

## ПРОЕКТ СОЗДАНИЯ АТЛАСА АФТЕРШОКОВ СИЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

© 2019 г. А. В. Гульельми, А. Д. Завьялов\*, О. Д. Зотов

*Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН*

*123242 Москва, ул. Большая Грузинская, 10, стр. 1*

*\* e-mail: zavyalov@ifz.ru*

Поступила в редакцию 21.05.2019 г.

Закон Омори, описывающий повторные подземные толчки после сильного землетрясения, записан в форме нелинейного дифференциального уравнения. Введено представление о коэффициенте деактивации очага после главного удара. Указаны два преимущества новой формулировки закона Омори. Во-первых, открывается интересная возможность естественным образом учесть экзогенные и эндогенные триггеры, воздействующие на очаг. Особо отмечены эндогенные триггеры в виде кругосветного сейсмического эха и свободных колебаний Земли, возбужденных главным ударом. Второе преимущество состоит в том, что дифференциальное уравнение афтершоков дает возможность поставить обратную задачу физики очага. Сущность обратной задачи состоит в определении коэффициента деактивации по данным о наблюдаемой частоте афтершоков. Приведены примеры решения обратной задачи. Предложен проект создания Атласа афтершоков на базе решения обратной задачи очага, “остывающего” после сильного землетрясения.

**Ключевые слова:** очаг землетрясения, уравнение афтершоков, коэффициент деактивации, триггеры, кругосветное эхо, обратная задача.

**DOI:** <https://doi.org/10.31857/S0203-03062019679-84>

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В прошлом 2018 г. мы отмечали 150 лет со дня рождения выдающегося сейсмолога Фусакичи Омори (1868–1923). Еще будучи молодым человеком, в возрасте 26 лет он обнаружил гиперболическую зависимость частоты афтершоков от времени. И это был первый эмпирический закон физики землетрясений. Мы отметили юбилей Омори в ряде докладов и статей [Гульельми, 2018; Гульельми, Завьялов, 2018; Guglielmi, Zavyalov, 2018; Guglielmi, Zotov, Zavyalov, 2018; Zavyalov et al., 2018], посвященных закономерностям афтершокового процесса. Данная статья также посвящена афтершокам.

Афтершоки, конечно, относятся к семейству триггерных явлений. При этом в качестве явного триггера выступает главный толчок, запускающий процесс разрядки накопленных тектонических напряжений в локальной области очага, а афтершоки являются элементарными актами этого процесса.

Закон Омори в оригинальной форме имеет вид простой гиперболы

$$n(t) = \frac{k}{c+t}, \quad (1)$$

здесь  $n$  — частота афтершоков,  $t$  — время, а  $k$  и  $c$  — некие параметры [Omori, 1894]. Мы об-

ратили внимание на то, что закон (1) можно записать в виде дифференциального уравнения

$$\frac{dn}{dt} + \sigma n^2 = 0. \quad (2)$$

Решение этого уравнения совпадает с формулой Омори. Обе формулировки, и предлагаемая нами (2), и Омори (1) полностью эквивалентны друг другу, причем  $k = 1/\sigma$ . Вместе с тем мы видим, что параметр  $c$  в формуле Омори не имеет геодинамического смысла. Другими словами, закон афтершоков является однопараметрическим.

Параметр  $\sigma$  мы называем коэффициентом деактивации очага. Это важнейшая интегральная характеристика очага, остывающего после главного удара. Величина  $\sigma$  указывает нам, в каком темпе очаг теряет свою способность возбуждать афтершоки.

Кардинальное преимущество закона Омори в форме уравнения эволюции (2) состоит в том, что нам сразу открывается возможность поставить две нетривиальных задачи. Во-первых, мы можем попытаться учесть триггерные эффекты в рамках релаксационной теории деактивации очага. Подробнее об этом будет рассказано в разделе 2. Во-вторых, мы можем поставить обратную задачу физики очага, и путем ее решения

создать Атлас афтершоков (этому будут посвящены разделы 3 и 4 соответственно).

