

УДК 539.3

БЛОЧНАЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ПОСЛОЙНОГО АНАЛИЗА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРЁХСЛОЙНЫХ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ДВОЙНОЙ КРИВИЗНЫ

В. Н. Бакулин

Представлено академиком РАН А.М. Липановым 07.06.2018 г.

Поступило 28.06.2018 г.

Предложен блочный конечно-элементный подход для построения новой уточненной модели послойного анализа напряженно-деформированного состояния трёхслойных в общем случае нерегулярных оболочек вращения двойной кривизны. Впервые для таких оболочек разработана модель заполнителя, основанная на более точных постановках, чем у аналогичных распространённых моделей, при этом удаётся избежать разрыва обобщённых перемещений на поверхностях стыковки с несущими слоями и в зависимости от условий задач переходить к более простым моделям. Построенная модель позволяет учесть изменение свойств и параметров напряженно-деформированного состояния по всем трём координатам, к которым отнесена оболочка, и впервые получить решение в уточнённой постановке для различных форм оболочек и граничных условий слоёв, а также при нарушениях их сплошности.

Ключевые слова: трёхслойные оболочки вращения двойной кривизны, напряженно-деформированное состояние, заполнитель, несущие слои, послойный анализ, блочная конечно-элементная модель.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-5652484135-40>

Слоисто-неоднородные, в том числе трёхслойные оболочки, находят растущее применение в конструкциях летательных аппаратов и другой современной технике [1, 2] из-за высоких показателей весовой эффективности, удельной прочности и жесткости, тепло-, звуко-, виброизоляционных и многих других важных характеристик. Оболочки вращения двойной кривизны сферической, оживальной и других форм используются в качестве элементов конструкций головных частей, корпусов двигателей летательных аппаратов, а также космических и подводных аппаратов и т.п. Анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) слоисто-неоднородных оболочек посвящены работы С.А. Амбарцумяна, В.В. Болотина, В.В. Васильева, Н.К. Галимова, Э.И. Григолюка, Я.М. Григоренко, М.А. Ильгамова, С.А. Лурье, Х.М. Муштари, И.Ф. Образцова, В.Н. Паймушина, С.Н. Сухина, Э. Рейсснера, Л. Хэбипа и многих других учёных.

Модели для анализа НДС современной техники, различающейся многими конструктивными особенностями и сложными видами нагрузок, должны позволять производить расчет с высокой степенью точности и детализации.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Достаточно точным является послойный анализ [3–5] слоисто-неоднородных, в том числе трёхслойных, оболочек. Осуществить такой анализ для большинства реальных конструкций аналитическими методами, как правило, не удаётся из-за математических трудностей.

Предложенный подход позволяет провести послойное моделирование с высокой степенью точности и детализации. Подход состоит в построении блоков из необходимого (для достижения требуемой точности и степени детализации) числа оболочечных конечных элементов (КЭ) несущих слоёв и КЭ заполнителя для моделирования НДС по толщине оболочки, а при необходимости и её слоёв, и особенно заполнителя (уточнённый послойный анализ). Такой подход позволяет использовать различные по точности модели (в зависимости от условий задач) для анализа НДС в слоях, учесть

Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)
Институт прикладной механики
Российской Академии наук, Москва,
E-mail: vbak@yandex.ru

в них изменение геометрических характеристик, физико-механических свойств материалов и параметров НДС по всем трём координатам, к которым отнесена оболочка, а также проводить расчёт при разнообразных граничных условиях и различных нарушениях сплошности слоёв, в том числе при наличии сквозных и несквозных (когда сплошность нарушена не во всех слоях) отверстий. Для рассматриваемых оболочек двойной кривизны впервые разработана оригинальная модель заполнителя, основанная на более точных постановках, чем у аналогичных распространённых моделей. При этом в зависимости от условий задач можно осуществлять переход к более простым моделям. При предложенном построении аппроксимаций в КЭ заполнителя удалось избежать разрыва обобщённых перемещений на поверхностях стыковки с несущими слоями. Развиваемый подход существенно расширяет круг решаемых в уточнённой постановке задач для различных форм рассматриваемых оболочек.

