.

Caridade P.J.S.B., Horta J.-Z.J., Varandas A.J.C. Implications



**Рис. 5.** Усредненные по долготе и времени (за каждый сезон 2002–2021 гг.) ночные распределения скорости химического нагрева воздуха СНР (левая колонка, в К/сут) и ОР<sub>СНР</sub> (правая колонка). 1 ряд – декабрь, январь, февраль, 2 ряд – март, апрель, май, 3 ряд – июнь, июль, август, 4 ряд – сентябрь, октябрь, ноябрь.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1 2024



**Рис. 6.** Вертикальные профили О, усредненные в диапазоне 0–20°N за осень 2005 (левый) и зиму 2005–2006 гг. (правый) соответственно, отвечающие модернизированной модели ОН\* (синие линии) и модели [Mlynczak et al., 2013а, 2018] (красные) в сравнение с результатами восстановления (черные линии) этой компоненты по данным измерений свечения O(<sup>1</sup>S) прибором SCIAMACHY [Kaufmann et al., 2014].

of the O + OH reaction in hydroxyl nightglow modeling // Atmos. Chem. Phys. 2013. V. 13. P. 1–13.

- *Evans W.F.J., Llewellyn E.J.* Atomic hydrogen concentrations in the mesosphere and the hydroxyl emissions // J. Geophys. Res. 1973. V. 78. P. 323–326.
- Evans W.F.J., McDade I.C., Yuen J., Llewellyn E.J. A rocket measurement of the  $O_2$  infrared atmospheric (0-0) band emission in the dayglow and a determination of the mesospheric ozone and atomic oxygen densities // Can. J. Phys. 1988. V. 66. P. 941–946.
- *Fytterer T., von Savigny C., Mlynczak M., Sinnhuber M.* Model results of OH airglow considering four different wavelength regions to derive night-time atomic oxygen and atomic hydrogen in the me sopause region // Atmos. Chem. Phys. 2019. V. 19. P. 1835–1851.
- *Good R.E.* Determination of atomic oxygen density from rocket borne measurements of hydroxyl airglow // Planet. Space Sci. 1976. V. 24. P. 389–395.
- *Kalogerakis K.S., Matsiev D., Sharma R.D., Wintersteiner P.P.* Resolving the mesospheric nighttime 4.3 μm emission puzzle: Laboratory demonstration of new mechanism for OH(*v*) relaxation // Geophys. Res. Lett. 2016. V. 43. P. 8835–8843.
- Kalogerakis K.S. A previously unrecognized source of the O<sub>2</sub> atmospheric band emission in earth's nightglow // Science Advances. 2019. V. 5. № 3. P. eaau9255.
- Kaufmann M., Zhu Y., Ern M., Riese M. Global distribution of atomic oxygen in the mesopause region as derived from SCIAMACHY O(<sup>1</sup>S) green line measurements // Geophys. Res. Lett. 2014. V. 41. P. 6274–6280.
- Kulikov M.Y., Belikovich M.V., Grygalashvyly M., Sonnemann G.R., Ermakova T.S., Nechaev A.A.,

*Feigin A.M.* Daytime ozone loss term in the mesopause region // Ann. Geophys. 2017. V. 35. P. 677–682.

- Kulikov M.Y., Nechaev A.A., Belikovich M.V., Ermakova T.S., Feigin A.M. Technical note: Evaluation of the simultaneous measurements of mesospheric OH, HO<sub>2</sub>, and O<sub>3</sub> under a photochemical equilibrium assumption – a statistical approach // Atmos. Chem. Phys. 2018a. V. 18. P. 7453–7471.
- Kulikov M.Yu., Belikovich M.V., Grygalashvyly M., Sonnemann G. R., Ermakova T.S., Nechaev A.A., Feigin A.M. Nighttime ozone chemical equilibrium in the mesopause region // J. Geophys. Res. 2018b. V. 123. P. 3228–3242.
- Kulikov M.Yu., Nechaev A.A., Belikovich M.V., Vorobeva E.V., Grygalashvyly M., Sonnemann G.R., Feigin A.M. Boundary of nighttime ozone chemical equilibrium in the mesopause region from SABER data: Implications for derivation of atomic oxygen and atomic hydrogen // Geophys. Res. Lett. 2019. V. 46. № 2. P. 997–1004.
- Kulikov M.Y., Belikovich M.V., Grygalashvyly M., Sonnemann G.R., Feigin A.M. The revised method for retrieving daytime distributions of atomic oxygen and odd-hydrogens in the mesopause region from satellite observations // Earth, Planets and Space. 2022. V. 74. P. 44.
- Kulikov M.Yu., Belikovich M.V., Chubarov A.G., Dementeyva S.O., Fegin A.M. Boundary of nighttime ozone chemical equilibrium in the mesopause region: improved criterion of determining the boundary from satellite data // Adv. Space Res. 2023. V. 71. № 6. P. 2770–2780.
- Llewellyn E.J., McDade I.C., Moorhouse P., Lockerbie M.D. Possible reference models for atomic oxygen in the terrestrial atmosphere // Adv. Space Res. 1993. V. 13. P. 135–144.

- *Llewellyn E.J., McDade I.C.* A reference model for atomic oxygen in the terrestrial atmosphere // Adv. Space Res. 1996. V. 18. P. 209–226.
- Makhlouf U.B., Picard R.H., Winick J.R. Photochemicaldynamical modeling of the measured response of airglow to gravity waves. 1. Basic model for OH airglow // J. Geophys. Res. 1995. V. 100. P. 1128911311.
- *McDade I.C., Llewellyn E.J., Harris F.R.* Atomic oxygen concentrations in the lower auroral thermosphere // Adv. Space Res. 1985. V. 5. № 7. P. 229–232.
- McDade I.C., Llewellyn E.J. Mesospheric oxygen atom densities inferred from night-time OH Meinel band emission rates // Planet. Space Sci. 1988. V. 36. P. 897–905.
- Mlynczak M.G., Marshall B.T., Martin-Torres F.J., Russell III J.M., Thompson R.E., Remsberg E.E., Gordley L.L. Sounding of the Atmosphere using Broadband Emission Radiometry observations of daytime mesospheric  $O_2(a^1\Delta_g)$  1.27 µm emission and derivation of ozone, atomic oxygen, and solar and chemical energy deposition rates // J. Geophys. Res. 2007. V. 112. P. D15306.
- Mlynczak M.G., Hunt L.A., Mast J.C., Marshall B.T., Russell III J. M., Smith A.K., Siskind D.E., Yee J.-H., Mertens C.J., Martin-Torres F.J., Thompson R.E., Drob D.P., Gordley L.L. Atomic oxygen in the mesosphere and lower thermosphere derived from SABER: Algorithm theoretical basis and measurement uncertainty // J. Geophys. Res. 2013a. V. 118. P. 5724–5735.
- Mlynczak M.G., Hunt L.H., Mertens C.J., Marshall B.T., Russell III J.M., López-Puertas M., Smith A.K., Siskind D.E., Mast J.C., Thompson R.E., Gordley L.L. Radiative and energetic constraints on the global annual mean atomic oxygen concentration in the mesopause region // J. Geophys. Res. 2013b. V. 118. P. 5796–5802.
- Mlynczak M.G., Hunt L.A., Marshall B.T., Mertens C.J., Marsh D.R., Smith A.K., Russell J.M., Siskind D.E., Gordley L.L. Atomic hydrogen in the mesopause region derived from SABER: Algorithm theoretical basis, measurement uncertainty, and results // J. Geophys. Res. 2014. V. 119. P. 3516–3526.
- Mlynczak M.G., Hunt L.A., Russell J.M., Marshall B.T. Updated SABER night atomic oxygen and implications for saber ozone and atomic hydrogen // Geophys. Res. Lett. 2018. V. 45. P. 5735–5741.
- Panka P.A., Kutepov A.A., Kalogerakis K.S., Janches D., Russell J.M., Rezac L., Feofilov A.G., Mlynczak M.G., Yiğit E. Resolving the mesospheric nighttime 4.3  $\mu$ m emission puzzle: Comparison of the CO<sub>2</sub>(v<sub>3</sub>) and OH(v) emission models // Atm. Chem. Phys. 2017. V. 17. P. 9751–9760.

- Panka P.A., Kutepov A.A., Rezac L., Kalogerakis K.S., Feofilov A.G., Marsh D., Janches D., Yiğit E. Atomic oxygen retrieved from the SABER 2.0and 1.6-μm radiances using new first-principles nighttime OH(v) model // Geophys. Res. Lett. 2018. V. 45. P. 5798–5803.
- Panka P.A., Kutepov A.A., Zhu Y., Kaufmann M., Kalogerakis K.S., Rezac L., Feofilov A.G., Marsh D.R., Janches D. Simultaneous retrievals of nighttime O(3P) and total OH densities from satellite observations of Meinel band emissions // Geophys. Res. Lett. 2021. V. 48. P. e2020GL091053.
- Pendleton W.R., Baker K.D., Howlett L.C. Rocket-based investigations of O(<sup>3</sup>P), O<sub>2</sub>(a<sup>1</sup> $\Delta_g$ ) and OH\* (v = 1,2) during the solar eclipse of 26 February 1979 // J. Atm. Terr. Phys. 1983. V. 45. No 7. P. 479-491.
- Sharma R.D., Wintersteiner P.P., Kalogerakis K.S. A new mechanism for OH vibrational relaxation leading to enhanced  $CO_2$  emissions in the nocturnal mesosphere // Geophys. Res. Lett. 2015. V. 42. P. 4639–4647.
- Siskind D.E., Marsh D.R., Mlynczak M.G., Martin-Torres F.J., Russell III J.M. Decreases in atomic hydrogen over the summer pole: Evidence for dehydration from polar mesospheric clouds? // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. P. L13809.
- Siskind D.E., Mlynczak M.G., Marshall T., Friedrich M., Gumbel J. Implications of odd oxygen observations by the TIMED/SABER instrument for lower D region ionospheric modeling // J. Atmos. Sol. Terr. Phys. 2015. V. 124. P. 63–70.
- Smith A.K., Marsh D.R., Mlynczak M.G., Mast J.C. Temporal variations of atomic oxygen in the upper mesosphere from SABER // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. P. D18309.
- *Thomas R.J.* Atomic hydrogen and atomic oxygen density in the mesosphere region: Global and seasonal variations deduced from Solar Mesosphere Explorer near-infrared emissions // J. Geophys. Res. 1990. V. 95. P. 16457–16476.
- Xu J., Gao H., Smith A.K., Zhu Y. Using TIMED/SABER nightglow observations to investigate hydroxyl emission mechanisms in the mesopause region // J. Geophys. Res. 2012. V. 117. № D2. P. D02301.
- Zhu Y., Kaufmann M. Atomic oxygen abundance retrieved from SCIAMACHY hydroxyl nightglow measurements // Geophys. Res. Lett. 2018. V. 45. P. 9314–9322.
- Zhu Y., Kaufmann M. Consistent nighttime atomic oxygen concentrations from O<sub>2</sub> A-band, O(<sup>1</sup>S) green-Line, and OH airglow measurements as performed by SCIAMACHY // Geophys. Res. Lett. 2019. V. 46. P. 8536–8545.

# Retrieval of Nighttime Distributions of Mesosphere–Lower Thermosphere Characteristics from Satellite Data

M. Yu. Kulikov<sup>1, 2, \*</sup>, M.V. Belikovich<sup>1, 2</sup>, A. G. Chubarov<sup>1, 2</sup>, S. O. Dementyeva<sup>1</sup>, A. M. Feigin<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup>Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Ulyanova str., 46, 603950 Russia

<sup>2</sup>Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Gagarina prosp., 23, Nizhny Novgorod, 603022 Russia \*e-mail: kulm@ipfran.ru

The database of SABER/TIMED satellite campaign includes the distributions of nighttime O, H and some other characteristics of mesosphere – lower thermosphere region which are retrieved from the measurements of OH\* volume emission rate (near 2  $\mu$ m), temperature and ozone. In the core of the retrieval procedure lies the assumption about photochemical equilibrium of nighttime ozone and airglow model that considers two excited states of OH (levels v = 9, 8). In this work, a modified OH\* model (with the rate constants updated according to contemporary publications) is used to retrieve O, H, OH, HO, and the chemical heating rate at 80–100 km altitudes from to SABER/TIMED measurements in 2002–2021. It was found that the use of new parameters in the retrieval procedure leads to significant (up to 2 times or more) changes in the resulting spatial distributions of O, H and chemical heating rate, while the corresponding changes in OH and HO, distributions are minor.

Keywords: mesosphere-lower thermosphere, ozone, atomic oxygen, excited hydroxyl, satellite measurements

УДК 551.465.15

# ТУРБУЛЕНТНЫЙ ОБМЕН ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ АТМОСФЕРЫ И МОРЯ НА МАЛЫХ И СУБМЕЗОМАСШТАБАХ

© 2024 г. А. М. Чухарев<sup>а, \*</sup>, М. И. Павлов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Морской гидрофизический институт РАН, ул. Капитанская, 2, Севастополь, 299011 Россия \*e-mail: alexchukh@mail.ru Поступила в редакцию 27.02.2023 г. После доработки 19.09.2023 г. Принята к публикации 15.11.2023 г.

Адекватное описание взаимодействия атмосферы и океана остается одной из важнейших про-блем современной океанологии и климатологии. Чрезвычайно широкое многообразие физических процессов, происходящих в сопряженных слоях, большой диапазон масштабов, подвижная граница – все это значительно усложняет создание моделей, которые позволяли бы с необходимой точностью рассчитывать физические характеристики в обеих средах. В работе рассматривается временная изменчивость динамических параметров в приводном слое атмосферы и в приповерхностном слое моря на малых и субмезомасштабах от одного до нескольких десятков часов. Собранные экспериментальные данные показывают очень высокую корреляцию между динамической скоростью ветра и интенсивностью турбулентности в верхнем слое моря на всех регистрировавшихся масштабах. Важной отличительной особенностью всех измеренных физических величин в обеих средах является наличие квазипериодических колебаний с различными периодами. Для более точного описания потока импульса из атмосферы предлагается нестационарная модель турбулентного обмена в приповерхностном слое моря, учитывающая квазипериодичность в интенсивности динамического взаимодействия атмосферы и моря на этих масштабах. В модели используются уравнения баланса импульса и турбулентной энергии, система уравнений решается численно, результаты расчетов сопоставляются с другими моделями и с экспериментальными данными. Показано, что учет нестационарности ветрового воздействия улучшает соответствие расчетов и экспериментальных данных. Отмечено, что в нестационарном случае поток импульса из атмосферы и интенсивность турбулентности в приповерхностном слое моря возрастают по сравнению с действием постоянного ветра той же продолжительности.

