

DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-245790>

Оригинальное исследование



Математическая модель кинематики поворота двухзвенного активного автопоезда с реальной и идеальной системами управления поворотом колес полуприцепа

З.А. Годжаев¹, М.В. Капитонов²¹ Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ, Москва, Российская Федерация;² Московский авиационный институт, Москва, Российская Федерация

АННОТАЦИЯ

Обоснование. Развитие ракетно-космической техники приводит к необходимости перевозки наземными транспортными средствами все более крупногабаритных неделимых грузов. При этом, учитывая особенности перевозимых грузов, к транспортным средствам предъявляется ряд особых требований, в том числе по маневренности.

Цель работы — определение величины смещения траектории полуприцепа относительно траектории тягача является целью настоящего исследования.

Материалы и методы. Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений происходит с использованием программ MATLAB/Simulink, реализующей метод Рунге-Кутты-Фельберга четвертого-пятого порядков.

Результаты. Получен сравнительный график значений расчетного и идеального углов складывания.

Заключение. Разработанные математические модели и программы расчета позволяют достаточно оперативно и достоверно оценивать поворотливость вновь разрабатываемых образцов.

Ключевые слова: поворотливость; математическая модель; многоосные агрегаты; кинематика поворота; автопоезд.

Как цитировать:

Годжаев З.А., Капитонов М.В. Математическая модель кинематики поворота двухзвенного активного автопоезда с реальной и идеальной системами управления поворотом колес полуприцепа // Тракторы и сельхозмашины. 2023. Т. 90, № 2. С. 117–122.

DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-245790>

Рукопись получена: 17.02.2023

Рукопись одобрена: 21.04.2023

Опубликована: 15.05.2023

DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-245790>

Original Study Article

The mathematical model of turning kinematics of a two-section active road train with real and ideal control systems of semitrailer wheels turning

Zakhid A. Godzhaev¹, Mikhail V. Kapitonov²

¹ Federal Scientific Agroengineering Center VIM, Moscow, Russian Federation;

² Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

BACKGROUND: The development of aerospace machinery leads to the need for transportation of increasingly large-sized indivisible cargo by ground vehicles. At the same time, taking into account the peculiarities of the transported cargo, a number of special requirements including maneuverability are imposed on vehicles.

AIMS: Defining the magnitude of the semitrailer path offset relative to the truck path.

METHODS: The solution of the system of ordinary differential equations is performed using the MATLAB/Simulink software implementing the Runge-Kutta-Felberg method of the fourth-fifth orders.

RESULTS: The comparative graph of the values of the normal and ideal jack-knifing angles has been obtained.

CONCLUSIONS: The developed mathematical models and calculation software make it possible to assess the maneuverability of newly developed prototypes quite quickly and accurately.

Keywords: *maneuverability; mathematical model; multiaxial units; turning kinematics; road train.*

To cite this article:

Godzhaev ZA, Kapitonov MV. The mathematical model of turning kinematics of a two-section active road train with real and ideal control systems of semitrailer wheels turning. *Tractors and Agricultural Machinery*. 2023;90(2):117–122. DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-245790>

Received: 17.02.2023

Accepted: 21.04.2023

Published: 15.05.2023

ВВЕДЕНИЕ

Транспортировка грузов в труднодоступные места является актуальной проблемой в современном мире [1]. В существующей инженерной инфраструктуре эксплуатируемых объектов строительства и обслуживания возникают новые задачи транспортировки неделимых грузов, что обязывает перерабатывать траекторию движения автотранспортных средств и пересматривать ограничения по их грузоподъемности [2–4].

Под поворотливостью двухзвенного активного автопоезда понимается его способность к совершению поворота при движении тягача строго по осевой линии дороги. В работе [1] была представлена математическая модель кинематики поворота сверхтяжелого автопоезда, которая в дальнейшем была использована для оценки влияния различных конструктивных параметров полуприцепов и систем управления поворотом их колес на поворотливость двухзвенного активного автопоезда.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Математическая модель описывает движение реального объекта, но степень его идеализации не всегда очевидна. Одним из значимых недостатков существующих математических моделей кинематики поворота строительной техники является отсутствие в них аппаратов определения величины смещения траектории полуприцепа относительно траектории тягача непосредственно в процессе решения задачи.

Устранение этого недостатка является целью настоящего исследования.

Для определения уровня конструкции автотранспортного средства необходимо провести параметрическую декомпозицию [5] и определить требуемые характеристики, критерии и параметры конструкции, которые требуется проанализировать.

