

УДК 551.21.3

## ТЕКТОНОФИЗИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ПРОГНОЗА МОЩНОСТЕЙ ЖИЛЬНО-ПРОЖИЛКОВЫХ ТЕЛ ГЛУБОКИХ ГОРИЗОНТОВ ЗОНЫ “НАДВИГОВАЯ” (БАДРАНСКОЕ РУДНОЕ ПОЛЕ, РЕСПУБЛИКА САХА, ЯКУТИЯ)

© 2023 г. Ю. Л. Ребецкий<sup>а</sup>, \*, В. Н. Войтенко<sup>б</sup>

<sup>а</sup>Институт физики Земли им. О.Ю.Шмидта РАН, Б. Грузинская ул., д. 10, стр. 1, Москва, 123242, Россия

<sup>б</sup>ООО “Норникель Технические Сервисы”, Санкт-Петербург, Россия

\*E-mail: reb@ifz.ru

Поступила в редакцию 02.04.2021 г.

После доработки 10.09.2022 г.

Принята к публикации 27.09.2022 г.

Предложена новая технология инверсии напряжений из данных о немой трещиноватости, для которой имеются замеры амплитуд дилатансионного раскрытия трещин (сдвиг с отрывом), фиксируемых минерализацией (жильно-прожилковые тела). Привлечение фундаментального закона геомеханики закритического деформирования, определяющего взаимосвязь амплитуд сдвиговых деформаций с амплитудами деформаций поперечного расширения – дилатансии, – позволяет связать амплитуды раскрытия трещин скалывания с уровнем кулоновых напряжений. Предложенный подход может быть использован не только в случае наличия сопряженной системы трещин, но и для зон разломов с системой трещин одной, близкой ориентации. Разработанный алгоритм и технология расчета напряжений состоят из последовательности процедур анализа геометрической формы и характерных линеаментов зоны плотности полюсов трещин на стереосферах и напряженных состояниях этих трещин на диаграмме Мора. Алгоритм позволяет выполнять расчет параметров тензора напряжений как на основе графического анализа на стереосферах и диаграмме Мора, так с использованием группы формул. Алгоритм реализован для месторождения Бадран зоны “Надвиговая”. Получены не только величины напряжений в той части разлома, где выполнены замеры трещиноватости, но и дан прогноз перспективных участков в более глубокой части разлома там, где возможно наибольшее проявление дилатансии трещинного течения.

*Ключевые слова:* трещины, дилатансия, напряжения, разлом, кулоновы напряжения, рудообразование, тектонофизика

DOI: 10.31857/S0016777023020028, EDN: LXFERA

### ВВЕДЕНИЕ

Обоснованный прогноз рудных тел на глубину или фланги уже отрабатываемого месторождения является одной из первостепенных задач для воспроизводства минерально-сырьевой базы, минимизации затрат на геологоразведочные работы и поддержания устойчивого состояния горнорудного предприятия.

Закономерности расположения рудных тел (или коллекторов), выявленные при поисках и разведке месторождения до определенной глубины, как правило, используют для создания геолого-генетической модели месторождения и последующего прогноза пространственного расположения рудных тел за пределами контура изученности.

Как показывает практика, традиционных структурных и литологических факторов контроля (путей перемещения флюидных потоков и фи-

зико-химических барьеров), используемых геологами для целей прогноза, недостаточно. Закономерности выявляются из фактических данных с современной поверхности до определенной глубины, необходимой для подсчета запасов, поэтому применение их без учета реставрации, в том числе напряженно-деформированного состояния недр, на момент рудообразования приводит к заведомо неточным результатам.

Однако оценка напряженно-деформированного состояния недр с прогнозом участков с повышенными коллекторскими свойствами требует не только данные об ориентации осей главных палеонапряжений, но и возможность расчета их величин. Для решения этой задачи повышенный уровень кулоновых напряжений, отвечающий за условия разрушения в процессе реализации хрупкого сдвига, позволяет классифицировать соот-

ветствующие участки породы как зоны повышенного уровня дилатансии (объемного расширения пород за счет микро- и макроскопических трещин сдвига и отрыва).

В настоящее время существует очень ограниченное число тектонофизических методов релаксации напряжений из разрывных смещений, которые способны оценивать кулоновы напряжения. Для этого необходимо определить не только параметры эллипсоида напряжений (ориентация главных осей и коэффициент Лоде–Надаи), но и оценить шаровую и девиаторную компоненту тензора напряжений. К таким методам относятся методы Рэчез (Rachez, 1978, 1983, 1987), Анжелье (Angelier, 1984, 1989, 1990) и Ребецкого (1991, 2001, 2003, 2005, 2009). Все эти методы в качестве исходных данных используют геологические разрывы с зеркалами скольжения. Именно данные о смещениях на разрывах позволяли производить оценку величин напряжений.

Метод, в котором используются качественные данные о раскрытии и заполнении трещин в зависимости от их ориентировки, был разработан (Delaney et al., 1986; Baer et al., 1994; Jolly, Sanderson, 1997) для двух- и трехмерной задачи. Этот метод позволяет получить значения двух параметров, описывающих отношения между величинами флюидного давления и главных напряжений: относительного расширяющего давления  $P'$  (*driving pressure ratio*) и отношения  $\Phi$ . Лоде (*Lode stress ratio*). Попытка определить тектонические причины напряженного состояния и условия флюидного давления, контролирующие ориентировку жильно-прожилковых тел, были выполнены на месторождении Базовское (Войтенко, Задорожный, 2016), расположенном в 54 км к северо-западу от месторождения Бадран, которому посвящено настоящее исследование.

Практика тектонофизических работ на рудных месторождениях показывает необходимость разработки методов анализа трещиноватости Николаева (1977, 1992), Парфенова (1981, 1984), Расцветаева (1982, 1984) и др. для оценки величин напряжений. Совсем недавно такая возможность казалась нереализуемой.

В этой работе будет представлен первый опыт подобного подхода на примере надвиговой рудной зоны месторождения Бадран, для которого была создана база данных не только морфологии трещин (жильно-прожилковых тел), но и амплитуд их раскрытия. Задача исследования состояла в прогнозе по результатам тектонофизических расчетов параметров тензора напряжений (в том числе относительного расширяющего давления, вертикальной деформации) зон повышенной дилатансии вдоль поверхности надвиговой зоны на глубоких горизонтах.

## ГЕОЛОГИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ НАДВИГОВОЙ ЗОНЫ МЕСТОРОЖДЕНИЯ БАДРАН

Основные особенности геологического строения и структурно-минералогические критерии контроля золото-кварцевой жильно-прожилковой минерализации Бадранского рудного поля отражены в работах (Амузинский и др., 2002; Фридовский, 1999; Неустроев, 2004).

Месторождение Бадран приурочено к Бадран-Эгеляхскому взбросо-сдвигу Мугурдах-Селериканской зоны разрывов в пределах Эльгинского складчато-глыбового поднятия внешней зоны Верхояно-Черского мезозойского орогенного пояса. На площади Бадранского рудного поля распространены терригенные верхнетриасовые отложения континентального склона и его подножья: переслаивающиеся пачки песчаников, углеродистых алевритов и их переходных разностей. Наиболее широко распространены песчаники и алевритистые песчаники. Магматические породы на месторождении отсутствуют. Ближайший выход магматических пород Бас-Юряхского гранитного массива расположен в 30 км к юго-востоку от месторождения.

Строение месторождения Бадран интерпретируется как сдвигово-дуплексная структура сжатия право-ступенчатого эшелонирования с левосторонней взбросо-сдвиговой кинематикой, связанная со сдвиговым этапом коллизионных событий. Жильная и жильно-прожилковая минерализация месторождения Бадран расположена локально в пределах сдвигово-дуплексной структуры – зоне “Надвиговой”, амплитуда перемещения по разлому в разных частях оценена от 600 до 1300 м. Висячем крыле отмечаются складки двух генераций. Ранние брахиформные складки северо-западной ориентировки концентрического типа получили наиболее широкое развитие. На них наложены поздние присдвиговые аксоноклинали с шарнирами, круто (до 70°) погружающимися в восток-юго-восточном направлении (Фридовский, 1999).

Особенности строения жильно-прожилкового типа рудных тел позволяют восстановить два основных динамических режима формирования структур внутри зоны “Надвиговой”: сдвиго-взбросовый, подтверждаемый надвиговыми складками, аксоноклиналями и разломными дуплексами, и сбросо-сдвиговый, подтверждаемый хрупкими зонами сдвига и  $S'$ - $S$  структурами внутри зоны “Надвиговой”, деформирующими ранние сдвиго-взбросовые структуры. Отмечается изменение залегания строения зоны “Надвиговая” на разных ее участках. В центральной части зоны она полого (28°–35°) падает к северо-востоку по азимуту 45°. На северо-западе зона залегает круто (50°–80°) с падением на север. На юго-восточном окончании зона разветвляется на несколько вторичных оперяющих

разрывных нарушений, развивающихся в полосе шириной 250–300 м.

Разведочными работами выявлено закономерное расположение рудных столбов через 950–1050 м, при ширине от 250 до 500 м и обычно крутое склонение в плоскости зоны “Надвиговой”. По наблюдениям в горных выработках и скважинах колонкового бурения указанные выше участки зоны “Надвиговая” осложнены локальными волнообразными понижениями подошвы, которые формируют расширения и в значительной мере определяют положение рудных тел на том или ином участке зоны “Надвиговая”. В расширениях зоны “Надвиговая” наблюдается разветвление, переплетение жил или развитие нескольких параллельных жил. В плане форма жил сложная, с длинной осью, вытянутой по падению зоны, что указывает на определяющее влияние сдвиговых подвижек вдоль рудомещающих разломов при формировании благоприятных структур для образования рудных столбов (Неустроев, 2004).

Латеральное строение зоны “Надвиговая” – сегментное за счет чередования тектонитов различного состава и текстурно-структурного типа, на которые наложены гидротермальные образования. Рудоносные стержневые плитообразные кварцевые жилы сложного (в плане) строения и прожилки приурочены к дробленным, милонитизированным, рассланцованным и будинированным песчаникам, алевролитам и их переходными разновидностями, либо милонитам зоны “Надвиговая”. Мощность зоны “Надвиговая” обычно 3–7 м, в среднем – 5.1 м, мощность жил 0.4–18 м. Жилы прослеживаются по простиранию на 5.6 км, по падению – более 900 м.

Соотношение между нормальной мощностью жилы и содержанием золота (по 2805 замерам жил первого рудного столба) подтверждается только на уровне статистической тенденции, коэффициент корреляции – 0.3. Устойчивая статистическая положительная корреляция между содержанием золота и мощностью жилы наблюдается в интервале мощностей жил от 0.6 до 2.0 м с одновременным увеличением величины дисперсии по содержанию золота.

По данным геологоразведочных работ, максимальные концентрации золота приурочены к массивным кварцевым жилам именно полифазного строения. Такие кварцевые жилы имеют характерную “полосчатую” текстуру за счет пластинчатых фрагментов углеродистых сланцев и могли быть образованы при многократном открывании полосей в зальбандах более ранних (в том числе дорудных) жил. Околорудные метасоматические изменения вмещающих пород проявлены слабо или не проявлены. В непосредственной близости от зоны “Надвиговая” иногда наблюдаются участки локального (до 60 м) избирательного окварцевания и

Fe-карбонатизации по пачкам песчаников. Окварцевание и Fe-карбонатизация развиваются преимущественно по цементу песчаников.

Специальными структурными исследованиями – комбинацией известных методик (Гзовский, 1975; Данилович, 1961; Шерман, Днепровский, 1989) в подземных и поверхностных горных выработках изучены трещинные элементы зоны “Надвиговая” и реконструировано тектоническое поле напряжений (фиг. 1), соответствующее рудному этапу формирования структуры (Фридовский, 1999).

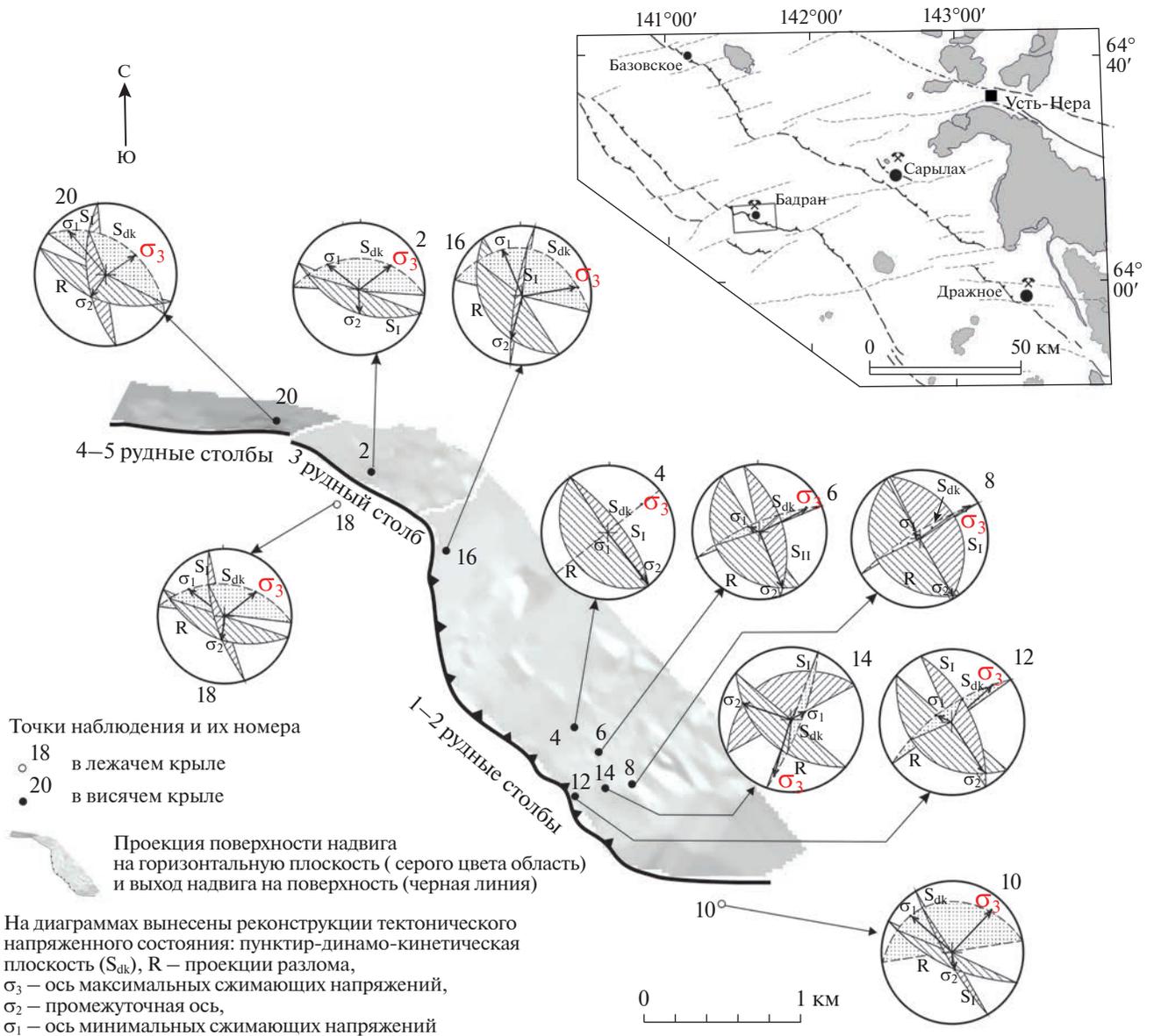
Согласно этим данным, в восьми из десяти определений ориентация оси максимального сжатия – северо-восточная, с восстанием около  $30^{\circ}$ – $50^{\circ}$ . В одном случае (точка 16) она становится восток – северо-восточной и еще в одном (точка 14) – юго-западной, с восстанием около  $20^{\circ}$ . Ориентации осей минимального сжатия или девиаторного растяжения северо-западная–юго-восточная.

Из результатов реконструкции (Фридовский, 1999) нет сведений о виде эллипсоида напряжений (значение коэффициента Лоде–Надаи). Также отсутствуют данные о величинах напряжений (всестороннее давление, максимальное касательное напряжение). Кроме того, эти данные о палеонапряжениях нельзя прямо использовать в нашей работе, т.к. они получены по данным с поверхности и поэтому могут не отвечать глубинным условиям деформирования зоны “Надвиговая”. Согласно данным табл. 1, режимы напряженного состояния (Ребецкий и др., 2017) в виде транспрессии наблюдаются для точек 2, 10, 18 и 20, горизонтального сжатия – для точек 4, 6, 8, 12 и 14, а горизонтального сдвига – для точки 16.

Помимо этих данных, для изучаемого месторождения Бадран (МБ) были использованы результаты определения физико-механических свойств горных пород, выполненных в ИГДС СО РАН (Мамонов и др, 2001). Как следует из результатов лабораторных экспериментов, сопротивление сдвигу алевролитов и милонитов, наиболее часто представленных в горных выработках в надвиговой зоне, составляет  $32$ – $106$  кГ/см<sup>2</sup>, а угол внутреннего трения  $64^{\circ}$ – $67^{\circ}$ .

