

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БОКОВОГО УВОДА ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА ПРИ ПАХОТЕ

MATHEMATICAL MODEL OF THE CATERPILLAR TRACTOR SIDE DRIVE DURING PLOWING

Б.М. ПОЗИН, д.т.н.
И.П. ТРОЯНОВСКАЯ, д.т.н.
Н.К. НОСКОВ

Южно-Уральский государственный университет (НИУ),
tripav@rambler.ru

B.M. POZIN, DSc in Engineering
I.P. TROYANOVSKAYA, DSc in Engineering
N.K. NOSKOV

South Ural State University (national research university),
tripav@rambler.ru

Вопросы курсовой устойчивости движения сельскохозяйственного тракторного агрегата приобретают наибольшую актуальность при пахоте, так как на плуге (в силу геометрии его рабочих поверхностей) возникает дополнительный разворачивающий момент, который может увести трактор в сторону от прямолинейного движения. Трактористу приходится часто подправлять движение трактора, что способствует быстрой его утомляемости и, как следствие, снижению производительности работ. Разработка математической модели движения трактора под действием внешней внецентренной нагрузки на крюке позволит определить предельное значение сдвигающей силы. Увод трактора под действием внешних сил (без участия со стороны тракториста) представляет собой пассивный поворот, которому в настоящее время в теории криволинейного движения гусеничного трактора уделено недостаточно внимания, так как теория поворота направлена, как правило, на исследования активного движения (при управляющем воздействии тракториста). Увод представляет собой совокупность управляемого прямолинейного движения и неуправляемого сдвига под действием боковой составляющей силы на крюке. Учитывая невысокие рабочие скорости движения трактора, можно составить квазистатическую модель криволинейного движения при уводе, которая состоит из дифференциальных уравнений движения и условий равновесия внешних сил при предельном страгивании. В результате решения системы представленных уравнений получены траектории движения трактора при различной нагрузке на крюке. Разработанная математическая модель позволяет: исследовать траекторию движения на различных почвенных фонах; найти оптимальные соотношения веса трактора и силы сопротивления на крюке; изучить влияние параметров рабочего органа (точки крепления плуга и угла наклона лемешной поверхности) на характеристики движения.

Ключевые слова: пассивный поворот, увод трактора, страгивание, внецентренная нагрузка, предельная сдвигающая сила, нагрузка на крюке.

The questions of the course stability of the movement of the agricultural tractor aggregate acquire the greatest urgency in the plowing, since an additional unfolding moment arises on the plow (due to the geometry of its working surfaces), which can lead the tractor aside from rectilinear motion. The tractor driver often has to correct the movement of the tractor, which contributes to its quick fatigue and, as a result, a decrease in the productivity of the work. The development of a mathematical model of the tractor's motion under the influence of an external eccentric load on the hook will allow to determine the limiting value of the shearing force. The withdrawal of the tractor under the influence of external forces (without participation from the tractor driver) is a passive turn, which currently is not paid enough attention in the theory of the curvilinear motion of the caterpillar tractor, since the theory of rotation is usually directed to the studies of active movement (under the control action of the tractor operator). The drift is a set of controlled rectilinear motion and uncontrolled shear under the action of the lateral component of force on the hook. Considering the low operating speeds of the tractor, it is possible to compile a quasistatic model of curvilinear motion during withdrawal, which consists of differential equations of motion and equilibrium conditions of external forces in the event of limiting friction. As a result of solving the system of presented equations, trajectories of the tractor's motion are obtained under different load on the hook. The developed mathematical model allows: to study the trajectory of motion on various soil backgrounds; find the optimal ratio of the weight of the tractor and the drag force on the hook; to study the influence of the parameters of the working element (the attachment point of the plow and the angle of inclination of the plow surface) on the characteristics of motion.

Keywords: passive turning, tractor withdrawal, traction, eccentric load, ultimate shearing force, hook load.

Введение

Пахота почвы является наиболее энергоемкой сельскохозяйственной операцией. При пахоте на плуге возникают поперечные составляющие силы сопротивления, приводящие к отклонению трактора от прямолинейной траектории, которое получило название увода [1], или пассивного поворота [2].

Цель исследования

Целью исследования является разработка математической модели увода гусеничного трактора под действием внешней внецентренной нагрузки на крюке.

