

УДК 551.46.086

ИЗМЕРЕНИЕ КАПИЛЛЯРНЫХ КОЛЕБАНИЙ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

© 2025 г. В. В. Стерлядкин*, К. В. Куликовский, А. А. Задерновский

*МИРЭА – Российский технологический университет*** e-mail: sterlyadkin@mail.ru*

Поступила в редакцию 27.08.2024

После доработки 19.09.2024

Принята к публикации 22.11.2024

Капиллярные волны на морской поверхности оказывают существенное влияние на рассеяние как оптического, так и микроволнового излучения. Хотя амплитуда капиллярных волн составляет доли миллиметра, уклоны, сформированные на капиллярных волнах, нередко превышают 30° , что приводит к сильному изменению эффективного коэффициента отражения, поглощения, сечения обратного рассеяния. Капиллярные волны подробно изучаются в бассейнах, однако в натуральных морских условиях их измерять не удавалось. В настоящей работе предложен дистанционный метод измерения уклонов, амплитуды, направления волнового вектора, структуры капиллярных волн в натуральных условиях. Метод основан на регистрации видеокамерой искажения лазерных лучей, падающих сверху вниз на морскую поверхность. Авторам удалось решить обратную задачу вычисления всех параметров капиллярной волны по форме капиллярной гребенки на видеокдрах. Чувствительность метода по измерению амплитуды волн составляет 30 мкм при расстоянии до поверхности свыше 4 м.

Ключевые слова: лазерный волнограф, капиллярные волны, натурные измерения капиллярных волн, профиль поверхности, уклоны морской поверхности, дистанционные измерения волнения

DOI: 10.31857/S0030157425020018, **EDN:** DXRYMK

1. ВВЕДЕНИЕ

Капиллярные колебания возникают на границах раздела двух сред при условии, что поверхностное натяжение играет основную роль при возмущении поверхности раздела. Самые известные примеры – это колебания на поверхности воды при появлении ветра или колебания свободной капли воды, падающей из капельницы или дождевого облака. Особенностью капиллярных колебаний является их весьма малая амплитуда, которая составляет десятые доли миллиметра для ветровых капиллярных волн или сотые доли миллиметра для падающих капель. Несмотря на малую амплитуду капиллярных колебаний, их роль во многих физических процессах нередко весьма велика. Примером может служить рассеяние микроволн или оптического излучения на морской поверхности. Известно, что радиолокационный сигнал резко возрастает именно при появлении капиллярных волн [1, 4, 8, 10, 11, 17]. Капиллярные шероховатости оказывают существенное влияние на коэффициент отражения морской поверхности как в оптическом, так и в микро-

волновом диапазоне, что важно учитывать при решении задач дистанционного зондирования Земли из космоса [2, 3, 7]. Капиллярные колебания неплохо изучены в лабораторных условиях [2, 3, 9, 12, 13]. Однако дистанционные измерения субмиллиметровых деформаций в натуральных морских условиях с расстояния 4–8 м – непростая задача, которую пока решить не удавалось. В представленной работе рассмотрен дистанционный оптический метод определения параметров капиллярных колебаний морской поверхности. Метод основан на сканировании морской поверхности лазерным лучом по заданной траектории и регистрации рассеянного в морской воде излучения на видеокамеру. За один период сканирования лазерный луч можно останавливать в заданных точках, создавая отдельные “лучи”, или равномерно перемещать по морской поверхности, создавая световую “занавеску”. Верхняя граница лучей или занавески соответствует границе раздела, и если частота сканирования совпадает с частотой видеокамеры, то обновление изображения и морского профиля происходит

с частотой работы видеокамеры [5–7, 16]. Внимание настоящего исследования обращено к искажениям формы лазерных лучей, регистрируемых видеокамерой. Показана связь этих искажений с уклонами морской поверхности в точках, через которые проходит изображение луча. При появлении капиллярных волн на морской поверхности изображение луча превращается в высокочастотную гребенку. Показано, что по ориентации этой гребенки можно определять направление и величину волнового вектора капиллярной волны, вычислять ее амплитуду в различных точках.

По своей чувствительности, объему и детальности метод измерения капиллярных волн на морской поверхности перекликается с методом измерения микронных капиллярных колебаний свободно падающих дождевых капель [14].

2. МЕТОДИКА ЛАЗЕРНОГО СКАНИРОВАНИЯ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Схема лазерного сканирования морской поверхности представлена на рис. 1а. Непрерывное лазерное излучение ($\lambda = 445$ нм, $P = 2.5$ Вт) с помощью сканатора 1 направляется на морскую поверхность сверху вниз по заданной траектории развертки, а рассеянное излучение регистрирует-

ся на видеокамеру 2 (рис. 1б). Лазерный луч в воздухе рассеивается слабо, но на морской поверхности и в воде происходит значительное рассеяние, что позволяет регистрировать изображение лучей на видеокамеру. Толщина лазерного луча составляет около 1.0 мм, поэтому после преломления луч в воде распространяется почти по прямой линии. Если бы морская поверхность была гладкой, то мы увидели бы изображение прямолинейного преломленного луча. В случае взволнованной поверхности изображение прямых лучей проходит к видеокамере через неровную поверхность моря, поэтому изображение лучей на рис. 1б имеет вид изогнутой линии, петель, отдельных точек. Верхняя освещенная точка на каждом луче или верхняя линия соответствует границе раздела. На рис. 1б развертка проводится по двум ортогональным отрезкам с остановками в дискретных точках и непрерывным сканированием на коротких ортогональных отрезках в начале координат. Регистрируя верхние точки на многообразии лучей или на границе линии развертки, мы получаем возвышения морской поверхности в этих точках.

Сканатор разворачивает лазерный луч вдоль поверхности по некоторому закону $X(t)$, $Y(t)$ с частотой повторения, равной частоте видеосъемки, поэтому на каждом кадре регистрируется новый

