

Уравнение теплового баланса воздушного гелиоколлектора с аккумулятором теплоты

Heat balance equation of air solar collector with heat accumulator

А. И. КУПРЕЕНКО, д-р техн. наук
В. Ф. КОМОГОРЦЕВ, канд. физ.-мат. наук
Х. М. ИСАЕВ, канд. экон. наук
А. Н. ЧЕНИН, инж.
Г. В. ШКУРАТОВ, инж.

Брянский государственный аграрный университет,
с. Кокино, Брянская обл., Россия,
kupreenkoai@mail.ru

A. I. KUPREENKO, DSc in Engineering
V. F. KOMOGORTSEV, PhD in Physics and
Mathematics
Kh. M. ISAEV, PhD in Economics
A. N. CHENIN, Engineer
G. V. SHKURATOV, Engineer

Bryansk State Agrarian University, Kokino, Bryansk
region, Russia, kupreenkoai@mail.ru

Цель работы заключается в нахождении математической зависимости температуры тепловоспринимающей поверхности аккумулятора теплоты воздушного гелиоколлектора от времени его работы в условиях переменных внешних факторов. В данном случае определяющим внешним фактором служит переменная солнечная активность в течение светового дня. Воздушный гелиоколлектор с аккумулятором теплоты — базовый элемент гелиоустановок, например для сушки зерна, нагрева воды, естественной вентиляции животноводческих помещений. На примере барабанной гелиосушилки зерна с водяным аккумулятором теплоты получено дифференциальное уравнение теплового баланса гелиоколлектора. Уравнение учитывает следующие составляющие теплового баланса: количество теплоты, поступившей в гелиоколлектор с атмосферным воздухом; количество теплоты, поступившей с солнечной энергией и поглощенной тепловоспринимающей поверхностью водяного аккумулятора; количество теплоты, отведенной сушильным агентом (подогретым атмосферным воздухом) после теплообмена с тепловоспринимающей поверхностью; количество теплоты, идущей на нагрев стенок аккумулятора; количество теплоты, затраченной на нагрев воды в аккумуляторе; потери теплоты в окружающую среду. На основании имеющихся экспериментальных данных приняты допущения, что температура воды в аккумуляторе прямо пропорциональна температуре его стенок, а энтальпия атмосферного воздуха пропорциональна плотности потока солнечной энергии. Искомая зависимость температуры тепловоспринимающей поверхности аккумулятора найдена путем решения задачи Коши для дифференциального уравнения теплового баланса гелиоколлектора. Полученное выражение экспоненциального вида связывает параметры переменных внешних факторов с конструктивно-технологическими параметрами гелиоколлектора. Это позволяет моделировать выходные теплотехнические характеристики гелиоустановок сельскохозяйственного назначения в зависимости от различных внешних условий.

Ключевые слова: уравнение теплового баланса; воздушный гелиоколлектор; аккумулятор теплоты; тепловоспринимающая поверхность.

The aim of the paper is to find the mathematical dependence of temperature of heat-receiving surface of heat accumulator of a solar collector on its operating time under conditions of variable external factors. In this case, variable solar activity throughout the day is considered as the key external factor. Air solar collector with heat accumulator is a basic element of solar power plants intended, for example, for grain drying, water heating, natural ventilation systems of livestock houses etc. By the example of operation of a drum solar grain dryer with water heat accumulator, the differential equation of heat balance of solar collector is obtained. The equation takes into account the following components

of heat balance: amount of heat coming into solar collector with atmospheric air; amount of heat coming from solar energy and absorbed by heat-receiving surface of water accumulator; amount of heat taken away by drying agent (warmed-up atmospheric air) after heat exchange with heat-receiving surface; amount of heat for heating of accumulator walls; amount of heat for heating of water in accumulator; external heat loss. On the basis of available experimental data, it is assumed that water temperature in accumulator is directly proportional to the temperature of its walls, and the enthalpy of atmospheric air is proportional to the flow density of solar energy. Required dependence of temperature of heat-receiving surface of a heat accumulator is found by solving the Cauchy problem for differential equation of heat balance of solar collector. The obtained exponential expression connects the parameters of variable external factors with design and technological parameters of a solar collector. This allows to model the output thermal performance of solar power plants used in agriculture depending on various external conditions.

