

УДК 629.3:631.3:621.817

Определение параметров жесткости зубчатых передач автомобилей и тракторов**Determination of stiffness parameters of toothed gears of automobiles and tractors****В. П. ТАРАСИК, д-р техн. наук****Белорусско-Российский университет,
Могилев, Республика Беларусь, avtomobili@bru.by****V. P. TARASIK, DSc in Engineering****Belarusian-Russian University,
Mogilev, Republic of Belarus, avtomobili@bru.by**

При моделировании процессов функционирования технических объектов, содержащих зубчатые передачи, во многих случаях возникает необходимость учета упругих свойств зубчатых зацеплений. Особенно это важно при моделировании высокочастотных вибраций. Цель исследования — разработка методики определения коэффициентов изгибной и контактной жесткостей зубчатого зацепления, необходимых для построения математической модели процесса функционирования зубчатой передачи и оценки ее влияния на эффективность работы технического объекта в целом. Новизна заключается в разработке модели замещения зуба балкой переменного сечения, позволяющей адекватно описывать физические процессы деформации зубчатого зацепления, а также в получении на ее основе расчетных формул для определения изгибной деформации и коэффициента жесткости зубчатого зацепления. Для определения контактной жесткости зубьев использованы новые разработки в области контактных деформаций взаимодействующих механических объектов. Проведены расчеты и построены графики зависимостей коэффициентов изгибной и контактной жесткостей от модуля и нагрузки на передачу. Показано, что коэффициент изгибной жесткости зависит только от модуля и ширины зубчатого венца, но не зависит от нагрузки, тогда как контактная жесткость чувствительна также и к нагрузке, что обусловлено изменением объема деформируемого материала зуба. Предложенные формулы позволяют с приемлемой для практических целей точностью определить параметры упругих свойств прямозубой и косозубой цилиндрических передач с наружным и внутренним зацеплением.

Ключевые слова: автомобиль; трактор; зубчатая передача; зубчатое зацепление; шестерня; колесо; модуль; делительная окружность; основная окружность; эвольвента; толщина зуба; изгибная деформация; контактная деформация; коэффициент изгибной жесткости; коэффициент контактной жесткости; удельная нормальная жесткость зубьев.

In simulation of functioning processes of technical objects with toothed gears, in many cases there is a need to consider the elastic properties of gear engagements. This is especially important for simulation of high-frequency vibrations. The aim of the paper is the development of method determining the coefficients of flexural and contact stiffness of gear engagement required to build a mathematical model of the functioning process of toothed gear and evaluate its impact on the technical object performance in general. The novelty consists in the development of a model of substitution of tooth for variable cross section beam allowing to describe adequately the physical processes of deformation of gear engagement, as well as in the obtaining on its basis the calculating formulas for determination of flexural deformation and stiffness coefficient of gear engagement. To determine the contact stiffness of teeth, new developments in the field of contact deformations of interacting mechanical objects are used. The calculations are carried out and diagrams of dependence of coefficients of flexural and contact stiffness on the gear module and load are constructed. It is shown that the flexural stiffness coefficient depends only on the module and the width of the ring gear, but does not depend on the load, while the contact stiffness is sensitive also to the load, which is caused by volume change of strain sensitive material of tooth. The proposed formulas allow to determine with acceptable accuracy for practical purposes the parameters of the elastic properties of spur and helical gears with external and internal engagement.

Keywords: automobile; tractor; toothed gear; gear engagement; gear wheel; wheel; module; pitch circle; base circle; involute; tooth thickness; flexural deformation; contact deformation; flexural stiffness coefficient; contact stiffness coefficient; specific normal stiffness of tooth.

Введение

Во многих технических объектах передача энергии двигателя к рабочим органам осуществляется посредством механических зубчатых передач. Типичные примеры таких объектов — автомобили, тракторы, строительно-дорожные и подъемно-транспортные машины, мотор-редукторы.

При моделировании процессов функционирования таких объектов в абсолютном большинстве опубликованных работ не учитываются упругие свойства зубчатых колес. Так, в работах [1—3] зубчатые передачи (валы и планетарные) рассматриваются как совокупность

абсолютно жестких твердых тел с учетом лишь их инерционных параметров. Это обусловлено значительными трудностями математического описания упругих деформаций зубьев.

Неучет деформации зубчатых зацеплений снижает уверенность в адекватности описания физических свойств моделируемых объектов. Особенно это характерно для случаев построения локальных математических моделей, когда рассматривается только часть системы привода, например межколесный дифференциал автомобиля или трактора, колесная планетарная передача, электромотор-колесо мобильной машины, мотор-редук-

тор с планетарной передачей и др. В этих случаях упругие свойства зубчатых зацеплений могут быть вполне сопоставимы со свойствами приводных валов. Поэтому очень важно иметь возможность более полного учета физических свойств таких приводов. При исследовании высокочастотных вибраций редукторов также необходимо учитывать упругие свойства зубчатого зацепления.

