

DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-623828>

Оригинальное исследование

Исследование вынужденных колебаний в нелинейной системе индивидуального тягового электропривода

А.В. Климов^{1, 2}¹ Инновационный центр «КАМАЗ», Москва, Российская Федерация;² Московский политехнический университет, Москва, Российская Федерация

АННОТАЦИЯ

Обоснование. Процессы, проходящие в системе тяговой электромеханический привод-колесо-дорога при разгоне/торможении, вызывают повышенные динамические нагрузки на элементы привода, что может привести к выходу их из строя. Колебания возникают из-за изменения скоростного режима движения транспортного средства, сцепных свойств опорного основания, его неровностей, характеристик эластичных шин и сопровождаются изменениями угловых скоростей, крутящих моментов, продольных, поперечных, нормальных сил. Повышенный интерес в любых системах, работа которых является сложным, случайным, колебательным процессом, вызывает изучение возникновения резонансных явлений, сопровождаемые резким увеличением амплитуд колебаний. Поэтому необходимо исследовать особенности колебательных явлений, условий возникновения резонансов в данных нелинейных системах для последующего определения методов борьбы с ними.

Цель работы — выявление особенностей протекания колебательных процессов, возникновения резонансных явлений в системах электромеханического привода транспортных средств, представляющих собой нелинейные технические системы.

Материалы и методы. Исследование динамики движения ведущих колёс машины на предмет особенностей колебательных процессов и возможности возникновения резонанса проведено методами экспериментальных исследований процессов разгона и торможения транспортного средства. Исследование особенностей колебательных процессов. Изучение возможностей зарождения резонансных явлений при работе систем машины в любых условиях (отличных от тех, которые приведены в предыдущем разделе) проведено с помощью математического анализа систем дифференциальных уравнений, описывающих функционирование нелинейной систем.

Результаты. В системе электромеханического привода ведущих колёс транспортного средства при движении имеют место быть колебательные процессы по крутящим моментам. Поскольку данная система является нелинейной, то ярко выраженных резонансных явлений с неконтролируемым ростом амплитуд вплоть до бесконечности в ней наблюдать не может. Наблюдается срыв резонанса, который может сопровождаться как уменьшением амплитуд колебаний при росте их частот в случае разгона машины, так и увеличении при уменьшении частот в случае замедления машины. Выявлен резкий ударный характер скорости изменения крутящего момента на колесе, тока, потребляемого приводом, а также особенности их снижения при применении подавления автоколебательных явлений. В работе рассмотрены особенности колебательных явлений в нелинейных системах взаимодействия

Заключение. Практическая ценность исследования заключается в возможности использования предложенных выводов при разработке агрегатов тягового электромеханического привода и при синтезе систем управления движением транспортных средств.

Ключевые слова: колебания; резонанс; околорезонансный режим; срыв резонанса; тяговой электромеханический привод.

Как цитировать:

Климов А.В. Исследование вынужденных колебаний в нелинейной системе индивидуального тягового электропривода // Тракторы и сельхозмашины. 2024. Т. 91, № 3. С. 291–302. DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-623828>

DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-623828>

Original Study Article

The study of forced oscillations in the non-linear system of an individual traction drive

Alexander V. Klimov^{1, 2}

¹ KAMAZ Innovation Center, Moscow, Russian Federation;

² Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

BACKGROUND: The processes taking place in the 'traction electric drive – wheel – road' system during acceleration and braking cause increased dynamic loads on drive components, which may lead to a breakdown. Therefore, it is important to control the drive in a way to minimize and to suppress the given processes. To make it possible, the control system is to be equipped with a resistance torque observer at the electric motor shaft. In addition, in any system, there is a heightened interest in study of arise of resonances, which come with abrupt increase of oscillations amplitudes. Therefore, the features of oscillation phenomena in the given non-linear system are to be studied.

AIM: Identification of the peculiarities of oscillatory processes, resonance phenomena in the systems of electromechanical drive of vehicles, which are nonlinear technical systems.

METHODS: The study of features of the oscillating processes and the study of capabilities of arise of resonant phenomena were conducted using analysis of the differential equations system describing the operation of the non-linear system.

RESULTS: The features of the oscillating phenomena in non-linear systems of interaction between an elastic wheel and road as well as capabilities of arise of resonant phenomena were considered. It is defined that arise of the resonant phenomena in the considered systems is not possible due to breakdown of them. The behavior of modes of interaction between an elastic wheel and road during intensive acceleration and braking was analyzed. The abrupt shock behavior of change rate of wheel torque and current consumed by a drive as well as features of lowering of them when using the self-oscillating phenomena suppression were found.

CONCLUSION: The practical value of the study lies in ability of using the proposed conclusions at development of units of a traction electric drive and at synthesis of vehicle motion control systems.

Keywords: self-oscillations; resonance; near-resonance mode; resonance breakdown; traction electric drive.

To cite this article:

Klimov AV. The study of forced oscillations in the non-linear system of an individual traction drive. *Tractors and Agricultural Machinery*. 2024;91(3):291–302.

DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-623828>

Received: 25.11.2023

Accepted: 07.07.2024

Published online: 14.07.2024

ВВЕДЕНИЕ. ЦЕЛЬ. МАТРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В мире на дорогах постепенно увеличивается процент транспортных средств с тяговым электрическим приводом, используемых в различных отраслях экономики. В качестве силового агрегата привода колёс в таких машинах применяют тяговые электрические двигатели различной конструкции [1]. Современные электродвигатели работают в широком диапазоне частот вращения, что также сопровождается быстрым изменением частоты в случае разгона транспортного средства [2]. В приводе также в процессе эксплуатации наблюдаются процессы изменения знака крутящего момента на противоположный при осуществлении электродинамического рекуперативного торможения. Процессы, протекающие в тяговом электроприводе и трансмиссии при управлении, характеризуются высокой динамикой и имеют колебательный характер. Особый интерес представляет изучение данных явлений, поскольку он может сопровождаться зарождением резонансных и автоколебательных явлений [3–6], которые вызывают увеличение динамической нагруженности элементов систем из-за увеличения амплитуд колебаний вызывая выход их из строя. Поэтому очень важно исследовать условия и причины возникновения данных явлений для последующего синтеза методов борьбы с ними.

Процессы, проходящие в системе тяговой электромеханический привод-колесо-дорога при разгоне/торможении вызывают повышенные динамические нагрузки на элементы привода, что может привести к их выходу из строя. Колебаний возникают из-за изменения скоростного режима движения транспортного средства, сцепных свойств опорного основания, его неровностей, характеристик эластичных шин и сопровождаются изменениями угловых скоростей, крутящих моментов, продольных, поперечных, нормальных сил. Повышенный интерес в любых

системах, работа которых является сложным, случайным, колебательным процессом, вызывает изучение возникновения резонансных явлений, сопровождаемые резким увеличением амплитуд колебаний.

