

# ОБЕСПЕЧЕНИЕ РАБОТОСПОСОБНОСТИ И ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТИ МАШИН РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ СМЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

## ENSURING THE OPERABILITY AND FAULT TOLERANCE OF MACHINERY BY REDUNDANCY OF REPLACEABLE ELEMENTS

**Е.В. ЕЛТОШКИНА**, к.т.н.

**М.К. БУРАЕВ**, д.т.н.

**Т.В. БОДЯКИНА**

Иркутский государственный аграрный университет  
им. А.А. Ежевского, Иркутск, Россия, Bodt-24@ramble.ru

**E.V. ELTOSHKINA**, PhD in Engineering

**M.K. BURAEV**, DSc in Engineering

**T.V. BODYAKINA**

Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky,  
Irkutsk, Russia, Bodt-24@ramble.ru

Основной задачей в машиностроении является обеспечение работоспособности машинотракторного парка. Техническая эксплуатация машин требует новых организационных и технологических подходов к поддержанию их в работоспособном состоянии в зональных условиях использования. Так как каждый час простоя этой дорогостоящей техники приводит к большим издержкам, то одной из важных рассматриваемых задач является снижение времени простоя машин на техническом и ремонтном обслуживании. Разработка программ импортозамещения и продовольственной безопасности регионов и областей страны является важным направлением для научных и общественных организаций при решении задач, поставленных правительством РФ. В связи с этим проводится изучение зарубежных технологий и внедрение собственных в производство техники и продукции агропромышленного комплекса. Целью исследования является математическое описание и обоснование отказоустойчивости машин для обеспечения работоспособности на заданном уровне. В статье рассмотрены вопросы обеспечения работоспособности технических систем (машин и оборудования) и планирование числа запасных элементов при техническом сервисе. Установить циклы времени ремонта машин и технологии достаточно просто, если определяющие работоспособность машин переменные технического состояния за время эксплуатации носят детерминированный характер. На практике в большинстве случаев работоспособность определяется стохастическим характером воздействующих факторов, вынуждающим принимать во внимание технические и математические методы их описания. В ситуации, когда время восстановления отказавшего элемента на порядок меньше времени безотказной работы, либо восстановление сводится к замене элемента резервным, законом принять модель мгновенно восстанавливаемого элемента.

*Ключевые слова:* восстановление, работоспособность, система, наработка, отказ, замена, резервирование.

The main task in mechanical engineering is to ensure the efficiency of the machine-tractor fleet. Technical operation of machines requires new organizational and technological approaches to maintaining it in working condition in zonal conditions of use. Since every hour of downtime of this expensive equipment leads to high costs, one of the important tasks will be to reduce the downtime of machines for maintenance and repair. Development of import substitution programs and food security of regions and regions of the country is an important area for scientific and public organizations to solve the tasks set by the government of the Russian Federation. In this regard, the study of foreign technologies and the introduction of their own in the production of machinery and agricultural products. The aim of the study is a mathematical description and justification of fault tolerance of machines to ensure performance at a given level. In the article deals with the issues of ensuring the efficiency of technical systems (machinery and equipment) and planning the number of spare elements during technical service. It is rather simple to establish the cycles of repair time of machines and technology, if the variables of the technical state determining the operability of the machines during operation are deterministic. In practice, in most cases, the performance is determined by the stochastic nature of the influencing factors, forcing to take into account the technical and mathematical methods for their description. In a situation where the recovery time of the failed element is an order of magnitude shorter than the uptime, or the restoration is reduced to replacing the element with a backup, it is natural to accept the model of an instantly restored element.

*Keywords:* restoration, operability, system, operating time, failure, replacement, reservation.

## Введение

Обеспечение работоспособности машин является главной задачей. Анализ существующих источников показал, что техника требует новых организационных и технологических подходов к поддержанию ее в работоспособном состоянии в зональных условиях использования. Наиболее важной задачей при этом является снижение времени простоя машин на техническом и ремонтном обслуживании, поскольку каждый час простоя этой дорогостоящей техники приводит к большим издержкам [6].

## Цель исследований

Математическое описание и обоснование отказоустойчивости машин для обеспечения работоспособности на заданном уровне.