Вследствие упругих свойств зубчатой передачи при ее нагружении вращающим моментом происходят изгибная и контактная деформации зубьев. В работах [4, 5], а также в стандартах на зубчатые передачи ИСО 6336 и ГОСТ 21354—87 [6, 7] эти свойства оцениваются показателем, называемым удельной нормальной жесткостью, в качестве единицы измерения которой принимается $\text{H}/(\text{мм} \cdot \text{мкм})$. Следовательно, ее значение отнесено к ширине зуба, равной 1 мкм. В работах [4, 5] отмечается, что жесткость зубьев не зависит от модуля. Согласно упомянутым стандартам, она определяется лишь числом зубьев шестерни и колеса и коэффициентами сдвига исходного контура. Но модуль зубчатого зацепления определяет геометрические размеры зубьев — их высоту и толщину, а также кривизну образующей поверхности зуба. Поэтому получаемые по данным методикам результаты вызывают серьезные сомнения.

Цель исследования

Цель исследования — разработка методики определения изгибных и контактных деформаций зубьев зубчатой передачи на основе законов физики с целью получения информации о значении коэффициента жесткости зубчатого зацепления и ее использования при построении математической модели процесса функционирования объекта исследования или проектирования.

Материалы и методы

Для определения изгибной деформации зубьев воспользуемся методами сопротивления материалов [8]. Представим зуб в виде балки переменного сечения с зашпеленным концом, принадлежащим основанию ножки зуба [9]. Второй конец балки, соответствующий вершине головки зуба, свободный. При этом необходимо построить подходящую геометрическую модель балки переменного сечения и обосновать условия ее нагружения, позволяющие с достаточной точностью отобразить упругие свойства зубчатой передачи.

Рассмотрим вначале основные геометрические характеристики зубчатого зацепления. На рис. 1, *a* представлена схема цилиндрической прямозубой зубчатой передачи эвольвентного зацепления. Находящиеся в зацеплении и передающие нагрузку зубья шестерни и колеса выделены жирными линиями. Показано положение зубчатых колес, в котором линия контакта их зубьев находится в полюсе зацепления P . Отображены также основные параметры зубчатого зацепления: межосевое расстояние $a_w = O_1O_2$, линия зацепления AB , угол зацепления α_w ($\alpha_w = 20^\circ$ по ГОСТ 16530—83), радиусы делительных окружностей соответственно шестерни r_{d1} и колеса r_{d2} , радиусы основных окружностей r_{b1} и r_{b2} , радиусы вершин r_{a1} , r_{a2} и впадин r_{f1} , r_{f2} зубьев.

Контактные поверхности зубьев имеют криволинейную форму, выполненную по эвольвенте, что обуслов-

ливает изменение их толщины по высоте зуба. Контакт зубьев осуществляется по линии вдоль ширины b_w зубчатого венца, которая вследствие контактной деформации превращается в пятно контакта некоторой ширины. Пятно контакта при повороте зубчатых колес перемещается вдоль эвольвентной поверхности из точки C_1 (рис. 1, *б*), находящейся вблизи вершины головки зуба колеса, в точку C_2 (рис. 1, *в*), смещающуюся к ножке зуба, проходя при этом через точку P полюса зацепления (см. рис. 1, *а*). У шестерни пятно контакта, наоборот, перемещается от ножки к вершине зуба.

Эта смена происходит на каждой новой паре зубьев, вступающих в зацепление и многократно сменяющих друг друга за полный оборот шестерни или колеса. В результате деформация зубьев непрерывно циклически изменяется. Очевидно, что учет явления высокочастотной циклической смены положения пятна контакта на рабочих поверхностях зубьев для практических инженерных расчетов сложен и непродуктивен. Целесообразно принять некоторое постоянное его положение относительно основных или делительных окружностей шестерни и колеса, приближенно отображающих характер напряженного состояния зубьев.

По аналогии с упомянутыми выше методиками окружную силу F , которая соответствует действующему на зубчатую передачу вращающему моменту M , приложим к вершине зуба колеса, а для шестерни приложим ее на делительной окружности и определим прогибы зубьев обоих колес под действием изгибающих моментов этих сил. Принятые допущения позволят существенно уп-

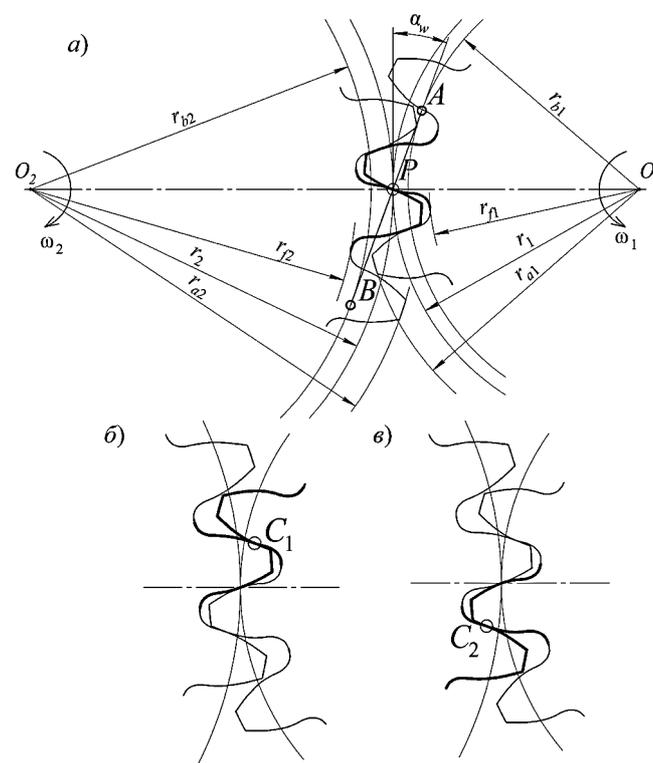


Рис. 1. Схема цилиндрической зубчатой передачи:

a — пятно контакта в полюсе зацепления; *б* — при входе пары зубьев в зацепление; *в* — при выходе из зацепления

