

СОДЕРЖАНИЕ

Том 485, номер 2, 2019

МАТЕМАТИКА

Классификация одномерных аттракторов диффеоморфизмов поверхностей посредством псевдоаносовских гомеоморфизмов

В. З. Гринес, Е. Д. Куренков 135

Оптимальное управление с обратной связью движением среды Бингама с периодическими условиями по пространственным переменным

В. Г. Звягин, М. В. Турбин 139

Наименьшее расстояние между экстремумами и минимальный период решений автономных векторных дифференциальных уравнений

А. А. Зевин 142

Площадь поверхностей-графиков на группах Карно с сублоренцевой структурой

М. Б. Карманова 145

Интерполяция суммами рядов экспонент и глобальная задача Коши для операторов свёртки

С. Г. Мерзляков, С. В. Попенов 149

Управляемость и оптимальная управляемость для операторных уравнений первого рода в (В)-пространствах. Примеры для ОДУ в \mathbb{R}^n

А. И. Прилепко 153

ФИЗИКА

Лабораторное моделирование гигантского гравитационного смещения частоты гамма-излучения

В. Е. Фортвов, А. Б. Шварцбург 158

МЕХАНИКА

Об одном новом типе трещин, дополняющих трещины Гриффитса—Ирвина

В. А. Бабешко, О. М. Бабешко, О. В. Евдокимова 162

Параллельные и последовательные структуры манипуляторов в роботохирургии

Е. И. Велиев, Р. Ф. Ганиев, В. А. Глазунов, Г. С. Филиппов 166

Консервативная версия метода характеристик с плавающей сеткой в задачах газовой динамики

Ю. А. Гришин, В. Н. Бакулин 171

Об оценках средней угловой скорости прецессии волчка Лагранжа

Г. М. Розенблат 176

ХИМИЯ

Синтез изотопно-модифицированных производных дофамина, серотонина и доксорубина с Вос-Pro и Вос-[^2H]Pro

В. П. Шевченко, Л. А. Андреева, И. Ю. Нагаев, Н. Ф. Мясоедов 182

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Компьютерное моделирование структуры многокомпонентных оксидно-фторидных расплавов

Б. Р. Гельчинский, Э. В. Дюльдина, В. Н. Селиванов, Л. И. Леонтьев 186

Самораспространяющийся высокотемпературный синтез композитов ZrV_2-V_4C с дисперсной фазой в виде пустотелых оболочек

В. А. Щербаков, А. Н. Грядунов, М. И. Алымов 190

ГЕОЛОГИЯ

Раннепермский возраст нефелиновых сиенитов Коргоредабинского массива (Сангиленское нагорье, Тува)

А. В. Никифоров, Е. Б. Сальникова, В. В. Ярмолюк, А. Б. Котов, А. М. Сугоракова, И. В. Анисимова 194

Состав и генезис лав подводного вулкана Минами-Хиоси (Марианская островная дуга)

В. В. Петрова, В. А. Рашидов 198

Ордовикский габбро-тоналит-трондьемитовый комплекс и ассоциирующие эффузивы в сутуре на границе палеозоид Урала и Казахстана

А. В. Рязанцев 202

ГЕОХИМИЯ

Систематика Со, Нf, Се, Сг, Th и РЗЭ в современных донных осадках Баренцева моря

А. В. Маслов, Н. В. Политова, В. П. Шевченко, Н. В. Козина, А. Н. Новигатский, М. Д. Кравчишина 207

Взаимодействие матриц актинидов с рассолом

С. В. Юдинцев, В. И. Мальковский, М. С. Никольский, Б. С. Никонов 212

ГЕОФИЗИКА

Об использовании естественных электромагнитных полей для поиска глубинных поляризующихся объектов

К. М. Ермохин, Ю. А. Копытенко, М. С. Петрищев, А. Л. Собисевич, П. А. Сергушин 217

ГЕОГРАФИЯ

Литология, биостратиграфия и геохронология позднеплейстоцен-голоценовых осадков на побережье Онежского залива Белого моря

В. В. Колька, О. П. Корсакова, Н. Б. Лаврова, Т. С. Шелехова, Н. Е. Зарецкая 221

БИОХИМИЯ, БИОФИЗИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

Уровень экспрессии белка S100A4 влияет на миграционную активность клеток рака молочной железы

Е. А. Духанина, Т. Н. Порцева, А. П. Котнова, Е. В. Панкратова, С. Г. Георгиева 226

Принципы конструирования биолюминесцентных ферментных биотестов для оценки качества сложных сред

В. П. Калябина, Е. Н. Есимбекова, И. Г. Торгашина, К. В. Копылова, В. А. Кратасюк 229

