ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, *2019*, *том 484*, *№ 6*, *с. 672–677*

ИНФОРМАТИКА

УДК 51-7

РЕКОНСТРУКЦИЯ ТРЁХМЕРНЫХ СЦЕН НА ОСНОВЕ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ ВАРИАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ РЕГИСТРАЦИИ МУЛЬТИСЕНСОРНЫХ ДАННЫХ

А. В. Вохминцев[1,2,*], А. В. Мельников[1,2,], К. В. Миронов[3,4,***], В. В. Бурлуцкий[2,****]**

Представлено академиком РАН Ю.С. Попковым 15.06.2018 г.

Поступило 19.09.2018 г.

Предлагается точное решение задачи минимизации функционала, состоящего из двух слагаемых, которые измеряют средние квадраты расстояний для визуально-связанных характерных точек на изображении и средние квадраты расстояний для облаков точек на основе метрики точка—плоскость. В работе описывается точный метод реконструкции трёхмерного динамического окружающего пространства и свойства точных решений. Предлагаемый подход позволяет улучшить точность и сходимость методов реконструкции для сложных и крупномасштабных сцен.

Ключевые слова: трёхмерная реконструкция, итеративный алгоритм ближайших точек, алгоритм сопоставления изображений, системы одновременной навигации и построения карты.

DOI: https://doi.org/10.31857/S0869-56524846672-677

Автоматическая трёхмерная реконструкция сцен окружающего мира является одной из задач технического зрения современных роботизированных систем. Существующие алгоритмы для решения рассматриваемой задачи можно разбить на две группы [1–4]. Алгоритмы первой группы строятся на основе классического итеративного алгоритма ближайших точек (Iterative Close Point, ICP) [2], используют инкрементальный подход к вычислению разреженной трёхмерной модели сцены и метод связок для уточнения параметров камеры и координат трёхмерных точек [5]. Недостатком подхода является необходимость пользовательского ввода данных для вычисления начальной оценки на этапе начального сопоставления. Методы второй группы основаны на сопоставлении в двумерном пространстве дескрипторов особых точек [3, 4]. Недостатками второй группы алгоритмов являются высокая алгоритмическая сложность и предположение о наличии достаточного числа общих особых точек на изображениях соседних кадров. Ключевым этапом алгоритма ICP является поиск ортогонального или аффинного преобразования, наилучшим образом, в смысле квадратичной метрики, совмещающего два облака точек с заданным соответствием между точками (вариационная подзадача ICP) [6, 7]. Задача точка—точка может решаться с применением итерационного алгоритма Левенберга—Марквардта. Данному алгоритму свойственны типичные недостатки итерационных методов: зависимость точности результата от выбора начального приближения. В работе [8] предложено обобщение алгоритма ICP для использования масштабирования по трём осям помимо поворота и параллельного переноса. В работе [9] приведено решение в замкнутой форме задачи точка—точка в классе аффинных преобразований, позволяющее найти оптимальное преобразование для случаев, когда облако точек является вырожденным. Для класса ортогональных преобразований решение задачи точка—точка в замкнутой форме получено с помощью кватернионов [6] или с помощью ортогональных матриц [7]. На основе метода Хорна сформулирован алгоритм ICP в варианте точка—плоскость [10]. Известно, что метрика точка—плоскость превосходит метрику точка—точка с точки зрения точности и скорости сходимости. Для вариационной задачи точка—плоскость в классе аффинных преобразований найдены решения в замкнутой форме [11]. Устойчивость построения трёхмерной карты поверхности достигается глобаль-

[1] *Челябинский государственный университет*

[2] *Югорский государственный университет, Ханты-Мансийск*

[3] *Уральский федеральный университет им. Б.Н. Ельцина, Екатеринбург*

[4] *Уфимский государственный авиационный технический университет*

**E-mail*: *vav@csu.ru*

***E-mail*: *melnikovav@uriit.ru*

****E-mail*: *mironov.kv@net.ugatu.su*

*****E-mail*: *burlutskyvv@uriit.ru*

ной оптимизацией графа положений камеры с помощью алгоритма проверки возврата камеры в ранее пройденную точку [12].