Поэтому необходимо исследовать особенности колебательных явлений, условий возникновения резонансов в данных нелинейных системах для последующего определения методов борьбы с ними что является целью настоящего исследования.

Экспериментальное исследование колебательных процессов в системе электромеханического привода колёс при фрикционном взаимодействии эластичного колеса с твёрдым опорным основанием

Как известно, в случае совпадения частоты колебаний с собственной частотой колебаний системы возникает резонанс. Резонанс вызывает рост амплитуды колебаний, что увеличивает динамическую нагруженность элементов системы. Увеличение нагрузок приводит к выходу их из строя. Исследование динамики движения ведущих колёс машины на предмет особенностей колебательных процессов и возможности возникновения резонанса проведено методами экспериментальных исследований процессов разгона и торможения транспортного средства.

При движении транспортного средства в случае интенсивного разгона и торможении также могут возникать автоколебательные явления, которые не затухают [7–9]. Автоколебания сопровождаются ростом амплитуды колебаний и возбуждаются без внешнего воздействия. График зависимостей крутящих моментов на ведущем колесе транспортного средства с индивидуальным тяговым электрическим приводом при интенсивном разгоне транспортного средства с индивидуальных тяговым



Рис. 1. Тензометрические колёса Kistler-Rim RoaDyn.
Fig. 1. Kistler-Rim RoaDyn strain gauge wheels.

электромеханическим приводом [10] на опорном основании с низким коэффициентом сцепления (мокрый базальт), зафиксированные помощью тензометрических измерительных колёс Kistler-Rim RoaDyn (рис. 1) приведён на рис. 2.

Анализируя график крутящего момента, несложно заметить процесс зарождения колебательного процесса с высокой скоростью изменения крутящего момента. Также можно отметить изменение знака крутящего момента при срабатывании противобуксовочной системы, что приводит к перекадке зубьев с высокой скоростью в механических передачах.

При интенсивном торможении транспортного средства [10] также могут возникать колебательные явления [11]. График зависимости крутящих моментов на ведущем колесе транспортного средства с индивидуальным тяговым электрическим приводом при интенсивном торможении на опорном основании с низким коэффициентом сцепления (мокрый базальт) приведён на рис. 3.

По графику крутящего момента виден процесс зарождения колебательного процесса с высокой

скоростью изменения крутящего момента. Причём, также как и при разгоне в случае работы антиблокировочной системы наблюдается изменение знака крутящего момента, что приводит к тем же явлениям.

Процессы, проходящие на рис. 3 и 4, вызывают повышенные динамические нагрузки на элементы привода, что может привести к их выходу из строя, однако резонансных явлений не наблюдается. Поэтому важно управлять приводом таким образом, чтобы минимизировать и подавлять данные процессы [12], для чего систему управления необходимо оснащать наблюдателем момента сопротивления на валу электродвигателя [13].

Зарождение автоколебательного процесса в приводе может провоцировать повышения динамической нагруженности узлов и деталей вплоть до их разрушения. В табл. 1 представлены значения величин скорости изменения крутящего момента на колесе и постоянного тока потребляемого приводом колеса для режимов интенсивного разгона (см. рис. 2) и интенсивного торможения (см. рис. 3) транспортного средства [10] при выполнении испытательных заездов связанных с разгоном

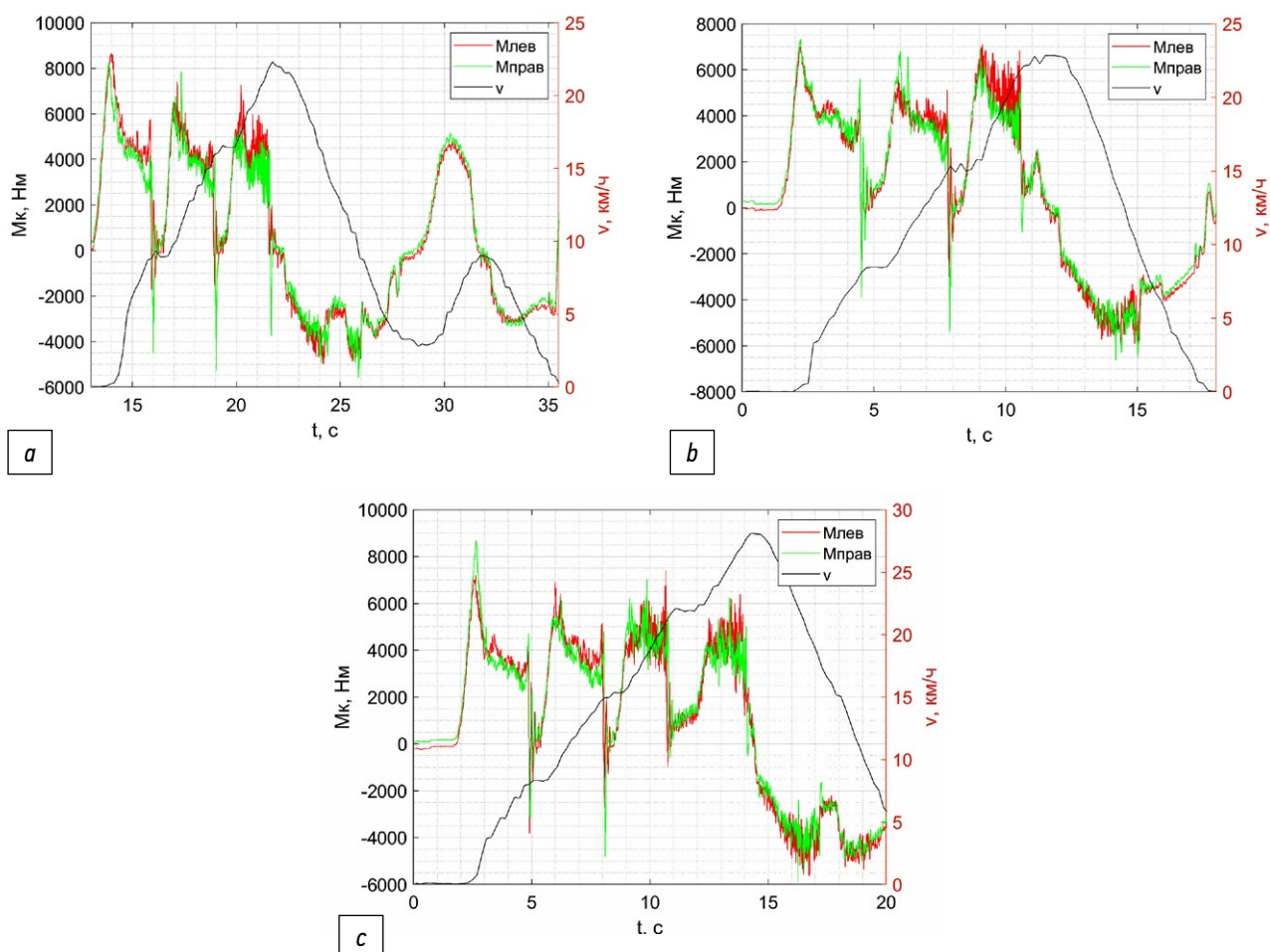


Рис. 2. Крутящие моменты на ведущих колёсах при резком интенсивном разгоне и нахождении правого и левого борта на мокром базальте: *a)* 1 заезд; *b)* 2 заезд; *c)* 3 заезд.