Поэтому многочасовые или многосуточные осреднения, часто используемые в глобальных моделях, могут заметно занижать интенсивность динамического взаимодействия атмосферы и океана.

Ключевые слова: морская турбулентность, экспериментальные исследования, скорость диссипации, нестационарная модель DOI: 10.31857/S0002351524010097

#### ВВЕДЕНИЕ

Возрастающие требования к моделям прогноза погоды и климата привели к необходимости создания объединенных моделей, учитывающих активное взаимодействие в сопряженных слоях атмосферы и моря (coupled models). Процессы переноса энергии и импульса от атмосферы к океану и обратно, как правило, нестационарны и сложным образом связаны с крупномасштабной циркуляцией обеих сред. Моделирование этих процессов остается не до конца решенной задачей из-за необходимости учета большого количества изменяющихся параметров, а также из-за осреднения, которое приходится делать в моделях. Во временных масштабах детализация изменчивости исследуемых характеристик часто ограничивается периодами в десятки часов, колебания на меньших масштабах при этом не рассматриваются, что может приводить к допол-

Статья подготовлена на основе устного доклада, представленного на IV Всероссийской конференции с международным участием "Турбулентность, динамика атмосферы и климата", посвященной памяти академика АМ. Обухова (Москва, 22–24 ноября 2022 г.).

нительным ошибкам в оценке динамического взаимодействия атмосферы и моря. Например, в работах [Kundu, 1980, D'Alessio, 98] и ряде других обсуждались разные модели и разные временные масштабы для описания верхнего перемешанного слоя океана, где показаны, в том числе, роль потоков тепла и ленгмюровских циркуляций в интенсивности турбулентного перемешивания. При этом в [Kundu, 1980] оценивалось влияние динамического воздействия ветра на поверхность и диффузии турбулентности на заглубление однородного слоя, в качестве базовой ими использовалась модель [Gibson, Launder, 1976].

Широко используемый подход к описанию верхнего слоя океана разработан в [Large et al., 1994], где параметризация вертикального турбулентного обмена осуществлена алгебраическими функциями от глубины. Несмотря на важность данной проблемы и большое количество работ, посвященных ее решению, оценка реальных гидрофизических характеристик с помощью имеющихся моделей остается во многом неудовлетворительной [Belcher et al., 2012]. При этом одним из наиболее вероятных механизмов, влияющих на отличие реальных величин от смоделированных, считается циркуляция Ленгмюра, в большинстве современных моделей не учитываемая.

Сравнительно недавно стало понятно, что объективные оценки основных гидрофизических параметров верхнего слоя океана требуют более детальной информации о процессах взаимодействия атмосферы и океана, о перераспределении тепла и импульса в пограничных слоях обеих сред [Belcher et al., 2012]. В последние десятилетия исследований турбулентности сформировалось убеждение, что перенос импульса, энергии и других величин в турбулентных сдвиговых течениях определяется в большой степени крупномасштабным вихревым движением, а не хаотическим мелкомасштабным. При этом форма, интенсивность и масштаб таких организованных движений различны в разных потоках [Хлопков, 2002]. Во взаимодействии океана и атмосферы роль таких структур исследована пока недостаточно. Как показывает численное моделирование, периодическое воздействие создает когерентные структуры в пограничном слое моря и увеличивает интенсивность турбулентных движений, причем для некоторой частоты имеется максимум такого увеличения, своего рода резонанс [Kim, 2003].

В настоящей работе предложена нестационарная модель турбулентного обмена в приповерхностном слое моря, учитывающая изменчивость ветрового потока импульса на малых масштабах, расчеты сопоставляются с результатами измерений мелкомасштабных флуктуаций гидрофизических полей, полученных в экспедиционных исследованиях на стационарной океанографической платформе МГИ на протяжении ряда лет.

Целью работы является уточнение расчета интенсивности вертикального турбулентного обмена в приповерхностном слое моря при нестационарном приводном ветре.

# АППАРАТУРА И ИЗМЕРЕНИЯ

Проводимые отделом турбулентности Морского гидрофизического института РАН экспериментальные исследования в прибрежной зоне Черного моря направлены на изучение зависимости интенсивности турбулентного обмена в приповерхностном слое от определяющих параметров.

Для исследования мелкомасштабных турбулентных процессов в морской среде нами используется разработанный в МГИ измерительный комплекс "Сигма-1" [Самодуров и др., 2005]. При изучении турбулентности вблизи поверхности моря применяется позиционный вариант прибора, который дает возможность проводить измерения основных гидрофизических параметров и их флуктуации: температуру, электропроводность, давление, три компоненты пульсаций вектора скорости. Прибор оснащен системой контроля положения, которая включает в себя датчики линейных ускорений и компас, что позволяет пересчитывать пульсации скорости в неподвижную систему отсчета [Чухарев, 2010]. Одновременно регистрировались также фоновые гидрометеорологические величины: скорость и направление ветра, температура воды и воздуха, скорость и направление течения, параметры поверхностных волн и др. Скорость и направление течения, а также средние величины температуры воды и электропроводности определялись измерительным комплексом "Восток-М", использовался также акустический измеритель профиля скорости течений DVS6000, регистрирующий все три компоненты. Скорость ветра и параметры волнения регистрировались сотрудниками отдела дистанционных методов исследований (ОДМИ) МГИ с помощью собственных измерительных средств. Данные о турбулентных характеристиках приводного слоя атмосферы, потоках импульса и тепла в совместных экспедициях в 2005–2015 гг. получены сотрудниками Института физики атмосферы РАН посредством комплекса микрометеорологических датчиков ИФА РАН. Измерения сопровождались непрерывным мониторингом стандартных метеорологических параметров.

Методика измерений турбулентных характеристик приповерхностного слоя моря включала в себя два основных направления: регистрация измеряемых величин на различных горизонтах (с выдержкой прибора на фиксированной глубине в течение 10–20 мин) для исследования зависимости интенсивности турбулентности от глубины при различных гидрометеорологических условиях и многочасовые записи (до 75 ч) на одном горизонте для изучения временной изменчивости этих характеристик. Более подробно методика проведения измерений позиционным вариантом комплекса "Сигма-1" описана в [Чухарев, 2010].

Данные, получаемые с приборов "Сигма-1", DVS6000 и "Восток", вводились в бортовой компьютер в режиме реального времени, данные о скорости ветра и параметрах волнения обеспечивались сотрудниками ОДМИ. Часть используемых данных о динамической скорости в воздухе, была любезно предоставлена сотрудниками ИФА РАН, которыми проводились прямые измерения трех компонент пульсаций скорости с помощью акустического анемометра во время совместных экспедиций, а часть – рассчитывалась по скорости ветра, что также любезно была предоставлена сотрудниками ОДМИ МГИ. Компьютеры, принимающие информацию, периодически (не реже одного раза в сутки) синхронизировались. До начала экспедиции и после ее окончания измерительные комплексы "Сигма-1" и "Восток" калибровались в отделе стандартизации и метрологии МГИ.

#### ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Все данные измерений подвергались предварительной обработке и первичному анализу с целью повышения достоверности результатов. Для дальнейшей обработки и анализа отбирались данные, полученные при направлении течения со стороны открытого моря, не искаженные искусственным препятствием (платформой). Ряды данных о турбулентных пульсациях вектора скорости течения пересчитывались в неподвижную систему координат и подвергались фильтрации двухступенчатым медианным фильтром.

Для оценки скорости диссипации турбулентной энергии є сначала рассчитывались частотные спектры S(f), которые переводились в спектры волновых чисел S(k) при помощи гипотезы "замороженной турбулентности" Тэйлора f = kU, где U – скорость переноса вихрей через датчик, в качестве которой обычно использовалась скорость основного течения. В некоторых случаях (при малой скорости течения в слое активного волнового воздействия) применялась так называемая расширенная гипотеза Тэйлора, где в качестве переносной скорости использовалась орбитальная скорость частиц волны [Terray, 1996]. Далее использовался метод [Stewart, Grant, 1962] сравнения модельного спектра Насмита [Oakey, 1982] с экспериментальным спектром, что позволяет оценить є по наилучшему совпадению спектров, причем влияние волнения и собственных колебаний прибора в этом случае мало влияет на точность оценки [Stewart, Grant, 1962].

Для расчета вейвлет-коэффициентов использовался вейвлет Морле и непрерывное вейвлет-преобразование:

$$W(a,b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \xi(t) \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$
$$\varphi(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cos(rt),$$

где *W* — вейвлет-коэффициенты; *a* — масштаб вейвлет-преобразования; *b* — сдвиг по оси времени; ξ — исходный сигнал; φ — материнский вейвлет; *t* — время.

Для устранения влияния волновых движений на оценки энергии морской турбулентности,

использовались значения вертикальной компоненты вектора скорости, как наименее подверженной искажениям. Данные предварительно подвергались фильтрации фильтром верхних частот с пороговой частотой 1 Гц.

Важной чертой, которая проявлялась практически во всех измерениях, являлось наличие многочасовых (субмезомасштабных) периодичностей в значениях гидрометеорологических характеристик. На рис. 1 изображены изменения во времени энергии колебаний физических параметров в сопряженных слоях моря и атмосферы, рассчитанные с помощью вейвлет-анализа. Проведенные нами длительные наблюдения демонстрируют тесную взаимосвязь субмезомасштабных процессов в обеих средах, и в этих процессах в большинстве случаев проявляются квазипериодические колебания по всем наблюдаемым параметрам [Чухарев, Репина, 2012].

По данным наблюдений в течение двух экспедиционных сезонов нами построена гистограмма значимых периодов (т.е. превышающих спектр "красного шума") для динамической скорости в приводном слое  $u_*^a$ , среднеквадратичной вертикальной составляющей пульсаций скорости в воде  $w_{rms}$  и скорости течения  $U_d$  (рис. 2). Мы здесь наблюдаем весьма широкий диапазон периодиче-



Рис. 2. Гистограмма распределения выявленных периодичностей в пограничных слоях атмосферы и моря.  $u_*^a$  – динамическая скорость в воздухе;  $w_{rms}$  – среднеквадратические вертикальные пульсации скорости в воде;  $U_d$  – скорость течения. Измерения проводились в июне 2005 г. и в июне 2007 г. в районе океанографической платформы в Кацивели.

ских процессов от нескольких часов до нескольких суток. Очень похожего вида гистограмма для прибрежных течений в районе г. Геленджика была получена в экспериментах [Зацепин и др., 2012].

В большинстве случаев колебания интенсивности турбулентности в море очень четко коррелировали с  $u^a_*$ . При умеренных и сильных ветрах масштабы периодичностей турбулентной энергии



Рис. 1. Пример изменения средней по масштабам турбулентной энергии, нормированной на максимальное значение, в пограничных слоях атмосферы и моря 15— 16 июня 2007 г.: динамическая скорость в воздухе  $u_a^*$ и среднеквадратичная вертикальная пульсационная скорость  $w_f$  на глубине 1 м, обработанная фильтром верхних частот с пороговой частотой 1 Гц.



**Рис. 3.** Глобальные спектры динамической скорости в воздухе  $u_*^a$  и фильтрованной среднеквадратичной вертикальной пульсационной скорости на глубине 1 м, рассчитанные с помощью вейвлет-анализа. Данные осреднены по 5 мин, измерения выполнены 17–18 июня 2007 г.

2024

в приповерхностном слое были близки к масштабам изменчивости  $u^a_*$  (рис. 3), в то время как связь с волнением прослеживается не так явно. Из этого следует вывод, в частности, о значительном влиянии тангенциального напряжения ветра на изменчивость морской турбулентности.

Таким образом, натурные наблюдения показывают важное свойство протекающих в пограничных слоях моря и атмосферы процессах – существенную нестационарность. По этой причине обычно используемое многочасовое или многосуточное осреднение гидрометеорологических характеристик не всегда оправдано, т.к. нивелирует изменчивость динамического взаимодействия моря и атмосферы на малых масштабах, тем самым снижая объективность модельных расчетов. Чтобы повысить достоверность модельных представлений динамического взаимодействия атмосферы и моря, нами предложена нестационарная модель турбулентного обмена для приповерхностного слоя, которая бы учитывала внутрисуточные субмезомасштабные изменения тангенциального напряжения ветра.

# МОДЕЛЬ

Рассмотрим горизонтально однородный слой со свободной верхней границей, подверженной переменному тангенциальному напряжению ветра. Будем считать слой хорошо перемешанным, потоками тепла и солей на данном этапе пренебрегаем. Для описания динамики этого слоя предлагается модель, учитывающая нестационарность динамических процессов взаимодействия сопряженных слоев моря и атмосферы. В нашем случае в модели не учитывалась изменчивость поверхностного волнения и его влияние на сдвиг скорости течения, поскольку это более инерционная составляющая энергетического баланса и для расчета волнения используются и развиваются специальные модели (см., например, [Ратнер и др., 2021]). При таком подходе можно лучше проанализировать влияние отдельного важного фактора - потока импульса через поверхность вследствие тангенциального напряжения ветра и формированию дрейфового сдвигового течения. Главная цель использования предложенной нестационарной

модели — учет переменного динамического атмосферного воздействия на поверхность моря на малых и субмезомасштабах, поэтому в модели не рассматриваются потоки плавучести и теплообмен с атмосферой. Уравнения баланса импульса и турбулентной кинетической энергии в приближении Буссинеска имеют вид:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = fV - \frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial z},\tag{1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -fU - \frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial z},\tag{2}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\left(\overline{u'w'}\frac{\partial U}{\partial z} + \overline{v'w'}\frac{\partial V}{\partial z}\right) - (3)$$
$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{w'E} + \overline{w'E''} + \frac{1}{\rho_0}\overline{w'p'}\right) - \varepsilon.$$

Здесь *U* и *V* – средние горизонтальные компоненты скорости вдоль осей *x* и *y* соответственно, f – параметр Кориолиса, u', v', w' – пульсационные <u>ком</u>поненты скорости,  $E = (u'^2 + v'^2 + w'^2) / 2 = q^2 / 2$  – турбулентная кинетическая энергия,  $E^w$  – энергия поверхностного волнения, p' – пульсации давления,  $\varepsilon$  – скорость диссипации. Для замыкания системы используются соотношения, выражающие турбулентные потоки импульса через коэффициент турбулентной вязкости:

$$\overline{u'w'} = -v_t \frac{\partial U}{\partial z}, \quad \overline{v'w'} = -v_t \frac{\partial V}{\partial z}, \quad v_t = S_m lq, \qquad (4)$$

где  $v_t - \kappa o \Rightarrow \phi \phi$ ициент турбулентной вязкости,  $S_m - \kappa o$ нстанта, l – турбулентный масштаб длины. Для l принимается упрощенная зависимость  $l = \kappa(z + z_b)$ , z – глубина,  $z_b$  – обратное волновое число самых коротких обрушивающихся волн [Kudryavtsev et al., 2008] используемое вместо параметра шероховатости  $z_0$ ,  $\varkappa$  – постоянная Кармана.