Конечно-элементные модели и применение их для расчёта слоисто-неоднородных оболочек рассматривались в [6–8] и многих других работах.

В технике, как правило, более широкое использование находят трёхслойные оболочки с жёсткими тонкими несущими слоями и менее жёстким толстым заполнителем. Для таких оболочек двойной кривизны приведём алгоритм построения блочной КЭ-модели естественной кривизны (имеющей форму рассматриваемых оболочек, что позволяет избежать погрешностей аппроксимации геометрии), которая состоит из КЭ несущих слоёв, основанных на классической теории моментных оболочек, и необходимого числа трёхмерных КЭ заполнителя, созданных с применением соотношений теории упругости. Когда неприменима классическая теория оболочек, моделировать НДС в несущих слоях можно с помощью КЭ заполнителя.

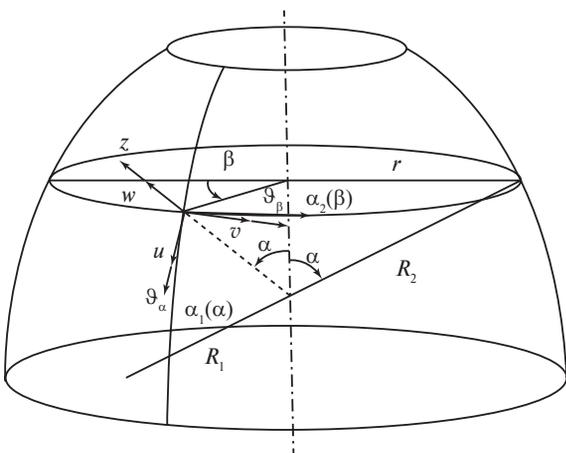


Рис. 1. Оболочка вращения двойной кривизны (несущие слои)

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ НЕСУЩИХ СЛОЕВ ТРЁХСЛОЙНЫХ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ДВОЙНОЙ КРИВИЗНЫ

Перемещения точек несущих слоёв оболочки определяются перемещениями точек срединной поверхности $\delta_i^c = \{u, v, w\}^T$ и углами поворота нормали к срединной поверхности относительно осей $\alpha_1(\alpha)$ и $\alpha_2(\beta)$ (рис. 1) $\vartheta_i^c = \{\vartheta_\alpha, \vartheta_\beta\}^T$:

$$\vartheta_\alpha = \frac{\partial w}{r \partial \beta} - \frac{v}{r} \sin \alpha, \quad \vartheta_\beta = -\frac{\partial w}{R_1 \partial \alpha} + \frac{u}{R_1},$$

где $\alpha_1(\alpha)$ и $\alpha_2(\beta)$ — оси криволинейных координат, которые находятся на срединной поверхности несущих слоёв, u, v — перемещения по касательным к осям α_1, α_2 соответственно, w — перемещение по нормальной к срединной поверхности несущего слоя оболочки координате (z) , $r = R_2 \sin \alpha$, R_1, R_2 — главные радиусы кривизны (рис. 1).

В дальнейшем индексы, соответствующие номеру слоя i , считая от внутренней поверхности оболочки, и его принадлежности c (несущий слой) и f (слой заполнителя), при записи коэффициентов составляющих вектора указывать не будем.

Геометрические соотношения для оболочек вращения двойной кривизны имеют вид [9]

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{R_1 \partial \alpha} + \frac{w}{R_1}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{r \partial \beta} + \frac{u \cos \alpha}{r} + \frac{w \sin \alpha}{r}, \\ \gamma &= \frac{\partial u}{r \partial \beta} + \frac{\partial v}{R_1 \partial \alpha} - \frac{v \cos \alpha}{r}, \quad \kappa = -\frac{\partial^2 w}{R_1^2 \partial \alpha^2} + \frac{\partial u}{R_1^2 \partial \alpha}, \\ \kappa_2 &= -\frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \beta^2} + \frac{\sin \alpha}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \beta} - \frac{\cos \alpha}{R_1 r} \frac{\partial w}{\partial \alpha} + \frac{u \cos \alpha}{R_1 r}, \\ \chi &= -\frac{\partial^2 w}{R_1 r \partial \alpha \partial \beta} + \frac{\cos \alpha}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \beta} + \frac{\sin \alpha}{R_1 r} \frac{\partial v}{\partial \alpha} - \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{r^2} v + \frac{\partial u}{R_1 r \partial \beta}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma, \kappa_1, \kappa_2, \chi$ — меридиональная, окружная и сдвиговая деформации, параметры изменения кривизны и кручения срединной поверхности соответственно (обобщённые деформации).