Fig. 2. Torque at traction wheels at abrupt intensive acceleration when both left and right side are on wet basalt road: *a)* ride 1; *b)* ride 2; *c)* ride 3.

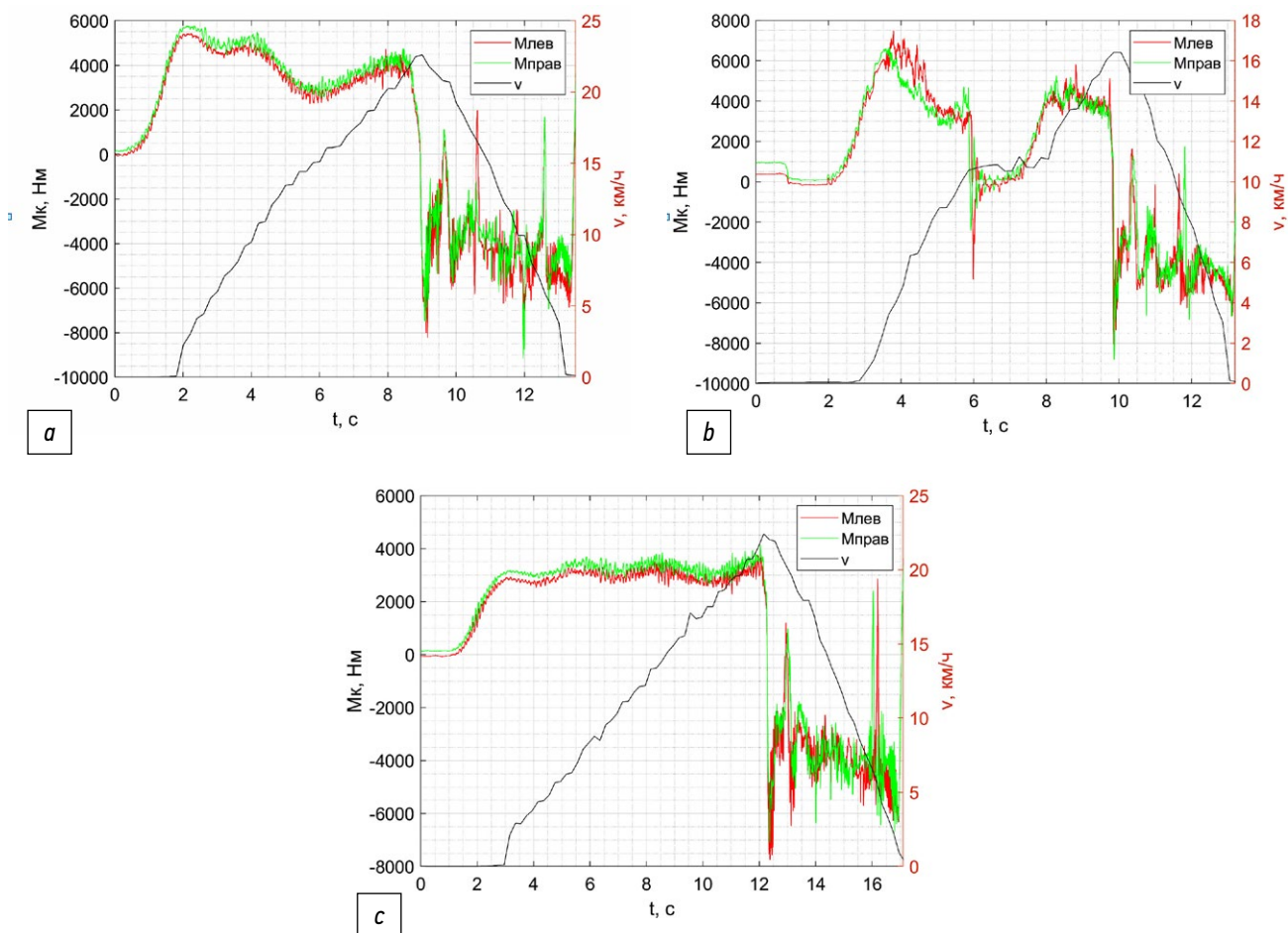


Рис. 3. Крутящие моменты на ведущих колёсах при экстренном торможении при нахождении правого и левого борта на мокром базальте: а) 1 заезд; б) 2 заезд; в) 3 заезд.

Fig. 3. Torque at traction wheels at abrupt intensive braking when both left and right side are on wet basalt road: а) ride 1; б) ride 2; в) ride 3.

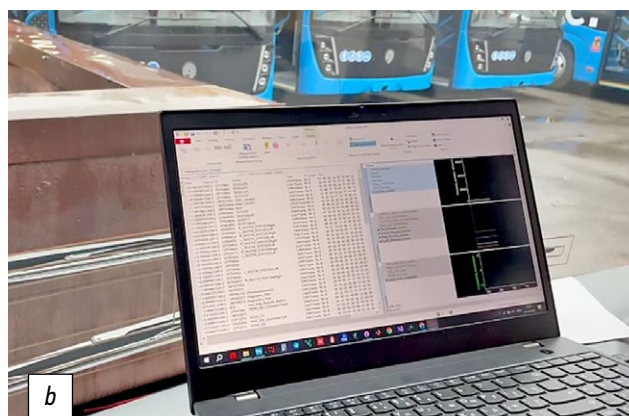


Рис. 4. Оборудование для фиксации данных: а) Vector VN1630A; б) ЭВМ.

Fig. 4. Equipment for data recording: а) Vector VN1630A; б) Computer.

и торможением на опорном основании с низким коэффициентом сцепления (см. рис. 2, 3). Значения электрического тока при выполнении заездов фиксировались с помощью адаптера Vector VN1630A и ЭВМ (рис. 4) из CAN шины транспортного средства.