Учитывая, что траектория увода трактора, как правило, представляет собой некую криволинейную траекторию [3], математическая модель должна описывать криволинейное движение тракторного агрегата. Существующая теория поворота гусеничного трактора направлена, как правило, на исследования активного поворота. Однако пассивный увод имеет не менее важное практическое значение, особенно для тракторов сельскохозяйственного назначения [4–7].

Методика исследования

Представим увод как совокупность активного прямолинейного движения под управлением тракториста и пассивный вращательный сдвиг машины под действием внешнего усилия на плуге [8, 9].

Модель управляемого движения гусеничного трактора представляет собой дифференциальные уравнения, позволяющие построить траекторию его движения.

Пассивный сдвиг – это начало (или конец) вращательного движения по условиям предельного трения [8]. При разработке математической модели бокового увода гусеничного трактора используем теорию трения Ф.А. Опейко [10, 11].

Результаты исследования и их обсуждение

При разработке математической модели рассмотрим сельскохозяйственный трактор общего назначения на операции вспашки почвы. Особенностью движения сельскохозяйственного трактора является малая, почти постоянная рабочая скорость при пахоте. Это делает правомерным принятие допущения об отсутствии касательного $a_t \approx 0$ и нормального $a_n \approx 0$ ускорений, действующих на трактор.

Тогда уравнения движения центра масс трактора в декартовой системе координат имеют вид:

$$X_c = X_0 + \int_S \cos \alpha dS \text{ и } Y_c = Y_0 + \int_S \sin \alpha dS,$$

где $X_c = 0$ и $Y_c = 0$ – начальные координаты криволинейной траектории; α – угол касательной к кривой в точке с осью X (рис. 1); dS – дифференциал дуги кривой в точке.

Представим дугу S через радиус кривизны ρ и угол касательной α соотношением $dS = \rho d\alpha$. Учитывая, что радиус кривизны $\rho(\tau)$ и угол $\alpha(\tau)$ являются переменными функциями времени, т.е.

$$\rho = V \frac{d\tau}{d\alpha} \text{ и } \alpha = \int_{\tau} \frac{V}{\rho} d\tau,$$

то уравнения траектории движения центра масс трактора примут вид:

$$X_c = \int_0^T V \cos \left(\int_0^t \frac{V}{\rho} d\tau \right) dt \text{ и } Y_c = \int_0^T V \sin \left(\int_0^t \frac{V}{\rho} d\tau \right) dt, \quad (1)$$

где t, T – текущее время и время всего процесса вспашки соответственно.

В результате, величина увода (бокового отклонения от прямолинейного движения) Y_c полностью определяется радиусом кривизны траектории ρ , который в свою очередь зависит от внешнего сдвигающего воздействия P со стороны плуга.

Поскольку криволинейное движение гусеничного трактора на пахоте почвы происходит на малых скоростях, то условие равновесия произвольной плоской системы сил имеют вид:

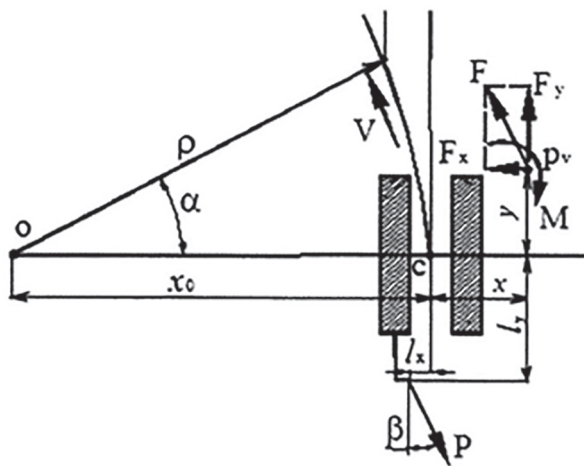


Рис. 1. Схема увода гусеничного трактора

$$\begin{cases} P \sin\beta - F_x = 0; \\ -P \cos\beta + F_y = 0; \\ l_y P \sin\beta + l_x P \cos\beta + x F_y + y F_x - M = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где P – внешняя крюковая нагрузка, действующая на плуг; β – угол между крюковой нагрузкой и продольной осью трактора (определяется конфигурацией плуга); l_x, l_y – плечи составляющих крюковой силы P относительно центра масс; x, y – неизвестные координаты центра скольжения гусениц относительно центра масс; F_x, F_y – проекции результирующей реакции со стороны грунта на трактор; M – результирующий момент трения в контакте гусениц с почвой (момент сопротивления повороту).