СХЕМА ПОСТРОЕНИЯ ТРЁХМЕРНОЙ МОДЕЛИ СЦЕНЫ

В рамках данной работы предложен новый подход к решению вариационной подзадачи ICP на основе комбинации данных об особых точках на изображениях и карт глубины. Алгоритм построения трёхмерной карты поверхности состоит из следующих основных шагов [4]:

Шаг 1. Измерение карты глубины и вычисление нормализованной поверхности.

Шаг 2. Оценка положения камеры с помощью метода ICP между предсказанной и измеренной поверхностями.

Шаг 3. Уточнение глобальной карты поверхности путём интегрирования измеренной поверхности в карту, построенную на предыдущих шагах.

Шаг 4. Предсказание поверхности на следующем шаге на основе модифицированной калмановской фильтрации. Возврат к шагу 2.

Для обработки визуальных характеристик сцены мы используем алгоритм сопоставления изображений на основе рекурсивного вычисления гистограмм направленных градиентов по нескольким круглым скользящим окнам и пирамидальному разложению изображения [13]. Алгоритм позволяет получить начальные значения для алгоритма регистрации изображений. В работе используется модель поверхности трёхмерной сцены как римановой поверхности, которая задаётся облаком точек в трёхмерном пространстве [14]. При решении задачи соответствия римановых поверхностей относительно изометрических или конформных преобразований используется функционал (энергия Дирихле). Полученное в результате решения вариационной задачи минимизации функционала отображение можно интерпретировать как конформную параметризацию исходной поверхности сцены на римановом многообразии. Для предсказания поверхности нами был предложен модифицированной вариант расширенной калмановской фильтрации (Extended Kalman Filter, EKF), который позволяет получить точные и непрерывно обновляемые оценки положения камеры на основе временного ряда неточных измерений её местоположения [15]. Положение камеры на этапе k обозначается $x_v(k)$ — вектор состояния. Для получения оценки вектора состояния при движении платформы с камерой по серии зашумлённых измерений модель данного процесса представлена в виде линейного уравнения перехода с дискретным временем соответствующего типа:

$$x_v(k+1) = JT_v(k)x_v(k) + U_v(k+1) + \\ + S_v(k+1) + V_v(k+1), \quad (1)$$

где $U_v(k)$ — вектор управляющих входов, $JT_v(k)$ — матрица перехода состояния и $V_v(k)$ — вектор временно несогласованных ошибок шума процесса. В модель процесса расширенного фильтра Калмана добавлены семантические навигационные ориентиры $S_v(k+1)$, которые позволяют улучшить сходимость алгоритма определения динамического положения камеры в относительной системе координат.

МЕТОД РЕШЕНИЯ ВАРИАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ ICP

Алгоритм ICP использует два базовых шага: установление соответствия между точками двух облаков и решение вариационной задачи нахождения оптимального аффинного или ортогонального преобразования, совмещающего данные двух облаков точек.

Пусть функция $\mathrm{Dist}(x_k, y)$ измеряет расстояние между парой точек в двух плотных облаках точек X и Y, тогда каждую итерацию в вариационной задаче классического алгоритма ICP для произвольного аффинного преобразования можно представить следующим образом:

1. Определение ближайших точек: $\forall x_k \in X$, $y_k = \{y \in Y | \, y(x_k, y) = \min\}$.

2. Вычисление веса w_k для каждой пары точек. Определение лучшего преобразования, при котором матрица вращения R и вектор переноса T минимизируют выражение

$$E(\mathrm{R}, \mathrm{T}) = \frac{1}{W}\sum_{\mathrm{N_p}} w_k \|\mathrm{R}x_k + \mathrm{T} - y_k\|^2, \quad W = \sum_{i=1}^{\mathrm{N_S}}\sum_{j=1}^{\mathrm{N_T}} w_{ij}, \quad (2)$$

где $\mathrm{N_S}$ и $\mathrm{N_T}$ — количество точек в исходном и целевом облаке точек соответственно.

3. Полученное преобразование (R, T) применяется к X до тех пор, пока $|E(\mathrm{R}, \mathrm{T})_i - E(\mathrm{R}, \mathrm{T})_{i+1}| < \varepsilon$, где i — шаг итерации алгоритма, ε — порог алгоритма.

