

# ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ГУСЕНИЧНОГО ДВИЖИТЕЛЯ С ГРУНТОМ ПРИ ПОВОРОТЕ МАШИНЫ

## THE EFFECT OF ANISOTROPY ON THE INTERACTION OF THE CATERPILLAR PROPELLER WITH THE SOIL DURING THE VEHICLE TURN

**А.О. ЖАКОВ<sup>1</sup>**  
**И.П. ТРОЯНОВСКАЯ<sup>1,2</sup>**, д.т.н.

<sup>1</sup> Южно-Уральский государственный университет,  
Челябинск, Россия

<sup>2</sup> Южно-Уральский государственный аграрный  
университет, Троицк, Россия, tripav63@mail.ru

**A.O. ZHAKOV<sup>1</sup>**  
**I.P. TROYANOVSKAYA<sup>1,2</sup>**, DSc in Engineering

<sup>1</sup> South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

<sup>2</sup> South Ural State Agrarian University, Troitsk, Russia,  
tripav63@mail.ru

В статье рассмотрено силовое взаимодействие гусеничного движителя с грунтом при повороте машины. Поскольку более 70 % реакций грунта по своей природе являются силами трения, то за основу взята математическая теория трения Ф.А. Опейко. Согласно теории, результирующая сила и момент трения являются взаимосвязанными величинами, определяемыми положением мгновенного центра скольжений. При увеличении момента трения сила уменьшается и наоборот. Поскольку любой гусеничный движитель имеет грунтозацепы, то взаимодействие его с грунтом в продольном и поперечном направлениях становятся различным. В рамках принятого подхода анизотропия силового взаимодействия движителя с грунтом выражается в различных коэффициентах трения в продольном и поперечном направлении. Кроме того, имеет место принципиально разный характер взаимодействия с грунтом. В поперечном направлении наблюдается чистый срез. В продольном направлении перед началом среза грунт сминается за счет своих упругих свойств. В статье приведена математическая модель силового взаимодействия гусеничного движителя с грунтом с учетом анизотропии взаимодействия. Упругие свойства грунта в продольном направлении учитываются за счет переменного коэффициента трения, введенного под знак интеграла. В качестве функции применен гиперболический тангенс, поскольку он позволяет вводить наименьшее число эмпирических коэффициентов. На основе представленной математической модели силового взаимодействия были проведены численные расчеты. Результаты представлены в графическом виде, что позволяет наглядно оценить влияние анизотропии. Расчеты показали, что различия в значениях силы трения за счет учета анизотропии может достигать 50 %, а момента трения – до 10 %.

*Ключевые слова:* гусеничный движитель, криволинейное движение, силовое взаимодействие, анизотропия, контакт с грунтом, сила трения, момент трения.

The article discusses the force interaction of the caterpillar propeller with the ground during the vehicle turn. Since more than 70 % of soil reactions are inherently friction forces, the article is based on the Fyodor Opeiko mathematical theory of friction. According it, the resulting force and the moment of friction are interrelated quantities determined by the position of the instantaneous center of sliding. With increasing the moment of friction, the force decreases and vice versa. Since any caterpillar mover has lugs, its interaction with the soil in the longitudinal and transverse directions becomes different. In the frame-work of the adopted approach, the anisotropy of the force interaction of the propulsion with the soil is ex-pressed in various friction coefficients in the longitudinal and transverse directions. In addition, there is a fundamentally different nature of the interaction with the soil. In the transverse direction, a clean cut is observed. In the longitudinal direction, before the start of the cut, the soil is crushed due to its elastic properties. The article presents a mathematical model of the force interaction of a caterpillar propeller with soil, taking into account the anisotropy of the interaction. The elastic properties of the soil in the longitudinal direction are taken into account due to the variable coefficient of friction introduced under the integral sign. Hyperbolic tangent is used as a function, since it allows one to introduce the smallest number of empirical coefficients. Based on the presented mathematical model of force interaction, numerical calculations were performed. The results are presented in graphical form, which allows to visually assess the effect of anisotropy. The calculations showed that the differences in the values of the friction force due to taking into account anisotropy can reach 50 %, and the moment of friction up to 10 %.

