ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2019, том 484, № 5, с. 527–531

МАТЕМАТИКА

УДК 517.518.1 + 514.7

ЛОКАЛЬНЫЕ МЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТЕЙ УРОВНЯ НА ПРОСТРАНСТВАХ КАРНО–КАРАТЕОДОРИ

М. Б. Карманова

Представлено академиком РАН Ю.Г. Решетняком 31.08.2018 г.

Поступило 11.09.2018 г.

Для поверхностей уровня отображений класса C_H^1 многообразий Карно в пространства Карно–Каратеодори установлена адекватная локальная метрическая характеристика поверхностей уровня. Кроме того, для отображений групп Карно на прообразе построен адаптированный базис, который согласует локальные субримановы структуры дополнения ядра субриманова дифференциала и пространства-образа.

Ключевые слова: пространство Карно–Каратеодори, липшицево отображение, индуцированная мера, адаптированный базис, формула площади.

DOI: https://doi.org/10.31857/S0869-56524845527-531

Основной объект исследования — поверхности уровня C_H^1-отображений групп Карно и многообразий Карно, образ которых имеет меньшую размерность. Класс C_H^1 является субримановым аналогом класса C^1 в том смысле, что он адекватно аппроксимирует липшицевы отображения и его субриманов дифференциал существует всюду и непрерывен. Тем не менее C_H^1-отображения в общем случае не являются дифференцируемыми в классическом смысле на множестве положительной меры, так как в классическом смысле они являются только гёльдеровыми. Дело в том, что внутренняя метрика d_{cc} многообразий Карно, согласованная с их субримановой структурой, оценивается сверху римановой метрикой в степени $1/M$, где константа $M > 1$ определяется этой структурой. Поэтому только недавно был установлен общий вид формулы площади для d_{cc}-липшицевых отображений [1] (включая аналитическое выражение для вычисления якобиана), а также формула площади для построенных по ним отображений-графиков [2]. Кроме того, вопрос описания структуры множеств уровня и нахождения каких-либо их метрических характеристик долгое время оставался открытым (за исключением некоторых частных случаев; см., например, [3–6] и др.). Дело в том, что, в отличие от евклидова случая, эти поверхности могут не быть представимы в виде графика, что существенно затрудняет их изучение. Однако в ходе настоящих исследований удалось найти универсальный подход к задаче, который позволил получить описание множеств уровня на многообразиях Карно, независимо от их представимости, как график. Поскольку основной вопрос состоит в получении каких-либо метрических характеристик поверхностей уровня, а также в наличии или отсутствии взаимосвязи свойств их структуры и ядра субриманова дифференциала, то в основе нового подхода лежит идея отождествления точек, принадлежащих одному "слою", который в некотором смысле ортогонален ядру. В классическом случае и в случае гладких отображений в этом нет необходимости, так как каждый "слой" состоит из одной точки. Кроме того, для отображений групп Карно построен локальный адаптированный базис, позволяющий согласовать неголономные структуры таких "слоев" (а также дополнения ядра субриманова дифференциала) и пространства-образа и тем самым описать структуру такого слоя.

Определение 1 (см., например, [7]). Фиксируем связное риманово C^∞-многообразие $\mathbb{M}$ топологической размерности N. Пусть в его касательном расслоении $T\mathbb{M}$ существует фильтрация $H_1\mathbb{M} \subsetneq \ldots \subsetneq H_i\mathbb{M} \subsetneq \ldots \subsetneq H_M\mathbb{M} = T\mathbb{M}$ подрасслоениями такая, что для каждого $p \in \mathbb{M}$ найдётся окрестность $U \subset \mathbb{M}$, $U \ni p$, с набором полей

Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской Академии наук, Новосибирск

E-mail: maryka@math.nsc.ru

$X_1, \ldots, X_N$ класса C^1, обладающая следующими свойствами:

1) подпространство $H_i\mathbb{M}(v) = \operatorname{span}\{X_1(v), \ldots \ldots, X_{\dim H_i}(v)\} \subset T_v\mathbb{M}$ имеет размерность $\dim H_i$ независимо от v, $i = 1, 2, \ldots, M$;

2) верны включения $[H_i, H_j] \subset H_{i+j}$, $i, j = 1, 2, \ldots, M$, $i + j \le M$.