Возможность проведения конструктивной доработки для серийной или унифицированной техники [6] не рассматривается.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Решение задачи непосредственного определения величины смещения траектории полуприцепа будем искать на основе сравнения результатов расчетов криволинейного движения автопоезда с реальной и идеальной системами управления поворотом колес полуприцепа.

Под реальной, в данной работе, понимается система, осуществляющая поворот колес в зависимости от угла складывания между тягачом и полуприцепом, а под идеальной – система поворота, которая обеспечивает движение полуприцепа точно по траектории тягача. Работа идеальной системы без учета эксплуатации узлов

в агрессивных средах с повышенным износом рассматривается в работах [1, 7].

В работе [8] рассмотрена проблема отсутствия алгоритма построения движения спецтехники. Разработка движения двухзвенного активного автопоезда с идеальной системой управления поворотом колес полуприцепа позволяет, кроме поставленной задачи, наметить основные принципы создания опытного образца такой системы.

Условие совпадения траекторий опорных точек тягача и полуприцепа (определения опорных точек даны в работе [9]) может быть представлено следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dx_{\tau}(t-\tau)}{dt} = \frac{dx_{\Pi}}{dt}, \\ \frac{dy_{\tau}(t-\tau)}{dt} = \frac{dy_{\Pi}}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

где $x_{\tau}(t-\tau)$, $y_{\tau}(t-\tau)$ – координаты опорной точки тягача в момент времени $t-\tau$, τ – время необходимое полуприцепу для того, чтобы координаты его опорной точки $x_{\Pi}(t)$, $y_{\Pi}(t)$ совпали с $x_{\tau}(t-\tau)$, $y_{\tau}(t-\tau)$.

Левые части уравнений, входящих в систему (1), могут быть преобразованы следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dx_{\tau}(t-\tau)}{dt} &= \frac{dx_{\tau}(t-\tau)}{dt-d\tau} \cdot \frac{d(t-\tau)}{dt} = \frac{dx_{\tau}(t-\tau)}{d(t-\tau)} \cdot (1-\dot{\tau}), \\ \frac{dy_{\tau}(t-\tau)}{dt} &= \frac{dy_{\tau}(t-\tau)}{dt-d\tau} \cdot \frac{d(t-\tau)}{dt} = \frac{dy_{\tau}(t-\tau)}{d(t-\tau)} \cdot (1-\dot{\tau}). \end{aligned}$$

С учетом этих преобразований условие (1) можно записать в виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_{\tau}(t-\tau) \cdot (1-\dot{\tau}) = \dot{x}_{\Pi}(t); \\ \dot{y}_{\tau}(t-\tau) \cdot (1-\dot{\tau}) = \dot{y}_{\Pi}(t). \end{cases} \quad (2)$$

Таким образом имеем 2 уравнения и 3 неизвестных \dot{x}_{Π} , \dot{y}_{Π} , $\dot{\tau}$.

Возводя уравнения (2) в квадрат и складывая их, получим:

$$v_{\tau-\tau} \cdot (1-\dot{\tau}) = v_{\Pi}, \quad (3)$$

где $v_{\tau-\tau}$ – скорость тягача в момент времени $t-\tau$; v_{Π} – скорость центра приведенного колеса полуприцепа в момент времени t .

Если принять допущение о постоянстве скорости тягача в процессе поворота, то $v_{\tau-\tau} = v_{\tau}$ и уравнение (3) можно представить в форме:

$$\dot{\tau} = 1 - \frac{v_{\Pi}}{v_{\tau}}, \quad (4)$$

где v_{τ} , v_{Π} – вышеупомянутые скорости в момент времени t .

Таким образом, имеем 1 уравнение и 2 неизвестных – $\dot{\tau}$, v_{II} .

Для определения $\dot{\tau}$, v_{II} можно предложить способ, вытекающий из расчетной схемы, приведенной на рис. 1.

На схеме (см. рис. 1) приняты следующие обозначения: γ_u , φ_u – угол складывания и угол поворота приведенного колеса полуприцепа при условии его движения по траектории тягача соответственно.

