

УДК 551.46.5

НАКАТ НЕЛИНЕЙНОЙ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ПЛОСКИЙ ОТКОС В ПРИСУТСТВИИ ПРИЛИВА

© 2019 г. И. И. Диденкулова^{1,2,*}, Е. Н. Пелиновский^{2–5,**}

¹ Отделение морских систем, Таллиннский технологический университет, Таллинн, Эстония

² Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород, Россия

³ Федеральный исследовательский центр "Институт прикладной физики РАН", Нижний Новгород, Россия

⁴ Национальный исследовательский университет — Высшая школа экономики, Москва, Россия

⁵ Специальное конструкторское бюро средств автоматизации морских исследований, Южно-Сахалинск, Россия

*e-mail: dii@appl.sci-nnov.ru

**e-mail: pelinovsky@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 21.06.2018 г.

После доработки 04.02.2019 г.

Принята к публикации 05.02.2019 г.

Решается нелинейная задача теории мелкой воды о накате длинной волны на плоский откос в присутствии прилива с помощью преобразования Карриера-Гринспана. Получено точное решение нелинейной задачи для высоты наката в зависимости от амплитуды падающей волны, и исследовано влияние прилива на характеристики наката волн на берег.

Ключевые слова: накат, плоский откос, нелинейная теория мелкой воды, влияние прилива

DOI: 10.31857/S0030-1574594529-532

ВВЕДЕНИЕ

Накат волн на побережье в большинстве районов Мирового океана происходит в присутствии прилива, высота которого может быть значительной. В случае цунами подход волны во время прилива (высокой воды) усугубляет катастрофу, и цунами проникает на большие расстояния в глубь побережья. Напротив, во время отлива (малая вода) даже сильное цунами может оказаться незаметным, и такие случаи известны из наблюдений. Именно поэтому в международной практике принято измерять характеристики цунами «без прилива», вычитая последний из магеограмм или просто уменьшая соответственно высоту волны в наблюдениях. Сам прилив в настоящее время хорошо предвычисляется, так что ошибки, связанные с приливными колебаниями, могут быть минимизированы. При расчете же общего уровня подъема воды колебания прилива складываются с колебаниями цунами по принципу линейной суперпозиции [3].

Между тем воздействие цунами на побережье с учетом прилива представляет собой сложную нелинейную задачу, и простой суперпозиции волн цунами и приливных волн недостаточно. Так, значительная роль прилива в процессе ге-

нерации волн цунами оползнями отмечается в работе [17]. Во время большой воды береговой склон разжижается, а во время отлива может потерять устойчивость и сползти в воду, генерируя при этом волну цунами. Взаимодействие волн с приливом влияет на экологию прибрежной зоны, в частности на смешение пресных грунтовых вод с соленой морской водой [11]. В численных расчетах трансформации волн цунами с приливом в одном из населенных пунктов Испании демонстрируется, что максимальная глубина потока воды на берегу очень сильно зависит от приливного уровня, в то время как максимальная высота наката менее подвержена такому влиянию [8]. Приливные колебания могут воздействовать на цунами и на подходе их к бухтам, усиливая или ослабляя в зависимости от фазы прилива [4]. Проникновение волн цунами в реки также зависит от уровня прилива, и численные эксперименты подчеркивают важную роль взаимодействия цунами с приливом и речным стоком [6, 9, 10]. Эти выводы, хорошо понятные с точки зрения геофизики, получены численно. Насколько нам известно, аналитические решения, описывающие влияние прилива на характеристики наката волн цунами на берег, отсутствуют, за исключением работы [7], в которой рассма-

тривается накат волны на вертикальную стенку. Целью настоящей статьи является исследование влияния прилива на высоту наката длинной необрушенной волны на плоский откос в рамках одномерной нелинейной теории мелкой воды.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим простейшую задачу наката длинных волн на плоский откос в присутствии приливных колебаний уровня воды. Анализ мы проведем в рамках нелинейной теории мелкой воды, уравнения которой запишем в классическом виде:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \eta)u] = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

где η — смещение уровня моря, u — усредненная по глубине скорость водного потока, g — ускорение свободного падения и $h(x) = -\alpha x$ — переменная глубина бассейна, α — тангенс угла наклона берега к горизонту (рис. 1). Ось x направлена к берегу, и невозмущенный урез находится в точке $x = 0$. Граничным условием на берегу является равенство нулю полной глубины:

$$H(x, t) = h(x) + \eta(x, t) = 0, \quad (3)$$

которое определяет положение подвижного уреза $x(t)$ со временем.