В этом случае набор $(\mathbb{M}, H_1, \ldots, H_M)$ называется пространством Карно–Каратеодори. Если, кроме того, выполнено (3), то набор $(\mathbb{M}, H_1, \ldots, H_M)$ — многообразие Карно;

3) $H_{j+1} = \operatorname{span}\{H_j, [H_1, H_j], [H_2, H_{j-1}], \ldots \ldots, [H_k, H_{j+1-k}]\}$, где $k = \left[\dfrac{j+1}{2}\right]$, $H_0 = \{0\}$, $j = 1, 2, \ldots, M-1$.

Для упрощения обозначений пространство Карно–Каратеодори (или многообразие Карно) будем обозначать символом $\mathbb{M}$. Подрасслоение $H_1\mathbb{M}$ называется горизонтальным. Число M называется глубиной многообразия $\mathbb{M}$.

Определение 2. Степень поля $\deg X_k$ равна $\min\{m \mid X_k \in H_m\}$.

Замечание 1. Из условия (2) определения 1 следует, что

$$[X_i, X_j](v) = \sum_{k:\deg X_k \le \deg X_i + \deg X_j} c_{ijk}(v) X_k(v),\quad i, j = 1, 2, \ldots, N. \tag{1}$$

Опишем локальную однородную группу и её главные свойства.

Теорема 1 [8]. *Фиксируем* $u \in \mathbb{M}$. *Набор*

$$\bar{c}_{ijk} = \begin{cases} c_{ijk}(u) \text{ из (1), если } \deg X_i + \deg X_j = \deg X_k, \\ 0 \text{ иначе} \end{cases}$$

определяет нильпотентную градуированную алгебру Ли.

Для фиксированного $u \in \mathbb{M}$ построим алгебру Ли $\mathfrak{g}^u$ со структурными постоянными теоремы 1 как нильпоментную градуированную алгебру Ли векторных полей $\{(\widehat{X}_i^u)'\}_{i=1}^N$ на $\mathbb{R}^N$ такую, что экспоненциальное отображение $(x_1, \ldots, x_N) \mapsto \exp\left(\sum_{i=1}^N x_i (\widehat{X}_i^u)'\right)(0)$ тождественно [9]. В силу этого $x_i = \exp(x_i(\widehat{X}_i^u)')(0)$. Следовательно, $e_i = (\widehat{X}_i^u)'(0)$. Соответствующую группу Ли обозначим $\mathbb{G}_u\mathbb{M}$.

Определение 3. Пусть $u \in \mathbb{M}$ и $(v_1, \ldots, v_N) \in B_E(0, r)$, где $B_E(0, r)$ — евклидов шар в $\mathbb{R}^N$. Определим $\theta_u : B_E(0, r) \to \mathbb{M}$ следующим образом:

$$\theta_u(v_1, \ldots, v_N) = \exp\left(\sum_{i=1}^N v_i X_i\right)(u).$$

Известно, что θ_u является C^1-гладким диффеоморфизмом, если $0 < r \le r_u$ для некоторого $r_u > 0$. Набор $\{v_i\}_{i=1}^N$ называется нормальными координатами (относительно $u \in \mathbb{M}$) точки $v = \theta_u(v_1, \ldots, v_N)$.

Используя экспоненциальное отображение θ_u, перенесём поля $(\widehat{X}_i^u)'$ на $\mathcal{U} \Subset \mathbb{M}$: $[(\theta_u)_*\langle(\widehat{X}_i^u)'\rangle](\theta_u(x)) = D\theta_u(x)\langle(\widehat{X}_i^u)'(x)\rangle$ и получим поля $\widehat{X}_i^u = (\theta_u)_*(\widehat{X}_i^u)'$, $i = 1, 2, \ldots, N$. Напомним, что $\widehat{X}_i^u(u) = X_i(u)$, $i = 1, 2, \ldots, N$.

Определение 4. Группа, ассоциированная с алгеброй Ли $\{\widehat{X}_i^u\}_{i=1}^N$ в точке $u \in \mathbb{M}$, называется локальной однородной группой $\mathcal{G}^u\mathbb{M}$. Определим её таким образом, чтобы отображение θ_u было локальным групповым изоморфизмом окрестностей единиц $\mathbb{G}_u\mathbb{M}$ и $\mathcal{G}^u\mathbb{M}$.

Введём субриманов аналог расстояния.

