

# РАДИУС КАЧЕНИЯ КОЛЕСА С УПРУГОЙ ШИНОЙ

## WHEEL ROLLING RADIUS WITH ELASTIC TIRE

**В.И. КОПОТИЛОВ**, к.т.н.

Тюменское высшее военно-инженерное командное училище, Тюмень, Россия, vikopotilov@mail.ru

**V.I. KOPOTILOV**, PhD in Engineering

Tyumen High Military Engineering Command School, Tyumen, Russia, vikopotilov@mail.ru

Радиус качения колеса рассматривается как результат нормальных и окружных деформаций его пневматической шины, вызываемых соответственно нормальной нагрузкой и крутящим моментом, подводимым к колесу. Рассмотрение нормального прогиба шины дало возможность представить величину радиуса качения ведомого колеса в виде функции от осевой нагрузки на колесо и радиальной жесткости шины. Для оценки адекватности разработанной модели на примере шины 260-20, используемой на грузовых автомобилях, произведен расчет кинематического радиуса для различных значений нормальной нагрузки. Анализ результатов расчета показывает, что кинематический радиус ведомого колеса с увеличением нормальной нагрузки практически линейно понижается. Это хорошо согласуется с результатами ранее выполненных экспериментальных исследований. При рассмотрении действия крутящего момента учтено, что он вызывает тангенциальную (окружную) деформацию шины, т.е. ее закручивание, в результате чего обод колеса совершает определенный поворот относительно своей периферии. При этом указанный поворот обода не сопровождается продольным перемещением оси вращения самого колеса. Так как крутящий момент нарушает однозначную взаимосвязь между линейной и угловой скоростью вращения колеса, это отражается и на кинематическом радиусе последнего. Исходя из зависимости угла закручивания и крутящего момента, установлена аналитическая зависимость радиуса качения от алгебраической величины момента и крутильной жесткости шины. Расчет радиуса качения колеса, выполненный по этой формуле, показывает, что при подводе крутящего момента происходит линейное уменьшение радиуса качения, а при подводе тормозного, наоборот, – его линейное увеличение. Такой характер изменения радиуса качения полностью согласуется с результатами экспериментальных исследований различных типов пневматических шин.

**Ключевые слова:** качение колеса, кинематический радиус, свободный радиус, динамический радиус, нормальная жесткость шины.

The rolling radius of the wheel is considered as a result of normal and circumferential deformations of its pneumatic tire, caused respectively by the normal load and the torque applied to the wheel. Consideration of the normal deflection of the tire enabled the value of the rolling radius of the driven wheel to be represented as a function of the axial load per wheel and the radial rigidity of the tire. To assess the adequacy of the developed model, the example of the 260-20 tire used in trucks is used to calculate the kinematic radius for different values of the normal load. Analysis of the calculation results shows that the kinematic radius of the driven wheel decreases linearly with increasing normal load. This is in good agreement with the results of previous experimental studies. When considering the action of torque, it is considered that it causes a tangential (circumferential) deformation of the tire, i.e. its twisting, as a result of which the rim of the wheel makes a certain turn relative to its periphery. In this case, this rotation of the rim is not accompanied by a longitudinal displacement of the axis of rotation of the wheel itself. Since the torque breaks the single-valued relationship between the linear and angular velocity of the wheel, this is reflected in the kinematic radius of the wheel. Based on the dependence of the twist angle and torque, an analytical dependence of the rolling radius on the algebraic magnitude of the torque and the torsional rigidity of the tire is established. Calculation of the rolling radius of the wheel, carried out according to this formula, shows that when the torque is applied, a linear decrease in the rolling radius occurs, and when the braking torque is applied, on the contrary, its linear increase is shown. Such a change in the rolling radius completely agrees with the results of experimental studies of various types of pneumatic tires.