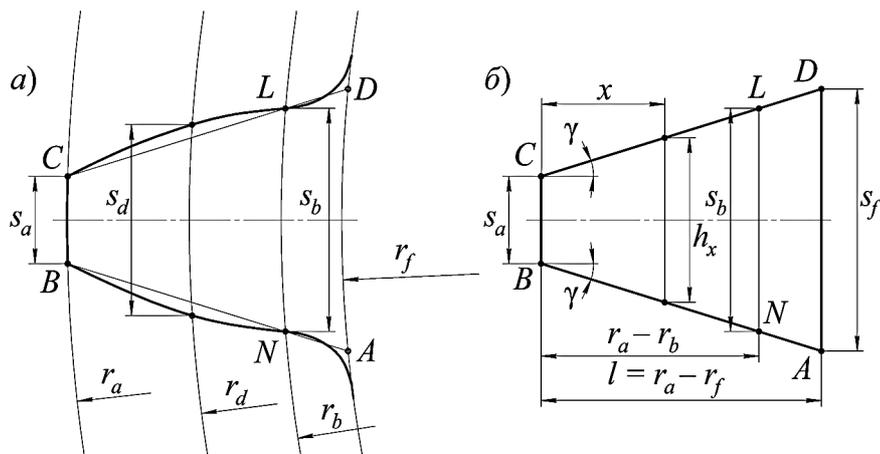


Рис. 2. Схема аппроксимации контура зуба равнобочной трапецией

ростить построение модели замещения зуба балкой переменного сечения.

Для определения геометрических параметров балки переменного сечения необходимо определить толщину зуба на различных радиусах. Толщина зуба s_x на любой окружности радиуса r_x вычисляется по формуле [10]:

$$s_x = 2r_x \left(\frac{\pi}{2z} + 2x \operatorname{tg} \alpha_w + \operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha_x \right), \quad (1)$$

где z — число зубьев; x — коэффициент смещения исходного контура; α_x — угол в радианах, определяемый из выражения

$$\alpha_x = \arccos \left(\frac{r_d \cos \alpha_w}{r_x} \right) = \arccos(r_b/r_x). \quad (2)$$

На рис. 2, а обозначены толщины зуба s_a , s_d и s_b на уровнях соответствующих окружностей зубчатого колеса. Используя эти размеры, можно осуществить аппроксимацию линии контура торцевой поверхности зуба.

В первом приближении представим контур боковой поверхности зуба в виде равнобочной трапеции $ABCD$. Боковые стороны трапеции проведем через точки B и N , C и L , положения которых определяются соответственно толщиной вершины зуба s_a и толщиной зуба на основной окружности s_b . Аппроксимированный контур зуба представлен на рис. 2, б, на рис. 3 показано пространственное изображение зуба как балки переменного сечения.

Аппроксимация геометрии зуба определяет погрешность момента инерции сечения зуба, для которого вычисляется прогиб. Расчеты показывают, что при числе зубьев $z > 15$ погрешность отображения реальной толщины зуба на делительной окружности r_d не превышает 15 % и с увеличением числа зубьев снижается. В других сечениях зуба погрешность существенно меньше, так как его реальный контур приближается к принятому трапецеидальному, а на основной окружности и окружности вершин зубьев они совпадают.

Для пространственной модели зуба выберем систему координат $Oxuz$. Ось Ox направим вдоль оси симметрии балки от ее свободного конца к защемленному, ось Oy — в сторону изгиба нейтрального слоя балки, расположен-

ного в исходном состоянии без нагрузки в плоскости xOz . Прогиб свободного конца балки под действием силы F происходит в положительном направлении оси Oy , а вогнутость нейтрального слоя балки направлена в сторону оси Oy , поэтому момент силы F относительно произвольного поперечного сечения балки считается положительным [8].

Используем известное дифференциальное уравнение изогнутой оси балки, устанавливающее зависимость между радиусом кривизны оси Ox и координатами ее точек x и y [8]:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EJ(x)}, \quad (3)$$

где $M(x)$ — изгибающий момент силы F в сечении x балки; E — модуль упругости материала балки; $J(x)$ — момент инерции площади сечения x балки.

Как известно [8], момент инерции поперечного сечения балки $J(x)$, находящегося на расстоянии x от начала координат, пропорционален ширине балки b и кубу высоты балки h_x^3 в сечении x :

$$J(x) = \frac{bh_x^3}{12}. \quad (4)$$

Выразим h_x через геометрические параметры боковой поверхности балки (см. рис. 2, б и рис. 3):

$$h_x = s_{CB} + 2x \operatorname{tg} \gamma,$$

где s_{CB} — длина меньшего основания равнобочной трапеции, отображающей контуры боковой поверхности балки; γ — угол наклона боковин трапеции, отображающей боковую поверхность балки.