Определение 5. Пусть $w = \exp\left(\sum_{i=1}^N w_i X_i\right)(v)$, $w, v \in \mathbb{M}$. Определим величину $d_2(w, v)$ следующим образом:

$$d_2(w, v) = \max\left\{\left(\sum_{j:\deg X_j = 1} |w_j|^2\right)^{\frac{1}{2}}, \left(\sum_{j:\deg X_j = 2} |w_j|^2\right)^{\frac{1}{2\cdot 2}}, \ldots, \left(\sum_{j:\deg X_j = M} |w_j|^2\right)^{\frac{1}{2\cdot M}}\right\}.$$

Множество $\{w \in \mathbb{M} : d_2(w, v) < r\}$ называется шаром относительно d_2 радиуса $r > 0$ с центром в точке v и обозначается символом $\operatorname{Box}_2(v, r)$.

Значение $d_2^u(v, w)$ для $w = \exp\left(\sum_{i=1}^N w_i \widehat{X}_i^u\right)(v)$, $w, v, u \in \mathbb{M}$, множество $\operatorname{Box}_2^u(v, r)$ определяются аналогично.

Свойство 1. Расстояния d_2 и d_2^u являются квазиметриками (см., например, [8]).

Определение 6. Пусть $\mathbb{M}$, $\widetilde{\mathbb{M}}$ — пространства Карно–Каратеодори и $\Omega \subset \mathbb{M}$. Отображение $\varphi : \Omega \to \widetilde{\mathbb{M}}$ дифференцируемо в субримановом смысле, или *hc*-дифференцируемо, в (предельной) точке $x \in \Omega$, если существует горизонтальный гомоморфизм $\widehat{D}\varphi(x) : \mathcal{G}^x\mathbb{M} \to \mathcal{G}^{\varphi(x)}\widetilde{\mathbb{M}}$ локальных однородных групп такой, что

$$\widetilde{d}_2(\varphi(y),\ \widehat{D}\varphi(x)\langle y\rangle) =$$
$$= o(d_2(x,y)),\ y\in\Omega,\ o(1)\to 0 \text{ при } y\to x$$

(здесь и далее символ $\widetilde{d}_2$ обозначает расстояние из определения 5 на $\widetilde{\mathbb{M}}$).

Определение 7. Пусть $\mathbb{M}$ — многообразие Карно, $\widetilde{\mathbb{M}}$ — пространство Карно–Каратеодори, $\Omega\subset\mathbb{M}$ — открытое множество. Отображение $\varphi:\Omega\to\widetilde{\mathbb{M}}$ принадлежит классу C_H^1, если его горизонтальные производные существуют всюду, непрерывны и образ горизонтальных полей горизонтален.

Свойство 2. Если $\varphi\in C_H^1(\Omega,\widetilde{\mathbb{M}})$, то оно является (локально) липшицевым относительно d_2: $\widetilde{d}_2(\varphi(x),\varphi(y))\le Ld_2(x,y)$, $x,y\in U\subset\Omega$, $L=L(U)<\infty$.

Теорема 2 [10]. *Всякое отображение $\varphi\in C_H^1(\Omega,\widetilde{\mathbb{M}})$ непрерывно hc-дифференцируемо всюду.*

Предположение 1. Пусть $\varphi\in C_H^1(\Omega,\widetilde{\mathbb{M}})$, где

1. $\Omega\subset\mathbb{M}$ — открытое множество;
2. $\mathbb{M}$ — многообразие Карно с базисными векторными полями $X_1, \ldots, X_N$ и размерностями подпространств $\dim H_1<\ldots<\dim H_M$;
3. $\widetilde{\mathbb{M}}$ — пространство Карно–Каратеодори с базисными векторными полями $\widetilde{X}_1,\ldots,\widetilde{X}_{\widetilde{N}}$ и размерностями подпространств $\dim\widetilde{H}_1<\ldots<\dim\widetilde{H}_{\widetilde{M}}$;
4. $M\ge\widetilde{M}$, $\dim H_1\ge\dim\widetilde{H}_1$, $\dim H_{i+1}-\dim H_{i-1}\ge$ $\ge\dim\widetilde{H}_{i+1}-\dim\widetilde{H}_i$, $i=1, 2, \ldots, M-1$;
5. Ранг $\widehat{D}\varphi(x)$ максимален и $\widehat{D}\varphi(x)$ строго отделён от нуля на $(\ker\widehat{D}\varphi(x))^\perp$ для всех $x\in\Omega$.