Keywords: heat balance equation; air solar collector; heat accumulator; heat receiving surface.

Введение

В последнее время проявляется значительный интерес к разработке технологий и технических средств механизации с.-х. производства с использованием альтернативных источников энергии [1–5].

Основой таких технических средств для сушки зерна и естественной вентиляции животноводческих помещений служит воздушный гелиоколлектор с аккумулятором теплоты, имеющим тепловоспринимающую поверхность [6–11].

У сушилок, работающих на традиционных источниках энергии, характеристика сушильного агента практически постоянна. Для прогнозирования теплотехнических характеристик гелиоустановок в зависимости от переменных внешних факторов необходимо знать зависимость температуры тепловоспринимающей поверхности аккумулятора теплоты воздушного гелиоколлектора от времени его работы. Такая зависимость связывает параметры переменных внешних факторов с конструктивно-технологическими параметрами гелиоколлектора, что позволяет провести моделирование его теплотехнических характеристик в зависимости от различных внешних условий. Методика такого расчета для гелиоустановок на данный момент отсутствует.

Цель исследования

Цель работы — нахождение математической зависимости температуры тепловоспринимающей поверхности аккумулятора теплоты воздушного гелиоколлектора от времени его работы в условиях переменных внешних факторов. В данном случае определяющим внешним фактором служит переменная солнечная активность в течение светового дня.

Материалы и методы

В качестве примера рассмотрим воздушный гелиоколлектор барабанной гелиосушилки зерна (см. рисунок) с водяным аккумулятором теплоты [12–14].

Уравнение теплового баланса гелиоколлектора за бесконечно малый промежуток времени dt :

$$dQ_{ав} + dQ_{сэ} = dQ_{са} + dQ_{ста} + dQ_{в} + dQ_{п}, \quad (1)$$

где $dQ_{ав}$ — количество теплоты, поступившей в гелиоколлектор с атмосферным воздухом, Дж; $dQ_{сэ}$ — количество теплоты, поступившей с солнечной энергией и поглощенной тепловоспринимающей поверхностью водяного аккумулятора, Дж; $dQ_{са}$ — количество теплоты, отведенной сушильным агентом (подогретым атмосферным воздухом) после теплообмена с тепловоспринимающей поверхностью, Дж; $dQ_{ста}$ — количество теплоты, идущей на нагрев стенок аккумулятора, Дж; $dQ_{в}$ — количество теплоты, затраченной на нагрев воды в аккумуляторе, Дж; $dQ_{п}$ — потери теплоты в окружающую среду, Дж.

Определим выражения составляющих теплового баланса.

Количество теплоты, поступившей в гелиоколлектор с атмосферным воздухом:

$$dQ_{ав} = L_0 i_0(t) dt, \quad (2)$$

где L_0 — расход атмосферного воздуха, кг/с; $i_0(t)$ — энтальпия атмосферного воздуха в зависимости от времени в период сушки, Дж/кг.

Количество теплоты, поступившей с солнечной энергией и поглощенной тепловоспринимающей поверхностью:

$$dQ_{сэ} = q_{сэ}(t) F_{тп} \varepsilon dt, \quad (3)$$

где $q_{сэ}(t)$ — плотность потока солнечной энергии в зависимости от времени в период сушки, Вт/м²; $F_{тп}$ — площадь тепловоспринимающей поверхности, м²; ε — степень черноты поверхности.

Количество теплоты, отведенной сушильным агентом после теплообмена с тепловоспринимающей поверхностью:

$$dQ_{са} = L_0 i_1(t) dt, \quad (4)$$

где $i_1(t)$ — энтальпия сушильного агента в зависимости от времени в период сушки, Дж/кг.

Количество теплоты, идущей на нагрев стенок аккумулятора:

$$dQ_{ста} = M_{ста} C_{ста} dT_{ста}, \quad (5)$$

где $M_{ста}$ — масса стенок аккумулятора, кг; $C_{ста}$ — теплоемкость материала стенок аккумулятора, Дж/(кг · К); $dT_{ста}$ — приращение температуры стенок аккумулятора, К.