Из анализа уравнений равновесия (2) следует, что сдвиг (следовательно, и увод) наступает только в случае, когда сила P достигает предельного значения реакций со стороны грунта (F_x, F_y, M), которые в свою очередь ограничены трением сцепления.

Следовательно, для каждой точки приложения и направления сдвигающей силы существует только одно ее предельное значение, после которого имеет место сдвиг и увод, что подтверждено экспериментальными исследованиями [12].

Согласно теории трения Ф.А. Опейко [10, 11], силовые факторы в контакте с грунтом (F_x, F_y, M) тоже являются функциями неизвестных координат центра скольжения (x, y).

В случае приведения всех элементарных сил со стороны почвы к центру скольжения C (рис. 1) силовые факторы реакций (F_x, F_y, M) имеют вид:

$$\begin{cases} F_x = q \iint_{\eta\xi} \varphi \frac{y - \tau}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}} d\xi d\eta; \\ F_y = q \iint_{\eta\xi} \varphi \frac{x - \xi}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}} d\xi d\eta; \\ M = q \iint_{\eta\xi} \varphi \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} d\xi d\eta, \end{cases} \quad (3)$$

где q – нормальное давление гусеницы на почву; φ – коэффициент трения-сцепления гусеницы с почвой; ξ, η – текущие координаты точек контакта гусениц с грунтом. В связи с незначительной, по сравнению с длиной, шириной гусеницы последней можно прене-

бречь, что позволит заменить двумерные интегралы (3) одномерными погрешностью не более 2 % [13].

Введение переменного коэффициента трения-сцепления φ позволит учесть деформативные свойства почвы. В теории активного поворота гусеничных машин для описания переменного коэффициента φ используют зависимость, представленную в работе В.В. Кацыгина [14].

Особенностью увода трактора являются малые боковые смещения S точек гусеницы (на порядок меньше, чем при активном повороте). Следовательно, боковая деформация почвы находится в области упругой деформации, что позволяет использовать зависимость:

$$\varphi = \varphi_{\max} \frac{\delta}{\delta_{\max}}, \quad (4)$$

где $\varphi_{\max} 0,8 \dots 0,95$ – максимальное значение коэффициента сцепления гусеничного движителя с определенным типом грунта; $\delta_{\max} \approx 0,5$ – значение буксования, когда коэффициент сцепления достигает своего максимального значения; $\delta = x / (x + \rho)$ – текущее значение буксования в точке гусеницы, зависящее от радиуса кривизны ρ .

Пренебрегая шириной гусеницы и учитывая упругость почвы, посредством переменного коэффициента трения-сцепления (4), двойные интегралы силовых факторов (3) упрощаются:

$$\begin{cases} F_x = q \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\varphi_{\max}}{\delta_{\max}} \frac{(x + \rho)(y - \tau)}{\sqrt{\left(x - \frac{B}{2}\right)^2 + (y - \tau)^2}} d\eta; \\ F_y = q \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\varphi_{\max}}{\delta_{\max}} \frac{(x + \rho)\left(x - \frac{B}{2}\right)}{\sqrt{\left(x - \frac{B}{2}\right)^2 + (y - \eta)^2}} d\eta; \\ M = q \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\varphi_{\max}}{\delta_{\max}} (x + \rho) \sqrt{\left(x - \frac{B}{2}\right)^2 + (y - \eta)^2} d\eta, \end{cases}$$

где L, B – база и колея гусеничного трактора соответственно.

Таким образом, силовые факторы, возникающие в контакте гусеницы с грунтом, являются функциями неизвестного радиуса ρ кривизны трактории, значение которого вычисляется путем решения системы уравнений (2). Далее по законам движения (1) строится трактория трактора во времени.

С использованием разработанной математической модели был проведен численный эксперимент. Для примера проведены расчеты траектории движения гусеничного трактора Т-10 с плугом при различной крюковой нагрузке.

Результаты расчетов представлены на рис. 2.

Заключение

Разработана математическая модель увода гусеничного трактора при пахоте, позволяющая исследовать:

- траектории движения на различных типах почвы;
- оценить влияние значения внецентренной крюковой нагрузки на траекторию движения;
- изучить влияние параметров рабочего органа (точки крепления плуга и угла наклона лемешной поверхности) на характеристики движения;
- найти оптимальные соотношения веса трактора и сил сопротивления на крюке.

