

## Повышение надежности сельскохозяйственных машин с помощью управляемых затяжек

### Improvement of agricultural machines reliability by means of controlled tightening

М. В. АСТАХОВ, д-р техн. наук  
А. Б. НИКИШКИНА, инж.

Калужский филиал Московского государственного технического университета имени Н. Э. Баумана, Калуга, Россия, [ab\\_nikishkina@rambler.ru](mailto:ab_nikishkina@rambler.ru)

M. V. ASTAKHOV, DSc in Engineering  
A. B. NIKISHKINA, Engineer

N. E. Bauman Moscow State Technical University, Kaluga branch, Kaluga, Russia, [ab\\_nikishkina@rambler.ru](mailto:ab_nikishkina@rambler.ru)

Одна из причин, приводящих к авариям, — образование трещин в деталях машин. Поэтому при проектировании актуально решение задачи управления внутренними силами для создания адаптивных машин, меняющих в автоматическом режиме амплитуду цикла напряжений в опасных сечениях так, чтобы их максимальные значения не превышали предела выносливости. Цель исследования состоит в разработке дополнительных групп элементов, объединенных в одну кинематическую цепь и крепящихся на проектируемой машине, которые во время работы будут менять ее напряженно-деформированное состояние нужным для инженера образом. Систему дополнительных элементов (деталей), создающих в напрягаемой (основной) конструкции в заданный момент времени внутренние силы, уменьшающие либо полностью компенсирующие внутренние силы от расчетной внешней нагрузки, можно назвать управляемой затяжкой. Рассматривается возможность применения трехдисковой шестистержневой почти мгновенно изменяемой системы для создания большой управляемой силы с целью изменения напряженно-деформированного состояния каркаса машины с помощью небольшого управляющего крутящего момента. В результате компьютерного анализа напряженного состояния предлагаемой системы построены графики изменения внутренних сил в стержнях, проанализировано, при какой комбинации углов усилие в каждом стержне максимально при постоянном крутящем моменте и угле наклона управляющего стержня, подобраны размеры дисков и длины стержней с целью достижения максимальной управляемой силы. Сделан вывод о том, что предпочтительнее менять управляющий момент синхронно с изменением уровня напряжений в наиболее нагруженных сечениях основной конструкции машины путем передачи на управляемую затяжку крутящего момента с какого-либо вращающегося вала машины с помощью тормозных колодок либо с элемента каркаса машины, испытывающего кручение, системой торсионов.

**Ключевые слова:** материалоемкость; ресурс; машина; почти мгновенно изменяемая система; управляемая затяжка; напряженно-деформированное состояние; диск; стержень; крутящий момент; сила.

One of the reasons leading to accidents is the formation of cracks in machine parts. Therefore, when designing it is quite relevant to solve a problem related to the control of internal forces, in order to create adaptive machines which automatically change the stress cycle amplitude in dangerous sections, so that their maximum values don't exceed the endurance limit. The research objective is to develop the additional groups of elements united in one kinematic chain and fastened on the designed machine; they will change its stress-deformed state in operating time in a way necessary for engineer. The system of additional elements (parts), creating the internal forces which reduce or completely compensate the internal forces from rated external load in the stressed (main) structure at the set time point, can be called the controlled tightening. The paper describes the possibility of use of a three-disk six-rod almost instantly changeable system for creation of high controlled force, with the aim of change of stress-deformed state of the machine framework with a slight controlling torsion torque. According to the results of computer analysis of the stress state of proposed system, the diagrams are built; they show the change of internal forces in rods. The combination of angles is found, that provides the maximum force in each rod, with constant torsion torque and tilt angle of the control rod. The sizes of disks and lengths of rods are matched for the purpose of achievement of maximum controlled force. The conclusion is drawn that it is more preferable to change the controlling torsion torque synchronously with changing of stress level in the most loaded sections of the main machine structure, by transferring of torsion torque on controlled tightening from any rotating shaft of machine by means of checkblocks, or from an element of the machine framework under torsion, by system of torsion bars.

**Keywords:** materials consumption; resource; machine; almost instantly changeable system; controlled tightening; stress-deformed state; disk; rod; torsion torque; force.