Важным требованием, предъявляемым к функциям аппроксимаций перемещений оболочечных КЭ, является учёт перемещений как твёрдых тел, которые вычисляются интегрированием (1) при нулевых значениях обобщённых деформаций аналогично [10–13]). Учёт таких перемещений увеличивает скорость сходимости численных процедур, т.е. при меньшем числе КЭ достигается высокая точность решения [11]. Это очень важно при послойном анализе и особенно при уточнённом послойном анализе слоистых оболочек, когда слои дополнительно разбиваются по толщине.

В каждом из четырёх узлов КЭ несущих слоёв (рис. 2) будет по пять обобщённых перемещений: три линейных перемещения u, v, w на срединной поверхности и два угла поворота нормали к срединной поверхности $\vartheta_\alpha, \vartheta_\beta$ для каждого несущего слоя (рис. 2, узел 1), т. е. у КЭ несущих слоёв будет по 20 степеней свободы, 6 из них отвечают за перемещения как твёрдых тел, а другие 14 — за деформационные перемещения.

Перемещения КЭ несущих слоёв складываются из перемещений как твёрдых тел и деформационных перемещений [10—14]:

$$\delta_i^c = T_i^c \alpha_i^c \quad (2)$$

где $\alpha_i^c = \{\alpha_1, \dots, \alpha_{20}\}^T$ — вектор неопределённых коэффициентов, T_i^c — (3×20) -матрица аппроксимирующих функций перемещений для КЭ несущих слоёв. Матрица T_i^c приведена в табл. 1, где $c = \cos\alpha$, $s = \sin\alpha$, $c_1 = \cos\beta$, $s_1 = \sin\beta$, $\kappa_1 = R_1^0 + k_0 s$, $\kappa_2 = k_0 + R_1^0 \sin\alpha$, $k_0 = r_0 - R_1^0 \sin\alpha$, r_0 — радиус окружности в плоскости, перпендикулярной оси оболочки и проходящей через начало местной системы координат КЭ несущих слоёв, α_0, R_1^0 — угловая координата и радиус кривизны R_1 в начале местной системы координат КЭ несущих слоёв соответственно.

Подставив координаты узлов КЭ несущих слоёв в зависимости (2) и в выражения для углов поворота нормали вокруг координатных осей α и β , записанные через неопределённые коэффициенты с учётом (2), получим соотношения, связывающие вектор узловых перемещений q_i^c с вектором неопределённых коэффициентов α_i^c для КЭ несущих слоёв:

$$q_i^c = C_i^c \alpha_i^c, \quad (3)$$

где $C_i^{c \circ T}$ (20×20)-матрица связи.

С учётом (3) зависимости (2) запишем в матричном виде

$$\delta_i^c = T_i^c (C_i^c)^{-1} q_i^c.$$

Подставив (2) в (1), получим выражения обобщённых деформаций, записанные с помощью вектора α_i^c . Зная физические соотношения, определяем матрицы жёсткости КЭ несущих слоёв аналогично [10].

Достоверность, сходимость и точность результатов, полученных с помощью рассмотренной модели КЭ несущих слоёв, подтверждены сравнением с аналитическим решением в [15].

Таблица 1. Матрица аппроксимирующих функций перемещений T_i^c для КЭ несущих слоёв.