Моделирование связывания лигандов в “кислотном кармане” протонактивируемого ионного канала ASIC1a <i>В. С. Коркош, Д. Б. Тихонов</i>	234
Скорость загрузки чужеродных и аутоантигенных детерминант на главный комплекс гистосовместимости второго класса опосредует резистентность к развитию рассеянного склероза <i>А. Э. Мамедов, М. Ю. Захарова, О. О. Фаворова, О. Г. Кулакова, А. Н. Бойко, В. Д. Кнорре, Н. А. Воробьева, Е. Н. Хурс, И. С. Киселев, Н. М. Баулина, А. Г. Габиров, А. А. Белозуров</i>	238
Жилые и проходные формы арктического гольца (<i>Salvelinus alpinus</i>) Европейского Севера России — пример высокой экологической пластичности без видообразования <i>А. А. Махров, И. Н. Болотов, В. М. Спицын, М. Ю. Гофаров, В. С. Артамонова</i>	242

ФИЗИОЛОГИЯ

Соотношение физической усталости и морфофункционального состояния миокарда при экспериментальном хроническом стрессе <i>М. В. Кондашевская, В. Э. Цейликман, М. В. Комелькова, М. С. Лапшин, А. П. Сарapultцев, С. С. Лазуко, О. П. Кужель, Е. Б. Манухина, Г. Ф. Дауни, М. В. Черешнева, В. А. Черешнев</i>	247
---	-----

Правила для авторов	251
---------------------	-----

CONTENTS

Volume 485, Number 2, 2019

English language translation of the mathematics, physics, chemistry, biological, and earth sciences sections of the journal are available from Pleiades Publishing. Ltd. Distributed worldwide by Springer.

MATHEMATICS

Classification of One-Dimensional Attractors of Diffeomorphisms of Surfaces by Means of Pseudo-Anosov Homeomorphisms

V. Z. Grines, E. D. Kurenkov 135

Optimal Feedback Control Problem for Bingham Media Motion with Periodic Boundary Conditions

V. G. Zvyagin, M. V. Turbin 139

The Least Distance between Extremums and Minimal Period of Solutions to Autonomous Vector Differential Equations

A. A. Zevin 142

Area of Graph Surfaces on Carnot Groups with Sub-Lorentzian Structure

M. B. Karmanova 145

Interpolation by Sums of Series of Exponentials and Global Cauchy Problem for Convolution Operators

S. G. Merzlyakov, S. V. Popenov 149

Controllability and Optimal Controllability for Operator Equations of the First Kind in (B)-Spaces. Examples for ODE in \mathbb{R}^n

A. I. Prilepko 153

PHYSICS

Laboratory Modeling of the Giant Gravitational Shift of Gamma-Radiation Frequency

V. E. Fortov, A. B. Shvartsburg 158

MECHANICS

A New Type of Cracks Adding to Griffith—Irwin Cracks

V. A. Babeshko, O. M. Babeshko, O. V. Evdokimova 162

Parallel and Sequential Structures of Manipulators in Robotic Surgery

E. I. Veliev, R. F. Ganiev, V. A. Glazunov, G. S. Filippov 166

The Conservative Version of a Method of the Characteristics with a Floating Grid in Problems of Gas Dynamics

Yu. A. Grishin, V. N. Bakulin 171

Estimates of the Average Angular Velocity of the Precession of Lagrange's Top

G. M. Rozenblat 176

CHEMISTRY

Synthesis of Isotopically Modified Derivatives of Dopamine, Serotonin and Doxorubicine with Boc-Pro and Boc-[2H]Pro

V. P. Shevchenko, L. A. Andreeva, I. Yu. Nagaev, N. F. Myasoedov 182

PHISICAL CHEMISTRY

Computer Simulation of the Structure of Multicomponent
Oxide-Fluoride Melts

B. R. Gelchinski, E. V. Dyul'dina, V. N. Selivanov, L. I. Leontiev 186

Self-Propagating High-Temperature Synthesis of ZrB₂–B₄C Composites
with the Dispersed Phase as Hollow Shells

V. A. Shcherbakov, A. N. Gryadunov, M. I. Alymov 190

GEOLOGY

Early Permian Age of Nepheline Syenites of the Korgere—Daba Massif
(Sangilen Highlands, Tuva)

*A. V. Nikiforov, E. B. Salnikova, V. V. Yarmolyuk,
A. B. Kotov, A. M. Sugorakova, I. V. Anisimova* 194

Composition and Origin of Lavas from the Minami-Hiyoshi
Submarine Volcano (Mariana Arc)

V. V. Petrova, V. A. Rashidov 198

Ordovician Gabbro-Tonalite-Trondhjemite Complex and Associated
Volcanic Rocks in the Paleozoic Suture between Urals and Kazakhstan

A. V. Ryazantsev 202

GEOCHEMISTRY

Systematics of Co, Hf, Ce, Cr, Th and Rare Earth Elements
in Modern Bottom Sediments of the Barents Sea

*A. V. Maslov, N. V. Politova, V. P. Shevchenko, N. V. Kozina,
A. N. Novigatsky, M. D. Kravchishina* 207

Interaction of Actinide Matrices with Brine

S. V. Yudintsev, V. I. Malkovsky, M. S. Nikolsky, B. S. Nikonov 212

GEOPHYSICS

On the Use of Natural Electromagnetic Fields to Search
for Deep Polarized Objects