Пусть $x\in\Omega$; тогда $\varphi^{-1}(\varphi(x))$ — проходящее через эту точку множество уровня. Известно (см., например, [10]), что в исходных базисах *hc*-дифференциал имеет блочно-диагональную структуру. Поэтому с учётом структуры шаров в d_2 мы можем без ограничения общности считать, что базисные поля в x можно разделить на два набора: на $N-\widetilde{N}$ полях из первого набора $\widehat{D}\varphi(x)$ вырождается, а на оставшихся $\widetilde{N}$ полях он строго отделён от нуля. Эти $\widetilde{N}$ полей обозначим символом $(\ker\widehat{D}\varphi)^\perp$. Рассмотрим следующую структуру в окрестности точки x: для каждого $y_0\in\exp(\ker\widehat{D}\varphi(x))(x)\cap\mathrm{Box}_2(x,R)=$ $=\widehat{D}\varphi(x)^{-1}\langle\varphi(x)\rangle\cap\mathrm{Box}_2(x,R)$, $R>0$, сопоставим множество

$$C_{y_0}=\varphi^{-1}(\varphi(x))\cap\exp((\ker\widehat{D}\varphi(x))^\perp)(y_0)\cap$$
$$\cap\mathrm{Box}_2(y_0,R).$$

Здесь и далее обозначим

$$\exp(\ker\widehat{D}\varphi(x))(x)=$$
$$=\left\{w:\ w=\exp\left(\sum_{i:X_i(x)\in\ker\widehat{D}\varphi(x)} w_iX_i\right)(x)\right\},$$

$$\exp((\ker\widehat{D}\varphi(x))^\perp)(y_0)=$$
$$=\left\{v:v=\exp\left(\sum_{j:X_j(x)\in(\ker\widehat{D}\varphi(x))^\perp} v_jX_j\right)(y_0)\right\}.$$

Верна следующая

Лемма 1 (см. также [5] для групп Карно). *Существует такое $R>0$, что $C_{y_0}\ne\phi$ для всех $y_0\in\exp(\ker\widehat{D}\varphi(x))(x)\cap\mathrm{Box}_2(x,R)$.*

Замечание 2. Множество C_{y_0} может состоять более чем из одной точки (в отличие от евклидова случая и от случая гладких контактных отображений [11]).

Первый основной результат сообщения состоит во введении нового расстояния $\mathfrak{d}_2^x$, построении на его основе изометрической с ядром субриманова дифференциала параметризации π_x и меры $\mathcal{H}_{\mathfrak{d}_2^x}^{\nu-\tilde{\nu}}$, а также в доказательстве основного свойства такой меры (см. теорему 3), которое совпадает с таковым для классических случаев.

Определение 8. Пусть $v\in\exp((\ker\widehat{D}\varphi(x))^\perp)(v_0)$ и $w\in\exp((\ker\widehat{D}\varphi(x))^\perp)(w_0)$. Положим

$$\mathfrak{d}_2^x(v,\ w)=\begin{cases} d_2^x(v_0,w_0),\ \text{если}\ v\in C_{v_0},\ w\in C_{w_0},\\ \min\{d_2(v,w),\ d_2(v,C_{v_0})+\\ +d_2(w,C_{w_0})+d_2^x(v_0,w_0)\}.\end{cases} \qquad (2)$$

Замечание 3. В силу определения 8 $\mathfrak{d}_2^x$ на $\varphi^{-1}(\varphi(x))$ является квазиметрикой в том смысле, что точки каждого C_{y_0} рассматриваются как одна. Кроме того, множества $\mathrm{Box}_{\mathfrak{d}_2^x}(y,r)\cap\varphi^{-1}(\varphi(x))$, $y\in C_{y0}$, совпадают с $\bigcup\limits_{w:\ w\in C_{y0}}\mathrm{Box}_{2,P}(w,r)\cap\varphi^{-1}(\varphi(x))$, где $\mathrm{Box}_{2,P}(w,r)=\{v:\ d_2^x(v_0,w_0)<r\}$.

Свойство 3. Соответствие $\pi_x:y_0\mapsto C_{y_0}$ является изометрией относительно d_2^x и $\mathfrak{d}_2^x(v,w)$.