Решение нелинейных уравнений (1)–(2) обычно находится с помощью преобразования Карриера-Гринспана [2, 5], сводящего систему (1)–(2) к линейному волновому уравнению для вспомогательной функции $\Phi(\sigma, \lambda)$ в новых переменных σ и λ :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \sigma^2} - \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = 0, \quad (4)$$

и все физические переменные находятся явно через данную функцию $\Phi(\sigma, \lambda)$:

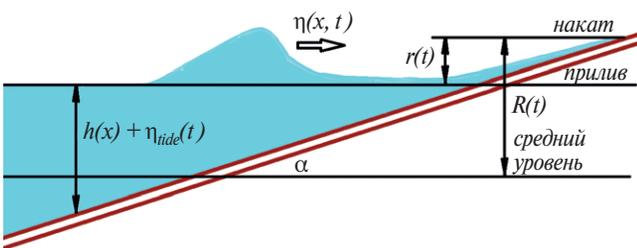


Рис. 1. Геометрия задачи.

$$\eta = \frac{1}{2g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} - u^2 \right), \quad u = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma}, \quad (5)$$

$$x = \frac{1}{2\alpha g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} - u^2 - \frac{\sigma^2}{2} \right), \quad t = \frac{1}{\alpha g} (\lambda - u). \quad (6)$$

Такое аналитическое представление задачи связано с тем, что исходная система (1)–(2) в терминах полной глубины является гиперболической системой с постоянными коэффициентами, что позволяет использовать классическое преобразование годографа (Лежандра) (см. [2, 5]). Возникающая при этом волновая функция Φ не имеет физического смысла, но через нее полностью определяются физические переменные. Обратим внимание, что переменная λ пропорциональна времени, а σ пропорциональна полной глубине бассейна:

$$\sigma = 2\sqrt{gH(x, t)}, \quad (7)$$

так что точка $\sigma = 0$ соответствует подвижному урезу. В результате, волновое уравнение (4) решается на полуоси $\sigma \geq 0$, и граничное условие на подвижном урезу (3) трансформируется в

$$\Phi(\sigma = 0, \lambda) < \infty, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma}(\lambda, \sigma = 0) = 0, \quad (8)$$

обеспечивая ограниченность волнового поля (смещения и скорости) на урезу.

Преобразование Карриера-Гринспана неоднократно использовалось в литературе для анализа наката длинных волн на плоский откос и получения разнообразных характеристик наката. Одним из свойств полученного Карриером и Гринспаном решения для плоского откоса является возможность использования двухшагового подхода для изучения свойств движущегося уреза [2]: на первом этапе решается линейная задача и определяется вертикальное смещение уровня воды на неподвижном урезу ($x = 0$): $R(t)$ и скорость частиц в этой точке $U(t)$, а затем находятся «истинные» нелинейные вертикальные смещения подвижного уреза ($\sigma = 0$): $r(t)$ и скорость движения подвижного уреза $u(t)$ по формулам:

$$r(t) = R \left(t + \frac{u}{g\alpha} \right) - \frac{u^2}{2g}, \quad u(t) = U \left(t + \frac{u}{g\alpha} \right). \quad (9)$$

Более того, удается записать критерий обрушения волны, под которым понимается градиентная катастрофа — обращения в бесконечность du/dt :

$$\text{Br} = \frac{\max(d^2 R / dt^2)}{g\alpha^2} = 1. \quad (10)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Мы выполнили серию численных расчетов динамики волн на фоне прилива по формулам (4)–(6), где в качестве функции $\Phi(\sigma, \lambda)$ взята сумма приливной и «цунамной» компонент функции:

$$\Phi = A_0 J_0 \left(\frac{\Omega\sigma}{g\alpha} \right) \sin \left(\frac{\Omega\lambda}{g\alpha} \right) + A J_0 \left(\frac{\omega\sigma}{g\alpha} \right) \sin \left(\frac{\omega\lambda}{g\alpha} + \varphi \right), \quad (11)$$

и φ представляет собой сдвиг фаз между ними. Здесь A_0 и A — амплитудные характеристики прилива и цунами (высоты прилива и цунами рассчитываются по формуле (5)), Ω — частота прилива, ω — частота цунами, а J_0 — функция Бесселя первого рода. В качестве примера взята волна цунами с периодом 10 минут и амплитудой наката 8.9 м на фоне прилива с периодом 12 часов и амплитудой 3 м. Тангенс угла берегового склона α равен 0.01. Параметр обрушения для этого случая, рассчитанный по формуле (10), равен $\text{Br} = 0.99$, что характеризует сильно нелинейные волны перед самым обрушением. Сдвиг фаз $\varphi = 0$. Из-за большой разницы в периодах прилив фактически представляет собой «статическое» смещение уровня воды в соответствующей фазе с очень малой скоростью течения, однако здесь мы не будем использовать это естественное физическое предположение.