Значение γ вычислим по выражению:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left(\frac{s_b - s_a}{2(r_a - r_b)} \right).$$

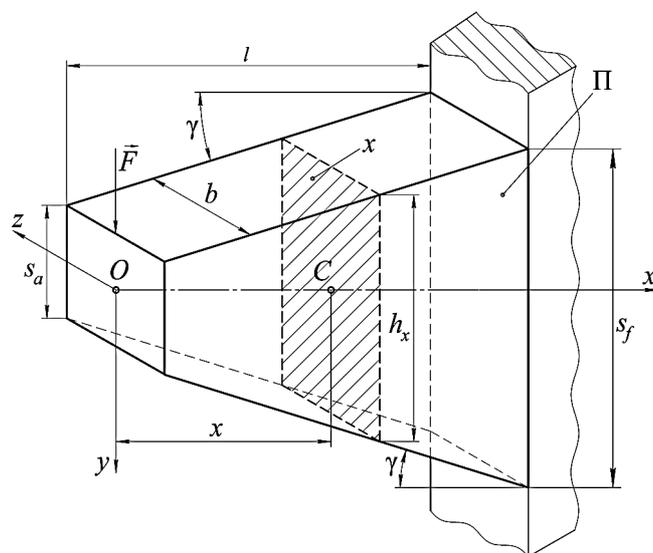


Рис. 3. Пространственная модель зуба зубчатой передачи

Примем ширину балки b равной рабочей ширине венца зубчатого колеса b_w и подставим значение h_x в формулу (4):

$$J(x) = \frac{b_w}{12} (s_{CB} + 2xtgy)^3. \quad (5)$$

При моделировании зуба колеса значение s_{CB} примем равным толщине вершины головки зуба s_d , а для зуба шестерни — равным толщине зуба на делительной окружности s_d .

Используем выражение (5), учитывая, что момент силы F относительно поперечного сечения балки x соответствует величине $M(x) = Fx$. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки приобретет вид:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{Ax}{(ax+b)^3}, \quad (6)$$

где $A = \frac{12F}{b_w E}$; $a = 2tgy$; $b = s_{CB}$.

Решение уравнения (6) позволяет получить выражения для определения угла поворота θ сечения балки x и прогиба балки y в этом сечении:

$$\theta = \frac{dy}{dx} = A \left[\frac{1}{a^2} \left(\frac{b}{2(ax+b)^2} - \frac{1}{ax+b} \right) + C \right]; \quad (7)$$

$$y = A \left\{ -\frac{1}{a^2} \left[\frac{1}{a} \ln(ax+b) + \frac{b}{2a(ax+b)} \right] + Cx + D \right\}, \quad (8)$$

где C, D — постоянные интегрирования.

Для нахождения C и D используем сечение балки, в котором известны значения угла его поворота θ и прогиба y . Очевидно, что для сечения балки, совпадающего с плоскостью ее заделки l , прогиб и угол поворота равны нулю, т.е. $y = 0$; $\theta = 0$. В этом сечении $x = l$ (см. рис. 3). Поскольку $A \neq 0$, то равно нулю выражение в квадратных скобках уравнения (7). В результате получим:

$$C = \frac{1}{a^2} \left[\frac{1}{al+b} - \frac{b}{2(al+b)^2} \right]. \quad (9)$$

Подставив значение C в уравнение (8), найдем:

$$D = \frac{1}{a^2} \left[\frac{1}{a} \ln(al+b) + \frac{b}{2a(al+b)} \right] - Cl. \quad (10)$$

Полученная формула (8) позволяет определить прогиб балки y переменного сечения, у которой высота h_x изменяется при перемещении от свободного конца к заделке в соответствии с наклоном боковых сторон равнобочной трапеции, а ширина b постоянна и равна ширине зубчатого венца b_w (см. рис. 3).

Геометрическая форма такой балки предлагается в качестве физической модели зуба зубчатой передачи для определения параметров ее жесткости при моделировании процессов функционирования передачи в составе исследуемого технического объекта. Прогиб можно определить для любого поперечного сечения этой балки, отстоящего от свободного конца на расстоянии x .

Для получения значения коэффициента изгибной жесткости зубчатого зацепления необходимо определить изгибные деформации обоих зубчатых колес на одном и

том же диаметре. В качестве такого диаметра примем диаметр делительной окружности. Тогда при вычислении прогиба зуба шестерни в формулах (8)—(10) необходимо принять $x = 0$; $b = s_d$; $l = 1,25m$, а для зуба колеса $x = m$; $b = s_d$; $l = 2,25m$.