*K. M. Ermokhin, Yu. A. Kopytenko, M. S. Petrishchev,
A. L. Sobisevich, P. A. Sergushin* 217

GEOGRAPHY

Lithology, Biostratigraphy, and Geochronology of the Late Pleistocene-
Holocene Sediments on the Coast of Onega Bay of the White Sea

V. V. Kolka, O. P. Korsakova, N. B. Lavrova, T. S. Shelekhova, N. E. Zaretskaya 221

BIOCHEMISTRY, BIOPHYSICS, MOLECULAR BIOLOGY

The Expression Level of S100A4 Protein Affects the Migration Activity
of Breast Cancer Cells

*E. A. Dukhanina, T. N. Portseva, A. P. Kotnova,
E. V. Pankratova, S. G. Georgieva* 226

Principles for Construction of Bioluminescent Enzyme Biotests for Analysis of Complex Media	229
<i>V. P. Kalyabina, E. N. Esimbekova, I. G. Torgashina, K. V. Kopylova, V. A. Kratasyuk</i>	
Ligand Docking to the Acidic Pocket of the Proton-Gated Ion Channel <i>ASIC1a</i>	234
<i>V. S. Korkosh, D. B. Tikhonov</i>	
Loading Rate of Exogenous and Autoantigenic Determinants on Major Histocompatibility Complex Class II Mediates Resistance to Multiple Sclerosis	238
<i>A. E. Mamedov, M. Y. Zakharova, O. O. Favorova, O. G. Kulakova, A. N. Boyko, V. D. Knorre, N. A. Vorobieva, E. N. Khurs, I. C. Kiselev, N. M. Baulina, A. G. Gabibov, A. A. Belogurov, Jr.</i>	
Resident and Anadromous Forms of Arctic Charr (<i>Salvelinus alpinus</i>) from North-East Europe: An Example of High Ecological Variability without Speciation	242
<i>A. A. Makhrov, I. N. Bolotov, V. M. Spitsyn, M. Yu. Gofarov, V. S. Artamonova</i>	

PHYSIOLOGY

Physical Fatigue and the Morfofunctional State of Myocardium in Experimental Chronic Stress	247
<i>M. V. Kondashevskaya, V. E. Tseylikman, M. V. Komelkova, M. S. Lapshin, A. P. Sarapultsev, S. S. Lazuko, O. P. Kuzhel, E. B. Manukhina, H. F. Downey, M. V. Chereshneva, V. A. Chereshnev</i>	
Author Standards	251

УДК 517.9

КЛАССИФИКАЦИЯ ОДНОМЕРНЫХ АТТРАКТОРОВ ДИФФЕОМОРФИЗМОВ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПОСРЕДСТВОМ ПСЕВДОАНОСОВСКИХ ГОМЕОМОРФИЗМОВ

В. З. Гринес^{1,*}, Е. Д. Куренков^{**}

Представлено академиком РАН Д.В. Трещевым 16.08.2018 г.

Поступило 16.08.2018 г.

Рассматриваются диффеоморфизмы замкнутых двумерных многообразий рода $p \geq 2$, удовлетворяющие аксиоме A , чьё неблуждающее множество содержит совершенный просторно расположенный одномерный аттрактор. Устанавливается, что такой диффеоморфизм полусопряжён с псевдоаносовским гомеоморфизмом, имеющим такое же действие в фундаментальной группе. Основным результатом работы является следующий результат. Два диффеоморфизма из рассматриваемого класса топологически сопряжены на совершенных просторно расположенных аттракторах тогда и только тогда, когда сопряжены гомотопные им псевдоаносовские гомеоморфизмы с помощью гомеоморфизма, переводящего некоторое выделенное подмножество точек одного псевдоаносовского гомеоморфизма в выделенное подмножество другого.

Ключевые слова: аксиома A , базисное множество, псевдоаносовский гомеоморфизм.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852135-138>

В настоящей работе рассматриваются диффеоморфизмы, заданные на замкнутом ориентируемом двумерном многообразии M^2 рода $p \geq 2$, удовлетворяющие аксиоме A С. Смейла [10] (A -диффеоморфизмы). Согласно спектральной теореме С. Смейла неблуждающее множество $NW(f)$ A -диффеоморфизма f представляется в виде конечного объединения попарно непересекающихся замкнутых инвариантных базисных множеств, каждое из которых содержит всюду плотную траекторию.

Примерами нетривиальных (отличных от периодических орбит) базисных множеств диффеоморфизмов двумерных многообразий являются двумерное базисное множество диффеоморфизма f на M^2 (в этом случае базисное множество совпадает с многообразием M^2 , которое есть двумерный тор, а f — диффеоморфизм Аносова), одномерное базисное множество DA -диффеоморфизма двумерного тора, полученного из диффеоморфизма Аносова применением “хирургической операции” [10]. В работе [5] хирургическая операция С. Смейла была обобщена на случай псевдоаносовских гомеоморфизмов поверхностей таким образом, что посредством хирургической операции, применённой к любому

псевдоаносовскому гомеоморфизму, заданному на ориентируемой поверхности рода $p \geq 2$, строится структурно устойчивый диффеоморфизм этой же поверхности, неблуждающее множество которого состоит в точности из одного одномерного аттрактора и конечного числа источников периодических точек.