Для алгоритма ICP характерны три основные проблемы: во-первых, сходимость алгоритма сильно зависит от выбора начального приближения, во-вторых, алгоритм не принимает во внимание локальную форму поверхности вокруг каждой точки, а в-третьих, поиск ближайших точек обладает большой вычислительной сложностью. Дополнительно подход точка—плоскость накладывает более жёсткие ограничения на структуру реконструируемого пространства, такой вариант алгоритма ICP имеет плохую сходимость на сценах с малым количеством геометрических ограничений. В рамках проекта разработаны методы, улучшающие качество работы обоих основных шагов алгоритма и направленные на решение основных проблем алгоритма ICP.

Вариационная задача в предлагаемом методе ICP может быть сформулирована следующим образом:

$$\arg\min_{\lambda} = \|J_F\lambda + R_F\|^2, \tag{3}$$

где $\lambda = [\varpi^{\mathrm{T}}, \upsilon^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \varpi \in \mathbb{R}^3, \upsilon \in \mathbb{R}^3$, т.е. ригидный объект имеет шесть степеней свободы при движении, J_F — слагаемое, которое измеряет визуально-связанные характеристики точек на изображении, R_F — слагаемое, измеряющее расстояние для облаков точек.

В предложенной постановке проблемы мы находим решение вариационной задачи ICP на основе комбинации данных об особых точках (данные о цвете сцены) и данных в виде плотного трёхмерного облака точек (данные о глубине). Функция совместной ошибки в этом случае задаётся как

$$E = \alpha E_{\mathrm{ICP}} + (1-\alpha)E_{\mathrm{RGB-D}}, \tag{4}$$

где α — весовой коэффициент, выбираемый эмпирическим образом, а E_{ICP} — ошибка алгоритма регистрации для трёхмерных облаков точек, $E_{\mathrm{RGB-D}}$ — ошибка алгоритма регистрации для изображений.

Отметим, что функция E_{ICP} может быть переписана следующим образом:

$$E_{\mathrm{ICP}} = \sum_k \|(a^k - \exp(\hat{\lambda})\mathbb{Z}a_n^k)n^k\|^2, \tag{5}$$

где a_n^k есть k-я вершина в кадре n; a^k, n^k — соответствующая вершина и нормаль в кадре; $\mathbb{Z}$ — значение оценки преобразования для текущего кадра.

Принимая во внимание (5), функция совместной ошибки может быть представлена следующим образом:

$$E(\hat{A}, T) = \arg\min_{\hat{A},T}\left[\alpha\frac{1}{W}\left(\frac{1}{|\mathbb{S}_f|}\sum_{i\in\mathbb{S}_f} w_i|\hat{A}P_X^i - P_Y^i|^2\right) + \right.$$
$$\left. + (1-\alpha)\frac{1}{W}\left(\frac{1}{|\mathbb{S}_d|}\sum_{j\in\mathbb{S}_d} w_j|((\hat{A}x_j + T - y_j)n_j)|^2\right)\right], \tag{6}$$

где функции P_X^i и P_Y^i устанавливают проекции особых точек из евклидовой системы координат в системы координат камеры, $\mathbb{S}_f$ — набор соответствий, состоящий из пар особых точек на изображении, которые связаны с лучшим преобразованием, аналогично $\mathbb{S}_d$ — набор соответствий в облаке точек, связанный с лучшим преобразованием, n — нормаль в вариационной подзадаче точка—плоскость, $\hat{A}$ — матрица преобразования, включающая компоненты матрицы вращения R, T — вектор переноса. Введём следующие определения:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix},$$
$$x_j = \begin{pmatrix} x_j^1 \\ x_j^2 \\ x_j^3 \end{pmatrix}, \quad y_j = \begin{pmatrix} y_j^1 \\ y_j^2 \\ y_j^3 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

В рассматриваемые функционалы входят слагаемые, которые измеряют средние квадраты расстояний для визуально-связанных характерных точек с нормирующим множителем, т.е. вариация метрической характеристики функции от двух переменных, и слагаемые, измеряющие средние квадраты расстояний для плотных облаков точек на основе метрики точка—плоскость. Вместо того чтобы измерять расстояние между характерными точками в трёхмерном пространстве, мы вычисляем значение среднеквадратической ошибки в пиксельном пространстве. В однородных координатах матрица аффинных преобразований, векторы нормали и облаков точек имеют вид