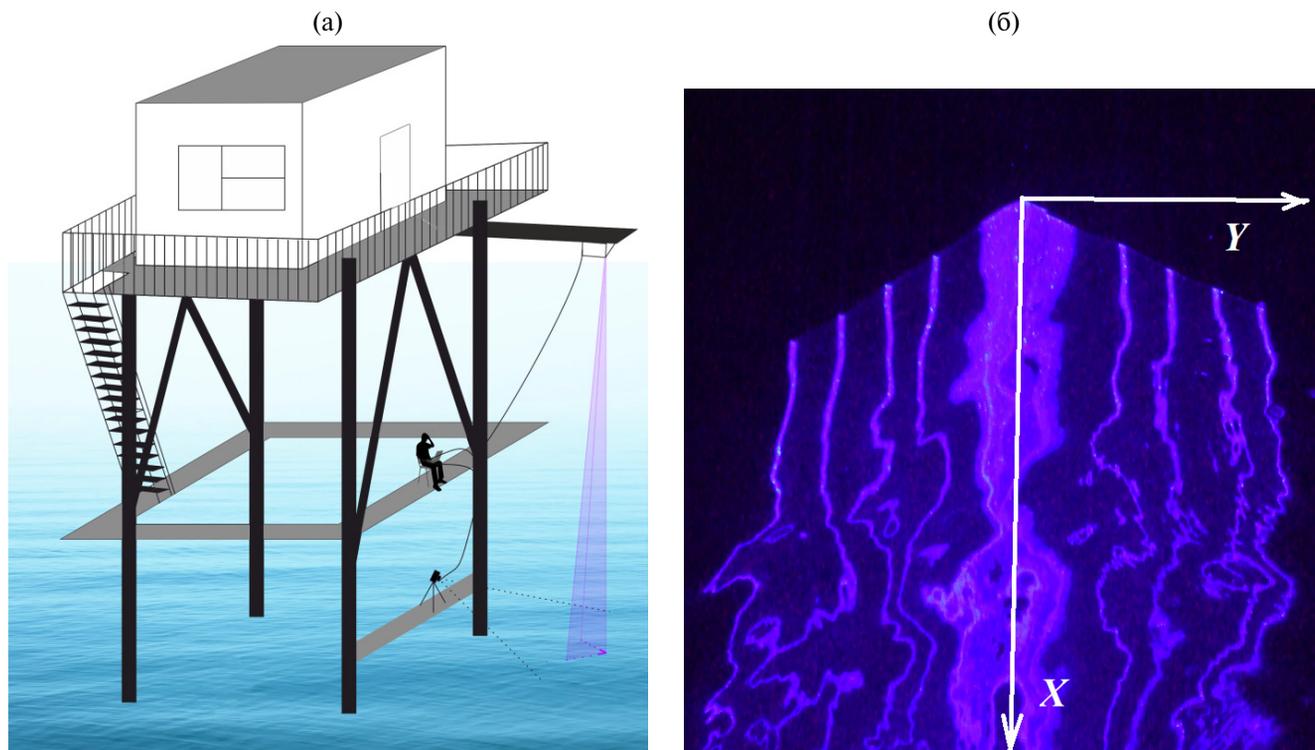


Рис. 1. Схема измерений лазерным волнографом (а): 1 – сканатор освещает отдельные точки морской поверхности и разворачивает лазерный луч на ортогональных участках в центре; 2 – видеокамера регистрирует рассеянное изображение; б – отдельный видеокадр. Верхний край изображения соответствует границе раздела “вода – воздух”.

профиль волнения вдоль линии развертки, рис. 1б). Если начало развертки лазерного луча синхронизируется с началом записи изображения на матрицу видеокамеры, то на каждом кадре известен момент засветки каждой точки развертки относительно начальной точки траектории. Из-за этого каждая точка траектории освещается и регистрируется на матрицу видеокамеры немного в различные моменты времени. Однако можно скорректировать профиль волны и привести его к единому моменту времени. Это можно выполнить за счет учета скорости смещения каждой точки поверхности по вертикали, которое можно получить, сравнивая профили на двух последовательных кадрах. Зная задержку при освещении каждой точки траектории и скорость ее вертикального движения, можно ввести коррекцию и сформировать “мгновенный” профиль поверхности, приведенный к началу развертки луча. Подробно методика измерения мгновенных профилей морской поверхности описана в работе [16]. В последующих экспериментах точность регистрации возвышений составляла 0.3–0.4 мм с частотой обновления, равной частоте работы видеокамеры (30 или 60 Гц). Метод позволяет измерять распределение двумерных уклонов для треугольников различного масштаба, выбранных на трех точках траектории, получать частотные $S(\omega)$ и пространственные $S(k)$ спектры возвышений.

Однако информация о параметрах морской поверхности заключена не только в положении верхней границы изображения, но и в форме лучей, изображения которых преломляются на взволнованной морской поверхности и регистрируются видеокамерой. Далее мы рассмотрим возможность интерпретации формы лазерных лучей с целью дистанционных измерений параметров капиллярных волн в натуральных условиях.

3. ИНФОРМАЦИЯ, ЗАКЛЮЧЕННАЯ В ФОРМЕ ЛАЗЕРНЫХ ЛИНИЙ (ЛАЗЕРНЫХ “ХВОСТОВ”)

В работе [14] сформулирована задача определения уклонов ξ_x , ξ_y и формы морской поверхности $Z(x, y, t)$ по отклонению лазерных линий от прямолинейного изображения, которое формируется при гладкой морской поверхности. (Напомним, что уклоны связаны с углами наклона φ_x , φ_y нормали к морской поверхности соотношениями $\xi_x = \text{tg}(\varphi_x)$, $\xi_y = \text{tg}(\varphi_y)$.) Смещение лазерного луча относительно невозмущенного положения зависит от уклона поверхности в точке,

через которую луч идет в видеокамеру. При наличии нескольких лучей можно получить информацию об уклонах в области, лежащей напротив лучей. Лучи реагируют на самые малые искажения поверхности, поэтому регистрируют все виды волн, в том числе капиллярные. На рис. 2 представлены кадры, на которых зарегистрированы высокочастотные искажения формы лазерных лучей, обусловленные капиллярными колебаниями. На кадре рис. 2б, полученном в дневное время, видно, что перпендикуляр к капиллярной решетке задает направление волнового вектора \mathbf{k} капиллярной волны. В настоящее время обратная задача восстановления двумерной формы морской поверхности в общем случае не решена. В исследовании [14] проведен численный анализ упрощенных моделей поверхности. Показано, что смещение луча по оси Y от неискаженной прямой слабо реагирует на уклоны ξ_x нормали к морской поверхности в точке преломления, если нормаль наклонена в плоскости XZ , в которой расположен преломленный луч и видеокамера. При этом смещение луча весьма чувствительно к уклонам ξ_y нормали в ортогональном направлении. В общем случае информации, заключенной в одиночном видеокadre, недостаточно для определения двумерных уклонов и формы поверхности, так как число уравнений на единицу меньше, чем число неизвестных. В принципе, обратная задача замыкается и становится возможной регистрация двумерных уклонов в точках пересечения лучей при использовании двух ортогонально расположенных видеокамер. Но такая методика резко усложняет как сам процесс измерений, так и процесс обработки двойных кадров, поэтому на данном этапе исследований не использовалась.

Однако оказалось, что капиллярные колебания морской поверхности в натуральных условиях можно измерять даже по отдельным кадрам. (Для капиллярных волн обратную задачу можно дополнить одним уравнением и однозначно ее решить.) Далее мы покажем, что по рис. 2 можно определить длину капиллярных волн, оценить направление волнового вектора \mathbf{k} и амплитуду сформированных волн. Эти возможности представляют особый интерес, поскольку именно капиллярные колебания оказывают большое влияние на рассеяние оптического излучения и микроволн на взволнованной морской поверхности. Для более глубокого анализа свойств капиллярных искажений и перехода к решению обратной задачи вычисления параметров волн были проведены лабораторные исследования.