В проблеме топологической классификации A -диффеоморфизмов с нетривиальными базисными множествами прежде всего возникает задача нахождения эффективных топологических инвариантов, описывающих сложную структуру ограничения диффеоморфизмов на базисное множество и вложения базисных множеств в объёмлющее многообразие.

Следуя [8], одномерное базисное множество Λ называется просторно расположенным на M^2 , если для различных точек $x, y \in \Lambda$ любая замкнутая кривая, составленная из дуг $[x, y]^s \subset W_x^s$ и $[x, y]^u \subset W_x^u$, не гомотопна нулю на M^2 . Проблема топологической сопряжённости A -диффеоморфизмов двумерного многообразия на одномерных просторно расположенных базисных множествах была исчерпывающим образом изучена в работах В.З. Гринеса и Р.В. Плыкина, а в работах В.З. Гринеса и Х.Х. Калая был получен полный топологический инвариант для ограничений диффеоморфизмов на произвольные одномерные базисные множества посредством сведения этой проблемы к алгебраической классификации автоморфизмов фундаментальных групп

Нижегородский филиал

Национального исследовательского университета

“Высшая школа экономики”

**E-mail: vgrines@yandex.ru*

***E-mail: eugene2402@mail.ru*

носителей базисных множеств. Кроме того, в работах А. Ю. Жирова было получено полное комбинаторное описание динамики ограничений диффеоморфизмов на одномерные базисные множества (см. [1, 2] для информации и ссылок).

В настоящей работе рассматриваются A -диффеоморфизмы замкнутого ориентируемого двумерного многообразия M^2 рода $p \geq 2$, неблуждающее множество которых содержит одномерное просторно расположенное базисное множество Λ такое, что множество $M^2 \setminus \Lambda$ состоит из конечного числа областей гомеоморфных двумерному диску (такое базисное множество является совершенным (см. определение 2)). Мы покажем, что проблема топологической классификации таких диффеоморфизмов тесно взаимосвязана с топологической классификацией псевдоаносовских гомеоморфизмов поверхностей.

Введём на M^2 аналитическую структуру, превращающую M^2 в риманову поверхность. Рассмотрим конформное отображение π универсальной накрывающей \bar{M}^2 на M^2 , где \bar{M}^2 — плоскость Лобачевского в реализации Пуанкаре на внутренности круга $|z| < 1$ комплексной z -плоскости. Известно, что M^2 соответствует однозначно определённая дискретная группа Γ неевклидовых переносов таких, что M^2 конформно эквивалентно \bar{M}^2/Γ и Γ изоморфна фундаментальной группе $\pi_1(M^2)$ многообразия M^2 .

Для диффеоморфизма $f: M^2 \rightarrow M^2$ обозначим через $\bar{f}: \bar{M}^2 \rightarrow \bar{M}^2$ диффеоморфизм, накрывающий f , т.е. диффеоморфизм, для которого $\pi\bar{f} = f\pi$. Преобразование $\bar{f}_*: \Gamma \rightarrow \Gamma$, действующее по правилу $\bar{f}_*(\gamma) = \bar{f}\gamma\bar{f}^{-1}$, есть автоморфизм группы Γ .

Определение 1. Автоморфизм \bar{f}_* группы Γ называется гиперболическим, если для любых $\gamma_1, \gamma_2 \in \Gamma$ ($\gamma_1 \neq \text{id}$) и любого $n \in \mathbb{N}$ имеет место соотношение $\bar{f}_*^n(\gamma_1) \neq \gamma_2\gamma_1\gamma_2^{-1}$.

Базисное множество A -диффеоморфизма, отличное от периодической орбиты, будем называть нетривиальным. Согласно спектральной теореме С. Смейла [10] неблуждающее множество $NW(f)$ диффеоморфизма f представляется в виде конечного объединения попарно непересекающихся замкнутых инвариантных множеств, называемых базисными множествами, каждое из которых содержит всюду плотную траекторию. При этом согласно Д. В. Аносову и Р. Боэну каждое базисное множество Λ представляется в виде конечного объединения $\Lambda_1 \cup \dots \cup \Lambda_k$ замкнутых подмножеств ($k \geq 1$), таких, что $f^k(\Lambda_i) = \Lambda_i$, $f(\Lambda_i) = \Lambda_{i+1}$ ($\Lambda_{k+1} = \Lambda_1$). Множе-

ства $\Lambda_1, \dots, \Lambda_k$ называются периодическими компонентами множества Λ , а число k — их периодом.

Определение 2. Нетривиальное базисное множество Λ A -диффеоморфизма $f: M^2 \rightarrow M^2$ назовём совершенным, если его дополнение $M^2 \setminus \Lambda$ состоит из конечного числа областей Δ , гомеоморфных диску.

Лемма 1. Совершенное базисное множество Λ A -диффеоморфизма $f: M^2 \rightarrow M^2$ замкнутой поверхности M^2 является связным одномерным множеством и, следовательно, состоит в точности из одной периодической компоненты.