Количество теплоты, затраченной на нагрев воды в аккумуляторе:

$$dQ_{в} = M_{в} C_{в} dT_{в}, \quad (6)$$

где $M_{в}$ — масса воды в аккумуляторе, кг; $C_{в}$ — теплоемкость воды, Дж/(кг · К); $dT_{в}$ — приращение температуры воды, К.

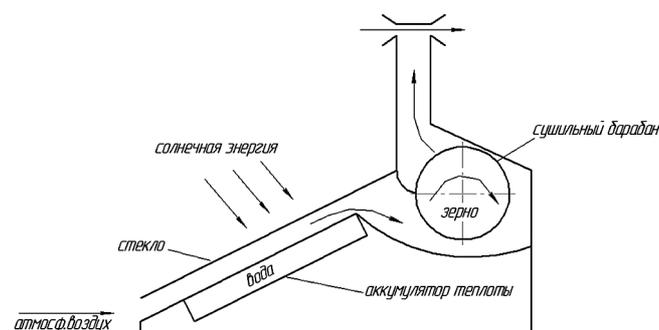


Схема барабанной гелиосушилки зерна

Потери теплоты в окружающую среду:

$$dQ_{\text{п}} = kF(T_1(t) - T_{\text{oc}}(t))dt, \quad (7)$$

где k — коэффициент теплопередачи через ограждения гелиоколлектора, Вт/(м²·К); F — площадь ограждений гелиоколлектора, м²; $T_1(t)$ — температура сушильного агента в зависимости от времени в период сушки, К; $T_{\text{oc}}(t)$ — температура окружающей среды в зависимости от времени в период сушки, К.

Подставив выражения (2)—(7) в уравнение (1), после преобразований получим:

$$\{L_0 i_0(t) + q_{\text{cэ}}(t)F_{\text{тп}}\varepsilon - L_0 i_1(t) - kF[T_1(t) - T_{\text{oc}}(t)]\}dt = M_{\text{ста}}C_{\text{ста}}dT_{\text{ста}} + M_{\text{в}}C_{\text{в}}dT_{\text{в}}, \quad (8)$$

Температура воды в аккумуляторе находится в прямой зависимости от температуры его стенок:

$$T_{\text{в}} = a_{\text{в}}T_{\text{ста}} + b_{\text{в}},$$

где $a_{\text{в}}$, $b_{\text{в}}$ — коэффициенты пропорциональности.

С учетом того, что $dT_{\text{в}} = d(a_{\text{в}}T_{\text{ста}} + b_{\text{в}}) = a_{\text{в}}dT_{\text{ста}}$, уравнение (8) будет иметь вид:

$$\{L_0 i_0(t) + q_{\text{cэ}}(t)F_{\text{тп}}\varepsilon - L_0 i_1(t) - kF[T_1(t) - T_{\text{oc}}(t)]\}dt = (M_{\text{ста}}C_{\text{ста}} + a_{\text{в}}M_{\text{в}}C_{\text{в}})dT_{\text{ста}}. \quad (9)$$

Требуется найти зависимость $T_{\text{ста}} = f(t)$.

Для функции $i_0(t)$, $i_1(t)$, $q_{\text{cэ}}(t)$, $T_1(t)$ и $T_{\text{oc}}(t)$ известно, что:

$$i_0(t) = a_0 q_{\text{cэ}}(t) + b_0, \quad (10)$$

где a_0 , b_0 — эмпирические коэффициенты; энтальпия атмосферного воздуха пропорциональна плотности потока солнечной энергии;

$$i_1(t) = C_{\text{св}}T_1(t) + 0,001x[r_0 + C_{\text{п}}T_1(t)], \quad (11)$$

где $C_{\text{св}}$ — теплоемкость сухого воздуха, Дж/(кг·К); x — влагосодержание воздуха, г/кг; r_0 — удельная теплота парообразования при температуре 0 °С, Дж/кг; $C_{\text{п}}$ — теплоемкость пара, Дж/(кг·К);

$$q_{\text{cэ}}(t) = a_{\text{cэ}}t^2 + b_{\text{cэ}}t + c_{\text{cэ}}, \quad (12)$$

где $a_{\text{cэ}}$, $b_{\text{cэ}}$, $c_{\text{cэ}}$ — эмпирические коэффициенты;

$$T_1(t) = a_1 T_{\text{ста}}(t) + b_1, \quad (13)$$

где a_1 , b_1 — эмпирические коэффициенты.