#### ПРОБЛЕМА ПОЛУЧЕНИЯ ДАННЫХ О НАПРЯЖЕНИЯХ НАДВИГОВОЙ ЗОНЫ МЕСТОРОЖДЕНИЯ БАДРАН

База тектонофизических данных месторождения Бадран содержала 36600 элементарных площадок (фрагментов надвиговой зоны), составляющих поверхность надвиговой зоны, для каждой из которых были определены азимут и угол падения. Также для каждой из площадок были определены трехмерные ее координаты и амплитуды



**Фиг. 1.** План выхода на земную поверхность (жирная линия) и проекция поверхности рудной зоны “Надвиговая” на горизонтальную плоскость (область в серых полутонах). На азимутальных проекциях (верхняя полушфера) представлены ориентировки главных осей напряжения по совокупности сколовых трещин методом Даниловича В.Н. (Фридовский, 1999, С.160, 165 с изменениями). В правом верхнем углу местоположение района исследований (прямоугольник).

раскрытия фрагмента разлома, которые изменялись от 0 до 51 м. Замеры фрагментов разлома (кровли и подошвы) в теле надвиговой зоны выполнены с поверхности и на глубине в подземных выработках с общим превышением более 500 м (фиг. 2). Элементарные площадки представляют собой отдельные элементы надвиговой поверхности, т.е. являются сдвигами в механическом смысле, которые при этом испытывают раскрытие.

В настоящем исследовании не учтены пространственная вещественная анизотропия как горного массива, вмещающего разрывное нару-

шение (литологический состав и мощность осадочных пачек горных пород), так и расположение в теле разлома дорудных, рудных и пострудных жильно-прожилковых тел. Одним из дополнительных критериев контроля оруденения также является “полосчатость” рудных жил, характеризующая многоэтапное пульсационное открытие трещин одной и той же ориентировки, то есть накопленная амплитуда раскрытия собственно жильных тел. Учет этих критериев не проводился из-за отсутствия возможности повсеместной де-

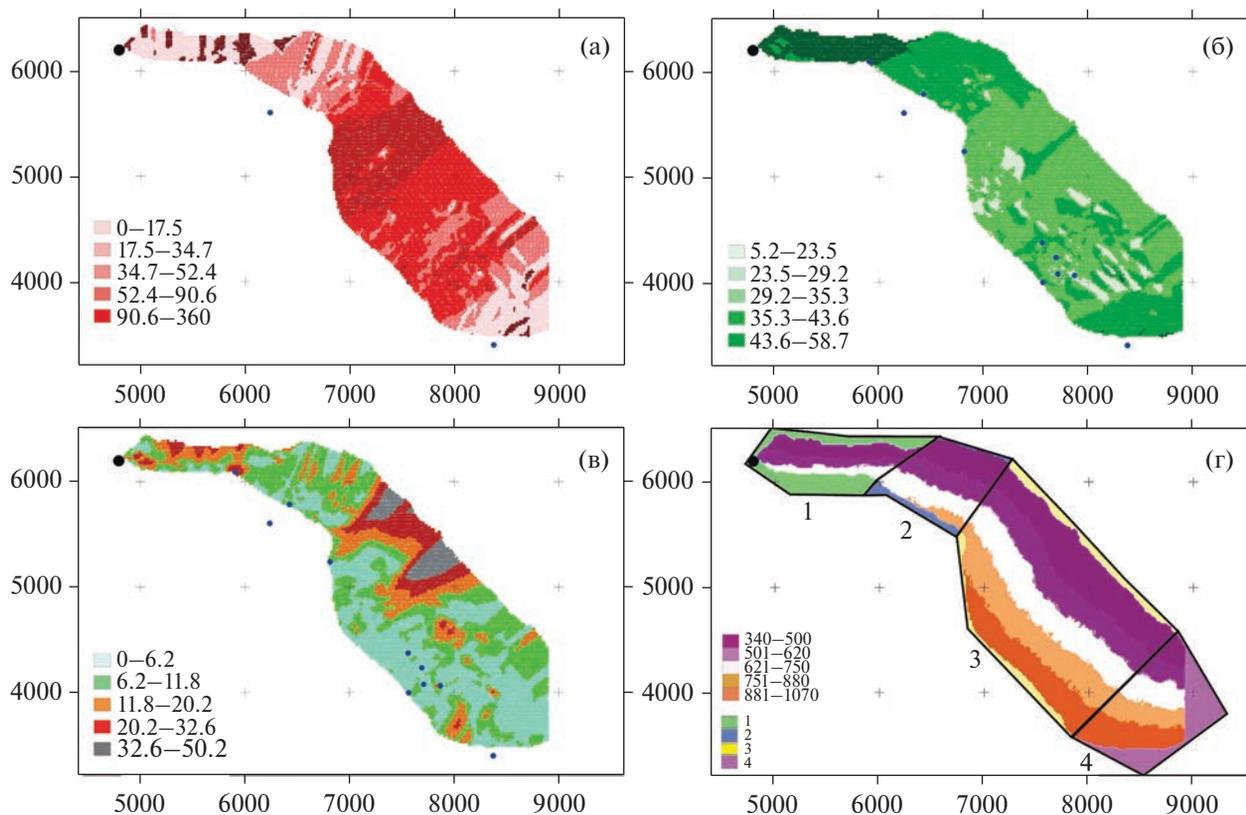
**Таблица 1.** Параметры ориентации осей главных напряжений (погружение осей – нижняя полусфера) в точках наблюдения (фиг. 1)

Высота, м	№ точки наблюдения	$\sigma_3$		$\sigma_2$		$\sigma_1$	
		аз. погр.	уг. погр.	аз. погр.	уг. погр.	аз. погр.	уг. погр.
792.87	2	230	25	355	50	128	28
888.48	16	260	10	20	22	156	20
778.41	18	230	30	12	60	125	20
752.13	20	238	34	34	50	134	14
1109.31	4	232	24	322	4	52	65
1108.83	6	245	15	345	5	108	70
1120.16	8	235	5	335	5	110	85
1026.57	12	230	18	338	8	100	65
1083.30	14	10	10	100	20	235	70
1061.90	10	221	12	304	62	128	14

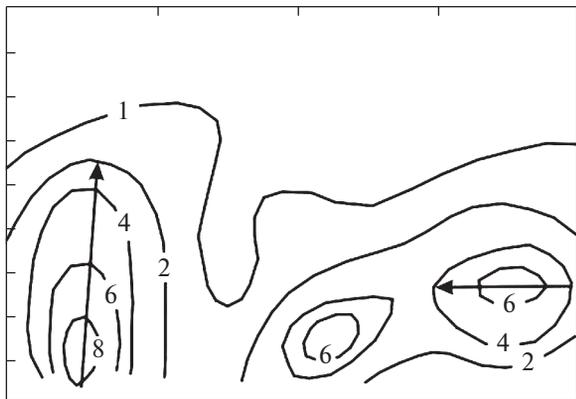
тальной геологической документации горных выработок и керн скважин.

Как выше уже было отмечено, данные о немой трещиноватости в рамках соответствующих методов Гзовского (1954, 1956), Николаева (1977, 1992),

Парфенова (1981, 1984), Расцветаева (1982, 1984) позволяют рассчитать ориентацию главных осей напряжений, но при этом форма эллипсоида напряжений, определяемая коэффициентом Лодэ–Надаи, и величины всестороннего давления и



**Фиг. 2.** Распределение значений азимутов погружения плоскости (а), углов погружения (б), амплитуд раскрытия (в) и глубин разлома в метрах топографических высот (г) фрагментов разлома в пределах зоны “Надвиговая”. На (г) показано разбиение поверхности надвига на четыре сегмента (рамка черного цвета и номера 1–4 цветов подложки). Синими точками отмечены места с данными о палеонапряжениях (фиг. 1).



**Фиг. 3.** Схема Николаева для выделения сопряженных полюсов систем трещин по данным о числе полюсов трещин в единице площади. На прямоугольной диаграмме (по горизонтали отложен азимут простирания, а по вертикали угол погружения/восстания) показаны изолинии плотности полюсов трещин, стрелки показывают возможное положение на диаграмме второго максимума плотности, сопряженного с первым. Рисунок из работы (Николаев, 1991).

максимального касательного напряжения остаются неизвестными.

Для использования методов анализа морфологии трещиноватости их параметры должны позволять выделять сопряженную систему трещин, как это делается в Статистическом методе Николаева (1991), (фиг. 3). Без этой возможности определить ориентацию осей главных напряжений в рамках стандартных подходов не удастся. Представленные выше данные о морфологии трещиноватости МБ (фиг. 2а, б) характеризуют смещения надвиговой рудной зоны и поэтому отвечают только одной из сопряженных пар трещин. Таким образом, в создаваемом методе инверсии напряжений должна быть решена проблема нахождения ориентации осей главных напряжений без использования сопряженности трещиноватости.

Разработанный нами алгоритм расчета не только ориентации осей главных напряжений, но и величин напряжений опирается на то, что в базе данных каждая трещина имела точные координаты расположения, и для нее определялась амплитуда раскрытия (фиг. 2). Благодаря наличию точных координат трещин нам удалось разделить все месторождение на несколько площадей (объемов), квазиоднородных по напряжениям, а данные об амплитудах раскрытия трещин дали возможность построить методику определения напряжений.

Было выполнено разделение участка надвиговой рудной зоны на 4 площади — (см. фиг. 2): 1) 4–5 рудные столбы, 2) 3 рудный столб, 3) 2 рудный столб, 4) 1 рудный столб, которые рассматривались как квазиоднородные по напряженно-

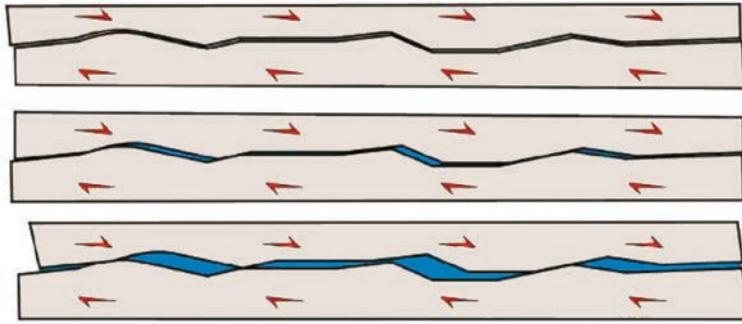
му состоянию сегменты. При разделении района исследований на четыре сегмента учитывалась не только близость ориентации трещин, но и характер распределения по площадям амплитуд раскрытия и средние их величины.

Методика, с помощью которой в нашей работе были получены данные о направлениях главных осей напряжений, является новой, она начала развиваться только в самое последнее время при анализе напряжений для нефтегазовых месторождений (анализ трещин на стенках скважин). Для рудных месторождений она применяется впервые.

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ НОВОГО ПОДХОДА

С позиции геомеханики сочетание закритического сдвига (зоны локализации пластических деформаций) с расширением следует рассматривать как дилатансию. Трещинное течение также при определенном масштабе усреднения можно рассматривать как явление формирования необратимых деформаций. Поэтому в геомеханике это явление определяют как псевдопластическое деформирование, а в тектонофизике оно именуется как катакластические деформации. При этом после работы (Ставрогин, Протосеня, 1992) считается, что формирование дилатансионного расширения при хрупком течении осуществляется за счет возникновения на микроуровне трещин отрыва в пространстве между трещинами сдвига, подобных пулл-апарт трещинам (*pull-apart faults*). Результаты полевых наблюдений надвиговой рудной зоны показали, что дилатансионное расширение может формироваться и за счет изначальных неровностей трещин сдвига. На фиг. 4 в качестве иллюстрации показано, что начальная шероховатость поверхности трещины приводит к появлению пустот в процессе сдвига ее бортов и увеличению объема массива — хрупкая дилатансия. Поступление в эти пустоты минерализованного флюида приводит к последовательной фиксации этого расширения. Такого типа трещины возникают в участках, где при наличии достаточного уровня сдвигающих касательных напряжений нормальные к трещине напряжения сжатия пониженные. Отмеченное соотношение напряжений определяет повышенный уровень кулоновых напряжений, характеризующих положение трещины сдвига по отношению к главным напряжениям.

Выше уже отмечалось, что в тектонофизике существует несколько подходов к оценке величин напряжений, имеющих близкий теоретический базис. Объединяющим моментом всех этих методов является использование в качестве исходных данных геологических (борозды скольжения) и сейсмологических (механизмы очагов землетря-



**Фиг. 4.** Стадии (сверху) последовательного увеличения сдвига и амплитуды раскрытия трещин, вызываемые неровностями поверхности.

сений) индикаторов разрывных деформаций. В частности, к этим методам относится катакластический анализ разрывных смещений (МКА) (Ребецкий, 1999; Ребецкий и др., 2017), алгоритм которого состоит из нескольких этапов. На первом этапе в режиме расчета, близком к методам Анжелие (Angelier, 1975, 1984, 1990) и Гущенко (1975, 1979, 1982), формируется однородная выборка разрывных смещений и определяются параметры эллипсоида напряжений (ориентация главных осей и форма эллипсоида). На втором, используя анализ распределения напряжений, отвечающих разрывам из однородной выборки трещин (землетрясений) на диаграмме Мора, рассчитываются нормированные на прочность сцепления величины шаровой (всестороннее давление) и девиаторной (максимальное касательное напряжение) компонент тензора напряжений. На последующих двух этапах за счет привлечения дополнительных данных (лабораторный эксперимент, динамические параметры очагов землетрясений) производится оценка прочности сцепления массивов и рассчитывается флюидное давление. В итоге алгоритм МКА позволяет определить все компоненты тензора напряжений для однородных выборок разрывов со смещениями.

Предлагаемый в настоящей работе подход к инверсии напряжений не только в части определения ориентации осей главных напряжений, но и величин напряжений, с одной стороны, опирается на алгоритм МКА, а с другой — на дополнительные положения, которые следуют из закономерности дилатационного увеличения объема породы в процессе развития в ней сдвиговых деформаций.

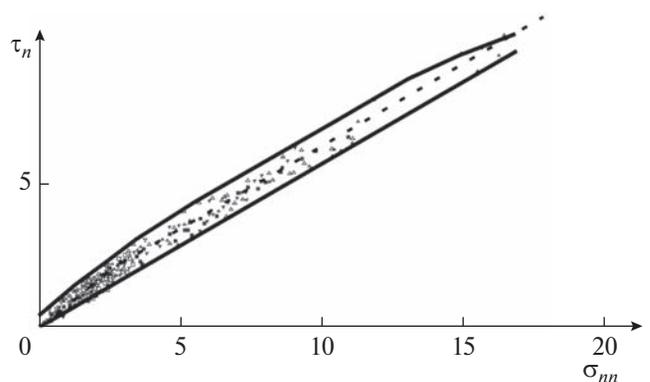
Необходимость оценки величин напряжений связана с задачами прогноза зон повышенной дилатансии, которые в геомеханике связываются с участками повышенного уровня кулоновых напряжений.

#### *Полоса хрупкого разрушения на диаграмме Мора*

Эксперименты по разрушению различных типов образцов (целые, с дефектами, предразрушенные) (Byerlee, 1967), анализируемых в комплексе, наиболее близко характеризуют деформации, происходящие в реально трещиноватых массивах горных пород. При этом, согласно результатам таких экспериментов, вновь возникающие и ранее созданные хрупкие трещины находятся внутри *полосы хрупкого разрушения* (Ребецкий, 2003) на диаграмме Мора (фиг. 5).

В методе катакластического анализа разрывных смещений (МКА), ориентированном как на сейсмологические (механизмы очагов землетрясений) (Rebetsky, 1996; Ребецкий, 1999), так и геологические (зеркала скольжения) индикаторы деформаций (Ребецкий и др., 2017), *полоса хрупкого разрушения* аппроксимируется двумя параллельными предельными линиями (фиг. 5):

$$-k_f \sigma_{nn} \leq \tau_n \leq \tau_f - k_f \sigma_{nn}. \quad (1)$$



**Фиг. 5.** Огибающие облако экспериментальных точек: предел прочности сплошных образцов — верхняя огибающая, минимальное сопротивление сухого трения — нижняя огибающая. Область между этими линиями — *полоса хрупкого разрушения* (Ребецкий, 2003). Линия закона Байерли показана пунктиром. Напряжения в кГ/см<sup>2</sup>. Направо по горизонтали откладываются нормальные напряжения сжатия.

Здесь  $k_f$  – коэффициент внутреннего трения,  $\tau_f$  – максимальная прочность сцепления сплошного образца породы, а  $\tau_n > 0$  и  $\sigma_{nn} \leq 0$  – соответственно касательное и нормальное (сжатие отрицательное) напряжения на плоскости разрыва с нормалью  $n$ . При этом верхняя предельная линия (правая сторона выражения (1)) представляет собой *эффективный предел прочности* породного массива, зависящий от степени его раздробленности, а нижняя линия – минимальный предел прочности трения, который может быть получен в экспериментах на образцах с заранее созданным разрывом (левая сторона выражения (1)).

