

# МЕТОДИКА ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЕМПФИРОВАНИЯ ДЛЯ ДЕМПФЕРОВ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОЛЕНЧАТЫХ ВАЛОВ АВТОТРАКТОРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

## METHOD OF SELECTION OF OPTIMAL DAMPING COEFFICIENTS FOR TORSIONAL VIBRATION DAMPERS OF CRANKSHAFTS OF AUTOMOBILE AND TRACTOR ENGINES

**А.Н. ГОЦ**, д.т.н.

Владимирский государственный университет  
им. А.Г. и Н.Г. Столетовых, Владимир, Россия,  
hotz@mail.ru

**A.N. GOTS**, DSc in Engineering

Vladimir State University named after Alexander  
and Nikolay Stoletovs, Vladimir, Russia, hotz@mail.ru

Проведен анализ свободных колебаний приведенной крутильной системы коленчатого вала шестицилиндрового поршневого двигателя с установленным на носке демпфером внутреннего трения резиновым или жидкостным. Установка на носке коленчатого вала демпфера крутильных колебаний изменяет частоту свободных колебаний, при этом для резинового демпфера добавляется еще одна масса крутильной системы с коэффициентом жесткости резинового слоя и моментом инерции маховика. Для жидкостного демпфера крутильных колебаний, маховик которого не имеет непосредственной связи с носком коленчатого вала, при расчете свободных колебаний половину момента инерции маховика жидкостного демпфера приплюсовывают к моменту инерции носка.

Рассмотрен порядок подбора оптимальных коэффициентов демпфирования демпферов, а именно моментов инерции маховика демпфера и коэффициентов демпфирования. При выборе амплитуд свободных колебаний массы маховика демпфера и носка коленчатого вала (или корпуса демпфера) в комплексном виде и подстановки производных от этих величин в дифференциальные уравнения свободных колебаний, получены функции, которые могут быть приняты в качестве параметров оптимизации. В этом случае при оптимальном затухании или максимуме рассеиваемой в демпфере энергии амплитуда крутильных колебаний носка коленчатого вала снижается максимально. Для демпферов внутреннего трения дополнительно к указанным параметрам добавляется коэффициент жесткости резинового слоя. Показано, что эти выбранные параметры влияют также на круговую частоту свободных колебаний, поэтому подбор их должен проводиться с учетом данного обстоятельства.

*Ключевые слова:* крутильные колебания, демпфер крутильных колебаний, момент инерции маховика, коэффициент жесткости, резиновый слой.

We have analyzed of free oscillations of the reduced torsional system of the crankshaft of a six-cylinder piston engine with the rubber or liquid damper. When we installed the torsional vibration damper on the crankshaft, than it changes the frequency of free oscillations. For the rubber damper it is changing the frequency of free oscillations while we is added mass of the body of the damper and the coefficient of rigidity of the rubber layer and the moment of inertia of the flywheel, which is added to the moment of inertia .the first mass (the toe of the crankshaft). For liquid torsional vibration damper, the flywheel which has no direct connection with the toe of the crankshaft, the calculation of free oscillations is half the moment of inertia of the flywheel, fluid damper end to the moment of inertia of the sock. We consider the procedure for selecting the optimal damping coefficients of dampers, and, namely, the moments of inertia of the flywheel damper and damping coefficients. When selecting the amplitudes of the free oscillations of the mass of the damper flywheel and the crankshaft wear (or damper body) in a complex form and substituting derivatives of these quantities in the differential equations of free oscillations, the functions that can be taken as optimization parameters are obtained. In this case, the amplitude of the torsional vibrations of the crankshaft wear is reduced as much as possible with the optimal damping or the maximum of the energy dissipated in the damper. For internal friction dampers, a rubber layer stiffness coefficient is added in addition to the specified parameters. It is shown that these selected parameters also affect the circular frequency of free oscillations, so their selection should be carried out taking into account this circumstance.

*Keywords:* torsional vibrations, torsional vibration damper, moment of inertia of the flywheel, stiffness coefficient, rubber layer.

