ВОДНЫЕ РЕСУРСЫ, 2019, том 46, № 6, с. 582–591

ГИДРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

УДК 627.221

СТРУКТУРА РЕЧНОГО ПОТОКА И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАГРЯЗНЯЮЩЕГО ВОДУ ВЕЩЕСТВА

Ю. Д. Чашечкин[1,*], О. М. Розенталь[2,]**

[1]*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН*
Москва, 119526 Россия
[2]*Институт водных проблем РАН*
Москва, 119333 Россия
*e-mail: *chakin@ipmnet.ru; **orosental@rambler.ru*

Поступила в редакцию 02.12.2018 г.
После доработки 20.12.2018 г.
Принята к публикации 27.12.2018 г.

Наблюдения показывают, что пространственно-временная неоднородность состава речных вод сохраняется неограниченно долго, даже если влияние источников и стоков загрязняющих веществ незначительно. Выдвинуто и обосновано предположение о том, что движущей силой такой неоднородности является, среди прочего, стратификация (расслоение) водной матрицы. Исследование структуры речного потока и ее влияния на распределение загрязняющего воду вещества выполнено в системе фундаментальных уравнений механики жидкости со свободной поверхностью. Установлено, что такое влияние оказывают формирующаяся при перемещении водных масс и поддерживающаяся тонкая структура течений, вихри, волны и высокоградиентные прослойки (лигаменты). Этот вывод, расширяя представление о гидрологических характеристиках водного потока, позволяет более полно оценить природу неоднородности состава природной воды и имеет практическое значение при необходимости учета такой неоднородности для принятия водохозяйственных решений.

Ключевые слова: вихри, волны, лигаменты, стратификация, неоднородность состава речных вод.

DOI: 10.31857/S0321-0596466582-591

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на то, что речные потоки человечество наблюдает и эксплуатирует в течение всего исторического отрезка своего существования, многие особенности их динамики все еще остаются недостаточно изученными и часто неожиданными для исследователей. Вследствие этого пока недоучитывается то, что перемещение масс жидкости как нестационарный природный процесс характеризуется структурной перестройкой различных показателей, в том числе физических величин [4, 6]. Лишь сравнительно недавно было обнаружено, например, что наряду с основным поступательным течением потоков под действием силы, равной проекции величины гравитационного притяжения на направление движения, происходит также их поперечная циркуляция — “вторичные течения второго рода”, обусловленные неравномерным распределением касательных напряжений в условиях турбулентной и молекулярной вязкости [6].

Наблюдения, объем и качество которых растут по мере совершенствования техники планирования эксперимента и регистрации данных, свидетельствуют о нарушении представлений о том, как действие диссипативных факторов со временем может размывать четкость разделяющих резких границ стратифицированных распределений. Продолжительность такого “размывания“ часто не соответствует масштабу собственных диссипативных времен. Так, перемешивание слабых водных растворов электролитов в лабораторной кювете сопровождается опалесценцией жидкости в зоне смешения и инкрементом действительной части мегагерцовой диэлектрической проницаемости [7, 8].

Напротив, потоки объединяющихся рек порой не смешиваются на протяжении многих километров вдоль по течению, что хорошо видно в случае разноцветных речных вод [9, 10]. В связи с этим представление о пространственно-временном распределении показателей качества вод нельзя считать окончательно сформированным. Хотя оно и зависит от внешних источников и стоков примеси, последние не всегда имеют решающее значение, о чем свидетельствуют следующие факты: периодическое повышение концентрации загрязняющих веществ в р. Оби от сбросов канализационно-очистных станций г. Барнаула прослеживается в пределах сотен метров, а непериодическая неоднородность тех же веществ сохраняется и в дальнейшем течении реки [2]; после впадения р. Барнаулки в р. Обь концентрация сульфатов, железа и марганца в последней резко повышается, но сравнительно быстро снижается при том, что сохраняется и даже повышается неоднородность состава воды, хотя берега реки слабо заселены, а ложе характеризуется геохимическим постоянством; результаты выборочных исследований состава воды р. Оби на створе 13.7 км ниже Барнаула (на 1 км выше села Гоньба) (рис. 1) показывают, что среднеарифметическая концентрация примеси близка к ее среднеквадратическому отклонению, ~40 мг/дм^3; результаты измерений на целом ряде створов в поперечном сечении р. Оби (места отбора — 0.1 и 0.5 ширины реки) показали, что заметных различий в качестве воды нет (коэффициент парной корреляции 0.9), хотя ряды данных представляют собой независимые выборки (анализ в среде Eviews 5.0).

Описанные закономерности характерны для всех проанализированных характеристик качества (меди, хрома, железа, полифосфатов, фенола, азота аммония), собранных по Оби за 2001–2010 гг., что трудно объяснить иначе, чем влиянием не внешних, а внутренних факторов — локальных гидравлических сил речного потока. Так, на рис. 2 приведено частотное распределение концентрации азота аммония в речной воде.

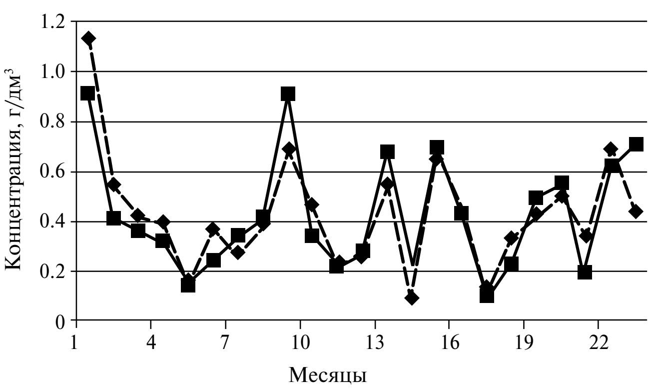

Рис. 1. Зависимость ежемесячной концентрации иона аммония в 2001, 2002 гг. от пункта наблюдений на створах 1 (60 м от берега, сплошная линия) и 2 (в середине речного потока, пунктирная линия).