Анализируя данные, приведённые в табл. 1, можно судить о высокой скорости изменения крутящего момента, что свидетельствует о ударных воздействиях в механической части привода и высокой динамической нагруженности. Колебания тока вызывает повышенную

Таблица 1. Величина крутящего момента на колесе и потребляемого тока приводом**Table 1.** Values of wheel torque and current consumed by the drive

| Параметры | | 1 заезд | 2 заезд | 3 заезд |
|----------------------------------|------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Интенсивный разгон | | | | |
| Скорость изменения момента, Нм/с | Левый ТЭП | $3,85 \cdot 10^6$ | $3,85 \cdot 10^6$ | $2,75 \cdot 10^6$ |
| | Правый ТЭП | $5,92 \cdot 10^6$ | $3,85 \cdot 10^6$ | $3,75 \cdot 10^6$ |
| Скорость изменения тока, А/с | Левый ТЭП | $3,20 \cdot 10^5$ | $4,85 \cdot 10^6$ | $2,06 \cdot 10^5$ |
| | Правый ТЭП | $3,69 \cdot 10^5$ | $6,31 \cdot 10^6$ | $2,24 \cdot 10^5$ |
| Интенсивное торможение | | | | |
| Скорость изменения момента, Нм/с | Левый ТЭП | $1,20 \cdot 10^7$ | $1,17 \cdot 10^7$ | $6,01 \cdot 10^6$ |
| | Правый ТЭП | $8,35 \cdot 10^6$ | $9,31 \cdot 10^6$ | $3,01 \cdot 10^6$ |
| Скорость изменения тока, А/с | Левый ТЭП | $2,05 \cdot 10^5$ | $3,16 \cdot 10^6$ | $2,45 \cdot 10^5$ |
| | Правый ТЭП | $2,50 \cdot 10^5$ | $3,72 \cdot 10^6$ | $2,96 \cdot 10^5$ |

нагруженность источника тока — тяговой аккумуляторной батареи, влияя на её ресурс. Поэтому процессу зарождения автоколебательных явлений с целью снижения повышенных динамических воздействий стоит уделять особое внимание. Для этих целей возможно применение подхода, предложенного в [12].

Обращая внимание на высокую скорость изменения потребляемого тока и высокий колебательный характер данного процесса можно говорить о воздействии на перезаряжаемую систему хранения электрической энергии на транспортном средстве переменной составляющей постоянного тока, потребляемого приводами. На рис. 5 показаны зависимости крутящего момента и потребляемого тока приводом для случая интенсивного двухкратного разгона аналогичного транспортного средства на дороге с низким коэффициентом сцепления.

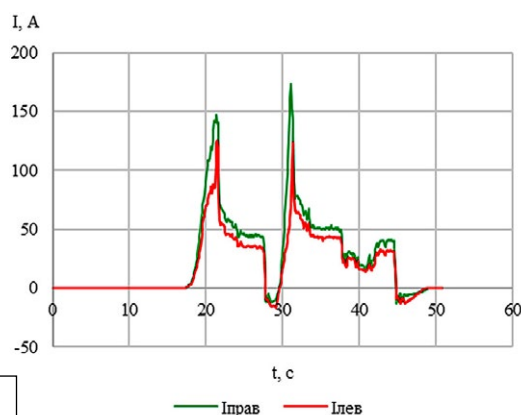
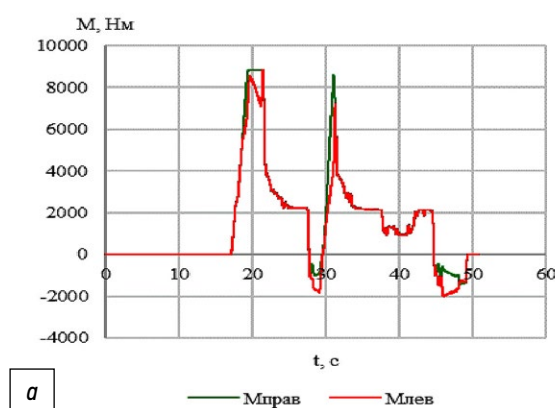
Особенность электропривода по прямому управлению крутящим моментом позволяет осуществлять подавление колебательных процессов. Подавление автоколебательных явлений в зоне контакта колеса [12] с дорогой положительным образом сказывается на характере потребляемого тока и колебаниях крутящего момента на колесе.

Аналитическое исследование колебательных процессов в системе электромеханического привода колёс при фрикционном взаимодействии эластичного колеса с твёрдым опорным основанием

Повышенный интерес вызывает изучение условий возникновения резонансных и околорезонансных явлений в сложных системах, которые сопровождаются резким увеличением амплитуд колебаний и могут привести к повышению динамических нагрузок на агрегаты приводов вплоть до снижения долговечности и их разрушения.

Исследование особенностей колебательных процессов, исследование возможностей зарождения резонансных явлений при работе систем машины в любых условиях (отличных от тех, которые обсуждались в предыдущем разделе) проведено с помощью математического анализа систем дифференциальных уравнений, описывающих функционирование нелинейной систем.

Фрикционное взаимодействие эластичного колеса с опорным основанием в общей постановке описывается

**Рис. 5.** Значение крутящего момента на колесе (а) и тока, потребляемого приводом (b).**Fig. 5.** Curves of wheel torque (a) and current consumed by the drive (b).

системой нелинейных дифференциальных уравнений с шестью степенями свободы, аналитическое решение которой является сложной задачей. Для анализа характера взаимодействия и определения возможности развития резонансных или автоколебательных явлений возможно прибегнуть к системе с тремя степенями свободы

Для исследования динамики фрикционных систем применяется теория нелинейных дифференциальных уравнений, поэтому исследование фрикционных автоколебаний в сложных системах, в особенности с несколькими степенями свободы, оказывается сложной и часто

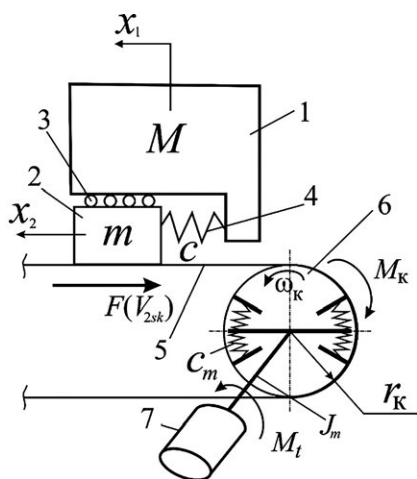


Рис. 6. Расчётная схема взаимодействия эластичного колеса с твёрдым опорным основанием: 1 — масса M поддресоренных частей автомобиля, приходящаяся на колесо; 2 — масса m колеса; 3 — ролики; 4 — упругий элемент, характеризующий податливость шины в продольном направлении; 5 — опорное основание; 6 — вращающееся колесо; 7 — тяговый электродвигатель; c — жёсткость пружины, эквивалентная продольной жёсткости шины; x_1, x_2 — продольные перемещения масс 1 и 2 соответственно; $F(V_{2sk})$ — сила трения, зависящая от скорости V_{2sk} скольжения колеса относительно опорного основания; ω_k — угловая скорость вращения колеса; r_k — радиус колеса; M_t — крутящий или тормозной момент, развиваемый тяговым электродвигателем; — угловая жёсткость тягового электродвигателя, деталей трансмиссии и колеса; J_m — момент инерции вращающихся частей электродвигателя, приведённый к ротору.