Литература

1. Трояновская И.П. Модель увода гусеничного трактора при пахоте // Техника в сельском хозяйстве. 2014. № 3. С. 29–31.
2. Позин Б.М., Трояновская И.П., Апанасик В.Г. Задачи пассивного поворота гусеничной машины (постановка, модель движения) // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия Машиностроение. 2007. Вып. 10. № 25 (97). С. 70–74.
3. Трояновская И.П. Исследование увода гусеничного пахотного трактора // Механізація та електрифікація сільського господарства. Україна: Глеваха. 2014. Т.2. Вып. 99. С. 161–168.
4. Егоров Л.И. Исследование некоторых вопросов управляемости гусеничных лесосечных машин: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Москва, 1972. 25 с.
5. Реймер В.В. Обоснование методики повышения эффективности эксплуатации колесных тракторов класса 1,4 при работе на наклонной опорной поверхности: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Оренбург, 2012. 24 с.
6. Рославцев А.В. Разработка методов и средств исследования движения машинно-тракторных агрегатов: автореф. дис. ... докт. техн. наук. Москва, 1996. 64 с.
7. Тарасова С.В. Обоснование способа курсовой стабилизации колесного трактора при выполне-

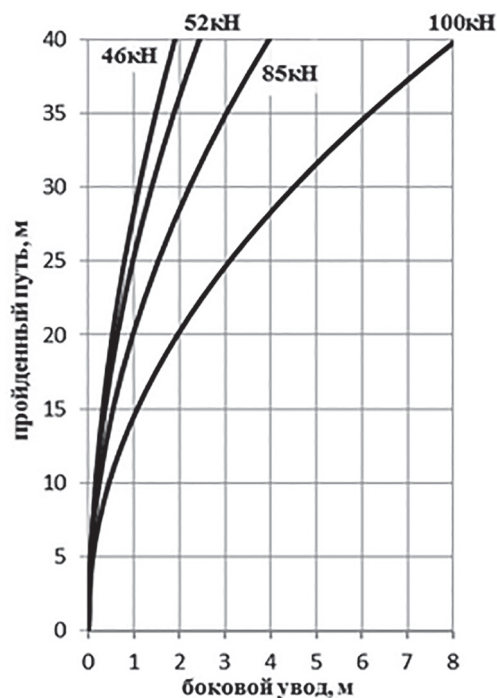


Рис. 2. Траектории движения трактора Т10 с различной крюковой нагрузкой

нии сельскохозяйственных операций на наклонной опорной поверхности: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Оренбург, 2015. 24 с.

8. Апанасик В.Г., Позин Б.М., Трояновская И.П. Задача страгивания в теории поворота транспортных и тяговых машин // Механика и процессы управления моторно-трансмиссионных систем транспортных машин: сборник научных трудов Всероссийской научно-технической конференции Уральского отделения Российской Академии Наук, Институт машиноведения, Курган: КГУ. 2003. С. 156–159.
9. Апанасик В.Г., Позин Б.М., Трояновская И.П. Пассивный поворот гусеничной машины (задача страгивания) // Достижение науки – агропромышленному производству: материалы XLIII Международной научно-технической конференции. Челябинск: ЧГАУ. 2004. Ч.2. С. 204–208.
10. Опейко Ф.А. Колесный и гусеничный ход. Минск: Акад. с.-х. наук БССР, 1960. 228 с.
11. Гуськов В.В., Опейко А.Ф. Теория поворота гусеничных машин. М.: Машиностроение, 1984. 168 с.
12. Апанасик В.Г., Бурматов В.А., Костюченко В.И. и др. Экспериментальные исследования пассивного поворота гусеничной машины при страгивании // Достижение науки – агропромышленному производству: материалы XLIII Международной научно-технической конференции. Челябинск: ЧГАУ. 2004. Ч. 2. С. 201–204.

13. Позин Б.М. Совершенствование параметров промышленных гусеничных тракторов: дис. ... докт. техн. наук, Москва, 1991. 62 с.
14. Кацыгин В.В. Основы теории выбора оптимальных параметров сельскохозяйственных машин и орудий // В кн.: Вопросы сельскохозяйственной механики. Минск: Урожай, 1965. Т. 13. С. 31–64.