Согласно правилам работы в моровской области, зоны внутри большого круга Мора, отсекаемые малыми кругами Мора (темно-серая и светло-серая заливка на фиг. 6, а), определяют все возможные касательные  $\tau_n$  и нормальные  $\sigma_{nn}$  напряжения на произвольно ориентированных плоскостях внутри объема некоторого квазигомогенного напряженного состояния. Если для данного объема известно направление и значение главных напряжений  $\sigma_i$ , ( $i = 1, 2, 3$ ), то касательные и нормальные напряжения прямо определяются величинами главных напряжений и ориентацией относительно них площадки нормали плоскости, для которой они вычисляются:

$$\begin{aligned} \sigma_{nn} &= \sigma_1 \ell_{1n}^2 + \sigma_2 \ell_{2n}^2 + \sigma_3 \ell_{3n}^2, \\ \tau_{ns} &= \sigma_1 \ell_{1n} \ell_{1s} + \sigma_2 \ell_{2n} \ell_{2s} + \sigma_3 \ell_{3n} \ell_{3s}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\ell_{in} \ell_{is}$  – направляющие косинусы вектора нормали ( $n$ ) к трещине и направления борозды скольжения ( $s$ ) в системе координат, связанной с главными осями напряжений  $\sigma_i$  ( $I = 1, 2, 3$ )  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  (напряжения растяжения являются положительными).

Внутри области всевозможных напряженных состояний (область светло и темно-серой заливки внутри большого круга Мора на фиг. 6а) линия минимального сопротивления сухого трения (пунктирная линия) отсекает от большого и малых кругов Мора сектор, входящий в *полосу хрупкого разрушения* (зона темно-серой заливки на фиг. 6а). В этом секторе возможно возникновение хрупких трещин, если локальная прочность дефекта достигнет предельного значения.

В рамках алгоритма МКА на диаграмме Мора трещины сдвига должны попадать в полосу хрупкого разрушения, параметры которой определяются пределом внутренней прочности пород и минимальным сопротивлением силам поверхностного трения (фиг. 6а). Максимальная прочность соответствует предельным напряжениям целого участка породы, а минимальная – напряжениям трения существующих трещин с нулевой прочностью сцепления. Ниже линии минималь-

ной прочности – напряженные состояния, которые не способны активизировать существующие трещины.

### Кулоновы напряжения

Хрупкое разрушение горных пород контролируется не только уровнем девиаторных напряжений, но и всесторонним давлением, препятствующим разрушению. Поэтому сопоставлять с прочностью сцепления ненарушенной породы или породы, имеющей предварительно созданные дефекты прочности, следует *кулоновы напряжения*. Предельные выражения (1) можно переписать через кулоновы напряжения:

$$0 \leq \tau_c \leq \tau_f \text{ при } \tau_c = \tau_n + k_f \sigma_{nn}, \quad (3)$$

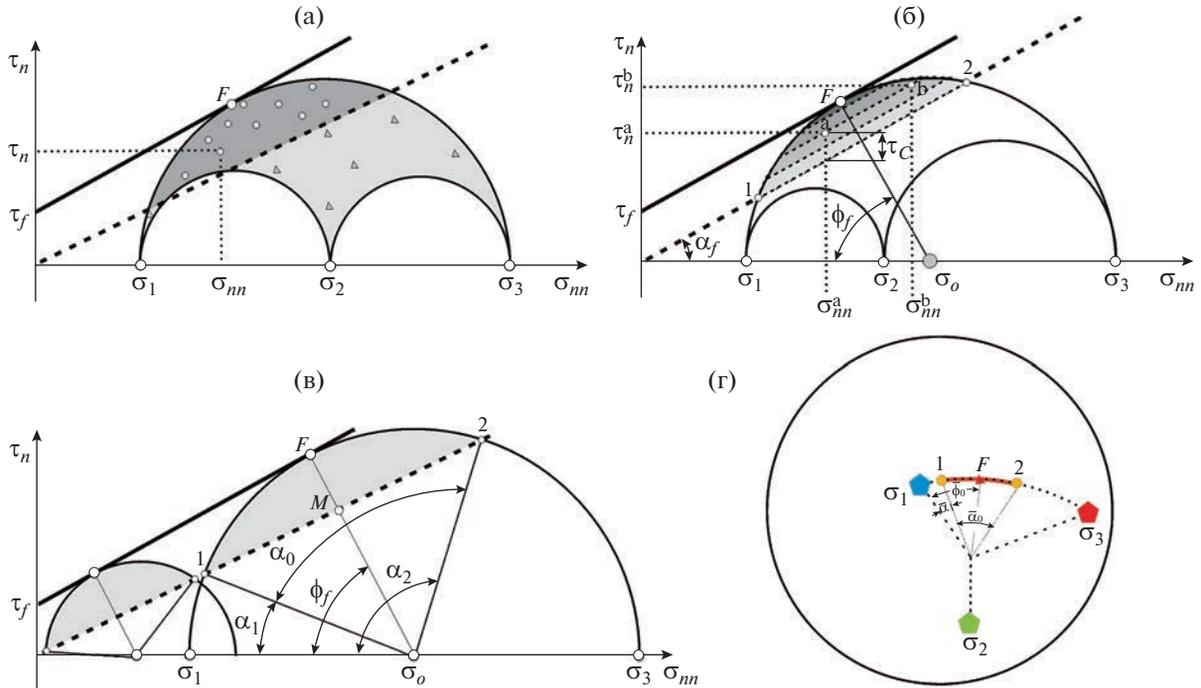
из которых следует, что активизация ранее существовавших трещин возможна при положительном значении кулоновых напряжений, а отрицательные их значения (области ниже пунктирной линии на фиг. 6а) определяют высокий уровень силы трения на плоскости трещины, который не может быть преодолен действующими на этих трещинах касательными напряжениями.

При этом достижение внутри полосы хрупкого разрушения кулоновыми напряжениями локальной прочности ( $\tau_f^i$ ) существующего для дефекта прочности

$$\tau_c = \tau_f^i \text{ при } 0 \leq \tau_f^i \leq \tau_f \quad (4)$$

приводит к переходу дефекта в состояние активной трещины сдвига.

В рамках одного из положений алгоритма МКА, определяющего параллельность линии предела хрупкой прочности массива и линии минимального сопротивления сухого трения, точки со значениями кулоновых напряжений одного уровня лежат на линиях, параллельных предельным линиям прочности (фиг. 6б). Максимальные значения кулоновых напряжений отвечают точке  $F$  (фиг. 6б), уровень одинаковых значений кулоновых напряжений параллелен линии минимального сопротивления трения. При этом длина дуги вдоль большого круга Мора от напряженного состояния на площадке главного напряжения  $\sigma_1$  до плоскости максимальной прочности (точка  $F$ ) определяется значением угла  $\varphi_f = 90^\circ - \alpha_f$  ( $k_f = \text{tg } \alpha_f$ ,  $\text{tg } \varphi_f = 1/k_f$ ). Вдоль этой дуги на стереосфере и на диаграмме Мора имеет место минимальный градиент кулоновых напряжений. В рамках принятых в наших расчетах значений  $\alpha_f \approx 26.6^\circ$  угла между точкой максимального кулонового напряжения ( $F$ ) и осью главного напряжения  $\sigma_1$  получим  $\varphi_f = 63.4^\circ$ .



**Фиг. 6.** Полоса хрупкого разрушения на диаграмме Мора и стереосфере. Диаграмма Мора: (а) напряженные состояния  $(\tau_n, \sigma_{nn})$  на поверхности активных (кружки светло-серой заливки) и пассивных разрывов (треугольники); (б) кулоновы напряжения одного уровня  $\tau_c = \tau_n + k_f \sigma_{nn}$  – точечный пункт и зоны одинаковой интенсивности серой заливки; (в) геометрические соотношения полосы хрупкого разрушения – угол створа, определяемый длиной дуги  $1F2$ . Стереосфера: (г) линия минимального градиента кулоновых напряжений на стереосфере  $1F2$  и оси главных напряжений. На диаграмме Мора сплошная линия – предел прочности, пунктирная линия – минимальное сухое трение,  $F$  – предел наибольшей прочности данного напряженного состояния, характеризующегося кругами Мора,  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2$ ) – углы вдоль большого круга Мора, определяющие положение крайних точек 1 и 2 полосы хрупкого разрушения.  $\alpha_0 = (\alpha_2 - \alpha_1)$  – угол участка дуги большого круга, показывающий границы полосы хрупкого разрушения на диаграмме Мора. На диаграммах Мора направо по горизонтали откладываются отрицательные значения нормальных напряжений. Пояснения в тексте.

*Дилатансия породы в процессе хрупкого сдвига*

Эксперименты по дилатансии образцов горных пород (Ставрогин, Протосеня, 1992) показали, что интенсивность дилатансии тем выше, чем больше кулоновы напряжения. Это положение в приложении к критерию псевдопластического (трещинного) деформирования Кулона–Мора можно записать в следующем виде:

$$\tau_c = \tau - k_f p^* \tag{5}$$

В рамках наших работ предлагается использовать уровень кулоновых напряжений, записанный в форме хрупкого разрушения (3). На фиг. 6б показаны линии одинакового уровня кулоновых напряжений на диаграмме Мора. В рамках положений МКА они параллельны граничным линиям полосы хрупкого разрушения. В нашей работе мы будем использовать некоторые положения МКА для прогноза амплитуд раскрытия трещин из данных о морфологии совокупности трещин.

Экспериментальные данные и теоретические алгоритмы методов геомеханики показывают взаимосвязь приращений интенсивности сдвигов  $\gamma$  в полосах локализации деформаций с амплитудой дилатансии  $\theta$ , имеющих место в этих зонах:

$$\theta = \Lambda \gamma, \tag{6}$$

где  $\Lambda < 1$  – коэффициент дилатансии. Из выражения (6) следует, что чем больше амплитуда приращений интенсивности сдвига, тем больше дилатансия. В дальнейшем мы будем использовать (6) в форме, связанной со сдвигами на трещинах:

$$\theta_n = \Lambda \gamma_n, \tag{7}$$

где  $\theta_n$  и  $\gamma_n$  – соответственно отрывные и сдвиговые деформации вдоль одних и тех же трещин, т.е. это *трещины дилатансии*. В рамках гипотезы, которую будем использовать для инверсии напряжений, из выражения (7) следует, что чем ближе в данном напряженном состоянии кулоно-

вы напряжения для трещин к предельному значению, тем больше амплитуда раскрытия трещины сдвига:

$$\tau_c \approx K\theta_n. \quad (8)$$

В такой постановке в случае приближения полосы хрупкого разрушения в виде фиг. 6а на одном и том же расстоянии от точки максимальных значений кулоновых напряжений  $F$ , наибольшего уровня раскрытия достигают трещины, лежащие вдоль дуги большого круга Мора между точками 1 и 2 на фиг. 6б.

### ЗОНИРОВАНИЕ ПО КУЛОНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ НА СТЕРЕОСФЕРЕ

#### *Зоны дилатансии*

До сих пор зонирование по уровню кулоновых напряжений было представлено на диаграммах Мора по данным о напряжениях на плоскостях трещин. Совершенно очевидно, что такое же зонирование можно выполнить и на стереосферах, на которых в разных методах (Гзовского, Николаева, Парфенова и др.) производится анализ распределения полюсов трещин в их взаимосвязи с положением осей главных напряжений. Так, данным фиг. 6в, где изображены точки 1 и 2, определяющие границы полосы хрупкого разрушения на большом круге Мора, на стереосфере (фиг. 6г) будет отвечать участок, лежащий на дуге большого круга, проходящей через оси главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ .

Поскольку на стереосфере длина участка дуги большого круга между осями  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  будет  $90^\circ$ , а не  $180^\circ$ , как это имеет место на моровской области (фиг. 6в), то это означает, что характерные размеры дуг моровской области на стереосфере также уменьшаются вдвое (фиг. 6г). На стереосфере точка со значениями максимальной прочности ( $F$ ) также будет находиться на дуге большого круга, проходящей через оси двух главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ , но длина участка дуги между осью  $\sigma_1$  и точкой максимальной прочности на стереосфере будет вдвое короче ( $\bar{\varphi}_f = \varphi_f/2$ ), чем на моровской области. Точно так же длина дуги между крайними точками 1 и 2 зоны полосы хрупкого разрешения на диаграмме Мора  $\alpha_0 = (\alpha_2 - \alpha_1)$  на стереосфере (фиг. 6г) уменьшится вдвое ( $\bar{\alpha}_0 = \alpha_0/2$ ).

Как следует из фиг. 6в, размер полосы хрупкого разрушения зависит от уровня напряжений. Чем правее на диаграмме расположено напряженное состояние, определяемое большим кругом Мора, тем меньше диапазон разброса плоскостей трещин, способных к активизации. Это связано с изменением угла  $\alpha_0$ , построенного на точках 1 и 2 и центре большого круга Мора  $\sigma_0$

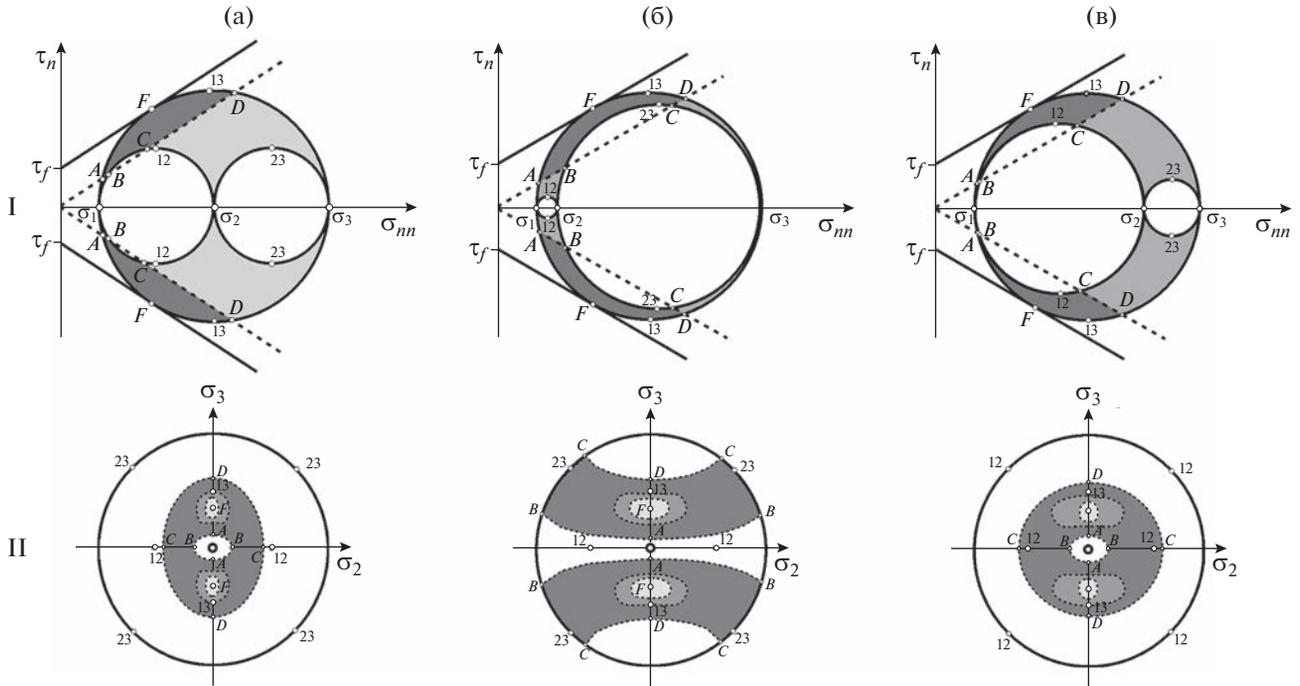
( $\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ ). Чем больше уровень напряжений, тем меньше угол  $\alpha_0$  в градусах и тем менее вариабельны полюса трещин на стереосфере.

На фиг. 6 для трех разных напряженных состояний показано соотношение на диаграмме Мора и на стереосфере не только отдельных линейных элементов (участок дуги 1F2 – фиг. 6), но и зон положительных значений кулоновых напряжений. Как видно, эти области концентрируются вблизи точки  $F$ , определяющей максимум кулоновых напряжений и лежащей на стереосфере на дуге большого круга, проходящей через оси главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ . Таким образом, на стереосфере точки наибольших амплитуд раскрытия должны тяготеть к дуге большого круга  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ , зоне вблизи нее и к точке  $F$ .

При этом важно отметить, что возможность использования данных об амплитудах раскрытия трещин должна предусматривать однозначность интерпретации направленности зоны повышенных их значений во взаимосвязи с расположением осей главных напряжений. Эта однозначность интерпретации должна опираться на возможность работы только с одной совокупностью из сопряженных систем трещин. Из трех представленных на фиг. 7 напряженных состояний такому положению не удовлетворяет состояние, близкое к одноосному сжатию (фиг. 7б), т.к. вытянутость зоны полюсов трещин с повышенной амплитудой раскрытия не тяготеет к дуге большого круга, проходящей через оси главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ . Для состояния, близкого к одноосному растяжению, такая вытянутость присутствует, но общая форма зоны положительных кулоновых напряжений достаточно изометричная (фиг. 7в).