## Введение

При проектировании современных поршневых двигателей, как правило, проводят расчет коленчатого вала на крутильные колебания. При необходимости для снижения уровня крутильных колебаний на носок коленчатого вала устанавливают демпфер. Это может быть жидкостной демпфер, в котором рассеивание энергии крутильных колебаний происходит в слоях силиконовой жидкости, расположенной в зазорах между маховиком и корпусом демпфера [1]. В демпфере внутреннего трения рассеивание энергии происходит в резиновом слое, который соединяет упругой связью корпус и маховик демпфера. При расчете параметров демпферов крутильных колебаний необходимо выбрать такие размеры, при которых коэффициенты демпфирования были бы максимальными. Прежде всего, для любой конструкции демпфера одним из основных размеров, влияющих на коэффициенты демпфирования, является момент инерции маховика демпфера  $I_0$ . Для жидкостного демпфера далее выбирают: габаритные размеры, зазоры между маховиком и корпусом демпфера, вязкость силиконовой жидкости, которые обеспечили бы оптимальное демпфирование. Для резинового демпфера (или внутреннего трения), кроме габаритов, необходимо выбрать оптимальный коэффициент жесткости резинового слоя  $C$ , так как чрезмерная величина его влияет на уровень крутильных колебаний. Так как демпферы устанавливаются на носок коленчатого вала, то они, естественно, меняют частоту собственных колебаний коленчатого вала ДВС.

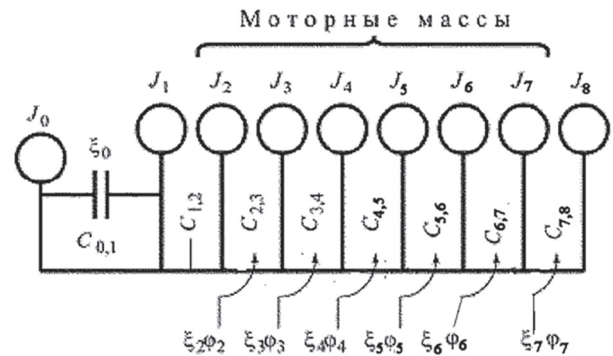
## Цель исследований

На основании анализа свободных колебаний  $n$ -массовой эквивалентной крутильной системы коленчатого вала поршневого двигателя с установленным на носке демпфером внутреннего трения (с резиновым слоем между маховиком и корпусом) или жидкостным демпфером установить оптимальные значения коэффициентов демпфирования  $\xi_0$ .

## Материалы и методы

Рассмотрим приведенную 9-массовую эквивалентную крутильную систему коленчатого вала поршневого двигателя с установленным на носке демпфером внутреннего трения (с резиновым слоем между маховиком и корпусом) или жидкостным демпфером с тем же момен-

том инерции  $I_0$  и коэффициентом демпфирования  $\xi_0$  (рис. 1) [1].



**Рис. 1. Приведенная 9-массовая эквивалентная крутильная система коленчатого вала ДВС:**

$I_0$  – момент инерции маховика демпфера;  
 $I_1$  – момент инерции носка коленчатого вала и корпуса демпфера;  $I_2...I_7$  – моменты инерции моторных масс;  $I_8$  – момент инерции маховика двигателя;  $C_{ij}$  – коэффициенты жесткости участков вала ( $i = 0, 1...7; j = 1...8$ );  $\xi_j \phi_j$  – моменты сопротивления моторных масс

На рис. 1 введены принятые нами в работе [1] обозначения:  $I_0$  – момент инерции маховика демпфера (резинового или жидкостного), кг·м<sup>2</sup>;  $C_{0,1}$  – коэффициент жесткости резинового слоя демпфера (для жидкостного демпфера –  $C_{0,1} = 0$ );  $\xi_0$  – коэффициенты демпфирования резинового слоя демпфера или демпфирование в силиконовой жидкости, соответственно, Н·м·с;  $I_1$  – приведенный момент инерции носка коленчатого вала (шкив клиноременной передачи, корпус демпфера и др.), кг·м<sup>2</sup>;  $C_{1,2}$  – коэффициент крутильной жесткости участка коленчатого вала от носка до середины первой коренной шейки, Н·м·рад<sup>-1</sup>;  $I_2...I_5$  – приведенные моменты инерции моторных масс [1], кг·м<sup>2</sup>;  $C_{i,i+1}$  – коэффициенты крутильной жесткости коленчатого вала на участках между соответствующими кривошипами (моторными массами) ( $i = 2, 3, ...7$ ), Н·м;  $\xi_2... \xi_7$  – коэффициенты демпфирования моторных масс, учитывающие все виды сопротивления в двигателе, Н·м·с;  $I_8$  – приведенный момент инерции хвостовика коленчатого вала (величина его определяется в основном моментом инерции маховика двигателя), кг·м<sup>2</sup>;  $C_{7,8}$  – коэффициент крутильной жесткости коленчатого вала на участке между последним кривошипом и маховиком (от середины последней коренной шейки до середины сечения маховика), Н·м.