Из работы [8, теорема 3] следует, что одномерное базисное множество A -диффеоморфизма двумерной поверхности является либо аттрактором, либо репеллером и в силу [8, теорема 1] содержит в первом случае неустойчивые, а во втором случае — устойчивые многообразия своих точек¹. Следуя [8], дадим следующее

Определение 3. Базисное множество Λ A -диффеоморфизма $f: M^2 \rightarrow M^2$ называется просторно расположенным, если для различных точек $x, y \in \Lambda$ любая замкнутая кривая, составленная из дуг $[x, y]^s \subset W_x^s$ и $[x, y]^u \subset W_x^u$, не гомотопна нулю².

Теорема 1. Пусть $f: M^2 \rightarrow M^2$ диффеоморфизм, обладающий совершенным просторно расположенным аттрактором или репеллером, и $\bar{f}: \bar{M}^2 \rightarrow \bar{M}^2$ — диффеоморфизм, накрывающий f . Тогда автоморфизм \bar{f}_* является гиперболическим.

Определение 4. Гомеоморфизм $P: M^2 \rightarrow M^2$ называется псевдоаносовским, если на M^2 существует пара P -инвариантных трансверсальных слоений $\mathcal{F}^s, \mathcal{F}^u$ с множеством седловых особенностей \mathcal{S} и трансверсальными мерами μ^s, μ^u , таких, что:

- 1) каждая седловая особенность из \mathcal{S} имеет не менее трёх сепаратрис;
- 2) существует число $\lambda > 1$ такое, что $\mu^s(P(\alpha)) = \lambda\mu^s(\alpha)$ ($\mu^u(P(\alpha)) = \lambda^{-1}\mu^u(\alpha)$) для любой дуги α , трансверсальной \mathcal{F}^s (\mathcal{F}^u).

¹ Базисное множество Λ A -диффеоморфизма f называется аттрактором, если существует замкнутая окрестность U множества Λ такая, что $f(U) \subset \text{int}U$, $\bigcap_{j \geq 0} f^j(U) = \Lambda$. Аттрактор для диффеоморфизма f^{-1} называется репеллером диффеоморфизма f .

² $[x, y]^s, [x, y]^u, (x, y)^u, (x, y)^s$ обозначают отрезки и интервалы, ограниченные точками x, y , содержащиеся в одномерных устойчивом W_x^s и неустойчивом W_x^u многообразиях соответственно.

Из теории Нильсена—Терстена (см., например, [3, 4]) следует, что если для диффеоморфизма f , накрывающего f , автоморфизм \bar{f}_* является гиперболическим, то существует псевдоаносовский гомеоморфизм P_f , гомотопный диффеоморфизму f .

Для определённости далее (если не оговорено противное) мы будем предполагать, что рассматриваемое одномерное базисное множество Λ является аттрактором (в случае репеллера достаточно рассмотреть диффеоморфизм f^{-1}).

Следуя [6] и [9] назовём периодическую точку $p \in \Lambda$ граничной периодической точкой базисного, если одна из компонент линейной связности множества $W^s(p) \setminus p$ не пересекается с Λ . Согласно [6] граничные периодические точки в одномерном аттракторе существуют и их конечное число, а достижимая изнутри граница³ каждой области Δ , принадлежащей $M^2 \setminus \Lambda$, состоит из конечного числа одномерных неустойчивых многообразий $W^u_{p_1}, \dots, W^u_{p_{r_C}}$ ($r_C \geq 1$) граничных периодических точек p_1, \dots, p_{r_C} множества Λ и называется связкой степени r_C .

Теорема 2. Пусть $f: M^2 \rightarrow M^2$ — диффеоморфизм, обладающий совершенным просторно расположенным аттрактором Λ . Тогда существует гомотопное тождественному непрерывное отображение $h: M^2 \rightarrow M^2$ такое, что:

- 1) $hf = P_f h$;
- 2) ограничение отображения h на множество Λ является взаимно однозначным за исключением множества $\Gamma^u = \{W^u(q_1), \dots, W^u(q_k)\}$ ($k \geq 6$), состоящего из неустойчивых многообразий всех граничных периодических точек $Q = \{q_1, \dots, q_k\}$ из множества Λ ;
- 3) множество $h(Q)$ содержит множество S ;
- 4) для точек $q_{i_1}, q_{i_2} \in Q$ выполняется условие $h(q_{i_1}) = h(q_{i_2})$ тогда и только тогда, когда q_{i_1}, q_{i_2} принадлежат одной и той же связке множества Λ .

Положим $B = h(Q)$. Основным результатом данной работы является следующая

Теорема 3. Для того чтобы существовал гомеоморфизм $\varphi: M^2 \rightarrow M^2$, такой что $f'|_{\Lambda'} = \varphi f \varphi^{-1}|_{\Lambda'}$, необходимо и достаточно, чтобы существовал го-

меоморфизм $\psi: M^2 \rightarrow M^2$, такой что $\psi(B) = B'$ и $P_{f'} = \psi P_f \psi^{-1}$.