В завершение этого раздела выскажем соображения об оценке формы эллипсоида напряжений. Как известно, определение коэффициента Лоде–Надаи по данным о трещиноватости является нерешенной проблемой. На фиг. 7 обозначен путь решения этой проблемы, связанный с изучением формы поля полюсов трещин на стереосфере. Так, для чистого сдвига ( $\mu_\sigma = 0$ ) форма поля полюсов трещин вытянута в направлении дуги большого круга, проходящей через оси главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  (фиг. 7а). В случае одноосного растяжения ( $\mu_\sigma = -1$ ) форма поля полюсов трещин практически изометрическая, так что будет существовать проблема выбора между осями  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  (фиг. 7в). Для одноосного сжатия ( $\mu_\sigma = 0$ ) форма поля полюсов трещин имеет существенную вытянутость в направлении, ортогональном дуге большого круга, проходящей через оси главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  (фиг. 7б).

Из всех представленных на фиг. 7 форм эллипсоида напряжений только для состояния чистого



**Фиг. 7.** Взаимосвязь трех разных напряженных состояний: (а) – чистый сдвиг, (б) – вблизи одноосного сжатия, (в) – между чистым сдвигом и одноосным растяжением на моровской плоскости (I) и на стереосфере с данными об осях главных напряжений и нормальными к трещинам (II). 12, 13, 23 – расположение плоскостей наибольших касательных напряжений соответственно между главными напряжениями  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ ,  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$ ; A, B, C, D – точки в пересечении линий прочности полосы хрупкого разрушения и кругов Мора; F – точка максимальных значений кулоновых напряжений – предел внутренней прочности данного напряженного состояния, определяемого кругами Мора; области темно-серой заливки – полоса хрупкого разрушения на диаграмме Мора и на стереосфере; центр стереосферы определяет положение главного напряжения  $\sigma_1$ ; штрих-пунктирные линии на стереосфере – линии одинаковых значений кулоновых напряжений.

сдвига (фиг. 7а) геометрия зоны трещиноватости обладает особенностями, позволяющими относительно уверенно выделять дугу большого круга, проходящую через оси главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ . При этом крайне важен тот факт, что этот тип напряженного состояния органически связан с зонами разломов. Здесь трещиноватость имеет относительно небольшие вариации полюсов трещин, а сдвиговые смещения также квазистабильно характеризуют основную компоненту смещения. В случае разрывного нарушения месторождения Бадран – это надвиг. Зонам разломов напряженные состояния, сильно смещенные в сторону одноосного растяжения или сжатия, практически не свойственны.

Отсюда делаем вывод, что теоретические вопросы, рассмотренные в этом разделе, позволяют рассчитывать на возможность использования данных об амплитудах раскрытия трещин скалывания (дилатансионное расширение при сдвиге) для инверсии напряженного состояния. При этом в случае *инверсии напряжений в зонах разломов* можно априорно предполагать, что форма эл-

липсоида напряжений отвечает чистому сдвигу ( $\mu_\sigma = 0$ ).

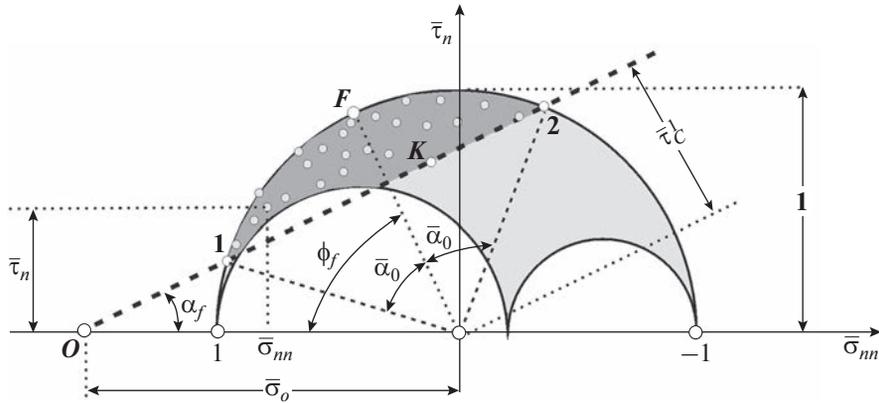
*Формулы расчета величин напряжений из данных о геометрии диаграмм Мора*

Для расчета величин напряжений необходимо перейти к редуцированной диаграмме Мора отдельных напряженных состояний (фиг. 8), которая может быть получена, если центр большого круга Мора  $\sigma_o$  (фиг. 7б, в) совместить с началом системы координат и нормальные и касательные напряжения нормировать на максимальное касательное напряжение ( $\tau$ ). Согласно данному определению, выражения для редуцированных нормальных и касательных напряжений будут иметь вид:

$$\bar{\sigma}_{nn} = (\sigma_{nn} - \sigma_o) / \tau, \quad \bar{\tau}_{ns} = \tau_{ns} / \tau \quad (9)$$

при  $\sigma_o = -p - \tau \mu_\sigma / 3, \tau = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2, p = -(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$

$$\mu_\sigma = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1.$$



Фиг. 8. Редуцированная диаграмма Мора, см. подпись к фиг. 6 и пояснения в тексте.

Таким образом, редуцированные касательные напряжения ( $\bar{\tau}_{ns}$ ) получаются путем нормировки касательных напряжений ( $\tau_{ns}$ ) на значение максимального касательного напряжения ( $\tau$ ). Редуцированные нормальные напряжения определяются нормировкой на  $\tau$  разницы между их значением  $\sigma_{nn}$  и значением нормального напряжения  $\sigma_o$  на площадке действия максимальных касательных напряжений.

Если вектор смещения крыльев разрыва  $s$  совпадает с направлением действия касательного напряжения на плоскости трещины, то  $\bar{\tau}_n = \bar{\tau}_{ns}$ . Используя (2) и (9), выражения для редуцированных напряжений можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{nn} &= (1 - \mu_\sigma) \ell_{1n}^2 - (1 + \mu_\sigma) \ell_{3n}^2 + \mu_\sigma, \\ \bar{\tau}_n &= (1 - \mu_\sigma) \ell_{1n} \ell_{1s} - (1 + \mu_\sigma) \ell_{3n} \ell_{3s}. \end{aligned} \quad (10)$$

Редуцированная диаграмма Мора в МКА используется для определения пересечения линией минимального сухого трения горизонтальной оси (фиг. 8) при заданном значении угла ее наклона ( $\alpha_f$ ). В применяемом в настоящей работе алгоритме также будет использоваться этот прием после нахождения расположения крайних точек 1 и 2 полосы хрупкого разрушения (ЛМД) на стереосфере по отношению к главным осям напряжений (углы  $\alpha_i, i = 1, 2$ ).

В алгоритме МКА определение величин напряжений базируется на данных о редуцированных напряжениях напряженного состояния трещины, попадающей на линию минимального сопротивления сухого трения (например, точка  $K$  на фиг. 8)

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\tau_f}{\operatorname{cosec} \varphi_f - \bar{\tau}_C^K}; \\ p^* &= \frac{\tau_f [\bar{\tau}_C^K - k_f \mu_\sigma / 3]}{k_f [\operatorname{cosec} \varphi_f - \bar{\tau}_C^K]} \text{ при } \bar{\tau}_C^K = \bar{\tau}_n^K + k_f \bar{\sigma}_{nn}^K. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $\bar{\tau}_C^K$  – редуцированные кулоновы напряжения для точки  $K$ ,  $p^*$  – эффективное давление, представляющее собой разность тектонического давления в твердом каркасе пород ( $p$ ) и флюидного давления в трещинно-поровом пространстве ( $p_f$ ),  $\operatorname{cosec} \varphi_f = \sin^{-1} \varphi_f$ . Для месторождений, формирующихся в верхних горизонтах коры, флюидное давление можно принимать равным весу столба жидкости на данной глубине (закон гидростатики).

В представленном здесь алгоритме расчета эквивалентом точке  $K$  будут являться точки 1 и 2, лежащие на большом круге Мора. Так как обе эти точки также лежат и на линии минимального сопротивления сухого трения, то для них редуцированные кулоновы напряжения одинаковые:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_C^i &= \bar{\tau}_n^i + k_f \bar{\sigma}_{nn}^i = -k_f \bar{\sigma}_o \\ \text{при } \bar{\sigma}_o &= -(p^* / \tau + \mu_\sigma / 3). \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь  $\bar{\tau}_C^i$  и  $\bar{\sigma}_o$  – напряжения, нормированные на максимальное касательное напряжение  $\tau$ .

Поскольку эти точки лежат на дуге большого круга стереосферы, проходящей через точки, соответствующие осям главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  (фиг. 6г), и одновременно на большом круге Мора (фиг. 8), то направляющие косинусы  $\ell_{3n}$  и  $\ell_{3s}$ , входящие в выражения (10), прямо определяются углами  $\alpha_1$  или  $\alpha_2$ . Если использовать соотношения (см. фиг. 8):

$$\alpha_1 = \varphi_f - \bar{\alpha}_0, \quad \alpha_2 = \varphi_f + \bar{\alpha}_0, \quad (13)$$

то для редуцированного  $\bar{\sigma}_o$  и редуцированных кулоновых напряжений, одинаковых как для точки 1, так и для точки 2, получим соотношения:

$$\bar{\sigma}_o = -\frac{\cos \bar{\alpha}_0}{\cos \varphi_f}, \quad \bar{\tau}_c^k = \frac{\cos \bar{\alpha}_0}{\sin \varphi_f}, \quad (14)$$

$k$  – индекс точек 1 и 2.

Таким образом, используя (12) и (14), можно определить отношение шаровой и девиаторной компонент тензора напряжений

$$p^*/\tau = \frac{\cos \bar{\alpha}_0}{\cos \varphi_f} - \mu_\sigma/3. \quad (15)$$

В алгоритме МКА для определения абсолютных значений напряжений используются формулы, связывающие давление и максимальное касательное напряжение с прочностью сцепления породы (11). При этом считается, что все напряженные состояния, для которых выполняется расчет, являются предельными, т.е. большой круг Мора всегда касается внешней огибающей ( $\tau_c^F = \tau_f$ ). При инверсии напряжений в сейсмофокальных зонах земной коры это оправдано, т.к. сам факт землетрясения говорит о достижении массивами пород предельного состояния. В приложении к проблеме изучения напряжений в месторождениях разломных зон эта гипотеза может не выполняться из-за наличия большого числа дефектов прочности, которые могут локально понизить прочность отдельных участков массива. Здесь кулоновы напряжения могут достигать меньшей прочности (дефект прочности – ранее существовавший разрыв) и поэтому  $\tau_c^F = \tau_f^i \leq \tau_f$  ( $i = 1, 2, 3, 4$  – номер сегмента). Учитывая этот факт и подставляя (14) в (11), получим:

$$\tau = \frac{\sin \varphi_f}{1 - \cos \bar{\alpha}_0} \tau_f^i; \quad p^* = \tau \left( \frac{\cos \bar{\alpha}_0}{k_f \sin \varphi_f} - \mu_\sigma/3 \right), \quad (16)$$

а полагая  $\mu_\sigma = 0$ , находим

$$\tau = \frac{\sin \varphi_f}{1 - \cos \bar{\alpha}_0} \tau_f^i; \quad p^* = \frac{\cos \bar{\alpha}_0}{k_f (1 - \cos \bar{\alpha}_0)} \tau_f^i. \quad (17)$$

Выражения (17) представляют собой базисные формулы для расчета величин напряжений, которые будут далее реализованы в алгоритме создаваемого метода инверсии напряжений. Вопрос определения прочности сцепления массива  $\tau_f^i$ , учитывающего наличие в нем дефектов, далее будут рассмотрены более конкретно.

## АЛГОРИТМ ИНВЕРСИИ НАПРЯЖЕНИЙ ИЗ ТРЕЩИНОВАТОСТИ С КОМПОНЕНТОЙ ДИЛАТАНСИИ

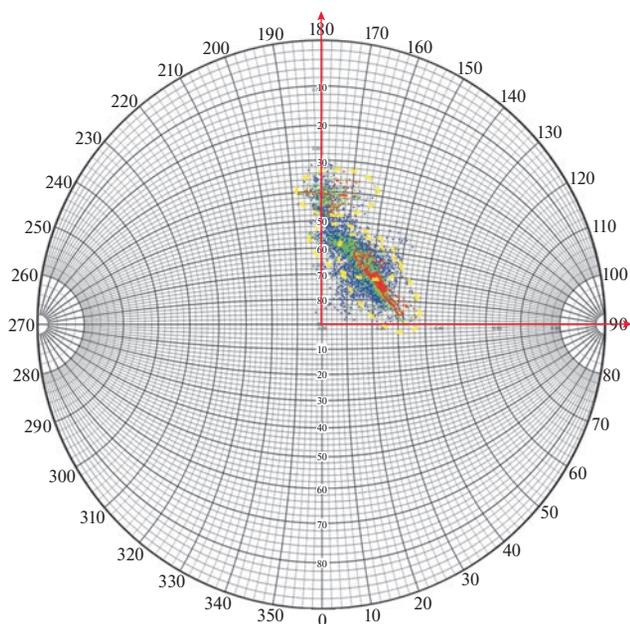
Специально следует отметить, что данные об амплитудах раскрытия трещин являются критически важными на всех стадиях созданного алгоритма. Традиционно расчет напряжений прежде всего опирается на способ выделения из общей совокупности данных о трещиноватости той ее части, которая характеризует квазиоднородное деформирование некоторого объема среды. При инверсии напряжений из данных о трещиноватости главным принципом такой сепарации являются сопряженные системы трещин. В приложении к данным по месторождению Бадран, если бы трещины не были бы сопряжены с амплитудами их раскрытия, то из-за отсутствия сопряженных систем трещин выделение однородных выборок было бы невозможно. Стадия нахождения положения осей главных напряжений на стереосфере также не могла быть реализована без данных об амплитудах раскрытия трещин.

### *Создание однородных выборок трещин*

Первой задачей в обработке совокупности сколовых трещин является их разделение на квазиоднородные выборки, которые характеризуют единый режим напряженно-деформированного состояния. С этой целью был произведен визуальный анализ данных путем построения множества полюсов трещин на полусфере в проекции Вульфа. На фиг. 9 показано поле полюсов трещин надвиговой рудной зоны на сетке Вульфа. Здесь закраска точек отвечает разным амплитудам раскрытия фрагментов разлома – **жилльно-прожилковых тел**. Для построения полюсов трещин на стереосферах использовались данные об их азимутах и углах погружения в топоцентрической системе координат месторождения Бадран.

Видно, что в общем облаке точек явно выделяются три совокупности, имеющие разные простирания обобщающих линейментов максимального раскрытия (точки красного и зеленого цветов). Напомним, что специфика созданной базы данных для разломной зоны МБ состояла в том, что имеющаяся совокупность трещин характеризует только одну из сопряженных пар, что не позволяет работать по стандартной методике статистического анализа Николаева. Однако изложенный выше подход, определяющий близость трещин максимальной раскрытости к пределу хрупкой прочности (максимум кулоновых напряжений), позволяет разработать алгоритм расчета ориентации главных напряжений.

Анализ положения полюсов этих трех групп показал, что они расположены в разных частях разлома (фиг. 2). При этом на полусфере для каж-



**Фиг. 9.** Полюса трещин на верхней полусфере в проекции Вульфа – сетка Вульфа (цвета синий, зеленый, красный – отвечают повышению амплитуды раскрытия трещин – наибольшие объемы жильно-прожилковых тел). Три пунктирными эллипсами желтого цвета отмечены области, в которых максимумы раскрытия отвечают делению месторождения Бадран на три зоны.

дой из групп выделялись линейные зоны максимумов раскрытия трещин. Дальнейший анализ позволил третью зону разделить на две. Этому делению отвечали две близкие по ориентации линейные зоны максимальных амплитуд раскрытия трещин.

Будем использовать выявленную систему распределения на полусфере Вульфа линейментов максимальной концентрации трещин наибольшего раскрытия (жильно-прожилковые тела наибольших амплитуд раскрытия). Как далее будет показано, на диаграмме Мора эти линейменты будут расположены на большом круге Мора, определяемом значениями алгебраически наибольшего и алгебраически наименьшего главных напряжений. Таким образом, на полусфере Вульфа выделяемому линейменту будет отвечать сектор дуги большого круга, на котором должны располагаться и оси двух главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ .

Полную выборку трещин, выделенную на фиг. 9 тремя совокупностями, будем в дальнейшем разделять на четыре, согласно четырем сегментам, показанным на фиг. 2г. В однородных выборках присутствовало соответственно 2733, 6310, 22474 и 5098 трещин и в этих сегментах среднее значение раскрытия трещин было соответственно: 12.9, 8.9, 13.0 и 6.5 м. Таким образом, второй и

четвертые сегменты имеют пониженную интенсивность дилатансии трещин.