Колебания уровня воды и скорость движения уреза показаны на рис. 2–4. Можно сказать, что колебания уровня воды на урзе (рис. 2) представляют собой суперпозицию прилива и волн цунами. Это подтверждает и рис. 3, на котором проведено сравнение динамики цунами в условиях максимального и минимального приливов. Скорость же движения уреза полностью определяется волнами цунами. Нелинейные эффекты, связанные с фазой прилива, проявляются в незначительном изменении скорости волн на берегу и достаточно малы (рис. 4). Так, из рис. 4 видно, что при отливе слегка повышаются скорости наката волн цунами, в то время как при максимальном приливе слегка увеличиваются скорости отката.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, нами рассмотрен накат длинной волны на плоский откос в присутствии

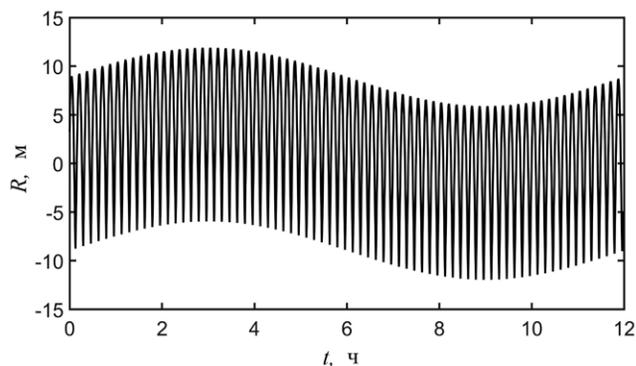


Рис. 2. Колебания волн с периодом 10 минут и амплитудой наката 8.9 м на берегу на фоне прилива с периодом 12 часов и амплитудой 3 м. Тангенс угла берегового склона $\alpha = 0.01$. Сдвиг фаз $\varphi = 0$.

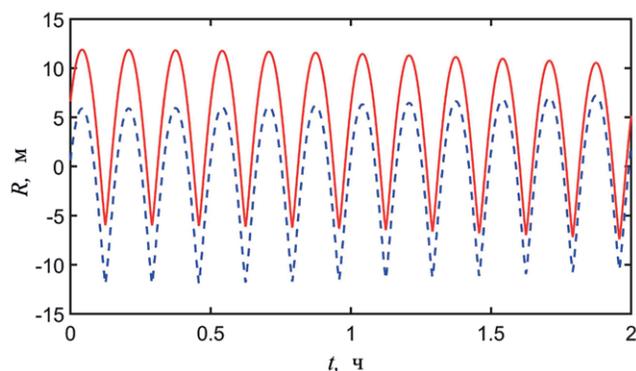


Рис. 3. Сравнение колебаний наката волн при максимальном приливе (сплошная линия) и отливе (штриховая линия) для условий рис. 2.

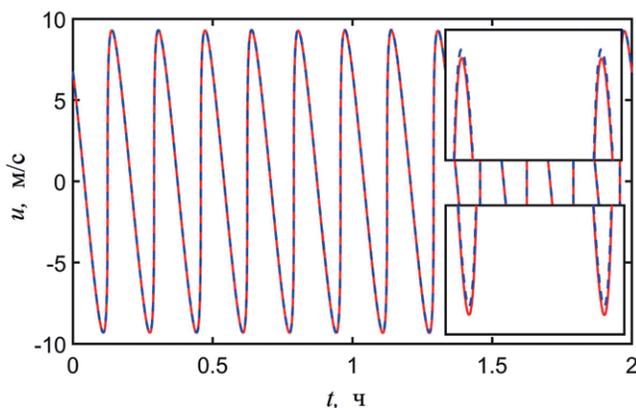


Рис. 4. Сравнение скоростей наката волн при максимальном приливе (сплошная линия) и отливе (штриховая линия) для условий рис. 2.