По аналогии с выражением (11) с учетом зависимостей (10) и (12) получим:

$$T_{\text{oc}}(t) = \frac{a_0(a_{\text{cэ}}t^2 + b_{\text{cэ}}t + c_{\text{cэ}}) + b_0 - 10^{-3}r_0x}{C_{\text{св}} + C_{\text{п}} \cdot 10^{-3}x}. \quad (14)$$

Тогда с учетом выражений (10)—(14) уравнение (9) после преобразований будет иметь вид:

$$(K_2 t^2 + K_3 t + K_4)dt - K_5 T_{\text{ста}}(t)dt = K_1 dT_{\text{ста}}; \quad (15)$$

$$K_1 = M_{\text{ста}}C_{\text{ста}} + aM_{\text{в}}C_{\text{в}};$$

$$K_2 = a_{\text{cэ}} \left(L_0 a_0 + F_{\text{тп}}\varepsilon + kF \frac{a_0}{C_{\text{св}} + C_{\text{п}} \cdot 10^{-3}x} \right);$$

$$K_3 = b_{\text{cэ}} \left(L_0 a_0 + F_{\text{тп}}\varepsilon + kF \frac{a_0}{C_{\text{св}} + C_{\text{п}} \cdot 10^{-3}x} \right);$$

$$K_4 = L_0(a_0 c_{\text{cэ}} + b_0 - C_{\text{св}}b_1 - 10^{-3}xr_0 - 10^{-3}xc_{\text{п}}b_1) + c_{\text{cэ}}F_{\text{тп}}\varepsilon - kF \left(b_1 - \frac{a_0 c_{\text{cэ}} + b_0 - 10^{-3}r_0x}{C_{\text{св}} + C_{\text{п}} \cdot 10^{-3}x} \right);$$

$$K_5 = a_1[L_0(C_{\text{св}} + C_{\text{п}} \cdot 10^{-3}x) + kF].$$

Итак, для определения температуры стенок аккумулятора $T_{\text{ста}}(t) = T(t)$ требуется решить задачу Коши:

$$\begin{cases} (K_2 t^2 + K_3 t + K_4)dt - K_5 T dt = K_1 dT; \\ T(0) = T_0, \end{cases} \quad (16)$$

где $(K_2 t^2 + K_3 t + K_4)dt - K_5 T dt = K_1 dT$ — дифференциальное уравнение первого порядка; $T(0) = T_0$ — начальное условие; T_0 — начальная температура аккумулятора, К.

Общее решение дифференциального уравнения (16) имеет вид:

$$T = C e^{-\frac{K_5}{K_1}t} + \frac{K_2}{K_5}t^2 + \left(\frac{K_3}{K_5} - 2K_1 \frac{K_2}{K_5^2} \right)t + \left[K_4 - \frac{K_1}{K_5} \left(K_3 - 2K_1 \frac{K_2}{K_5} \right) \right] / K_5. \quad (17)$$

Константу C , входящую в это решение, найдем из начального условия $T(0) = T_0$:

$$C = T_0 - \left[K_4 - \frac{K_1}{K_5} \left(K_3 - 2K_1 \frac{K_2}{K_5} \right) \right] / K_5. \quad (18)$$

Подставив значение константы C из (18) в (17), окончательно получим:

$$T = T_{\text{тп}}(t) = (T_0 - T_*)e^{-\lambda t} + at^2 + bt + T_*; \quad (19)$$

$$T_* = \left[K_4 - \frac{K_1}{K_5} \left(K_3 - 2K_1 \frac{K_2}{K_5} \right) \right] / K_5;$$

$$\lambda = -\frac{K_5}{K_1};$$

$$a = \frac{K_2}{K_5};$$

$$b = \left(\frac{K_3}{K_5} - 2K_1 \frac{K_2}{K_5^2} \right).$$

Результаты и их обсуждение

Искомая зависимость температуры тепловоспринимающей поверхности аккумулятора теплоты найдена путем решения задачи Коши для дифференциального уравнения теплового баланса гелиоколлектора. Проверка полученной зависимости показывает ее математическую корректность, так как при $t = 0$ выражение (19) об-

ращается в начальное условие задачи Коши для рассматриваемого дифференциального уравнения.