Поскольку турбулентность считается хорошо развитой, изотропной, пульсациями давления пренебрегаем, т.к. в балансе турбулентной энергии они в этом случае играют незначительную роль [Монин, Яглом, 1965, с. 327]. Поэтому два слагаемых в правой части (3) могут быть выражены следующим образом [D'Alessio, 1998]:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{w'E} + \frac{1}{\rho_0} \overline{p'w'} \right) = -c_1 \frac{q^2}{\varepsilon} \left( \overline{w'^2} \frac{\partial E}{\partial z} \right),$$
$$\overline{w'^2} = \frac{1}{4} q^2.$$
(5)

Уравнение баланса турбулентной энергии в предлагаемой модели отличается от обычного вида дополнительным членом  $\overline{w'E^w}$ , который описывает турбулентный перенос волновой кинетической энергии, физический механизм которого предложен в [Kitaigorodskii, Lumley, 1983]. Скорость диссипации турбулентной энергии определяется, следуя [Craig, Banner, 1994], через масштабы скорости и длины:

$$\varepsilon = \frac{q^3}{Bl},\tag{6}$$

где константа B = 16.6.

Таким образом, в системе (1)-(3) остаются неизвестными величины U, V u q.

Граничные и начальные условия принимались следующими:

на верхней границе  

$$E_0 = \alpha_1 u_*^{w^2}, \quad v_t \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\tau_0}{\rho^w}, \quad \tau_0 = \rho^w u_*^{w^2},$$
  
 $v_t \frac{\partial V}{\partial z} = 0,$  (7)

на нижней границе

$$U = 0, \quad V = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial z} = 0.$$
 (8)

Динамическая скорость в воде  $u_*^{w2} = \frac{\rho^a}{\rho^w} c_D V_a^2$ ,  $\rho^a$ 

и  $\rho^w$  — плотность воздуха и воды соответственно,  $c_D$  — коэффициент сопротивления поверхности,  $V_a$  — скорость ветра. Скорость течения в начальный момент времени полагалась равной нулю по всей глубине кроме поверхности, а турбулентная энергия и скорости диссипации задавались константой по всей глубине.

Скорость дрейфового (сдвигового) течения на поверхности  $U_0$  определялась через скорость ветра по эмпирической формуле [Егоров, 1974]  $U_0 = 0.0127V_a/\sqrt{\sin \varphi}$ , ([ $V_a$ ] = м/с, [ $U_0$ ] = см/с,  $\varphi$  – широта).

Расчет генерации турбулентности сдвиговым течением осуществляется в соответствии с при-

веденными выше формулами, после подстановки коэффициента турбулентной вязкости соотношение примет следующий вид:

$$P^{\tau} = v_t \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right].$$

Турбулентный перенос кинетической энергии волнения будем считать пропорциональным волновой энергии на данном горизонте  $E^w(z)$ и характерному масштабу турбулентных пульсаций скорости, в качестве которого используем динамическую скорость в воде  $u_*^w$  [Чухарев, 2013]. Тогда уравнение (3) приведется к виду

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \mathbf{v}_t \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \right] + c_1 \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{q^2}{\varepsilon} \left( \frac{q^2}{4} \frac{\partial E}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma_w u_*^w E^w \right) - \varepsilon = 0.$$

Кинетическая энергия волнения рассчитывалась с учетом наличия спектра:

$$E^{w} = \int_{0}^{\infty} \omega^{2} S_{\eta}(\omega) \exp(-2\omega^{2} z / g) d\omega,$$

где  $\omega$  – циклическая частота, g – ускорение



**Рис. 4.** Скорость диссипации турбулентной энергии: экспериментальные данные и модельные расчеты. Точками обозначены данные эксперимента; K&al. – модель [Kudryavtsev et al., 2008]; *MultSc* – многомасштабная модель [Чухарев, 2013]; NS stat – нестационарная модель,  $V_{10}$  – скорость ветра на высоте 10 м,  $H_s$  – высота значительных волн,  $f_p$  – частота спектрального пика волнения.



Рис. 5. Модельное изменение продольной компоненты дрейфовой скорости.



**Рис. 6**. Модельный расчет изменения потока импульса по глубине с течением времени при периодическом воздействии тангенциального напряжения ветра на поверхность моря (толстая сплошная линия) и при постоянном ветре (тонкая маркированная линия). Шаг по времени 0.5 ч.

свободного падения, в качестве спектральной функции  $S_{\eta}(\omega)$  использовался модельный спектр [Donelan et al., 1985], который рассчитывается с учетом степени развития волнения: отношения скорости ветра к фазовой скорости волнения  $(V_a/c_p)$ .

Описанная система уравнений (1)–(8) решалась численно на равномерной сетке по неявной схеме [Самарский, 1977]. В качестве теста использовалось сравнение с полученными в наших экспериментах данными о скорости диссипации турбулентной энергии, рассчитанными по методике [Stewart, Grant, 1962] и с некоторыми стационарными моделями. На рис. 4 приведены сравнительные расчеты по модели [Kudryavtsev et al., 2008], по многомасштабной модели [Чухарев, 2013] и по нестационарной модели (1)—(8) при задаваемом постоянном ветре, поскольку в стационарных моделях ветер считался неизменным. Результаты расчета по нестационарной модели несколько отличаются от приведенных стационарных моделей, но в то же время удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, что свидетельствует об адекватности модели.

Другие тестовые расчеты по модели приведены на рис. 5, где показано изменение продольной компоненты средней скорости с течением времени при периодическом воздействии касательного напряжения ветра на поверхность. Рассчитанные значения скорости соответствуют физическим представлениям о характере движения в таких условиях: происходит периодическое увеличение компоненты скорости и видно затухание с глубиной. Уменьшение с течением времени глубины проникновения колебаний связано с перераспределением импульса между компонентами. Рассчитанные модельные значения турбулентного потока импульса изображены на рис. 6, где также прослеживается затухание амплитуды колебаний с глубиной и запаздывание во времени с ростом глубины. То есть и в этом случае мы видим физически правильное воспроизведение эволюции гидрофизических характеристик и их поведение на разных глубинах.

Результаты верификации модели на натурных данных приведены на рис. 7. На двух примерах при различных гидрометеорологических условиях показано, что нестационарная модель ближе к экспериментальным значениям скорости диссипации по сравнению с расчетами по этой же модели при постоянном среднем ветровом воздействии. Обращает на себя внимание увеличение интенсивности турбулентности в нестационарном случае, т.е. поток импульса из атмосферы при этом становится больше.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ большого числа натурных измерений гидрофизических характеристик в приповерхностном слое моря показывает значительное преобладание нестационарных процессов, как на внутрисуточных, так и на многодневных временных масштабах. Такая разномасштабная периодичность в изменчивости наблюдаемых вели-



**Рис. 7.** Отличия в скорости диссипации в модельных расчетах при постоянном и переменном воздействии ветра на поверхность моря одинаковой продолжительности. Точки – экспериментальные значения, NS – нестационарная модель при постоянном (stat) и переменном (unsteady) потоке импульса на поверхности. Измерения выполнены 16 октября 2009 г. (а) и 21 сентября 2015 г. (б).

чин обусловлена наличием достаточно крупных структур, которые в современной литературе принято называть субмезомасштабными. Диапазон линейных масштабов при этом составляет от сотен метров до десятков километров.

В то же время довольно большая часть моделей для описания крупномасштабных океанических процессов и процессов взаимодействия океана и атмосферы оперирует осредненными полями физических величин, при этом "не замечая" малые и субмезомасштабные колебания. Возможно, такое осреднение является одной из причин частого расхождения расчетных и фактических значений температуры поверхности океана или глубины верхнего перемешанного слоя [Belcher et al., 2012].

В нашей нестационарной модели в отличие от стандартной формулировки задачи в уравнение баланса турбулентной энергии введен дополнительный член, описывающий турбулентный перенос волновой кинетической энергии. Главной переменной величиной, определяющей турбулентный режим, считается скорость ветра, характеристики волнения при этом принимались средними за наблюдаемые отрезок времени и считались постоянными.

В рассмотренной нестационарной модели турбулентного обмена вблизи поверхности моря показано, что учет квазипериодичности динамического атмосферного воздействия на морскую поверхность на малых и субмезомасштабах приводит к заметному увеличению интенсивности турбулентного переноса импульса и энергии, увеличивая тем самым интенсивность вертикального перемешивания в морской среде. Верификация модельных расчетов на натурных данных, полученных в прибрежной зоне Черного моря, демонстрирует объективность предложенной модели.

Основные выводы настоящей работы состоят в следующем:

1. Существующие на сегодняшний день модели недостаточно хорошо описывают интенсивность вертикального турбулентного обмена вблизи поверхности моря. Основная причина теоретическое описание при взаимодействии двух сред различных физических процессов и трансформации их энергии в турбулентность остается неудовлетворительным.

2. На основе многосуточных непрерывных наблюдений в сопряженных слоях моря и атмосферы выявлены значимые периодичности в интенсивности турбулентных пульсаций с масштабами от одного часа до десятков часов, в которых присутствуют закономерности, характерные для когерентных структур. Масштабы структур, выявленных по интенсивности турбулентности, составляют от 2 до 42—44 ч (~0.3—15 км), по скорости ветра и скорости течения — свыше 70 ч.

3. Прослеживается высокая корреляция структур в морской среде с атмосферными процессами. 4. Разработана нестационарная модель турбулентного обмена в приповерхностном слое моря, которая хорошо согласуется с экспериментами и правильно описывает фазовые сдвиги и изменчивость по глубине гидрофизических параметров. Показано, что учет нестационарности динамического воздействия на поверхность моря улучшает соответствие расчетов и натурных измерений.

5. По модельным расчетам за один и тот же период времени, при нестационарном ветровом воздействии поток импульса из атмосферы больше, чем если предполагать ветер постоянным, равным среднему значению переменного.

Авторы выражают искреннюю благодарность сотрудникам ИФА РАН, а также сотрудникам ОДМИ, ЧГПП и отдела океанографии МГИ РАН за предоставленные данные и помощь в проведении экспериментов.

Экспериментальные исследования проведены в рамках госзадания FNNN-2021-0004, анализ данных и разработка модели выполнены при финансовой поддержке РНФ, проект 22-17-00150.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Зацепин А.Г., Пиотух В. Б., Корж А.О., Куклева О.Н., Соловьев Д.М. Изменчивость поля течений в прибрежной зоне Черного моря по измерениям донной станции adcp // Океанология. 2012. Т. 52. № 5. С. 629–642.

https:// doi.org/10.22449/0233-7584-2021-5-623-640

- *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Наука, 1965. 639 с.
- Ратнер Ю.Б., Фомин В.В., Холод А.Л., Иванчик А.М. Модернизированная система оперативного прогноза морского волнения Черноморского центра морских прогнозов // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37. № 5. С. 623– 640.

https://doi.org/10.22449/0233-7584-2021-5-623-640

- *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
- Самодуров А.С., Дыкман В.З., Барабаш В.А. Ефремов О.И., Зубов А.Г., Павленко О.И. Измерительный комплекс "Сигма-1" для исследования мелкомасштабных характеристик гидрофизических полей в верхнем слое моря // Мор. гидрофиз. журн. 2005. № 5. С. 60 – 71.
- Хлопков Ю.И., Жаров В.А., Горелов С.Л. Когерентные структуры в турбулентном пограничном слое. М.: МФТИ, 2002. 129 с.
- *Чухарев А.М.* Модель турбулентности со многими временными масштабами для приповерхностного слоя моря // Изв. РАН. Физика ат-

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

мосферы и океана. 2013. Т. 49. № 4. С. 477–488. https://doi.org/10.7868/S0002351513040020

- *Чухарев А.М.* Применение измерительного комплекса-"Сигма-1" для исследования турбулентно сти на океанографической платформе // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. 2010. Вып. 21. С. 231–238.
- Чухарев А.М., Репина И.А. Взаимодействие пограничных слоев моря и атмосферы на малых и средних масштабах в прибрежной зоне // Мор. гидроф. журн. 2012. № 2. С. 60-78.
- Belcher S.E., Grant A.L.M., Hanley K.E. et al. A global perspective on Langmuir turbulence in the ocean surface boundary layer // Geophys. Res. Let. 2012. Vol. 39. L18605.

https://doi.org/10.1029/2012GL052932

- Craig P.D., Banner M.L. Modelling wave-enhanced turbulence in the ocean surface layer // J. Phys. Oceanogr. 1994. V. 24. P. 2546–2559. https://doi.org/10.1175/1520-0485(1994)024 <2546:MWETIT>2.0.CO;2
- D'Alessio S.J.D., Abdella K., McFarlane N.A. A new second order turbulence closure scheme for modeling the oceanic mixed layer // J. Phys. Oceanogr. 1998. V. 28. № 8. P. 1624–1641. https://doi.org/10.1175/1520-0485(1998)028 <1624:ANSOTC>2.0.CO;2
- Donelan M.A, Hamilton J., Hui W.H. Directional spectra of wind-generated waves // Phyl. Trans. R. Soc. Lond. 1985. V. 315. № 1534. P. 509–562. https://doi.org/10.1098/rsta.1985.0054
- Gibson M.M., Lounder B.E. On the calculation of horizontal, turbulent free shear flows under gravitational influence // ASME J. Heat Transfer. 1976. V. 98. P. 81–87.

https://doi.org/10.1115/1.3450474

- *Kim K., Sung H.J.* DNS of turbulent boundary layer with time-periodic blowing through a spanwise slot // Proceedings of the Asian Computational Fluid Dynamics Conference (5th). 2003. P. 835–842.
- Kitaigorodskii S.A., Lumley J.L. Wave turbulence interactions in the upper ocean. Part I: The energy balance of the interacting fields of surface wind waves and wind-induced three-dimensional turbulence // J. Phys. Oceanogr. 1983. V. 13. № 11. P. 1977–1987.

https://doi.org/10.1175/1520-0485(1983)013< 1977:WTIITU>2.0.CO;2

- Kudryavtsev V., Shrira V., Dulov V., Malinovsky V. On the vertical structure of wind-driven sea currents // J. Phys. Oceanogr. 2008. V. 38. № 10. P. 2121–2144. https://doi.org/10.1175/2008JPO3883.1
- Kundu P.K. A numerical investigation of mixed-layer dynamics // J. Phys. Oceanogr. 1980. V. 10. № 2. P. 220–236.