#### Введение

Один из факторов, влияющих на надежность машин, — трещинообразование в наиболее нагруженных элементах силового каркаса или звеньях механизмов, что в конечном счете приводит к локальной поломке или аварии машины в целом.

Появление трещины возможно либо из-за действия статической нагрузки, напряжения при которой в опасной зоне конструкции превышают напряжения, предшествующие ее разрушению (предел прочности), либо при меняющейся во времени циклической нагрузке, для которой максимальные значения внутренних сил могут соответствовать напряжениям, превышающим предел выносливости.

Обычно рабочие напряжения в элементах машины превышают предел прочности при возникновении ка-

ких-либо нерасчетных режимов, учесть и преодолеть которые довольно сложно. Что касается установившегося режима работы, когда напряжения в сечениях элементов меняются по пульсирующему симметричному или асимметричному циклу, избежать трещинообразования, а значит, увеличить ресурс и надежность вполне возможно.

Один из путей изменения формы цикла напряжений — внешнее силовое воздействие на рассматриваемую механическую систему, причем закон изменения последнего во времени должен быть синхронизирован с законом изменения внутренних сил в опасных сечениях таким образом, чтобы амплитуда цикла уменьшалась. Проектирование механизма, который создавал бы в узлах машины такие дополнительные внутренние силы, представляет актуальную задачу.

## Цель исследования

Один из путей решения этой задачи — разработка системы дополнительных элементов (деталей), устанавливаемых на действующую машину и во время ее работы меняющих напряженно-деформированное состояние конструкции нужным для проектировщика и эксплуатационника образом. Эти дополнительные элементы, структурно объединенные в узлы и закрепленные на работающей машине, в работе [1] названы управляемыми затяжками.

Цель данного исследования — определить, каким путем наиболее рационально использовать действующие силы в машине для функционирования управляемых затяжек, разработать их эффективную конструкцию и технологию применения.

## Материалы и методы

Управляемой затяжкой [1] можно назвать группу элементов, создающих в напрягаемой конструкции в заданный момент времени дополнительные внутренние силы, уменьшающие либо полностью компенсирующие внутренние силы от основной внешней нагрузки.

Под основной внешней нагрузкой будем понимать систему действующих сил и сил сопротивления, приложенных к машине или сооружению без учета сил, связанных с элементами затяжки. Конструкцию машины или сооружения со снятыми или отключенными элементами затяжки можно назвать основной конструкцией. Изменение внутренних сил в ней с помощью управляемой затяжки позволяет управлять уровнем напряжений, влиять на их амплитуду, а значит, управлять физическим процессом трещинообразования.

Известные неуправляемые (статические) затяжки [2], применяемые в металлоконструкциях, не меняют амплитуду цикла напряжений и слабо влияют на ресурс разгружаемых систем.

При одноосном напряженном состоянии при введении в стержень, работающий на растяжение, элемента, который был предварительно растянут (допустим, разогрет, закреплен на стержне, а затем при остывании принял температуру стержня), создается эффект дополнительного сжатия [1] (рис. 1).

Прямая 1 на рис. 1 выражает изменение нормального напряжения  $\sigma_I = f_I(F)$  в сечении А-А при условии монотонного возрастания  $F$  без воздействия дополнительного сжатия (материал стержня работает в пределах закона Гука). При создании в стержне предварительного напряжения обратного знака  $\sigma_{\text{зат}}$  нормальное напряжение в сечении А-А будет меняться по закону  $\sigma_{II} = f_{II}(F)$  (прямая 2).

Из представленного на рис. 1 графика видно, что несущая способность стержня повышается ( $F_2 > F_1$ ), а работа стержня при заданной нагрузке  $F_1$  происходит при значительно меньших напряжениях  $\sigma_2$ .

Если нагрузка  $F$  меняется циклически во времени  $t$ , то внутренним силам в сечении А-А стержня будут соответствовать напряжения  $\sigma_I = f_I(t)$  в случае отсутствия затяжки (рис. 2). При наличии затяжки цикл напряжений сдвинется вниз на величину  $\sigma_{\text{зат}}$  и будет меняться по закону  $\sigma_{II} = f_{II}(t)$ . Усталостная прочность и ресурс конструкции зависят от наибольшего  $\sigma_{\text{max}}$  и наименьшего  $\sigma_{\text{min}}$  напряжений цикла, а значит, от амплитуды цикла  $\sigma^a = (\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}})/2$ . Для обоих циклов  $\sigma_I^a = \sigma_{II}^a$ , несмотря на то, что  $\sigma_{I\text{max}} \neq \sigma_{II\text{max}}$ ;  $\sigma_{I\text{min}} \neq \sigma_{II\text{min}}$ .