Далее для каждой совокупности трещин из однородной выборки были выполнены процедуры по определению параметров тензора напряжений.

#### *Определение ориентации трех главных напряжений. Анализ морфологии облака точек полюсов трещин на стереосфере*

Согласно принятой схеме взаимосвязи амплитуд раскрытия трещин и значений кулоновых напряжений, максимумы раскрытия должны быть для трещин, полюса которых лежат в плоскости, содержащей оси максимального и минимального сжатия (растяжения). В ходе процедуры определения ориентации осей главных напряжений в поле полюсов каждой из совокупности трещин, построенном на сетке Вульфа, выделялся линеймент, проходящий через срединную часть области максимальной плотности полюсов трещин с наибольшими амплитудами их раскрытия. Будем далее его называть линейментом максимальной дилатансии – ЛМД. На фиг. 10 этот линеймент показан черной пунктирной линией.

Указанный линеймент хорошо выделяется по вытянутости облака полюсов зеленого и желтого цветов для фиг. 10б–г. Для фиг. 9а при построении ЛМД большую роль играло также и распределение полюсов с наибольшими амплитудами раскрытия (звездочки и красные точки).

Проведя на стереосфере дугу большого круга через этот линеймент, находим плоскость, в которой будут лежать два главных напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ , далее плоскость  $G13$ . Очевидно, что нормаль к плоскости  $G13$  представляет собой ось промежуточного главного напряжения  $\sigma_2$ . Таким образом, положение оси промежуточного главного напряжения и положение ЛМД на стереосфере определяются прямо из данных о трещиноватости. Для плоскости  $G13$  имеем:

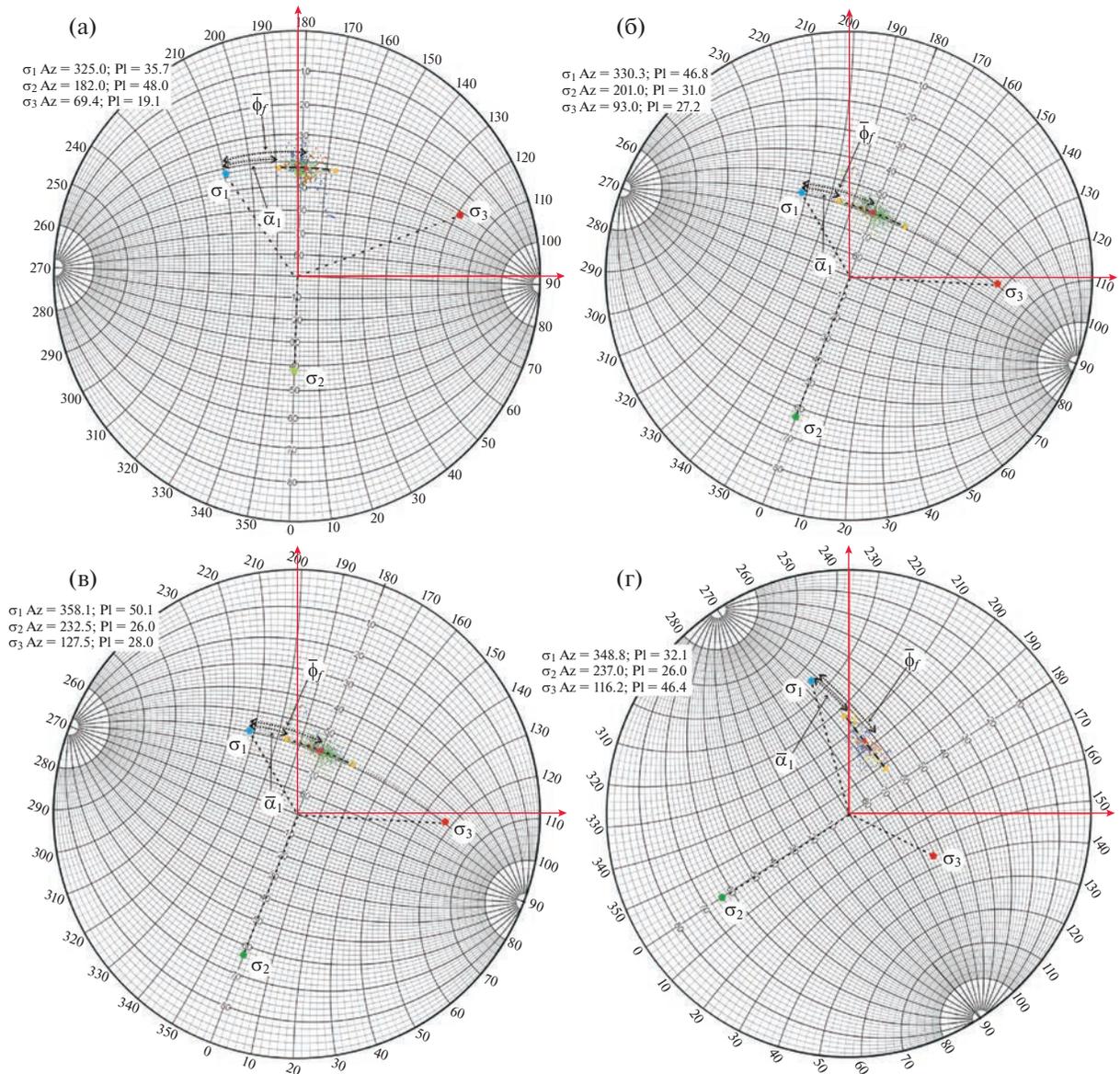
Для первой выборки (фиг. 10а):  $AZ = 2^\circ$ ,  $PL = 42^\circ$ ,  $\bar{\alpha}_1 = 20.2^\circ$ ,  $\bar{\alpha}_2 = 43.2^\circ$ .

Для второй выборки (фиг. 10б):  $AZ = 21^\circ$ ,  $PL = 59^\circ$ ,  $\bar{\alpha}_1 = 16.2^\circ$ ,  $\bar{\alpha}_2 = 47.2^\circ$ .

Для третьей выборки (фиг. 10в):  $AZ = 52.5^\circ$ ,  $PL = 64^\circ$ ,  $\bar{\alpha}_1 = 10.5^\circ$ ,  $\bar{\alpha}_2 = 52.2^\circ$ .

Для четвертой выборки (фиг. 10г):  $AZ = 57^\circ$ ,  $PL = 64^\circ$ ,  $\bar{\alpha}_1 = 18.2^\circ$ ,  $\bar{\alpha}_2 = 47.2^\circ$ .

Отметим, что при нахождении концов дуги ЛМД ориентируемся прежде всего на плотность распределения полюсов трещин с высокой амплитудой раскрытия. В каких-то случаях требуется учитывать и отдельные полюса трещин со сверхвысокой амплитудой раскрытия. Это означает, что отдельные полюса трещин могут выходить за пределы зоны ЛМД. В дальнейшем такие



**Фиг. 10.** Положение на верхней полусфере в проекции Вульфа полюсов трещин с маркировкой амплитуд их раскрытия для четырех однородных выборок (1, 2, 3, 4 – а, б, в, г), линиямента максимальной дилатансии (черный пунктир) и выходов на полусферу трех главных осей напряжений (красная точка  $\sigma_3$ , зеленая точка –  $\sigma_2$ , синяя точка –  $\sigma_1$ ). В прямоугольнике в верхнем левом углу показаны параметры осей главных напряжений. Цвет точек полюсов трещин от синего, зеленого к желтому и красному (красные звездочки максимум раскрытия) определяет увеличение амплитуд раскрытия трещин. Пунктир со стрелочками определяют углы  $\bar{\alpha}_1$  и  $\bar{\varphi}_f$ .

отдельные отскоки полюсов будут видны на диаграммах Мора. Эти отклонения от теоретических требований следует рассматривать как статистически допустимые отклонения.

Для нахождения двух других осей главных напряжений разделим дугу ЛМД пополам, определив ее середину. На фиг. 10 эта точка обозначена треугольником, она соответствует максимальному значению кулоновых напряжений (точка  $F$  на диаграмме Мора, фиг. 6). Если от этой точки отсчитать вдоль дуги плоскости  $G13$  (плоскость, ор-

тогональная  $\sigma_2$ ) угол, равный  $\bar{\varphi}_f = 31.7^\circ$ , то можно найти положение оси главного напряжения  $\sigma_1$ . Поскольку у нас нет второго сопряженного облака полюсов трещин, то существует два варианта отложить этот угол в обе стороны от треугольника. Правильность отсчета этого угла определяется соответствием результатов инверсии напряжений кинематике разлома. В данном случае надвиговая рудная зона характеризуется как взброс с небольшой компонентой сдвига вдоль его простираия,

**Таблица 2.** Азимуты и углы восстания осей главных напряжений четырех выборок трещин

Сегменты разлома	Аз. $\sigma_1$	Восст. $\sigma_1$	Аз. $\sigma_2$	Восст. $\sigma_2$	Аз. $\sigma_3$	Восст. $\sigma_3$
1	325	36	182	48	69	19
2	330	47	201	31	93	27
3	358	50	232	26	128	28
4	349	32	237	26	116	46

что соответствует параметрам палеонапряжений, полученным на поверхности (Фридовский, 1999). Согласно этим данным, ориентация осей напряжений наибольшего сжатия имеет северо-восточное–юго-западное простирание. При этом погружаются оси максимального сжатия на юго-запад (восстание на северо-восток).

Поэтому на фиг. 10 будем откладывать угол  $\bar{\varphi}_f$  вдоль дуги большого круга налево от треугольника, находя положение оси главного напряжения  $\sigma_1$ . Далее, отложив вдоль дуги большого круга от положения оси  $\sigma_1$  угол в  $90^\circ$ , находим положение оси наибольшего сжатия  $\sigma_3$ . В результате проведенного анализа на стереосфере определены положения всех осей главных напряжений и сегмент дуги ЛМД большого круга. В правом верхнем углу каждой стереосферы фиг. 10 показаны азимут и угол восстания оси главного напряжения.

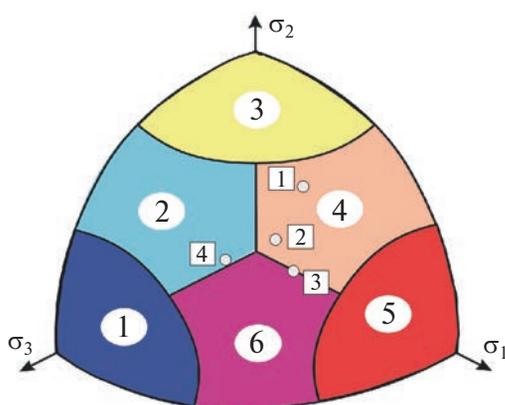
Полученные данные об ориентации осей главных напряжений позволяют говорить, что геодинамический режим напряженного состояния (фиг. 11): для первого (4–5 рудные столбы) и вто-

рого (3 рудный столб) сегмента расчета близок к горизонтальному сжатию со сдвигом (4 тип). Северо-западный и юго-восточный участки 1–2 рудных столбов более тяготеют к промежуточному режиму напряженного состояния – переход от трансенсии (2 тип) или транспрессии (4 тип) к вертикальному сдвигу (6 тип).

Отметим, что 1 и 2 сегменты наиболее четко попадают в режимы трансенсии, т.е. горизонтальный сдвиг в обстановке растяжения. Этот факт при прочих равных (уровень кулоновых напряжений) позволяет предположить формирование для них благоприятных условий флюидной подпитки дилатансионного процесса за счет возникновения трещин сдвига с субвертикальной ориентацией. Неравномерные горизонтальные смещения вдоль таких трещин, возникающих за пределом надвиговой рудной зоны, способствуют созданию вертикальных каналов растяжения, по которым в тело разлома поступает рудовмещающий флюид.

Ориентацию главных осей напряжений, рассчитанную для шахтного поля на глубине 300–1000 м, но формировавшуюся на глубине около 7 км, можно сравнить с данными об ориентации главных осей напряжений, которую определили по данным по трещиноватости на дневной поверхности (фиг. 1). Сравнение показывает, что наибольшая схожесть в ориентации наблюдается в западной части разлома для точек 16 (восточная часть 3 сегмента) и 20 (1 сегмент). Близки по ориентации оси минимального сжатия точек 2 и 18 (2 сегмент). При этом для восточной части исследуемого участка надвиговой рудной зоны различия в нашей инверсии напряжений в шахтном поле и результатах палеонапряжений для поверхности обнажения – более  $50^\circ$  по азимутам.

**Морфология напряженных состояний для трещин на диаграмме Мора.** Далее переходим к анализу величин напряжений, используя для этого диаграмму Мора. Здесь ключевыми для построения будут являться два угла  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , половинные значения которых были получены на стереосферах фиг. 10 и могут быть определены. Кроме этих интегральных параметров, характеризующих каждую выборку трещин для построения диаграммы Мора, используются также данные о редуцирован-



**Фиг. 11.** Геодинамические типы напряженного состояния (1 – горизонтальное растяжение, 2 – трансенсия, 3 – горизонтальный сдвиг, 4 – транспрессия, 5 – горизонтальное сжатие, 6 – вертикальный сдвиг). Серые кружки определяют положение оси на зенит в системе координат, связанной с осями главных напряжений для каждого из четырех сегментов расчета (цифры в белых квадратах).

ных значениях нормальных и касательных напряжений на плоскостях трещин (10). Для их расчета вычисляются направляющие косинусы полюсов трещин и направления максимального смещения вдоль плоскости трещины в системе координат, связанной с осями главных напряжений, полученные после анализа совокупностей трещин на стереосфере. При расчетах редуцированных нормальных и касательных напряжений предполагалось, что  $\mu_\sigma = 0$ .

Далее, как это показано на фиг. 8, строятся редуцированные диаграммы Мора и находится пересечение линии минимального сопротивления сухого трения, проходящей через точки 1 и 2, с горизонтальной осью редуцированного нормального напряжения (точка О). На фиг. 12 представлены результаты расчетов для всех четырех однородных выборок трещин с учетом значения  $\bar{\sigma}_0$ , найденного отдельно для каждой выборки на редуцированной диаграмме Мора. Т.е. положение центра большого круга Мора сдвигается влево на значение  $\bar{\sigma}_0$ .

Новые диаграммы также можно именовать редуцированными. Здесь все большие круги Мора, построенные в редуцированных напряжениях, имеют одинаковые радиусы. Разница между однородными выборками определяет расположение большого круга Мора по горизонтали (вдоль оси нормальных напряжений), что связано с положением крайних точек 1 и 2 дуги ЛМД. Поскольку в каждом случае имеется свое значение не только  $\bar{\sigma}_0$ , но и максимального касательного напряжения то диаграммы фиг. 12 нельзя воспринимать как единую диаграмму, т.е. их нельзя просто накладывать друг на друга.

Для того чтобы построить единую диаграмму Мора, отражающую взаимоотношение четырех напряженных состояний, необходимо найти некий базис сопоставления этих напряженных состояний. Такое сопоставление напряженных состояний было сделано на основе положения о том, что глубина формирования месторождения Бадран, на которой происходили сдвиговые и дилатансионные смещения, существенно больше, чем разность глубин для трещин четырех выборок. В данном случае перепад высот в шахтном поле — на глубине 300–1000 м. Это создает перепад вертикальных напряжений на порядок меньший, чем основное напряженное состояние структуры, формировавшейся на глубине около 7 км. Поэтому вполне оправданно считать, что соответствующие вертикальные напряжения для всех четырех напряженных состояний одинаковые и определяются величиной литостатического давления ( $p_{ll}$ ) и эффективного литостатического давления ( $p_{ll}^*$ ):

$$\sigma_{zz} = -p_{ll}, \quad \sigma_{zz}^* = -p_{ll}^* \quad \text{при} \quad p_{ll}^* = p_{ll} - p_{fl}. \quad (18)$$

На фиг. 12 звездочками показаны нормированные напряженные состояния на горизонтальных площадках, которые связаны с полными вертикальными эффективными напряжениями соотношением:

$$\sigma_{zz}^* = -p^* + \tau \bar{\sigma}_{zz}, \quad (19)$$

$$\bar{\sigma}_{zz} = (1 - \mu_\sigma) \ell_{1z}^2 - (1 + \mu_\sigma) \ell_{3z}^2 + \mu_\sigma.$$

Таким образом, используя только графические приемы анализа на стереосфере и моровской области, можно оценить величины напряжений относительно значений вертикальных напряжений (литостатическое давление) на горизонтальной площадке.