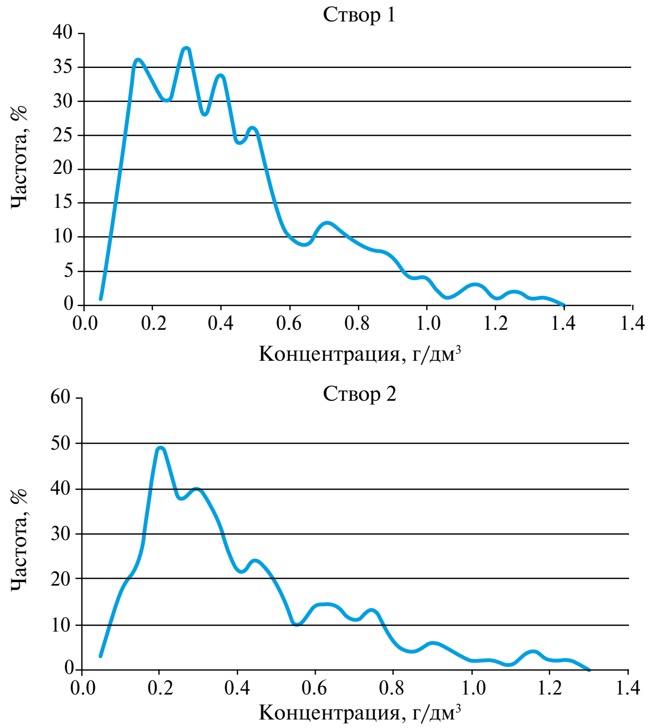

Рис. 2. Частота повторения концентрации азота аммония в 2000–2010 гг., по результатам наблюдений.

Здесь минимальные и максимальные значения концентрации, зафиксированные на 1-м и 2-м створах за 10 лет наблюдений, равны соответственно 0.1 и 3.0 г/дм^3, а также 0.03 и 3.5 г/дм^3. При этом из общего числа измерений — 398 — получено следующее: 1% результатов превышает 2 г/дм^3 (что почти в 5 раз больше среднего) на обоих створах; 4% на створе 1 и 5% на створе 2 превышают 1 г/дм^3 (что в 2.2 раза больше среднеарифметической концентрации).

Вывод о сохранении и поддержании большого разброса концентрации контаминантов подтверждают панельные данные (в пространстве и во времени) для исследованных загрязняющих воду веществ. Типичный результат приведен в табл. 1. Как можно видеть, вниз по течению реки, в том числе в малоосвоенных регионах, происходит не ожидаемое вследствие диссипативных процессов снижение разброса концентрации загрязняющего вещества, а, напротив, его увеличение. Это снова указывает на существование внутренних гидрофизических факторов, влияющих на перераспределение примеси. Исследование таких факторов, помимо познавательного интереса, имеет практическое значение для понимания механизма формирования качества природных вод и снижения риска водохозяйственных ошибок.

Таблица. Оценка среднеарифметического (<*C*>) и среднеквадратического (*S*) значения концентрации железа общего, мг/дм³, а также коэффициента вариации $\frac{S}{\overline{C}} \times 100\%$ в водных объектах нижней и средней Оби (вниз по течению реки) по результатам ежемесячных измерений в 2000–2010 гг.

№ поста	Водный объект	Пункт	$\langle C \rangle$	S	$\frac{S}{\overline{C}} \times 100\%$
1	Большая Теректа (Верхняя Обь)	Гидропост в черте с. Теректа	0.03	0.02	0.67
2	Катунь (ниже по течению)	с. Тюнгур, 0.3 км выше села	0.06	0.05	0.83
3	р. Обь средняя	г. Барнаул, 13.7 км ниже города	0.39	0.42	1.08
4	р. Обь	с. Дубровино (ниже Новосибирска) в черте села	0.19	0.23	1.21
5	р. Обь	г. Колпашево (ниже впадения р. Томи), 3 км выше города	0.10	0.18	1.80

ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Система фундаментальных уравнений динамики водного потока

В теоретической гидродинамике в качестве меры течения жидкости выбираются импульс **p** (вектор, значения которого оцениваются по величине расхода через выбранную площадку и воздействию на нее), и полная энергия E_c (включающая внутреннюю, кинетическую и потенциальную компоненты) [4, 15, 18], а также отношение импульса к плотности среды (локальное значение скорости жидкости) $\mathbf{v} = \mathbf{p} / \rho$. Изменения фундаментальных параметров течений описываются балансными уравнениями слабо неравновесных сред, вывод которых приводится в ряде монографий [15, 18]. Полная система включает:

уравнение состояния:

$$\rho = \rho\left(s, P, S_i\right), \quad (1)$$

уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\left(\rho\,\mathbf{v}\right) = Q_\rho, \quad (2)$$

уравнение переноса импульса (уравнение Навье–Стокса):

$$\frac{\partial\left(\rho\,\mathrm{v}^i\right)}{\partial t} + \nabla_j \Pi^{ij} = \rho\,\mathrm{g}^i + 2\rho\,\varepsilon^{ijk}\,\mathrm{v}_j\,\Omega_k + Q^i, \quad (3)$$

уравнение переноса энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(\frac{\mathrm{v}^2}{2} + \varepsilon + U\right)\right] + \nabla_i\left[\rho\left(\frac{\mathrm{v}^2}{2} + \varepsilon + U\right)\mathrm{v}^i\right] + $$
$$+ \nabla_i\left[q^i + \mathbf{p}\,\mathrm{v}^i - \sigma^{ij}\,\mathrm{v}_j + I_n^i\,\frac{w}{\partial S_n}\right] = Q_e, \quad (4)$$