*Keywords:* tracked propeller, curvilinear motion; force interaction; anisotropy; contact with the ground; friction force; friction moment.

## Введение

При движении транспортного средства на него со стороны грунта действуют силы реакций. Наибольший интерес представляет формирование этих сил в процессе криволинейного движения машины [1–4], когда в каждой точке контакта кроме продольных сил, возникают и поперечные составляющие. В теории движения колесных машин они часто объясняются упругими свойствами шины, приводящими к боковому уводу [5–6]. Для гусеничных машин, имеющих большие смещения точек гусениц в поперечном направлении, эти силы являются составляющими силы трения. Согласно исследованиям Г.М. Татарчука [7], на долю трения скольжения опорной поверхности приходится не менее 73–82 % сил, возникающих в контакте гусеницы с грунтом при повороте машины.

Особенностью сил трения скольжения является их ограничение по предельному значению. Это ограничение касается результирующей силы трения в каждой точке контакта [8], поэтому применение принципа независимости при формировании силовых факторов в контакте с грунтом недопустимо [9]. Следовательно, зависимость между силой и моментом трения в контакте однозначна и подчиняется математической теории трения [10].

Необходимо отметить, что силовой контакт гусеничного движителя с грунтом представляет собой не чистое трение скольжение, а включает элементы сцепления грунтозацепов с верхним слоем почвы и ее упругое смятие. В результате картина взаимодействия приобретает черты анизотропии.

## Цель исследований

Оценка влияния анизотропии на формирование силовых факторов (силу и момент трения), возникающих в контакте гусеницы с грунтом при повороте машины.

## Материалы и методы

Первые шаги в описании сил трения при криволинейном движении тела были сделаны еще в конце XVIII века Н.Н. Шиллером [11] и Н.Е. Жуковским [12]. Рассмотрим формирование сил трения при криволинейном скольжении тела по шероховатой поверхности подробнее (рис. 1).

При криволинейном движении скольжение представляет собой мгновенно вращатель-

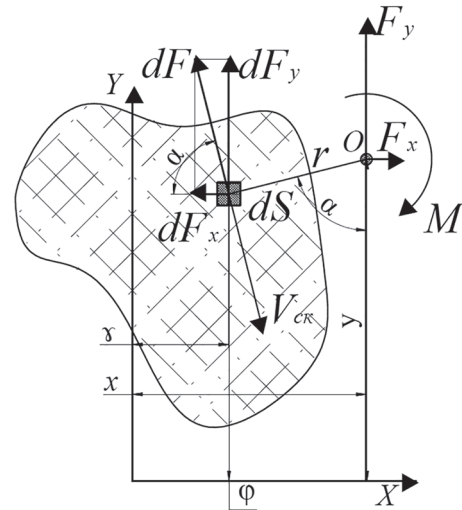


Рис. 1. Схема сил, действующих в контактной площадке движителя с грунтом

ное движение относительно центра  $O$  с координатами  $x$  и  $y$ . Скорость скольжения  $V_{ск}$  любой бесконечно малой площадки контакта  $dS$  направлена перпендикулярно радиус-вектору  $r$ , опущенному из мгновенного центра скольжения. Элементарная сила трения  $dF$  всегда направлена в противоположную скорости скольжения сторону. Разложим вектор  $dF$  на поперечную  $x$  и продольную  $y$  оси. Проекции  $dF_y$  и  $dF_x$  определяются:

$$\begin{aligned} dF_x &= dF \cos(\alpha), \\ dF_y &= dF \sin(\alpha); \end{aligned} \quad (1)$$

$$r = \sqrt{(y - \varphi)^2 + (x - \gamma)^2}, \quad (2)$$

где  $x, y$  – координаты мгновенного центра скольжения;  $\gamma, \varphi$  – координаты элементарной площадки  $dS$ .