https://doi.org/10.1175/1520-0485(1980)010 <0220:ANIOML>2.0.CO;2

Large, W.G., McWilliams J.C., Doney S.C. Oceanic

том 60 № 1 2024

vertical mixing: a review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization. // Rev. Geophys. 1994. V. 32. № 4. P. 363–403.

https://doi.org/10.1029/94RG01872

Oakey, N.H. Determination of the rate of dissipation of turbulent energy from simultaneous temperature and velocity shear microstructure measurements // J. Phys. Oceanogr. 1982. V. 12. № 3. P. 256–271. https://doi.org/10.1175/1520-0485(1982)012 <0256:DOTROD>2.0.CO;2

Stewart R.W., Grant H.L. Determination of the rate of dis-

sipation of turbulent energy near the sea surface in the presence of waves // J. Geophys. Res. 1962. V. 67.  $\mathbb{N}$  8. P. 3177–3180.

https://doi.org/10.1029/JZ067i008p03177

Terray E.A., Donelan M.A., Agrawal Y.C., Drennan W.M., Kahma K.K., Williams A.J., Hwang P.A., Kitaigorodskii S.A. Estimates of kinetic energy dissipation under breaking waves // J. Phys. Oceanogr. 1996. V. 26. № 5. P. 792–807. https://doi.org/10.1175/1520-0485(1996)026

<0792:EOKEDU>2.0.CO;2

# Turbulent Exchange in Unsteady Air-Sea Interaction at Small and Submesoscales

A. M. Chukharev<sup>1, \*</sup>, M. I. Pavlov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Marine Hydrophysical Institute of the Russian Academy of Sciences, Kapitanskaya str., 2, Sevastopol, 299011 Russia \*e-mail: alexchukh@mail.ru

An adequate description of the interaction between the atmosphere and ocean remains one of the most important problems of modern oceanology and climatology. An extremely wide variety of physical processes occurring in the coupled layers, a large range of scales, a moving boundary, all this factors significantly complicates the creation of models that would allow calculating the physical characteristics in both media with the necessary accuracy. In this paper the temporal variability of dynamic parameters in the driving layer of the atmosphere and in the near-surface layer of the sea on small and sub-mesoscales from one to several tens of hours is considered. The collected experimental data show a very high correlation between the dynamic wind speed and turbulence intensity in the upper sea layer on all scales recorded. An important distinguishing feature of all measured physical quantities in both media is the presence of quasi-periodic oscillations with different periods. For a more accurate description of momentum and energy fluxes from the atmosphere a non-stationary model of turbulent exchange in the near-surface layer of the sea is proposed. The model takes into account quasi-periodicity in the intensity of dynamic interaction between the atmosphere and the sea at these scales. In the model we use the equations of momentum and turbulent energy balance, the system of equations is solved numerically, the calculation results are compared with other models and with experimental data. It is shown that taking into account the non-stationarity of the wind strain improves the correspondence between the calculations and the experimental data. It is noted that in the nonstationary case, the energy and momentum flux from the atmosphere and the turbulence intensity increases compared to the action of a constant average wind of the same duration. Therefore, the the strong averaging often used in global models may markedly underestimate the intensity of the dynamic interaction between the atmosphere and ocean.

Keywords: marine turbulence, experimental studies, dissipation rate, unsteady model

104

УДК 532.529:544.77

# ДВИЖЕНИЕ КАПЛИ ДОЖДЯ В АТМОСФЕРЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ АЭРОЗОЛЬНЫЕ ЧАСТИЦЫ

© 2024 г. Т. Р. Аманбаев\*

Южно-Казахстанский университет им. М.О. Ауэзова, просп. Тауке хана, 5, Шымкент, 160012 Казахстан \*e-mail: tulegen\_amanbaev@mail.ru

Поступила в редакцию 22.05.2023 г. После доработки 28.10.2023 г. Принята к публикации 15.11.2023 г.

Построена математическая модель динамики дождевой капли, движущейся в поле силы тяжести через атмосферу, содержащую мелкодисперсные частицы, с учетом процессов релаксации ее скорости и захвата мелких частиц. Установлено, что уравнение движения капли в поставленной задаче относится к классу сингулярно возмущенных уравнений, для интегрирования которых необходимо привлекать специальные алгоритмы. В предельных режимах движения капли получены аналитические решения задачи, описывающие зависимости скорости и координаты капли от времени. В полной постановке решения задачи получены численно при разных значениях определяющих параметров. Изучено влияние размера капли на параметры ее движения в концентрированной аэродисперсной смеси. Получены зависимости предельной объемной доли твердого компонента в составе капли и интенсивности выпадения частиц (вымываемых каплей) на поверхность земли от размера капли. Проведено сравнение расчетной, приближенно-аналитической и экспериментальной зависимостей установившейся скорости падения капли от ее размера, которое показало их хорошее согласие.

Ключевые слова: капля, аэрозольные частицы, число Рейнольдса, стоксовый режим, ньютоновый режим, установившаяся скорость, сдвиговое течение **DOI**: 10.31857/S0002351524010108

#### введение

Наибольшая опасность антропогенных загрязнений состоит в их возможных локально высоких концентрациях на ограниченных пространствах. Природные выбросы, например, вулканические, при общем большом количестве выбрасываемых компонентов рассеиваются обычно на больших площадях, поскольку высота, на которой оказываются компоненты, весьма значительна. При антропогенных выбросах вредных веществ, когда высоты выбросов невелики, такого масштабного рассеивания в атмосфере не происходит, и локальные концентрации могут на много порядков превосходить естественный фон [Тимашев, 1991]. Большое значение для перераспределения в атмосфере и попадания в гидросферу техногенных примесей, выбрасываемых на небольшую высоту, могут иметь атмосферные осадки в виде дождя [Воротынцев и Малышев, 1997]. Растворяясь в дождевых каплях, примеси могут переноситься с каплями в атмосфере, попадая в грунт и воду. В связи с этим представляет интерес изучение концентрирования дисперсных примесей в капле дождя, движущейся в аэродисперсной смеси. Таким образом, вопросы исследования динамики дождевых капель в аэродисперсных системах, распространяющихся в атмосферном воздухе, актуальны для решения задач, связанных с оценками загрязнения земли и водоемов аэрозольными частицами природного и техногенного происхождения, которые вымываются осадками из атмосферы. Исследования в этой области позволят усовершенствовать методы прогнозирования поведения аэродисперсных систем в атмосфере.

Динамика тяжелых аэрозольных частиц (капель) в атмосферных сдвиговых и вихревых течениях с учетом нелинейного гидродинамического сопротивления в установившемся режиме теоретически исследована в [Ингель, 2012; Ингель, 2021]. В [Shapiro, 2005] изучено влияние горизонтального потока различного типа (ступенчатого, непрерывного и т.п.), моделирующего боковой

#### АМАНБАЕВ

ветер, на нестационарный обмен импульсом между воздухом и падающими каплями дождя. В [Edwards et al., 2001] исследована динамика падающих капель в дождевых облаках с учетом массообмена между каплями за счет их столкновений и получены приближенные аналитические решения задачи при упрощающих допущениях. Кинетика вымывания аэрозольных частиц из атмосферы дождевыми каплями рассмотрена в [Припачкин, Будыка, 2020], где подробно проанализировано влияние параметров частиц и дисперсионной среды на эффективность захвата частиц системой капель и коэффициент вымывания при различных интенсивностях осадков. В [Chang-Jin Ma, Gong-Unn Kang, 2019] путем сбора дождевых капель и последующего анализа их химического состава (наблюдения проводились в г. Фукуока, Япония) изучалась эффективность поглощения частиц каплями дождя. Обнаружены значительные концентрации частиц различных химических элементов (в том числе, свинца) в составе отдельной капли, и тем самым наглядно показана существенная роль дождя в вымывании вредных примесей из атмосферы.

Хотя движению тяжелых частиц (капель) в газообразных и жидких средах посвящена обширная литература (см., например, [Матвеев, 1984; Reist, 1984; Нигматулин, 1987; Волков, Емельянов, 2008; Губайдуллин, Осипов, 2020]), законы движения частицы (капли), как отмечено в [Ингель, 2012], даже в простейшем сдвиговом потоке в общем виде с учетом нелинейных эффектов исследованы недостаточно. Мало изучена задача о движении капель в атмосферном воздухе в полной постановке включая периода релаксации скорости (в основном, анализируется установившееся (стационарное) движение дисперсных включений). Также требует подробного изучения движение капли дождя в запыленной атмосфере, когда мельчайшие частички пыли (природного или антропогенного происхождения) осаждаются на каплях и тем самым влияют (в зависимости от концентрации частиц) на динамику дождевой капли и переносу дисперсных веществ в атмосфере и на земную поверхность.

Цель настоящей работы — построить математическую модель для описания движения капли дождя через аэрозольное облако с учетом бокового ветра и улавливания мелких частиц каплей, а также аналитически и численно проанализировать влияние указанных факторов на поведение дождевой капли в атмосфере. При этом особое внимание необходимо обратить на закономерности накопления мелкодисперсной примеси в составе капли, поскольку в ряде случаев (например, при загрязнении атмосферы частицами радиоактивных или других опасных веществ [Budyka, Ogorodnikov, 1999; Chang-Jin Ma, Gong-Unn Kang, 2019]) даже малая доля вредной примеси имеет большое значение в вопросах переноса и распространения таких веществ дождевыми каплями.

## ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим движение одиночной капли дожля в подоблачной аэродисперсной смеси (запыленном воздухе) под действием силы тяжести и бокового ветра. Примем следующие допущения: концентрация капель в воздухе незначительна (концентрация дождевых капель даже при интенсивном дожде не превышает 10<sup>3</sup> м<sup>-3</sup>, причем основную долю их составляют капли диаметром меньше 1000 мкм [Marshall and Palmer, 1948]), так что соседние капли не оказывают влияния на поле течения воздуха вблизи капли при ее движении; аэрозольные частицы достаточно мелкие (обычно их размеры на 3-4 порядка меньше характерного размера капель [Припачкин, Будыка, 2020]), что позволяет пренебречь инерционными эффектами и седиментацией частиц в дисперсной смеси и считать, что скорости газа и частиц совпадают (односкоростное приближение, такие среды обычно называют эффективным газом, а его составляющие – компонентами [Нигматулин, 1987]); капли дождя и аэрозольные частицы имеют сферическую форму, т.е. не деформируются и не дробятся (некоторое обоснование предположения об отсутствии деформации капли в пределах заданных интервалов значений определяющих параметров приведено ниже в разделе, где обсуждаются результаты расчетов); фазовые превращения (испарение, конденсация) отсутствуют, однако имеет место массообмен между каплей и окружающей средой, обусловленный захватом мелкодисперсной примеси каплей (в частности, мелкие частицы могут осаждаться на каплю за счет эффекта зацепления, связанного с конечными размерами частиц); нестационарными силами присоединенных масс и Бассе можно пренебречь (поскольку согласно оценкам, приведенным в [Ивандаев, 1985] при условии, когда плотность несущей среды намного меньше плотности капли, такое допущение вполне справедливо); изменениями давления, плотности и температуры воздуха по высоте пренебрегается, поскольку согласно таблице стандартной атмосферы в пределах высоты ~500 м, где в основном образуются дождевые капли, параметры воздуха меняются достаточно слабо; силой Архимеда пренебрегается, так как плотность воздуха намного меньше плотности капли. Возможны течения аэродисперсной смеси в подоблачном пространстве (например, в сдвиговом потоке, приближенно моделирующем боковой ветер). Распределение дисперсных примесей считается однородным, хотя могут возникать неоднородные распределения концентрации аэрозолей в атмосфере вокруг источников загрязнений [Turner, 1994].

Параметры эффективного газа обозначим нижним индексом 1, параметры компонентов эффективного газа, т.е. собственно газа и мелких частиц, – нижними индексами 1g и 1p соответственно, а параметры жидкого и твердого (появляющегося из-за захвата частиц каплей) составляющих капли – индексами l, p. Параметры самой капли (масса, диаметр, скорость и т.п.) обозначены без индекса. В рамках принятых допущений уравнения массы и импульса капли в поле силы тяжести в аэродисперсном потоке с учетом осаждения частиц на поверхность капли, а также кинематическое соотношение, позволяющее вычислить радиус-вектор капли, можно записать в виде

$$\frac{dm}{dt} = j, \quad \frac{dm\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{f} + m\mathbf{g} + j\mathbf{v} \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad (1)$$
$$\mathbf{f} = \frac{1}{8}\pi d^2 \rho_g^{\circ} C |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}| (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}),$$
$$m = m_l + m_p, \quad V = V_l + V_p, \quad d = \left(\frac{6}{\pi}V\right)^{1/3}, \quad (2)$$
$$V_l = m_l / \rho_l^{\circ} \quad V = m_l / \rho_l^{\circ}$$

$$V_{l} = m_{l} / \rho_{l}, \quad V_{p} = m_{p} / \rho_{p},$$
$$(m_{l}, V_{l}, \rho_{l}^{\circ}, \rho_{p}^{\circ}, \rho_{g}^{\circ}.)$$
(3)

Здесь *m*, *V*, *d* – масса, объем и диаметр капли,  $m_l$ ,  $m_p$ ,  $V_l$ ,  $V_p$  – массы и объемы жидкой и твердой составляющих капли,  $\rho_l$ ,  $\rho_p^{\circ}$ ,  $\rho_g^{\circ}$  – истинные плотности капли, частиц и газообразной среды (считаются постоянными), *j* – интенсивность осаждения частиц на поверхность капли (интенсивность пылеулавливания), **f**, *C* – сила и коэффициент сопротивления капли при взаимодействии с несущей средой,  $\mathbf{g}$  — вектор ускорения силы тяжести,  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}$  — векторы скоростей газодисперсной среды и капли,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор капли. Заметим, что в правой части уравнения количества движения капли в системе (1) слагаемое  $j\mathbf{v}_1$  отвечает переносу импульса из аэродисперсной смеси в каплю при массообмене. Последнее уравнение в (1) определяет положение (радиус-вектор) капли в выбранной системе координат.

В настоящей работе, следуя [Ингель, 2012], рассматривается случай, когда капля падает в горизонтальном потоке, скорость U(z) которого известна. При этом взаимодействуя с потоком, капля помимо вертикального вовлекается и в горизонтальное движение. В этом случае задача становится двумерной (ось *z* направим вертикально вверх против ускорения силы тяжести, а ось *x* — по направлению скорости горизонтального потока, начало координат совместим с земной поверхностью), так что имеем

$$\mathbf{f} = \{f_x, f_z\}, \quad \mathbf{g} = \{0, -g\}, \quad \mathbf{v}_1 = \{U_1(z), 0\},$$
$$\mathbf{v} = \{u, w\}, \quad \mathbf{r} = \{x, z\},$$

где  $f_x$ ,  $f_z$ , u, w – компоненты силы сопротивления и вектора скорости капли по осям, x, z – координаты положения капли.