уравнение переноса вещества:

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} + \nabla\left(S_i\mathbf{v} + \mathbf{I}_i\right) = Q_S, \quad (5)$$

где S_n, $\mathbf{I}_n$ — массовая концентрация и вектор плотности диффузионного потока I i-й примеси соответственно; $\Pi^{ij} = \rho\, v^i v^j + P\delta^{ij} - \sigma^{ij}$ — тензор плотности потока импульса, σ^{ij} — симметричный тензор вязких напряжений; ε — удельная внутренняя энергия; $w = \varepsilon + \mathbf{p} / \rho$ — удельная энтальпия; **q** — вектор плотности потока тепла (эффектами термодиффузионного переноса Дюфура и Соре в задачах динамики жидкостей обычно пренебрегают), s — удельная энтропия; Q_m, Q^i, Q_e, Q_S — плотности источников массы, импульса, энергии i-й примеси соответственно; δ^{ij} — фундаментальный метрический тензор.

На ограничивающих жидкость твердых непроницаемых границах выполняются условия прилипания и отсутствия потоков примесей:

$$v = I_n\, n = 0, \quad (6)$$

где n — нормаль к граничной поверхности Σ.

На границе двух вязких несмешивающихся жидкостей, определяемой условием $z = \zeta\,(x, y, t)$, выполняются динамические условия взаимной компенсации всех действующих на поверхность сил [13]:

$$\left(P_1 - P_2 - \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\right)\nabla_i\,\zeta - \left(\sigma_1^{ij} - \sigma_2^{ij}\right)\nabla_j\,\zeta = 0, \quad (7)$$

где P_1, P_2 и $\sigma^{ij}{}_1$, $\sigma^{ij}{}_2$ — давления и тензоры вязких напряжений в жидкостях 1 и 2; σ — коэффициент поверхностного натяжения; R_1, R_2 — главные радиусы кривизны поверхности раздела; и кинематические граничные условия

$$\mathbf{v}\cdot\nabla\left(z-\zeta\right)=\frac{\partial\zeta}{\partial t},\qquad \mathbf{v}\cdot\nabla\left(z-\zeta\right)=0\ ,\qquad(8)$$

выражающие равенство скоростей частиц несмешивающихся жидкостей и скорости самой границы.

Приток тепла в среду извне через свободную поверхность Σ характеризуется энергетическим граничным условием [4]:

$$\mathbf{q}\cdot\nabla\zeta-Q\left|\nabla\zeta\right|=0,\qquad(9)$$

где Q — суммарный поток внешнего тепла.

Полный анализ системы нелинейных уравнений (3–7) с учетом условия совместности—взаимообусловленности уравнений и физически обоснованных начальных и граничных условий затруднен вследствие внутренней многомасштабности задачи. Поэтому в качестве первого шага был выполнен анализ решений более простой системы, в которой вариации всех параметров считаются малыми, достаточными для линеаризации исходных уравнений. При этом пренебрегаем влиянием на динамику течений силы Кориолиса. С учетом большой теплоемкости воды и малости скоростей природных течений по сравнению со скоростью звука эффектами тепловыделения и теплопереноса также пренебрегаем. Все это позволяет линеаризовать уравнения движения и граничные условия. Стратификация предполагается слабой, а диссипативные факторы (вязкость и диффузия) — малыми.

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ВОДНОГО ПОТОКА

Дисперсионное соотношение с учетом эффектов диссипации

Зависимость плотности ρ несжимаемой стратифицированной жидкости от температуры T и концентрации растворенных (или взвешенных) частиц S (в общем случае их число n определяет число входящих в систему дополнительных уравнений диффузии компонент примеси S_n) для простоты выбирается в линеаризованной форме:

$$\rho=\rho_0\left(1-\alpha_T\left(T-T_0\right)+\alpha_S\left(S-S\right)\right),$$

$$\alpha_T=-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_S,\ \alpha_S=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial S}\right)_T,\qquad(10)$$

где α_T, α_S — коэффициенты температурного расширения и солевого сжатия жидкости в соответствии с принятой в современной термодинамике терминологией; T_0, S_0 — опорные (невозмущенные) температура и соленость. Рассматриваются устойчивые невозмущенные распределения температуры $T(z)$, солености $S(z)$ и плотности $\rho(z)$, которые характеризуются постоянными масштабами – $\Lambda_\rho=\left|d\ln\rho/dz\right|^{-1}$, $\Lambda_T=\left|d\ln T/dz\right|^{-1}$, $\Lambda_{S_i}=\left|d\ln S/dz\right|^{-1}$, частотой – $N_S=\sqrt{g/\Lambda_S}$, $N_T=\sqrt{g/\Lambda_T}$, $N=\sqrt{g/\Lambda_\rho}$ и периодом плавучести – $T_b=2\pi/N$, g — ускорение свободного падения, ось z — вертикальна. В многокомпонентной термически неоднородной среде, когда вклад в стратификацию вносят вариации и температуры и концентрации, уравнение состояния и линеаризованная система фундаментальных уравнений (1–5) в традиционных переменных в приближении Буссинеска принимают следующий вид:

$$\rho=\rho_0\left(1-\frac{z}{\Lambda_\rho}+\alpha_S S-\alpha_T T\right),\qquad(11)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\mathrm{div}\rho\mathbf{v}=0\ ,\qquad(12)$$

$$\frac{\partial\mathrm{v}}{\partial t}=-\nabla P'+\nu\Delta\mathbf{v}+\mathbf{g}\left(\alpha_{S_i}S-\alpha_T T\right),\qquad(13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\kappa_T\Delta T+\frac{1}{\Lambda_T}v_z\ ,\qquad(14)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t}=\kappa_S\Delta S+\frac{1}{\Lambda_S}v_z\ .\qquad(15)$$

Здесь и далее ρ, P', S_i, T — динамические (за исключением стратификации $P'_0(z)$, $S_0(z)$ и $T_0(z)$) составляющие давления (отнесенного к плотности однородной жидкости), концентрации примеси и температуры; ρ — плотность, v — скорость; $\mathbf{v}$, κ_T и κ_S — коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности и диффузии. Уравнения и граничные условия характеризуются набором пространственно-временных масштабов геометрической и динамической природы. Для речного потока Λ_ρ, Λ_T, Λ_S обычно большие, характеризуют исходную стратификацию (обычно слабую), геометрию задачи (размер препятствия L), длину внутренней волны $\lambda = UT_b$; U — скорость натекающего потока.