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= (x - \gamma)/r, \\ \cos(\alpha) &= (y - \varphi)/r. \end{aligned} \quad (3)$$

В результате приведения всех элементарных сил к мгновенному центру скольжения получим:

$$\begin{cases} dF_x = -dF \frac{y - \varphi}{\sqrt{(y - \varphi)^2 + (x - \gamma)^2}} \\ dF_y = dF \frac{x - \gamma}{\sqrt{(y - \varphi)^2 + (x - \gamma)^2}} \\ dM_o = dF \sqrt{(y - \varphi)^2 + (x - \gamma)^2} \end{cases} \quad (4)$$

При скольжении каждая элементарная сила трения  $dF$  достигает своего максимального значения  $dF = \mu q dS$ , где  $\mu$  – коэффициент трения;  $q$  – нормальное давление. Просуммировав все элементарные силы (4), получим:

$$\begin{cases} F_x = -\iint_{\varphi\gamma} \mu q \frac{y-\varphi}{\sqrt{(y-\varphi)^2+(x-\gamma)^2}} d\varphi d\gamma, \\ F_y = \iint_{\varphi\gamma} \mu q \frac{x-\gamma}{\sqrt{(y-\varphi)^2+(x-\gamma)^2}} d\varphi d\gamma, \\ M_o = \iint_{\varphi\gamma} \mu q \sqrt{(y-\varphi)^2+(x-\gamma)^2} d\varphi d\gamma. \end{cases} \quad (5)$$

При решении конкретных задач удобнее прикладывать реакции грунта в середине пятна контакта. Перенесем силовые факторы в центр контакта:

$$\begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \\ M_c = M_o + yF_x - xF_y. \end{cases} \quad (6)$$

### Результаты и обсуждение

Для анализа взаимосвязи между силой и моментом трения было проведено численное моделирование системы (6) с помощью программного пакета MatCad. Графическое изображение результирующей силы  $F$  и момента  $M_c$  трения представлены на рис. 2.

Легко увидеть взаимную связь между результирующей силой  $F$  и моментом  $M_c$  трения. При нулевой результирующей силе момент

$$\begin{cases} F_x = -\int_{-0,5L}^{0,5L} \left[ \int_{-0,5(B+b)}^{-0,5(B-b)} \frac{\mu_x q (y-\varphi) d\gamma}{\sqrt{(y-\varphi)^2+(x-\gamma)^2}} + \int_{0,5(B-b)}^{0,5(B+b)} \frac{\mu_x q (y-\varphi) d\gamma}{\sqrt{(y-\varphi)^2+(x-\gamma)^2}} \right] d\varphi, \\ F_y = \int_{-0,5L}^{0,5L} \left[ \int_{-0,5(B+b)}^{-0,5(B-b)} \frac{\mu_y q (x-\gamma) d\gamma}{\sqrt{(y-\varphi)^2+(x-\gamma)^2}} + \int_{0,5(B-b)}^{0,5(B+b)} \frac{\mu_y q (x-\gamma) d\gamma}{\sqrt{(y-\varphi)^2+(x-\gamma)^2}} \right] d\varphi, \\ M_o = \int_{-0,5L}^{0,5L} \left[ \int_{-0,5(B+b)}^{-0,5(B-b)} \frac{\mu_x q (y-\varphi)^2 + \mu_y q (x-\gamma)^2}{\sqrt{(y-\varphi)^2+(x-\gamma)^2}} d\gamma + \int_{0,5(B-b)}^{0,5(B+b)} \frac{\mu_x q (y-\varphi)^2 + \mu_y q (x-\gamma)^2}{\sqrt{(y-\varphi)^2+(x-\gamma)^2}} d\gamma \right] d\varphi. \end{cases} \quad (7)$$