З а м е ч а н и е 1. Если несущее многообразие M^2 для A -диффеоморфизма есть двумерный тор, то в силу [7] теорема 3 остаётся справедливой, только роль псевдоаносовских гомеоморфизмов $P_f, P_{f'}$ играют соответствующие алгебраические автоморфизмы Аносова, заданные на торе и индуцированные гиперболическими унимодулярными матрицами второго порядка, т.е. целочисленными матрицами, определитель которых равен +1 или -1, а собственные значения которых не равны по модулю единице.

З а м е ч а н и е 2. Из теоремы 3 следует, что задача топологической классификации диффеоморфизмов поверхностей рода $p \geq 2$ с совершенными просторно расположенными базисными множествами сводится к задаче классификации псевдоаносовских гомеоморфизмов с отмеченными точками. Как сообщил авторам настоящей статьи А.Ю. Жиров, алгоритм для решения данной задачи можно извлечь из книги [11].

Источник финансирования. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект 17-11-01041).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Grines V.Z. // J. Math. Sci. V. 95. № 5. 1999. P. 2523–2545.
2. Grines V.Z. // J. Dyn. and Control Syst. 2000. V. 6. № 1. P. 97–126.
3. Fathi A., Laudenbach F., Poenaru V. Thurston’s Work on Surfaces. Princeton: Princeton Univ. Press, 2012. V. 48. 345 p.
4. Кэссон Э., Блейлер С. Теория автоморфизмов поверхностей по Нильсену и Терстону. М.: Фазис, 1998. 111 с.
5. Жиров А.Ю., Плыкин Р.В. // Мат. заметки. 1995. V. 58. № 1. P. 149–152.
6. Гринес В.З. // Тр. ММО. 1975. Т. 32. С. 35–59.
7. Гринес В.З. // Тр. ММО. 1977. Т. 34. С. 243–252.
8. Плыкин Р.В. // Мат. сб. 1971. Т. 84. № 2. С. 301–312.
9. Плыкин Р.В. // Мат. сб. 1974. Т. 23. С. 223–253.
10. Smale S. // Bull. Amer. Math. Soc. 1967. V. 73. № 6. P. 747–817.
11. Жиров А.Ю. Топологическая сопряженность псевдоаносовских гомеоморфизмов. М.: МЦНМО, 2014. 366 с.

³ Достижимой изнутри границей области $\Delta \subset M^2 \setminus \Lambda$ называется подмножество $C \subset \Lambda$ такое, что для любой точки $u \in C$ найдётся путь $\psi_y: I \rightarrow \Delta \cup C$, такой что $\psi_y(1) = u$, и $\psi_y(t) \in \Delta$ для любого $t \in [0, 1)$.

**CLASSIFICATION OF ONE-DIMENSIONAL ATTRACTORS
OF DIFFEOMORPHISMS OF SURFACES BY MEANS
OF PSEUDO-ANOSOV HOMEOMORPHISMS.**

V. Z. Grines, E. D. Kurenkov

Presented by Academician of the RAS D.V. Treshchev August 16, 2018

Received August 16, 2018

In the present paper axiom A diffeomorphisms of closed 2-manifolds of genus g whose nonwandering set contains perfect sparsely situated one-dimensional attractor are considered. It is shown that such diffeomorphisms are topologically semiconjugate to pseudo-Anosov homeomorphism with the same induced automorphism of fundamental group. The main result of the paper is the following. Two diffeomorphisms from the given class are topologically conjugate on attractors if and only if corresponding pseudo-Anosov homeomorphisms are topologically conjugate by means of homeomorphism that maps a certain subset of one pseudo-Anosov map onto the certain subset of the other pseudo-Anosov map.

Keywords: axiom A , diffeomorphism, basic set, pseudo-Anosov map.

УДК 517.97

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ДВИЖЕНИЕМ СРЕДЫ БИНГАМА С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ ПО ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ПЕРЕМЕННЫМ

В. Г. Звягин, М. В. Турбин*

Представлено академиком РАН А.Т. Фоменко 17.09.2018 г.

Поступило 08.10.2018 г.

Доказывается существование оптимального управления задачи с обратной связью для движения среды Бингама с периодическими условиями по пространственным переменным в двумерном и трёхмерном случаях, т.е. на двумерном и трёхмерном торе. Сначала на основе аппроксимационно-топологического подхода к исследованию задач гидродинамики даётся интерпретация задачи управления с обратной связью движением среды Бингама в виде операторного включения с многозначной правой частью. Затем на основе теории степени одного класса многозначных отображений доказывается существование решений получившегося включения (а значит, и задачи управления). После чего доказывается, что среди решений рассматриваемого включения (а значит, и исходной задачи) существует решение, дающее минимум заданному функционалу качества.