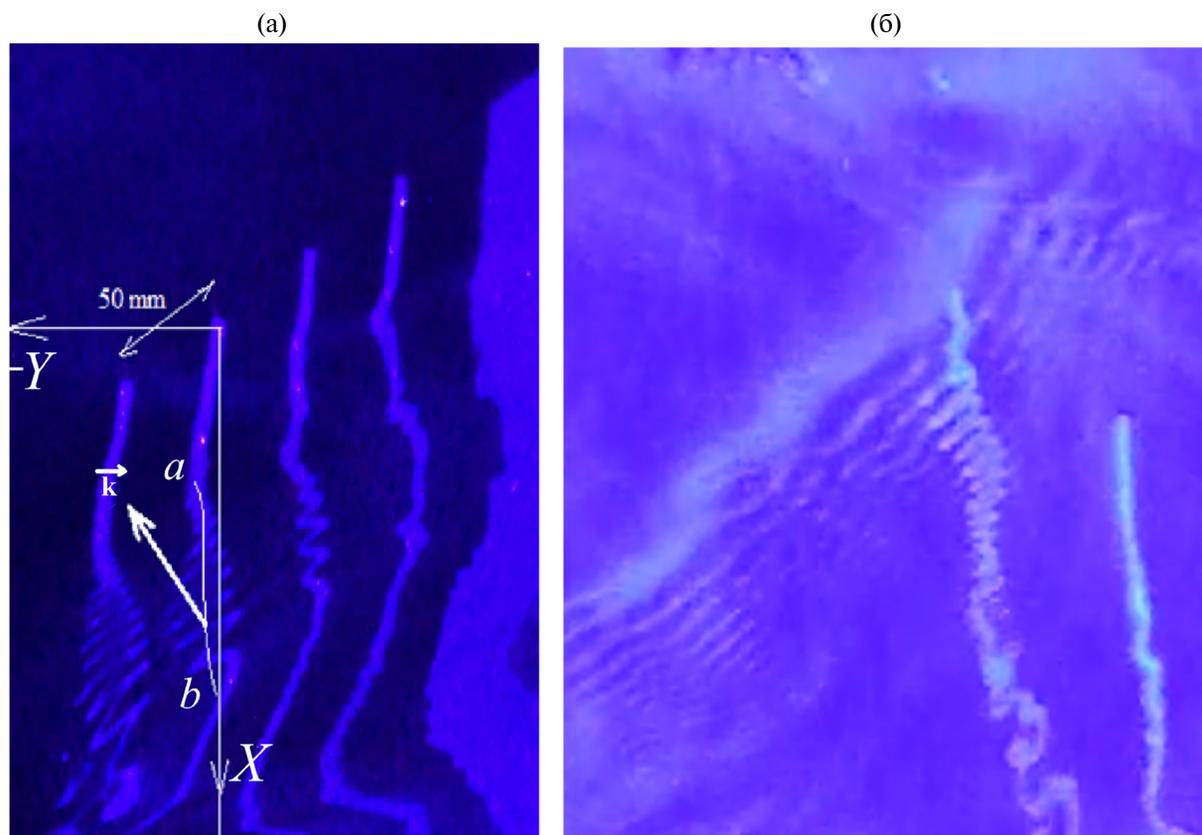


Рис. 2. Искажение лазерных лучей капиллярными волнами: *a* – ночные измерения. Отрезки имеют масштаб 50 мм. Почти вертикальная ось *X* задает неискаженную линию лазерного луча, капиллярная волна формирует короткопериодные отклонения от плавной линии *ab*, которая обусловлена гравитационной волной; *b* – дневные измерения капиллярных волн.

4. ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СВЯЗИ ПАРАМЕТРОВ КАПИЛЛЯРНЫХ КОЛЕБАНИЙ С ФОРМОЙ ЛАЗЕРНЫХ ЛИНИЙ

Проверка возможностей определения параметров капиллярных колебаний по искажению прямой линии проводилась в лабораторном эксперименте. Капиллярные колебания заданной амплитуды и частоты возбуждались на поверхности аквариума с помощью горизонтального гидрофильного стержня, соединенного с диффузором динамика (рис. 3). Динамик позволял задавать частоту и амплитуду искусственной решетки капиллярных волн. Белая вертикальная нить, натянутая грузиком, располагалась у задней стенки аквариума. Сдвоенное изображение нити обусловлено ее отражением от задней стеклянной стенки. На рис. 3а и 3б снизу заметно искаженное изображение нижней грани аквариума. Видеокадры на рис. 3 выполнены при частоте колебаний 29 Гц, одинаковой амплитуде колебаний, но при разной ориентации волнового вектора \mathbf{k} относительно оси камеры (оси *X*): на рис. 3 углы θ между вектором \mathbf{k} и осью *X* составляют 20, 40 и 55° соответственно.

Чем сильнее отклоняется волновой вектор от направления на видеокамеру, тем больше искажается изображение нити. При этом по форме капиллярного искажения можно определять направление волнового вектора \mathbf{k} . Методика определения вектора \mathbf{k} показана на рис. 3б и 3в и заключается в построении треугольника *ABC* на трех вершинах изображения нити. Покажем, что вектор \mathbf{k} перпендикулярен медиане *BD*. Действительно, точки *A* и *C* отличаются по фазе на 2π и располагаются на расстоянии λ . Точка *D* находится на середине отрезка *AC* и по фазе отстает от точки *A* на π . В точке *B* отклонение максимально и имеет противоположный по отношению к точке *A* знак. Следовательно, в точке *B* фаза также на π отличается от фазы в точке *A*. Таким образом, точки *D* и *B* имеют одинаковую фазу и располагаются на фазовой линии капиллярной волны. Волновой вектор \mathbf{k} перпендикулярен фазовой линии *BD*, т.е. перпендикулярен медиане треугольника *ABC*. Данный вывод относится не только к искажениям формы вертикальных линий, но справедлив для изображений любых прямых, которые проходят через взволнованную поверхность.