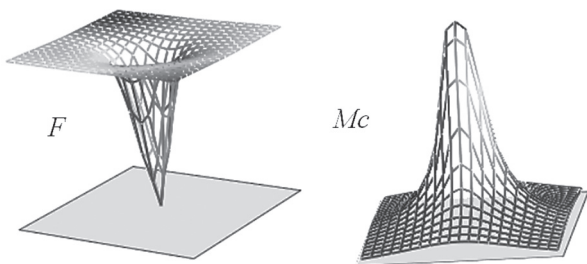


Рис. 2. Графическое изображение силы  $F$  и момента  $M_c$  трения

имеет максимальное значение, что соответствует вращению вокруг центра контакта. При нулевом моменте сила достигает своего максимального значения, что соответствует поступательному скольжению пятна контакта.

### Анизотропия взаимодействия

Наличие грунтозацепов на подошве гусеничного движителя приводит к анизотропии взаимодействия, что отражается в разных коэффициентах трения в продольном  $\mu_y$  и поперечном  $\mu_x$  направлении [13–14]. Коэффициент сцепления в продольном направлении всегда больше, чем в поперечном направлении  $\mu_y > \mu_x$ .

Введем пределы интегрирования  $\varphi$  и  $\gamma$  согласно полному контакту гусеничного движителя с грунтом (рис. 3):

– в продольном направлении  $\varphi = -0,5L \dots 0,5L$ , где  $L$  – база машины;

– в поперечном направлении  $\gamma = -0,5(B + b) \dots -0,5(B - b)$  и  $\gamma = -0,5(B - b) \dots 0,5(B + b)$ , где  $B$  – коляса гусеничной машины;  $b$  – ширина гусеницы;

Несмотря на то что внесение нормального давления  $q$  под интегральные зависимости (5) позволяет учесть любой закон изменения его по площадке контакта, остановимся пока на равномерном его распределении:  $q = G/2Lb$  где  $G$  – вес машины.

Тогда силовые факторы (5), входящие в систему (6), приобретают вид:

На графическом изображении зависимостей силы трения  $F$  и момента  $M_c$  трения в контакте (рис. 4) влияние анизотропии проявляется в асимметрии результирующей силы трения.

### Упругие свойства грунта

Еще одной особенностью анизотропии взаимодействия является разный характер взаимодействия грунтозацепов с почвой, что объясняется их расположением.

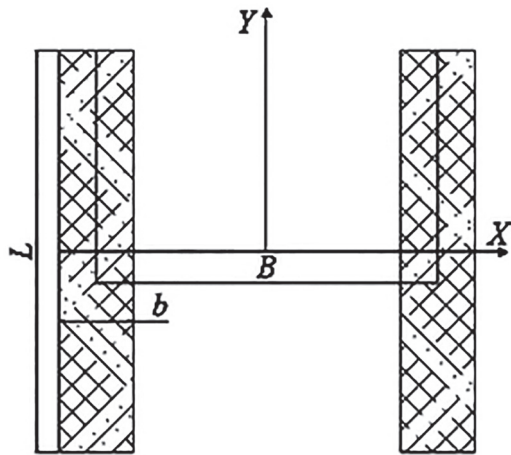


Рис. 3. Форма и размеры контакта гусеничной машины с грунтом

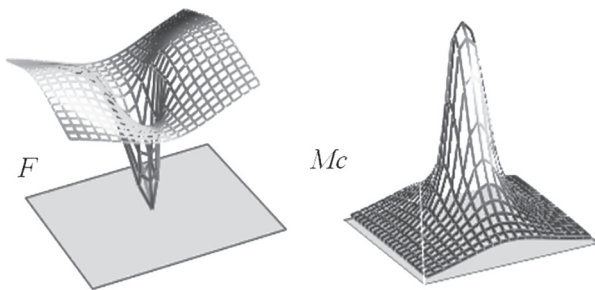


Рис. 4. Графическое изображение силы  $F$  и  $M_c$  трения с учетом анизотропии

В продольном направлении вначале происходит упругое смятие грунта, и только при достижении касательных напряжений предельного значения начинается сдвиг срезанного грунтозацепами слоя почвы [15–16]. В поперечном направлении упругая составляющая

отсутствует, так как срез грунта начинается в самом начале поперечного смещения.