Ключевые слова: оптимальное управление с обратной связью, модель Бингама, слабое решение, многозначное отображение, аппроксимационно-топологический подход.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852139-141>

1. Исследованию задач управления посвящено большое количество работ. Однако в то время как управление для линейных систем более или менее изучено, управление для нелинейных систем остаётся серьёзной задачей. Теорию управления (оптимального управления) для нелинейных систем гидродинамики исследовали J.-L. Lions [1], H. Choi, R. Temam, P. Moin, J. Kim [2], M. Gunzburger, L. Hou и T. Svobodny [3], А.В. Фурсиков [4] и др. (подробный обзор результатов, связанных с задачами управления для систем гидродинамики, приведён в [2]). В монографии [5] и целом ряде других работ при исследовании различных аспектов теории управляемых систем с обратной связью (т.е. ситуации, когда внешняя сила, которая и является управлением, зависит от скорости движения среды) классическое понятие обратной связи используется в расширенном смысле: отображение обратной связи понимается многозначным, ставящим в соответствие состоянию системы целое множество допустимых управлений. Этот подход позволяет эффективно использовать для описания управляемых систем теорию дифференциальных включений и теорию степени многозначных отображений для исследования разрешимости этих включений.

Такой подход позволил исследовать задачи управления ряда моделей движения неньютоновых сред

(суспензий, водных растворов полимеров, различных сред с памятью [6–12]), которые в силу сложности этих систем ранее были недостаточно изучены с точки зрения оптимального управления.

В данном сообщении доказывается существование оптимального управления задачи с обратной связью для движения среды Бингама с периодическими условиями по пространственным переменным в двумерном и трёхмерном случаях, т.е. на двумерном и трёхмерном торе.

2. Движение однородной несжимаемой среды с единичной плотностью описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial v}{\partial x_i} - \operatorname{Div} \sigma + \operatorname{grad} p = f, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} v = 0. \quad (2)$$

Здесь $v(x, t)$, $p(x, t)$, $\sigma(x, t)$, $f(x, t)$ — вектор скорости частицы жидкости, давление, девиатор тензора напряжений и плотность внешних сил (в нашем случае это ещё и управление) соответственно в точке x в момент времени t .

Система уравнений, описывающая движение конкретной среды, получается добавлением к общему уравнению реологического соотношения между девиатором тензора напряжений σ и тензором скоростей деформаций $\mathcal{E}(v) = \frac{1}{2}(\nabla v + (\nabla v)^T)$.

Воронежский государственный университет

*E-mail: mrmike@mail.ru

Для жидкости Бингама реологическое соотношение имеет вид

$$\sigma = 2\mu\mathcal{E}(v) + \tau^* \frac{\mathcal{E}(v)}{|\mathcal{E}(v)|} \text{ для } |\mathcal{E}(v)| \neq 0, \quad (3)$$

$$|\sigma| \leq \tau^* \text{ для } |\mathcal{E}(v)| = 0,$$

где μ, τ^* — некоторые положительные константы. Эта модель применяется для описания движения вязкопластичных сред, например различных гелей, суспензий, красок, и достаточно подробно исследована с точки зрения разрешимости (см. [13, 14] и имеющуюся там библиографию) начально-краевых задач.

Для системы уравнений (1)–(3) рассмотрим начальную задачу с начальным условием

$$v(0) = a. \quad (4)$$

Нас будет интересовать вопрос о существовании оптимального решения задачи управления с обратной связью для рассматриваемой задачи Коши в случае периодических условий по пространственным переменным, т.е. рассматривается задача Коши на торе (двумерном или трёхмерном). А именно мы предполагаем, что внешние силы (управление) принадлежат образу некоторого многозначного отображения (коротко — мультиотображения), которое зависит от скорости движения жидкости:

$$f \in \Psi(v). \quad (5)$$

Введём используемые в работе обозначения.

Пусть $\Omega = \prod_{i=1}^n (0, l_i) \subset \mathbb{R}^n$, $n = 2, 3$. Через $(C_{\text{per}}^\infty)^n$ обозначим пространство периодических вектор-функций со значениями в \mathbb{R}^n и с периодами l_i . Введём множество

$$\Phi = \left\{ \phi \in (C_{\text{per}}^\infty)^n : \int_{\Omega} \phi dx = 0, \operatorname{div} \phi = 0 \right\}.$$

Через V^1, V^2, V^0 обозначим замыкание множества Φ по нормам $W_2^1(\Omega)^n, W_2^2(\Omega)^n$ и $(L_2(\Omega))^n$ соответственно. Через (\cdot, \cdot) мы будем обозначать скалярное произведение в $(L_2(\Omega))^n$. Через V^{-1} обозначим сопряжённое к V^1 пространство. Обозначим через $D(A) = V^2$ и рассмотрим на $D(A)$ оператор $A: Au = -P\Delta u, u \in D(A)$, где P — проектор, определяемый разложением Гельмгольца—Вейля на торе. Подробное определение пространств, а также их свойства можно найти в [15].