прилива. Исследование проводилось в рамках нелинейной теории мелкой воды с помощью преобразования Карриера-Гринспана. Расчеты

подтверждают, что за время добегаания волны до берега прилив можно считать однородным в пространстве. Даже в случае сильно нелинейного режима, когда длинные волны близки к обрушению, колебания уровня воды на берегу представляют собой почти линейную суперпозицию прилива и волн цунами. Скорость же движения уреза полностью определяется волнами цунами. Нелинейные эффекты, связанные с фазой прилива, проявляются в малом изменении скорости волн на берегу; при отливе скорости наката длинных волн цунами повышаются, а при приливе растет скорость отката волн от берега. Эти выводы обусловлены сильной идеализацией задачи (необрушенные волны, плоский откос, простирающийся на берег, одномерное распространение). При этом очевидно, что береговой откос не является постоянным и может перейти в любой другой, например в почти пологий пляж. В этом случае волна цунами во время высокой воды может очень далеко проникнуть на побережье в отличие от низкой воды. Однако для такого откоса, как и для пространственной задачи, не удастся получить аналитического решения, которое могло бы использоваться в качестве тестового в численных расчетах.

Источник финансирования. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РУТ1378, грантов РФФИ (№ 17-05-00067 и № 18-05-80019), а также гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации НШ-2685.2018.5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куликов Е. А., Рабинович А. Б., Файн И. В. и др. Генерация цунами оползнями на тихоокеанском побережье Северной Америки и роль приливов в этом процессе // *Океанология*. 1998. Т. 38. С. 361-367.
2. Пелиновский Е. Н. Гидродинамика волн цунами. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1996. 276 с.
3. Шевченко Г. В. Влияние прилива на формирование опасных подъемов уровня на побережье Охотского моря при цунами и штормовых нагонах // *Океанология*. 2017. Т. 57. № 5. С. 690-701.
4. Behera M. R., Murali K., Sundar V. Effect of the tidal currents at the amphidromes on the characteristics of an N-wave-type tsunami // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*. 2011. V. 225. P. 43-59.
5. Carrier G. F., Greenspan H. P. Water waves of finite amplitude on a sloping beach // *J. Fluid Mech.* 1958. V. 4. P. 97-109.
6. Chanson H. Tidal Bores, Aegir, Eagre, Mascaret, Pororoca: Theory and Observations. Singapore: World Scientific. 2011. 220 p.
7. Didenkulova I., Pelinovsky E. Tsunami wave run-up on a vertical wall in tidal environment // *Pure Appl. Geophys.* 2018. V. 175. P. 1387-1391.
8. Lima V. V., Miranda J. M., Baptista M. A. et al. Impact of a 1755-like tsunami in Huelva, Spain // *Natural Hazards and Earth System Sciences*. 2010. V. 10. P. 139-148.
9. Tolkova E., Tanaka H., Roh M. Tsunami observations in rivers from a perspective of tsunami interaction with tide and riverine flow // *Pure and Applied Geophysics*. 2015. V. 172. P. 953-968.
10. Tolkova E. Tsunami Propagation in Tidal Rivers. Springer, 2018. 131 p.
11. Xin P., Robinson C., Li L., Barry D., Bakhtyar R. Effects of wave forcing on a subterranean estuary // *Water Resources Research*. 2010. V. 46. P. W12505.

RUN-UP OF NONLINEAR MONOCHROMATIC WAVE ON A PLANE BEACH IN PRESENCE OF A TIDE

© 2019 I. I. Didenkulova^{1,2,*}, E. N. Pelinovsky^{2-5,**}

¹ Department of Marine Systems, Tallinn University of Technology, Tallinn, Estonia

² Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia

³ Federal Research Center "Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences", Nizhny Novgorod, Russia

⁴ National Research University — Higher School of Economics, Moscow, Russia

⁵ Special Research Bureau for Automation of Marine Researches, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia

*e-mail: dii@appl.sci-nnov.ru

**e-mail: pelinovsky@appl.sci-nnov.ru

Received June 21, 2018

Revised version received February 04, 2019

After revision February 05, 2019

The nonlinear problem of long wave run-up on a plane beach in a presence of a tide is solved within the shallow water theory using the Carrier-Greenspan approach. The exact solution of the nonlinear problem for wave run-up height is found as a function of the incident wave amplitude. Influence of tide on characteristics of wave run-up on a beach is studied.

Keywords: roll forward, flat slope, nonlinear shallow water theory, effect of high tide