$c_1 c$	$s_1 c$	$c_1 k_1$	$s_1 k_1$	s		α	β	$\alpha\beta$											
$-s_1$	c_1	$-s_1 c R_1^0$	$c_1 c R_1^0$		κ_2				β	$\alpha\beta$									
$s c_1$	$s s_1$	$-c_1 c k_0$	$-s_1 c k_0$	$-c$							$\alpha\beta$	α^2	β^2	$\alpha^2\beta$	$\alpha\beta^2$	α^3	β^3	$\alpha^3\beta$	$\alpha\beta^3$

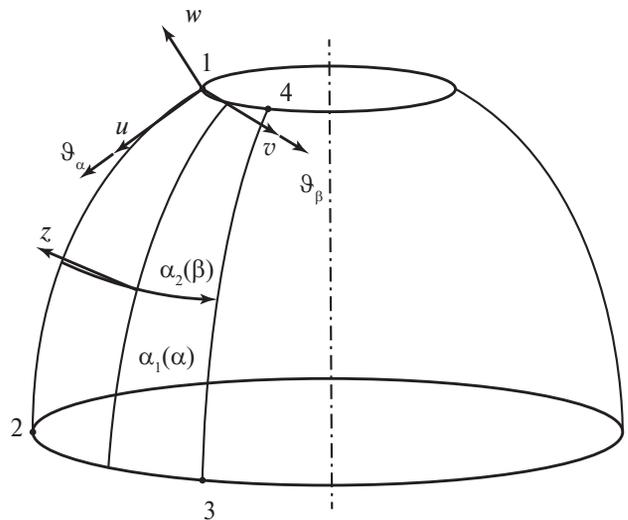


Рис. 2. Конечный элемент несущих слоёв трехслойных в общем случае нерегулярных оболочек вращения двойной кривизны.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ЗАПОЛНИТЕЛЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ДВОЙНОЙ КРИВИЗНЫ

Чтобы учесть изменение свойств материала и параметров НДС, наполнитель моделируется по толщине необходимым для достижения требуемой точности и степени детализации числом трёхмерных оболочечных КЭ.

Для исключения разрыва обобщённых перемещений на поверхностях стыковки с КЭ несущих слоёв у КЭ наполнителя на этих поверхностях принимается то же количество узлов, а также те же узловые обобщённые перемещения и аппроксимации, что и у КЭ несущих слоёв. Таким образом, у КЭ наполнителя будет две узловые поверхности в общем случае (когда наполнитель моделируется одним КЭ по толщине) с 20 степенями свободы каждая. Применяя на узловых поверхностях КЭ наполнителя аппроксимации перемещений КЭ несущих слоёв, приведённые к поверхностям стыковки с КЭ наполнителя, и линейный закон изменения перемещений по толщине КЭ наполнителя, построим аппроксимации перемещений для этих КЭ. В зависимости от условий задач модель позволяет переход к более простым моделям с меньшим числом степеней свободы.

Геометрические соотношения для трёхмерного тела в криволинейных координатах [1] применим

для КЭ слоя заполнителя, представляющего собой толстостенную оболочку двойной кривизны:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \frac{\partial u}{R_1 \partial \alpha} + \frac{w}{R_1}, \quad \varepsilon_\beta = \frac{\partial v}{r \partial \beta} + \frac{u \cos \alpha}{r} + \frac{w \sin \alpha}{r}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \gamma_{\alpha\beta} &= \frac{\partial u}{r \partial \beta} + \frac{\partial v}{R_1 \partial \alpha} - \frac{v \cos \alpha}{r}, \quad \gamma_{\beta z} = \frac{\partial w}{r \partial \beta} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{v \sin \alpha}{r}, \\ \gamma_{z\alpha} &= \frac{\partial w}{R_1 \partial \alpha} + \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{u}{R_1},\end{aligned}\quad (4)$$

где $R_1 = \frac{(R_{1e} + R_{1n})}{2}$, $r = R_2 \sin \alpha$, $R_2 = \frac{(R_{2e} + R_{2n})}{2}$ (индексы e и n означают, что радиусы относятся к внутренней и наружной поверхностям КЭ слоя заполнителя соответственно).

Зная аппроксимации перемещений КЭ заполнителя, можно записать выражения обобщённых деформаций (4) через вектор неопределённых коэффициентов. Применяя физические соотношения, определяем матрицы жесткости КЭ заполнителя аналогично [10].