Подставив в формулы (8)—(10) все входящие в них параметры в единицах системы СИ, получим искомую величину прогиба y в метрах. Полученные значения прогиба позволяют определить коэффициент изгибной жесткости c_H зубчатой передачи. Его значение определяется углом поворота шестерни относительно колеса φ_H , обусловленным суммарной изгибной деформацией зубьев обоих колес $\Sigma y = y_1 + y_2$ под действием передаваемого вращающего момента. Значение φ_H вычислим по формуле:

$$\varphi_H = \arctg(\Sigma y/r_{d1}), \quad (11)$$

где r_{d1} — радиус делительной окружности шестерни (ведущего колеса зубчатой передачи).

Коэффициент изгибной жесткости найдем из соотношения:

$$c_H = M_1/\varphi_H, \quad (12)$$

где M_1 — вращающий момент на ведущем колесе.

Значение силы F , используемое при определении прогибов y_1 и y_2 , определим на основе момента M_1 :

$$F = M_1/r_{d1}.$$

Кроме изгибной деформации при передаче нагрузки зубья получают контактную деформацию u_H , которую также необходимо учитывать при определении коэффициента жесткости зубчатой передачи. В работе [11] на основе теоретических и экспериментальных исследований предложена формула для определения контактных деформаций зубьев цилиндрической зубчатой передачи:

$$u_H = \frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \ln \left[2,124 \sqrt{\frac{E_{s_{x1}} s_{x2} (\rho_{x1} + \rho_{x2})}{q \rho_{x1} \rho_{x2}}} \right], \quad (13)$$

где q — погонная нагрузка по ширине зубчатого венца, $q = F/b_w$; F — окружное усилие на зубьях; b_w — длина площадки контакта зубьев; s_{x1}, s_{x2} — толщины зубьев шестерни и колеса на окружностях с радиусами соответственно r_{x1} и r_{x2} ; ρ_{x1}, ρ_{x2} — радиусы кривизны эвольвентных поверхностей зубьев шестерни и колеса на радиусах r_{x1} и r_{x2} .

Для однозначной оценки контактной жесткости зубчатой передачи значение u_H целесообразно определять на радиусах делительных окружностей обоих зубчатых колес, т.е. принять $r_{x1} = r_{d1}$; $r_{x2} = r_{d2}$.

Вычисленная по формуле (13) величина контактной деформации зубьев позволяет определить коэффициент контактной жесткости c_H зубчатой передачи. Его значение определяется углом поворота шестерни относительно колеса φ_H , обусловленным контактной деформацией зубьев обоих колес u_H под действием передаваемого вращающего момента M_1 на ведущем колесе. Значение φ_H вычислим по формуле:

$$\varphi_H = \arctg(u_H/r_{d1}), \quad (14)$$

где r_{d1} — радиус делительной окружности шестерни (ведущего колеса зубчатой передачи).

Коэффициент контактной жесткости найдем из соотношения:

$$c_H = M_1/\varphi_H. \quad (15)$$

Поскольку угловые координаты относительных поворотов пары взаимодействующих зубчатых колес φ_H и φ_H складываются, то коэффициент жесткости зубчатого зацепления c определим по формуле:

$$c = \frac{c_i c_H}{c_i + c_H}. \quad (16)$$

Таким образом, коэффициент жесткости зубчатого зацепления c учитывает изгибную и контактную жесткости взаимодействующих зубьев передачи. Единицей измерения параметров c , c_i и c_H является Н·м/рад.

Результаты и их обсуждение

Рассмотрим пример определения коэффициентов жесткости цилиндрической зубчатой передачи на основе предлагаемой методики и сравним полученные значения с результатами вычислений по другим известным методикам.

Используем один из вариантов передач, анализируемых в работе [5], со следующими параметрами: число зубьев $z_1 = 20$, $z_2 = 25$, коэффициенты смещений $x_1 = x_2 = 0$. Необходимо принять также значения других параметров передачи, входящих в формулы предлагаемой методики и конкретизирующих конструктивное исполнение и передаваемую нагрузку. Значения исходных параметров зубчатой передачи и основных вычисляемых параметров зубьев приведены в табл. 1.

В результате вычислений, выполненных с использованием исходных данных из табл. 1, при нагрузке передачи вращающим моментом $M_1 = 20$ Н·м получены следующие значения параметров: коэффициент изгибной жесткости зубчатого зацепления $c_i = 2,471 \cdot 10^5$ Н·м/рад; контактная деформация зубьев $u_H = 2,789 \cdot 10^{-6}$ м; коэффициент контактной жесткости зацепления $c_H = 1,434 \cdot 10^5$ Н·м/рад; коэффициент жесткости зубчатого зацепления с учетом изгибной и контактной деформаций $c = 9,074 \cdot 10^4$ Н·м/рад.

Используя полученные результаты, определим удельную изгибную и удельную контактную жесткости:

$$c_{i \text{ уд}} = \frac{F}{(y_1 + y_2)b_w} \cdot 10^{-9}; \quad c_{H \text{ уд}} = \frac{F}{u_H b_w} \cdot 10^{-9}.$$

Удельная жесткость зубчатого зацепления:

$$c_{\text{уд}} = \frac{c_{i \text{ уд}} c_{H \text{ уд}}}{c_{i \text{ уд}} + c_{H \text{ уд}}}.$$

В табл. 2 приведены искомые значения параметров, а также значения, полученные авторами работ [5, 9] и вычисленные на основе рекомендаций ГОСТ 21354—87. Следует особо подчеркнуть, что используемые в ГОСТе формулы — эмпирические, учитывающие информацию только о числе зубьев шестерни и колеса и коэффициентах смещения исходного контура. Модуль зубчатых колес и их нагрузку эти формулы не учитывают.