Для учета упругих свойств грунта в продольном направлении необходимо продольный коэффициент трения  $\mu_y$  сделать переменным. Зависимость коэффициента сцепления (продольного трения  $\mu_y$ ) от буксования  $\delta$  хорошо известна (рис. 5), хотя описывается она у разных авторов по-разному [17–18].

Наиболее широкое применение получила формула В.В. Кацыгина [19], полученная им по результатам обработки экспериментов В.П. Запольского [20]. Формула обладает наименьшим количеством эмпирических коэффициентов и позволяет описывать любой тип грунта.

В обработке И.П. Трояновской [21] зависимость коэффициента сцепления  $\mu_y$  от буксования  $\delta$  имеет вид:

$$\mu_y(\delta, a) = \mu_y \tanh(\delta, a), \quad (8)$$

где  $\tanh(x) = (e^x - e^{-x}) / (e^x + e^{-x})$  – гиперболический тангенс;  $\delta$  – буксование;  $a$  – эмпирический коэффициент, характеризующий упругие свойства грунта.

Буксование в каждой точке контакта будет разное, и зависит оно от поперечной координаты точки относительно центра скольжения  $(x - y)$  и радиуса поворота машины  $R$ :

$$\delta(x, y) = (x - \gamma) / (R + x). \quad (9)$$

Учитывая введенные зависимости (8–9), окончательный вид силовых факторов, возникающих в контакте гусеничного движителя с грунтом на повороте машины, имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} F_x &= - \int_{-0,5L}^{0,5L} \left[ \int_{-0,5(B+b)}^{-0,5(B-b)} \frac{\mu_x q(y-\varphi) d\gamma}{\sqrt{(y-\varphi)^2 + (x-\gamma)^2}} + \int_{0,5(B-b)}^{0,5(B+b)} \frac{\mu_x q(y-\varphi) d\gamma}{\sqrt{(y-\varphi)^2 + (x-\gamma)^2}} \right] d\varphi, \\ F_y &= \int_{-0,5L}^{0,5L} \left[ \int_{-0,5(B+b)}^{-0,5(B-b)} \frac{\mu_y q \tanh[a(x-\gamma)/(R+x)](x-\gamma)}{\sqrt{(y-\varphi)^2 + (x-\gamma)^2}} d\gamma + \int_{0,5(B-b)}^{0,5(B+b)} \frac{\mu_y q \tanh[a(x-\gamma)/(R+x)](x-\gamma)}{\sqrt{(y-\varphi)^2 + (x-\gamma)^2}} d\gamma \right] d\varphi, \\ M_o &= \int_{-0,5L}^{0,5L} \left[ \int_{-0,5(B+b)}^{-0,5(B-b)} \frac{\mu_x q(y-\varphi)^2 + \mu_y q \tanh[a(x-\gamma)/(R+x)](x-\gamma)^2}{\sqrt{(y-\varphi)^2 + (x-\gamma)^2}} d\gamma + \int_{0,5(B-b)}^{0,5(B+b)} \frac{\mu_x q(y-\varphi)^2 + \mu_y q \tanh[a(x-\gamma)/(R+x)](x-\gamma)^2}{\sqrt{(y-\varphi)^2 + (x-\gamma)^2}} d\gamma \right] d\varphi. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