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & t_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & t_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad x_j = \begin{pmatrix} x_j^1 \\ x_j^2 \\ x_j^3 \\ 1 \end{pmatrix},$$
$$y_j = \begin{pmatrix} y_j^1 \\ y_j^2 \\ y_j^3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad n_j = \begin{pmatrix} n_j^1 \\ n_j^2 \\ n_j^3 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Обозначим через $J(A)$ следующий функционал:

$$J(A) = \arg\min_{A}\left[\alpha\frac{1}{W}\left(\frac{1}{|\mathbb{S}_f|}\sum_i w_i(\langle AP_{X'}^i - P_{Y'}^i\rangle)^2\right) + \right.$$
$$\left. + (1-\alpha)\frac{1}{W}\left(\frac{1}{|\mathbb{S}_d|}\sum_j w_j(\langle Ax_j - y_j, n_j\rangle)^2\right)\right]. \tag{9}$$

Рассмотрим более подробно второе слагаемое в выражении (8):

$$J^R(A) = \frac{1}{W}\left(\frac{1}{|\mathbb{S}_d|}\sum_j w_j(\langle Ax_j - y_j, n_j\rangle)^2\right) =$$

$$= \frac{1}{W}\left(\frac{1}{|\mathbb{S}_d|}\sum_j w_j(\langle Ax_j, n_j\rangle - \langle y_j, n_j\rangle)^2\right) =$$
$$= \frac{1}{W}\left(\frac{1}{|\mathbb{S}_d|}\sum_j w_j(\langle Ax_j, n_j\rangle^2 - \right.$$
$$\left. - 2\langle Ax_j, n_j\rangle\langle y_j, n_j\rangle + \langle y_j, n_j\rangle^2)\right), \quad (10)$$

где

$$\langle Ax_j, n_j\rangle = (a_{11}x_j^1 n_j^1 + a_{12}x_j^2 n_j^1 + a_{13}x_j^3 n_j^1 + t_1 n_j^1) +$$
$$+ (a_{21}x_j^1 n_j^2 + a_{22}x_j^2 n_j^2 + a_{23}x_j^3 n_j^2 + t_2 n_j^2) +$$
$$+ (a_{31}x_j^1 n_j^3 + a_{32}x_j^2 n_j^3 + a_{33}x_j^3 n_j^3 + t_3 n_j^3).$$

Функционал $J^R(A)$ задаётся функцией от 12 переменных. Рассмотрим компоненты градиента $\nabla J(A)$. Получим точное решение вариационной задачи относительно компонент вектора переноса T

$$\frac{\partial J^R}{\partial t_m} =$$
$$= \frac{1}{W}\left(\frac{1}{|\mathbb{S}_d|}\sum_{j=1}^N 2w_j\langle Ax_j, n_j\rangle n_j^m - 2w_j n_j^m\langle y_j, n_j\rangle\right) = 0,$$
$$m = 1, 2, 3. \quad (11)$$

Тогда получим точное решение вариационной задачи относительно компонент матрицы преобразования A:

$$\frac{\partial J^R}{\partial a_{ml}} = \frac{1}{W}\left(\frac{1}{|\mathbb{S}_d|}\sum_{j=1}^N 2w_j\langle Ax_j, n_j\rangle x_j^l n_j^m - \right.$$
$$\left. - 2w_j x_j^l n_j^m\langle y_j, n_j\rangle\right) = 0, \quad m, l = 1, 2, 3. \quad (12)$$

Аналогичным образом могут быть получены точные решения для первого слагаемого в выражении (9).

Для улучшения сходимости алгоритма ICP в работе используется результат сопоставления признаков, выделенных из соответствующих цветных видеокадров. Мы используем эвристический алгоритм для вычисления начальной оценки для процедуры установления соответствия в алгоритме ICP. Эвристика позволяет построить окто-дерево из последнего кадра из набора F_{ds} и ранее полученных кадров $F_{p\text{-}ds}$. Для каждой глубины поиска в окто-дереве $d \in [O(S_1), \ldots, O(S_m)]$ используется функция $O(z)$, которая определяет значение глубины в пределах окто-дерева, соответствующее заданному размеру куба z. Алгоритм можно описать как следующую последовательность шагов:

1. Создать окто-дерево B_M для n-го кадра из $F_{p\text{-}ds}$.