Таким образом, систему (1) можно переписать в проекциях на оси координат

$$\frac{dm}{dt} = j, \quad \frac{dmu}{dt} = f_x + jU_1, \quad \frac{dmw}{dt} = f_z - mg,$$
$$\frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{dz}{dt} = w, \quad (4)$$

$$f_{x} = \frac{1}{8}\pi d^{2}\rho_{g}^{\circ}C|\mathbf{U}_{1} - \mathbf{v}|(U_{1} - u),$$

$$f_{z} = \frac{1}{8}\pi d^{2}\rho_{g}^{\circ}C|\mathbf{U}_{1} - \mathbf{v}|(-w),$$

$$|\mathbf{U}_{1} - \mathbf{v}| = \left[(U_{1} - u)^{2} + (-w)^{2}\right]^{1/2}, \quad \mathbf{U}_{1} = U_{1}\mathbf{i},$$
(5)

где **i** — единичный базисный вектор оси *x*. Видно, что в рассматриваемом случае вертикальная и горизонтальная составляющие скорости влияют друг на друга (в частности, через модуль скорости  $|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}|$ ). На это обстоятельство обращено внимание в [Ингель, 2012]. Отметим, что в про-

2024

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 60 № 1
екцию уравнения импульса капли в вертикальное направление (третье уравнение системы (4)), в отличие от уравнения импульса вдоль горизонтальной оси (второе уравнение системы (4)), не входит слагаемое, ответственное за обмен импульсом из-за захвата частиц каплей. Сказанное относится только к данной форме записи уравнений импульсов, в других формах, приведенных ниже, в правую часть уравнения импульсов для вертикальной составляющей войдет также слагаемое, ответственное за перенос импульса из-за улавливания аэрозольных частиц.

Поставим начальные условия

 $t = 0, \quad x = 0, \quad z = H, \quad m = m_0, \ u = u_0, \ w = w_0, (6)$ 

где H – высота падения капли,  $m_0$ ,  $u_0$ ,  $w_0$  – масса и составляющие скорости капли при t = 0.

Система дифференциальных уравнений (4) с замыкающими соотношениями (2), (3), (5), начальными условиями (6) при заданных скорости ветра  $U_1(z)$ , выражениях для коэффициента сопротивления капли *C* и интенсивности захвата частиц каплей *j* представляет задачу Коши для описания движения капли дождя в аэродисперсном потоке.

Далее следует конкретизировать коэффициент сопротивления капли и интенсивность улавливания частиц каплей.

### КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ КАПЛИ И ИНТЕНСИВНОСТЬ МАССООБМЕНА

Обычно коэффициент сопротивления капель (или частиц) в несущей среде зависит от числа Рейнольдса относительного обтекания дисперсного включения. В частности, для недеформирующихся капель можно использовать полуэмпирическую формулу [Ивандаев и др., 1981; Нигматулин, 1987], удовлетворяющую экспериментальным данным в широком диапазоне чисел Рейнольдса

$$C = 24 / \text{Re} + 4.4 / \text{Re}^{0.5} + 0.44$$
$$\text{Re} = \rho_g^{\circ} d \left| \bigcup_1 - v \right| / \mu_g ,$$

где Re – число Рейнольдса относительного движения капли,  $\mu_g$  – динамический коэффициент вязкости газа. Имеются также и другие формулы для коэффициента сопротивления дисперсных включений в несущей среде, которые учитывают различные эффекты (деформация, дробление, вращение, стесненность капель и т.п.) [Ивандаев и др., 1981; Нигматулин, 1987; Келбалиев, 2011; Губайдуллин, Осипов, 2020]. В целом, анализу коэффициента сопротивления дисперсных включений в различных средах посвящены достаточно много работ (подробный обзор которых приведен в [Келбалиев, 2011]). Однако в рамках принятых в настоящей работе допущений вышеприведенная формула для *С* вполне приемлема, о чем свидетельствует хорошее согласие экспериментальной и расчетной скорости падения капли (см. ниже).

Для определения интенсивности пылеулавливания используем элементарную схему подсчета столкновений между каплей и мелкими частицами. При этом учтем, что некоторые частицы при подходе к капле могут под действием газового потока изменить свои траектории и не столкнуться с ней. Тогда для интенсивности захвата каплей мелких частиц получим соотношение

$$j = \eta S \rho_{1p} |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}|, \quad \rho_{1p} = \alpha_{1p} \rho_p^{\circ},$$

в котором η – поправочный коэффициент, характеризующий эффективность столкновений мелких частиц с каплей и зависящий от условий обтекания капли смесью газа с мелкими частицами, *S* – миделево сечение капли (поскольку по предположению капля сохраняет сферическую форму, то, очевидно,  $S = \pi d^2 / 4$ ),  $\alpha_{1p}$ ,  $\rho_{1p}$  – объемная доля и приведенная плотность твердого компонента аэродисперсной смеси. Для сдвигового потока  $|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}| = |\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}|$ . Напомним, что по предположению (см. выше) скорости частиц и газа совпадают (модель эффективного газа).

Коэффициент захвата частиц η зависит от многих факторов, таких как инерция, диффузия частиц, зацепление частиц каплей и т. п. [Припачкин, Будыка, 2020]. Инерционный механизм характеризуется числом Стокса и обычно реализуется при значениях числа Стокса больше критического Stk =  $\rho_p^{\circ} d_p^2 |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}| / 18\mu_g d > 1$  ( $d_p$  — диаметр частицы). Например, для капли диаметром  $d \sim 1000$  мкм, движущейся в облаке аэрозольных частиц плотностью вещества  $\rho_p^{\circ} \sim 10^3 \, \mathrm{kr/m^3} \, \mathrm{u} \, \mathrm{дu}$ аметром  $d_n < \sim 1$  мкм, при разности скоростей  $\sim 1$  м/с получим Stk <  $\sim 0.01 \ll 1$ , т. е. в этом случае инерционный механизм несущественен. Диффузионный механизм, как правило, имеет место для достаточно малых частиц, диаметр которых значительно меньше 1 мкм, в частности, в [Припачкин, Будыка, 2020] отмечено, что для частиц диаметром более 0.1 мкм диффузионным захватом можно пренебречь. Таким образом, в диапазоне от 0.1 до 1 мкм, соответствующем большинству атмосферных аэрозолей в континентальном воздухе [Кейдл, 1969], доминирует механизм зацепления частиц движущейся каплей [Greenfield, 1957]. Учитывая эти обстоятельства, ограничимся ситуацией, когда преобладающим механизмом захвата является зацепление частиц каплей.

В случае, когда силами инерции частиц можно пренебречь, для двух предельных ситуаций обтекания капли идеальной жидкостью (потенциальное обтекание) и безынерционной вязкой жидкостью (вязкое обтекание) получены соответствующие формулы, учитывающие эффект зацепления частиц [Chi Tien, Ramarao, 2007]

$$\eta = \frac{3\delta^2 \left(1 + \frac{2\delta}{3}\right)}{2(1+\delta)^3}, \quad \text{Re} \le 1, \quad \eta = \frac{3\delta \left(1 + \delta + \frac{\delta^3}{3}\right)}{(1+\delta)^3},$$
$$\text{Re} \ge 80, \quad \delta = \frac{d_p}{d}.$$

Если  $\delta \ll 1$ , то отсюда можно получить приближенные выражения для эффективности захвата частиц каплей

 $\eta \cong 3\delta^2 / 2$ ,  $\text{Re} \le 1$ ,  $\eta \cong 3\delta$ ,  $\text{Re} \ge 80$ .

Для переходной области 1<Re < 80 в [Yoon, Luttrell, 1989] предложена следующая формула

$$\eta = \left(\frac{3}{2} + \frac{4}{15} \operatorname{Re}^{0.72}\right) \delta^2$$

Заметим, что приведенные выше формулы для эффективности захвата частиц каплей η справедливы при достаточно малых значениях параметра Стокса, когда силами инерции частиц можно пренебречь: Stk <~ 0.1 [Матвеев, 1984]. Если Stk > 0.1, то указанные формулы дают заниженные значения η, так как они не учитывают инерционные свойства частиц.

#### УСТАНОВИВШАЯСЯ СКОРОСТЬ КАПЛИ

В зависимости от числа Рейнольдса могут реализоваться разные режимы движения капли. При малых числах Рейнольдса Re≪1 (когда  $C \cong 24 / \text{Re}$ ) сила сопротивления капли переходит в известную силу Стокса  $\mathbf{f} = 3\pi \mu_{o} d(\mathbf{v}_{1} - \mathbf{v})$ , в этом случае имеет место стоксовый режим обтекания капли (обычно стоксовый режим простирается до чисел Рейнольдса порядка 1). При больших значениях числа  $\text{Re} \gg 1$ , реализуется ньютоновый режим обтекания капли, когда  $C \cong 0.5$ . Далее верхние индексы S и N будем относить соответственно к стоксовому и ньютоновому режимам движения капли.

Рассмотрим случай, когда отсутствуют мелкие частицы в составе аэродисперсной смеси (j = 0, d = const). Тогда система уравнений несколько упрощается, и, например, в предельном стоксовом режиме уравнения импульсов примут вид

$$\frac{du}{dt} = \frac{U_1(z) - u}{\tau^s} , \ \frac{dw}{dt} = -g - \frac{w}{\tau^s} ,$$
$$\tau^s = \frac{\rho_l^\circ d^2}{18\mu_s} ,$$

где  $\tau^{s}$  — характерное время вязкой релаксации скорости капли в стоксовом режиме [Матвеев, 1984; Нигматулин, 1987]. Приравнивая к нулю правую часть уравнения для w, можно найти установившуюся (или стационарную) скорость падения капли в стоксовом режиме W<sup>s</sup>, к которой стремится с течением времени величина w И

$$V^{s} = -g\tau^{s}$$
. (7)

Заметим, что в предельном стоксовом режиме вертикальная составляющая скорости капли w не зависит от горизонтального потока газа, и уравнение для w можно рассмотреть отдельно от первого уравнения, в то время как в уравнение для и неявно (через координату капли z, которая зависит от w) входит вертикальная составляющая скорости w. При однородном горизонтальном течении  $(U_1 = \text{const})$  составляющая скорости капли и стремится со временем к значению  $U^{s} = U_{1}$ .

В ньютоновом режиме движения капли уравнения импульсов имеют форму

$$\frac{du}{dt} = \frac{U_1(z) - u}{l^N} \left| \mathbf{U}_1 - \mathbf{v} \right|, \quad \frac{dw}{dt} = -g - \frac{w}{l^N} \left| \mathbf{U}_1 - \mathbf{v} \right|,$$

**№** 1 том 60 2024

$$l^N = \frac{8}{3} \frac{\rho_l^{\circ} d}{\rho_g^{\circ}} ,$$

где  $l^{N}$  — характерная длина выравнивания скоростей капли и несущей среды в ньютоновом режиме [Нигматулин, 1987]. Видно, что в отличие от стоксового режима в ньютоновом режиме составляющие скорости по координатам взаимосвязаны и влияют друг на друга (в частности, через  $|U_1 - v|$ ). В случае, когда горизонтальное течение однородное, то составляющие установившейся (стационарной) скорости капли в ньютоновом режиме запишутся как

$$U^{N} = U_{1}, W^{N} = -(gl^{N})^{1/2}.$$
 (8)

При отсутствии горизонтального потока газа  $(U_1 = 0)$  установившуюся скорость капли можно найти и в промежуточном режиме (когда числа Рейнольдса принимают не очень малые и не очень большие значения). Для этого заметим, что из условия равномерного движения капли  $f_z - mg = 0$  вытекает постоянство выражения  $\operatorname{Re}^2 C(\operatorname{Re}) = \operatorname{const}$ , которое можно трактовать как уравнение для не-известного числа Re. Таким образом, имеем уравнение

Re<sup>2</sup> C(Re) = 
$$\gamma d^3$$
,  
 $\gamma = \frac{4}{3} \frac{\rho_g^{\circ} \rho_l^{\circ} g}{\mu_g^2}, \quad \text{Re} = \frac{\rho_g^{\circ} |W| d}{\mu_g},$ 
(9)

которое легко решается относительно Re численными методами (например, методом половинного деления) при заданных значениях диаметра капли d и параметра у. Затем из найденного значения Re определяется искомое значение установившейся скорости капли (по абсолютной величине) |W|. Задавая различные значения диаметра капли (при фиксированном ү), из (9) можно получить зависимость |W| от *d*. График данной зависимости, полученный указанным путем для капли дождя в атмосферном воздухе при нормальных условиях, показан на рис. 1 (сплошная кривая 1). Штрихпунктирные кривые 1, 2 соответствуют стоксовому и ньютоновому предельным режимам обтекания капли, рассчитанные по формулам (7), (8). Для сравнения штриховой линией представлены экспериментальные результаты [Mason, 1971]. Видно, что стоксово приближение удовлетворительно описывает расчетную зависимость при  $d \leq 100$  мкм. Ньютоново приближение



Рис. 1. Зависимость установившейся скорости падения капли дождя в воздухе (при нормальных условиях) от ее диаметра. Сплошные кривые: 1 – расчет по уравнению (9), 2 – приближенно-аналитическая формула [Ингель, 2012]. Штриховая линия – эксперимент [Mason, 1971]. Штрихпунктирные линии: 1 – стоксовый режим (формула (7)), 2 – ньютоновый режим (формула (8)).

в пределах *d* ≤ 1000 мкм дает завышенные значения скорости осаждения капли. Расчетные скорости капли хорошо согласуются с данными опытов для диаметров капли  $d \leq 600$  мкм, однако с ростом размера капли различие между ними увеличивается и достигает ~10% при диаметре капли 1000 мкм. Согласие между экспериментальными и расчетными значениями скорости капли свидетельствует о правомерности используемой формулы для коэффициента сопротивления. На рис. 1 также построен график зависимости установившейся скорости осаждения капли по приближенно-аналитической формуле [Ингель, 2012], справедливой для больших чисел Рейнольдса (сплошная кривая 2). Видно, что расчетная и приближенно-аналитическая зависимости хорошо согласуются между собой (особенно для относительно крупных капель).

Необходимо иметь в виду, что скорость капли с течением времени должна стремиться к установившейся скорости, соответствующей данному размеру капли.

## АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ КАПЛИ В ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМАХ

Прежде чем рассматривать решение задачи в полной постановке, проанализируем более подробно упомянутые выше предельные случаи стоксового и ньютонового режимов движения капли при отсутствии частиц и горизонтального потока в атмосфере ( $d = \text{const}, U_1 = 0$ ). Уравнения для удобства анализа приведем к безразмерной форме.

В стоксовом режиме уравнение движения капли приводится к простому виду

$$\overline{\tau}^s \frac{d\overline{w}}{d\overline{t}} = -1 - \overline{w} \,, \tag{10}$$

$$\overline{\tau}^{S} = \tau^{S} / \tau_{H}^{S}, \ \tau_{H}^{S} = H / |W^{S}|, \ \overline{t} = t / \tau_{H}^{S}, \ \overline{w} = w / |W^{S}|.$$

Здесь H — расстояние, которое преодолевает капля до достижения земной поверхности. Вырожденное уравнение, соответствующее (10),  $F = -1 - \overline{w} = 0$  имеет единственное решение  $\overline{w} = -1$ . Производная  $\partial F / \partial \overline{w}$  отрицательна, что является достаточным [Ракитский и др., 1979] для устойчивости стационарного решения  $\overline{w} = -1$ .

При числах Рейнольдса Re > 1 условия стоксового режима нарушаются. В этом случае уравнение движения капли можно привести к форме

$$\overline{\tau}^{N} \frac{d\overline{w}}{d\overline{t}} = -1 + 2C\overline{w}^{2}, \qquad (11)$$

$$\overline{\tau}^{N} = \tau^{N} / \tau_{H}^{N}, \ \tau^{N} = l^{N} / |W^{N}|, \ \tau_{H}^{N} = H / |W^{N}|, \qquad i = t / \tau_{H}^{N}, \ \overline{w} = w / |W^{N}|,$$

где  $\tau^{N}$  — характерное время изменения скорости капли. Необходимо иметь в виду, что, когда числа Рейнольдса не очень большие, величины  $|W^{N}|$ ,  $l^{N}$ не отвечают "точно" ньютоновому режиму, в связи с этим в случае уравнения (11) их надо понимать как характерные величины, соответствующие переходному режиму. Заметим, что, приравнивая нулю правую часть уравнения (11), получим точно такое же уравнение, как (9), только в безразмерном виде.

В предельном ньютоновом режиме (когда  $C \approx 0.5$ ) уравнение (11) переходит в следующее упрощенное (нелинейное в отличие от стоксового движения капли) уравнение

$$\tau^{-N} \frac{d\overline{w}}{d\overline{t}} = -1 + \overline{w}^2 .$$
 (12)

Вырожденное уравнение, соответствующее (12),  $F = -1 + \overline{w}^2 = 0$  имеет единственное, удовлетворяющее условию  $\overline{w} < 0$ , решение  $\overline{w} = -1$ . Производная  $\partial F / \partial \overline{w}$  при этом отрицательна, что является достаточным [Ракитский и др., 1979] для устойчивости решения  $\overline{w} = -1$ .

Оценим коэффициенты  $\bar{\tau}^{s}$ ,  $\bar{\tau}^{N}$  при производных в (10)—(12). Заметим, что для приближенного выполнения условий стоксового режима (обычно стоксовый режим имеет место при характерных значениях числа Рейнольдса  $\text{Re}=\rho_{g}^{\circ}d|W^{s}|/\mu_{g} <\sim 1$ ) д о л ж н о вы п о л н я т ь с я с о о т н о ш е н и е  $d < \sim (18\mu_{g}^{2}/\rho_{g}^{\circ}\rho_{f})g)^{1/3} \equiv d^{s}$ . Например, для капли воды в воздухе при нормальных условиях получим  $d^{s} \cong$ 60 мкм. При этом в случае, когда, например, высота  $H >\sim 100$  м коэффициент  $\bar{\tau}^{s} <\sim 10^{-5}$ , т. е. коэффициент  $\bar{\tau}^{s}$  достаточно мал. Это означает, что уравнение (10) относится к типу так называемых сингулярно возмущенных (или жестких) уравнений [Ракитский и др., 1979].

Для того чтобы коэффициент  $\overline{\tau}^{N}$  был малым, должно выполняться хотя бы условие  $\overline{\tau}^{N} <\sim 0.1$ или  $d < 3 \cdot 0.1 H \rho_{g}^{\circ} / 8 \rho_{l}^{\circ} \equiv d_{*}$ . Таким образом, уравнения (11), (12), отвечающие соответственно промежуточному и ньютоновому режимам, будут сингулярно возмущенными, как в стоксовом режиме, если диаметр капли  $d < d_{*}$ . В частности, для капли воды в воздухе при нормальных условиях и  $H \sim 100$  м критический размер  $d_{*} \sim 1000$  мкм.

С физической точки зрения сингулярно возмущенное свойство уравнений (10)–(12) обусловлено тем, что характерное время релаксации скорости капли намного меньше времени прохождения каплей расстояния  $H: \tau^s \ll \tau_H^s$ ,  $\tau^N \ll \tau_H^N$ . Заметим, что безразмерные параметры  $\overline{\tau}^s$ ,  $\overline{\tau}^N$  фактически представляют числа Фруда

$$\overline{\tau}^{s} = (W^{s})^{2} / gH \equiv \operatorname{Fr}^{s} ,$$
$$\overline{\tau}^{N} = (W^{N})^{2} / gH \equiv \operatorname{Fr}^{N} ,$$

рассчитанные по установившимся скоростям падения капли в гравитационном поле соответственно в стоксовом и ньютоновом режимах.

Опираясь на общую теорию сингулярно возмущенных уравнений [Ракитский и др., 1979], остановимся на некоторых особенностях поведения решений уравнений (10)—(12). В рассматриваемой области изменения времени  $\bar{t}$  выделяются два

том 60

отрезка с существенно различным поведением решений, причем продолжительность первого значительно меньше второго. На первом отрезке скорость капли быстро стремится к стационарной скорости, а на втором отрезке она практически не меняется. При этом чем меньше величины  $\overline{\tau}$  и  $\overline{\tau}^{N}$ , тем быстрее сближаются интегральные кривые уравнений (10)-(12) к соответствующим значениям (в стоксовом и ньютоновом режимах к  $\overline{w}^{s} = -1$ и  $\overline{w}^{N} = -1$ , а в промежуточном режиме к значению, рассчитанному по (9) и отнесенному к  $W^N$ ). Различный характер поведения решений на обоих участках проявляется тем отчетливее, чем меньше параметры  $\overline{\tau}^{S}$ ,  $\overline{\tau}^{N}$ . Из уравнений (10)–(12) также следует, что ускорение капли в начальный момент времени в стоксовом режиме равно  $1/\overline{\tau}^{S}$ , а в промежуточном и ньютоновом режимах движения равно  $1/\overline{\tau}^N$ .

Аналитические решения уравнений (10), (12) при нулевой начальной скорости капли имеют вид

$$\overline{w} = -1 + \exp(-\overline{t} / \overline{\tau}^{S}), \ \overline{w} = -\frac{1 - \exp(-2\overline{t} / \overline{\tau}^{N})}{1 + \exp(-2\overline{t} / \overline{\tau}^{N})}.$$

Для координаты капли при начальных условиях  $\overline{t} = 0$ ,  $\overline{z} = 1$  вытекают следующие зависимости

$$z = 1 - \overline{t} + \overline{\tau} \left[ 1 - \exp(-\overline{t} / \overline{\tau}) \right],$$
$$\overline{z} = 1 - \overline{t} - \overline{\tau}^{N} \ln \left\{ \frac{1}{2} \left[ 1 + \exp(-2\overline{t} / \overline{\tau}^{N}) \right] \right\},$$
$$\overline{z} = z / H.$$

В этих выражениях безразмерные время и скорость отнесены к своим характерным величинам, соответствующим стоксовому и ньютоновому режимам. Учитывая малость параметра  $\overline{\tau}^{s}$ , получим, что полное время падения капли с высоты  $\overline{z} = H$  до поверхности земли ( $\overline{z} = 0$ ) в стоксовом режиме  $\overline{t}_{H}^{s} \cong 1$  или  $t_{H}^{s} \cong \tau_{H}^{s}$ . Аналогично в рамках ньютонового приближения для капель с диаметром, удовлетворяющем условию  $\overline{\tau}^N \ll 1$ , имеем  $t_H^N \cong \tau_H^N$ . Также следует, что координата капли в предельных стоксовом и ньютоновом режимах меняется во времени приблизительно по линейному закону  $\overline{z} \cong 1 - \overline{t}$  (хотя уравнения движения капли в этих случаях сильно отличаются). Можно предположить, что в промежуточном режиме (когда числа Рейнольдса не очень малые и не очень большие) координата капли тоже подчиняется примерно линейной зависимости от времени (расчеты подтверждают данное предположение, см. ниже).

Необходимо иметь в виду, что в малой окрестности стартовой точки с принятыми выше нулевыми начальными условиями (при отсутствии бокового ветра) на самом деле выполняются условия стоксового режима из-за малости скорости капли, и, соответственно, малых значений числа Рейнольдса. Так что уравнение (12), описывающее движение капли в ньютоновом режиме, имеет смысл при не очень малых скоростях капли, когда число Рейнольдса достаточно большое. Полученные аналитические решения можно использовать для проверки алгоритма численного интегрирования уравнений движения капли в общем случае.

Следует подчеркнуть, что в общей постановке с учетом эффекта захвата частиц каплей и наличия бокового течения среды свойство жесткости уравнения движения капли сохраняется (это подтверждается приведенными ниже численными результатами). При этом уравнение движения капли становится нелинейным и сложным, и найти аналитическое решение в явном виде, подобно предельным случаям движения капли, не удается. Вопросы о возможности замены исходного уравнения вырожденным, а также о построении асимптотического разложения решения сингулярно возмущенного уравнения в виде ряда по степеням малого параметра, описывающего весь промежуток наблюдения, включая участок быстрого изменения искомой функции, достаточно подробно изложены в [Васильева, Бутузов, 1973]. Для численного интегрирования таких уравнений обычно требуется привлечь особые алгоритмы [Ракитский идр., 1979].

# ДРУГИЕ ФОРМЫ ЗАПИСИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ КАПЛИ

Приведем другие формы записи уравнений движения капли, которые могут быть полезными при анализе и расчетах. Если вместо переменной u перейти к  $\Delta u = U_1 - u$  и учесть очевидное соотношение

$$\frac{du}{dt} = \left(\frac{dU_1}{dz}\right) w - \frac{d\Delta u}{dt} ,$$

то проекцию уравнения движения капли на ось x (второе уравнение системы (4)) можно привести

к другой форме. В результате имеем замкнутую систему для трех неизвестных m,  $\Delta u$  и w

$$\frac{dm}{dt} = j , \ m\frac{d\Delta u}{dt} = m\left(\frac{dU_1}{dz}\right)w - f_x - j\Delta u ,$$

$$m\frac{dw}{dt} = f_z - mg - jw , \qquad (13)$$

$$j = \frac{1}{4}\eta\pi d^2\rho_{1p}|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}| , \qquad f_x = \frac{1}{8}\pi d^2\rho_g^\circ C|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}|\Delta u ,$$

$$f_z = \frac{1}{8}\pi d^2\rho_g^\circ C|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}|(-w) ,$$

$$C = 24 / \operatorname{Re} + 4.4 / \operatorname{Re}^{0.5} + 0.44 ,$$

$$\operatorname{Re} = \rho_g^\circ d|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}| / \mu_g ,$$

$$|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}| = \left[(\Delta u)^2 + (-w)^2\right]^{1/2} .$$

В эту систему входит производная скорости горизонтального потока по z, но не сама скорость  $U_1$  (величина  $|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}|$  выражается через  $\Delta u$  и *w*). После нахождения из этой системы  $\Delta u$  и w можно при необходимости вычислить координаты капли интегрированием последних двух уравнений системы (4). Рассмотрим несколько частных случаев стационарного потока, приводящих к явному виду  $dU_1/dz$ . Например, в случае однородного горизонтального потока, когда  $U_1 = \text{const}$  и  $dU_1/dz = 0$  в систему (13) не будет входить слагаемое, связанное со скоростью потока. В другой ситуации, когда горизонтальный поток имеет постоянный вертикальный сдвиг  $U_1 = kz$  имеем  $dU_1/dz = k = \text{const.}$  Если  $dU_1/dz$  является функцией от z, то в систему (13) следует включить уравнение dz / dt = w, необходимое для вычисления вертикальной координаты капли z.

Уравнения системы (4) можно записать еще в следующем виде

$$\frac{1}{m}\frac{dm}{dt} = \xi , \quad \frac{du}{dt} = \varphi_x + \xi(U_1 - u) , \quad \frac{dw}{dt} = \varphi_z - g - \xi w ,$$

$$\varphi_x = \frac{f_x}{m} = \frac{3}{4} \left(\frac{\rho_g}{d\rho_l}\right) C |\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}| (U_1 - u) ,$$

$$\varphi_z = \frac{f_z}{m} = \frac{3}{4} \left(\frac{\rho_g^{\circ}}{d\rho_l^{\circ}}\right) C |\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}| (-w) ,$$

$$\xi = \frac{j}{m} = \frac{3}{2} \eta \frac{\rho_{1p}}{d\rho_l^{\circ}} |\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}| = \frac{3}{2} \eta \left(\frac{\rho_g^{\circ}}{d\rho_l^{\circ}}\right) \frac{\rho_{1p}}{\rho_g^{\circ}} |\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}| ,$$

$$\rho_{1p} = \alpha_{1p} \rho_p^{\circ} .$$

Перепишем полученные уравнения в форме

$$\frac{1}{m}\frac{dm}{dt} = ac|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}| , \frac{du}{dt} = ab|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}|(U_1 - u) ,$$
$$\frac{dw}{dt} = ab|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}|(-w) - g , \qquad (14)$$
$$a = \frac{3}{2}\frac{\rho_g^{\circ}}{d\rho_l^{\circ}} = \frac{3}{2}\frac{\rho_g^{\circ}}{\rho_l^{\circ}} \left(\frac{6m}{\pi\rho_l^{\circ}}\right)^{-1/3} , b = \frac{1}{2}C + c , c = \eta\frac{\rho_{1\rho}}{\rho_g^{\circ}} .$$

Видно, что сомножители *a*, *b* с ростом диаметра капли, обусловленного захватом мелких частиц, уменьшаются. При этом горизонтальная составляющая скорости капли *u* снижается, а вертикальная составляющая *w*, наоборот, возрастает по абсолютной величине (данный вывод подтверждается численными результатами).