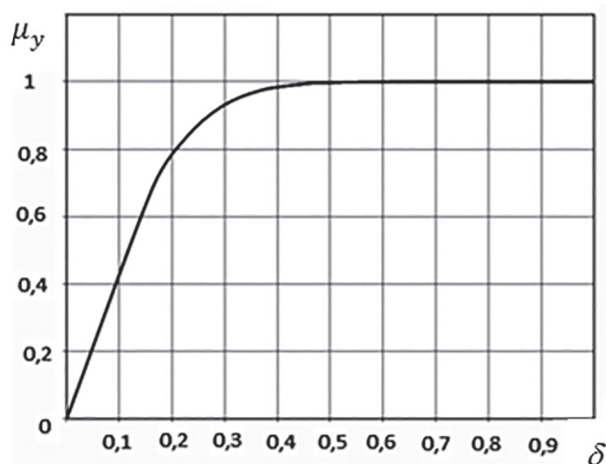


Рис. 5. Зависимость коэффициента сцепления  $\mu_y$  от буксования  $\delta$

Графическая интерпретация формул (10) представлена на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что введение упругих свойств грунта только в продольном направлении усиливает асимметрию силовых факторов, которая теперь наблюдается не только у результирующей силы трения  $F$ , но и у момента  $M_c$  трения. Анализ на основе численного расчета показал, что различия в значениях силовых факторов по формулам (5) и (10) может составлять до 50 % по силе трения и до 10 % – по моменту трения.

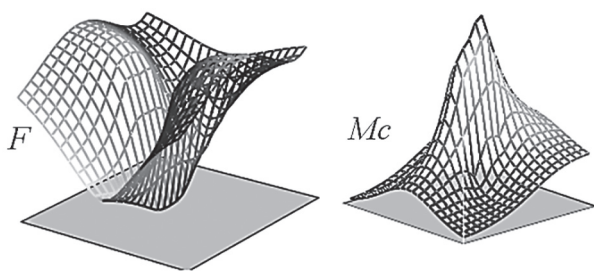


Рис. 6. Графическое изображение силы  $F$  и момента  $M_c$  трения с учетом анизотропии и упругих свойств грунта в продольном направлении

### Выводы

Реакции связей, возникающие в контакте гусеницы с грунтом при повороте машины, по своей природе на 73–80 % состоят из сил трения. Формирование силовых факторов на основе математической теории трения доказало взаимосвязь между силой и моментом трения, значения которых однозначно определяются положением мгновенного центра скольжений.

Наличие грунтозацепов приводит к анизотропии силового взаимодействия. Предельный коэффициент трения в продольном направлении всегда больше, чем в поперечном направлении. Это отражается в асимметрии результирующей силы трения.

Поперечное расположение грунтозацепов способствует различному характеру взаимодействия с грунтом. В поперечном направлении сразу наблюдается срез грунта, что отражается в постоянном максимальном коэффициенте трения. В продольном направлении грунт вначале сминается под действием грунтозацепов и только при достижении предельных напряжений срезается. В математической модели упругие свойства грунта отражаются введением переменного коэффициента трения на основе гиперболического тангенса. Учет упругих свойств грунта в продольном направлении привел к появлению асимметрии момента трения и усилению ее в результирующей силе трения.

Численный анализ показал, что пренебрежение влиянием анизотропии при описании силового взаимодействия гусеницы с грунтом при повороте машины может привести к серьезным ошибкам, так как изменение значения силы трения может достигать 50 %, а момента – до 10 %.

### Литература

1. Беляев А.Н., Свистов В.В., Тришина Т.В. Определение сил при повороте трактора со всеми управляемыми колесами // Вестник воронежского государственного аграрного университета. 2016. № 50 (3). С. 132–140.
2. Кравец В.Н., Мусарский Р.А. Исследование скольжения колес при повороте автомобиля // Известия высших учебных заведений. Серия «Машиностроение». 2014. № 651 (6). С. 35–38.
3. Котиев Г.О., Чернышев Н.В., Горелов В.А. Математическая модель криволинейного движения автомобиля с колесной формулой 8x8 при различных способах управления поворотом // Журнал автомобильных инженеров. 2009. № 55 (25). С. 34–39.
4. Ларин В.В. Методы прогнозирования опорной проходимости многоосных колесных машин на местности: дис. ... докт. техн. наук. М., 2007. 223 с.
5. Абдулгасис А.У. Динамическая модель взаимосвязи углов увода эластичной шины автомобиля с ее жесткостными характеристиками // Ученые записки Крымского инженерно-педагогического университета. 2016. № 53 (3). С. 51–54.