Из полученных КЭ моментных несущих слоёв и трёхмерных КЭ заполнителя строится блок для уточнённого послойного моделирования НДС трёхслойной в общем случае нерегулярной оболочки двойной кривизны.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРЁХСЛОЙНОЙ ОБОЛОЧКИ ДВОЙНОЙ КРИВИЗНЫ СО СКВОЗНЫМИ И НЕСКВОЗНЫМИ ВЫРЕЗАМИ

В качестве примера приводятся исследование и сравнение параметров НДС трёхслойной оживальной оболочки со сквозными и несквозными (когда сплошность нарушена не во всех слоях) вырезами. Оболочка нагружена равномерно распределённым внутренним давлением $p = 1 \text{ кг/см}^2$ и имеет два диаметрально противоположных прямоугольных в плане выреза. Рассматривается два варианта несквозных вырезов: во внутреннем несущем слое и во внутреннем несущем слое и заполнителе. Несущие слои оболочки выполнены из стеклопластика, а заполнитель из пенопласта. Считается, что граничные условия на торцах несущих слоёв оболочки соответствуют случаю шарнирного опирания (на торце меньшего диаметра разрешено осевое перемещение).

Геометрические параметры оболочки следующие: $R = 1 \text{ м}$, $L = 1,7 \text{ м}$, $h_1 = 0,1 \text{ см}$, $h_2 = 0,1 \text{ см}$, $H = 4,9 \text{ см}$, где R — наружный радиус большого основания; L — длина оболочки; H, h_1, h_2 — толщина заполнителя, внутреннего и наружного несущих слоёв соответственно. Вырезы располагаются на

расстоянии 30 см от торца оболочки большого диаметра. Длина вырезов составляет 30 см. Угол раствора выреза составлял 40° .

Модули упругости и коэффициент Пуассона несущих слоёв: $E_1 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$, $E_2 = 1,9 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$, $G_{12} = 0,35 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$, $\mu_2 = 0,1$; заполнителя: $E_1 = E_2 = E_3 = 240 \text{ кг/см}^2$, $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 100 \text{ кг/см}^2$.

Вследствие симметрии при расчёте рассматривается 1/4 симметричная часть оболочки, которая разбивалась на 45 блоков КЭ в меридиональном направлении и на 30 блоков КЭ в окружном направлении со сгущением сетки в окрестности выреза. Основные результаты приведены на рис 3, 4.

На этих рисунках цифрами обозначены графики распределения силовых факторов для следующих

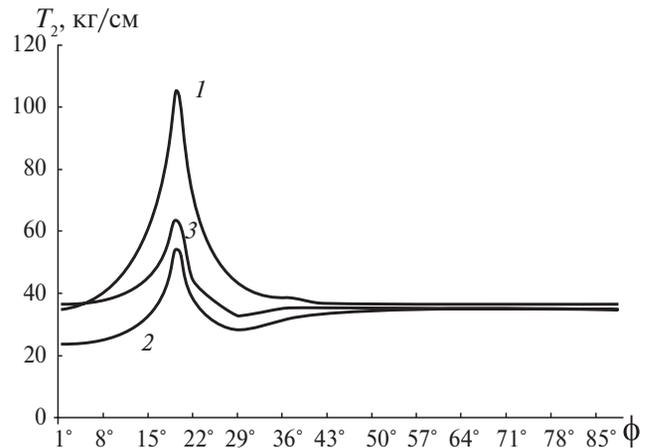


Рис. 3. Графики изменения погонных усилий T_2 во внутреннем несущем слое трехслойной оживальной оболочки со сквозными (1) и несквозными вырезами (2, 3) в сечении, отстоящем от края выреза с меньшим диаметром на расстоянии половины размера конечного элемента.