Микромасштабы определяют поперечные размеры тонкоструктурных компонентов диффузионной природы — $\delta_N^\nu = \sqrt{\nu/N}$, $\delta_N^{\kappa_T} = \sqrt{\kappa_T/N}$ и $\delta_N^{\kappa_S} = \sqrt{\kappa_S/N}$ — для полей скорости, температуры и солености; соответственно — аналоги масштаба Стокса $\delta_\omega = \sqrt{\nu/\omega}$ и динамической природы $\delta_U^\nu = \nu/U$, $\delta_U^{\kappa_T} = \kappa_T/U$, $\delta_U^{\kappa_S} = \kappa_S/U$ — аналоги масштабов Прандтля и Пекле.

Естественными масштабами времени служат периоды плавучести (периоды собственных колебаний стратифицированной жидкости) $T_b = 2\pi/N$, изучаемой волны $T_\omega = 2\pi/\omega_w$ и $T_L = L/U$ — собственное время движения источника длиной L со скоростью U.

Большие значения соотношений макро- и микромасштабов, включающих в себя традиционные безразмерные комплексы — числа Рейнольдса $\mathrm{Re} = \dfrac{UL}{\nu} = \dfrac{L}{\delta_U^\nu} \gg 1$ и Пекле по температуре и солености $\mathrm{Pe}_T = \dfrac{UL}{\kappa_T} = \dfrac{L}{\delta_N^{\kappa_T}} \gg 1$, $\mathrm{Pe}_S = \dfrac{UL}{\kappa_S} = \dfrac{L}{\delta_N^{\kappa_S}} \gg 1$, отражают физические свойства реальных жидкостей: слабость стратификации — $C_\rho = \dfrac{\Lambda}{L} = \dfrac{\rho_0}{\delta\rho} \gg 1$ (относительно малое изменение плотности на масштабе L), малость коэффициентов вязкости, температуропроводности и диффузии: $C_N^\nu = \dfrac{L}{\delta_N^\nu} = \sqrt{\dfrac{L^2 N}{\nu}} \gg 1$ (как и $C_N^{\kappa_T} = \dfrac{L}{\delta_N^{\kappa_T}}$ или $C_N^{\kappa_S} = \dfrac{L}{\delta_N^{\kappa_S}}$, для растворов солей $C_N^\nu \ll C_N^{\kappa_T} \ll C_N^{\kappa_S}$).

Большие значения соотношений макро- и микромасштабов обосновывают применение теории сингулярных возмущений для нахождения полного решения системы уравнений [5].

Система (11–15), в которой малые коэффициенты стоят при старших производных по пространственным переменным, включает в себя сингулярно возмущенные уравнения, для получения полных решений которых находили прямые разложения как по малому параметру ε:

$$k = k_0 + \varepsilon k_1 + \varepsilon^2 k_2 + \dots, \tag{16}$$

так и обратные следующего вида:

$$k_z = \varepsilon^{-\gamma}\left(k_0 + \varepsilon k_1 + \varepsilon^2 k_2 + \dots\right), \qquad \gamma > 0. \tag{17}$$

Значение коэффициента γ определяется при подстановке (17) в исследуемую систему уравнений из условия старшинства полученного главного члена разложения.

При изучении малых периодических движений с фиксированной действительной частотой ω и комплексным волновым вектором **k**, все переменные выбираются в следующем виде:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0\,\tau(r,t),\ \bar{p} = p_0\,\tau(r,t),\ \bar{\rho} = \rho_0\tau(r,t),$$
$$\tau(r,t) = \exp\left(i(\mathbf{kr} - \omega t)\right). \tag{18}$$

Решение линеаризованной системы (11–15) в приближении Буссинеска находится в виде разложений по плоским волнам:

$$A = \sum_j \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} a_j\left(k_x,k_y\right)\exp\Big(i\Big(k_{zj}\left(k_x,k_y\right)z + k_x x + k_y y - \omega t\Big)\Big)\,dk_x dk_y, \tag{19}$$

где A — компоненты скорости, плотность или давление, соленость или температура. Суммирование в разложении (19) проводится по всем корням дисперсионного уравнения, выражающего условие разрешимости системы (11–15), которые удовлетворяют граничным условиям задачи в безграничной среде (затухания всех возмущений на бесконечности).