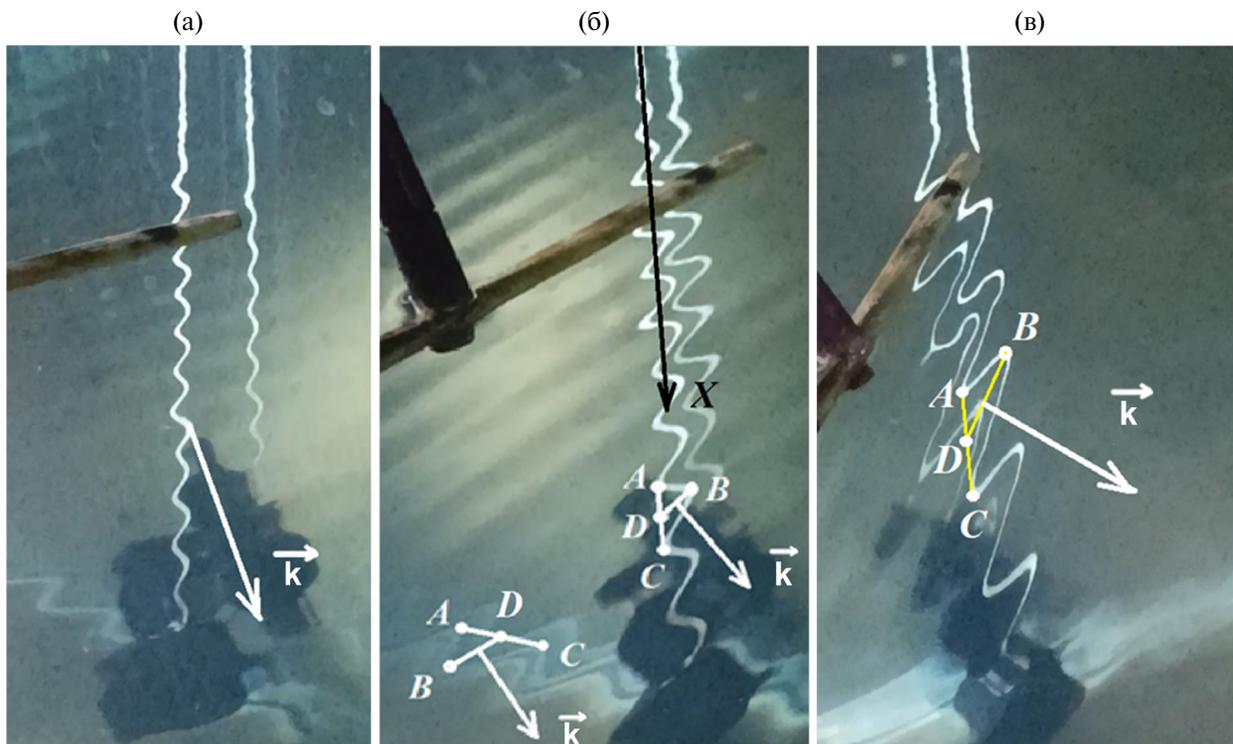


Рис. 3. Изображение прямой белой нити, прошедшее через капиллярную волну на поверхности, зависит от угла между волновым вектором \mathbf{k} и осью видеокамеры X : $a - \theta = 20^\circ$; $b - \theta = 40^\circ$; $\epsilon - \theta = 55^\circ$. Внизу видно изображение светлой нижней грани аквариума.

Подтверждением этого утверждения может служить фотография на рис. 3б. На этом фото видны искажения как вертикальной прямой нити, так и прямой горизонтально расположенной нижней грани аквариума. И в этом случае медиана BD треугольника ABC задает фазовую линию, перпендикулярную волновому вектору \mathbf{k} . Очевидно, что с учетом калибровки изображения можно вычислить (x, y) координаты всех точек A, B, C, D , направление медианы BD и волнового вектора \mathbf{k} и вычислить длину волны из соотношения $\lambda = AC / \cos(\theta)$. По амплитуде y отклонения изображения нити от оси X можно определить максимальные уклоны капиллярной волны, следовательно, оценить ее амплитуду. Для оценки уклонов поверхности по капиллярным искажениям прямой линии необходимо привлечь расчеты, к описанию которых мы переходим в следующем разделе.

5. УРАВНЕНИЯ, СВЯЗЫВАЮЩИЕ УКЛОНЫ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА С КАПИЛЛЯРНЫМИ ИСКАЖЕНИЯМИ ПРЯМОЙ ЛИНИИ

Очевидно, что форма прямой лазерной линии, которая сформирована внутри морской поверхности, при регистрации видеокамерой зависит от возвышений и уклонов морской поверхности

в точках, через которую выходит изображение. При этом работают законы геометрической оптики. В общем виде задача восстановления параметров морской поверхности по форме искаженной линии (лазерному хвосту) сформулирована в работе [15], где показано, что однозначного решения получить не удастся из-за того, что число неизвестных на единицу больше, чем количество уравнений. Однако при интерпретации капиллярных волн можно получить третье уравнение и корректное решение. Ниже мы кратко сформулируем общую постановку задачи и обсудим возможности упрощения при анализе капиллярных волн. Затем полученные результаты применим к анализу капиллярных волн, полученных в лабораторных условиях (см. рис. 3), и капиллярных волн на морской поверхности (см. рис. 2а).

Геометрия натуральных измерений лазерных линий представлена на рис. 4. Сканирующее устройство 1 направляет лазерный луч 2 вертикально вниз на взволнованную морскую поверхность. Лазерный луч (или вертикальная нить), войдя в воду, за счет рассеяния формирует светящуюся линию, уходящую в глубину. Рассмотрим одну из светящихся точек C с координатами $C = (0, 0, z_c)$ на лазерном луче. Рассеянный луч CA преломляется в точке $A = (x, y, z)$ на морской поверхности

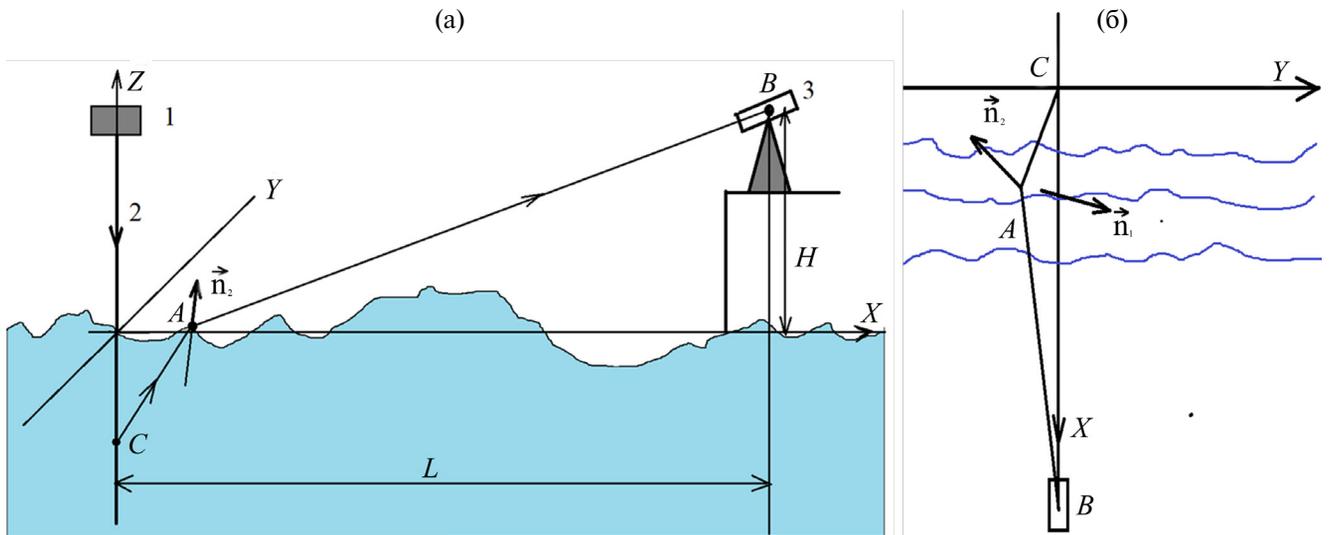


Рис. 4. Ход лучей через взволнованную морскую поверхность: *a* – вид сбоку, проекции лучей на плоскость xz ; *б* – вид сверху, разрез xy . Вектор \mathbf{n}_1 , перпендикулярен плоскости падения, проходящей через три точки A, B, C ; единичный вектор \mathbf{n}_2 – нормаль к морской поверхности в точке A .

и попадает в точку $B = (L, 0, H)$ – объектив видеокамеры 3. Масштаб натуральных измерений характеризуется величинами $L = 2800$ мм, $H = 2600$ мм. В лабораторных измерениях $L = 480$ мм, $H = 130$ мм.

Законы геометрической оптики связывают координаты точек A, B, C с уклонами поверхности в точке преломления.