Заключение

Полученное выражение (19) экспоненциального вида связывает параметры переменных внешних факторов с конструктивно-технологическими параметрами гелиоколлектора. Это позволяет моделировать выходные теплотехнические характеристики гелиоустановок с.-х. назначения в зависимости от различных внешних условий.

Литература и источники

1. Купреенко А. И., Байдаков Е. М., Исаев Х. М. Конструкция зернохранилища со встроенной гелиосушильной системой // Конструирование, использование и надежность машин сельскохозяйственного назначения: Сб. науч. работ междунар. науч.-техн. конф. Брянск: Изд-во БГСХА, 2010. С. 3–8.
2. Купреенко А. И., Байдаков Е. М., Исаев Х. М. Экономическая эффективность барабанной гелиосушилки зерна // Вестник ФГОУ ВПО Брянская ГСХА. 2012, № 5. С. 41–44.
3. Купреенко А. И., Байдаков Е. М., Исаев Х. М. и др. Зерносушильный комплекс на основе альтернативного источника энергии // Труды ГОСНИТИ. 2015, т. 120. С. 49–53.
4. Купреенко А. И., Дьяченко О. В. Направления совершенствования гелиоводонагревателей для горячего водоснабжения пастбищных доильных установок // Научно-технический прогресс в животноводстве — ресурсосбережение на основе создания и применения инновационных технологий и техники: Сб. науч. трудов ВНИИМЖ. 2008, т. 18, ч. 4. С. 209–211.
5. Купреенко А. И., Чащинов В. И., Байдаков Е. М. Возобновляемые источники энергии как основа энергосберегающих технологий // Инновационные технологии и технические средства для АПК: Мат-лы межрег. науч.-практ. конф. молодых ученых. Ч. II. Воронеж: ВГАУ, 2009. С. 181–186.
6. Байдаков Е. М., Купреенко А. И., Исаев Х. М. и др. Разработка барабанной гелиосушилки зерна и обоснование ее конструктивно-технологических параметров // Технология колесных и гусеничных машин. 2014, № 6. С. 10–16.
7. Купреенко А. И., Байдаков Е. М., Исаев Х. М. Эффективность использования барабанной гелиосушилки зерна // Вестник ФГОУ ВПО МГАУ. 2012, № 3. С. 33–35.
8. Купреенко А. И., Байдаков Е. М., Исаев Х. М. К обоснованию параметров барабанной гелиосушилки зерна // Вестник ФГОУ ВПО МГАУ. 2012, № 1. С. 48–51.
9. Купреенко А. И., Василенко Н. И. Применение гелиоактивных стен в животноводстве // Конструирование, использование и надежность машин сельскохозяйственного назначения: Сб. науч. работ междунар. науч.-техн. конф. Брянск: Изд-во БГСХА, 2009. С. 13–17.
10. Купреенко А. И., Шкуратов Г. В. Результаты испытания вентиляционно-отопительной панели для животноводческих помещений // Вестник ФГОУ ВПО Брянская ГСХА. 2014, № 3. С. 12–16.
11. Купреенко А. И., Шкуратов Г. В. Вентиляционно-отопительная панель в системе естественной вентиляции животноводческих помещений // Вестник ВНИИМЖ. 2014, № 4 (16). С. 126–129.
12. Купреенко А. И., Ченин А. Н. К обоснованию емкости водяного аккумулятора теплоты барабанной гелиосушилки // Вестник ФГОУ ВПО Брянская ГСХА. 2015, № 4. С. 46–48.
13. Купреенко А. И., Ченин А. Н. К обоснованию режима работы резервных систем подогрева и вентиляции барабанной гелиосушилки // Тракторы и сельхозмашины. 2015, № 2. С. 30–31.

14. Ченин А. Н., Купреенко А. И. Результаты испытания резервных систем подогрева и вентиляции барабанной гелиосушилки // Агротехника и энергообеспечение. 2014, т. 1, № 1. С. 227–230.