Подстановка разложений функций для всех физических переменных в систему (11–15) и учет условия совместности позволяют найти дисперсионное соотношение, которое при учете действия всех диссипативных факторов имеет вид:

$$D_\nu(k,\omega)F(k,\omega) = 0,\ k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \tag{20}$$

где

$$F(k,\omega) = -D_\nu(k,\omega)D_{\kappa_T}(k,\omega)D_{\kappa_S}(k,\omega)\left(k^2 + i\frac{k_z(\Lambda_T + \Lambda_S)}{\Lambda_T\Lambda_S}\right) + D_{\kappa_T}(k,\omega)\left(\frac{\omega k_z}{\Lambda_S}D_\nu(k,\omega) - N_S^2 k_\perp^2\right) + D_{\kappa_S}(k,\omega)\left(\frac{\omega k_z}{\Lambda_T}D_\nu(k,\omega) - N_T^2 k_\perp^2\right), \tag{21}$$

$$D_\nu(k,\omega) = -i\omega + \nu k^2,\ D_{\kappa_T}(k,\omega) = -i\omega + \kappa_T k^2,$$
$$D_{\kappa_S}(k,\omega) = -i\omega + \kappa_S k^2.$$

В пренебрежении всеми диссипативными эффектами дисперсионное уравнение десятой степени (20) переходит в квадратное уравнение, описывающее внутренние волны в идеальной жидкости (и все другие типы волн — инерциальные, поверхностные гравитационные, акустические и гибридные при учете эффектов вращения и сжимаемости [13]). Ему соответствуют два регулярно возмущенных решения алгебраического уравнения (21) и системы уравнений движения (11–15) с соответствующими граничными условиями, которые и определяют конический пучок периодических внутренних волн.

Спектральные компоненты (18), в которых $|\mathbf{k}_1| >> |\mathbf{k}_2|$, а коэффициент затухания пропорционален кинетическим коэффициентам (здесь $\gamma = i\left(\nu + \kappa_T + \kappa_S\right)k^2$), описывают крупномасштабные волновые компоненты периодических течений.

Оставшиеся восемь корней уравнения (20), мнимая часть которых не мала ($|\mathbf{k}_1| \sim |\mathbf{k}_2|$) и обратно пропорциональна кинетическим коэффициентам, определяют сингулярно возмущенные решения, характеризующие тонкие протяженные элементы типа высокоградиентных прослоек с различными значениями характерных масштабов. Таковы сопровождающие течения лигаменты — протяженные прослойки и отдельные волокна, определяющие тонкую структуру среды.

Из вида уравнения (20), в котором присутствует множитель $D_\nu(k,\omega) = 0$, следует, что течения вязких жидкостей всегда структурированы. Волны и течения (как предельные случаи волн с бесконечно малой частотой) в них сосуществуют с вышеуказанными возмущенными компонентами — протяженными в одних направлениях и быстро затухающими в поперечных, что напоминает периодические течения Стокса на осциллирующей поверхности в вязкой жидкости. Поперечный размер лигаментов определяется кинематической вязкостью и частотой волны $\delta_\omega^\nu = \sqrt{\nu/\omega}$ (или частотой плавучести $\delta_N^\nu = \sqrt{\nu/N}$). Лигаменты образуют оболочки пучков внутренних волн в непрерывно стратифицированной жидкости или газе [1].

Одновременно действие вязкости и других диссипативных факторов обусловливает существование и других компонентов, свойства которых определяются вторым и третьим слагаемым в (21). Их поперечные размеры зависят от частоты и значений всех кинетических коэффициентов — кинематической вязкости, температуропроводности и диффузии, а также направления распространения волны — наклона групповой скорости к горизонту или к излучающей поверхности (здесь — отношения k_z/k).

Все решения системы (11–15) — и регулярно, и сингулярно возмущенные – образуют единое семейство волн и лигаментов, описываемое функциями вида (18) с различными действительными и мнимыми частями. Диссипация движений происходит и в крупномасштабных, и в тонкоструктурных компонентах, которые характеризуются большими производными всех величин, в том числе всех компонентов тензора сдвига скорости, а также завихренности. Распределение давления в тонкоструктурных компонентах — гидростатическое, т.е. возмущения давления отсутствуют. При этом физический механизм поддержания больших градиентов концентрации загрязняющих веществ в воде, который с математической точки зрения предопределен наличием разнородных решений системы фундаментальных уравнений, требует более детального изучения.

Для целей данной работы интерес представляет анализ состава двух типов периодических течений в диссипативных средах, включающих в себя внутренние и акустические волны, с учетом эффектов стратификации и диссипации. Для сокращения записи анализируются только редуцированные системы, включающие в себя два первых уравнения системы (11–15) для устойчиво стратифицированной среды с частотой плавучести N и однородной жидкости [4].

Периодические течения в классической системе уравнений Навье–Стокса

В вязкой неоднородной несжимаемой жидкости система уравнений движения и соответствующее дисперсионное уравнение имеют вид:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} - \frac{v_z}{\Lambda} = 0, \qquad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

$$\rho_0(z)\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} + \nu\rho_0(z)\Delta v_i - \delta_{i3}\tilde{\rho} g, \qquad (22)$$

$$\left(\omega^2\mathbf{k}^2 - N^2\mathbf{k}_\perp^2 + i\omega\nu\mathbf{k}^4\right)\left(\omega + i\nu\mathbf{k}^2\right) = 0, \qquad (23)$$

где $\rho = \rho_0(z) + \tilde{\rho}\left(\mathbf{x}, t\right)$, $P = P_0(z) + \tilde{P}\left(\mathbf{x}, t\right)$.

Решение уравнений (22–23) описывает волну с колебаниями только в направлении распространения энергии (групповой скорости). С сингулярно возмущенными решениями дисперсионного уравнения (23) связано возникновение в течениях двух видов тонкоструктурных компонентов течений в объеме или на границах (излучающих или отражающих волны поверхностях) среды, а не только одного пограничного слоя вблизи твердой поверхности.

Проведенный анализ показал, что семейство периодических течений в толще жидкости как в двумерном, так и в трехмерном случаях включает крупномасштабные волны и два семейства сосуществующих с ними лигаментов. Регулярные и сингулярные компоненты периодических течений составляют неразделимые части полного решения. Они образуют единое семейство, все компоненты которого возникают и исчезают одновременно, несмотря на различия характерных пространственных масштабов. Тонкоструктурные компоненты существуют в течениях всех видов — периодических и равномерных, быстрых и медленных, ползучих, слоистых ламинарных и турбулентных во всех природных системах.