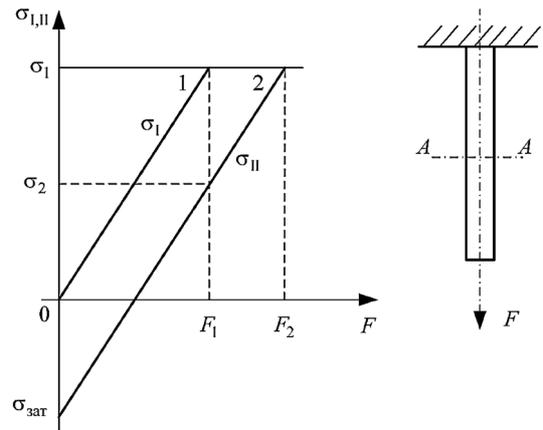


Рис. 1. Эффект дополнительного сжатия

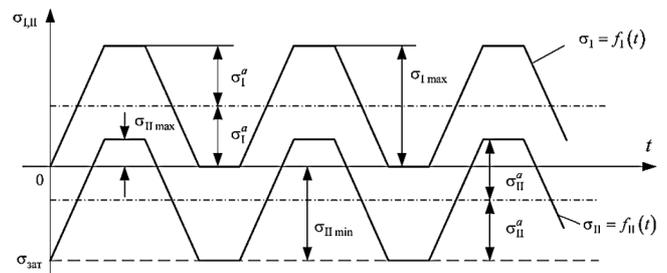


Рис. 2. Циклы напряжений в сечении А-А стержня без затяжки  $\sigma_I = f_I(t)$  и с затяжкой  $\sigma_{II} = f_{II}(t)$

Таким образом, для стержня с затяжкой при том же законе изменения силы  $F$  во времени амплитуда цикла  $\sigma_{II}^a$  будет равна амплитуде цикла  $\sigma_I^a$  для стержня без затяжки. Отсюда можно сделать вывод, что неуправляемая затяжка не увеличивает ресурс системы, а чаще всего уменьшает его.

Синхронизировав работу управляемой затяжки и основной конструкции через специальные механизмы, включающие управляемую затяжку в нужный момент времени, можно добиться значительного снижения уровня напряжений в опасных сечениях звеньев (деталей) машины либо практически полностью свести их к нулю, компенсируя пиковые значения в цикле с помощью дополнительных управляемых сил.

Так, разработанная для автокормовоза управляемая затяжка [3] включается автоматически в момент наддува сжатым воздухом емкости автокормовоза перед выгрузкой комбикорма. Энергию для работы управляемая затяжка получает от тормозной пневмосистемы тягача автокормовоза. Управляемая затяжка, подключенная к платформе самосвального транспортного средства [4], начинает работу во время опрокидывания кузова с грузом благодаря объединенной системе гидропривода. В обоих случаях управление затяжкой осуществляет сосредоточенная сила, приходящая к рычажной или комбинированной системе управляемой затяжки от штока пневмоили гидроцилиндра.

Во многих машинах в основных механизмах отсутствует пневмо- или гидропривод, от которого можно получить сосредоточенную управляющую силу. Но практически нет такой машины, в которой отсутствовали бы вращающиеся звенья. Поэтому создание управляе-

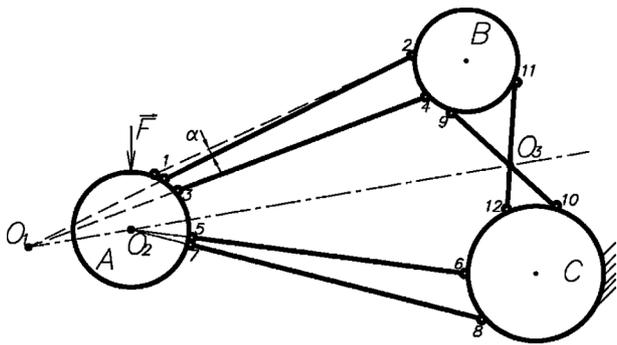


Рис. 3. Плоская 3-дисковая 6-стержневая мгновенно изменяемая система (диски *A, B, C* абсолютно жесткие)