1. Точки A, B и C лежат в плоскости падения/преломления. По известным трем точкам можно найти единичный вектор \mathbf{n}_1 , перпендикулярный этой плоскости. Уклоны ξ_x, ξ_y морской поверхности в точке преломления A задают единичный вектор нормали \mathbf{n}_2 к поверхности раздела, который должен лежать в плоскости падения ABC . Отсюда получаем первое уравнение для решения поставленной задачи, которое требует ортогональности векторов \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 или равенства нулю их скалярного произведения:

$$(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) = 0. \quad (1)$$

2. Закон преломления Снелля дает второе уравнение:

$$n \sin(\alpha) = \sin(\beta), \quad (2)$$

где n – показатель преломления воды, α – угол падения луча CA на поверхность; β – угол преломления. Очевидно, что синусы этих углов можно найти из векторных произведений:

$$\sin(\alpha) = \frac{|\mathbf{CA} \times \mathbf{n}_2|}{|\mathbf{CA}|}, \quad \sin(\beta) = \frac{|\mathbf{AB} \times \mathbf{n}_2|}{|\mathbf{AB}|}.$$

Проведем анализ этих уравнений, следуя работе [15]. В них используются координаты трех точек $A = (x, y, z)$, $B = (L, 0, H)$ и $C = (0, 0, z_c)$,

а также два уклона ξ_x и ξ_y – тангенсы углов наклона нормали \mathbf{n}_2 морской поверхности в точке преломления A в плоскостях xz и yz соответственно; L – расстояние от начала координат до проекции точки B на плоскость $z = 0$; H – высота видеокамеры над поверхностью раздела (над средним уровнем моря или уровнем воды в аквариуме). Известными и фиксированными являются три координаты точки $B = (L, 0, H)$, две координаты точки $C = (0, 0, z_c)$ и одна координата точки $A = (x, y, 0)$. (В первом приближении будем считать, что z -координата точки A равна нулю.) Итого, переменными становятся пять величин: x, y, z_c, ξ_x и ξ_y . При интерпретации калиброванных видеоизображений лазерных линий известными являются координаты x, y каждой точки этой линии. При этом неизвестны три параметра: глубина светящейся точки на лазерном луче z_c , а также уклоны ξ_x и ξ_y в точке A преломления луча. По этой причине в общем случае двух скалярных уравнений недостаточно для определения трех неизвестных переменных.

Однако при интерпретации капиллярных волн мы наблюдаем высокочастотные искажения лазерной линии на фоне относительно плавных искажений, вызванных гравитационными волнами. Поэтому по методике, описанной в предыдущем разделе, нам удастся определить направление θ и величину волнового вектора \mathbf{k} . В приближении гармонической капиллярной волны в точках максимального отклонения лазерной линии от невозмущенной уклоны поверхности также максимальны по обеим координатам:

$$\xi_x^{\max} = A \cdot k_x = A \cdot k \cdot \cos(\theta), \xi_y^{\max} = A \cdot k_y = A \cdot k \cdot \sin(\theta),$$

где A — амплитуду капиллярной волны, θ — угол между волновым вектором и осью X . Данный факт позволяет получить третье уравнение, связывающее уклоны между собой:

$$\frac{\xi_y}{\xi_x} = \operatorname{tg}(\theta). \quad (3)$$

Заметим, что данное соотношение справедливо не только в точках максимальных уклонов, но в любой точке капиллярной волны.

Таким образом, задача восстановления параметров капиллярных волн замыкается, и для поиска трех неизвестных — z_c , ξ_x , ξ_y — мы имеем три уравнения.

6. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ЛАБОРАТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

При лабораторных измерениях (см. рис. 4), расстояние от оси расположения нити до видеокамеры составляло $L = 460$ мм, высота видеокамеры над поверхностью $H = 130$ мм, координата x в точке наблюдения A варьировалась в интервале 180 ± 20 мм. Расчеты зависимости уклонов ξ_y от y — смещения луча от неискаженного положения, основанные на использовании уравнений (1)–(3), представлены на рис. 5 для трех значений координаты x : 180, 200 и 160 мм. Угол θ между волновым вектором \mathbf{k} и осью X составляет 45° , что соответствует рис. 3б. Заметим, что изменение координаты x слабо влияет на данную зависимость. Важно отметить еще одну особенность капиллярных искажений. Отклонение от невозмущенной

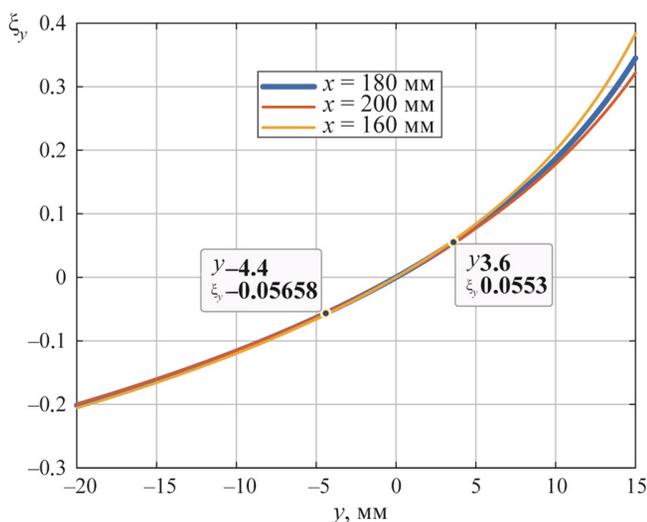


Рис. 5. Зависимость уклонов ξ_y от отклонения y луча от невозмущенной линии при координате x , указанной в легенде. Угол θ между волновым вектором \mathbf{k} и осью X составляет 45° .

линии вправо и влево при изменении знака уклонов неодинаково. При отрицательных значениях уклона смещение y по модулю больше, чем при таком же ξ_y по величине и положительном уклоне. Так, на графике при $\xi_y = -0.056 \pm 0.0005$ смещение составляет $y = -4.4$ мм, а при таком же положительном уклоне $\xi_y = 0.056 \pm 0.0005$ смещение $y = 3.6$ мм. Данная особенность в асимметрии капиллярных искажений явно заметна при натуральных измерениях на рис. 2а.

Перейдем к интерпретации видеоизображения рис. 3б. Максимальное смещение y от невозмущенной линии $Y = 0$ в области измерений на рис. 3б оказалось $y = -4.5 \pm 0.5$ мм, а полный размах капиллярной волны с учетом отклонений в обе стороны составил 8 ± 0.5 мм. Из графика получаем, что это соответствует $\xi_y = 0.056 \pm 0.0012$. Учитывая, что при $\theta = 45^\circ$ уклоны $\xi_x = \xi_y$, получаем максимальный полный уклон капиллярной волны $\xi_{\max} = \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} = 0.078 \pm 0.016$.