**Keywords:** wheel rolling, kinematic radius, free radius, dynamic radius, normal stiffness of tire.

### Введение

Одним из важнейших параметров работы ведущего колеса является его кинематический радиус  $r_k$ . В литературе приводятся формулы, выражающие значение  $r_k$  в виде зависимости от его исходных размеров (свободного радиуса  $r_0$ ), осевой нагрузки  $G_k$ , величины нормальной жесткости шины  $c_{ш}$  и некоторых других факторов. Таковы, например, формулы Г.В. Зими-

лева, Г.А. Смирнова, Я.С. Агейкина и некоторых других ученых. Общий недостаток этих формул заключается в том, что они не учитывают в полной мере даже основные параметры работы колеса, определяющие величину его кинематического радиуса.

Экспериментальные исследования [1, 2] показывают, что кинематический радиус определяется как нормальной (осевой) нагрузкой

$G_k$  колеса, так и величиной крутящего момента  $M_k$ , т.к. последний вызывает дополнительную деформацию упругой шины. При этом В.И. Кнороз отмечает [2], что радиус качения может быть представлен в виде сложных функций, одна из которых зависит от окружной деформации шины, вызванной нормальной нагрузкой  $\Delta G_k$ , а вторая – от окружной деформации, вызванной приложенным к колесу моментом  $M_k$ :

$$r_k = f(\Delta G_k) + \varphi(M_k).$$

### Цель исследования

Целью исследования является изучение влияния на кинематический радиус качения колеса с упругой шиной осевой нагрузки и крутящего момента.

### Материалы, методы исследования и их обсуждение

Рассмотрим влияние указанных силовых воздействий и им соответствующих деформаций на радиус качения.

У колеса, которое движется по жесткой недеформируемой горизонтальной дороге в ведомом режиме ( $M_k = 0$ ), нормальная нагрузка  $\vec{G}_k$  и ей соответствующая нормальная реакция  $\vec{R}_z$  опорной поверхности являются, пожалуй, единственным силовым фактором, который вызывает деформацию шины, существенно влияющую на радиус качения.

Под действием двух указанных сил в зоне контакта длиной  $L_o$ , соответствующей сектору колеса с углом  $\alpha_o$ , возникает радиальная деформация  $h_z$  (рис. 1). Шина ведомого колеса, испытывающая в процессе качения только радиальные деформации, при повороте на угол

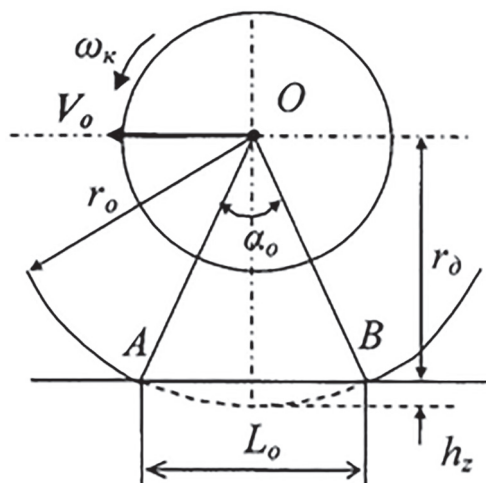


Рис. 1. Радиальная деформация шины

$\alpha_o$  перемещается на расстояние, равное длине отрезка АВ, т.е. длине  $L_o$  пятна контакта.

При повороте на угол  $2\pi$ , т.е. при совершении одного оборота, величина продольного перемещения составляет величину:

$$S_o = \frac{2\pi}{\alpha_o} \cdot L_o. \quad (1)$$

Так как длина хорды  $L_o$  меньше, чем длина дуги АВ, то величина пройденного пути  $S_o$  будет меньше длины того пути, которое бы прошло колесо, не испытывая радиальных деформаций, на некоторую величину  $\Delta S_o$ :

$$S_o = 2\pi r_o - \Delta S_o = 2\pi r_o \cdot \left(1 - \frac{\Delta S_o}{2\pi r_o}\right), \quad (2)$$

где  $r_o$  – свободный радиус колеса.