Fig. 6. The analytical model of interaction of an elastic wheel with solid ground surface: 1 — the vehicle sprung mass M given to a wheel; 2 — the wheel mass m ; 3 — rollers; 4 — a spring showing longitudinal compliance of a tire; 5 — a ground surface; 6 — a rolling wheel; 7 — a traction electric motor; c — spring stiffness; x_1, x_2 — longitudinal displacements of masses 1 and 2; $F(V_{2sk})$ — friction force dependent on slip rate V_{2sk} of the wheel relatively to the ground surface; ω_k — wheel rotation velocity; r_k — distance between the wheel center and the ground surface; M_t — traction or braking torque of the traction electric drive; c_m — angular ‘electromagnetic’ stiffness of the traction permanent magnet synchronous machine; J_m — inertia moment of rotating parts of the electric motor given to the rotor.

неразрешимой аналитическими методами задачей. В связи с этим, исследование фрикционных автоколебательных систем разумно начать с рассмотрения автоколебаний в системе с тремя степенями свободы [3–10]. Расчётная схема фрикционного взаимодействия эластичного колеса с дорогой и воздействия на поддресоренную часть транспортного средства и электродвигатель привода колеса в данной системе приведена на рис. 6 [3–10].

На основании теорем о сохранении количества движения и момента количества движения для рассматриваемой системы (см. рис. 6), описывающей взаимодействие колеса с дорогой, можно сформировать системы дифференциальных уравнений для тягового, ведомого режима качения колеса:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= v_1; \\ \dot{v}_1 &= \frac{c}{M}(x_1 - x_2); \\ \dot{x}_2 &= v_2; \\ \dot{v}_2 &= \frac{1}{m}(F - cx_1 + cx_2); \\ \dot{\varphi}_k &= \omega_k; \\ \dot{\omega}_k &= \frac{1}{J_k}[c_m(\varphi_m - \varphi_k) - Fr_k]; \\ \dot{\varphi}_m &= \omega_m; \\ \dot{\omega}_m &= \frac{1}{J_m}[-c_m(\varphi_m - \varphi_k) + M_t]. \end{aligned} \tag{1}$$

где J_k, J_m — осевые моменты инерции колеса и, приведённый к ротору тягового электродвигателя, момент инерции трансмиссии соответственно относительно осей вращения.

На основании теорем о сохранении количества движения и момента количества движения запишем следующие дифференциальные уравнения для тормозного режима:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= v_1; \\ \dot{v}_1 &= \frac{c}{M}(-x_1 + x_2); \\ \dot{x}_2 &= v_2; \\ \dot{v}_2 &= \frac{1}{m}(-F + cx_1 - cx_2); \\ \dot{\varphi}_k &= \omega_k; \\ \dot{\omega}_k &= \frac{1}{J_k}[-c_m(\varphi_m - \varphi_k) + Fr_k - M_k]; \\ \dot{\varphi}_m &= \omega_m; \\ \dot{\omega}_m &= \frac{1}{J_m}[c_m(\varphi_m - \varphi_k) - M_t]. \end{aligned} \tag{2}$$

где M_k — тормозной момент, развиваемый колёсным тормозным механизмом.

Движение нелинейной системы, изображённой на рис. 6 и описываемой дифференциальными уравнениями (1) или (2) в общем виде можно представить

$$\ddot{\varphi} + h(\varphi, \dot{\varphi}) + f(\varphi) = Q(t), \quad (3)$$

где φ — обобщённая координата (угол поворота вала); $f(\varphi)$, $h(\varphi, \dot{\varphi})$, $Q(t)$ — соответственно консервативная (восстанавливающая, потенциальная, работа которой не зависит от траектории движения), диссипативная (демпфирующая, уменьшающая общую энергию системы) и внешняя вынуждающая силы, отнесённые к моменту инерции системы.

Примем, что $f(0) = 0$; $f'(0) > 0$. При этом $\varphi = 0$ — устойчивое положение равновесия. Пусть диссипативная сила удовлетворяет условию [13]

$$h(\varphi, \dot{\varphi}) = -h(\varphi, -\dot{\varphi}),$$

и является малой по величине по сравнению с восстанавливающей силой (система со слабой диссипацией, демпфированием).

Колебания в нелинейных системах, имеющих большую амплитуду, принято называть резонансными. При этом максимальные значения $\dot{\varphi}$ и $f(\varphi)$ существенно превосходят значения $h(\varphi, \dot{\varphi})$ и $Q(t)$ [13]. Иными словами, при резонансных колебаниях системы (3) сумма $\ddot{\varphi} + f(\varphi)$ оказывается малой величиной по сравнению с максимальным

значением каждого из слагаемых. Это позволяет говорить о близости резонансных колебаний нелинейной системы к свободным колебаниям соответствующей консервативной системы, при которых $\ddot{\varphi} + f(\varphi) = 0$ [14].

В рассматриваемой системе возможные резонансные колебания можно рассматривать как свободные, частота ω которых не зависит от амплитуды, поддерживаемые внешней силой, например, силами, возникающими в пятне контакта колеса с дорогой.

Для зубчатых пар, шлицевых соединений, иных механических узлов трансмиссии привода ведущего колеса, работающих в масляной ванне, характеристика восстанавливающей силы и зависимость угловой частоты ω свободных колебаний от полуразмаха колебаний A можно представить в виде, показанном на рис. 7 [14].

На рис. 4 $\omega_0^2 = \text{tg } \alpha_0$ и $\omega_1^2 = \text{tg } \alpha_1$. Восстанавливающая сила $f(\varphi)$ (см. рис. 6, а) имеет вид ломаной линии с тремя прямолинейными участками.

$$f(\varphi) = \begin{cases} c_1\varphi, & -a \leq \varphi \leq a \\ c_1\varphi + c_2(\varphi - a), & \varphi > a \\ -c_1\varphi + c_2(\varphi + a), & \varphi < -a \end{cases} \quad (4)$$

При действии на систему внешней гармонической вынуждающей силы в системе зарождаются колебательные процессы, частота которых совпадает с её частотой, амплитуда которых определяется по выражениям (4) [12].

$$\omega_B = \begin{cases} \sqrt{\frac{c_1}{J}}, & 0 < h < h_0 = \frac{c_1 a^2}{2} \\ \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{c_1}{J}} \left\{ \arcsin \left(\sqrt{\frac{h_0}{h}} \right) + \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} \arctg \left(\sqrt{\frac{c_1}{c_2} \left[\frac{h_0}{h} - 1 \right]} \right) \right\}, & h > h_0 \end{cases}$$

$$A = \begin{cases} \frac{2h}{c_1}, & 0 < h \leq h_0 \\ a \cdot \left(1 - \frac{c_1}{c_2} \right) + \sqrt{\frac{2}{c_2} \left[h - h_0 \left(1 - \frac{c_1}{c_2} \right) \right]}, & h > h_0 \end{cases}$$

где h — полная энергия (потенциальная и кинетическая) консервативной системы.