С существованием лигаментов — сингулярных компонентов течений — связана “тонкая структура” сред — глубокого океана, атмосферы (стратосферы), в которых квазиоднородные слои разделены высокоградиентными прослойками [14]. При этом основная энергия движений заключена в регулярных компонентах, а завихренность сосредоточена в лигаментах, где активно идет затухание движений.

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Течения, индуцированные диффузией в покоящейся стратифицированной среде

На существование течений, индуцированных диффузией, в атмосфере впервые обратил внимание Л. Прандтль [6], рассмотрев в качестве примера диффузионное течение на наклонной плоскости. В дальнейшем такие течения изучались во многих объектах гидросферы Земли — озерах, водохранилищах, морях и океанах [3].

Традиционно расчет динамики и структуры формирующихся двумерных течений на препятствии, погруженном в жидкость с профилем плотности $\rho(S_0(z))$, который задается распределением солености $S_0(z)$, проводится на основе фундаментальной системы уравнений, включающей в себя уравнения неразрывности, переноса импульса и вещества в приближении Буссинеска и пренебрежении эффектами сжимаемости в силу малости скоростей жидкости по сравнению со скоростью звука [14].

$$\rho = \rho_{00}\left(\exp\left(-z/\Lambda\right) + s\right),\ \operatorname{div}\mathbf{v} = 0,$$
$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \left(\mathbf{v}\nabla\right)\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla P + \nu\Delta\mathbf{v} - s\mathrm{g},$$
$$\frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla s = \kappa_s \Delta s + \frac{v_z}{\Lambda}, \tag{24}$$

где $S = S_0(z) + s$ — полная соленость, включающая коэффициент солевого сжатия, $s(x,z,t)$ — ее возмущенная составляющая; ρ_{00} — плотность на нулевом уровне (горизонте нейтральной плавучести); $\mathbf{v}$ — вектор скорости жидкости; P — давление за вычетом гидростатического; ν, κ_s — коэффициенты кинематической вязкости и диффузии соли, которые полагаются постоянными; t — время, g — ускорение свободного падения; '∇ и Δ — операторы Гамильтона и Лапласа.

В начальный момент $t = 0$ в покоящуюся непрерывно стратифицированную жидкость помещается непроницаемое препятствие, на поверхности которого задается условие прилипания для скорости и непротекания для вещества:

$$\mathbf{v}, s\big|_{t\le 0} = 0,\quad \mathbf{v}\big|_{\Sigma} = 0,\quad \mathbf{v}, s\big|_{x,z\to\infty} = 0,$$
$$\left.\frac{\partial S}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\Sigma} = -\frac{1}{\Lambda}\frac{\partial z}{\partial \mathbf{n}} + \left.\frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\Sigma} = 0, \tag{25}$$

где n — внешняя нормаль к поверхности тела Σ. На большом удалении от препятствия задаются условия затухания всех возмущений.

Решение задачи (24) с граничными условиями (25) описывает эволюцию течения, индуцированного диффузией на неподвижном препятствии [6, 14]. Полученные поля физических величин принимаются в качестве начальных условий в задаче обтекания препятствия однородным потоком непрерывно стратифицированной жидкости со скоростью U [11]:

$$v_x\big|_{x,z\to\infty} = U,\quad v_z\big|_{x,z\to\infty} = 0. \tag{26}$$

Рассчитанные схемы возмущений поля градиента плотности $\nabla\rho$ (для течений, индуцированных диффузией на горизонтальной или наклонной пластине, в которых проявляются и крупномасштабные компоненты, размер которых задается длиной пластины, и тонкие прослойки с масштабами $\delta_N^{\nu} = \sqrt{\nu/N}$ и $\delta_N^{\kappa_S} = \sqrt{\kappa_S/N}$), на больших временах согласуются со схемами теневой визуализации поля градиента коэффициента преломления (плотность и коэффициент преломления водных растворов поваренной соли связаны линейным соотношением) около пластины в лабораторном бассейне [11].

В рассчитанных и наблюдаемых с помощью теневого прибора ИАБ-458 картинах течений, индуцированных диффузией на горизонтальной и наклонной пластинах (рис. 3), выделяются протяженные горизонтальные полосчатые структуры, примыкающие к кромкам тела. В предельном случае больших времен решения задач (установления течения воды с различными масштабами пространственной изменчивости для скорости $\delta_N^{\nu} = \sqrt{\nu/N}$ и солености $\delta_N^{\kappa_S} = \sqrt{\kappa_S/N}$ [11]) – это решение стационарного уравнения, которое характеризуется единым масштабом структуры всех полей $\delta = \sqrt[4]{\nu\kappa_S / N^2}$. Структура изображений типична для картины лигаментов — тонких прослоек с различными поперечными масштабами для скорости $\delta_N^{\nu} = \sqrt{\nu/N}$ и плотности $\delta_N^{\kappa_S} = \sqrt{\kappa_S/N}$.

Типичные картины распределения давления на неподвижном и медленно движущемся клине в стратифицированной среде, приведенные на рис. 4, наглядно иллюстрируют различия природы явлений: в первом случае разница между избытком (зеленый цвет) и дефицитом давления порождает пропульсивное действие, преодолевающее вязкое трение на гранях и вызывающее самодвижение свободного тела на горизонте нейтральной плавучести [14], во втором — силу сопротивления [11]. Однако во всех случаях около полюсов тела визуализируются

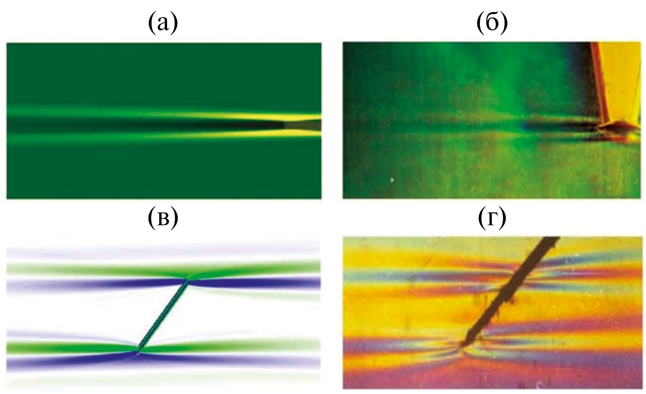

Рис. 3. Рассчитанные (а), (в) и наблюдаемые теневые (б), (г) картины течений, индуцированных диффузией на неподвижной пластине (L = 5 см, N = 0.84 с$^{-1}$, T_b = 7.5 с): (б) — φ = 0°, метод “вертикальная щель — нож Фуко”; (г) — φ = 40°, “теневой метод” с горизонтальной щелью и решеткой.