Заметим, что в большинстве случаев в выражении для *b* второе слагаемое, отвечающее за интенсивность улавливания аэрозольных частиц каплей, становится достаточно малым по сравнению с первым, который соответствует силовому взаимодействию между каплей и несущей средой. Например, в ньютоновом режиме (когда  $C \cong 0.5$ ) при не очень большой концентрации частиц и их малых размерах (когда  $\rho_{1p}/\rho_g^{\circ} <~1$ ,  $\delta \ll 1$ ,  $\eta \cong 3\delta$ ) имеем

$$b = \frac{1}{2}C + \eta \frac{\rho_{1p}}{\rho_g^\circ} \cong \frac{1}{4} + 3\delta \frac{\rho_{1p}}{\rho_g^\circ} \cong \frac{1}{4}.$$

Сказанное справедливо не только для ньютонового режима обтекания капли, но и для общего случая, когда C > 0.5. Таким образом, в уравнениях движения капли эффект непосредственного переноса импульса из аэрозольной смеси в каплю за счет захвата частиц намного слабее (при не очень концентрированной смеси воздуха с достаточно мелкими по сравнению с каплей частицами) эффекта обмена импульсом, обусловленного силовым взаимодействием между каплей и несущей средой. В частности, при  $\delta < \sim 10^{-3}$ ,  $\rho_p^{\circ} / \rho_g^{\circ} < \sim 10^3$  для реализации, к примеру, условия  $3\delta \rho_{1p} / \rho_g^{\circ} < 10^{-2}$ должно выполняться соотношение  $\alpha_{1p} = \rho_{1p} / \rho_p^{\circ} < ~10^{-3}$ . В рассматриваемом случае изменением размера капли за счет захвата частиц можно пренебречь (d = const), тогда выражение для параметра а примет следующий компактный вид:  $a = 4 / l^N$ .

#### БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ И ПАРАМЕТРЫ ПОДОБИЯ

Введем безразмерные переменные

$$\overline{t} = t / (H / |W^{N}|), \ \overline{x} = x / H, \ \overline{z} = z / H, \ \overline{m} = m / m_{0},$$
$$\overline{u} = u / |W^{N}|, \ \overline{w} = w / |W^{N}|.$$

В безразмерных переменных начальные условия (6) запишутся в виде

 $\overline{t} = 0$ ,  $\overline{x} = 0$ ,  $\overline{z} = 1$ ,  $\overline{m} = 1$ ,  $\overline{u} = \overline{u}_0$ ,  $\overline{w} = \overline{w}_0$ .

Диаметр капли вычисляется по формуле

$$d = d / d_0 = \left[ 1 + (\overline{m} - 1) / R \right]^{1/3}, \ R = \rho_p^{\circ} / \rho_l^{\circ}.$$

-1/2

При этом объемная доля твердой примеси в составе капли выражается в виде

 $\alpha_n = V_n / V = (\overline{m} - 1) / (\overline{m} - 1 + R)$ .

С помощью данной формулы можно следить за тем, чтобы объемная доля твердого компонента в составе капли не превышала некоторой критической величины  $\alpha_p < \alpha_p^*$ . В частном случае, когда  $R \cong 1$  (или  $\rho_l^\circ \cong \rho_p^\circ$ ), из предыдущих формул следует  $\overline{d} \cong \overline{m}^{1/3}$ ,  $\alpha_p \cong (\overline{m} - 1) / \overline{m}$ .

Основными параметрами подобия поставленной задачи будут

$$\Delta = \frac{d_p}{d_0}, \quad R = \frac{\rho_p^\circ}{\rho_l^\circ}, \quad \operatorname{Re}_0 = \frac{d_0 \rho_g^\circ |W^N|}{\mu_g}, \quad P = \frac{H}{d_0} \frac{\rho_g^\circ}{\rho_l^\circ},$$
$$Q = \frac{H}{d_0} B, \quad B = R\alpha_{1p}.$$

Здесь параметры  $\Delta$  и *R* характеризуют интенсивность захвата частиц каплей и изменение при этом размера капли и объемной доли твердого в ней (обычно  $\Delta <<1, R \sim 1$ ). Характерное значение числа Рейнольдса Re<sub>0</sub> определяет величину коэффициента вязкого сопротивления капли. Параметр *P* отвечает за интенсивность обмена импульсом между каплей и газом из-за вязкого взаимодействия. Параметры *Q* и *B* определяют интенсивность обмена массой и импульсом между каплей и запыленным воздухом из-за захвата частиц каплей, причем параметр  $B \ll 1$  (из-за того, что обычно  $\alpha_{1p} \ll 1, a \rho_p^o / \rho_i^o \sim 1$ ).

В случае наличия горизонтального потока в число критериев подобия дополнительно войдут параметры, характеризующие скорость данного течения. Например, если имеет место ли-



**Рис. 2.** Зависимости модуля вектора скорости капли дождя от вертикальной координаты при разных начальных диаметрах капли: кривая 1 - 125, 2 - 250, 3 - 500, 4 - 1000 мкм. Штриховые линии – отсутствие захвата частиц (но наличие бокового течения), штрихпунктирные линии – отсутствие бокового течения (но наличие захвата частиц).

нейный сдвиговый поток, то таким параметром будет

$$A = U_{1H} / |W^N|,$$

где  $U_{1H}$  – скорость горизонтального потока на высоте H.

В случае неравномерного распределения мелкодисперсной примеси в воздухе (например, по [Turner, 1994]) в число определяющих параметров могут войти также другие безразмерные величины.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве примера рассмотрим процесс падения капли воды в запыленном воздухе с мелкодисперсными частицами твердого материала (аэрозольном облаке) при нормальных условиях (изменениями давления, плотности и температуры воздуха по высоте в соответствии с принятыми допущениями пренебрегается). Значения определяющих параметров следующие: объемная доля твердого компонента аэровзвеси  $\alpha_{1p} = 0.001$ , диаметр частиц  $d_p = 1$  мкм, высота падения капли *H*  = 250 м, плотность вещества твердого компонента  $\rho_p^{\circ}$  = 2650 кг/м<sup>3</sup> (соответствует, например, двуокиси кремния или силикатной пыли). Как следует из эмпирических распределений дождевых капель по размерам [Marshall, Palmer, 1948], основную долю обычно составляют капли диаметром менее 1000 мкм.

Следуя [Ингель, 2012], ограничимся случаем стационарного фонового течения с постоянным вертикальным сдвигом

 $\overline{U}_{\scriptscriptstyle \rm I}(\overline{z}) = A\overline{z} \ , \ \overline{U}_{\scriptscriptstyle \rm I} = U_{\scriptscriptstyle \rm I} \ / \left| W^{\scriptscriptstyle N} \right| \ , \ A = U_{\scriptscriptstyle 1H} \ / \left| W^{\scriptscriptstyle N} \right| \ .$ 

Заметим, что для численного решения сформулированной выше сингулярно возмущенной задачи было достаточно использовать алгоритмы, предусмотренные в математических вычислительных пакетах (в частности, в MATLAB) для численного интегрирования жестких дифференциальных уравнений.

Оценки показали, что при заданных параметрах задачи согласно известным формулам условия деформации поверхности капли не наступают. Действительно, при разностях скоростей  $|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}|$ , не превышающих ~10 м/с, диаметрах капель воды d < ~1000 мкм критерий появления деформации We Re<sup>0.85</sup> >165 [Келбалиев, 2011] не реализуется (We= $\rho_g^{\circ}|\mathbf{U}_1 - \mathbf{v}|^2 d / \sigma$  – число Вебера,  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения капли).

В [Ингель, 2012] показано, что воздействие сдвигового потока на разность скоростей  $|U_1 - v|$ и, следовательно, на гидродинамическое сопротивление становится существенным при установившейся скорости падения капли, удовлетворяющей соотношению  $|W| > \sim g/(dU_1/dz)$ . Правая часть данного соотношения в рассматриваемом здесь случае принимает довольно большие значения (так как высота образования капель  $H > \sim 100$  м, то при горизонтальных скоростях потока менее 10 м/с получим  $g/(dU_1/dz) = g/(U_{1H}/H) > 100$ ), и выполнение вышеуказанного условия затруднительно, поэтому влияние сдвигового потока на вертикальную составляющую скорости капли достаточно слабое. Этот теоретический вывод подтверждается результатами расчетов (см. ниже). Заметим, что для выполнения вышеуказанного условия расстояние Н должно быть значительно меньше, чем рассматриваемые здесь (соответствующий пример приведен в [Ингель, 2012]).

Особо следует отметить, что, вообще говоря, начальная скорость (скорость капли в начальный момент времени) заранее неизвестна. Однако если учесть, что горизонтальная составляющая скорости капли по предварительным расчетам достаточно быстро (по сравнению с общим временем падения капли) достигает скорости фонового течения, то нетрудно догадаться о маловажности начального значения горизонтальной составляющей и (лишь бы выполнялось физически правдоподобное условие  $0 \le u_0 \le U_{1H}$ ). То же самое касается начального значения вертикальной составляющей скорости капли, поскольку для вертикальной скорости процесс релаксации происходит также очень быстро (поскольку уравнение движения капли по вертикальной координате имеет сингулярно возмущенный характер, см. выше). Учитывая эти обстоятельства, для определенности в расчетах принималось  $u_0 = U_{1H}$ ,  $w_0 = 0$ (характерная скорость фонового течения  $U_{1H}$ бралась равной 5 м/с).

Расчеты показали, что вертикальная составляющая скорости капли по абсолютной величине *w* после резкого увеличения остается постоянной в случае отсутствия захвата мелкодисперсной фракции и незначительно растет по линейному закону при его наличии. Причем с увеличением начального диаметра капли величина |w| также возрастает. Различие в поведении w с высотой при наличии и отсутствии захвата частиц наиболее ярко проявляется для малых капель, а с увеличением начального размера капель это различие заметно ослабевает. Сингулярно возмущенный характер поведения скорости w, обсуждаемое выше, как и утверждалось, сохраняется и при наличии захвата частиц. Расчеты подтвердили оценки о малом влиянии горизонтального потока на вертикальную составляющую скорости капли при данных параметрах задачи.

Горизонтальная скорость капли *и* меняется (от значения  $U_{1H}$  на высоте  $H \pm 0$  на поверхности земли) в зависимости от  $\bar{x}$  по параболическому закону, а от  $\bar{z}$  – линейно. Последнее связано с тем, что горизонтальная составляющая скорости капли практически следует боковому течению, т. е.  $u(\bar{z}) \cong U_1(\bar{z}) = U_{1H}\bar{z}$ . Увеличение начального размера капель приводит к уменьшению величины *и* 

#### АМАНБАЕВ

в зависимости от  $\overline{x}$ , а на зависимость *u* от  $\overline{z}$  почти не влияет. Заметим, что при наличии захвата частиц горизонтальная составляющая скорости капли, в отличие от вертикальной составляющей, наоборот, уменьшается (это обстоятельство подтверждает полученный выше теоретический вывод при анализе уравнений (14)).

На рис. 2 показана зависимость модуля вектора скорости капли  $|\mathbf{v}| = (u^2 + w^2)^{1/2} \equiv v$  от безразмерной вертикальной координаты  $\overline{z}$  (здесь и далее сплошные и штриховые кривые соответствуют наличию и отсутствию захвата частиц каплей). Видно немонотонное поведение изучаемой зависимости. Сначала вблизи точки старта капли  $(\overline{z} = 1)$  она резко увеличивается. Это связано с тем, что вертикальная составляющая скорости *w* по абсолютной величине растет быстрее, чем горизонтальная составляющая и падает (вследствие падения  $U_1$  по z, а u, как отмечено выше, слабо отличается от  $U_1$ ). Затем после достижения максимального значения скорость капли по мере дальнейшего ее движения ( $\overline{z} < 1$ ) постепенно уменьшается до определенного минимального значения, достигаемого в точке падения на поверхность земли ( $\bar{z} = 0$ ) и зависящего от начального размера капли. Это объясняется тем, что после достижения установившегося значения вертикальная составляющая скорости по мере движения капли практически не меняется, а горизонтальная составляющая при этом уменьшается, так что результирующая скорость капли v в целом также уменьшается. Следует заметить, что с ростом размера капли ее максимальная скорость увеличивается, также увеличивается и минимальная скорость, достигаемая в точке падения на землю ( $\bar{z} = 0$ ). С уменьшением размера капли немонотонность поведения зависимости  $v(\bar{z})$ ослабевает (например, для диаметра капли d<sub>0</sub> <~250 мкм данное свойство на рис. 2 малозаметно). Наличие захвата частиц каплей приводит к повышению скорости капли, хотя этот эффект с ростом размера капель ослабевает, и при диаметре капли 1000 мкм он почти незаметен.

Для сравнения на рисунке показана также зависимость  $v(\bar{z})$  при начальной нулевой скорости капли в случае  $d_0 = 1000$  мкм (пунктирная линия). Видно, что задание разных значений начальной горизонтальной составляющей скорости капли не играет особой роли (при  $d_0 < \sim 1000$  мкм влияние начальной скорости будет еще меньше). Это связано с тем, что капля, как отмечено выше, достаточно быстро приобретает скорость сдвигового течения. На рис. 2 штрихпунктирными линиями показаны скорость капли при отсутствии бокового течения (но при наличии захвата мелких частиц каплей). Заметим, что вблизи поверхности земли скорости капли при наличии и отсутствии бокового течения совпадают. Очевидно, штриховая линия 0, удовлетворяющая уравнению фонового сдвигового течения  $u_1 = U_{10}\overline{z} = 5\overline{z}$  м/с, является предельной при уменьшении размера капли.

Резюмируя вышесказанное, важно отметить, что даже небольшое горизонтальное течение (с характерной, как здесь, скоростью ~5 м/с) приводит к существенному изменению поведения результирующей скорости капли от монотонного увеличения с последующим выходом на примерно постоянное значение при отсутствии горизонтального потока к немонотонному поведению в случае его присутствия. Проведенное выше обсуждение результатов расчетов показывает, что в целом боковое течение на горизонтальную составляющую скорости капли влияет сильно, а на вертикальную составляющую практически не влияет (объяснение последнему эффекту дано выше с помощью проверки условия влияния сдвигового течения на вертикальную скорость капли). Важно отметить, что значения, к которым с течением времени стремится вертикальная скорость капли при разных ее размерах, с большой точностью совпали со значениями установившейся скорости, полученными из решения трансцендентного уравнения (9) и представленными на рис. 1. Это обстоятельство подтверждает правильность работы алгоритма, использованного для численного интегрирования системы уравнений движения капли (4).