На рис. 6 показаны резонансная и скелетная кривые для системы (3) с нелинейной восстанавливающей силой (4). Из рис. 8 видно, что возможны два устойчивых режима вынужденных колебаний с двумя различными амплитудами (например, при частоте ω_1 возможны колебания с амплитудами A'' и A').

В рассматриваемой системе в случае роста внешней вынуждающей силы происходит рост амплитуды колебаний системы вплоть до совпадения с частотой её собственных колебаний. Однако, в этом случае происходит срыв амплитуды (срыв резонанса) и последующее снижение при продолжающемся росте частоты. В обратном

случае при уменьшении частоты внешней силы происходит скачок амплитуд.

Аналитическое исследование возможности резонансных режимов в системе электромеханического привода колёс при фрикционном взаимодействии эластичного колеса с твёрдым опорным основанием

Рассмотрим теперь особенности проявления резонансных режимов в нелинейной системе с одной степенью

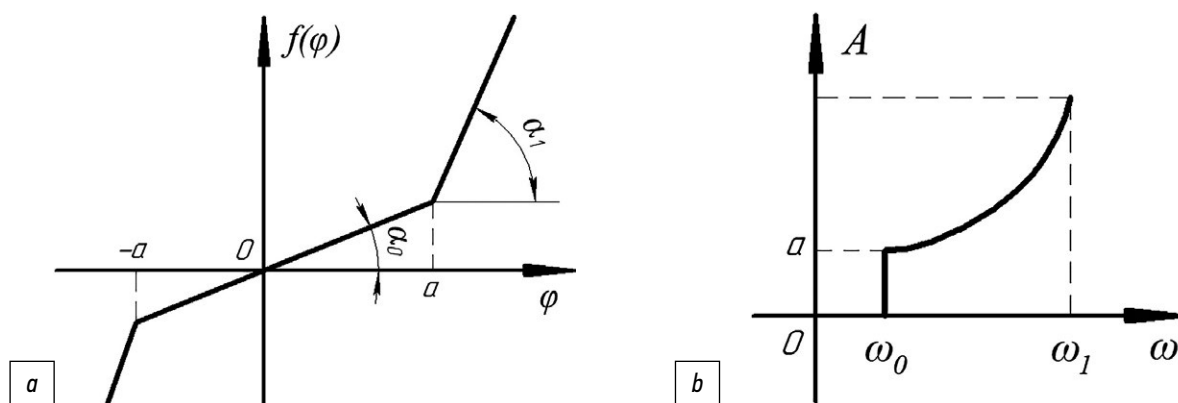


Рис. 7. Характеристика восстанавливающей силы (а) и зависимость угловой частоты ω свободных колебаний от полуразмаха A (б).
Fig. 7. Curve of restoring force (a) and dependence of angular frequency ω of free oscillations on half-range A (b).

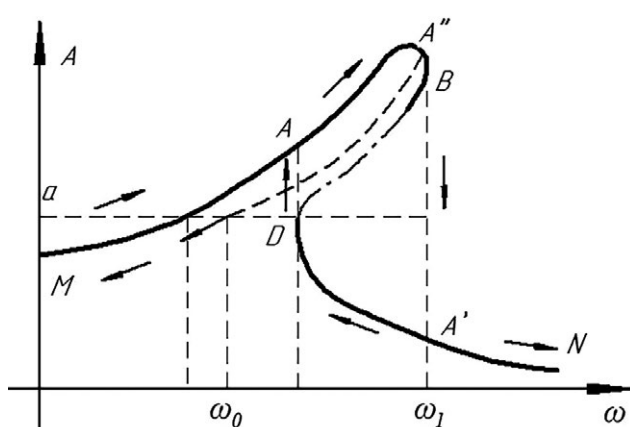


Рис. 8. Резонансная и скелетная кривые для нелинейной системы.
Fig. 8. Resonant and skeleton curves for the non-linear system.

свободы «тяговый электродвигатель-трансмиссия-ведущее колесо» (см. рис. 5). В качестве модели трения используем упрощённый аналог полинома третьей степени $F(v_{2sk}) = kv_{2sk}(1 - g_1v_{2sk}^2 + g_2v_{2sk}^4)$. Тогда колебательные процессы в системе описываются уравнением Дуффинга [19]:

$$J\ddot{\varphi} + b\dot{\varphi} + c_1\varphi + c_2\varphi^3 = P \cdot \cos vt, \quad (5)$$

где J — момент инерции; b — коэффициент демпфирования; P, v — амплитуда и частота внешней возмущающей силы; t — время.

В общем виде получить решение данной системы сложно. Тем не менее, для резонансного режима представляется возможным получить какое-либо достаточно точное аналитическое решение для системы уравнений (6), хотя и достаточно сложно [13]. При резонансе систему уравнений (5) можно записать следующим образом [13]:

$$\begin{cases} J\ddot{\varphi} + c_1\varphi + c_2\varphi^3 = 0 \\ b\dot{\varphi} - P \cdot \cos vt = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Первое уравнение после ряда не сложных преобразований можно представить в виде:

$$\ddot{\varphi} + \omega^2\varphi + \beta\varphi^3 = 0, \quad (7)$$

где $\omega^2 = \frac{c_1}{J}$ — собственная частота порождающей системы, когда $\beta = 0$; $\beta = \frac{c_2}{J}$ — коэффициент, определяющий степень нелинейности упругой характеристики.

Для резонансного режима решения уравнений вырождаются в тригонометрические функции.

При этом для линейной системы без демпфирования амплитуда колебаний A определяется

$$|A| = \frac{P}{|v^2 - \omega^2|}$$

и в резонансном режиме при совпадении частот внешнего воздействия v и собственная частота ω порождающей системы $A \rightarrow \infty$. Для нелинейной системы [16]

$$|A| \approx \frac{P}{|v^2 - \omega^2 - 3\beta A^2\omega^2/4|}$$

т.е. амплитуда уже не стремится к бесконечности.

В системе (5) при наличии диссипативных потерь также как и в предыдущем случае происходит так называемый срыв резонанса, который иллюстрируется на рис. 9.

Таким образом, как было показано в работах [17, 18], в нелинейных системах, динамическое поведение которых описывается уравнениями (3), (4) и (5), возникают режимы, близкие к резонансным (околорезонансные режимы). Резонанс же для таких систем есть режим, к которому система может стремиться, но никогда не достигнуть его из-за явления срыва резонанса. Других резонансных режимов субгармонических, супергармонических и комбинационных в нелинейной системе возникнуть не может [19–21].