Как видно из табл. 2, полученные различными авторами значения удельной нормальной жесткости зубьев существенно расходятся.

В заключение проведем на основе предложенной методики расчетные исследования зависимостей параметров упругих свойств зубчатой передачи от модуля m и передаваемой нагрузки.

На рис. 4 приведены графики изменения коэффициентов изгибной c_i и контактной c_H жесткостей в зависимости от модуля зубчатого зацепления m при двух значениях окружного усилия F , приложенного на дели-

Таблица 1

Исходные данные и вычисленные параметры исследуемой зубчатой передачи

Параметр	Обозначение	Единица	Шестерня	Колесо
Число зубьев	z	—	20	25
Модуль	m	мм	2	2
Коэффициент смещения	x	—	0	0
Угол зацепления	α_w	град.	20	20
Ширина зубчатого венца	b_w	мм	10	10
Толщина зуба:				
на окружности вершин	s_a	мм	1,39	1,44
на делительной окружности	s_d	мм	3,142	3,142
на основной окружности	s_b	мм	3,512	3,652
Момент инерции сечения зуба на делительной окружности	J_d	м ⁴	$0,167 \cdot 10^{-10}$	$0,164 \cdot 10^{-10}$
Прогиб зуба на делительной окружности	y	м	$0,367 \cdot 10^{-6}$	$1,252 \cdot 10^{-6}$
Радиус кривизны эвольвенты на поверхности контакта	ρ_x	мм	6,84	8,551

Таблица 2

Значения удельной нормальной жесткости исследуемой зубчатой передачи

Автор методики, источник информации	Результаты вычисления параметров, Н/(мм·мкм)		
	$c_{\text{уд}}$	$c_{i \text{ уд}}$	$c_{H \text{ уд}}$
В. Н. Кудрявцев [9]	—	—	31
А. И. Петрусевич [9]	18	—	—
В. Л. Дорофеев [5]	14,86	—	—
Предлагаемая методика	22,685	61,769	35,852
ГОСТ 21354—87	6,444	11,211	15,152

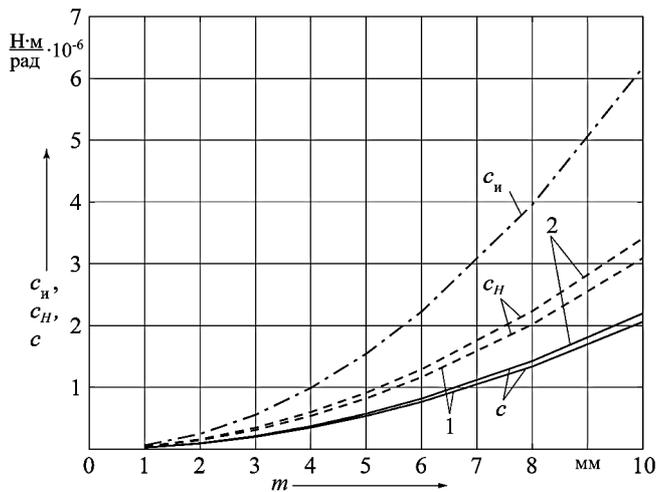


Рис. 4. Графики зависимости коэффициентов жесткости зубчатого зацепления от модуля:

c_i — коэффициент изгибной жесткости; c_H — коэффициент контактной жесткости; c — коэффициент результирующей жесткости; 1 — при $F = 1000$ Н; 2 — при $F = 3000$ Н

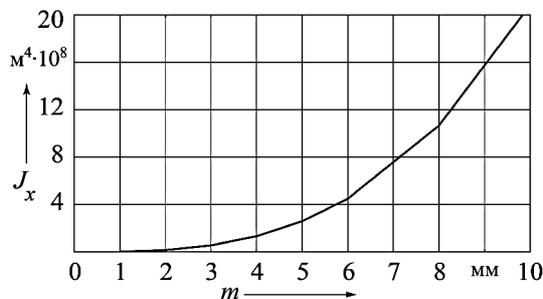


Рис. 5. Зависимость момента инерции сечения зуба на делительной окружности от модуля

тельной окружности шестерни, а также график коэффициента жесткости c , учитывающий суммарную изгибную и контактную деформации зубьев.

Полученные графики отражают нелинейный характер функций исследуемых параметров от величины модуля. Значение c_i не зависит от величины передаваемой нагрузки, а определяется моментом инерции расчетного сечения зуба J_x .

На рис. 5 представлен график, иллюстрирующий зависимость J_x от m , получаемую согласно выражению (6). Принималось $b_w = 10$ мм; $s_{св} = s_d$.