2. Создать окто-дерево B_D для $(n + 1)$-го кадра из F_{ds}.

3. Вычислить преобразование $\Delta\mathbb{T}_{\text{best}} = (t, R)$, которое использует нуль-вектор как начальное значение для $\Delta\mathbb{T}_{\text{best}}$:

а) вычислить максимальное смещение и вращение $\Delta\mathbb{T}_{\max}$ в зависимости от глубины поиска d и наилучшего в данный момент преобразования $\Delta\mathbb{T}_{\text{best}}$:

$$\Delta\mathbb{T}_{\max} = (d_{\max} - d + 1)c + \Delta\mathbb{T}_{\text{best}},$$

где c — постоянный вектор смещения;

б) для всех дискретных 6-кортежей $\Delta\mathbb{T}_i \in [-\Delta\mathbb{T}_{\max}, \Delta\mathbb{T}_{\max}]$ в домене $\Delta\mathbb{T} = (x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$ смещение окто-дерева B_D относительно $\Delta\mathbb{T}_i \cdot \Delta\mathbb{T} \cdot \mathbb{T}_n$.

4. Произвести оценку соответствия двух окто-деревьев путём подсчёта количества пересекающихся кубов и сохранить лучшее преобразование $\Delta\mathbb{T}_{\text{best}}$.

В соответствии с работой [8] известно, что может быть найдено приближённое решение вариационной задачи:

$$E_{\text{ICP}} \approx \|\mathbf{J}_{\text{ICP}}\alpha + \mathbf{r}_{\text{ICP}}\|^2, \quad (13)$$

где $\mathbf{J}_{\text{ICP}}$ и $\mathbf{r}_{\text{ICP}}$ — якобианы реконструкции для трёхмерных облаков точек.

Аналогичным образом может быть получено приближённое значение для функции $E_{\text{RGB-D}}$. Тогда, принимая во внимание (9) и (13), для каждой итерации вариационной задачи находим решение следующих уравнений:

$$(\mathbf{J}_{\text{ICP}}^{\text{T}}\mathbf{J}_{\text{ICP}} + \mathbf{J}_{\text{RGB-D}}^{\text{T}}\mathbf{J}_{\text{RGB-D}})\lambda =$$
$$= \mathbf{J}_{\text{ICP}}^{\text{T}}\mathbf{r}_{\text{ICP}} + \mathbf{J}_{\text{RGB-D}}^{\text{T}}\mathbf{r}_{\text{RGB-D}}, \quad (14)$$

где $\mathbf{J}_{\text{RGBD-D}}$ и $\mathbf{r}_{\text{RGBD-D}}$ — якобианы реконструкции для изображений.

Численное решение поставленной вариационной задачи осуществляется с помощью различных итерационных методов. В рамках проекта используется подход к определению соответствия между парами точек из двух облаков, основанный на нахождении геометрически гомотетичных элементов объектов. Такое соответствие является инвариантным относительно поворота, масштабирования и параллельного переноса. В работе был проведён сравнительный анализ точных и приближённых решений вариационной задачи на эталонных базах данных. Нами были проведены эксперименты на базах данных изображений ALOI и Indoor Segmentation and Support Inference (ECCV) [4, 12, 13]. Было установлено, что приближённые методы решения позволяют получить достаточно точные результаты при реконструкции трёхмерных сцен окружающего пространства. Таким образом, мы можем сделать вывод, что применение визуально-связанных характеристик для решения вариационной задачи алгоритма ICP позволяет получать точное решение вариационной задачи регистрации для заданной трёхмерной сцены.