Проекции скоростей v_T и v_{II} [10] на продольную ось полуприцепа связаны между собой следующей зависимостью:

$$v_T \cos \gamma_u = v_{II} \cos \varphi_u,$$

Откуда имеем:

$$v_{II} = v_T \cdot \frac{\cos \gamma_u}{\cos \varphi_u}. \tag{5}$$

Подставляя (5) в (4), получим:

$$\dot{\tau} = 1 - \frac{\cos \gamma_u}{\cos \varphi_u}. \tag{6}$$

Не сложно получить следующие соотношения:

$$\gamma_u = a_1 - a_{2u}, \tag{7}$$

$$\dot{\gamma}_u = \dot{a}_1 - \dot{a}_{2u}, \tag{8}$$

где все значения берутся в момент времени t , а также очевидно, что

$$\varphi_u = a_{2u} - a_{1t-\tau}, \tag{9}$$

где $a_{1t-\tau}$ – курсовой угол тягача в момент времени $t - \tau$.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Если обозначить через x расстояние от полюса поворота полуприцепа (в полюсе поворота отсутствует боковая составляющая вектора скорости этой точки) до точки сцепки с тягачом, то справедливы следующие уравнения:

$$v_T \sin \gamma_u = \dot{a}_{2u} x, \tag{10}$$

$$v_{II} \sin \varphi_u = \dot{a}_{2u} (L - x). \tag{11}$$

Выражая x из (10) и подставляя, полученное выражение, в (11), будем иметь (с учетом разных знаков у γ_u и φ_u):

$$\dot{a}_{2u} = \frac{v_{II}}{L} \cdot (\sin \gamma_u - \cos \gamma_u \cdot \operatorname{tg} \varphi_u). \tag{12}$$

Учитывая (8) и (9), выражение (12) примет вид:

$$\dot{\gamma}_u = \dot{a}_{1t} - \frac{v_T}{L} \cdot (\sin \gamma_u - \cos \gamma_u \cdot \operatorname{tg}(a_{2u} - a_{1t-\tau})) \tag{13}$$

Так как известно начальное значение $\tau_0 = \frac{L}{v_T}$,

то уравнение (13) может быть разрешено относительно γ_u .

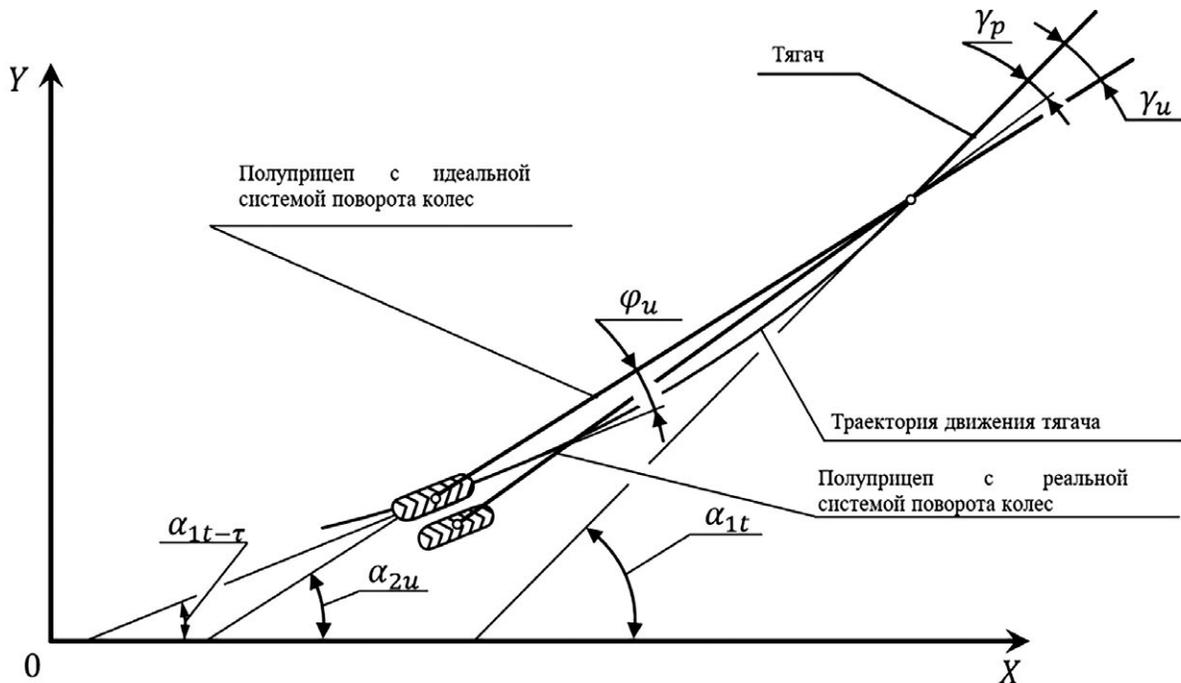


Рис. 1. Расчетная схема кинематики поворота автопоезда с идеальной и реальной системами управления поворотом колес полуприцепа.

Fig. 1. Analytical model of road train turning kinematics with ideal and real control systems of semitrailer wheels turning.

После этого из уравнений (7) и (9) могут быть найдены a_{2u} и φ_u соответственно.

После чего решается уравнение (6) относительно τ .