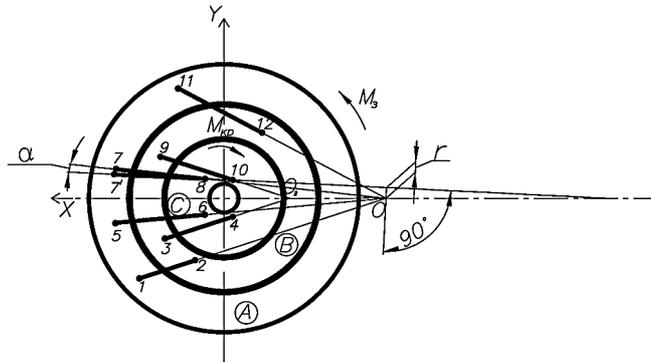


Рис. 4. Модернизированная почти мгновенно изменяемая система — квазимеханизм, где  $M_3$  — реакция в отброшенной опоре

мой затяжки, работающей от небольшого крутящего момента  $M_{кр}$ , снимаемого с какого-либо рабочего вала путем применения зубчатой и фрикционной передач, тормозных колодок и преобразования его в большую переменную во времени управляемую силу, достаточно интересно.

В работах [4, 5] была применена простейшая 3-шарнирная 2-дисковая почти мгновенно изменяемая система, которая преобразовывала небольшую управляющую силу, приложенную к центральному шарниру с помощью гидроцилиндра, в большую управляемую силу, изменяющую напряженно-деформированное состояние лонжерона рамы кузова прицепной тележки в циклическом режиме в зависимости от подъема кузова.

Для преобразования небольшого управляющего крутящего момента  $M_{кр}$  в большую управляемую силу предлагается использовать плоскую 3-дисковую 6-стержневую мгновенно изменяемую систему [6], представленную на рис. 3, в которой на одной прямой  $O_1O_3$  лежат центры пересечения осей стержней  $i-j$ , где  $i, j$  — номера цилиндрических шарниров (1-2; 3-4; 5-6; 7-8; 9-10; 11-12).

Напряженно-деформированное состояние системы при нагружении диска *A* сосредоточенной управляющей силой  $F$  при условии отклонения стержня 1-2 на небольшой угол  $\alpha$  подробно исследовано в работе [7]. Установлено, что управляемая внутренняя сила в стержне 11-12 на порядок больше управляющей силы  $F$  и может быть использована для изменения напряженно-деформированного состояния основных конструкций.

Модернизируем систему (рис. 4), сделав диски *A, B, C* кольцевыми и вложив их друг в друга, а также совместив центры пересечения осей стержней  $O_1$  и  $O_3$  в одной точке  $O_2$ , но оставив отклоненным на угол  $\alpha$  в положение 7-8 стержень 7-8 с целью введения статической определенности. Зазоры между дисками *A, B, C* следует проектировать с учетом напряженно-деформированного состояния стержней  $i-j$ .

Предлагаемую систему можно назвать квазимеханизмом, так как путем изменения крутящего момента  $M_{кр}$  по заданному закону можно получить вполне программируемые внутренние силы  $N_{i-j}$  и кинематические характеристики (перемещения узлов) для стержней  $i-j$  в предположении их линейной деформируемости.

Применив метод сечений (сечения I-I и II-II), рассмотрим равновесие дисков *A* и *C* (рис. 5) и с использованием уравнений статики получим зависимости:

$$\begin{cases} M_{кр} - N_{7-8} L_{8-O} \sin \alpha = 0; \\ -M_{кр} + N_{7-8} r_{7-8} - N_{5-6} r_{5-6} = 0; \\ N_{5-6} \cos \alpha_2 + N_{7-8} \cos \alpha_4 + N_{9-10} \cos \alpha_5 + N_{3-4} \cos \alpha_6 = 0; \\ -N_{5-6} \sin \alpha_2 + N_{7-8} \sin \alpha_4 + N_{9-10} \sin \alpha_5 - N_{3-4} \sin \alpha_6 = 0; \\ -N_{11-12} \cos \alpha_3 - N_{7-8} \cos \alpha_4 - N_{5-6} \cos \alpha_2 - \\ - N_{1-2} \cos \alpha_1 = 0; \\ -N_{11-12} \sin \alpha_3 - N_{7-8} \sin \alpha_4 + N_{5-6} \sin \alpha_2 + N_{1-2} \sin \alpha_1 = 0; \\ -N_{9-10} \cos \alpha_5 + N_{11-12} \cos \alpha_3 + N_{1-2} \cos \alpha_1 - N_{3-4} \cos \alpha_6 = 0; \\ -N_{9-10} \sin \alpha_5 + N_{11-12} \sin \alpha_3 - N_{1-2} \sin \alpha_1 + N_{3-4} \sin \alpha_6 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

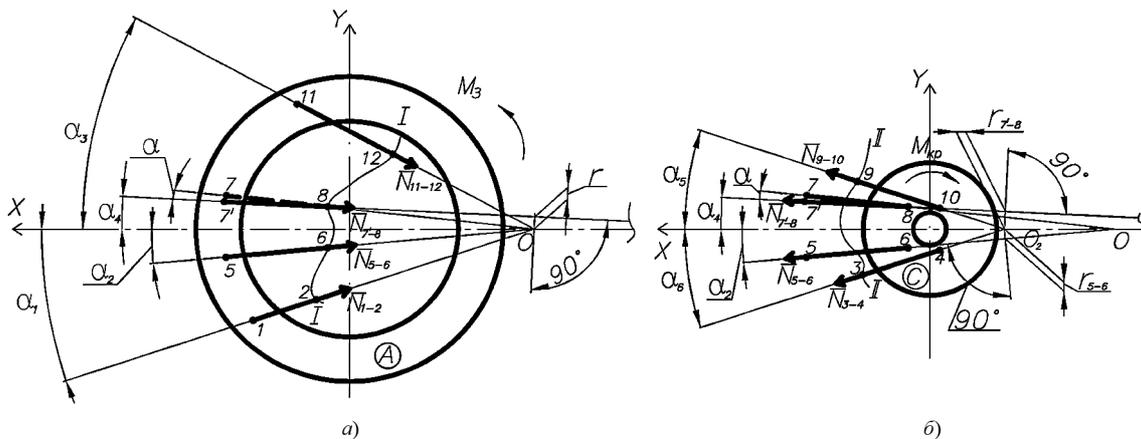


Рис. 5. Диск *A* (а) и диск *C* (б)

## Результаты и их обсуждение

На основе анализа выражений (1), выполненного на ЭВМ с помощью программ, созданных авторами в системе Matlab, получены следующие результаты.

1. Построены трехмерные графики  $N_{i-j} = f(\alpha_k, \alpha)$ , некоторые из них представлены на рис. 6.

2. Проанализировано, при какой комбинации углов  $\alpha_k (\alpha_1 \dots \alpha_6)$  усилие в каждом стержне будет максимальным при постоянном крутящем моменте  $M_{кр} = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$  и фиксированном угле  $\alpha$  наклона стержня 7'-8. Величина  $M_{кр}$  выбрана на основе ее степени малости по отношению к возникающим силам и заданным размерам стержней и дисков (рис. 7).

Максимальное значение силы  $N_{11-12} = 113 \text{ кН}$  наблюдалось в стержне 11-12 при следующей комбинации углов  $\alpha_k$ , внешних радиусов  $R$  дисков и длин  $l$  стержней (см. рис. 5 и таблицу):  $\alpha = 3^\circ$ ;  $\alpha_1 = 80^\circ$ ;  $\alpha_2 = 3^\circ$ ;  $\alpha_3 = 80^\circ$ ;  $\alpha_4 = 11^\circ$ ;  $\alpha_5, \alpha_6$  — любые;  $R_A = 0,054 \text{ м}$ ;  $R_B = 0,044 \text{ м}$ ;  $R_C = 0,026 \text{ м}$ ;  $l_{1-2} = 0,01 \text{ м}$ ;  $l_{3-4} = 0,022 \text{ м}$ ;  $l_{5-6} = 0,038 \text{ м}$ ;  $l_{7-8} = 0,042 \text{ м}$ ;  $l_{9-10} = 0,022 \text{ м}$ ;  $l_{11-12} = 0,01 \text{ м}$ . Изменение угла  $\alpha$  для стержня 7'-8 достаточно сильно влияло на величину  $N_{11-12}$ , поэтому его рекомендуемые значения должны находиться в пределах  $3-6^\circ$ .