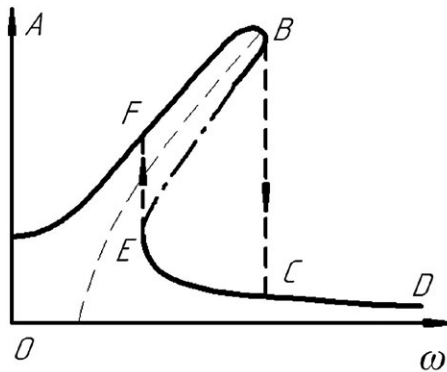


Рис. 9. «Срыв» резонанса в системах с нелинейно увеличивающейся жёсткостью.

Fig. 9. Resonance 'breakdown' in the systems with non-linearly increasing stiffness.

Однако, как показано в работах [3–10] в нелинейной системе (см. рис. 5), описывающей взаимодействие колеса и дороги могут возникать автоколебательные режимы как в тяговом, так и в тормозном режиме качения колеса. Данные процессы могут быть как «мягкими» зародиться при любых значениях параметров системы, так и «жесткими», когда процесс зарождается при определённых параметрах. Причём автоколебательный режим может быть свойственен: для самого колеса (как для вращательного, так и поступательного движения), для несущей системы, для вала ротора тягового электродвигателя. Возбуждение данных процессов возникает из-за повышенного скольжения эластичных шин относительно опорного основания сопровождающийся уменьшением силы трения при росте скорости скольжения. При этом конструкция электрических двигателей, применяемых в приводе, не позволяет демпфировать колебания вала ротора, возникающие из-за колебания шин. Также при их работе колебания крутящего момента и угловой скорости вала возникают из-за конструктивных особенностей и управления. Тем самым, в электромеханических приводах вероятность возникновения автоколебательных явлений весьма высока. Они могут возникать в тех случаях, когда в механических приводах их бы не было.

РЕЗУЛЬТАТЫ. ВЫВОДЫ

В системе электромеханического привода ведущих колёс транспортного средства при движении имеют место быть колебательные процессы по крутящим моментам (см. рис. 2, 3). Поскольку данная система является нелинейной то ярко выраженных резонансных явлений с неконтролируемым ростом амплитуд вплоть до бесконечности

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Климов А.В., Чиркин В.Г., Тишин А.М. О некоторых конструктивных особенностях и видах транспортных тяговых

в ней наблюдаться не может. Наблюдается срыв резонанса, который может сопровождаться как уменьшением амплитуд колебаний при росте их частот в случае разгона машины, так и увеличении при уменьшении частот в случае замедления машины (рис. 8, 9). Выявлен резкий ударный характер скорости изменения крутящего момента на колесе, тока, потребляемого приводом, а также особенности их снижения при применении подавления автоколебательных явлений.

Однако в нелинейной системе привода в системе электромеханического привода колёс при фрикционном взаимодействии эластичного колеса с твёрдым опорным основанием могут возбуждаться автоколебательные явления, которые характеризуются высокой скоростью изменения крутящего момента и тока, что приводит к высоким динамическим нагрузкам в том числе с изменением знака момента на противоположный. Применение алгоритмов подавления автоколебания уменьшает амплитуды и скорости их изменения, снижая тем самым динамическую нагруженность.

Практическая ценность исследования заключается в возможности использования предложенных выводов при разработке агрегатов тягового электромеханического привода и при синтезе систем управления движением транспортных средств.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Вклад автора. Автор подтверждает соответствие своего авторства международным критериям *ICMJE* (автор внёс существенный вклад в разработку концепции, проведение исследования и подготовку статьи, прочёл и одобрил финальную версию перед публикацией).

Конфликт интересов. Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Автор заявляет об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Author's contribution. The author confirms the compliance of their authorship with the international *ICMJE* criteria (the author made a significant contribution to the development of the concept, research and preparation of the article, read and approved the final version before publication).

Competing interests. The author declares that he has not competing interests.

Funding source. The present study was not supported by any external sources of funding.

электрических двигателей // Автомобильная промышленность. 2021. № 7. С. 15–21. EDN: FEETSU

2. Климов А.В., Тишин А.М., Чиркин В.Г. Различные виды тяговых синхронных двигателей для городских условий эксплуатации // Грузовик. 2021. № 6. С. 3–7. EDN: ZTRMYW
3. Климов, А. В. Исследование режимов возникновения автоколебаний в тяговом электроприводе электробуса в условиях эксплуатации. В кн.: Электротехнические комплексы и системы: Материалы I Всероссийской конференции по электрическим машинам в рамках Международной научно-практической конференции. В 2-х томах, Уфа, 15–16 декабря 2022 года. Уфа: УУНТ, 2022. Т. 2. С. 414–422. EDN: PXJUCH
4. Климов А.В. Исследование режимов возникновения автоколебаний в тяговом электроприводе электробуса в условиях эксплуатации // Грузовик. 2024. № 3. С.3–8. EDN: FXLUUX doi: 10.36652/1684-1298-2024-3-3-8
5. Климов А. В. Противобуксовочная система с функцией подавления автоколебаний колёс в тяговом режиме работы // Труды НАМИ. 2023. № 3(294). С. 44–56. EDN: XJXUWX doi: 10.51187/0135-3152-2023-3-44-56
6. Климов А.В., Антонян А.В. Исследование особенностей протекания колебательных процессов в нелинейной системе индивидуального тягового привода электробуса // Известия МГТУ “МАМИ”. 2023. Т. 17, № 1. С. 87–96. EDN: DVWXHE doi: 10.17816/2074-0530-115233
7. Климов, А. В. Колебательные процессы в нелинейной системе индивидуального тягового электрического привода // Грузовик. 2023. № 7. С. 19–24. EDN: RXPWMI doi: 10.36652/1684-1298-2023-7-19-24
8. Климов А.В. Наблюдатель буксования ведущих колёс с функцией подавления автоколебаний в тяговом режиме // Транспортные системы. 2023. № 2(28). С. 17–29. EDN: HRSZDR doi: 10.46960/2782-5477_2023_2_17
9. Климов, А. В. Противобуксовочная система с функцией подавления автоколебаний колёс в тяговом режиме работы // Труды НАМИ. 2023. № 3(294). С. 44–56. EDN: XJXUWX doi: 10.51187/0135-3152-2023-3-44-56
10. Электробус КАМАЗ-6282 [internet]: Дата обращения: 04.03.2024. Режим доступа: https://kamaz.ru/production/buses/pdf_062023/Электробус%20КАМАЗ-6282.pdf
11. Климов А.В. Подавление автоколебаний ведущих колёс в тормозном режиме // Грузовик. 2023. № 9. С. 6–14. EDN: PUCDXP doi: 10.36652/1684-1298-2023-9-6-14
12. Патент на изобретение РФ 2797069 / 31.05.2023. Бюл. № 16. Климов А.В., Оспанбеков Б.К., Жилейкин М.М. и др. Способ управления индивидуальным тяговым электроприводом ведущих колёс многоколёсного транспортного средства. Дата обращения: 04.03.2024. Режим доступа: <https://patentimages.storage.googleapis.com/67/af/ae/b3d52bca66a2aa/RU2797069C1.pdf>
13. Климов А.В. Синтез адаптивного наблюдателя момента сопротивления на валу тягового электродвигателя // Тракторы и сельхозмашины. 2023. Т. 90, № 2. С. 99–105. EDN: VKZKOY doi: 10.17816/0321-4443-119856
14. Вибрации в технике: Справочник в 6 т.Т.2. Колебания нелинейных механических систем. М.: Машиностроение, 1979.
15. Крюков Б.И. Вынужденные колебания существенно нелинейных систем. М.: Машиностроение, 1984.
16. Некоркин В.И. Лекции по основам теории колебаний. Нижний Новгород: Нижегородский университет, 2011.
17. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Дрофа, 2004.
18. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. М.: Наука, 1964.
19. Яблонский А.А., Норейко С. С. Курс теории колебаний. М.: Лань, 2003.
20. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М.: Наука, 1969.
21. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Т.3. М.: Наука, 2005.