Приведенная 9-массовая крутильная система коленчатого вала ДВС ( $I_2 \dots I_7$  шесть моторных масс;  $I_1, I_8$  – носок и маховик на хвостовике коленчатого вала;  $I_0$  – демпфер жидкостного или внутреннего трения) (см. рис. 1) в общем виде описывается следующей системой дифференциальных уравнений [1–5]:

$$\begin{cases} I_0 \ddot{\phi}_0 + \xi_0 (\dot{\phi}_0 - \dot{\phi}_1) + C_{0,1} (\phi_0 - \phi_1) = 0; \\ I_1 \ddot{\phi}_1 - \xi_0 (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_0) - C_{0,1} (\phi_0 - \phi_1) + C_{1,2} (\phi_1 - \phi_2) = 0; \\ \dots \\ I_i \ddot{\phi}_i + \xi_i \dot{\phi}_i - C_{i-1,i} (\phi_{i-1} - \phi_i) + C_{i,i+1} (\phi_i - \phi_{i+1}) = M_i; \\ \dots \\ I_8 \ddot{\phi}_8 - C_{7,8} (\phi_7 - \phi_8) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$(I = 0, 1, 2, 3, \dots, 8),$$

где  $\phi_0, \dot{\phi}_0, \ddot{\phi}_0$  – угловые перемещение, скорость и ускорение маховика демпфера, рад,  $\text{с}^{-1}$ ,  $\text{с}^{-2}$  соответственно;  $\phi_1, \dot{\phi}_1, \ddot{\phi}_1$  – угловые перемещение, скорость и ускорение носка коленчатого вала;  $\phi_i, \dot{\phi}_i, \ddot{\phi}_i$  – угловые перемещение, скорость и ускорение  $i$ -ой моторной массы ( $i = 2 \dots n$ );  $\phi_8, \dot{\phi}_8, \ddot{\phi}_8$  – угловые перемещение, скорость и ускорение массы  $I_8$ .

Рассмотрим первое из уравнений системы (1), которое после небольших преобразований приобретает вид:

$$I_0 \ddot{\phi}_0 = \xi_0 (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_0) + C_{0,1} (\phi_1 - \phi_0). \quad (2)$$

Представим, что массы с моментами инерции  $I_0$  (маховик демпфера) и  $I_1$  (шкив носка коленчатого вала, к которому крепится корпус демпфера) перемещаются по закону [3, 4, 5]:

$$\begin{aligned} \phi_0 &= A_0 e^{i\omega_s t}; \\ \phi_1 &= A_1 e^{i\omega_s t}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $A_0, A_1$  – амплитуды крутильных колебаний маховика демпфера и втулки;  $\omega_s$  – частота собственных колебаний крутильной системы.

Определив значение первой производной по  $\phi_0$  и  $\phi_1$ , а также второй производной по  $\phi_0$  из (3), а также подставив их значение в уравнение (2), получим в комплексной форме [3, 6]:

$$A_0 I_0 \omega_s^2 - A_0 C_{0,1} - i A_0 \xi_0 \omega_s = -A_1 C_{0,1} - i A_1 \xi_0 \omega_s. \quad (4)$$

Разрешая это уравнение относительно амплитуды колебаний  $A_0$  маховика демпфера (опускаем вывод в комплексной форме), находим в действительной форме:

$$A_0 = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{C_{0,1}}{\xi_0 \omega_s}\right)^2}{1 + \left(\frac{I_0 \omega_s}{\xi_0} - \frac{C_{0,1}}{\xi_0 \omega_s}\right)^2}} \cdot A_1. \quad (5)$$

Заметим, что для жидкостного демпфера  $C_{0,1} = 0$ . Тогда из уравнения (5) получим:

$$A_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{I_0 \omega_s}{\xi_0}\right)^2}} \cdot A_1. \quad (6)$$

Это решение совпадает с результатом, приведенным в работах [2, 6, 7] для силиконового демпфера.