Статическое приложение  $M_{кр}$  дает возможность значительно упростить механику его подведения к диску  $C$ .

В работах [1, 5] делается вывод, что наряду с внешними энергетическими источниками для создания управляющей силы (а значит, и момента) можно использовать внутреннюю энергию упругого деформирования основной конструкции.

Так, для рам платформы (кузова) и тележки самосвального транспортного средства [4] исследование напряженно-деформированного состояния для разных расчетных случаев [1] показало, что некоторые их элементы во время опрокидывания кузова с грузом испытывают большие крутящие моменты. Следовательно,

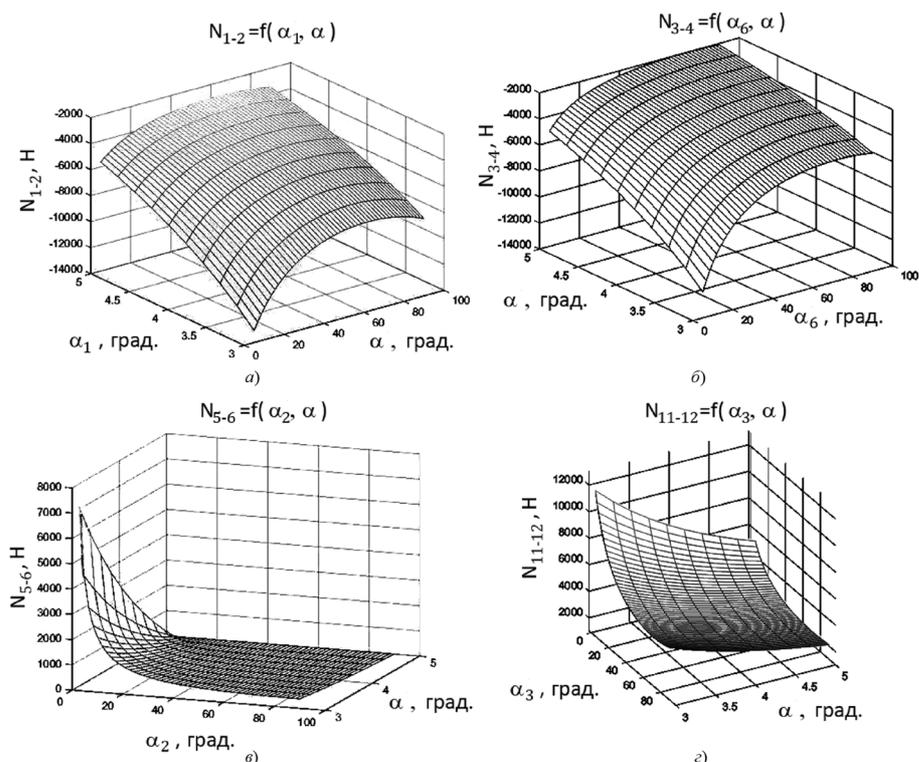


Рис. 6. а—г. Трехмерные графики  $N_{i-j} = f(\alpha_k, \alpha)$ , где  $k$  — номер угла на рис. 5

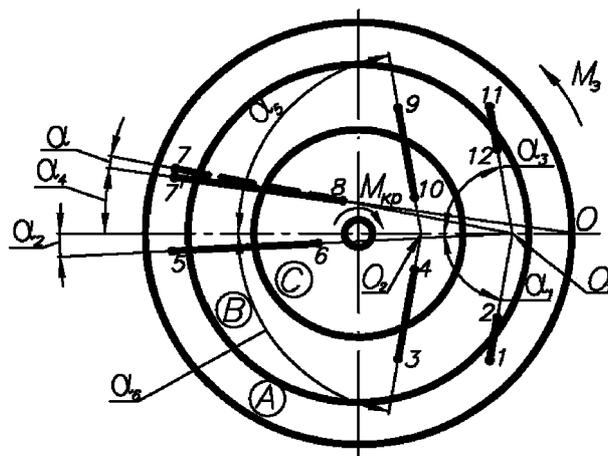


Рис. 7. Один из окончательных вариантов почти мгновенно изменяемой системы — квазимеханизма