Анализ зависимостей вертикальной  $\bar{z}$  и горизонтальной  $\bar{x}$  координат капли от безразмерного времени  $\bar{t}$  показал, что при отсутствии захвата частиц координата капли  $\bar{z}$  меняется линейно (связано это с постоянством скорости падения капли), а при наличии захвата частиц зависимость  $\bar{z}(\bar{t})$  незначительно отклоняется от линейного закона. Обнаружено, что зависимость  $\bar{x}(\bar{t})$  с хорошим приближением аппроксимируется параболическим законом (это обстоятельство согласуется с теоретическим выводом из [Ингель, 2012]), например, в случае  $d_0 = 250$  мкм такая приближенная зависимость имеет вид

$$\overline{x} \cong -0.524\overline{t}^2 + 2.204\overline{t}$$

Рисунок 3 демонстрирует траектории дождевых капель с разными начальными диаметрами. Видно, что с уменьшением размера дальность пролета капли растет. Это понятно, поскольку мелкие капли быстрее увлекаются горизонтальным потоком, чем крупные. Наличие захвата мелких частиц приводит к уменьшению дальности пролета капли, что связано в основном с увеличением скорости ее падения. Причем с ростом начального размера капли этот эффект становится менее заметным. Следует отметить, что расчетные траектории капель, как предсказано теорией [Ингель, 2012], примерно представляют собой параболу.

Более подробные картины поведения зависимостей времени достижения земной поверхности  $\overline{t_s}$  и дальности пролета  $\overline{x_s}$  от начального размера капли дождя показаны на рис. 4 (нижний индекс *s* от "*surface*"). С ростом размера капли величины  $\overline{t_s}$  и  $\overline{x_s}$  существенно сокращаются. Это связано с тем, что скорость падения крупных капель боль-



**Рис. 3.** Траектории капли при разных начальных диаметрах: кривая 1 – 250, 2 – 500, 3 – 1000 мкм.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

ше, чем у мелких. Заметно, что в интервале небольших размеров капель характерные величины  $\overline{t_{e}}$  и  $\overline{x_{e}}$  уменьшаются довольно быстро, а в диапазоне относительно крупных капель они меняются достаточно плавно. Наличие захвата мелких частиц каплей приводит к уменьшению времени падения и дальности пролета капли, причем такое уменьшение более заметно в случае относительно небольших капель с  $d_0 \sim 250$  мкм. С ростом диаметра капель влияние захвата частиц на время  $\overline{t_s}$ и дальность  $\bar{x}_{s}$  заметно ослабевает (в частности, при диаметре капли 1000 мкм оно почти не заметно). В целом, при рассматриваемой объемной концентрации дисперсных частиц в аэрозольном облаке наличие захвата частиц каплей достаточно слабо влияет на величины  $\overline{t_s}$  и  $\overline{x_s}$ .

Заметим, что в расчетах наличие горизонтального потока практически не повлияло на характерное время  $\overline{t_s}$ , устанавливаемое в основном вертикальной составляющей скорости капли (это согласуется с оценками, приведенными выше). Учитывая это обстоятельство, а также то, что при отсутствии частиц в воздухе полное время падения капли практически определяется установившейся скоростью капли,  $t_s \cong H / |W|$  можно записать упрощенно  $\overline{t_c} \cong |W^N| / |W|$ . Проверка показала, что полученная



Рис. 4. Зависимости полного времени падения  $\overline{t}_s$  и дальности пролета  $\overline{x}_s$  капли от ее размера:  $1 - \overline{t}_s$ ,  $2 - \overline{x}_s$ .

том 60 № 1 2024

формула позволяет с хорошей точностью рассчитывать полное время (в безразмерном виде) падения капли. Например, для капли диаметром 1000 мкм на рис. 1 видно, что  $|W^N| \cong 4.67$  м/с,  $|W| \cong 3.64$  м/с, тогда имеем значение  $\overline{t_s} \cong 1.28$ , которое совпадает со значением из рис. 4, и этот факт дополнительно свидетельствует о корректности проведенных расчетов и достоверности полученных результатов. Очевидно, при увеличении размера капли ее движение приближается к предельному ньютоновому режиму, так что, полное время падения капли с ростом ее диаметра приближается к предельному значению  $\overline{t_s} \cong 1$ .

Расчеты показали, что объемная доля мелкодисперсной примеси в составе капли  $\alpha_p$  от вертикальной координаты зависит практически линейно, увеличиваясь от нуля в точке старта до некоторого максимального значения (зависящего от размера капли) на поверхности земли. Величина  $\alpha_p$  от времени зависит также линейно.

На рис. 5 представлена зависимость от размера капли интенсивности выпадения на поверхность земли дисперсного компонента, которая определяется как  $q_{ps} = \alpha_{ps} V_s w_s = V_{ps} w_s$ , где  $\alpha_{ps}$ ,  $V_{ps}$ ,  $V_s$ , *w*<sub>s</sub> – предельные объемная доля и сам объем твердого компонента в составе капли, а также объем и скорость капли в момент попадания на поверхность (которым отвечает нижний индекс s). Очевидно, предельная объемная доля частиц в составе капли  $\alpha_{ns}$  может быть выражена также в виде  $\alpha_{ps} = q_{ps} / q_s$ , где  $q_s = V_s w_s$ . Заметим, что величина  $q_{ps}$  имеет размерность м<sup>4</sup>/с, и умножение ее на концентрацию капель у поверхности земли дает общую объемную интенсивность выпадения (или объемный поток) мелкодисперсной примеси (которая имеет размерность м/с или  $M^3/(M^2 c)$ ), вымываемых каплями, т.е. величина  $q_{\rm ns}$  представляет собой объемный поток дисперсной примеси на поверхности, приходящийся на одну каплю. На рисунке также показаны зависимости α<sub>рs</sub> и  $V_{ps} = \alpha_{ps}V_s$  от  $d_0$ , которые свидетельствуют, что, несмотря на значительное снижение предельной объемной доли, сам объем дисперсной примеси в составе капли растет (приблизительно линейно) с увеличением начального размера капли. При этом величина  $q_{ps}$  также существенно возрастает. Это объясняется тем, что при увеличении размера

капли рост параметров  $V_s$  и  $w_s$  превалирует над уменьшением  $\alpha_{ps}$ . В частности, при увеличении диаметра капли от 200 до 1000 мкм параметр  $q_{ps}$ повышается более чем в 20 раз. Заметим, что объем частиц, захваченных каплей по отношению к объему самой капли (т.е. объемная доля частиц) для мелких капель больше, чем в случае крупных капель (это обстоятельство согласуется с результатами наблюдений [Chang-Jin Ma, Gong-Unn Kang, 2019]).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована задача о движении капли дождя в атмосфере, содержащем аэрозольные частицы, с учетом периода релаксации скоростей и эффекта захвата частиц каплей, а также влияния сдвигового течения воздуха, моделирующего подоблачный ветер. Проанализированы предельные стоксовый и ньютоновый, а также промежуточный режимы движения капли. Показано, что задача о динамике капли дождя в атмосфере относится к классу сингулярно возмущенных задач, описываемых дифференциальными уравнениями с малым параметром при старшей производ-



Рис. 5. Зависимости предельной объемной доли  $\alpha_{ps}$ , объема  $V_{ps}$  твердого компонента в составе капли и интенсивности выпадения частиц на поверхность земли  $q_{ps}$ , от размера капли:  $1 - \alpha_{ps}$ ,  $2 - V_{ps}$ ,  $3 - q_{ps}$ .

ной. Причем наличие захвата мелкодисперсных частиц каплей не меняет сингулярно возмущенный характер уравнений движения капли. Данный факт достаточно важен, поскольку, опираясь на общую теорию сингулярно возмущенных уравнений, которая достаточно хорошо развита, можно сделать существенные заключения, в частности, об устойчивости вырожденных решений, о характере поведения общего решения, о возможности разложения решения в асимптотический ряд по малому параметру, о привлечении для решения таких уравнений специальных алгоритмов и т.п.

Получена расчетная зависимость установившейся скорости падения капли от ее размера, которая хорошо согласуется с известными экспериментальными и приближенно-аналитическими зависимостями.

Установлено, что в случае наличия бокового течения модуль вектора скорости капли ведет себя немонотонно: сначала она резко увеличивается, затем по мере движения капли постепенно уменьшается до определенного значения, достигаемого на поверхности земли и зависящего от размера капли. Оценками и расчетами показано, что горизонтальный поток газа (с характерной скоростью ~5 м/с) достаточно слабо влияет на вертикальную составляющую скорости капли.

Приведена зависимость времени достижения земной поверхности каплей дождя, а также дальности пролета капли от ее начального размера при наличии и отсутствии улавливания аэрозольных частиц. Указанные время и дальность пролета уменьшаются с ростом начального размера капель, причем наличие захвата частиц приводит к уменьшению этих параметров. Предложена упрощенная формула для приближенного расчета времени падения дождевой капли.

В целом, хотя влияние захвата частиц из аэрозольного облака каплей на ее движение незначительное (при концентрациях, рассматриваемых, в частности, в данной работе), однако в ряде случаев (например, в случае особо опасных примесей в аэрозольном облаке) не менее важным является изучение закономерностей изменения концентрации мелкодисперсной примеси в составе капли. В этой связи в работе проанализированы зависимости предельной (т.е. достигаемой у поверхности земли) объемной доли в капле и интенсивности выпадения дисперсной примеси на поверхность земли от начального размера капли. Показано, что с ростом размера капли предельная объемная доля частиц в составе капли уменьшается, однако при этом интенсивность выпадения вымываемого из аэрозольного облака дисперсного компонента, наоборот, существенно увеличивается.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973. 272 с.
- Волков К.Н., Емельянов В.Н. Течения газа с частицами. М.: Физматлит, 2008. 598 с.
- Воротынцев В.М., Малышев В.М. Концентрирование техногенных примесей в капле дождя, движущейся в неоднородном концентрационном поле // Доклады РАН. Геофизика. 1997. Т. 354. № 3. С. 386–388.
- *Губайдуллин Д.А., Осипов П.П.* Аэрогидродинамика дисперсной частицы. М.: Физматлит, 2020. 170 с.
- Ивандаев А.И. О влиянии нестационарных эффектов на обмен импульсом и теплом между фазами газовзвеси в ударных волнах // Теплофизика высоких температур. 1985. Т. 23. № 4. С. 721–725.
- Ивандаев А.И., Кутушев А.Г., Нигматулин Р.И. Газовая динамика многофазных сред // Итоги науки и техники. Сер. Мех. жидкости и газа. Т. 16. М.: ВИНИТИ, 1981. С. 209–290.
- Ингель Л.Х. О динамике инерционных частиц в интенсивных атмосферных вихрях // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57. № 6. С. 632–640.
- Ингель Л.Х. Нелинейное взаимодействие двух составляющих движения при осаждении тяжелой частицы в сдвиговом течении // Журн. технической физики. 2012. Т. 82. № 11. С. 122–125.
- *Кейдл Р.Д.* Твердые частицы в атмосфере и космосе. М.: Мир, 1969. 215 с.
- Келбалиев Г.И. Коэффициенты сопротивления твердых частиц, капель и пузырей различной формы // Теоретические основы химической технологии. 2011. Т. 45. № 3. С. 264–283.
- *Матвеев Л.Т.* Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. 751 с.
- *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
- Припачкин Д.А., Будыка А.К. Влияние параметров аэрозольных частиц на их вымывание из атмосферы дождевыми каплями // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56. № 2. С. 203–209.
- Ракитский Ю.В., Устинов С.М., Черноруцкий И.Г. Численные методы решения жестких систем. М.: Наука, 1979. 208 с.
- *Тимашев С.Ф.* Роль химических факторов в эволюции природных систем (химия и экология) // Успехи химии. 1991. Т. 60. № 11. С. 2292–2331.
- Budyka A.K., Ogorodnikov B.I. Radioactive aerosols generated by Chernobyl // Russian J. Physical Chemistry A. 1999. V. 73. № 2. P. 310–319.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

том 60 № 1 2024

- Chang-Jin Ma, Gong-Unn Kang. The chemical nature of individual size-resolved raindrops and their residual particles collected during high atmospheric loading for PM2.5 // From edited volume "Rainfall – Extremes, Distribution and Properties". Edited by J. Abbot and A. Hammond. 2019. 120 p.
- *Chi Tien, Ramarao B.V.* Granular filtration of Aerosols and Hydrosols. 2-nd Edition. Elsevier, 2007. 491 p.
- *Edwards B.F., Wilder J.W., Scime E.E.* Dynamics of falling. 2001. V. 22. P. 113–118.

Greenfield S. Rain scavenging of radioactive particulate matter from the atmosphere // J. Meteorol. 1957. V. 14. № 2. P. 115–125.

Marshall J.S., Palmer W.M. The distribution of raindrops

with size // J. Meteorol. 1948. V. 5(2). P. 165-166.

- Mason B.J. The Physics of Clouds. Clarendon press: Oxford University Press, 1971. 671 p.
- *Reist P.* Introduction to Aerosol Science. N.Y.: A Division of Macmillan, 1984. 299 p.
- Shapiro A. Drag-induced transfer of horizontal momentum between air and raindrops // J. Atmos. Sci. 2005. V. 62. P. 2205–2219.
- *Turner D.B.* Workbook of atmospheric dispersion estimates: an introduction to dispersion modeling. Second edition, CRC Press, 1994. 194 p.
- Yoon R.H., Luttrell G.H. The effect of bubble size on fine particle flotation // Miner. Process. Extr. Metal. Rev. 1989. № 5. P. 101–110.

# Rain Drop Motion in an Atmosphere Containing Aerosols Particles T. R. Amanbaev\*

Auezov South Kazakhstan University, Tauke khan avenue, 5, Shymkent, 160012 Kazakhstan \*e-mail: tulegen\_amanbaev@mail.ru

A mathematical model is constructed for the dynamics of a raindrop moving in a gravity field through an atmosphere containing fine particles, taking into account the processes of relaxation of its velocity and the capture of fine particles. It has been established that the equation of motion of a drop in the problem posed belongs to the class of singularly perturbed equations, for the integration of which it is necessary to involve special algorithms. In the limiting modes of droplet motion, analytical solutions of the problem are obtained that describe the dependence of the droplet velocity and coordinate on time. In the complete formulation, the solutions of the problem are obtained numerically for different values of the defining parameters. The influence of the droplet size on the parameters of its motion in a concentrated aerodispersed mixture has been studied. The dependences of the limiting volume fraction of the solid component in the composition of the size of the drop are obtained. Comparison of the calculated, approximate-analytical and experimental dependences of the steady-state rate of fall of a drop on its size was carried out, which showed their good agreement.

**Keywords:** drop, aerosols particles, Reynolds number, Stokes regime, Newtonian regime, terminal velocity, shear flow