REFERENCES

1. Klimov AV, Chirkin VG, Tishin AM. On some design features and types of transport traction electric motors. *Automotive Industry*. 2021;7:15–21. (in Russ). EDN: FEETSV
2. Klimov AV, Tishin AM, Chirkin VG. Various types of traction synchronous motors for urban operating conditions. *Truck*. 2021;6:3–7. (in Russ). EDN: ZTRMYW
3. Klimov AV. Study of the modes of occurrence of self-oscillations in the traction electric drive of an electric bus under operating conditions. In: *Electrical complexes and systems: Materials of the 1st All-Russian Conference on Electrical Machines within the framework of the International Scientific and Practical Conference. In 2 Vols, Ufa, December 15–16, 2022*. Ufa: UUNT; 2022;2:414–422. (in Russ). EDN: PXJUCH
4. Klimov AV. Study of the modes of occurrence of self-oscillations in the traction electric drive of an electric bus under operating conditions. *Truck*. 2024;3:3–8. (in Russ). EDN: FXLUUX doi: 10.36652/1684-1298-2024-3-3-8
5. Klimov AV. Traction control system with the function of suppressing self-oscillations of wheels in traction mode. *Proceedings of NAMI*. 2023. No. 3(294). pp. 44–56. (in Russ). EDN: XJXUWX doi: 10.51187/0135-3152-2023-3-44-56
6. Klimov AV, Antonyan AV. Research of features of oscillating process' behavior in the nonlinear system of individual traction drive of an electrobus. *Izvestiya MGTU MAMI*. 2023;17(1):87–96. (in Russ). EDN: DVWXHE doi: 10.17816/2074-0530-115233
7. Klimov AV. Oscillatory processes in a nonlinear system of an individual traction electric drive. *Truck*. 2023;7:19–24. (in Russ). EDN: RXPWMI doi: 10.36652/1684-1298-2023-7-19-24
8. Klimov AV. Observer of slipping of drive wheels with the function of suppressing self-oscillations in traction mode. *Transport systems*. 2023;2(28):17–29. (in Russ). EDN: HRSZDR doi: 10.46960/2782-5477_2023_2_17
9. Klimov AV. Traction control system with the function of suppressing self-oscillations of wheels in traction mode. *Proceedings of NAMI*. 2023;3(294):44–56. (in Russ). EDN: XJXUWX doi: 10.51187/0135-3152-2023-3-44-56
10. Electric bus KAMAZ-6282 [internet]: Accessed: 04.03.2024. Available from: https://kamaz.ru/production/buses/pdf_062023/Электробус%20КАМАЗ-6282.pdf
11. Klimov AV. Suppression of self-oscillations of driving wheels in braking mode // *Truck*. 2023. № 9. С. 6–14. (in Russ). EDN: PUCDXP doi: 10.36652/1684-1298-2023-9-6-14

12. Patent RF 2797069 / 31.05.2023. Byul. № 16. Klimov AV, Ospanbekov BK, Zhileykin MM, et al. Sposob upravleniya individualnym tyagovym elektroprivodom vedushchikh koles mnogokolesnogo transportnogo sredstva. (in Russ). Accessed: 04.03.2024. Available from: <https://patentimages.storage.googleapis.com/67/af/ae/b3d52bca66a2aa/RU2797069C1.pdf>
13. Klimov A.V. Synthesis of an adaptive observer of the resistance torque at a shaft of a traction electric motor // *Tractors and Agricultural Machinery*. 2023;90(2):99–105. (in Russ). EDN: VKZKOY doi: 10.17816/0321-4443-119856
14. *Vibratsii v tekhnike: Spravochnik in 6 Vols. Vol. 2. Kolebaniya nelineynykh mekhanicheskikh sistem*. Moscow: Mashinostroenie, 1979. (in Russ).
15. Kryukov BI. *Vynuzhdennye kolebaniya sushchestvenno nelineynykh sistem*. Moscow: Mashinostroenie, 1984. (in Russ).
16. Nekorkin VI. *Lektsii po osnovam teorii kolebaniy*. Nizhny Novgorod: Nizhegorodskiy uni-versitet, 2011. (in Russ).
17. Babakov IM. *Teoriya kolebaniy*. Moscow: Drofa, 2004. (in Russ).
18. Strelkov SP. *Vvedenie v teoriyu kolebaniy*. Moscow: Nauka, 1964. (in Russ).
19. Yablonskiy AA, Noreyko SS. *Kurs teorii kolebaniy*. Moscow: Lan, 2003. (in Russ).
20. Moiseev NN. *Asimptoticheskie metody nelineynoy mekhaniki*. Moscow: Nauka, 1969. (in Russ).
21. Bogolyubov NN., Mitropolskiy YuA. *Asimptoticheskie metody v teorii nelineynykh kolebaniy*. T.3. Moscow: Nauka, 2005. (in Russ).

ОБ АВТОРЕ

Климов Александр Владимирович,

канд. техн. наук,
руководитель службы электрифицированных автомобилей;
доцент Перспективной инженерной школы электротранспорта;
адрес: Российская Федерация, 121205, Москва,
Инновационный центр Сколково, ул. Большой бульвар, д. 62;
ORCID: 0000-0002-5351-3622;
eLibrary SPIN: 7637-3104;
e-mail: klimmanen@mail.ru

AUTHOR'S INFO

Aleksander V. Klimov,

Cand. Sci. (Engineering),
Head of the Electric Vehicles Service; Associate Professor
of the Advanced Engineering School of Electric Transport;
address: 62 Bolshoy blvd, Skolkovo Innovation center,
143026 Moscow, Russian Federation;
ORCID: 0000-0002-5351-3622;
eLibrary SPIN: 7637-3104;
e-mail: klimmanen@mail.ru