Значения внутренних сил в стержнях почти мгновенно изменяемой системы

$N_{i-j}, \text{ Н}$	$\alpha, \text{ град.}$	3	4	5	6	7	8	9	10
$N_{1-2}$		$1,13 \cdot 10^5$	$7,78 \cdot 10^4$	$5,61 \cdot 10^4$	$4,16 \cdot 10^4$	$3,13 \cdot 10^4$	$2,34 \cdot 10^4$	$1,74 \cdot 10^4$	$1,25 \cdot 10^4$
$N_{3-4}$		$1,13 \cdot 10^5$	$7,78 \cdot 10^4$	$5,61 \cdot 10^4$	$4,16 \cdot 10^4$	$3,13 \cdot 10^4$	$2,34 \cdot 10^4$	$1,74 \cdot 10^4$	$1,25 \cdot 10^4$
$N_{5-6}$		$-2,8 \cdot 10^4$	$-1,8 \cdot 10^4$	$-1,3 \cdot 10^4$	$-9,05 \cdot 10^3$	$-6,2 \cdot 10^3$	$-4,1 \cdot 10^3$	$-2,4 \cdot 10^3$	$-1,1 \cdot 10^3$
$N_{7-8}$		$-1,1 \cdot 10^4$	$-8,1 \cdot 10^3$	$-6,5 \cdot 10^3$	$-5,4 \cdot 10^3$	$-4,7 \cdot 10^3$	$-4,1 \cdot 10^3$	$-3,6 \cdot 10^3$	$-3,3 \cdot 10^3$
$N_{9-10}$		$1,13 \cdot 10^5$	$7,78 \cdot 10^4$	$5,61 \cdot 10^4$	$4,16 \cdot 10^4$	$3,13 \cdot 10^4$	$2,34 \cdot 10^4$	$1,74 \cdot 10^4$	$1,25 \cdot 10^4$
$N_{11-12}$		$1,13 \cdot 10^5$	$7,78 \cdot 10^4$	$5,61 \cdot 10^4$	$4,16 \cdot 10^4$	$3,13 \cdot 10^4$	$2,34 \cdot 10^4$	$1,74 \cdot 10^4$	$1,25 \cdot 10^4$

передача с помощью системы торсионов на диск  $C$  крутящего момента с какой-либо поперечины рамы либо самого кузова, либо тележки конструктивно возможна. Кроме того, здесь достигается автоматизм, или синхронизация работы затяжки и основной конструкции машины, так как изменение уровня напряжений в рамах кузова и тележки будет происходить одновременно.

Такой вариант управления напряженно-деформированным состоянием основной конструкции (управление по возмущению [1]) более предпочтителен, так как не предусматривает использования сложных механических или электромеханических устройств.

## Заключение

На основании полученных результатов и их анализа можно сделать следующие выводы. Для квазимеханизма на основе почти мгновенно изменяемой 6-стержневой системы с вложенными друг в друга тремя кольцевыми дисками наиболее рационален вариант (см. рис. 7), когда, например, при малом крутящем моменте  $M_{кр} = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$  в стержне  $11-12$  возникает растягивающая сила  $N_{11-12} = 113 \text{ кН}$ . Угол отклонения стержня  $7-8$  от первоначального может меняться в достаточно широких пределах в зависимости от величины силы, которую необходимо получить на стержне  $11-12$  или других стержнях. Соответствующим образом меняя этот угол при постоянном крутящем моменте  $M_{кр}$ , можно управлять силой  $N_{11-12}$ , которая через неподвижные элементы корпуса машины может влиять на напряженно-деформированное состояние основной конструкции. Другой, более эффективный путь изменения  $N_{11-12}$  — управление крутящим моментом  $M_{кр}$ , снимаемым с вала машины, на основе механизмов, состоящих из зубчатых, фрикционных передач и тормозных колодок, момент с которых можно передавать с помощью скручивающейся балки (торсиона) на диск  $C$  в виде  $M_{кр}$ .