## Материалы, методы и результаты исследования

Функционирование элементов технических систем описывается процессом восстановления, т.е. последовательностью наработок на отказ и соответствующих их моментов отказа:  $t_1 = l_1, t_2 = l_1 + l_2, \dots, t_n = \sum_{i=1}^n l_i, \dots$ . Обозначим через  $F(t)$  функцию распределения произвольной наработки. Функция распределения момента  $n$ -го отказа  $t_n$  является  $n$ -кратной сверткой функции  $F(t)$  [5]:

$$F_n(t) = \int_0^t F_{n-1}(t) dF(t). \quad (1)$$

Число отказов  $V(t)$  до момента  $n$  имеет распределение:

$$P\{V(t) = n\} = P\{t_n \leq t < t_{n+1}\} = F_n(t) - F_{n+1}(t), \quad (2)$$

откуда:

$$P\{V(t) = n\} = F_n(t). \quad (3)$$

Функция восстановления выражает среднее число отказов до времени  $t$ :

$$H(t) = Mv(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t), \quad (4)$$

а ее производная (плотность восстановления):

$$h(t) = H'(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)$$

представляет собой среднее число отказов за малую единицу времени [3]. С другой стороны, вероятностный элемент выражает приблизительно вероятность отказа (какого-либо) в интервале  $[t, t + dt]$ .

Практический интерес представляет собой остаточная наработка  $t_{\text{ост}}$  от наблюдаемого момента времени  $t$  до отказа [2]. Ее распределение выражается через вероятность безотказной работы (ВБР):

$$P(t_{\text{ост}} > x) = R(t+x) + \int_0^t R(t+x-z) hz dz. \quad (5)$$

Среди процессов восстановления особую роль играет пуассоновский процесс (простейший поток отказов), выражающий представление о «чисто случайном» характере отказа. Согласно центральной предельной теореме А.Я. Хинчина, при широких допущениях сумма произвольных поисков событий сходится к простейшему потоку [1].

Пуассоновский процесс получается при показательном распределении наработки  $R(t) = \exp(-\alpha t)$  и имеет следующие характеристики (табл. 1):

Справедливо следующее важное утверждение: для стареющих элементов распределение Пуассона дает верхнюю границу числа отказов:

$$P\{V(t) \geq n\} = \sum_{i=n}^{\infty} \frac{(t/T)^i}{i} \exp(-t/T), \quad (6)$$

где  $t$  не превышает средней наработки  $T$ .

Важной проблемой является планирование числа запасных элементов, т.е. для какого  $n$  с вероятностью не меньшей  $\alpha$  система будет функционировать заданное время  $t$ :

$$P(v(t) \leq 1 - \alpha). \quad (7)$$

Для гарантированного решения этого неравенства для стареющих элементов и времени

Таблица 1

Характеристики пуассоновского процесса при показательном распределении		
1	Распределение числа отказов	Пуассоновское $P(v(t) = n) = \frac{(\alpha t)^n}{n!} \exp(-\alpha t)$
2	Функция восстановления	Линейная $H(t) = \alpha t$
3	Интенсивность отказов (плотность восстановления)	$h(t) = \alpha$
4	Остаточная наработка $t_{\text{ост}}$	$P(t_{\text{ост}} > x) = \exp(-\alpha x)$

$t$ , не превышающим средней наработки, достаточно потребовать:

$$\sum_{i=n}^{\infty} \frac{\left(\frac{t}{T}\right)^i}{i} \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \leq \alpha. \quad (8)$$

Используя известное соотношение между функциями распределения Пуассона и  $\chi^2$ , неравенство (8) можно преобразовать к виду:

$$\chi_{\alpha}^2(2n) \geq \frac{2t}{T} \quad (9)$$

где  $\chi_{\alpha}^2(k)$  – квантиль уровня распределения  $\chi$  – квадрат с  $K$  степенями свободы. Неравенство (9) легко разрешается с помощью стандартных таблиц процентных точек распределения  $\chi^2$ . К примеру, если отношение  $\frac{t}{T} = 1/2$  и уровень значимости  $\alpha = 0,05$ , то получаем  $\chi_{0,05}^2(4) = 0,711$ , а  $\chi_{0,05}^2(6) = 1,237$ , откуда получаем  $n$ .