## 2. ТРИГГЕРЫ АФТЕРШОКОВ

Будем называть триггер экзогенным, если его первоисточник не связан с динамикой очага землетрясения. К экзогенным триггерам относятся приливные деформации и напряжения, сейсмические волны, возбужденные вдали от очага, антропогенные воздействия на очаг и, возможно, геомагнитные бури и ультранизкочастотные электромагнитные колебания магнитосферы. В отличие от этого, эндогенные триггеры зарождаются в самом очаге. Прежде всего, следует указать на нестационарную мозаику деформаций и напряжений, возникающих в геологической среде после образования магистрального разрыва сплошности во время главного удара. Далее, главный удар возбуждает круговую поверхностную волну, огибающую Землю и создающую явление кругосветного сейсмического эха. Волновой импульс и энергия эха концентрируются в эпицентральной зоне произошедшего землетрясения, находя в ней локальные области повышенных напряжений. Это индуцирует повторные толчки. Наконец, главный удар возбуждает свободные колебания Земли, которые периодически модулируют активность афтершоков. Триггерные эффекты кругосветного эха и сфероидальных колебаний Земли нам удалось обнаружить путем анализа каталогов землетрясений методом синхронного детектирования [Гульельми, Зотов, 2013; Гульельми, Зотов, Завьялов, 2014; Зотов и др., 2018].

В геологической среде очаговой области через афтершоки реализуется нестационарный процесс релаксации накопленных напряжений, на который накладывают свое влияние триггеры разного рода. По-видимому, за нестационарность процессов в очаге в формуле (1) может отвечать параметр  $k$ . Но мы не можем его сделать зависящим от времени именно в формуле (1). Это противоречило бы математической орфографии. А вот в уравнении эволюции афтершоков (2) ничто не мешает нам считать параметр  $\sigma$  зависящим от времени. В результате получаем решение уравнения (2) в виде

$$n(t) = \frac{n_0}{1 + n_0 \int_0^t \sigma(t') dt'}, \quad (3)$$

где  $n_0$  — частота афтершоков в момент  $t = 0$ . Заметим, что наша версия закона эволюции афтершоков сохраняет гиперболическую структуру закона Омори. Но при этом она учитывает, что время в очаге, образно говоря, течет неравномерно. Если  $\sigma = \text{const}$ , то в этом и только в этом

случае наша формула (3) совпадает с обычной формулой Омори (1) с точностью до обозначений. Вернемся, однако, к уравнению (2), но будем теперь считать, что  $\sigma = \sigma(t)$ . После образования магистрального разрыва очаг представляет собой нестационарную неравновесную физическую систему. Допустим, что существует квазиравновесное состояние  $\bar{\sigma}$ , вообще говоря, зависящее от времени. Пусть  $\tau$  — время приближения  $\sigma$  к состоянию равновесия. Релаксационная теория деактивации очага, описанная в работе [Гульельми, Завьялов, 2018], базируется на уравнении

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\bar{\sigma}(t) - \sigma}{\tau} + \xi(t), \quad (4)$$

в котором функция  $\xi(t)$  моделирует триггерные воздействия на очаг. Функция  $\xi(t)$  может быть импульсной или периодической, если триггером является кругосветное эхо или свободные колебания Земли соответственно. Она может быть и стохастической, имитируя хаотичные напряжения в очаге после главного удара. В этом случае на базе уравнений (2), (4) можно сделать подсчет корреляторов  $\langle n(t)n(t') \rangle$ , но мы не будем останавливаться на этом в данной статье.

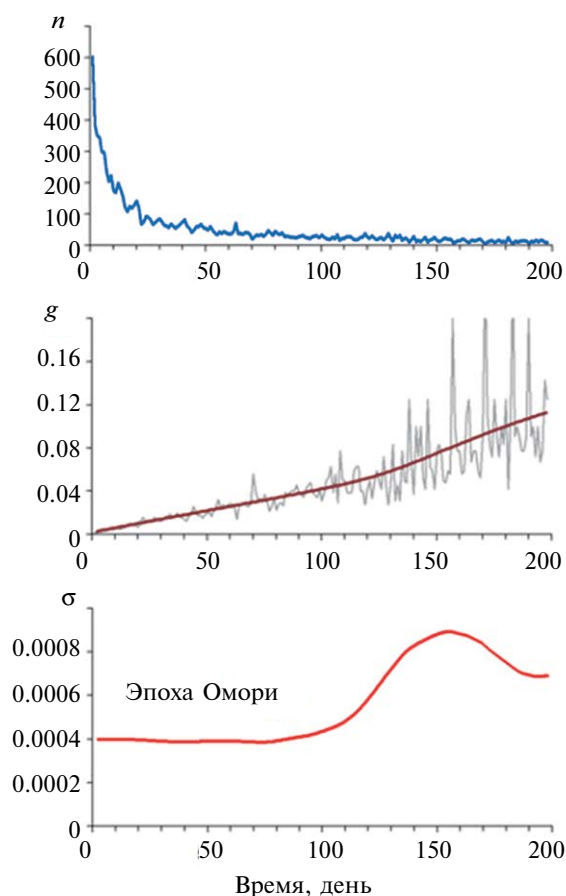
## 3. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