Коэффициент контактной жесткости зубьев c_H , согласно выражению (16), представляет собой нелинейную функцию погонной нагрузки q , толщин зубьев s_{x1} , s_{x2} и радиусов эвольвенты рабочих поверхностей зубьев ρ_{x1} , ρ_{x2} соответственно шестерни и колеса. Значения ρ_{x1} и ρ_{x2} пропорциональны модулю m . В итоге результирующее значение коэффициента жесткости зубчатого зацепления c , которое учитывает изгибную и контактную деформации зубьев, оказывается нелинейной функцией модуля m и окружной силы F , характеризующей нагрузку (см. рис. 4).

Зависимости c_H и c от F для двух значений m показаны на рис. 6. Вместе с тем из рис. 6 видно, что величина c_i не зависит от нагрузки. Ее значение определяется только величиной модуля, поскольку с ним непосредственно связана толщина зуба (см. рис. 4). Однако следует иметь в виду, что в соответствии с выражением (1) толщина зуба также зависит от коэффициента смещения исходного контура x .

В завершение исследований рассмотрим характеристики удельной нормальной жесткости зубчатых зацеплений, полученные с использованием формул предлагаемой методики. На рис. 7 показаны графики зависимости $c_{H,уд}$ и $c_{уд}$ от модуля m при двух значениях нагрузки F , а на рис. 8 — от нагрузки при двух значениях модуля.

С увеличением модуля значения $c_{H,уд}$ и $c_{уд}$ несколько понижаются, а увеличение нагрузки приводит к их возрастанию. Значение $c_{и,уд}$ не зависит от модуля. Однако

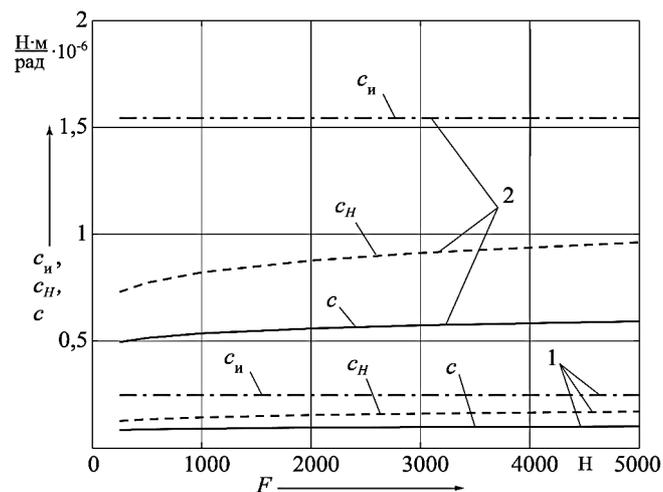


Рис. 6. Графики зависимости коэффициентов жесткости зубчатого зацепления от нагрузки:

1 — при $m = 2$ мм; 2 — при $m = 5$ мм

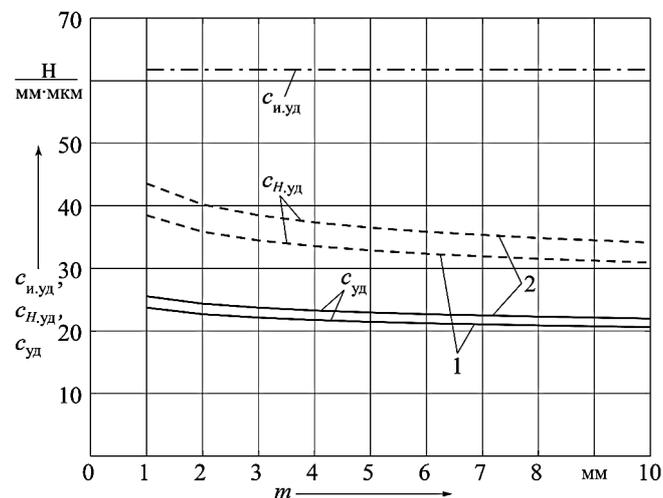


Рис. 7. Графики зависимости удельной нормальной жесткости зубчатого зацепления от модуля:

1 — при $F = 1000$ Н; 2 — при $F = 3000$ Н

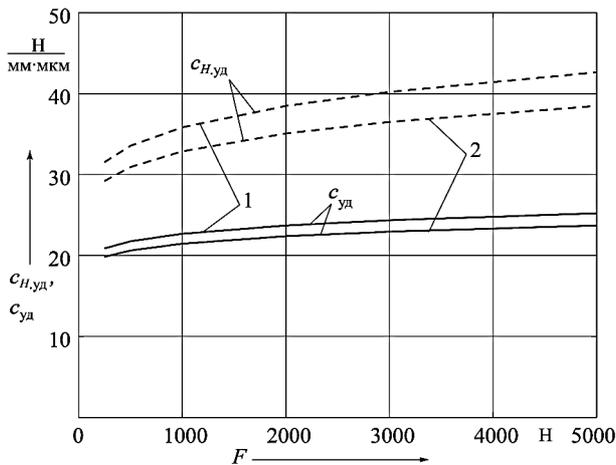


Рис. 8. Графики зависимости удельной нормальной жесткости зубчатого зацепления от нагрузки:

1 — при $m = 2$ мм; 2 — при $m = 5$ мм

из этого обстоятельства не следует однозначный вывод о независимости изгибной и контактной жесткостей зубьев от модуля, как это трактуется в работе [5]. Такая информация может ввести в заблуждение заинтересованного читателя и привести его к мнению, что c_H и c также не зависят от модуля. Аналогичная опасность подстерегает читателя при использовании методики, изложенной в ГОСТе.