Эту же длину пути  $S_o$ , пройденную колесом за один оборот, можно выразить и через его кинематический радиус:

$$S_o = 2\pi r_k. \quad (3)$$

Приравнявая правые части выражений (2) и (3), получаем:

$$r_k = r_o \cdot (1 - \varepsilon),$$

где  $\varepsilon = \Delta S_o / (2\pi r_o)$  – относительная величина тангенциальной деформации шины вследствие ее нормального прогиба.

Если исходить из формулы (2), то для установления абсолютной величины тангенциального сжатия шины  $\Delta S_o$  требуется знать свободный радиус шины  $r_o$  и фактическую длину  $S_o$  пройденного пути за один оборот колеса.

Величину  $S_o$  можно вычислить по формуле (1), если связать угол  $\alpha_o$  и длину  $L_o$  пятна контакта. Из геометрических соображений  $\sin(\alpha_o / 2) = L_o / (2r_o)$  угол  $\alpha_o$  деформируемого сектора колеса можно выразить формулой:

$$\alpha_o = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{L_o}{2r_o}\right). \quad (4)$$

С учетом формулы (4) перемещение оси колеса  $S_o$  за один оборот равно:

$$S_o = \frac{\pi \cdot L_o}{\arcsin\left(\frac{L_o}{2r_o}\right)}. \quad (5)$$

Длина  $L_o$  пятна контакта шины с дорогой связана с динамическим  $r_d$  и свободным  $r_o$  радиусом колеса (рис. 1) аналитической зависимостью:

$$r_0 = \sqrt{r_o^2 - \left(\frac{L_o}{2}\right)^2}. \quad (6)$$

Величину этого же радиуса можно выразить и через свободный радиус и величину радиальной деформации шины:

$$r_0 = r_o - h_z. \quad (7)$$

Приравнявая выражения (6) и (7) и решая уравнение относительно  $L_o$ , найдем длину пятна контакта шины:

$$L_o = 2r_o \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{h_z}{r_o}\right)^2}. \quad (8)$$

Используя (8), формулу (5), определяющую длину перемещения оси вращения  $S_o$  за один оборот колеса, можно привести к виду:

$$S_o = 2\pi \cdot r_o \cdot \xi, \quad (9)$$

где  $\xi$  – коэффициент радиальной деформации шины:

$$\xi = \frac{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{h_z}{r_o}\right)^2}}{\arcsin \sqrt{1 - \left(1 - \frac{h_z}{r_o}\right)^2}}.$$

Нормальный прогиб  $h_z$  шины зависит от осевой нагрузки на колесо и радиальной жесткости самой шины. Имея экспериментальную характеристику радиальной деформации (рис. 2), величину  $h_z$  шины можно представить аналитически в виде формулы:

$$h_z = \frac{G_k}{c_z} + h_{z0},$$

где  $c_z$  – нормальная (радиальная) жесткость шины;  $h_{z0} = h_{z1} - G_{k1} / c_z$  – условная деформация шины, соответствующая нулевой нагрузке (рис. 2).

Аналитические выражения длины пути за один оборот (3) и (9) дают возможность выразить величину радиуса качения ведомого колеса  $r_k^o$  следующей формулой:

$$r_k^o = r_o \cdot \xi = r_o \cdot \frac{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{G_k + c_z \cdot h_{z0}}{c_z \cdot r_o}\right)^2}}{\arcsin \sqrt{1 - \left(1 - \frac{G_k + c_z \cdot h_{z0}}{c_z \cdot r_o}\right)^2}}. \quad (10)$$

Для количественной оценки влияния  $G_k$  на  $r_k^o$  ведомого колеса на примере шины

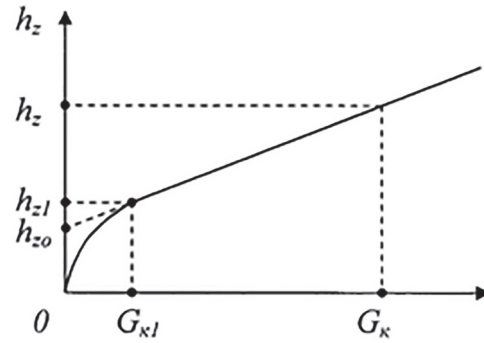


Рис. 2. Упругая характеристика шины

260-20, используемой на грузовых автомобилях, проведен расчет значений кинематического радиуса для различных значений нормальной нагрузки. Расчетная зависимость радиуса качения  $r_k^o$  от нормальной нагрузки  $G_k$  представлена на рисунке 3.