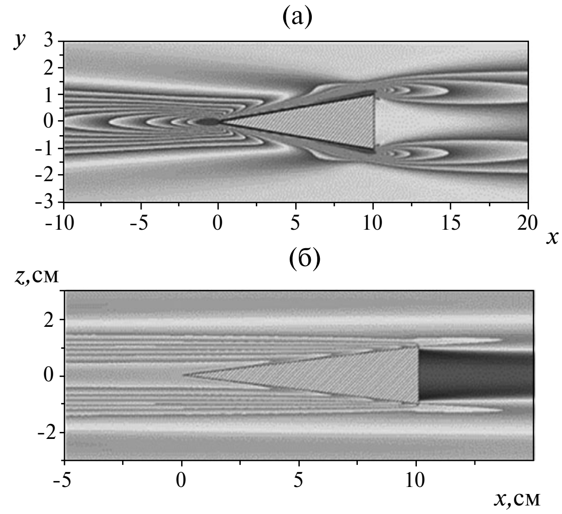

Рис. 4. Поля возмущений давления около клина (L = 10 см, h = 2 см, T_b = 6.28 с): (а) — в течении, индуцированном диффузией на неподвижном клине, (б) — при вынужденном движении со скоростью U =0.001 см/с (затемненная зона — дефицит, светлая — избыток по сравнению с невозмущенным значением).

лигаменты, контрастно выраженные в полях солености. Формирующиеся лигаменты в течении первоначально однородно стратифицированной жидкости оказывают большое влияние на перераспределение вещества. Как сингулярно возмущенные компоненты они абсорбируют попавшее на них вещество, что приводит к картине диффузно расплывающейся примеси загрязняющих веществ в водном потоке.

Внутренние волны и лигаменты в спутных течениях

В экспериментальной части работы исследовался процесс распределения введенных в воду добавок концентрированного раствора азотнокислого уранила, более светлого на общем темном фоне (рис. 5). В случае жидкости, покоящейся относительно препятствия с цилиндрической поверхностью, растворение примеси происходило через стадию образования “клубов” неправильной формы с диффузными краями (рис. 5а). Однако при организации движения воды относительно препятствия картина менялась. Растворение затормаживалось, и формировались тонкие ритмически перемежающиеся слои повышенной и пониженной концентрации уранила (рис. 5б). Их вид напоминал некоторые структуры Лизеганга [17], возникающие при протекании химических реакций или при переносе веществ в жидких средах.

В описанном эксперименте учитывался единственный влияющий на жидкую струю фактор —

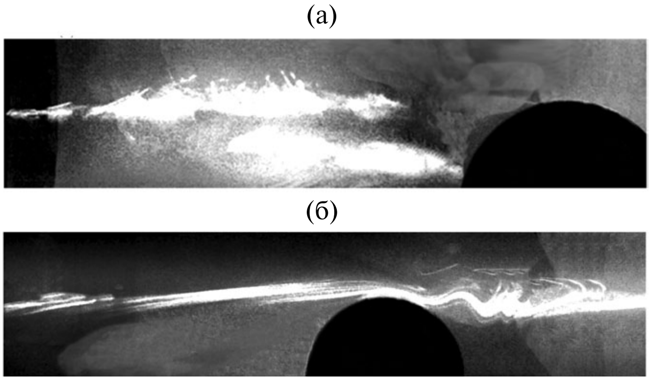

Рис. 5. Перестройка картины распределения примеси при организации потока относительно цилиндра в непрерывно стратифицированной жидкости (D = 7.6 см; T_b = 7.1 с; U = 0.24 см/с; Fr = 0.035; Re = 180: (а) — исходное распределение маркера в покоящейся жидкости, (б) — через 55 с после начала движения появляются полосчатые структуры, визуализирующие структуру лигаментов.

препятствие. Смоделировать структуру речного потока с учетом многих влияющих факторов не представляется возможным. Однако известные факты формирования в водных растворах с массопереносом пространственно-временных образований [12, 16, 17], а также и обнаруженное авторами структурообразование в потоке указывают на возможное формирование внутренних волн, вихрей и лигаментов (например, волнистая структура слоев раствора позади препятствия на рис. 2б), влияющих на перераспределение растворенного в воде вещества.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования динамики и картины течений и волн путем решения системы фундаментальных уравнений баланса вещества, импульса, энергии, концентрации растворенных веществ подтверждают предположение о том, что в речных водах поддерживается или даже инициируется разброс примеси за счет гидродинамических факторов. Среди последних в линейном приближении обнаруживаются волны, характеризуемые регулярными решениями системы уравнений (11–15), и семейства лигаментов — высокоградиентных прослоек, которые описываются сингулярно возмущенными решениями тех же уравнений. Классификация компонентов течений в нелинейном приближении включает волны, вихри и лигаменты. Процесс протекает под влиянием речных течений, как самых медленных, индуцированных диффузией на топографии, так и нестационарных вихревых, с которыми одновременно формируется тонкая структура лигаментов, проявляющаяся в виде протяженных слабодеформированных прослоек — ламин, которые служат накопителями примесей.