Предложенная методика определения параметров упругих свойств зубчатых колес, изложенная применительно к прямозубой передаче с наружным и внутренним зацеплением, подходит и для косозубой передачи, для которой необходимо лишь учесть увеличение длины зуба, для чего значение b_w следует делить на $\cos\beta$, где β — угол наклона зубьев. Получаемые при этом значения коэффициентов жесткостей c_H и c будут несколько занижены, так как косозубые передачи имеют больший коэффициент перекрытия в сравнении с прямозубыми.

Выводы

1. Разработана методика определения изгибных и контактных деформаций зубьев и коэффициента жесткости зубчатой передачи, основанная на использовании физических законов механики упруго-деформированного состояния объекта исследования, находящегося под воздействием внешней среды.

2. Для определения изгибной деформации зубьев и коэффициента изгибной жесткости предложена модель замещения зуба балкой переменного сечения. Контур боковой поверхности зуба в модели представлен в виде равнобокой трапеции, обеспечивающей отображение реальной толщины зуба с максимальной погрешностью не более 15 %.

3. На основе предложенной модели получены сравнительно простые рабочие формулы, отражающие физическую сущность процессов деформирования зубьев и позволяющие в первом приближении определить параметры упругих свойств зубчатого зацепления, необходимые для моделирования процессов функционирования технических объектов, содержащих зубчатые передачи.

Литература и источники

1. Альгин В. Б. Расчет мобильной техники: кинематика, динамика, ресурс. Минск: ИД "Белорусская наука", 2014. 271 с.
2. Блинов Е. И. Основы динамической теории движения колесных машин. М.: Машиностроение, 2006. 149 с.
3. Тарасик В. П. Математическое моделирование технических систем. Минск: Новое знание, 2016. 592 с.
4. Дорощев В. Л. Анализ и расчет контактных и изгибных перемещений деталей машин // Вестник машиностроения. 1993, № 10. С. 5—7.
5. Дорощев В. Л. Принцип аналитического разделения упругих перемещений на контактные и изгибные и его применение для расчета зубчатых передач // Техника приводов: Мат-лы конф. Болгария, София, 2003.
6. ИСО 6336—1:2006. Расчет допустимой нагрузки для прямозубых и косозубых цилиндрических передач. Ч. 1. Основные принципы, введение и основные воздействующие факторы. 109 с.
7. ГОСТ 21354—87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. М.: Издательство стандартов, 1993. 132 с.
8. Беляев Н. М. Сопrotивление материалов. М.: Наука, 1976. 608 с.
9. Кудрявцев В. Н. Зубчатые передачи. М.—Л.: Mashgiz, 1957. 263 с.
10. Машков А. А. Теория механизмов и машин. Минск: Высшэйшая школа, 1971. 470 с.
11. Нахатакян Ф. Г. Напряженно-деформированное состояние упругих элементов зубчатых механизмов и сооружений при их линейном и кромочном контакте: Дис. ... д-ра техн. наук. М., 2014. 213 с.

References

1. Al'gin V. B. *Raschet mobil'noy tekhniki: kinematika, dinamika, resurs* [Calculation of mobile equipment: kinematics, dynamics, service life]. Minsk, Belorusskaya nauka Publ., 2014, 271 p.
2. Blinov E. I. *Osnovy dinamicheskoy teorii dvizheniya kolesnykh mashin* [Fundamentals of the dynamic theory of wheeled vehicles movement]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2006, 149 p.
3. Tarasik V. P. *Matematicheskoe modelirovanie tekhnicheskikh sistem* [Mathematical modeling of technical systems]. Minsk, Novoe znanie Publ., 2016, 592 p.
4. Dorofeev V. L. Analysis and calculation of contact and bending displacements of machine parts. *Vestnik mashinostroeniya*, 1993, no. 10, pp. 5—7 (in Russ.).
5. Dorofeev V. L. Analytical principle of division of the elastic displacements into contact and bending ones and its application for the calculation of gears. *Tekhnika privodov: Mat-ly konf.* [Drives technology. Proc. of conf.]. Bulgaria, Sofia, 2003.
6. ISO 6336—1:2006. Calculation of load capacity of spur and helical gears. Part 1. Basic principles, introduction and general influence factors. 109 p.
7. GOST 21354—87. Cylindrical evolute gears of external engagement. Strength calculation. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1993, 132 p.
8. Belyaev N. M. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 608 p.
9. Kudryavtsev V. N. *Zubchatye peredachi* [Gears]. Moscow, Leningrad, Mashgiz Publ., 1957, 263 p.
10. Mashkov A. A. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Minsk, Vysheysheyshaya shkola Publ., 1971, 470 p.
11. Nakhatakyan F. G. *Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie uprugikh elementov zubchatykh mekhanizmov i sooruzheniy pri ikh lineynom i kromochnom kontakte* [Stress-strain state of elastic elements of gear mechanisms and structures in their linear and edge contact]. DSc in Engineering thesis. Moscow, 2014, 213 p.