Величина смещения траектории полуприцепа от траектории тягача может быть определена по следующей зависимости:

$$\Delta C = 2L \cdot \sin\left(\frac{\gamma_u - \gamma_p}{2}\right), \quad (14)$$

где γ_p – угол складывания автопоезда с реальной системой поворота, способ определения которого описан в работе [7].

Для реализации разработанной математической модели была написана программа расчета параметров криволинейного движения двухзвенного активного автопоезда с идеальной и реальной системами управления поворотом колес полуприцепа. Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений было построено с использованием программ MATLAB/Simulink, реализующих метод Рунге-Кутты-Фельберга четвертого порядка.

Результаты расчета приведены на рис. 2.

Но, в то же время, традиционный путь учета факторов неопределенности на основе вероятностного и статистического моделирования, зачастую, оказывается неадекватным решаемым задачам и может привести к неверным результатам, так как функционирование сложных организационно-технических систем на практике характеризуется неопределенностями различного типа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработанные математические модели и программы расчета позволяют достаточно оперативно

и достоверно оценивать поворотливость вновь разрабатываемых образцов двухзвенного активного автопоезда и добиваться ее улучшения на основе выбора рационального сочетания параметров систем поворота колес полуприцепов.

2. Предложенный алгоритм расчета идеального движения активного автопоезда позволяет определить пути создания системы поворота колес полуприцепа, обеспечивающей максимальное совпадение траекторий звеньев автопоезда при его криволинейном движении с различными радиусами поворота.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. М.В. Капитонов — поиск публикаций по теме статьи, написание текста рукописи; З.А. Годжаев — экспертная оценка, утверждение финальной версии. Авторы подтверждают соответствие своего авторства международным критериям *ICMJE* (все авторы внесли существенный вклад в разработку концепции, проведение исследования и подготовку статьи, прочли и одобрили финальную версию перед публикацией).

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. M.V. Kapitonov — search for publications, writing the text of the manuscript; Z.A. Godzhaev — expert opinion, approval of the final version. All authors made a substantial contribution to the conception

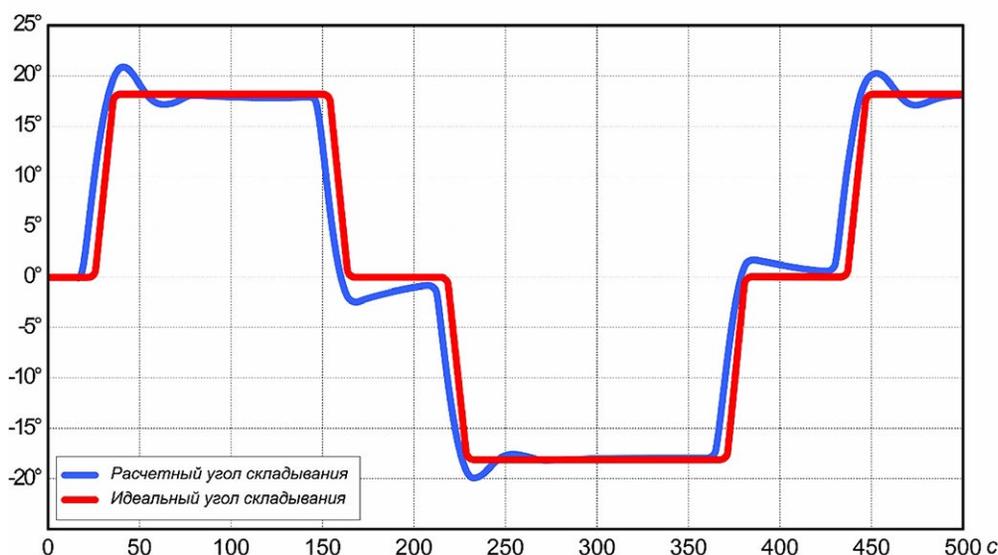


Рис. 2. Сравнение значений расчетного и идеального углов складывания.

Fig. 2. Comparison of values of normal and ideal jack-knifing angle.

of the work, acquisition, analysis, interpretation of data for the work, drafting and revising the work, final approval of the version to be published and agree to be accountable for all aspects of the work.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов А.М. Моделирование системы управления автопоезда // Вестник НовГУ. Сер.: Техн. науки. 2013. №75, Т. 1. С. 49–53.
2. Антонов Д.А. Теория устойчивости движения многоосных автомобилей. М.: Машиностроение, 1978.
3. Годжаев З.А., Калинин Я.В., Ковшов И.В., и др. Разработка малотоннажных автопоездов с управляемым сцепным устройством: уч. пособие. Волгоград: ВолгГТУ, 2021.
4. Марголин И.И. Криволинейное движение автопоезда // Автомобильная промышленность. 1972. № 2. С. 21–23.
5. Асриянц А.А., Хачатуров А.А., Шестаков И.Н., и др. Дифференциальные уравнения движения прицепа автопоезда // Труды МАДИ. 1979. Вып. 130.
6. Белоусов Б.Н., Попов С.Д. Колесные транспортные средства особо большой грузоподъемности. Конструкция. Теория. Расчет. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006.