#### *Расчет прочности пород и напряжений из формул*

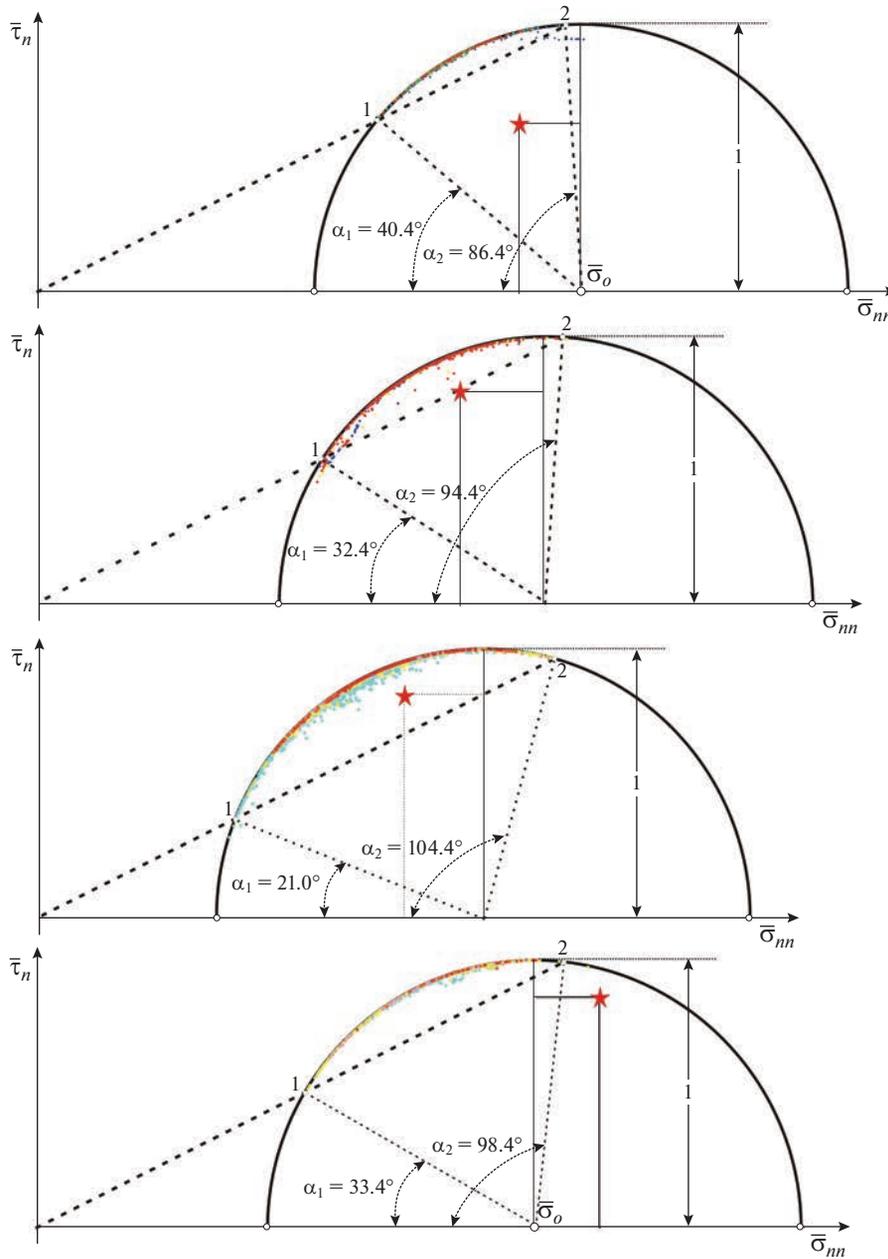
Согласно данным, представленным на фиг. 12 (см. также предыдущий раздел), в каждой из четырех выборок трещин угол  $\alpha_0$ , определяющий размер полосы хрупкого разрушения на диаграмме Мора (фиг. 10), имеет значение  $46^\circ$ ,  $62^\circ$ ,  $83.4^\circ$  и  $65^\circ$ . Используя выражение (15), из этих значений  $\alpha_0$ , находим, что отношение  $p^*/\tau$  будет соответственно 2.06, 1.94, 1.67, 1.89. Т.е. возрастание отношения  $p^*/\tau$  происходит в следующей последовательности номеров сегментов: 3, 2, 4, 1. Поскольку при хрупком разрушении давление препятствует активизации трещин, а касательные напряжения способствуют этому, то полученный результат косвенно свидетельствует, что третий сегмент должен иметь наибольшую активность развития трещин сдвига. Этот вывод подтверждается наибольшими амплитудами раскрытия трещин, полученных прямыми измерениями для третьего сегмента (фиг. 2в).

После выбора базиса сопоставления напряженных состояний на основе значения вертикального напряжения—литостатического давления (18), оценку прочности сцепления для каждой выборки можно выполнить, полагая  $\mu_\sigma = 0$  и используя выражения (17) и (19):

$$\tau_f^i = \frac{1 - \cos \bar{\alpha}_0}{\cos \bar{\alpha}_0 - \cos \varphi_f (\ell_{1z}^2 - \ell_{3z}^2)} p_{ll}^* k_f, \quad (20)$$

$$i = 1, 2, 3, 4.$$

Как следует из выражения (20) для определения прочности сцепления  $\tau_f^i$  четырех сегментов расчета напряжений ( $i = 1, \dots, 4$ ) необходимы данные об ориентации осей главных напряжений ( $\ell_{jz}, j = 1, 3$ ), длине дуги  $\alpha_0$  ЛМД для каждого напряженного состояния, а также эффективного литостатического давления ( $p_{ll}^*$ ) и коэффициента

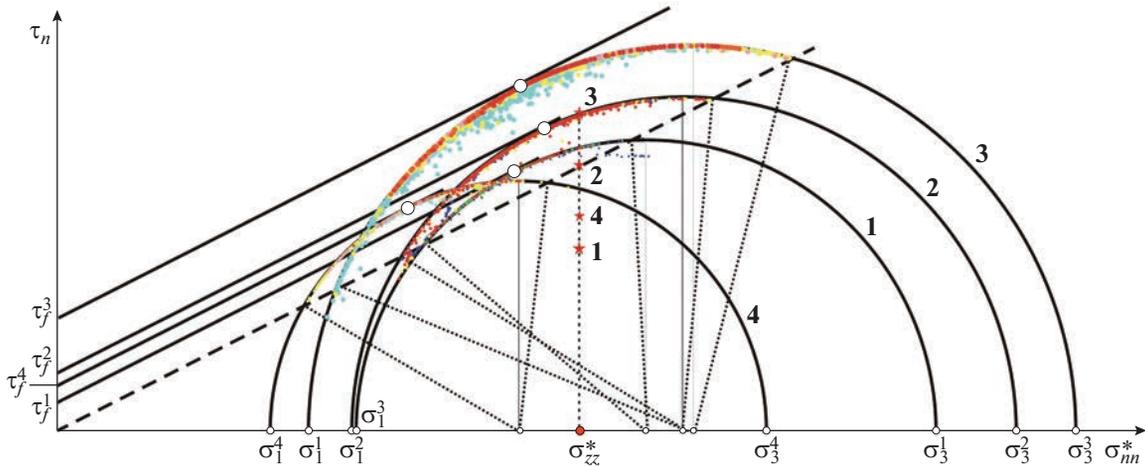


**Фиг. 12.** Диаграммы Мора однородных выборок трещин, построенные в напряжениях, нормированных на значение максимального касательного напряжения. Здесь большой круг Мора каждой выборки смещен направо относительно редуцированной диаграммы (фиг. 8) согласно значению  $\bar{\sigma}_o$ , полученному из выражения (14). Радиус большого круга Мора равен единице. Пунктирными линиями показана линия минимального сопротивления сил трения и линии, определяющие углы для двух крайних значений дуги ЛМД. На диаграммах звездочкой в вершине прямоугольника показано напряженное состояние, действующее вдоль горизонтальной плоскости (нормированные на  $\tau$  вертикальное нормальное напряжение  $\bar{\sigma}_{zz}^*$  и касательное напряжение  $\bar{\tau}_z$ ).

трения ( $k_f$ ), которые одинаковы во всех точках расчетов.

Используя теперь выражение (20), рассчитаем нормированное значение прочности сцепления  $\tau_f^i / p_{li}^*$  для каждой выборки трещин. Последова-

тельность этого отношения для четырех сегментов будет 0.0485, 0.101, 0.217, 0.083. Т.е. прочность пород возрастает в сегментах в следующей последовательности номеров: 3, 2, 4, 1. Наибольшему значению прочности отвечает третья выборка – 0.217. Если нормировать значения  $\tau_f^i / p_{li}^*$  для 1, 2 и



**Фиг. 13.** Совмещенные диаграммы Мора для четырех однородных выборок трещин после масштабирования всех диаграмм для получения одинаковых значений вертикального напряжения  $\sigma_{zz}^*$  на горизонтальных площадках. Сплошные линии – предел хрупкой прочности целых пород, пунктир – линия минимальной прочности трения. По горизонтали откладываются эффективные нормальные напряжения (направо – отрицательные значения). Цифрами обозначены большие круги Мора, прочность сцепления (слева вдоль вертикальной оси) и напряженные состояния на горизонтальных площадках (звездочки) для четырех изучаемых напряженных состояний.

4 выборок на значение третье, то они между собой будут соотноситься как 0.223 : 0.463 : 1 : 0.381.

Если использовать данные для  $\tau_f^i/p_n^*$  и выражения (17), то можно рассчитать соотношения  $p^*/p_n^*$  и  $\tau/p_n^*$ . В первом случае последовательность отношения для четырех сегментов будет 1.13, 1.21, 1.28 и 0.888, а во втором 0.548, 0.631, 0.766 и 0.472. Т.е. возрастание напряжений в сегментах идет в следующей последовательности их номеров: 3, 2, 1, 4.

#### *Графический метод оценки прочности и напряжений*

Выше уже говорилось, что получить соотношение между прочностью сцепления отдельных выборок трещин можно графическим путем. Для этого необходимо совместить четыре напряженных состояния фиг. 12 таким образом, чтобы линия минимального сопротивления сухого трения (нижняя граница полосы хрупкого разрыва) всех четырех напряженных состояний совпала, звездочки, определяющие напряженные состояния на горизонтальной площадке, располагались на одном расстоянии от начала координат вдоль горизонтальной оси. На фиг. 13 выполнено такое построение.

Если на фиг. 13 сопоставить прочности сцепления четырех напряженных состояний, приняв наибольшее из них  $\tau_f^i = 1$ , то получим следующие соотношения: 0.243; 0.495; 1; 0.402. Отличие этих соотношений от соотношений, рассчитанных прямо из формул и представленных в предыду-

щем разделе, не превышает 5–10% и связано с точностью геометрических построений. В рамках точности исходных данных можно считать, что геометрический способ оценки соотношения прочности напряженных состояния вполне приемлем.

Подобные различия в ориентации, при сохранении общей системы соотношения напряжений с телом разрыва вполне допустимы и могут быть связаны как с изменчивостью с глубиной поля напряжений, так и с точностью реконструкций природного напряженного состояния.

#### *Определение абсолютных значений напряжений*

После анализа напряженных состояний, представленных на фиг. 13, и получения соотношения между прочностями сцепления всех четырех исследуемых сегментов для расчета абсолютных значений напряжений достаточно использовать выражение (20) для третьего напряженного состояния, подставив в него значение эффективного литостатического давления. При этом следует иметь в виду, что значение эффективного литостатического давления на глубине 7 км (глубина формирования МБ) зависит не только от веса вышележащих пород, но и от величины флюидного давления в трещинно-поровом пространстве.

Современные данные о распределениях флюидного давления  $p_f$  в континентальной коре (Кременецкий и др., 1992; Zoback, 2007) говорят о том, что вблизи поверхности (0–3 км) оно близко к гидростатике, т.е. определяется весом вышележащего столба жидкости ( $p_f/p_n = 0.38$ ), а с глуби-

ной достаточно быстро возрастает. Для Кольской сверхглубокой скважины на глубинах 4–6 км было отмечено возрастание флюидного давления до значений, более чем в два раза превышающих гидростатическое значение.

Если считать, что на глубине 7 км величина литостатического давления  $p_{л} = -\sigma_{zz} = 1900$  бар (средняя плотность пород  $2.71 \text{ Г/см}^3$ ), а флюидное давление равно гидростатическому значению ( $p_{ф} = 700$  бар), то используя выражение (20), для третьего сегмента находим  $\tau_f^3 = 260$  бар. Для  $p_{ф} = 0.6p_{л}$ , ( $p_{ф} = 1140$  бар) из (20) находим  $\tau_f^3 = 165$  бар. Для очень высокого значения флюидного давления  $p_{ф} = 0.8p_{л}$ , ( $p_{ф} = 1520$  бар) прочность сцепления будет около  $\tau_f^3 = 82.5$  бар. Поскольку диапазон прочности пород МБ изменяется от 60 до 160 бар, то можно предположить, что флюидное давление в период формирования месторождения могло лежать в диапазоне  $p_{ф} = 0.6-0.8p_{л}$ .

Заметим, что в рамках решения тех проблем, которые стоят перед тектонофизикой прогноза зон повышенных дилатансионных свойств массивов, не столь важно нахождение абсолютных значений напряжений и прочности. Районирование месторождений по относительной величине максимальных кулоновых напряжений, нормированной, как в рассмотренном случае, на литостатическое напряжение на глубине формирования структуры, является вполне достаточным конечным результатом.

### ПРОГНОЗ ПЕРСПЕКТИВНОЙ ТРЕЩИНОВАТОСТИ НА ГЛУБОКИХ ГОРИЗОНТАХ

Полученные данные о направлениях главных осей напряжений и их величинах могут рассматриваться как базис для прогноза состояния надвиговой зоны МБ на больших глубинах, куда он продолжается, погружаясь в северо-восточном (южная часть) и северо-западном (северная часть) направлениях.

Как видно из данных о глубинах надвиговой зоны (фиг. 2г), она на разных глубинах представлена трещиноватостью с разной интенсивностью раскрытия (*мощностями жильно-прожилковых тел*). В современном состоянии исследуемого участка надвиговой зоны его нижняя кромка в поле данных о трещинах везде приблизительно одинаковая — 350–380 м, а верхняя изменяется достаточно сильно. Так, в двух западных сегментах разлома (первая и вторая выборки) наибольшие высоты трещиноватости составляют соответственно около 650 и 780 м. В двух восточных сегментах (третья и

четвертая выборки) высоты с данными о трещиноватости возрастают до 980 и 1050 м.

Из данных об амплитудах раскрытия трещин можно сделать вывод, что результаты расчета для первых двух однородных выборок (сегментов разлома) следует относить к диапазону высот 350–500 м. Для третьей выборки — к диапазону 350–700, а для четвертой — к диапазону 350–1050. При этом с глубиной в третьем сегменте амплитуды раскрытия трещин начинают резко возрастать. Это же наблюдается для первого сегмента, но на значительно меньшей площади.

Для прогноза характера изменения дилатансионной трещиноватости в глубине массива необходимо знать, как с глубиной будет меняться наклон плоскости разлома и напряженное состояние. Если считать, что плоскость разлома прямо продолжается на глубину без изменения азимута и угла наклона, то неизвестным параметром остается только напряженное состояние. На его изменение прежде всего может влиять собственный вес горных пород (литостатическое давление), но также и дополнительные тектонические напряжения, которые определяют повышенный уровень горизонтального сжатия. Такой расчет требует дополнительных предположений о характере деформирования на глубинах формирования месторождения.

Будем считать, что глубинный градиент напряженного состояния можно определить из существующих данных о трещиноватости надвиговой рудной зоны, если разбить его на два глубинных уровня. Отметим, что в новой разбивке на четыре сегмента была изменена граница третьего и четвертого сегментов, разделяющая сегмент 1–2 рудных столбов (см. фиг. 14). Четвертый сегмент расширен за счет третьего и стал сопоставим по площади с ним. В третьем сегменте остались все участки максимальной интенсивности раскрытия трещин.

В этой разбивке средние значения дилатансии трещин верхних частей четырех сегментов отвечали значениям: 16.0 (1492), 7.2 (1855), 9.2 (7492), 6.6 (7667). Средние значения дилатансии трещин нижних частей четырех сегментов отвечали значениям: 21.7 (1426), 9.7 (3298), 25.9 (5593), 7.4 (7811). Здесь в скобках указывается число трещин в каждой выборке. Таким образом, по интенсивности раскрытия трещин в верхнем и нижнем рядах выделяются первый и третий сегменты. При этом в третьем сегменте число трещин в выборках в 4–5 раз было больше.

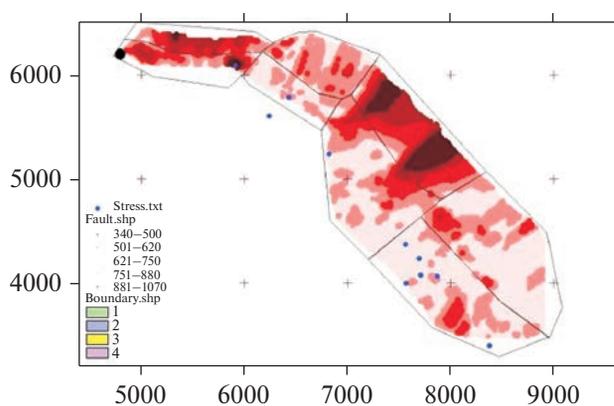
Далее по той же методике, что и выше, было произведено построение полусфер Вульфа с распределением на них трещин разной интенсивности раскрытия (амплитуды жильно-прожилковых тел). Будем этот расчет именовать как второй вариант. На фиг. 15 в двухколоночной таблице по-

казаны восемь таких полусфер. Здесь каждая строка в таблице отвечает сегментам с разбивкой на фиг. 14, при этом в левой колонке стоит полусфера, отвечающая верхнему подсегменту, а в правой – нижнему.