Например, для конструкции, разработанной для кузова самосвального транспортного средства [4], вместо штока гидроцилиндра к центральному шарниру можно присоединить стержень  $11-12$  (рис. 8), прикрепив диск  $A$  управляемой затяжки к лонжерону рамы с помощью разъемного (болтового) соединения. Тогда управляющий крутящий момент  $M_{кр}$ , передаваемый с вала отбора мощности через специальные тормозные колодки и тор-

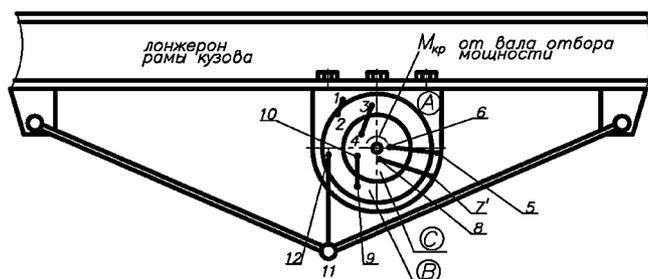


Рис. 8. Пример применения управляемой затяжки, показанной на рис. 4

сион на диски  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и соединяющие их стержни, воздействует на стержень  $11-12$  и создает управляемую силу, изменяющую напряженно-деформированное состояние лонжерона рамы кузова прицепной тележки.

Другой путь создания  $M_{кр}$  — использование энергии упругого деформирования элементов основной конструкции, когда, например, при разгрузке насыпной массы из кузова с испытывающей кручение поперечины рамы тележки через систему торсионов  $M_{кр}$  передается на диск  $C$ , что предполагает управление напряженно-деформированным состоянием всей конструкции рамы кузова.

## Литература и источники

1. Астахов М. В. Управление проектированием: Монография. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. 360 с.
2. Robertson T. S. Propagation of brittle fracture in steel // Journal of the Iron and Steel Institute. 1953, no. 175, pp. 361—374.
3. Астахов М. В., Макутонин Ю. М., Станиславчук И. И. Авторское свидетельство СССР № 1217700, 1985.
4. Астахов М. В., Дикарев В. В. Подъемная платформа самосвального транспортного средства. Авторское свидетельство СССР № 1475843, 1989.
5. Астахов М. В., Тюрин Е. А. Снижение материалоемкости и повышение ресурса машин с помощью управляемых затяжек // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2007, № 6. С. 48—49.
6. Дарков А. В., Шапошников Н. Н. Строительная механика. М.: Высшая школа, 1986. 310 с.
7. Астахов М. В., Никишкина А. Б. Исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) трехдисковой плоской почти мгновенно изменяемой системы // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2012, № 3 [Электронный ресурс]. — URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/315859.html> (дата обращения 04.04.2016).

## References

1. Astakhov M. V. *Upravlenie proektirovaniem* [Design management]. Moscow, N. E. Bauman Moscow State Technical University Publ., 2011, 360 p.
2. Robertson T. S. Propagation of brittle fracture in steel. *Journal of the Iron and Steel Institute*, 1953, no. 175, pp. 361—374.
3. Astakhov M. V., Makutonin Yu. M., Stanislavchuk I. I. *Avtoisisterna* [Tanker]. USSR inventor's certificate no. 1217700, 1985.
4. Astakhov M. V., Dikarev V. V. *Pod'emnaya platforma samosval'nogo transportnogo sredstva* [Lifting platform of a dumper]. USSR inventor's certificate no. 1475843, 1989.
5. Astakhov M. V., Tyurin E. A. Reducing the material consumption and increasing the operating life of machines by means of controlled tightening. *Traktory i sel'skokhozyaystvennyye mashiny*, 2007, no. 6, pp. 48—49 (in Russ.).
6. Darkov A. V., Shaposhnikov N. N. *Stroitel'naya mekhanika* [Structural mechanics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1986, 310 p.
7. Astakhov M. V., Nikishkina A. B. Analysis of deflected mode (DM) of a three disk plane almost instantly changeable system. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N. E. Baumana*, 2012, no. 3 (in Russ.). URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/315859.html> (accessed 04.04.2016).