6. Гладов Г.И., Пресняков Л.А. Параметры криволинейного движения специальных транспортных средств // Автомобильная промышленность. 2017. № 5. С. 22–23.
7. Татарчук Г.М. Изучение составляющих сопротивления повороту гусеничного трактора при помощи динамометрического звена // Тракторы и сельхозмашины. 1958. Т. 2. С. 5–7.
8. Вязников М.В. Использование теории комбинированного трения при составлении математической модели криволинейного движения гусеничной машины // Наука и образование. 2014. № 12. С. 279–290.
9. Опейко Ф.А. Колесный и гусеничный ход. Минск: АСН БССР, 1960. 228 с.
10. Опейко Ф.А. Математическая теория трения. Минск: АСХ БССР, 1971. 149 с.
11. Шиллер Н.Н. Заметки о равновесии твердого тела при действии трения на некоторую плоскую часть его поверхности // Труды отделения физических наук общества любителей естествознания. 1892. № 5 (1). С. 17–19.
12. Жуковский Н.Е. Условие равновесия твердого тела, опирающегося на неподвижную плоскость некоторой площадкой и могущего перемещаться вдоль этой плоскости с трением // Труды отделения физических наук общества любителей естествознания. 1897. № 9 (1). С. 339–354.
13. Алябьев А.Ф., Калинин С.Ю. Модель взаимодействия гусеницы трактора с грунтом // Лесной вестник. 2016. № 20 (2). С. 173–178.
14. Берестов Е.И., Кулабухов А.В., Печковская О.Е. Исследование разрушения грунта траками гусеничных машин // Механизация строительства. 2014. № 10. С. 21–25.
15. Берестов Е.И., Кулабухов А.В. О повышении сцепления движителей гусеничных машин с грунтом // Строительные и дорожные машины. 2010. № 5. С. 50–56.
16. Мисиров М.Х., Канкулова Ф.Х. Определение условий для разрушения отрывом и сдвигом при резании почв и грунтов клином // АгроЭко-Инфо. 2018. № 1 (31), С. 36.
17. Соколов В.В. Аппроксимация кривой буксования трактора // Вестник АлГАУ. 2018. № 9 (167). С. 165–170.
18. Позин Б.М. Вопросы методологии в теории тяговой характеристики трактора. Челябинск: ЧГАА. 2006. 123 с.
19. Кацыгин В.В. О закономерности сопротивления почв сжатию // Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства. 1962. № 4. С. 28–31.
20. Запольский В.П. Исследования сцепных свойств и обоснование параметров траков гусеничных движителей: дис. ... канд. техн. наук. Минск, 1971. 160 с.
21. Трояновская И.П. Взаимодействие гусеничного движителя с грунтом на повороте // Тракторы и сельхозмашины. 2007. № 12. С. 19–20.