Анализируя уравнения (6), замечаем, что амплитуда  $A_1$  носка коленчатого при крутильных колебаниях вала с силиконовым демпфером зависит от соотношения:

$$\sqrt{1 + (I_0 \omega_s / \xi_0)^2} = A_1 / A_0.$$

Наибольший крутящий момент, передаваемый маховику демпфера равен  $I_0 \omega_s^2 A_0$ .

Работа за цикл, т.е. за одно полное колебание, равна [2, 8]:

$$W = \pi (I_0 \omega_s^2 A_0) (A_1 - A_0), \quad (7)$$

где разность амплитуд  $A_1$  и  $A_0$  найдем по правилу вычитания комплексных величин из соотношения (4):

$$A_1 - A_0 = \left[ I_0 \omega_s^2 / \left( I_0 \omega_s^2 - C_{0,1} - i \xi_0 \omega_s \right) \right] A_1,$$

или в действительной форме:

$$A_1 - A_0 = \left[ I_0 \omega_s^2 / \sqrt{\left( I_0 \omega_s^2 - C_{0,1} \right)^2 + \xi_0^2 \omega_s^2} \right] A_1. \quad (8)$$

Подставляя в соотношение (7) значение  $A_0$  из формулы (5), а разность амплитуд – из формулы (8) и, производя преобразования, находим:

$$W = \frac{\pi}{2} I_0 \omega_s^2 A_1^2 \cdot 2 \left[ \frac{\sqrt{\left(\frac{C_{0,1}}{I_0 \omega_s^2}\right)^2 + \left(\frac{\xi_0}{I_0 \omega_s}\right)^2}}{\left(1 - \frac{C_{0,1}}{I_0 \omega_s^2}\right)^2 + \left(\frac{\xi_0}{I_0 \omega_s}\right)^2} \right]. \quad (9)$$

Для демпфера жидкостного трения, приняв  $C_{0,1} = 0$ , из формулы (9) получим:

$$W = \frac{\pi}{2} I_0 \omega_s^2 A_1^2 \frac{2 \xi_0 / I_0 \omega_s}{1 + (\xi_0 / I_0 \omega_s)^2}. \quad (10)$$

### Результаты и обсуждение

Решение уравнения (10) также совпадает с выражением, приведенным в работах [2, 9]. Дробь, стоящая в знаменателе формулы (10), достигает наибольшего значения, равного двум, при  $\xi_0 / (I_0 \omega_s) = 1$ . Это легко может быть найдено дифференцированием уравнения (10). Таким образом, заключаем, что оптимальное затухание для жидкостного демпфера (для максимума рассеиваемой энергии) определяется формулами:

$$\xi_{\text{опт}} = I_0 \omega_s; \quad (11)$$

$$W_{\text{опт}} = \frac{\pi}{2} I_0 \omega_s^2 A_1^2. \quad (12)$$

На рис. 2 графически представлена зависимость в безразмерных величинах  $Y = f(X)$ , где, согласно уравнению (10);  $Y = W / \left( \frac{\pi}{2} I_0 \omega_s^2 A_1^2 \right)$ ,  $X = \xi_0 / I_0 \omega_s$ .