В табл. 3 представлены результаты оценки параметров напряжений для второго и третьего вариантов расчета в удобной для сравнения форме. Обратим внимание, что наиболее существенные расхождения между вторым и третьим вариантами расчетов наблюдаются для третьего и четвертого сегментов. Это говорит о том, что здесь влияние верхней части сегмента на расчет напряжений достаточно существенное, несмотря на преобладание в нижней части сегментов трещин наибольших амплитуд раскрытия.

Данные об ориентации главных осей напряжений показывают, что отвечающие им геодинамические типы напряженного состояния близки в верхней и нижней частях каждого из сегментов (фиг. 15). Изменения углов погружения (восстания) осей в  $3^{\circ}$ – $4^{\circ}$  не приводят к смене типа напряженного состояния. Отличие этих результатов от того, что было получено при отсутствии разделения сегментов на верхнюю и нижнюю части (фиг. 11), наблюдается только для сегмента 4, для которого он близок к состоянию сегмента 3 (переход от вертикального сдвига к трансенсии). Таким образом, так же, как и на фиг. 11, 1-й и 2-й сегменты попадают в режимы трансенсии, т.е. они находятся в благоприятных условиях, определяющих поступление к ним рудовмещающего флюида.

Используя, апробированный в предыдущем разделе прием, по геометрической оценке, соотношения кулоновых напряжений для сегментов



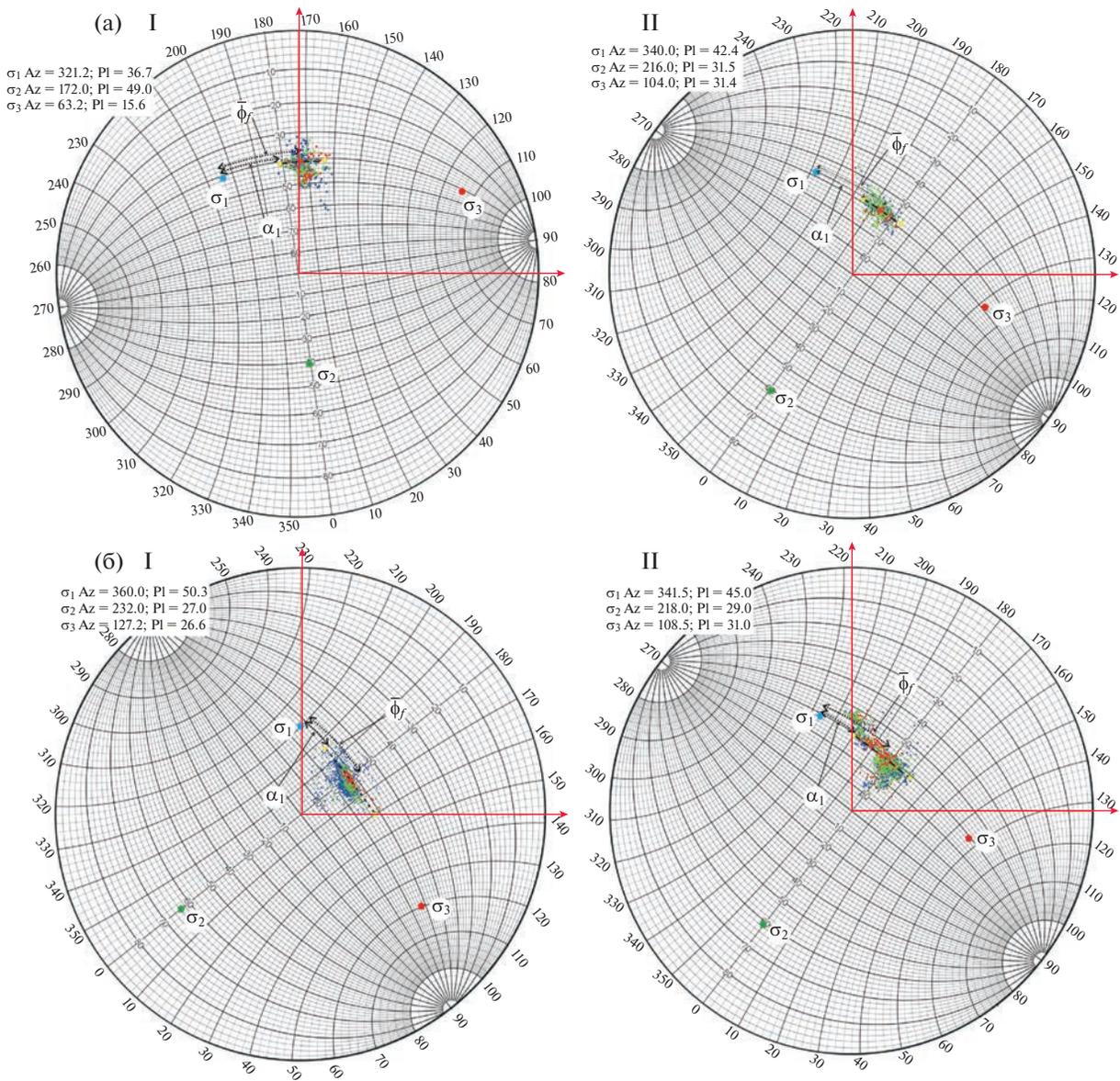
**Фиг. 14.** Амплитуды раскрытия дилатантных трещин вдоль надвиговой рудной зоны с делением на 8 зон (каждый из четырех сегментов фигуры 2г разбивался приблизительно посередине на два подсегмента).

расчета с одинаковым уровнем высот, на фиг. 16 показаны совмещенные диаграммы Мора для верхней и нижней группы сегментов (фиг. 14). Видно, что для верхней группы сегментов предельная прочность пород сегмента возрастает в последовательности 1, 2, 4, 3, а для нижней – 1, 2, 3, 4.

Средние значения высот для верхней части сегментов были: 640, 700, 770 и 890 метров, что определяло перепад средних величин вертикальных напряжений между первым и четвертым сегментами на 65 бар. Средние значения высот для нижней части сегментов были: 470, 500, 450 и 600 м, что определяло максимальный перепад средних величин вертикальных напряжений около 35 бар. Соответственно, разница вертикальных напряжений  $\sigma_{zz}^*$  верхней и нижней частей каждого из сегментов

**Таблица 3.** Азимуты и углы погружения осей главных напряжений

Сегменты разлома	Первый расчет Аз.; Уг. вост.	Второй расчет	
		Верхний подсегмент Аз.; Уг. вост.	Нижний подсегмент Аз.; Уг. вост.
1	325; 36	321; 37	325; 36
	182; 48	172; 49	182; 48
	69; 19	63; 16	249; 19
2	330; 47	340; 42	330; 45
	201; 31	216; 32	203; 31
	93; 27	104; 31	94; 29
3	358; 50	360; 50	356; 50
	233; 26	232; 27	228; 27
	128; 28	307; 26	123; 27
4	349; 32	342; 45	343; 47
	237; 26	218; 29	221; 26
	116; 46	108; 31	113; 31



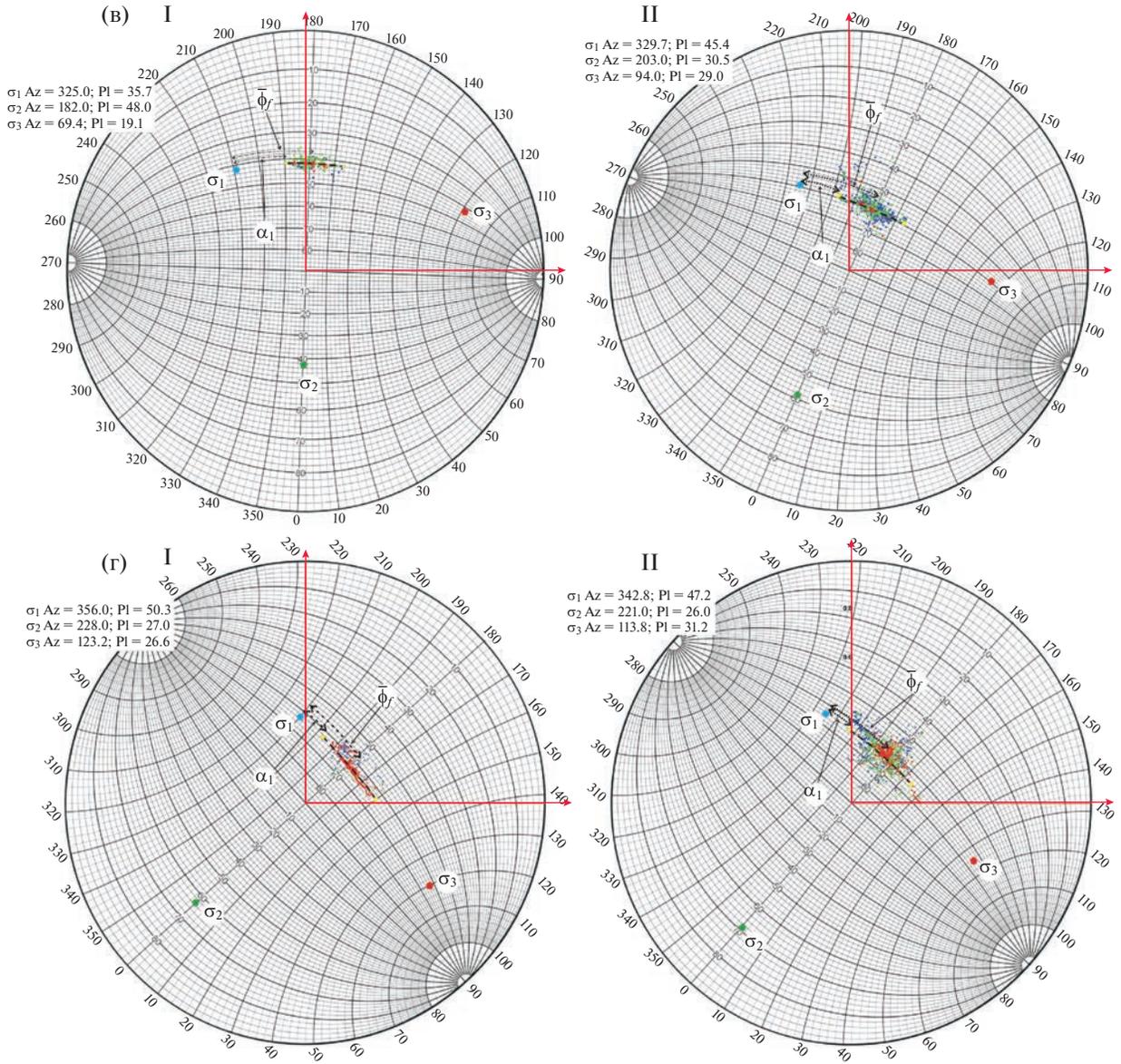
**Фиг. 15.** Положение на верхней полусфере в проекции Вульфа полюсов трещин с маркировкой амплитуд их раскрытия для верхней (I) и нижней (II) частей разлома с четырьмя однородными выборками в каждой (а, б, в, г – сегменты с северо-запада на юго-восток), линиямента максимальной дилатансии (черный пунктир) и выходов на полусферу трех главных осей напряжений. См. подписи к фиг. 10.

тов составляла около: 45, 55, 65, 85 бар. Среднее значение разницы вертикальных напряжений между верхними и нижними частями сегментов составляет около 60 бар. Переходя к эффективным вертикальным напряжениям (понижаем нормальные напряжения на уровень флюидного давления  $0.8 p_{fl}$ ), получим добавок к эффективному вертикальному напряжению порядка 12 бар. То есть эффективное литостатическое давление нижней группы сегментов больше, чем для верхних на 12 бар.

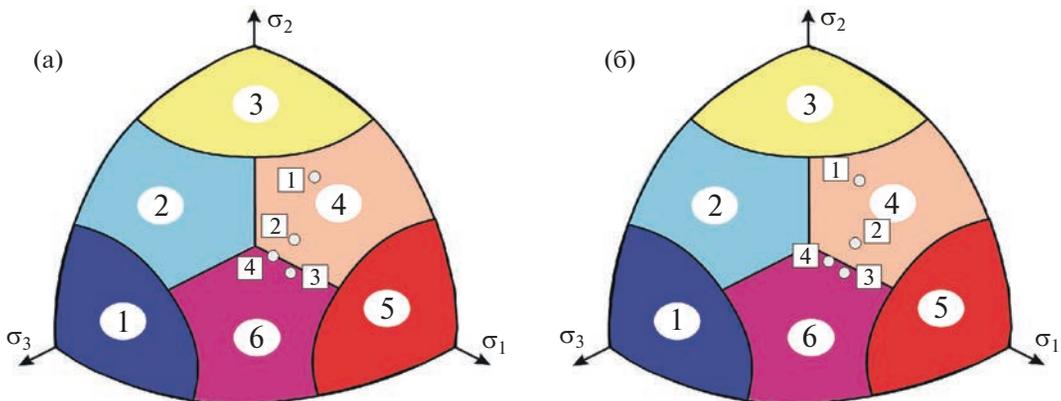
Если считать среднее для всех сегментов литостатическое давление таким же, как в первом рас-

чете (380 бар), то обнаружится, что средние эффективные вертикальные напряжения их верхней и нижней группы сегментов соответственно равны 374 и 386 бар, т.е. соотносятся как 1 : 1.03. Это соотношение укладывается в точность геометрических построений, поэтому будем далее считать литостатическое давление для всех сегментов одинаковым (380 бар).

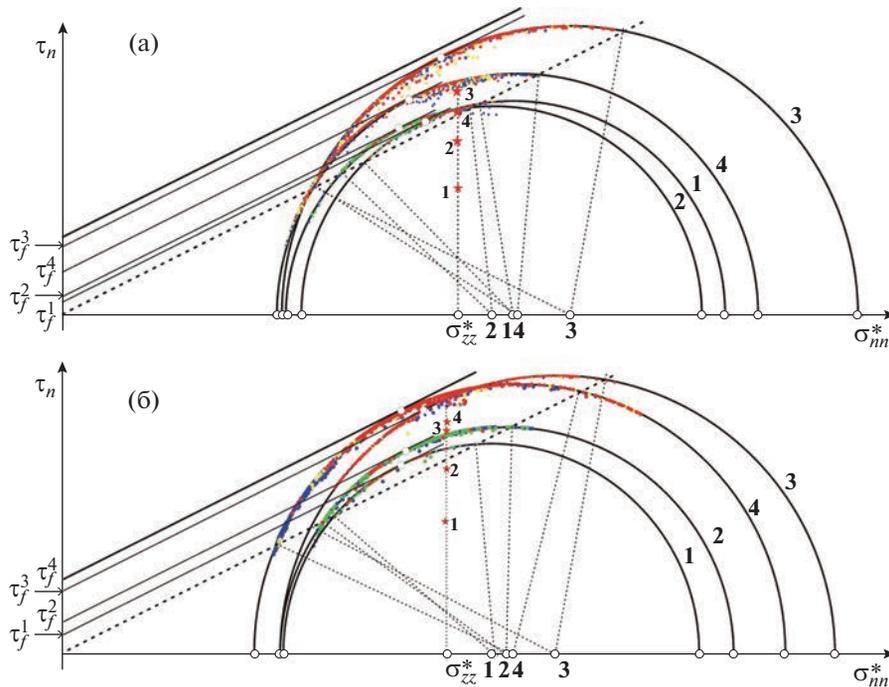
На фиг. 17 для верхней и нижней группы сегментов построены совмещенные диаграммы Мора. При этом значение эффективных вертикальных напряжений  $\sigma_{zz}^* = -p_{fl}^*$  в обоих рисунках было



Фиг. 15. Окончание



Фиг. 16. Геодинамические типы напряженного состояния для верхних (а) и нижних (б) частей сегментов. Серые кружки определяют положение оси на зенит в системе координат, связанной с осями главных напряжений для каждого из четырех сегментов расчета. См. подпись к фиг. 11.



**Фиг. 17.** Диаграммы Мора для четырех однородных выборок трещин верхней I (а) и нижней II (б) части разлома после масштабирования всех диаграмм для получения одинаковых значений вертикального напряжения  $\sigma_{zz}^*$  на горизонтальных площадках. Сплошная утолщенная линия – наибольший предел хрупкой прочности целых пород (нижняя часть разлома – сегмент 4), тонкие сплошные линии – пределы прочности для каждого из сегментов в верхней и нижней части разлома, пунктир – линия минимальной прочности трения. Номера для больших кругов Мора, их центров и напряженного состояния на горизонтальной площадке ( $\sigma_{zz}^*$ ) определяют номер сегмента в верхней и нижней частях разлома. См. подписи к фиг. 12 и 13.

одинаковое. Это позволяет прямо сравнивать прочность пород сегментов и их напряжения друг с другом. Поскольку наибольшее значение прочности отвечало 4 сегменту в нижней полосе на фиг. 17б), то на фиг. 17а) была построена эта линия предела прочности (сплошная утолщенная линия).