Для проверки корректности решения обратной задачи по определению уклонов на основе формы лазерных лучей были проведены прямые измерения уклонов на поверхности аквариума. Для этого лазерный луч направлялся вертикально вниз на поверхность, по которой распространялась капиллярная волна, и регистрировалась амплитуда d отклонения луча на дне аквариума. Схема измерений и один видеокادر представлены на рис. 6. Для нахождения максимального уклона нужно учесть связь между углами падения α и преломления β :

$$\sin(\delta_{\max}) = n \sin(\beta_{\max}) \quad (4)$$

и соотношение между углом γ_{\max} (отклонением луча от вертикального направления) и длиной отрезка d на дне аквариума:

$$\operatorname{tg}(\gamma_{\max}) = \operatorname{tg}(\delta_{\max} - \beta_{\max}) = \frac{d}{2H}. \quad (5)$$

В приведенном примере $d = 14 \pm 1$ мм, $H = 410 \pm 2$ мм, и из соотношений (4) и (5) получаем $\gamma_{\max} = 1.0 \pm 0.08^\circ$; $\delta_{\max} = 4.0 \pm 0.3^\circ$. (Отметим, что для показателя преломления воды $n = 4/3$ и малых наклонов поверхности $\leq 17^\circ$ угол отклонения луча от вертикали γ с точностью 2% можно оценить формулой $\gamma = \alpha/4$.) Полученное в эксперименте значение максимального уклона волны составляет $\xi_{\max} = \operatorname{tg}(\alpha_{\max}) = 0.07 \pm 0.005$, что в пределах погрешности измерений согласуется со значением, полученным по форме изображения нити. Таким образом, прямое измерение уклонов в пределах погрешности сравниваемых методов

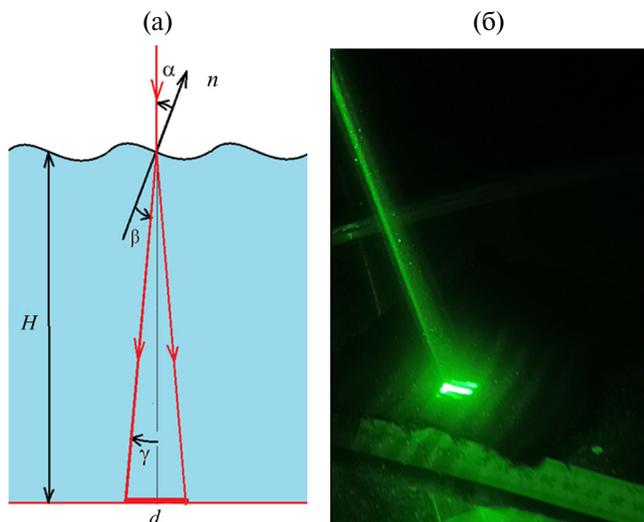


Рис. 6. Схема измерения максимальных уклонов по отклонению луча на дне аквариума (а); видеокادر измерений, на дне расположена линейка и черная ткань (б).

подтвердило методику определения уклонов капиллярных волн по искажениям вертикальной линии.

Очевидный интерес при дистанционных измерениях параметров капиллярных волн представляют не только уклоны, но и амплитуда волны. Ее нетрудно оценить из предположения, что форму волны можно аппроксимировать синусоидой.

В этом случае амплитуда связана с максимальным уклоном соотношением $A = \xi_{\max} \lambda / 2\pi$. Для приведенного примера лабораторных измерений длина волны $\lambda = 12 \pm 1$ мм, а амплитуда составила $A = 0.12 \pm 0.012$ мм.

Следует отметить, что зависимость $\xi_y(y)$ уклона от отклонения y луча от невозмущенной линии может быть рассчитана для произвольного угла θ , который определяется по ориентации капиллярной гребенки на видеокadre. Следовательно, по форме капиллярных возмущений вертикальной линии или лазерного луча можно определить всю информацию о капиллярном возмущении поверхности. В следующем разделе мы рассмотрим применение предложенной методики к интерпретации капиллярных волн на морской поверхности.

7. ИЗМЕРЕНИЕ КАПИЛЛЯРНЫХ КОЛЕБАНИЙ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В НАТУРНЫХ УСЛОВИЯХ

Основная цель настоящей работы – определение параметров капиллярных волн при натурных исследованиях морской поверхности. Для этого на рис. 7 представлен оцифрованный видеокادر, показанный на рис. 2а, в котором проведена калибровка изображения. По аналогии

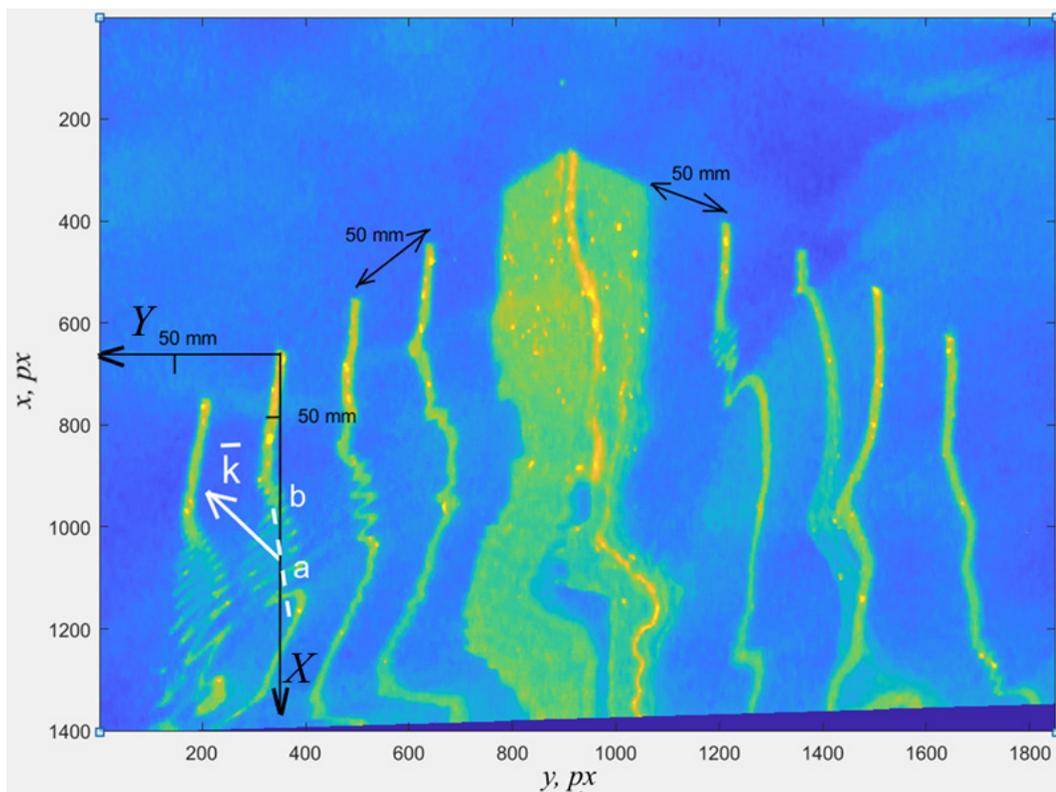


Рис. 7. Оцифрованный видеокادر (оси координат X, Y – в пикселях, px), показанный на рис. 2а, на котором учтена калибровка изображения. Волновой вектор \mathbf{k} капиллярной волны повернут относительно оси X на угол $\theta = -140^\circ$.