Перепишем уравнение (2) в следующем виде:

$$\int_0^t \sigma(t') dt' = g(t), \quad (5)$$

здесь введено обозначение  $g(t) = [n_0 n(t)]^{-1} [n_0 - n(t)]$ . Вспомогательная функция  $g(t)$  известна из эксперимента, а уравнение (5) напоминает интегральное уравнение Вольтерры первого рода. Эти два обстоятельства подсказали постановку и путь решения обратной задачи физики очага. Сущность обратной задачи состоит в отыскании неизвестной функции деактивации  $\sigma(t)$  по известной из наблюдений функции  $n(t)$  [Гульельми, 2017]. Задача, как это бывает во многих аналогичных случаях, поставлена некорректно. Регуляризация сводится к тому, что мы производим сглаживание вспомогательной функции  $g(t)$ . После регуляризации решение имеет вид  $\sigma = d(g)/dt$ . Здесь угловые скобки обозначают сглаживание.

Решая обратную задачу очага для ряда землетрясений, мы обратили внимание на интересное свойство эволюции афтершоков. А именно, во многих случаях эволюция протекает таким образом, что в определенных интервалах времени коэффициент деактивации остается почти постоянным. Наиболее яркий случай показан на рис. 1. На верхней панели показана эволюция частоты афтершоков после землетрясения с магнитудой  $M = 6.7$ , которое произошло 17.01.1994 в Южной



**Рис. 1.** Пример решения обратной задачи. Событие произошло в Южной Калифорнии 17.01.1994. Магнитуда главного удара равна  $M = 6.7$ . Точка “0” на оси времени соответствует моменту главного удара.

Калифорнии. На средней панели – вспомогательная функция до регуляризации (тонкая серая кривая) и после регуляризации (толстая коричневая кривая). На нижней панели – функция деактивации очага. Обратим внимание на интервал, в котором  $\sigma = \text{const}$ . Такой интервал естественно называть эпохой Омори. В данном случае эпоха Омори длится около 100 дней. Это наибольшая продолжительность, наблюдавшаяся нами в процессе обработки данных, но, вообще говоря, она обычно бывает короче, или даже вообще отсутствует. При этом мы заметили некоторую тенденцию к увеличению продолжительности эпохи Омори с ростом магнитуды главного удара.

#### 4. АТЛАС АФТЕРШОКОВ

В работе [Guglielmi, Zotov, Zavyalov, 2018] мы выдвинули предложение создать Атлас афтершоков на базе решения обратной задачи физики очага. Мы рассматриваем создание Атласа как коллективный проект и приглашаем заинтересованных сейсмологов присоединиться к нему.

Обработка афтершоков по предлагаемой методике не сложнее, чем по методике Омори или Утсу (см. например [Utsu, 1961]). По нашему замыслу каждый лист Атласа будет содержать информацию о месте, времени, магнитуде главного удара, графики изменения коэффициента деактивации  $\sigma(t)$  от времени после толчка и другие полезные сведения. Предполагается, что анализ информации, накопленной в Атласе, позволит глубже понять геодинамические процессы в очаге после главного удара землетрясения.

В настоящее время обработано два десятка событий. При этом были использованы региональные каталоги землетрясений Северной Калифорнии с 1968 по 2007 годы (<http://www.ncedc.org>) и Южной Калифорнии с 1983 по 2008 годы (<https://www.scec.org>).

На рис. 2 показаны фрагменты Атласа афтершоков. Здесь представлены графики функции деактивации  $\sigma(t)$  половины обработанных нами событий. Из этой подборки следует, что коэффициент деактивации очага претерпевает довольно сложную эволюцию, переходя в некоторых случаях в область отрицательных значений и возвращаясь обратно. Отметим, что отрицательные значения коэффициента деактивации, наблюдающиеся в некоторых случаях, можно интерпретировать, как периоды активации очаговой зоны произошедшего землетрясения. Во многих случаях наблюдается довольно продолжительная эпоха Омори. По совокупности 20 событий медианная ее продолжительность равна 30 дням, а нижний и верхний квартили равны 20 и 45 дням соответственно.