## References

1. Belyaev A.N., Svistov V.V., Trishina T.V. Determination of forces when turning an all-wheel drive tractor. Vestnik voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2016. No 50 (3), pp. 132–140 (in Russ.).
2. Kravec V.N., Musarskij R.A. Study of wheel slip during vehicle turn. Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Seriya «Mashinostroenie». 2014. No 651 (6), pp. 35–38 (in Russ.).
3. Kotiev G.O., Chernyshev N.V., Gorelov V.A. A mathematical model of the curvilinear movement of 8x8 axle configuration vehicle. Zhurnal avtomobil'nyh inzhenerov. 2009. No 55 (25), pp. 34–39 (in Russ.).
4. Larin V.V. Metody prognozirovaniya opornoj prohodimosti mnogoosnyh kolesnyh mashin na mestnosti: dis. ... dokt. tekhn. nauk [Prediction methods of support patency of multi-axle wheeled vehicles on the ground: Dissertation for Degree of Dr.Eng.]. Moscow, 2007. 223 p.
5. Abdulgazis A.U. A dynamic model of the relationship between the angles of drift of an elastic tire of the automobile with its stiffness characteristics. Uchenye zapiski Krymskogo inzhenerno-pedagogicheskogo universiteta. 2016. No 53 (3), pp. 51–54 (in Russ.).
6. Gladov G.I., Presnyakov L.A. Parameters of curvilinear movement of special vehicles. Avtomobil'naya promyshlennost'. 2017. No 5, pp. 22–23 (in Russ.).
7. Tatarchuk G.M. The study of the components of the resistance to the rotation of the caterpillar tractor using a torque link. Traktory i sel'hoz mashiny. 1958. Vol. 2, pp. 5–7 (in Russ.).
8. Vyaznikov M.V. Implementation of the theory of combined friction in the preparation of a mathematical model of the curved motion of a tracked vehicle. Nauka i obrazovanie. 2014. No 12, pp. 279–290 (in Russ.).
9. Opejko F.A. Kolesnyj i gusenichnyj hod [Wheel and caterpillar vehicles]. Minsk: ASN BSSR Publ., 1960. 228 p.
10. Opejko F.A. Matematicheskaya teoriya treniya [Mathematical theory of friction]. Minsk: ASKH BSSR Publ., 1971. 149 p.

11. Shiller N.N. Notes on the equilibrium of a solid under the action of friction on some flat part of its surface. *Trudy otdeleniya fizicheskikh nauk obshchestva lyubitelej estestvoznaniya*. 1892. No 5 (1), pp. 17–19 (in Russ.).
12. Zhukovskij N.E. The equilibrium condition for a solid body resting on a fixed plane with a certain platform and able to move along this plane with friction. *Trudy otdeleniya fizicheskikh nauk obshchestva lyubitelej estestvoznaniya*. 1897. No 9 (1), pp. 339–354 (in Russ.).
13. Alyab'ev A.F., Kalinin S.YU. Tractor track soil interaction model. *Lesnoj vestnik*. 2016. No 20 (2), pp. 173–178 (in Russ.).
14. Berestov E.I., Kulabuhov A.V., Pechkovskaya O.E. The study of soil destruction by tracks of caterpillar vehicles. *Mekhanizaciya stroitel'stva*. 2014. No 10, pp. 21–25 (in Russ.).
15. Berestov E.I., Kulabuhov A.V. Increasing the adhesion of tracked vehicle propellers with soil. *Stroitel'nye i dorozhnye mashiny*. 2010. No 5, pp. 50–56 (in Russ.).
16. Misirov M.H., Kankulova F.H. Determination of conditions for breaking by separation and shear when cutting soils and ground with a wedge. *AgroEkoInfo*. 2018. No 1 (31), pp. 36 (in Russ.).
17. Sokolov V.V. Approximation of the tractor slip curve. *Vestnik AIGAU*. 2018. No 9 (167), pp. 165–170 (in Russ.).
18. Pozin B.M. *Voprosy metodologii v teorii tyagovoj karakteristiki traktora [Methodological issues in the theory of tractor traction characteristics]*, CHelyabinsk: CHGAA Publ., 2006. 123 p.
19. Kacygin V.V. Patterns of soil resistance to compression. *Mekhanizaciya i elektrifikaciya socialisticheskogo sel'skogo hozyajstva*. 1962. No 4, pp. 28–31 (in Russ.).
20. Zapol'skij V.P. *Issledovaniya scepnyh svojstv i obosnovanie parametrov trakov gusenichnyh dvizhitelej: dis. ... kand. tekhn. nauk [Studies of coupling properties and justification of the parameters of tracks of caterpillar propellers: Dissertation for Degree of Ph.D. (Engineering)]*. Minsk, 1971. 160 p.
21. Troyanovskaya I.P. Interaction of the caterpillar propeller with the ground on the turn. *Traktory i sel'hozmashiny*. 2007. No 12, pp. 19–20 (in Russ.).