Полученная зависимость показывает, что с увеличением нормальной нагрузки кинематический радиус ведомого колеса практически линейно понижается, что хорошо согласуется с результатами экспериментальных исследований [3, 4].

Если колесо – ведущее, и к нему подводится крутящий момент  $M_k$ , то действие последнего вызывает тангенциальную деформацию шины, т.е. ее закручивание, в результате чего обод колеса совершает поворот относительно периферии шины.

При этом деформационные перемещения всех элементов свободной части шины происходят при сохранении неподвижности той части шины, которая в данный момент времени

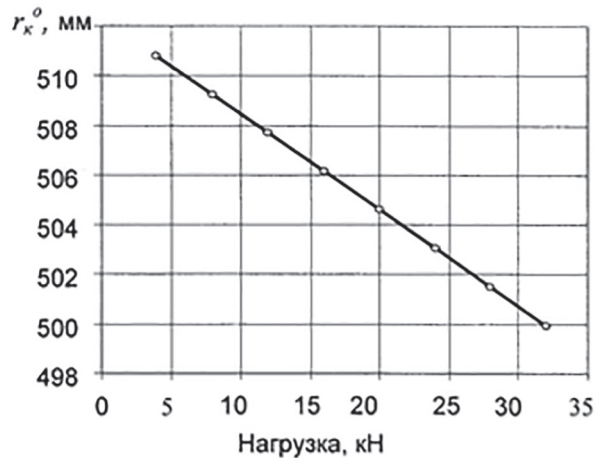


Рис. 3. Зависимость кинематического радиуса шины 260-20 ведомого колеса автомобиля от нормальной нагрузки

находится в контакте с опорной поверхностью и располагается в секторе с углом  $\alpha_o$  (рис. 4). Указанный поворот обода колеса принято характеризовать углом  $\beta_o$  закручивания шины, а степень ее податливости – коэффициентом  $c_\beta$  крутильной жесткости [5].

В зависимости от типа шины, ее состояния и величины крутящего момента  $M_k$  величина угла закручивания  $\beta$  может достигать 3–4°.

Если каждому сектору с углом  $\alpha_o$ , контактирующему с опорной плоскостью, соответствует угол поворота обода  $\beta_o$ , а количество таких секторов за один цикл их контакта составляет  $n = 2\pi / \alpha_o$ , то суммарный угол дополнительного поворота обода колеса достигает величины  $\Delta\varphi = n \cdot \beta_o$  или  $\Delta\varphi = 2\pi \cdot \beta_o / \alpha_o$ . Заметим, что выйдя из зоны контакта деформированная часть шины, заключенная в каждом таком секторе «догоняет» обод, так что накопление отставания шины от обода, разумеется, не происходит. Однако, повышение угловой скорости поворота обода (а значит в конечном счете и шины) сказывается на взаимосвязи угловой скорости вращения  $\omega_k$  и скорости  $V_o$  линейного перемещения оси вращения колеса, т.е. на его кинематическом радиусе, величина которого  $r_k = V_o / \omega_k$ . И объясняется это тем, что указанный поворот обода не сопровождается продольным перемещением оси вращения самого колеса.