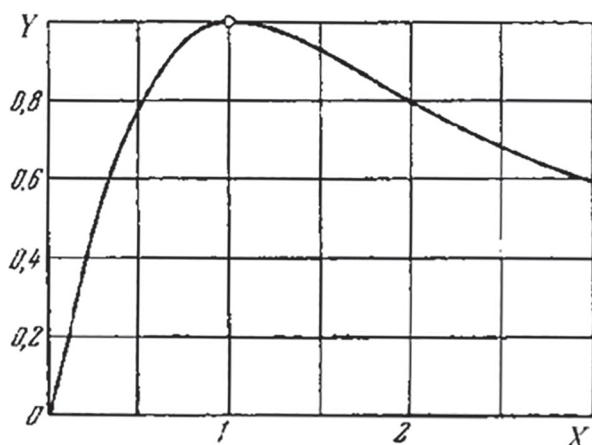


Рис. 2. Энергия, рассеиваемая в силиконовой жидкости за период колебаний, в относительных величинах Y и X

Что касается момента сил инерции, или эквивалентного инерционного момента, воспринимаемого носком коленчатого вала или корпусом жидкостного демпфера с моментом инерции  $I_0$ , то, согласно работам [2, 10], он равен:

$$I_{\text{экр}} \omega_s^2 A_1 = \frac{A_0}{A_1} (I_0 \omega_s^2 A_0),$$

откуда эквивалентный момент инерции равен  $I_{\text{экр}} = I_0 (A_0 / A_1)^2$  или, согласно уравнению (6),

$$I_{\text{экр}} = I_0 \frac{1 + \left( \frac{C_{0,1}}{\xi_0 \omega_s} \right)^2}{1 + \left( \frac{I_0 \omega_s}{\xi_0} - \frac{C_{0,1}}{\xi_0 \omega_s} \right)^2}. \quad (13)$$

Из уравнения (13) для силиконового демпфера крутильных колебаний ( $C_{0,1} = 0$ ) получим:

$$I_{\text{экр}} = I_0 \frac{1}{1 + \left( \frac{I_0 \omega_s}{\xi_0} \right)^2}. \quad (14)$$

В случае оптимального затухания, согласно формуле (11), получаем:

$$I_{\text{экр}} = \frac{1}{2} I_0. \quad (15)$$

В относительных величинах результаты расчетов по формулам (13) и (15) показаны на рис. 3.

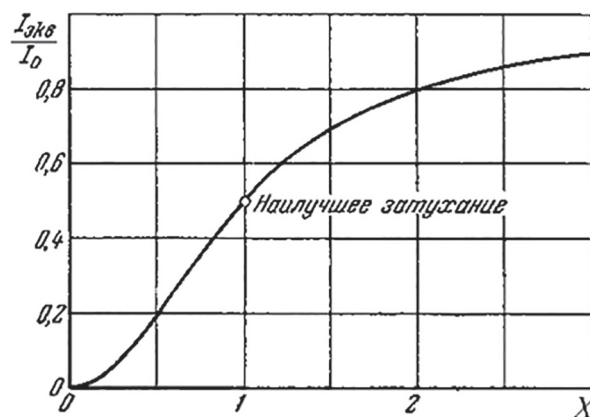


Рис. 3. Влияние момента инерции маховика силиконового демпфера на первую массу в зависимости от величины затухания

Из выводов следует, что при расчете частоты собственных колебаний системы с силиконовым демпфером момент инерции носка коленчатого вала увеличивается на половину момента инерции маховика. Однако это верно только тогда, когда затухание является оптимальным согласно уравнению (11).

Приведем пример выбора коэффициента демпфирования  $\xi_0$  жидкостного (силиконового) демпфера для дизеля 6ЧН 12/14 (СМД-31), для которого в табл. 1 приведены параметры приведенной 9-массовой крутильной системы коленчатого вала. Демпфирование при относительных движениях маховика демпфера с моментом инерции  $I_0$  и корпусом демпфера, установленном на носке коленчатого вала с общим моментом инерции  $I_1$ , осуществляется через слои силиконовой жидкости, поэтому  $C_{0,1} = 0$ .