Итак, уравнение афтершоков (2) дает нам возможность ввести в сейсмологию новый методический прием обработки данных наблюдений. Мы надеемся, что анализ информации, которая будет накоплена в Атласе, даст интересные результаты, проливающие свет на физику процессов, протекающих в очаге главного удара.

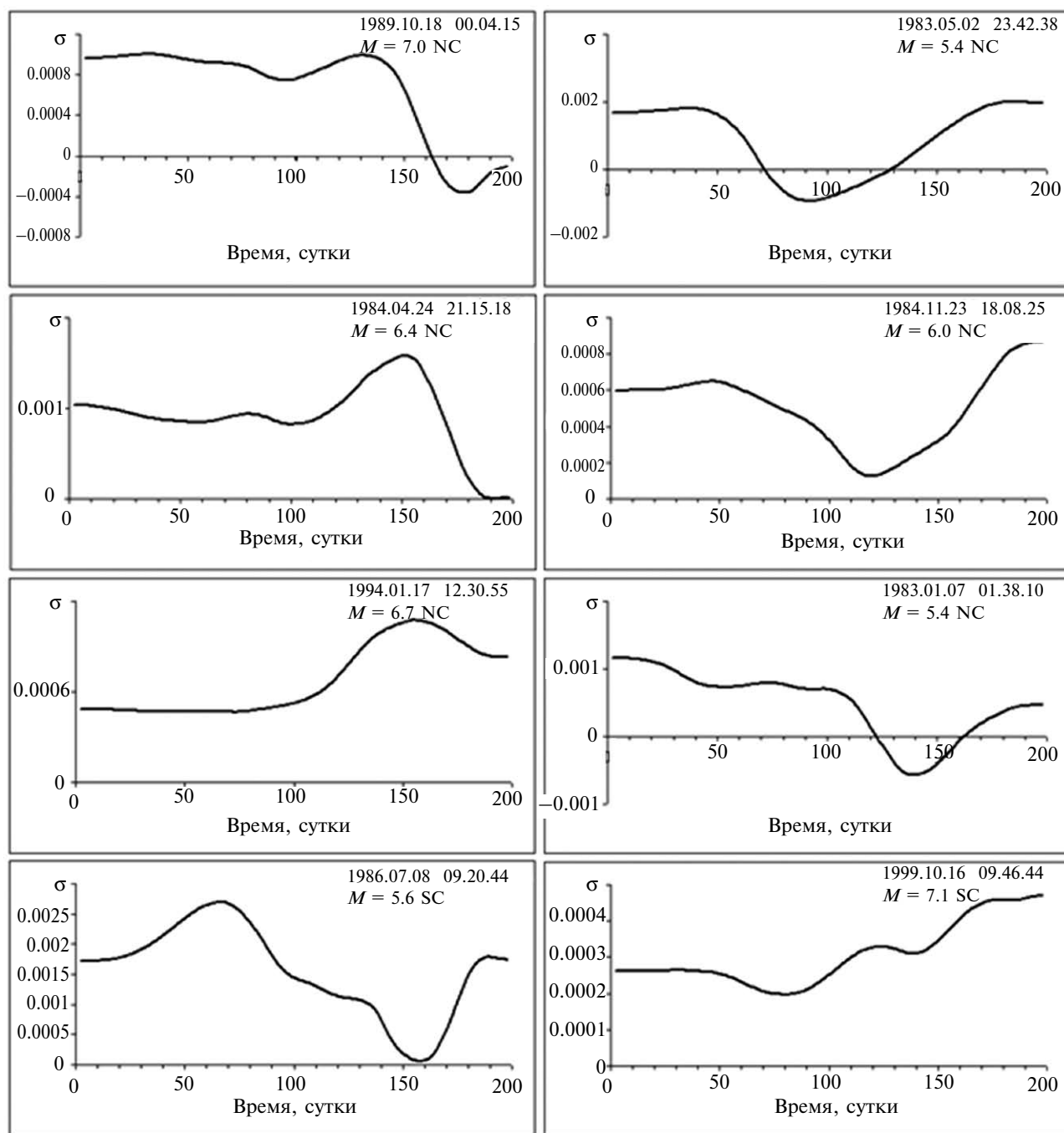
#### 5. ОБСУЖДЕНИЕ

Мы предлагаем использовать закон Омори в форме дифференциального уравнения (2) с переменным во времени коэффициентом деактивации. Это позволило нам отыскивать решения обратной задачи очага и по результатам решений начать формирование Атласа афтершоков.