Важные выводы, которые можно сделать из проведенного расчета, состоят в том, что с глубиной:

- 1) уровень напряжений в 3 сегменте почти не меняется;
- 2) уровень напряжений в 4 сегменте повышается и становится наибольшим;
- 3) уровень напряжений в 1 и 2 сегментах немного повышается, но остается самым маленьким из всех четырех сегментов.

Таким образом, прогноз зон повышенной дилатансии определяет сегменты 3 и 4 как наиболее перспективные. Здесь должны наблюдаться трещины с повышенными амплитудами раскрытия. Сформулированные выводы в отношении 3-го сегмента выглядят вполне правдоподобными, т.к. закономерность распределения по глубине трещин с повышенными амплитудами раскрытия также говорит об этом (фиг. 2г). Но вот для сегмента 4 сделанный вывод неочевиден из структу-

ры этой зоны. Здесь хотя и имеется определенное увеличение амплитуды раскрытия трещин в нижней части в сравнении с верхней, но сами значения раскрытия находятся в среднем диапазоне. Распределение малых зон с высоким уровнем амплитуд раскрытия трещин в этом сегменте носит достаточно случайный характер.

## ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты полевых тектонофизических наблюдений надвиговой зоны месторождения Бадран показали, что дилатансионное расширение породного массива может формироваться не только за счет трещин отрыва (пулл-апарты по Ставрогину), но и в процессе сдвиговых смещений по трещинам скалывания, пульсационное поступление в которые минерализованного флюида приводит к последовательному увеличению и фиксации амплитуд раскрытия. Привлечение фундаментального закона геомеханики критического деформирования, определяющего взаимосвязь амплитуд сдвиговых деформаций с амплитудами деформаций дилатансионного расширения, позволяет связать амплитуды раскрытия трещин скалывания с уровнем кулоновых напряжений.

В работе показано, что расширение данных о морфологии трещин за счет замеров амплитуд раскрытия трещин скальвания позволяет в условиях отсутствия сопряженной системы трещин скальвания (метод Николаева) определить как ориентацию главных осей напряжений, так и величины напряжений и прочность участков разломных зон.

Эти возможности созданного алгоритма описываются на выявленные в лабораторных геомеханических экспериментах закономерности распределения точек, отвечающих нормальным и касательным напряжениям на трещинах, внутри параметрической области Мора. Только те дефекты прочности или ранее существовавшие трещины, где уровень касательных напряжений больше сухого трения, могут активизироваться. Совмещение этих данных с диаграммы Мора с изображением распределения полюсов трещин, выделенных в обнажении как активные (трещины скальвания с амплитудами раскрытия), на стереосфере позволяет определить и ориентацию осей главных напряжений, и соотношения шаровой и девиаторной компонент тензора напряжений.

Разработанные на основе фундаментальных закономерностей хрупкого разрушения алгоритм и технология расчета напряжений состоят из последовательности процедур анализа геометрических параметров формы зоны плотности полюсов трещин на стереосферах и напряженных состояний этих трещин на диаграмме Мора. Алгоритм позволяет выполнять расчет параметров тензора напряжений как на основе графического анализа на стереосферах и диаграмме Мора, так с использованием группы формул. Полученные в результате применения новой технологии данные о напряженном состоянии четырех сегментов надвиговой зоны месторождения Бадран позволяют их тестировать на соответствие формированию участков с высокими коллекторскими свойствами.

Опыт прогноза перспективности формирования рудных залежей гидротермального генезиса показывает, что кроме интенсивности скальвающих напряжений, определяющих амплитуду сдвига, а следовательно, и величину дилатансии, большую роль в формировании вертикальных подводящих каналов играет геодинамический тип напряженного состояния. Наиболее благоприятным здесь является геодинамический режим горизонтального сдвига и его сочетание с растяжением.

Согласно результатам измерения, геодинамические режимы участка 1 (4–5 рудные столбы) и участка 2 (3 рудный столб) надвиговой зоны являются более благоприятными для формирования трещин скальвания и растяжения (формирования полостей отрыва), так как, по расчетам, попадают в область горизонтального сдвига со сжатием, юго-восточный же (четвертый) участок попа-

дает в область формирования крутопадающих разрывов (взрезов) и является неблагоприятным для субвертикальных рудных столбов при найденной ориентировке осей палеонапряжений (фиг. 11, 16). Если учесть при построении финальных диаграмм Мора гипотезу о более высоком уровне флюидного давления, чем для сегментов 3 и 4 ( $0.8 p_H$ ), то большие круги Мора сегментов 1 и 2 на фиг. 17 сместятся налево, что приведет к повышению для них кулоновых напряжений. Кроме того, с глубиной более перспективным становится участок 2 (3 рудный столб), так как, по расчетам, он располагается ближе к области горизонтального сдвига с растяжением, в отличие от остальных участков, для которых геодинамическое напряженное состояние остается без существенных изменений (фиг. 11, 16).

Изучение напряженного состояния по глубине выявило, что направление осей сжатия и растяжения изменяется в пределах первых градусов ( $4^\circ - 10^\circ$ ) против часовой стрелки, “разворот” этих граней на север. То есть значительных изменений в ориентировке граней надвига, контролирующей полости отрыва с максимальными амплитудами раскрытия на момент рудообразования наблюдаться не будет (расчет проводился при условии продолжения надвиговой зоны до глубины 300 м). Однако на диаграммах Мора для верхнего и нижнего уровней наблюдается увеличение длины сектора для трещин, которые могут быть раскрыты (фиг. 15). То есть, при выдержанной ориентировке максимальной амплитуды раскрытия трещин одновременно с глубиной наблюдается увеличение разброса ориентировок трещин с расширением перпендикулярно стенкам.

Такие закономерности для расчетного интервала глубин могут интерпретироваться как разветвление мощных жил или многоярусное расположение жил внутри зоны с большой ее мощностью, при одновременном уменьшении мощности жил. Описываемое геологическое строение, в силу закономерного чередования участков магистрального разрыва и разломных дуплексов, должно смениться на более простое (одну мощную жилу) при дальнейшем погружении вдоль рудного столба.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан тектонофизический метод инверсии напряжений из морфологических параметров трещиноватости, включающих в себя не только данные о полюсах трещин, но и амплитуды их дилатансионного раскрытия. Метод позволяет работать с трещиноватостью, характеризующей только одну из систем трещин и связанную с особенностью структуры разломной зоны. В методе реализованы алгоритмы определения положения осей главных напряжений и расчета величин напряжений. Он состоит из нескольких фаз:

1. На стереосфере анализируется геометрия зон различной плотности полюсов трещин и выделяются участки разломной зоны, определяемые как квазиоднородно деформированные. Этим участкам отвечают однородные выборки трещиноватости.

2. Для каждой однородной выборки строится отдельная стереосфера, для которой выделяется дуга большого круга, проходящая через ось симметрии зоны распределения полюсов трещин и одновременно через полюса трещин максимальных амплитуд раскрытия.

3. Находятся граничные точки части выделенной дуги, определяющие границы зоны трещиноватости в этом направлении, рассчитывается длина участка дуги в градусах ( $\bar{\alpha}_0$ ). Этот участок дуги большого круга называется линейментом максимальной дилатансии (ЛМД), а сама дуга содержит выходы на полусферу осей максимального ( $\sigma_3$ ) и минимального ( $\sigma_1$ ) сжатия. Соответственно, нормаль к плоскости, содержащей эту дугу, определяет положение оси промежуточного главного напряжения  $\sigma_2$ .

4. По геометрии ЛМД определяется положение оси напряжения минимального сжатия — от центра ЛМД вдоль дуги большого круга, в которую он входит, откладывается дуга, в градусах равная  $\bar{\varphi}_f$  (половина угла  $\varphi_f$ , см. фиг. 7), в том направлении, которое требует известная из геологических данных кинематика разлома. Далее определяется положение оси максимального сжатия.

5. Данные о величине угла  $\bar{\alpha}_0$  и углов, определяющих положение главных осей напряжений, полученные из анализа полюсов трещиноватости на стереосфере, а также данные о внутреннем трении пород ( $k_f$ ,  $\alpha_f$ ,  $\varphi_f$ ), полученные в лабораторных экспериментах, позволяют по формулам, разработанного алгоритма рассчитать соотношение величин напряжений и прочности сцепления породы квазиоднородно деформируемых участков разлома, для которых были созданы однородные выборки трещин. Эти формулы в качестве основного параметра, определяющего возможность такого расчета, используют положение о близости значений вертикального литостатического давления для всех участков разлома с выделенными однородными выборками трещин.

6. В предлагаемом методе разработан графический прием определения соотношения величин напряжений и прочности для однородных выборок, характеризующих квазиоднородное деформирование участков разломов. Для этого используется построение редуцированных диаграмм Мора по данным о величине углов  $\alpha_0$  ( $\alpha_0 = 2\bar{\alpha}_0$ ),  $\alpha_1$  ( $\alpha_1 = \varphi_f - \bar{\alpha}_0$ ),  $\alpha_2$  ( $\alpha_2 = \varphi_f + \bar{\alpha}_0$ ), а также значения редуцированных напряжений на гори-

зонтальных площадках  $\bar{\sigma}_{zz}$  (литостатическое давление). Соотношение напряжений для разных выборок находится масштабированием редуцированных диаграмм Мора, определяющим совпадение линии минимального сухого трения и эффективного вертикального напряжения  $\sigma_{zz}^*$  (учет влияния флюидного давления).

7. Для определения абсолютных величин напряжений и прочности отдельных участков разлома необходимо оценить величину эффективного вертикального напряжения, действовавшего на горизонтальных площадках в момент формирования структуры. Для этого кроме данных о глубине необходимо также подбирать величину флюидного давления, позволяющую получить параметры прочности, не противоречащие данным лабораторных экспериментов о прочности образцов породы.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в рамках Госзадания ИФЗ РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Амузинский В. А., Агеенко В. А., Анисимова Г. С., Баландин В. А. Структурные условия формирования богатых Ag, Au, Sn, Sb и Pb-Zn руд месторождений Якутии. Якутск: Изд-во ЯФ СО РАН, 2002. С. 40–64.
- Войтенко В. Н., Задорожный Д. Н. Определение напряженного состояния и величины флюидного давления в горном массиве по ориентировке вторично активизированных трещин // Тектоника, геодинамика и рудогенез складчатых поясов и платформ. Материалы XLVIII Тектонического совещания. М.: ГЕОС, 2016. С. 76–81.
- Гзовский М. В. Тектонические поля напряжений // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1954. № 3. С. 390–410.
- Гзовский М. В. Соотношение между тектоническими разрывами и напряжениями в земной коре // Разведка и охрана недр. 1956. № 11. С. 7–22.
- Гзовский М. В. Основы тектонофизики. М.: Наука, 1975. 535 с.
- Гуценко О. И. Кинематический принцип реконструкции направлений главных напряжений (по геологическим и сейсмологическим данным) // ДАН СССР, сер. геоф. 1975. Т. 225. № 3. С. 557–560.
- Гуценко О. И. Метод кинематического анализа структур разрушения при реконструкции полей тектонических напряжений // Поля напряжений в литосфере. М.: Наука, 1979. С. 7–25.
- Гуценко О. И. Определение тектонических полей напряжений методом кинематического анализа структур разрушения (в связи с прогнозом сейсмической опасности) // Природа и методология определения тектонических напряжений в верхней части земной коры. Апатиты, 1982. С. 35–52.
- Данилович В. Н. Метод поясов в исследовании трещиноватости, связанной с разрывными смещениями. Иркутск: Иркут. политехн. ин-т, 1961. 47 с.

- Кременецкий А.А., Овчинников Л.Н., Нартиков В.Д., Ланидус И.В.* Комплекс геохимических и петрологических исследований глубоких и сверхглубоких скважин. Глубинные Исследования Недр в СССР // Докл. Сов. Геол на XXVII сессии Междунар. Геологич. конгр. Л.: 1989. С. 212–226.
- Неустров Р.Г.* Структурно-морфологические особенности размещения золоторудного оруденения месторождения Бадран (Северо-восток Якутии). Дис. .... канд. геол.-минер. Наук. 2004. 149 с.
- Мамонов А.Ф., Зубков В.П., Необутов Г.П.* Оценка первоначального напряженного состояния многолетне-мерзлого массива месторождения Бадран в Якутии // ГИАБ, 2001. С. 1–7.
- Николаев П.Н.* Методика статистического анализа трещин и реконструкция полей тектонических напряжений // Изв. вузов. Геол. и разведка. 1977. № 12. С. 113–127.
- Николаев П.Н.* Методика тектонодинамического анализа. М.: Недра, 1992. 294 с.
- Парфенов В.Д.* Анализ напряженного состояния в ангидридовых тектонитах // ДАН СССР. 1981. Т. 260. № 3. С. 695–698.
- Парфенов В.Д.* К методике тектонофизического анализа геологических структур // Геотектоника. 1984. № 1. С. 60–72.
- Расцветаев Л.М.* Структурные рисунки трещиноватости и их геомеханическая интерпретация // ДАН СССР. 1982. Т. 267. № 4. С. 904–909.
- Расцветаев Л.М.* Выявление парагенетических семейств тектонических дизъюнктивов как метод палеогеомеханического анализа полей напряжений и деформаций земной коры // Поля напряжений и деформаций в земной коре. М.: Наука, 1987а. С. 171–181.
- Расцветаев Л.М.* Парагенетический метод структурного анализа дизъюнктивных тектонических нарушений // Проблемы структурной геологии и физики тектонических процессов. М.: ГИН АН СССР. 1987б. С. 173–235.
- Ребецкий Ю.Л.* Восстановление величин главных напряжений в земной коре по полю их траекторий // Известия АН СССР. Сер. Физика Земли. 1991. № 5. С. 24–25.
- Ребецкий Ю.Л.* Методы реконструкции тектонических напряжений и сейсмодеконических деформаций на основе современной теории пластичности // ДАН. 1999. Т. 365. № 3. С. 392–395.
- Ребецкий Ю.Л.* Принципы мониторинга напряжений и метод катакластического анализа совокупностей сколов // БМОИП. Сер. геол. 2001. Т. 76. Вып. 4. С. 28–35.
- Ребецкий Ю.Л.* Развитие метода катакластического анализа сколов для оценки величин тектонических напряжений // ДАН. 2003. Т. 400. № 3. С. 237–241.
- Ребецкий Ю.Л.* Оценка относительных величин напряжений – второй этап реконструкции по данным о разрывных смещениях // Геофизический журнал. 2005. Т. 27. № 1. Киев. С. 39–54.
- Ребецкий Ю.Л.* Оценка величин напряжений в методе катакластического анализа разрывов // Доклады РАН. 2009. Т. 428. № 3. С. 397–402.
- Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г.* Механика деформирования и разрушения горных пород. М.: Недра, 1992. 223 с.
- Фридовский В.Ю.* Структуры месторождений золота Верхояно-Колымской орогенной области // Дис. ... д.г.-м.н., Якутск. 1999а. 408 с.
- Фридовский В.Ю.* Сдвиговые дуплексы месторождения Бадран // Изв. Вузов. Геология и разведка. 1999б. № 1. С. 60–65
- Шерман С.И., Днепровский Ю.И.* Поля напряжений земной коры. Новосибирск: Наука, Сиб. отд., 1989. 155 с.
- Angelier J.* Sur l'analyse de mesures recueillies dans des sites failles: l'utilite d'une confrontation entre les methodes dynamiques et cinematiques // C. R. Acad. Sci. Paris. D. 1975. V. 281. P. 1805–1808.
- Angelier J.* Tectonic analysis of fault slip data sets // Geophys. Res. 1984. № 89. B7. P. 5835–5848.
- Angelier J.* From orientation to magnitude in paleostress determinations using fault slip data // J. Struct. Geol. 1989. V. 11. № 1/2. P. 37–49.
- Angelier J.* Inversion field data in fault tectonics to obtain the regional stress – III. A new rapid direct inversion method by analytical means // Geophys. J. Int. 1990. V. 10. P. 363–367.
- Byerlee J.D.* Brittle-ductile transition in rocks // J. Geophys. Res. 1968. V. 73. № 14. P. 4741–4750.
- Brace W.F.* Volume changes during fracture and frictional sliding // A Rev. Pure and Applied geoph. 1978. V. 116. P. 603–614.
- Rebetsky Yu.L. I.* Stress-monitoring: Issues of reconstruction methods of tectonic stresses and seismotectonic deformations // Journal of earthquake prediction research. Beijing, China. 1996. V. 5. № 4. P. 557–573.
- Reches Z.* Analysis of faulting in three-dimensional strain field // Tectonophysics. 1978. V. 47. P. 109–129.
- Reches, Z., 1983.* Faulting of rock in three dimensional strain fields. II Theoretical analysis. Tectonophysics. V. 95. P. 133–156.
- Reches Z.* Determination of the tectonic stress tensor from slip along faults that obey the Coulomb yield condition // Tectonics. 1987. V. 6. P. 849–861.
- Zoback M.D.* Reservoir Geomechanics. Cambridge University Press. 2007. 505 p.