References

1. Troyanovskaya I.P. Model of crawler tractor removal during plowing. *Tekhnika v sel'skom khozyaystve*. 2014. No 3, pp. 29–31 (in Russ.).
2. Pozin B.M., Troyanovskaya I.P., Apanasik V.G. Tasks of passive rotation of a tracked vehicle (setting, motion model). *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya Mashinostroenie* [Bulletin of the South Ural State University. Mechanical Engineering series]. 2007. Vyp.10. No 25(97), pp. 70–74 (in Russ.).
3. Troyanovskaya I.P. Research of crawler tractor traction. *Mekhanizatsiya ta elektrifikatsiya sil's'kogo gospodarstva. Ukraina: Glevakha*. 2014. Vol. 2. Vip. 99, pp. 161–168 (in Russ.).
4. Egorov L.I. Issledovanie nekotorykh voprosov upravlyaemosti gusenichnykh lesosechnykh mashin: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [Research of some questions of controllability of caterpillar logging machines: abstract of dissertation for degree of Candidate of technical sciences]. Moscow, 1972. 25 p.
5. Reymer V.V. Obosnovanie metodiki povysheniya effektivnosti ekspluatatsii kolesnykh traktorov klassa 1,4 pri rabote na naklonnoy opornoй poverkhnosti: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [The substantiation of a technique of increase of efficiency of operation of wheel tractors of a class 1,4 at work on the inclined support surface: abstract of dissertation for degree of Candidate of technical sciences]. Orenburg, 2012. 24 p.
6. Roslavtsev A.V. Razrabotka metodov i sredstv issledovaniya dvizheniya mashinno-traktornykh agregatov: avtoref. dis. ... dokt. tekhn. nauk [Development of methods and means for investigating the movement of machine-tractor units: abstract of dissertation for degree of Candidate of technical sciences]. Moscow, 1996. 64 p.
7. Tarasova S.V. Obosnovanie sposoba kursovoy stabilizatsii kolesnogo traktora pri vypolnenii sel'skokhozyaystvennykh operatsiy na naklonnoy opornoй poverkhnosti: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [Justification of the method of course stabilization of the wheeled tractor when performing agricultural operations on an inclined support surface: abstract of dissertation for degree of Candidate of technical sciences]. Orenburg, 2015. 24 p.
8. Apanasik V.G., Pozin B.M., Troyanovskaya I.P. The problem of striking in the theory of turning transport and traction machines. *Mekhanika i protsessy upravleniya motornotransmissionnykh sistem transportnykh mashin: sbornik nauchnykh trudov Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii Ural'skogo otdeleniya Rossiyskoy Akademii Nauk, Institut mashinovedeniya* [Mechanics and control processes of motor-transmission systems of transport vehicles: a collection of scientific papers of the All-Russian Scientific and Technical Conference of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, the Institute of Engineering Science], Kurgan: KGU Publ. 2003, pp. 156–159 (in Russ.).
9. Apanasik V.G., Pozin B.M., Troyanovskaya I.P. Passive rotation of a tracked vehicle (breakaway task). *Dostizhenie nauki – agropromyshlennomu proizvodstvu: materialy XLIII Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii* [Achievement of science for agro-industrial production: materials of the XLIII International Scientific and Technical Conference]. Chelyabinsk: ChGAU Publ. 2004. Ch. 2, pp. 204–208 (in Russ.).
10. Opeyko F.A. Kolesnyy i gusenichnyy khod [Wheel and caterpillar drive]. Minsk: Akad. s.-kh. nauk BSSR Publ., 1960. 228 p.
11. Gus'kov V.V., Opeyko A.F. Teoriya povorota gusenichnykh mashin [Theory of turn of caterpillar vehicles]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1984. 168 p.
12. Apanasik V.G., Burmatov V.A., Kostyuchenko V.I. i dr. Experimental studies of the passive turn of a tracked vehicle in the case of breakaway. *Dostizhenie nauki – agropromyshlennomu proizvodstvu: materialy XLIII Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii* [Achievement of science for agro-industrial production: materials of the XLIII International Scientific and Technical Conference]. Chelyabinsk: ChGAU Publ. 2004. Ch. 2, pp. 201–204 (in Russ.).
13. Pozin B.M. Sovershenstvovanie parametrov promyshlennykh gusenichnykh traktorov: dis. ... dokt. tekhn. nauk [Improvement of the parameters of industrial caterpillar tractors: dissertation for degree of Candidate of technical sciences], Moscow, 1991. 62 p.
14. Katsygin V.V. Fundamentals of the theory of choosing the optimal parameters of agricultural machinery and tools. V kn.: *Voprosy sel'skokhozyaystvennoy mekhaniki* [In: Problems of Agricultural Mechanics]. Minsk: Urozhay Publ., 1965. Vol. 13, pp. 31–64 (in Russ.).