Следовательно, для обеспечения требуемых гарантий должно быть два резервных элемента.

Часто приходится планировать и замены низконадежных элементов, т.е. рассматривать такой интервал времени  $t$ , который существенно превышает среднюю наработку  $T$ . В этом случае можно использовать факт асимптотической нормальности числа отказов  $v(t)$ , т.е. распределение  $V(t)$  приближается к нормальному  $N(m, \sigma^2)$  со средним  $MV = \frac{t}{T}$  и дисперсией  $\sigma^2(v) = \frac{\sigma^2 t}{T^3}$ , связанной с дисперсией наработки  $\sigma^2$  [6].

Тогда приближенное решение неравенства планирования ЗИП (9) имеет вид:

$$n \geq \frac{t}{T} + u_{1-\alpha} \frac{\sigma}{T} \sqrt{\frac{t}{T}}, \quad (10)$$

где  $u_{1-\alpha}$  – квантиль стандартного нормального распределения (0,1), т.е. решение уравнения:

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt = 1 - d \quad (11)$$

При долгосрочном планировании политики замен целесообразно ориентироваться не на гарантированное число отказов, а на среднее, выражаемое функцией восстановления (см. табл. 1). Отметим, что функция восстановления однозначно определяет процесс восстановления: в терминах преобразования Лапласа соотношение имеет вид:

$$\Phi(k) = \frac{H^*(k)}{1 - H^*(k)}, \quad (12)$$

где  $\Phi(k) = \int_0^{\infty} \exp(-kt) H(t) dt$ ;  $k$  – аргумент функции Лапласа.

Представление о поведении функции восстановления в стационарном режиме дает теорема Блекуэлла, которая утверждает, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [H(t+h) - H(t)] = \frac{h}{T}, \quad (13)$$

т.е. среднее число отказов обратно пропорционально средней наработке.

Если существует дисперсия наработки, то справедливо утверждение:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[ H(t) - \frac{t}{T} \right] = \frac{\sigma^2 - T^2}{2T^2}. \quad (14)$$

Это означает, что при большом значении  $t$  функцию восстановления и, следовательно, число замен можно рассчитывать по приближенной формуле

$$H(t) = \frac{t}{T} + \frac{\sigma^2 - T^2}{2T^2}. \quad (15)$$

Например, двигатель – это сложная система из большого числа элементов. Число отказов двигателя на порядок меньше числа элементов, следовательно «в среднем» вероятность отказа отдельного элемента мала [4]. Поэтому целесообразно рассматривать число отказов за время  $t \leq T$  (начальный период работы). Основными соотношениями здесь являются:

$$P(v(t) = 0) = 1 - F(t), \quad (16)$$

$$F(t) \cdot R(t) \leq P(v(t=1)) \leq F(t), \quad (17)$$

$$F(t) \leq H(t) \leq \frac{F(t)}{R(t)}. \quad (18)$$

Правые части указанных неравенств можно использовать для оценки области перекрытия остаточных ресурсов (5) надежной  $f(t_{\text{ост}})$  и низконадежной (отказавшей)  $f(t_{2\text{ост}})$  составных частей. Значение этой области определяется случайной величиной  $t^* = t_{\text{ост}} - t_{2\text{ост}}$  с плотностью распределения  $F(t^*) = \int_0^{\infty} f(t^* + t_{\text{ост}}) f(t_{\text{ост}}) dt$  и вероятностью одновременной замены (при  $t^* < 0$ ):

$$R(t^*) = \int_0^{\infty} f(t^*) dt^* = \int_0^0 \int_{-\infty-t^*}^0 f(t^* + t_{\text{ост}}) f(t_{\text{ост}}) dt dt^*.$$

Для стареющих элементов двигателя справедлива простая оценка стационарного распределения времени остаточной наработки (табл. 1 пункт 4) и (15):

$$P(t^* > 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{k}{2}} dk, \quad (19)$$

Таблица 2

Расчетные параметры вероятности замены деталей двигателя Д-240

Номер интервала распределения $t^*$	Середина интервала $t^*$ , мото-ч	$Q(t^*)$	$P(t^*)$	$\Phi(k)$
1	534	0,77	0,23	0,27
2	1114	0,55	0,45	0,15
3	1421	0,48	0,52	0,09
4	2351	0,47	0,53	0,03
5	3103	0,41	0,59	0,02

$$dk = \frac{dt^*}{\sigma_{t^*}}, \quad (20)$$

где  $\sigma_{t^*}$  – среднее квадратическое отклонение величины  $t^*$ .