До тех пор, пока шина не переходит в проскальзывание, зависимость угла закручивания от крутящего момента имеет линейный характер [2, 4]:

$$\beta_o = \frac{M_k}{c_\beta}.$$

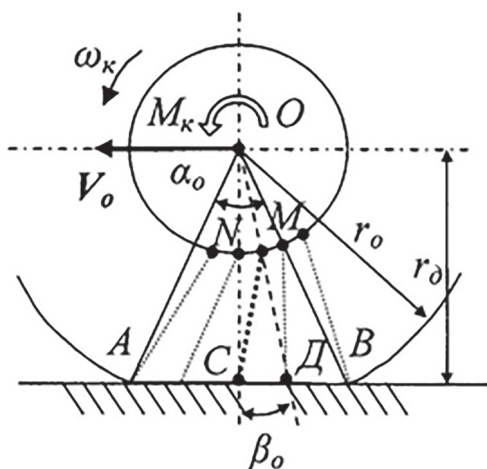


Рис. 4. Закручивание шины

В результате закручивания шины продольному перемещению оси  $O$  колеса на расстояние  $S_o$  соответствует уже не угол  $2\pi$ , а угол поворота:

$$\varphi_o = 2\pi + \Delta\varphi = 2\pi \cdot \left( 1 + \frac{M_k}{c_\beta \cdot \alpha_o} \right).$$

Таким образом, чтобы все элементы протектора деформируемой шины один раз вступили в контакт с опорной поверхностью, обод ведущего колеса должен повернуться на угол существенно больший, чем тот, который свойственен ведомому колесу, не имеющему закручивания.

Поделив длину  $S_o$  пути продольного перемещения колеса (9) на соответствующий этому перемещению угол поворота  $\varphi_o$ , получим формулу кинематического радиуса ведущего колеса, учитывающую как радиальную, так и тангенциальную деформацию шины:

$$r_k = r_o \cdot \frac{\xi}{1 + \frac{M_k}{c_\beta \cdot \alpha_o}}. \quad (11)$$

Так как произведение  $r_o \cdot \xi$ , согласно (10), численно равно кинематическому радиусу колеса в ведомом режиме качения  $r_k^o$ , то формулу радиуса качения в ведущем режиме качения можно представить следующим образом:

$$r_k = \frac{r_k^o}{1 + \frac{M_k}{c_\beta \cdot \alpha_o}}. \quad (12)$$

Из формул (11) и (12) следует, что при подводе к колесу крутящего момента  $M_k > 0$  должно происходить уменьшение радиуса его качения, а при подводе тормозного  $M_k < 0$ , наоборот, – его увеличение. Анализ показывает, что такой характер изменения радиуса качения, предписываемый теоретическими формулами (12) и (13), полностью согласуется с результатами экспериментальных исследований радиуса качения различных типов пневматических шин [1–4, 6].

Для количественной оценки влияния крутящего момента на кинематический радиус колеса и проверки полученной формулы (12) проведен расчет значений  $r_k$  для колеса, оснащенного автомобильной шиной 260-20 (рис. 5).

Из этой расчетной зависимости хорошо видно, что с увеличением величины крутящего момента  $M_k$  кинематический радиус  $r_k$  колеса уменьшается. Причем, при отсутствии буксования и проскальзывания шины относительно опорной поверхности взаимосвязь радиуса ка-

чения и крутящего момента носит практически линейный характер. Поэтому не удивительно, что в свое время Е.А. Чудаков, проведя экспериментальные исследования, выбрал для аппроксимации эмпирической зависимости  $r_k$  от  $M_k$  именно линейную модель:

$$r_k = r_k^0 - \lambda \cdot M_k,$$

где  $\lambda$  – коэффициент тангенциальной эластичности шины.

Представленная на рисунке 5 расчетная зависимость  $r_k$  от  $M_k$  дает возможность оценить значение введенного Е.А. Чудаковым коэффициента тангенциальной эластичности. Для шин 260-20 он составляет  $(515 - 494)/6 = 3,5$  мм/кН·м или  $3,5 \cdot 10^{-6}$  1/Н. Это значение соответствует экспериментальным данным о крутильной жесткости шин данной размерности, предназначенных для грузовых автомобилей [4].