Параметры приведенной крутильной системы коленчатого вала дизеля 6ЧН 12/14

Моменты инерции масс приведенной крутильной системы, кг·м <sup>2</sup>								
$I_0$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$	$I_8$
0,0967	0,257	0,0964	0,0757	0,0964	0,0964	0,0757	0,0964	2,01
Коэффициенты жесткости, Н·м								
$C_{0,1}$	$C_{1,2}$	$C_{2,3}$	$C_{3,4}$	$C_{4,5}$	$C_{5,6}$	$C_{6,7}$	$C_{7,8}$	
0	575000	2257000	2257000	2190000	2257000	2257000	2941000	

На рис. 4 приведены графики амплитуд  $A_1$  крутильных колебаний носка коленчатого вала от частоты  $f_s$  вынуждающего момента при различных коэффициентах демпфирования  $\xi_0$  (Н·м·с).

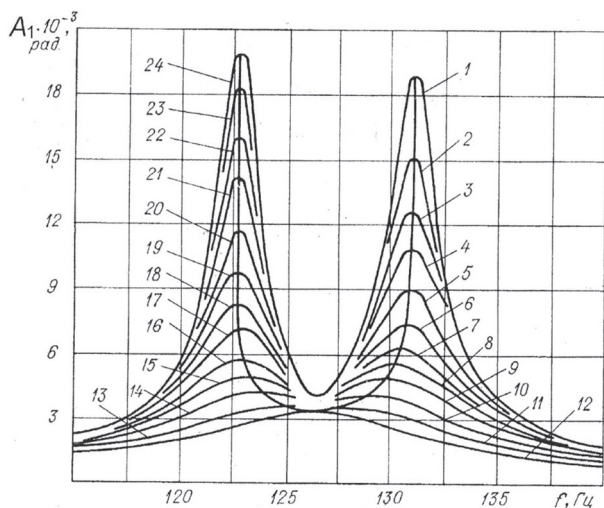


Рис. 4. Зависимость амплитуд крутильных колебаний носка коленчатого вала дизеля СМД-31 от частоты вынуждающего момента с силиконовым демпфером, момент инерции маховика которого  $I_0 = 0,0967$  кг·м<sup>2</sup>, от коэффициентов демпфирования  $\xi_0$  (Н·м·с):  
 1 – 0; 2 – 2; 3 – 4; 4 – 6; 5 – 9; 6 – 13; 7 – 17; 8 – 20; 9 – 25; 10 – 35; 11 – 50; 12 – 79; 13 – 100; 14 – 150; 15 – 200; 16 – 250; 17 – 350; 18 – 450; 19 – 600; 20 – 900; 21 – 1500; 22 – 2300; 23 – 5200; 24 – ∞

Из графиков следует, что при частоте собственных колебаний крутильной системы  $f_s = 131$  Гц или круговой частоте  $\omega_s = 2\pi \cdot f_s = 823,1$  с<sup>-1</sup> (число колебаний в  $2\pi$  секунд) с маховиком демпфера, момент инерции которого  $I_0 = 0,0967$  кг·м<sup>2</sup>, оптимальный коэффициент демпфирования (максимальное рассеяние энергии)  $\xi_0 = 79,4$  Н·м·с (см. рис. 4, кривая 12). Заметим, что аналогично можно провести расчеты амплитуд крутильных колебаний носка коленчатого вала  $A_1$  в за-

висимости от момента инерции маховика демпфера  $I_0$  при неизменном значении  $\xi_0$ , при этом касательное напряжение  $\tau_v$  от крутильных колебаний в узловой точке не должно превышать 20...25 МПа [1]. Расчеты показывают, что при значении  $I_0 = 0,0967$  кг·м<sup>2</sup>  $\tau_v = 19$  МПа.

Проверим полученные результаты по зависимости (11):

$$\xi_0 = I_0 \cdot \omega_s = 0,0967 \cdot 823,1 = 79,59 \text{ Н·м·с.}$$

Таким образом, оптимальное значение коэффициента  $\xi_0$  для силиконового демпфера крутильных колебаний можно было бы получить, используя зависимость (11), тем самым уменьшив число расчетов, показанных на рис. 4 [1].

Поэтому, рассчитывая систему, находим опасную частоту  $\omega_s$  и тогда уже, меняя момент инерции маховика демпфера  $I_0$ , определяем затухание  $\xi_0$  для демпфера так, чтобы иметь оптимум. Это может быть сделано для демпфера внутреннего трения выбором демпфирующего материала с соответствующими размерами и коэффициентом жесткости  $C_{0,1}$ , а для жидкостного – вязкости демпфирующей жидкости, а также установления зазора между маховиком и корпусом демпфера, поскольку оба эти фактора влияют на величину  $\xi_0$ .