References

1. Kupreenko A. I., Baydakov E. M., Isaev Kh. M. Construction of granary with integrated helio drying system. *Konstruirovaniye, ispol'zovanie i nadezhnost' mashin sel'skokhozyaystvennogo naznacheniya*. Sb. nauch. rabot mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. [Construction, use and reliability of agricultural machines. Proc. of Int. sci. and eng. conf.]. Bryansk, Bryansk State Agrarian University Publ., 2010, pp. 3–8 (in Russ.).
2. Kupreenko A. I., Baydakov E. M., Isaev Kh. M. Economic efficiency of helium drum dryer. *Vestnik FGOU VPO Bryanskaya GSKhA*, 2012, no. 5, pp. 41–44 (in Russ.).
3. Kupreenko A. I., Baydakov E. M., Isaev Kh. M., Chenin A. N. Grain drying complex based on alternative energy source. *Trudy GOSNITI*, 2015, vol. 120, pp. 49–53 (in Russ.).
4. Kupreenko A. I., D'yachenko O. V. Ways of improvement of solar water heaters used for hot water supply of pasture milking machines. *Nauchno-tekhnicheskij progress v zhivotnovodstve — resursosberezhenie na osnove sozdaniya i primeneniya innovatsionnykh tekhnologiy i tekhniki*. Sb. nauch. trudov VNIIMZh [Science and technology progress in animal husbandry — resource-saving based on the development and application of innovative technologies and equipment. Proc. of All-Russian Research and Technology-and-Design Institute of Livestock Sector Mechanization], 2008, vol. 18, part 4, pp. 209–211 (in Russ.).
5. Kupreenko A. I., Chashchinov V. I., Baydakov E. M. Renewable energy sources as a basis for energy-saving technologies. *Innovatsionnye tekhnologii i tekhnicheskie sredstva dlya APK: Mat-ly nauch.-prakt. konf.* [Innovative technologies and technical means for agroindustrial complex. Proc. of sci. and pract. conf.]. Part II. Voronezh, Voronezh State Agrarian University Publ., 2009, pp. 181–186 (in Russ.).
6. Baydakov E. M., Kupreenko A. I., Isaev Kh. M., Chenin A. N. The development of a drum solar dry kiln and the grounds of its structural and technological parameters. *Tekhnologiya kolesnykh i gusenichnykh mashin*, 2014, no. 6, pp. 10–16 (in Russ.).
7. Kupreenko A. I., Baydakov E. M., Isaev Kh. M. Use efficiency of helium drum dryer. *Vestnik FGOU VPO MGAU*, 2012, no. 3, pp. 33–35 (in Russ.).
8. Kupreenko A. I., Baydakov E. M., Isaev Kh. M. Justification of the drum helio grain dryer's parameters. *Vestnik FGOU VPO MGAU*, 2012, no. 1, pp. 48–51 (in Russ.).
9. Kupreenko A. I., Vasilenko N. I. Use of helio-active walls in animal husbandry. *Konstruirovaniye, ispol'zovanie i nadezhnost' mashin sel'skokhozyaystvennogo naznacheniya*. Sb. nauch. rabot mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. [Construction, use and reliability of agricultural machines. Proc. of Int. sci. and eng. conf.]. Bryansk, Bryansk State Agrarian University Publ., 2009, pp. 13–17 (in Russ.).
10. Kupreenko A. I., Shkuratov G. V. Test results of ventilation-heating panel for livestock buildings. *Vestnik FGOU VPO Bryanskaya GSKhA*, 2014, no. 3, pp. 12–16 (in Russ.).
11. Kupreenko A. I., Shkuratov G. V. Ventilation-heating panel in the natural ventilation system of livestock buildings. *Vestnik VNIIMZh*, 2014, no. 4 (16), pp. 126–129 (in Russ.).
12. Kupreenko A. I., Chenin A. N. Justification of the capacity of water heat battery in drum helio dryer. *Vestnik FGOU VPO Bryanskaya GSKhA*, 2015, no. 4, pp. 46–48 (in Russ.).
13. Kupreenko A. I., Chenin A. N. To the substantiation of operation mode of backup heating and ventilation systems of drum solar dryer. *Traktory i sel'khoz mashiny*, 2015, no. 2, pp. 30–31 (in Russ.).
14. Chenin A. N., Kupreenko A. I. Test results of backup heating and ventilation systems in drum helio dryer. *Agrotekhnika i energoobespechenie*, 2014, vol. 1, no. 1, pp. 227–230 (in Russ.).