REFERENCES

1. Abramov A.M. Simulation of the road train control system. *Vestnik NovGU. Ser.: Tekhn. nauki.* 2013;75(1):49–53. (in Russ).
2. Antonov D.A. *Theory of motion stability of multi-axle vehicles.* Moscow: Mashinostroenie; 1978. (in Russ).
3. Godzhaev ZA, Kalinin YaV, Kovshov IV, et al. Development of low-tonnage road trains with a controlled coupling device: textbook. Volgograd: VolgGTU; 2021. (in Russ).
4. Margolin II. Curvilinear movement of a road train. *Avtomobilnaya promyshlennost.* 1972;2:21–23. (in Russ).
5. Asriyants AA, Khachaturov AA, Shestakov IN, et al. Differential equations of motion of a trailer road train. *Trudy MADI.* 1979;130. (in Russ).
6. Belousov BN, Popov SD. *Wheeled vehicles of extra large payload capacity. Design. Theory. Calculation.* Moscow: MG TU im NE Bauman; 2006. (in Russ).

ОБ АВТОРАХ

* Капитонов Михаил Владимирович,

ассистент кафедры «Инженерная графика»;
адрес: Российская Федерация, 117036, Москва,
Волоколамское ш., д. 4;
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6287-3681>;
e-mail: km7571@yandex.ru

Годжаев Захид Адыгезалович,

д-р техн. наук, чл.-корр. РАН,
заместитель директора по инновационной и внедренческой
деятельности;
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1665-3730>;
eLibrary SPIN: 1892-8405;
e-mail: fic51@mail.ru

* Автор, ответственный за переписку

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding source. This study was not supported by any external sources of funding.

7. Поиск и исследование рациональных решений сверхтяжелых транспортных средств, определение их основных характеристик, обеспечивающих высокую эффективность при эксплуатации в заданных дорожных условиях. НИР № 405-81-01 Москва: КБ "Мотор", 2010.
8. Горелов В.А., Тропин С.Л. Математическая модель криволинейного движения автопоезда по недеформируемому опорному основанию // Журнал автомобильных инженеров. 2011. № 5. С. 18–22.
9. Горобцов А. С. Математическое моделирование динамики АТС. Проблемы и перспективы // Автомобильная промышленность. 2006. № 4. С. 14–16.
10. Годжаев З.А., Карлов В.И., Ковшов И.В., и др. О маневренности малотоннажных автопоездов с управляемым сцепным устройством // Автомобильная промышленность. 2022. № 8. С. 6–10.

7. Poisk i issledovanie ratsionalnykh resheniy sverkhtyazhelykh transportnykh sredstv, opredelenie ikh osnovnykh kharakteristik, obespechivayushchikh vysokuyu effektivnost pri ekspluatatsii v zadannykh dorozhnykh usloviyakh. Report: № 405-81-01. Moscow: KB "Motor"; 2010. (in Russ).
8. Gorelov VA, Tropin SL. Mathematical model of the curvilinear movement of a road train on a non-deformable support base. *Zhurnal avtomobilnykh inzhenerov.* 2011;5:18–22. (in Russ).
9. Gorobtsov AS. Mathematical modeling of ATS dynamics. Problems and prospects. *Avtomobilnaya promyshlennost.* 2006;4:14–16. (in Russ).
10. Godzhaev ZA, Karlov VI, Kovshov IV, et al. On the maneuverability of low-tonnage road trains with a controlled coupling device. *Avtomobilnaya promyshlennost.* 2022;8:6–10. (in Russ).

AUTHOR'S INFO

* Mikhail V. Kapitonov,

Assistant of the of Engineering Graphics Department;
address: 4 Volokolamskoe shosse, 125993 Moscow,
Russian Federation;
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6287-3681>;
e-mail: km7571@yandex.ru

Zahid A. Godzhaev,

Dr. Sci. (Tech.), Corresponding Member
of the Russian Academy of Sciences;
Deputy Director for Innovational and Implemental Activities;
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1665-3730>;
eLibrary SPIN: 1892-8405;
e-mail: fic51@mail.ru

* Corresponding author