Будем рассматривать такое соответствие как параметризацию множества уровня. Построим на её основе индуцированную меру.

Определение 9. (Индуцированная) мера Хаусдорфа множества $A \subset \varphi^{-1}(\varphi(x))$ равна

$$\mathcal{H}^{\nu-\tilde{\nu}}_{\mathfrak{d}_2^x}(A) = \omega_{\nu-\tilde{\nu}} \lim_{\delta\to\infty} \inf \left\{ \sum_{i\in\mathbb{N}} r_i^{\nu-\tilde{\nu}} : \bigcup_{i\in\mathbb{N}} \mathrm{Box}_{\mathfrak{d}_2^x}(x_i, r_i) \supset \supset A, x_i \in A,\ r_i < \delta \right\},$$

где точная нижняя грань берётся по всем покрытиям множества A.

Теорема 3. *Для* $A \subset \varphi^{-1}(\varphi(x))$ *имеем*

$$\mathcal{H}^{\nu-\tilde{\nu}}_{\mathfrak{d}_2^x}(A) = \mathcal{H}^{\nu-\tilde{\nu}}(\pi_x^{-1}(A)).$$

В частности,

$$\mathcal{H}^{\nu-\tilde{\nu}}_{\mathfrak{d}_2^x}(\varphi^{-1}(\varphi(x)) \cap \mathrm{Box}_{\mathfrak{d}_2^x}(y,r)) = \mathcal{H}^{\nu-\tilde{\nu}}(\exp(\ker \widehat{D}\varphi(x))(x) \cap \mathrm{Box}_2(\pi_x^{-1}(y), r)) = \omega_{\nu-\tilde{\nu}} r^{\nu-\tilde{\nu}}(1+o(1)),$$

для $\varphi(y) = \varphi(x)$, *где* $o(1) \to 0$ *при* $r \to 0$.

Следствие этого результата — свойство индуцированной меры для компактных множеств.

Свойство 4. Если множество $S \subset \varphi^{-1}(\varphi(x)) \cap \cap \overline{\mathrm{Box}_2}(x,r)$ компактно, то для $\mathcal{H}^{\nu-\tilde{\nu}}_{\mathfrak{d}_2^x}$-почти всех $y \in S$ имеем $\mathcal{H}^{\nu-\tilde{\nu}}_{\mathfrak{d}_2^x}(S \cap \mathrm{Box}_{\mathfrak{d}_2^x}(y,r)) = \omega_{\nu-\tilde{\nu}} r^{\nu-\tilde{\nu}}(1+o(1))$ для $\varphi(y) = \varphi(x)$, где $o(1) \to 0$ при $r \to 0$.

Предположим теперь, что $\varphi \in C_H^1(\Omega, \widetilde{\mathbb{M}})$, $\Omega \subset \mathbb{G}$, где $\mathbb{G}$ — группа Карно. Как видно из свойства *hc*-дифференцируемости,

$$\tilde{d}_2(\varphi(z), \widehat{D}\varphi(y)\langle z\rangle) = \tilde{d}_2(\varphi(y), \widehat{D}\varphi(y)\langle z\rangle) = o(d_2(y,z))$$

для $y, z \in C_{y_0}$. Иными словами, значение $\widehat{D}\varphi(y)\langle z\rangle$ сравнимо с $o(d_2(y,z))$, т.е. d_2-расстояние между $y, z \in C_{y_0}$ является бесконечно большим по сравнению с его “ортогональной” частью, т.е. той, что соответствует координатам при полях из $(\ker \widehat{D}\varphi)^{\perp}$, на которых $\widehat{D}\varphi(y)$ не вырождается. Второй основной результат сообщения — описание локального адаптированного базиса, полученного невырожденной заменой из исходного, который согласует субримановы структуры $(\ker \widehat{D}\varphi)^{\perp}$ и образа $\widetilde{\mathbb{M}}$.