В рамках проекта проведён сравнительный анализ по надёжности обнаружения и точности локализации геометрически искажённых объектов на сцене с помощью линейных и нелинейных обнаружителей, дескрипторных методов и предлагаемого метода [4, 13]. Для получения указанного результата: проведено исследование точности трёхмерной реконструкции от количества и пространственного распределения особых точек в кадре; осуществлён поиск минимального количества особых точек, которые обеспечивают заданную точность трёхмерной реконструкции для каждого исследуемого дескриптора/метода; дано обоснование гарантированных оценок точности и вычислительной сложности предлагаемого метода на основе адаптивного подхода. Было установлено, что точность реконструкции зависит от количества особых точек в кадре нелинейным образом — в виде функции с одним ярко выраженным пиком для всех типов дескрипторов. В работах [14, 15] показано, что предлагаемый метод регистрации трёхмерных объектов является наилучшим с точки зрения ошибок пропуска и ложных тревог для широкого спектра искажений белым шумом от 50 Дц до 10 Дцб. Основные недостатки классического метода ICP связаны с ограничением области сходимости и большой вычислительной сложностью. В работе [10] показано, что проекционные методы могут сократить вычислительную сложность метода регистрации ICP с $O(\mathrm{N_S}\log(\mathrm{N_T}))$ для метода ICP с k-D деревом до $O(N_\mathrm{S})$ для метода ICP с ограничением в виде сферы или треугольника. Вычислительная сложность предлагаемого метода регистрации может быть оценена следующим образом: $n_1 + \frac{n_2 O_1}{F^1} + \ldots + \frac{n_3 O_1}{F^{k-1}}$, где k — количество шагов предлагаемого алгоритма регистрации, O_1 — вычислительная сложность первого шага алгоритма, F^1, … …, F^{k-1} — параметры, определяющие разбиение облака точек на элементарные единицы, содержащие значение элемента растра в трёхмерном пространстве. Полученные результаты дают основание полагать, что предложенный метод является эффективным для вычисления точных решений данной вариационной задачи и может быть использован в режиме реального времени.

В данной работе предложен новый подход к решению вариационной задачи для точной трёхмерной реконструкции динамического окружающего пространства на основе итеративного метода ближайших точек. В рассматриваемые функционалы входят слагаемые, которые измеряют средние квадраты расстояний для визуально-связанных характерных точек с нормирующим множителем, и слагаемые, измеряющие средние квадраты расстояний для облаков точек на основе метрики точка—плоскость. Данный метод используется для сопоставления и регистрации облаков точек с произвольным пространственным разрешением и масштабом относительно друг друга, даёт точные оценки для сложных, динамических и крупномасштабных сцен. Комбинированный подход к решению вариационной задачи был применён на всех этапах разрабатываемого метода, в том числе при решении проблемы замыкания цикла и для глобальной оптимизации. Одним из перспективных направлений применения результатов проекта является построение точных цифровых карт рельефа местности при помощи мобильных цифровых платформ.

Источники финансирования. Работа была выполнена при поддержке Научного фонда ЮГУ (проект № 13–01–20/25), Министерства образования и науки Российской Федерации (грант 2.1743.2017. ПЧ) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16–08–00342).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Henry P.*, *Krainin M.*, *Herbst E.*, *Ren X.*, *Fox D.* RGB-D Mapping: Using Depth Cameras for Dense 3D Modeling of Indoor Environments // Intern. J. Robotics Res. 2012. V. 31. № 5. P. 647–663. https://rse-lab.cs.washington.edu/postscripts/3d-mapping-iser-10-final.pdf; https://dl.acm.org/citation.cfm?id=2190637.
2. *Besl P.J.*, *McKay H.D.* A Method for Registration of 3-D Shapes // IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intelligence. 1992. V. 14. № 2. P. 239–256. https://ieeexplore.ieee.org/document/121791/similar#similar.
3. *Fuentes-Pacheco J.*, *Ruiz-Ascencio J.*, *Rendón-Mancha J.M.* Visual Simultaneous Localization and Mapping: a Survey // Artificial Intelligence Rev. 2015. V. 43. № 1. P. 55–81. https://dl.acm.org/citation.cfm?id=2717465.
4. *Vokhmintsev A.*, *Yakovlev K.* A Real-Time Algorithm for Mobile Robot Mapping Based on Rotation Invariant Descriptors and ICP. Proc. 5th Analysis of Images, Social Networks and Texts. Communications in Computer and Information Science. № 661. Yakaterinburg: Springer, 2017. P. 357–369. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-52920-2_33.
5. *Lowe D.G.* Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints // Intern. J. Computer Vision. 2004. V. 60. № 2. P. 91–110. https://link.springer.com/article/10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94.