Исследуя зависимость (9), можно найти, что оптимальное затухание для демпфера внутреннего трения возможно при следующих условиях:

$$\xi_0 = \sqrt{I_0^2 \omega_s^2 - \left(\frac{C_{0,1}}{\omega_s}\right)^2} \quad (16)$$

или

$$\xi_0 = \sqrt{I_0^2 \omega_s^2 + 2I_0 C_{0,1} - \left(\frac{C_{0,1}}{\omega_s}\right)^2} \quad (17)$$

Нетрудно заметить, что из условий (16) или (17) при  $C_{0,1} = 0$  приходим к результату (11), полученному для жидкостного демпфера крутильных колебаний [1].

Таблица 2

Приведенная крутильная системы коленчатого вала дизеля 6ЧН10,5/12

Моменты инерции масс приведенной крутильной системы, кг·м <sup>2</sup>								
$I_0$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$	$I_8$
0,014	0,0075	0,0564	0,0389	0,0564	0,0564	0,0389	0,0564	0,692
Коэффициенты жесткости, Н·м								
$C_{0,1}$	$C_{1,2}$	$C_{2,3}$	$C_{3,4}$	$C_{4,5}$	$C_{5,6}$	$C_{6,7}$	$C_{7,8}$	
22950	76400	1160000	1160000	1160000	1160000	1160000	1450000	

Для проверки полученных зависимостей (16) и (17) для резинового демпфера проведем расчет для параметров приведенной крутильной системы коленчатого вала дизеля 6ЧН10,5/12 (табл. 2) [1].

Заметим, что в функцию оптимизации коэффициента демпфирования  $\xi_0$  резинового демпфера входит дополнительно коэффициент жесткости резинового слоя  $C_{0,1}$ , который существенно влияет на частоту собственных колебаний  $\omega_s$  наряду с моментом инерции маховика демпфера  $I_0$ .

Расчетом было установлено, что круговая частота свободных крутильных колебаний по первой форме приведенной системы (табл. 2) составляет  $\omega_{s1} = 1320 \text{ с}^{-1}$  (частота  $f_1 = 210 \text{ Гц}$ ) [1].

Используя зависимость (16), найдем, что оптимальный коэффициент демпфирования  $\xi_0$  должен быть равен:

$$\xi_0 = \sqrt{I_0^2 \omega_s^2 - \left(\frac{C_{0,1}}{\omega_c}\right)^2} = \sqrt{0,014^2 \cdot 1320^2 - \left(\frac{22950}{1320}\right)^2} = 6,157 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}.$$

Вместе с тем по результатам экспериментальных исследований при торсиографировании коленчатого вала дизеля 6ЧН10,5/12 установлено, что наиболее вероятным значением коэффициента демпфирования является  $\xi_0 = 4,85 \dots 5,5 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ . Это говорит о том, что зависимости (11) и (16), полученные нами, является приближенным и ориентировочными при расчетах.

### Заключение

По результатам анализа свободных крутильных колебаний 9-массовых систем с жидкостным демпфером и демпфером внутреннего трения (резиновым) можно сделать вывод, что оптимальное значение коэффициента

демпфирования для жидкостного демпфера  $\xi_0 = I_0 \omega_s$ . Поскольку на частоту собственных колебаний влияет момент инерции маховика демпфера, то при вычислении  $\omega_s$  момент инерции первой массы (носка коленчатого вала) увеличивается на величину  $0,5 I_0$ .

Для демпфера внутреннего трения приближенное значение  $\xi_0$  можно вычислять по формуле (16), однако в дальнейшем потребуются уточнение по результатам экспериментальных исследований.