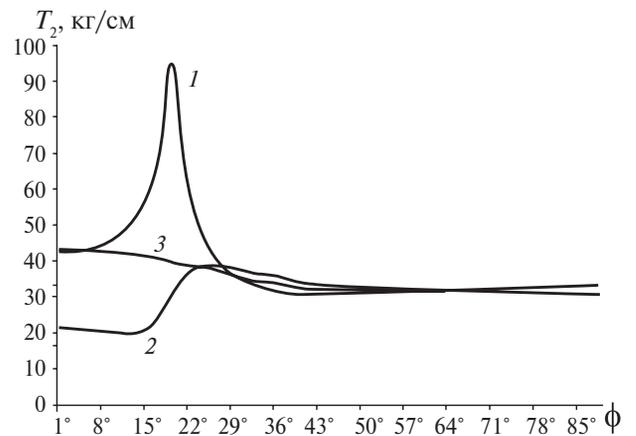


Рис. 4. Графики изменения погонных усилий T_2 во внешнем несущем слое трехслойной оживальной оболочки со сквозными (1) и несквозными вырезами (2, 3) в сечении, отстоящем от края выреза с меньшим диаметром на расстоянии половины размера конечного элемента.

видов вырезов: 1 — сквозной вырез; 2 — вырез во внутреннем несущем слое; 3 — вырез во внутреннем несущем слое и заполнителе.

Анализ результатов расчётов показывает, что НДС оболочки, ослабленной вырезами, характеризуется ярко выраженными краевыми эффектами в окрестности вырезов и особенно вблизи угловых точек вырезов, быстро затухающими по мере удаления от них. Наибольшими по абсолютной величине являются мембранные окружные усилия T_2 во внутреннем несущем слое в окрестности угловых точек сквозных вырезов (рис. 3, 4). Максимальные значения мембранных напряжений в несущих слоях в несколько раз превышают максимальные значения моментных напряжений. Во внутреннем несущем слое максимальные значения усилий T_2 на 15% больше, чем во внешнем.

На рисунках 3, 4 представлены графики изменения погонных усилий T_2 во внутреннем и внешнем несущих слоях соответственно в сечении, отстоящем от края выреза с меньшим диаметром на расстоянии половины размера КЭ. Отсчёт угловой координаты в окружном направлении идёт от плоскости симметрии, которая делит вырез пополам и проходит через ось оболочки.

По сравнению со сквозными вырезами наибольшие по абсолютной величине мембранные окружные усилия в слоях при несквозных вырезах значительно уменьшаются и при этом меняется картина распределения этих усилий во внешнем несущем слое (рис. 4). Та же закономерность наблюдается и для наибольших по абсолютной величине мембранных усилий T_1 . Эти усилия примерно в 1,3 раза меньше наибольших по абсолютной величине мембранных окружных усилий в несущих слоях.

Наибольшими по абсолютной величине в заполнителе трехслойной оболочки со сквозными вырезами являются напряжения τ_{23} в районе угловых точек вырезов, которые более чем в 2 раза превышают максимальные значения напряжений τ_{13} и почти в 2,7 раза напряжений σ_{33} , которые наблюдаются в районе середины края выреза с меньшим диаметром. Наибольшими по абсолютной величине в заполнителе трёхслойной оболочки с несквозными вырезами являются напряжения, которые наблюдаются в районе середины края выреза с меньшим диаметром для случая, когда сплошность нарушена во внутреннем несущем слое и заполнителе. При этом наибольшие по абсолютной величине напряжения τ_{13} незначительно превышают наибольшие значения напряжений σ_{33} и более чем в 2 раза превышают максимальные значения напряжений τ_{23} .

Таким образом, предложено построение уточнённой модели послойного анализа НДС трёх-

слойных в общем случае нерегулярных оболочек вращения двойной кривизны с помощью блочного конечно-элементного подхода. Блок строится из КЭ моментных несущих слоев, основанных на классической теории оболочек, и необходимого для достижения требуемой точности и степени детализации числа трёхмерных оболочечных КЭ слоя заполнителя, созданных с применением соотношений теории упругости. С помощью полученной модели можно учесть изменение геометрических характеристик, физико-механических свойств и параметров НДС по всем трём координатам, к которым отнесена оболочка, проводить расчёт для разных форм оболочек, разнообразных условий закрепления и нагружения слоёв, а также при различных нарушениях их сплошности. В качестве примера построенная модель применена для анализа напряжённого состояния трёхслойной оживальной оболочки со сквозными и несквозными вырезами. Рассмотрено два варианта несквозных вырезов, когда сплошность нарушена в несущем слое и в несущем слое и заполнителе. Проведено исследование и сравнение параметров напряжённого состояния трёхслойной оживальной оболочки со сквозными и несквозными вырезами.