6. *Horn B.* Closed-Form Solution of Absolute Orientation Using Unit Quaternions // J. Opt. Soc. Amer. A. 1987. V. 4. № 4. P. 629–642. https://www.osapublishing.org/josaa/abstract.cfm?uri=josaa-4-4-629.
7. *Horn B.*, *Hilden H.*, *Negahdaripour S.* Closed-Form Solution of Absolute Orientation Using Orthonormal Matrices // J. Opt. Soc. Amer. A. 1988. V. 5. № 7. P. 1127–1135. https://www.osapublishing.org/josaa/abstract.cfm?uri=josaa-5-7-1127.
8. *Du S.*, *Zheng N.*, *Meng G.*, *Yuan Z.* Affine Registration of Point Sets Using ICP and ICA // IEEE Signal Processing Lett. 2008. V. 15. P. 689–692. https://ieeexplore.ieee.org/document/4666764.
9. *Chen Y.*, *Medioni G.* Object Modeling by Registration of Multiple Range Images. IEEE Proceedings of Conference on Robotics and Automation. Sacramento: IEEE, 1991. P. 2724–2729. https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/132043.
10. *Rusinkiewicz S.*, *Levoy M.* Efficient Variants of the ICP Algorithm. IEEE Proceedings of the International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling. Quebec City: IEEE, 2001. P. 145–152. https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/924423.
11. *Petitot J.* The Neurogeometry of Pinwheels as a Sub-Riemannian Contact Structure // J. Physiol. 2003. V. 97. № 2/3. P. 265–309. https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/14766146.
12. *Vokhmintcev A.*, *Timchenko M.*, *Alina K.* Real-Time Visual Loop-Closure Detection Using Fused Iterative Close Point Algorithm and Extended Kalman Filter. IEEE Proceedings of 3th Intern. Conf. on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). St.-Petersburg: IEEE, 2017. https://ieeexplore.ieee.org/document/8076187.
13. *Вохминцев А.В.*, *Соченков И.В.*, *Кузнецов В.В.*, *Тихоньких Д.В.* // ДАН. 2016. Т. 466. № 3. С. 261–266.
14. *Echeagaray-Patron B.A.*, *Kober V.I.*, *Karnaukhov V.N.*, *Kuznetsov V.V.* A Method of Face Recognition Using 3D Facial Surfaces // J. Comms Technol. and Electronics. 2017. V. 62. № 6. P. 648–652. https://link.springer.com/article/10.1134/S1064226917060067.
15. *Vokhmintcev A.*, *Botova T.*, *Sochenkov I.*, *Sochenkova A.*, *Makovetskii A.* Robot Mapping Algorithm Based on Kalman Filtering and Symbolic Tags. SPIE Proc. of Applications of Digital Image Processing XL, № 10396. San-Diego: SPIE, 2017. https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/10396/103962I/Robot-mapping-algorithm-based-on-Kalman-filtering-and-symbolic-tags/10.1117/12.2273562.short.

RECONSTRUCTION OF THREE-DIMENSIONAL MAPS BASED ON CLOSED-FORM SOLUTIONS OF THE VARIATIONAL PROBLEM OF MULTISENSOR DATA REGISTRATION

A. V. Vokhmintcev, A. V. Melnikov, K. V. Mironov, V. V. Burlutskiy

Presented by Academician of the RAS Yu.S. Popkov June 15, 2018

Received September 19, 2018

A closed-form solution is proposed for the problem of minimizing a functional consisting of two terms measuring mean-square distances for visually associated characteristic points on an image and meansquare distances for point clouds in terms of a point-to-plane metric. An accurate method for reconstructing three-dimensional dynamic environment is presented, and the properties of closed-form solutions are described. The proposed approach improves the accuracy and convergence of reconstruction methods for complex and large-scale scenes.

Keywords: three-dimensional reconstruction, iterative closest point algorithm, image matching algorithm, simultaneous localization and mapping.