Альтернативный подход, состоит в использовании степенного закона Утсу

$$n(t) = \frac{k}{(c+t)^p} \quad (6)$$

для описания эволюции афтершоков [Utsu, 1961]. Формула Утсу, в отличие от формулы



**Рис. 2.** Многообразие форм эволюции коэффициента деактивации очага. В правом верхнем углу каждой панели указаны год, месяц и день основного толчка, время его возникновения (по Гринвичу), магнитуда и использованный каталог (NC – Северная Калифорния, SC – Южная Калифорния).

Омори, является двухпараметрической и поэтому более гибко моделирует поток афтершоков. Это соображение практически привело к широкому применению формулы (6) при обработке результатов наблюдений. Обратная задача в такой постановке состоит в подборе параметров  $k$  и  $p$ . Но даже если руководствоваться практиче-

скими соображениями, то следует признать, что однопараметрическая формула (3) более гибко моделирует поток афтершоков.

Однако не исключено, что гиперболическая формула Омори (1) вскрывает более основные свойства очага, чем степенная формула Утсу (6). При  $p = 1$  обе формулы тождественны

друг другу. Но обратим внимание на два обстоятельства. На практике параметр  $p$  изменяется от случая к случаю в довольно широких пределах. В среднем по совокупности многих измерений величина  $p$  близка к единице (см. например обзоры [Utsu, Ogata, Matsu'ura, 1995; Гульельми, 2017] и указанную в них литературу). Не подсказывает ли нам это обстоятельство, что в физике афтершоков выполняется фундаментальный принцип гиперболичности, подобно тому, как в общей физике строго выполняется, например, принцип позиционной инвариантности? И не связано ли отклонение от гиперболического затухания активности афтершоков с нестационарностью горных пород после образования магистрального разрыва и с воздействием на очаг многочисленных триггеров разного генезиса?

Приведем второй аргумент в пользу гипотезы о принципе гиперболичности. При составлении Атласа мы обратили внимание на то обстоятельство, что в ходе эволюции афтершоков нередко возникают довольно продолжительные эпохи Омори. Другими словами, существуют длительные эпизоды, в которых  $\sigma = \text{const}$ , т.е.  $p = 1$ .

Безусловно, наша гипотеза требует тщательной проработки, и мы надеемся, что такая проверка будет сделана в ходе составления Атласа. В сущности, принцип гиперболичности, на который косвенно указывает опыт, лежит в основе составления Атласа, как это хорошо видно из структуры формулы (3). При этом мы вполне понимаем, и хотим особо это подчеркнуть, что сам по себе принцип не объясняет механизм возникновения афтершоков, который еще должен быть найден, их эволюцию во времени.

Завершая обсуждение, сошлемся на работы [Zotov, Zavyalov, Klain, 2018; Завьялов, Зотов, Клайн, 2019], в которых поставлена задача экспериментального и теоретического исследования пространственно-временной эволюции афтершоков. Это более глубокая и значительно более сложная проблема, чем та, которой посвящена представленная здесь работа. Предполагается, что результат исследования дополнит и по новому осветит рассмотренные нами вопросы эволюции афтершоков во времени.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы представили закон Омори в форме уравнения эволюции афтершоков и ввели понятие о переменном во времени коэффициенте деактивации очага землетрясения “остывающего” после главного удара. Уравнение афтершоков дало нам возможность поставить обратную задачу физики очага землетрясения, сущность которой состоит в определении коэффициента деактивации по данным о наблюдаемой частоте

афтершоков. На базе решения обратной задачи мы анонсировали проект создания Атласа афтершоков.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Выражаем глубокую благодарность Б.И. Клайну и А.С. Потапову за интерес к данной работе и обсуждение проблемы афтершоков.

## ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Программы 12 Президиума РАН и проекта РФФИ 18-05-00096, а также программ государственных заданий Института физики Земли РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гульельми А.В. Закон Омори (из истории геофизики) // УФН. 2017. Т. 187. № 3. С. 343–348.
- Гульельми А.В. Подбор эмпирических формул для афтершоков: К 150-летию юбилею Фусакичи Омори // Доклад на Ученом Совете ИФЗ РАН 24 октября 2018.
- Гульельми А.В., Завьялов А.Д. Закон Омори: к 150-летию юбилею Фусакичи Омори // Вулканология и сейсмология. 2018. № 5. С. 67–72.
- Гульельми А.В., Зотов О.Д. О скрытой околочасовой периодичности землетрясений // Физика Земли. 2013. № 1. С. 3–10.
- Гульельми А.В., Зотов О.Д., Завьялов А.Д. Динамика афтершоков Суматра-Андаманского землетрясения // Физика Земли. 2014. № 1. С. 66–74.
- Завьялов А.Д., Зотов О.Д., Клайн Б.И. Пространственно-временные структуры афтершоковых последовательностей // 5-ая Международная конференция “Триггерные эффекты в геосистемах”. Тезисы докладов. М.: ИДГ РАН, 2019. С. 72–73.
- Зотов О.Д., Завьялов А.Д., Гульельми А.В., Лавров И.П. О возможном эффекте кругосветных поверхностных сейсмических волн в динамике повторных толчков сильных землетрясений // Физика Земли. 2018. № 1. С. 187–201.
- Guglielmi A.V., Zavyalov A.D. The 150th Anniversary of Fusakichi Omori // European Seismological Commission 36th General Assembly, 2–7 September 2018. Valletta – Malta, 2018. P. 330.
- Guglielmi A.V., Zavyalov A.D. The 150th Anniversary of Fusakichi Omori (1868–1923) // IASPEI Newsletter, September 2018. P. 5–6. <http://ftp.iaspei.org/pub/newsletters/2018/2018-September.pdf>
- Guglielmi A.V., Zotov O.D., Zavyalov A.D. Aftershocks atlas: To the 150th anniversary of Fusakichi Omori // 12th International Conference and School “Problems of Geocosmos”. Book of Abstracts. St. Petersburg, Petrodvorets, October 8–12, 2018. St. Petersburg, 2018. P. 121.

*Omori F.* On the aftershocks of earthquake // J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo. 1894. V. 7. P. 111–200.

*Utsu T.* A statistical study on the occurrence of aftershocks // Geophys. Mag. 1961. V. 30. P. 521–605.

*Utsu T., Ogata Y., Matsu'ura R.S.* The centenary of the Omori formula for a decay law of aftershock activity // J. Phys. Earth. 1995. V. 43. P. 1–33.

*Zavyalov A.D., Guglielmi A.V., Zotov O.D., Lavrov I.P.* Deviation from the Omori law as the result of the trigger

impact of round-the-world surface seismic waves on the source of strong earthquakes // International Symposium on Deep Earth Exploration (DEEP-2018). Beijing, China, October 24–26, 2018 // Acta Geologica Sinica (English Edition). 2018. V. 92. Supp. 1. P. 271.

*Zotov O.D., Zavyalov A.D., Klain B.I.* On the Spatial-Temporal Structure of Aftershock Sequences // Proceedings of the 12th Intl. School and Conference “Problems of Geocosmos”, October 08–12, 2018. St. Petersburg, 2018. P. 139.

## A PROJECT OF CREATING ATLAS AFTERSHOCKS OF STRONG EARTHQUAKES

**A. V. Guglielmi, A. D. Zavyalov\*, O. D. Zotov**

*Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences,  
Bol'shaya Gruzinskaya ul. 10, str. 1, Moscow, 123242 Russia*

\* e-mail: zavyalov@ifz.ru

Received May 21, 2019

The Omori Law, which describes the repeated underground shocks after a strong earthquake, is written in the form of a nonlinear differential equation. An idea of the focal deactivation coefficient after the main shock is introduced. Two advantages of the new wording of the Omori Law are given. Firstly, there is an interesting possibility to naturally take into account exogenous and endogenous triggers affecting the earthquake source. Endogenous triggers in the form of round-the-world seismic echo and free oscillations of the Earth, excited by the main shock, are especially noted. The second advantage is that the differential aftershock equation makes it possible to put the reverse problem of the earthquake source physics. The essence of the inverse problem is to determine the deactivation coefficient from the data on the observed aftershock frequency. Examples of inverse problem solution are given. The project of creation of the Atlas of aftershocks on the basis of the solution of the inverse problem of the source, “cooling down” after a strong earthquake is offered.

**Key words:** earthquake source, aftershock equation, deactivation factor, triggers, round-the-world echo, inverse problem.