с методикой обработки лабораторных измерений по трем экстремумам на капиллярной гребенке можно определить длину капиллярных волн и направление волнового вектора \mathbf{k} . Угол θ отклонения вектора \mathbf{k} от оси X в точке a составил $\theta = -140^\circ$, и волновой вектор можно представить в виде $\mathbf{k} = \mathbf{i} \cdot k \cdot \cos(\theta) + \mathbf{j} \cdot k \cdot \sin(\theta)$. С учетом калибровки вблизи точки b длина капиллярной волны составляет $\lambda_b = 13 \pm 1$ мм, а вблизи точки a длина волны $\lambda_a = 4.5 \pm 0.5$ мм, т.е. уменьшается почти в три раза.

Максимальные уклоны капиллярной волны можно рассчитать по амплитуде отклонения лазерного луча от средней траектории луча ab , которая определяется гравитационной частью волнения. Из рис. 7 получаем, что вблизи точки b координата $x_b = 170 \pm 10$ мм, а капиллярное отклонение от линии ab составляет $y_b = -15 \pm 2$ мм при отрицательном уклоне и $y_b = 9 \pm 2$ мм при положительном уклоне. Для точки a координата $x_a = 120 \pm 8$ мм, отрицательное отклонение $y_a = -3 \pm 1$ мм. Поскольку направление волнового вектора известно, решение уравнений (1)–(3) позволяет найти зависимость максимального уклона волны $\xi_y(y)$ от отклонения y луча от невозмущенной линии. На рис. 8 такие зависимости рассчитаны для координаты $x = 170$ мм и различной ориентации волнового вектора относительно оси наблюдений.

Из рис. 8 следует, что при $\theta = -140^\circ$ (что эквивалентно $\theta = 180 - 140 = 40^\circ$) преломление луча из точки с координатами $x = 170$ мм,

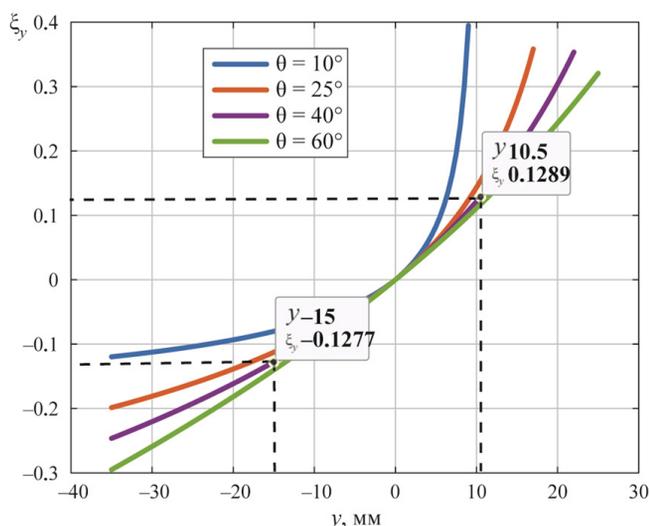


Рис. 8. Зависимость уклона ξ_y нормали к поверхности от смещения луча по оси y при координате $x = 170$ мм и различной ориентации волнового вектора относительно оси X . Пунктиром показано, что одинаковые по величине, но противоположные по знаку уклоны поверхности приводят к различному смещению по оси y , т.е. к асимметрии капиллярной решетки.

$y = -15 \pm 2$ мм соответствует уклону $\xi_{y, \max} = 0.128 \pm 0.015$ или полному максимальному уклону $\xi_{y, \max} / \sin(\theta) = 0.20 \pm 0.02$. Угол наклона нормали при этом составляет $\gamma_{\max} = 11.3 \pm 0.5^\circ$. Для определения амплитуды капиллярной волны предположим, что ее форму можно аппроксимировать синусоидой. Для синусоиды максимальные уклоны по оси y можно определить по формуле $\xi_{\max} = \text{tg}(\gamma_y) = A_b(2\pi/\lambda)$, из которой получаем, что амплитуда капиллярной волны в точке b составляет $A_b = 0.41 \pm 0.06$ мм. Аналогичная оценка для точки a дает амплитуду $A_b = 30 \pm 10$ мкм. Приведенные оценки показывают высокую чувствительность предложенного метода. С расстояния 4–6 м удастся измерять возвышения капиллярных волн амплитудой всего 30 мкм.

Следует отметить, что капиллярная гребенка возникает не на горизонтальной морской поверхности, а на относительно плавных гравитационных уклонах. Для определения капиллярного уклона $\xi_{y, \max}$ нужно определить капиллярные отклонения y_{\max} от среднего гравитационного отклонения лазерного луча, которое на рис. 7 мы оценили пунктирной линией ab . Учесть гравитационное искажение и вычислить гравитационное искажение формы луча в произвольном случае непросто – мы отмечали низкую точность таких оценок. Намного надежнее и точнее при вычисленном направлении волнового вектора измерить суммарный размах гребенки по оси y , который слабо зависит от не слишком значительных уклонов гравитационных волн. Для реализации этого подхода на рис. 9 представлены графи-

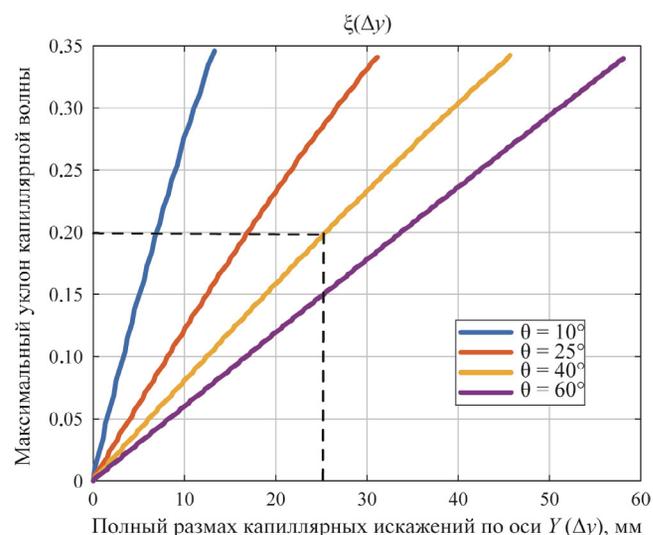


Рис. 9. Зависимость максимального уклона капиллярной волны ξ_{\max} от суммарной амплитуды капиллярной гребенки при координате $x = 170$ мм. Угол θ отклонения волнового вектора от оси X представлен в легенде. Пунктир соответствует рассмотренному примеру.

ки зависимостей максимального уклона ξ_{\max} капиллярной волны от суммарной амплитуды капиллярной гребенки Δu при различных углах θ отклонения волнового вектора от оси X . На графике видно, что при $\theta = 40^\circ$ (что эквивалентно $\theta = -140^\circ$) и суммарной амплитуде гребенки $\Delta u = 25 \pm 2$ мм (показано пунктиром) максимальный уклон в капиллярной волне $\xi_{\max} = 0.2 \pm 0.013$. Это значение согласуется с результатами, полученными выше для оценки уклонов по отклонению капиллярных линий в одну из сторон относительно линии невозмущенного луча. Однако методика измерений максимальных уклонов и амплитуды волны по суммарной амплитуде капиллярной гребенки проще и точнее.