Теорема 4. *В окрестности каждой точки* $y \in C_{y_0}$ *существует такой базис* $\{{}^{y,z}X_i\}_{i=1}^N$, *для расстояния* ${}^{y,z}d_2$ *в котором справедливо*

$$d_2(\varphi(z), \widehat{D}\varphi(y)\langle z\rangle) = d_2(\varphi(y), \widehat{D}\varphi(y)\langle z\rangle) = O({}^{y,z}d_2(y,z)),$$

где $z \in C_{y_0}$. *При этом векторные поля из* $\ker \widehat{D}\varphi(x)$ *остаются без изменений, а остальные поля преобразуются в виде*

$${}^{y,z}X_k(z) = X_k(z) + \sum_{l: X_l \in \ker \widehat{D}\varphi(x)} a_{kl}(y,z) X_l(z),$$

где $|a_{kl}(y,z)| = 0$, *если* $\deg X_l \le \deg X_k$, *и* $|a_{kl}(z)| = O((d_2(y_0,y) + d_2(y,z))^{\deg X_l - \deg X_k})$, $k, l = 1, 2, \ldots, N$. *Кроме того, если положить*

$${}^{y}\widetilde{X}_k(z) = X_k(z) + \sum_{l: X_l \in \ker \widehat{D}\varphi(x)} a_{kl}^L(y,z) X_l(z),$$

где $a_{kl}^L(y,z)$ *— линейная часть по* $(z_1, \ldots, z_N)$, *определить отображение*

$$\psi(z) : \exp\left(\sum_{k: X_k \in (\ker \widehat{D}\varphi(x))^{\perp}} z_k {}^{y}\widetilde{X}_k \right)(y) \mapsto \mapsto \exp\left(\sum_{k: X_k \in (\ker \widehat{D}\varphi(x))^{\perp}} z_k {}^{y,z}X_k \right)(y)$$

и поля ${}^{y}X_k = \psi_* {}^{y}\widetilde{X}_k$ *для всех* k *таких, что* $X_k \in (\ker \widehat{D}\varphi(x))^{\perp}$, *то и для расстояния* ${}^{y}d_2$ *в базисе* $\{{}^{y}X_k\}$ *верно* $d_2(\varphi(z), \widehat{D}\varphi(y)\langle z\rangle) = d_2(\varphi(y), \widehat{D}\varphi(y)\langle z\rangle) = O({}^{y}d_2(y,z))$, $z \in C_{y_0}$.

Источник финансирования. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 16–31–60036-мол-а-дк).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Карманова М.Б.* // Изв. РАН. Сер. мат. 2014. Т. 78. № 3. С. 53–78.
2. *Карманова М.Б.* // ДАН. 2018. Т. 481. № 5. С. 474–477.
3. *Franchi B., Serapioni R., Serra Cassano F.* // Math. Ann. 2001. V. 321. P. 479–531.
4. *Басалаев С.Г.* // Вестн. НГУ. 2013. Т. 13. № 4. С. 16–36.
5. *Kozhevnikov A.* Propriétés métriques des ensembles de niveau des applications différentiables sur les groupes de Carnot. Géométrie métrique. P.: Univ. Paris Sud, 2015.
6. *Franchi B., Serapioni R.* // J. Geometric Anal. 2016. V. 26. № 3. P. 1946–1994.
7. *Basalaev S.G., Vodopyanov S.K.* // Eurasian Math. J. 2013. V. 4. № 2. P. 10–48.

8. *Karmanova M., Vodopyanov S.* In: Analysis and Mathematical Physics. Basel: Birkhäuser, 2009. P. 233–335.
9. *Postnikov M.M.* Lectures in Geometry. Semester V: Lie Groups and Lie Algebras. M.: Nauka, 1982.
10. *Vodopyanov S.* Geometry of Carnot–Carathéodory Spaces and Differentiability of Mappings. The Interaction of Analysis and Geometry // Contemp. Math. 2007. V. 424. P. 247–301.
11. *Karmanova M., Vodopyanov S.* // Acta Appl. Math. 2013. V. 128. № 1. P. 67–111.

LOCAL METRIC PROPERTIES OF LEVEL SURFACES ON CARNOT–CARATHEODORY SPACES

M. B. Karmanova

Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

Presented by Academician of the RAS Yu.G. Reshetnyak August 31, 2018

Received September 11, 2018

For level sets of C_H^1-mappings of Carnot manifolds to Carnot–Caratheodory spaces, we introduce an adequate local metric characteristic. Moreover, for mappings defined on Carnot groups, we construct a special adapted basis in the preimage such that it assigns a suitable local sub-Riemannian structure on a complement of a kernel of a sub-Riemannian differential to the initial sub-Riemannian structure in the image.

Keywords: Carnot–Caratheodory space, Lipschitz mapping, induced measure, adapted basis, area formula.