### Литература

1. Гоц А.Н. Крутильные колебания коленчатых валов автомобильных и тракторных двигателей. М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2018. 208 с.
2. Ден-Гартог Дж.П. Механические колебания. Под ред. А.Н. Обморшева. М.: Физматгиз, 1960. 580 с.
3. Кин Н. Тонг. Теория механических колебаний. М.: Машгиз, 1963. 352 с.
4. Цзе Ф.С., Морзе И.Е., Хинкл Р.Т. Механические колебания. Под редакцией И.Ф. Образцова. М.: Машиностроение, 1966. 508 с.
5. Маслов Г.С. Расчеты колебания валов: справочник. М.: Машиностроение. 1980. 250 с.
6. Pankiewicz J., Homik W. Examinations of torsional vibration dampers used in reciprocating internal combustion engines // Polish Journal of Environmental Studies. 2011. Vol. 20. Issue 5A. P. 108–111.
7. Pankiewicz J., Deuzkiewicz P., Dziurdz J., Zawisza M. Modeling of powertrain system dynamic behavior with torsional vibration damper. Proceedings of Modern Technologies in Industrial Engineering, 2014. P. 112–116.
8. Ефремов Л.В. Теория и практика исследований крутильных колебаний силовых установок с применением компьютерных технологий. СПб.: Наука, 2007. 276 с.
9. Ржаевский В.П., Паровой Ф.В., Лежин Д.С. Исследование крутильных колебаний валов. Самара: Изд-во СГАУ, 2011. 40 с.

10. Гоц А.Н. Расчет демпфера крутильных колебаний с упругим поглощающим элементом // Транспорт, экология – устойчивое развитие: сб. докл. VII научн.-техн. конфер. с междунар. участием. Болгария, Варна: Техн. ун-т, 2001. С. 72–79.

## References

1. Gots A.N. Krutil'nye kolebaniya kolenchatyh valov avtomobil'nyh i traktornyh dvigatelej. [Torsional vibrations of crankshafts of automobile and tractor engines]. Moscow. FORUM: INFRA-M, 2018. 208 p. (in Russ.).
2. Den-J. Hartog.P. Mekhanicheskie kolebaniya. [Mechanical vibrations.] Editor F.N. Obmorchev. Moscow Fizmatgiz, 1960. 580 p. (in Russ.).
3. Kin N. Tong. Teoriya mekhanicheskikh kolebanij. [The theory of mechanical vibrations.] Moscow. Mashgiz, 1963. 352 p. (in Russ.).
4. Tse F.S., Morse I.E., Hinkle R.T. Mekhanicheskie kolebaniya. [Mechanical vibrations.] Under the editorship of I. F.Obraztsov. Moscow. Mechanical Engineering, 1966. 508 p. (in Russ.).
5. Maslov G.S. Raschety kolebaniya valov [Calculations of the oscillations of the shafts]. Handbook, 2nd ed. Moscow. Mechanical Engineering. 1980. 250 p. (in Russ.).
6. Pankiewicz J., Homik W. Examinations of torsional vibration dampers used in reciprocating

internal combustion engines. Polish Journal of Environmental Studies. 2011. Vol. 20. Issue 5A. P. 108–111.

7. Pankiewicz J., Deuszkiewicz P., Dziurdz J., Zawisza M. Modeling of powertrain system dynamic behavior with torsional vibration damper. Proceedings of Modern Technologies in Industrial Engineering, 2014. 112–116.
8. Efremov L.V. Teoriya i praktika issledovaniy krutil'nyh kolebanij silovyh ustanovok s primeneniem komp'yuternyh tekhnologij. [Theory and practice of research of torsional vibrations of power plants with the use of computer technologies]. Sankt-Petersburg. Science, 2007. 276 p. (in Russ.).
9. Raevsky V.P. Steam F.V. Legin D.S. Issledovanie krutil'nyh kolebanij valov.[Study of torsional vibrations of shafts]. Samara: Publishing House of Samara State Agrarian University name N.G. Chernyshevsky. 2011. 40 p. (in Russ.).
10. Gots A.N. Calculation of torsional vibration damper with elastic absorbing element. Transport, ekologiya – ustojchivoe razvitie: Sbornik dokladov VII nauchno-tekhnicheskoy konferencii s mezhdunarodnym uchastiem. [Transport, ecology-sustainable development: collection of reports of VII scientific and technical conference with international participation]. Bulgaria, Varna, Technical University, 2001, pp. 72–79. (in Russ.).