Таким образом, метод анализа формы лазерных лучей при заданных технических параметрах волнографа позволяет регистрировать полные характеристики капиллярных колебаний морской поверхности амплитудой всего 30 мкм. Отметим, что такие измерения проводятся на дистанции 4–6 м.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрен оригинальный дистанционный оптический метод, который позволяет проводить измерения структуры и параметров капиллярных колебаний на морской поверхности. Метод основан на сканировании морской поверхности лазерным лучом с остановками в заданных точках и регистрации рассеянного в морской воде излучения на видеокамеру. Внимание настоящего исследования обращено к искажениям формы лазерных лучей, регистрируемых видеокамерой. При появлении капиллярных волн на морской поверхности изображение луча превращается в высокочастотную гребенку. Показано, что по ориентации этой гребенки можно определять направление и величину волнового вектора капиллярной волны, вычислять ее амплитуду в различных точках. Приведены уравнения, позволяющие для капиллярных волн однозначно решить обратную задачу определения параметров волны по видеокадрам с искажениями лазерной линии. Справедливость решения подтверждена лабораторными измерениями, проведенными в большом аквариуме. Оказалось, что искажения лазерных линий сильно зависят от ориентации волнового вектора относительно оси измерений. Получены зависимости максимального уклона капиллярной волны от суммарной амплитуды зарегистрированной капиллярной гребенки. Метод был применен к натурным из-

мерениям на морской платформе. Показана возможность регистрации капиллярных колебаний амплитудой до 30 мкм с расстояния выше 4 м. Достоинством предложенного метода является его дистанционный характер, регистрация уклонов и формы волны не в одной точке, а на значительном участке морской поверхности, возможность измерений как в ночное, так и в дневное время.

Финансирование работы. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-17-00189 (<https://rscf.ru/project/23-17-00189/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Басс Ф.Г., Брауде С.Я., Калмыков А.И. и др.* Методы радиолокационных исследований морского волнения (радиоокеанография) // Успехи физических наук. 1975. Т. 116. С. 741–743. <https://doi.org/10.3367/UFNг.0116.197508j.0741>
2. *Ермаков С.А., Рувинский К.Д., Салашин С.Г., Фрейдман Г.И.* Экспериментальное исследование генерации капиллярно-гравитационной ряби сильно-нелинейными волнами на поверхности глубокой жидкости // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1986. Т. 22. № 10. С. 1072–1080.
3. *Ермаков С.А., Сергиевская И.А., Щегольков Ю.Б.* Лабораторные исследования кривизны гравитационно-капиллярных волн конечной амплитуды // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1997. Т. 33. № 3. С. 394–401.
4. *Садовский И.Н., Сазонов Д.С.* Экспериментальные исследования эффективной излучательной способности взволнованной морской поверхности // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20. № 6. С. 234–246. <https://doi.org/10.21046/2070-7401-2023-20-6-234-246>
5. *Стерлядкин В.В.* Сканирующий лазерный волнограф с регистрацией “мгновенной” формы поверхности. Патент РФ № 2749727. 16.10.2020.
6. *Стерлядкин В.В., Куликовский К.В.* Измерение капиллярных волн лазерным волнографом // Российский технолог. журн. 2022. Т. 10. № 5. С. 100–110. <https://www.rtf-mirea.ru/jour/article/view/571/415>
7. *Стерлядкин В.В., Сазонов Д.С., Кузьмин А.В., Шарков Е.А.* Наземные радиометрические измерения эффективной излучательной способности морской поверхности без абсолютной калибровки // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2018. Т. 15. № 2. С. 29–41. <https://doi.org/10.21046/2070-7401-2018-15-2-29-41>
8. *Donelan M.A., Pierson W.J. Jr.* Radar scattering and equilibrium ranges in wind-generated waves with application to scatterometry // J. Geophysical Research. 1987. V. 92. Iss. C5. P. 4971–5029. <https://doi.org/10.1029/JC092iC05p04971>

9. *Ebuchi N., Kawamura H., Toba Y.* Fine structure of laboratory wind-wave surfaces studied using an optical method // *Boundary-Layer Meteorology*. 1987. V. 39. P. 133–151.
10. *Ermakov S.A., Makarov E.V., Sergievskaya I.A.* Radar scattering on gravity-capillary waves: Laboratory investigation // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2007. V. 43. P. 243–249.
<https://doi.org/10.1134/S0001433807020119>
11. *Ermakov S.A., Sergievskaya I.A., Dobrokhoto V.A., Lazareva T.N.* Wave tank study of steep gravity-capillary waves and their role in Ka-band radar backscatter // *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*. 2022. V. 60. P. 1–12. Article 4202812.
<https://doi.org/10.1109/TGRS.2021.3086627>
12. *Fedorov A.V., Melville W., Rozenberg K.A.* An experimental and numerical study of parasitic capillary waves // *Physics of Fluids*. 1998. V. 10. P. 1315–1323.
<https://doi.org/10.1063/1.869657>
13. *Perlin M., Lin H., Ting C.-L.* On parasitic capillary waves generated by steep gravity waves: An experimental investigation with spatial and temporal measurements // *J. Fluid Mechanics*. 1993. V. 2. P. 417–445.
<https://doi.org/10.1017/S0022112093002605>
14. *Sterlyadkin V.V.* Some aspects of the scattering of light and microwaves on non-spherical raindrops // *Atmosphere*. 2020. V. 11. Iss. 5. Article 531.
<https://doi.org/10.3390/atmos11050531>
15. *Sterlyadkin V.V.* The problem of reconstructing the profile of the sea surface from the video image of laser beams // *Oceanology*. 2024. V. 64. № 3. P. 342–352.
16. *Sterlyadkin V.V., Kuzmin A.V., Sharkov E.A., Likhacheva M.V.* Scanning laser wave recorder with registration of “Instantaneous” sea surface profiles // *Atmospheric and Oceanic Technology*. 2021. V. 38. № 8. P. 1415–1424.
<https://doi.org/10.1175/JTECH-D-21-0036.1>
17. *Yurovsky Y.Y., Kudryavtsev V.N., Grodsky S.A., Chapron B.* Ka-band dual copolarized empirical model for the sea surface radar cross section // *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*. 2017. V. 55. № 3. P. 1629–1647.
<https://doi.org/10.1109/TGRS.2016.2628640>

MEASUREMENT OF CAPILLARY OSCILLATIONS OF THE SEA SURFACE

V. V. Sterlyadkin*, K. V. Kulikovskiy, A. A. Zadernovskiy

*e-mail: sterlyadkin@mail.ru

Capillary waves on the sea surface have a significant effect on the scattering of both optical and microwave radiation. Although the amplitude of capillary waves is fractions of a millimeter, the slopes formed on capillary waves often exceed 30°, which leads to a strong change in the effective reflection, absorption, and backscattering cross sections. Capillary waves are studied in detail in pools; however, in natural marine conditions, they could only be measured indirectly, usually by reflections or glare. In this paper, a remote method for measuring slopes, amplitudes, and direction of the wave vector of the capillary wave structure in natural conditions is proposed and applied. In the proposed method, distortions of laser beams falling from top to bottom on the sea surface are recorded on a video camera. The authors managed to solve the inverse problem of calculating all the parameters of a capillary wave based on the shape of a capillary comb in video frames. The sensitivity of the method for measuring the wave amplitude is 30 μm at a distance to the surface of over 4 m.

Keywords: laser wave recorder, capillary waves, in-kind measurements of capillary waves, surface profile, sea surface slopes, remote measurements of sea waves