### Выводы

Таким образом, можно заключить, что под действием осевой нагрузки  $G_k$  и крутящего момента  $M_k$  происходят значительные изменения кинематического радиуса колеса, которые обусловлены радиальными и тангенциальными деформациями упругой шины. При этом степень чувствительности шины к действию указанных нагрузок определяется показателями ее основных упругих свойств, т.е. коэффициентами радиальной и крутильной жесткости, которые в совокупности с приложенными нагрузками и свободным радиусом формируют величину кинематического радиуса колеса. Полученные теоретическим путем формулы (10) и (12) в полной мере соответствуют результатам экспериментальных исследований и подтверждают, что в диапазоне умеренных значений осевой нагрузки  $G_k$  и крутящего момента  $M_k$  имеет место почти линейная взаимосвязь кинематического радиуса колеса с этими параметрами его силового нагружения.

### Литература

1. Чудаков Е.А. Качение автомобильного колеса // Труды Автомобильной лаборатории ИМ АН СССР, вып. 9. М.-Л.: Изд. АН СССР, 1948. 200 с.
2. Кнороз В.И., Кленников Е.В., Петров И.П. и др. Работа автомобильной шины / под ред. В.И. Кнороза. М.: Транспорт, 1976. 238 с.
3. Петрушов В.А., Московкин В.В., Евграфов А.Н. Мощностной баланс автомобиля. М.: Машиностроение, 1984. 160 с.

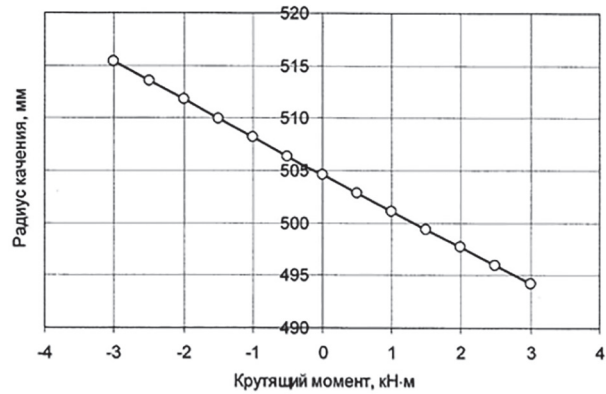


Рис. 5. Зависимость кинематического радиуса колеса с шиной 260-20 от величины момента при качении в тяговом и тормозном режимах при нагрузке  $G_k = 20$  кН и внутреннем давлении  $p_w = 0,45$  МПа

4. Бойков В.П., Белковский В.Н. Шины для тракторов и сельскохозяйственных машин. М.: Агропромиздат, 1988. 240 с.
5. ГОСТ 17697-72 Автомобили. Качение колеса. Термины и определения. М.: Издательство стандартов, 1972. 24 с.
6. Петров М.А., Ечестов Ю.А., Тюнев Ю.В. Экспериментальное исследование радиуса качения тормозящего колеса // Автомобильная промышленность, 1977. № 4. С. 16–18.

### References

1. Chudakov E.A. Kachenie avtomobil'nogo kolesa [Automotive wheel rolling]. Trudy Avtomobil'noy laboratorii IM AN SSSR, vyp. 9. Moscow-Leningrad: Izd. AN SSSR Publ., 1948. 200 p.
2. Knoroz V.I., Klennikov E.V., Petrov I.P. i dr. Rabota avtomobil'noy shiny [Automobile tire operation]. Pod red. V.I. Knoroza. Moscow: Transport Publ., 1976. 238 p.
3. Petrushov V.A., Moskovkin V.V., Evgrafov A.N. Moshchnostnoy balans avtomobilya [Power balance of vehicle]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1984. 160 p.
4. Boykov V.P., Belkovskiy V.N. Shiny dlya traktorov i sel'skokhozyaystvennykh mashin [Tires for tractors and agricultural machinery]. Moscow: Agropromizdat Publ., 1988. 240 p.
5. GOST 17697-72 Avtomobili. Kachenie kolesa. Terminy i opredeleniya [Automobiles. Wheel rolling. Terms and Definitions]. Moscow: Izdatel'stvo standartov Publ., 1972. 24 p.
6. Petrov M.A., Echeistov Yu.A., Tyunev Yu.V. Experimental study of the rolling radius of the braking wheel. Avtomobil'naya promyshlennost', 1977. No 4, pp. 16–18 (in Russ).