Источник финансирования. Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной механики Российской Академии наук, тема номер гос. регистрации АААА–А19–119012290177-0.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Васильев В. В.* Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
2. *Бакулин В. Н., Образцов И. Ф., Потопахин В. А.* Динамические задачи нелинейной теории многослойных оболочек: Действие интенсивных термосиловых нагрузок, концентрированных потоков энергии. М.: Физматлит, 1998, 464 с.
3. *Бакулин В. Н.* Уточненная модель послойного анализа трехслойных нерегулярных конических оболочек // ДАН. 2017. Т. 472. № 3. С. 272–277.
4. *Бакулин В. Н.* Эффективная модель послойного анализа трёхслойных нерегулярных оболочек вращения цилиндрической формы // ДАН. 2018. Т. 478. № 2. С. 145–150.
5. *Бакулин В. Н.* Блочная конечно-элементная модель для послойного анализа напряжённо-деформированного состояния трёхслойных оболочек с нерегулярной структурой // Изв. РАН. МТТ. 2018. № 4. С. 66–73.
6. *Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Попов Б. Г.* Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1984. 263 с.

7. Бакулин В. Н. Метод конечных элементов для исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных цилиндрических оболочек. М.: ЦНИИ Информации, 1985. 140 с.
8. Бакулин В. Н., Рассоха А. А. Метод конечных элементов и голографическая интерферометрия в механике композитов. М. Машиностроение, 1987. 312 с.
9. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. Л.: Судпромгиз, 1951. 344 с.
10. Бакулин В. Н., Демидов В. И. Трехслойный конечный элемент естественной кривизны // Изв. вузов. Машиностроение. 1978. № 5. С. 5—10.
11. Бакулин В. Н. Эффективные модели для уточненного анализа деформированного состояния трехслойных неосесимметричных цилиндрических оболочек // ДАН. 2007. Т. 414. № 5. С. 613—617.
12. Бакулин В. Н. Построение аппроксимаций и моделей для исследования НДС трехслойных неосесимметричных цилиндрических оболочек // Мат. моделирование. 2007. Т. 19. № 12. С. 118—128.
13. Железнов Л. П., Кабанов В. В. Функции перемещений конечных элементов оболочки вращения как твердых тел // Изв. РАН. МТТ. 1990. № 1. С. 131—136.
14. Репинский В. В. Эффективные конечные элементы для расчета устойчивости тонких анизотропных оболочек вращения // Вопр. оборон. техники. Сер. 15. 1997. В.1(117). С. 3—7.
15. Бакулин В. Н., Репинский В. В. Сравнение конечно-элементного решения с аналитическим в задачах механики деформирования сферических оболочек. Материалы XII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018), посвященной памяти академика Ю. А. Рыжова. 24—31 мая 2018 г. Алушта: МАИ, 2018. С. 338—340.

BLOCK FINITE-ELEMENT MODEL OF LAYER-BY-LAYER ANALYSIS OF THREE-LAYER STRESS–STRAIN STATE IN GENERAL IRREGULAR SHELLS OF ROTATION OF DOUBLE CURVATURE

V. N. Bakulin

Presented by Academician of the RAS A.M. Lipanov June 7, 2018

Received June 28, 2018

This study proposes a finite-element block approach to building a new, refined model for layer-by-layer analysis of the stress–strain state of generally irregular sandwich shells of revolution with double curvature. A core material model is developed for the first time for such shells, based on more precise statements compared to those of similar common models; it allows the avoidance of the discontinuity of generalized displacements on the surfaces of an interface with base layers and switching to simpler models depending on the problem statement. Using the proposed model, it is possible to create an allowance for the changes in the properties and parameters of the stress–strain state in all the three coordinates, to which the shell is assigned, and to obtain a solution within the specified statement for different shell shapes and boundary conditions of layers, including in the case of discontinuity.

Keywords: sandwich doubly curved shell of revolution, stress and strain state, core layer, skin-layers, layer-by-layer analysis, beam finite element model.