Теоретические выводы имеют экспериментальное подтверждение, указывающее на то, что в поле силы тяжести посторонние вещества, аккумулированные природными водами, в той или иной степени устойчиво стратифицированы (расслоены). Таким образом, долгоживущие макрофлуктуации показателей качества воды — результат действия не только внешних факторов (источников и стоков примеси), но и внутренних (структуры речного потока, неоднородности температуры, плотности и т.д.). Вследствие сложности многомасштабной структуры речных потоков, в том числе в условиях сравнительно незначительного влияния источников и стоков загрязняющих веществ, формируется и поддерживается пространственно-неоднородное распределение химических элементов. Это наблюдается на практике, в частности, в пойме р. Оби, где концентрация элементов, таких как медь, цинк, железо, легко окисляемые органические вещества, фенолы, соединения азота, оказывается далека от постоянной.

Авторы предполагают, что учет гидрохимических последствий таких гидродинамических элементов водного потока, как волны, вихри и лигаменты, а также разработка гидродинамических методов управления ими будет в значительной степени способствовать прогнозу свойств воды и совершенствованию водохозяйственного управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бардаков Р.Н., Васильев А.Ю., Чашечкин Ю.Д.* Расчет и измерения конических пучков трехмерных периодических внутренних волн, возбуждаемых вертикально осциллирующим поршнем // Механика жидкости и газа. 2007. № 4. С. 117–133.

2. *Дрюпина Е.Ю.* Методические основы расчета допустимых концентраций загрязняющих веществ в сточных водах предприятий при организации городских систем водоотведения на примере г. Барнаула. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Барнаул, 2014. 17 с.

3. *Зырянов В.Н., Лапина Л.Э.* Склоновые течения в морях, озерах и водохранилищах, обусловленные диффузионными эффектами // Вод. ресурсы. 2012. Т. 39. № 3. С. 292–303.

4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. Теоретическая физика. T.VI. М.: Наука, 1986. 736 с.

5. *Найфэ А.Х.* Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984. 535 с.

6. *Прандтль Л.* Гидроаэромеханика. М.: Изд-во иностран. лит., 1951. 576 с.

7. *Розенталь О.М., Подкин Ю.Г.* Диэлектрический фрикционный эффект при переносе электролита в водной среде // ДАН. 2015. Т. 462. № 5. С. 587–589.

8. *Розенталь О.М., Подкин Ю.Г.* Методы и средства диэлектрических измерений водных растворов электролитов // Измерит. техника. 2014. № 1. С. 67–74.

9. Рона и Арв — разноцветное слияние рек https://cattur.ru/europa/switzerland/ron-i-arv.html

10. Слияние рек https://www.tripadvisor.ru/ShowUserReviews-g303235-d554183-r229755948

11. *Чашечкин Ю.Д., Розенталь О.М.* Физическая природа неоднородности состава речных вод // ДАН. 2019. Т. 485. № 5. С. 484–487.

12. *Anikeenko A.V., Malenkov G.G., Naberukhin Yu.I.* Visualization of the collective vortex-like motions in liquid argon and water: Molecular dynamics simulation // J. Chem. Phys. 2018. V. 148. № 9. P. 094508–094518.

13. *Chashechkin Yu.D.* Differential fluid mechanics — harmonization of analytical, numerical and laboratory models of flows // Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures. Springer Series “Computational Methods in Applied Sciences”. 2016. V. 40. P. 61–91. DOI: 10.1007/978-3-319-23564-6-5

14. *Chashechkin Yu.D., Zagumennyi Ia.V.* Non-equilibrium processes in non-homogeneous fluids under the action of external force // Physica Scripta. 2013. V. 155. 014010. doi:10.1088/0031-8949/2013/T155/014010.

15. *Müller P.* The equations of oceanic motions. Cambridge: CUP, 2006. 302 p.

16. *Rossi F., Vanag V.K., Epstein I.R.* Pentanary cross-diffusion in water-in oil microemulsions loaded with two components of the Belousov–Zhabotinsky reaction // Chem. 2013. V. 17. № 7. P. 2138–2145.

17. *Sukharev Yu.I., Markov B.A.* Liesegang operator. Liesegang rings as the common gross-property of oxyhydrate gel polymer systems // Изв. Коми НЦ УрО РАН.. 2002. Вып. 2(18). С. 54–66.

18. *Vallis G. K.* Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics. Cambridge: CUP, 2006. 745 p.

RIVER FLOW STRUCTURE AND ITS EFFECT ON POLLUTANT DISTRIBUTION

Yu. D. Chashechkin[1,*], O. M. Rozental[2,]**

[1]*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119526, Russia*
[2]*Water Problems Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119333 Russia*
*e-mail: *chakin@ipmnet.ru; **orosental@rambler.ru*

Received: 02.12.2018
Revised version received: 20.12.2018
Accepted: 27.12.2018

Observations show that the space and time heterogeneity of river water composition persists over indefinite time even when the effect of pollutant sources and sinks is minor. The driving forces of such heterogeneity have been supposed and shown to be, among other factors, the stratification of water matrix. Studying the structure of water flow and its effect on pollutant distribution in water was based on a system of fundamental equations of the mechanics of a fluid with a free surface. It has been shown that such effect is due to the fine structure of flows, vortices, waves and highgradient interfaces (ligaments), which is formed and maintained by the motion of water masses. This conclusion extends our knowledge of the hydrological characteristics of water flow, enables one to better understand the nature of the heterogeneity of natural water composition, and it is of practical significance as such heterogeneity can be taken into account in making water management decisions.

Keywords: vortices, waves, ligaments, stratification, heterogeneity of the composition, river waters.

DOI: 10.31857/S0321-0596466582-591