В этом случае стратегию восстановления можно определить с учетом затрат труда, средств и времени на проведение замен с использованием преобразования Лапласа (12):

$$P(t^*) = 1 - \Phi(k) = 1 - \frac{d}{d+c}, \quad (21)$$

где  $c$ ,  $d$  – издержки при планировании замен во время ремонта двигателя и на межремонтном интервале.

Аргумент  $k$  может принимать положительные значения ( $k > 0$ ) при условии, что  $d > c$ . В этом случае с вероятностью  $P(t^*) = 1 - \Phi(k)$  принимается решение о совместной замене деталей при ремонте машины. При  $k < 0$ , и  $d < c$  деталь может быть использована без ремонтных воздействий в предстоящем межремонтном периоде до выработки остаточного ресурса. В случае, когда  $k = 0$  и  $c = d$ , с одинаковой вероятностью может приниматься решение о совместной замене или дальнейшем использовании детали до выработки ее остаточного ресурса. Из табл. 2 следует, что поэлементная замена каждой из отказавшей детали в агрегате эффективна тогда, когда остаточный ресурс смежных элементов достаточно велик.

### Заключение

Математическое описание и обоснование отказоустойчивости машин позволяет точнее определять и корректировать резервы сменных элементов машин и обеспечивать этим их работоспособность на заданном уровне.

### Литература

1. Александровская Л.Н., Афанасьев А.П., Лисов А.А. Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем: учебник. М.: Логос, 2001. 208 с.
2. Бураев М.К. Определение остаточного ресурса деталей машин с учетом уровня их технической

эксплуатации: монография. Иркутск: ИрГСХА, 2005. 117 с.

3. Зорин В.А. Основы работоспособности технических систем. М.: Магистраль-Пресс, 2005. 536 с.
4. Зубарев Ю.М. Технологическое обеспечение надежности эксплуатации машин. СПб.: Лань, 2016. 320 с.
5. Краковский Ю.М. Математические и программные средства оценки технического состояния оборудования. Новосибирск: Наука, 2006. 228 с.
6. Шистеев А.В., Бураев М.К. Восстановление работоспособности импортной сельскохозяйственной техники с использованием сменно-обменных элементов // Вестник КрасГАУ. 2015. № 3. С. 35–40.

### References

1. Aleksandrovskaya L.N., Afanasyev A.P., Fox A.A. Sovremennyye metody obespecheniya bezotkaznosti slozhnykh tekhnicheskikh sistem [Modern methods of ensuring the reliability of complex technical systems]: textbook. Moscow.: Logos, 2001, 208 p.
2. Buraev M.K. Opredeleniye ostatochnogo resursa detaley mashin s uchetom urovnya ikh tekhnicheskoy ekspluatatsii [Determination of residual life of machine parts taking into account the level of their technical operation]: monografiya. Irkutsk: IrGSHA, 2005, 117 p.
3. Zorin V.A. Osnovy rabotosposobnosti tekhnicheskikh sistem [Basics of working capacity of technical systems]. Moscow: Magistr-Press. 2005, 536 p.
4. Zubarev YU.M. Tekhnologicheskoe obespechenie nadezhnosti ehkspluatatsii mashin [Technological maintenance of realibility of operation of machines], SPb: Lan'. 2016, 320 p.
5. Krakovsky Y.M. Matematicheskiye i programnyye sredstva otsenki tekhnicheskogo sostoyaniya oborudovaniya [Mathematical tools and software for assessing the technical condition of the equipment]. Novosibirsk: Science. 2006, 228 p.
6. Shisteev A.V., Buraev M.K. Vosstanovleniye rabotosposobnosti importnoy selskokhozyaystvennoy tekhniki s ispolzovaniyem smenno-obmennykh elementov [Recovery of imported agricultural machinery with the use of shift-exchange elements]. Vestnik KrasGAU. 2015. No 3, pp. 35–40 (in Russ.).