Для двух матриц $A = (a_{ij}), B = (b_{ij})$ обозначим

$$A : B = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} b_{ij}.$$

Введём в рассмотрение ещё одно функциональное пространство. При $n = 2$ положим

$$W = \{u: u \in L_2(0, T; V^1), u' \in L_2(0, T; V^{-1})\}$$

с нормой

$$\|u\|_W = \|u\|_{L_2(0,T;V^1)} + \|u'\|_{L_2(0,T;V^{-1})},$$

а при $n = 3$ будем полагать, что

$$W = \{u: u \in L_2(0, T; V^1) \cap L_\infty(0, T; V^0), \\ u' \in L_{4/3}(0, T; V^{-1})\}$$

с нормой

$$\|u\|_W = \|u\|_{L_2(0,T;V^1)} + \|u\|_{L_\infty(0,T;V^0)} + \|u'\|_{L_{4/3}(0,T;V^{-1})}.$$

В работе нами рассматривается задача (1)–(5) с периодическим условием по пространственной переменной, которую в дальнейшем будем называть периодической (по пространственной переменной) задачей управления с обратной связью для модели Бингама.

В качестве функции управления рассмотрим многозначное отображение $\Psi: W \rightarrow L_2(0, T; V^0)$. Будем предполагать, что Ψ удовлетворяет следующим условиям:

(Ψ1) отображение Ψ определено на W и имеет непустые, компактные, выпуклые значения;

(Ψ2) отображение Ψ полунепрерывно сверху (т.е. для каждого $v \in W$ и открытого множества $V \subset L_2(0, T; V^0)$ такого, что $\Psi(v) \subset V$, существует окрестность $U(v)$ такая, что $\Psi(U(v)) \subset V$) и компактно (т.е. образ Ψ относительно компактен в $L_2(0, T; V^0)$);

(Ψ3) отображение Ψ глобально ограничено, т.е. существует константа $M > 0$ такая, что

$$\|\Psi(v)\|_{L_2(0,T;V^0)} := \sup\{\|u\|_{L_2(0,T;V^0)} : u \in \Psi(v)\} \leq M$$

для всех $v \in W$;

(Ψ4) Ψ слабо замкнуто в следующем смысле: если $\{v_l\}_{l=1}^\infty \subset W$, $v_l \rightarrow v_0$, $u_l \in \Psi(v_l)$ и $u_l \rightarrow u_0$ в $L_2(0, T; V^0)$, то $u_0 \in \Psi(v_0)$.

Пусть $a \in V^1$. Дадим определение слабого решения рассматриваемой задачи.

Определение 1. Слабым решением периодической задачи управления с обратной связью для модели Бингама (1)–(5) назовём тройку функций $(v \in W, \sigma \in (L_2(Q_T))^n, f \in L_2(0, T; V^0))$, которая для всех $\phi \in V^1$ и для почти всех $t \in (0, T)$ удовлетворяет тождеству

$$\langle v', \varphi \rangle - \sum_{ij=1}^n \int_{\Omega} v_i v_j \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} dx + \int_{\Omega} \sigma: \varepsilon(\varphi) dx = \langle f, \varphi \rangle, \quad (6)$$

реологическому соотношению (3), условию обратной связи (5) и начальному условию $v(0) = a$.

Имеет место следующая теорема о существовании решения рассматриваемой задачи.

Теорема 1. *Предположим, что $n = 2, 3$ и $a \in V^1$. Тогда периодическая задача управления с обратной связью для модели Бингама (1)–(5) имеет хотя бы одно слабое решение (v, σ, f) .*

Обозначим через $\Sigma \subset W \times (L_2(Q_T))^{n^2} \times L_2(0, T; V^0)$ множество всех слабых решений периодической задачи управления с обратной связью для модели Бингама (1)–(5). Рассмотрим произвольный функционал качества $\Phi: \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$, удовлетворяющий следующим условиям:

(Ф1) существует число γ такое, что $\Phi(v, \sigma, f) \geq \gamma$ для всех $(v, \sigma, f) \in \Sigma$;

(Ф2) если $v_m \rightharpoonup v_*$ в W , $\sigma_m \rightharpoonup \sigma_*$ в $(L_2(Q_T))^{n^2}$ и $f_m \rightarrow f_*$ в $L_2(0, T; V^0)$, то $\Phi(v_*, \sigma_*, f_*) \leq \liminf_{m \rightarrow \infty} \Phi(v_m, \sigma_m, f_m)$.

Вторым результатом работы является следующая

Теорема 2. *Предположим, что $n = 2, 3$. Если отображение Ψ удовлетворяет условиям (Ψ1)–(Ψ4), а функционал Φ удовлетворяет условиям (Ф1) и (Ф2), тогда периодическая задача управления с обратной связью для модели Бингама (1)–(5) имеет хотя бы одно слабое решение (v_*, σ_*, f_*) такое, что*

$$\Phi(v_*, \sigma_*, f_*) = \inf_{(v, \sigma, f) \in \Sigma} \Phi(v, \sigma, f). \quad (7)$$

Источник финансирования. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект 14.Z50.31.0037).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lions J.-L. Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations. В.: Springer-Verlag, 1971. 400 p.
2. Choi H., Temam R., Moin P., Kim J. // J. Fluid Mech. 1993. V. 253. P. 509–543.
3. Gunzburger M.D., Hou L., Svobodny T.P. // SIAM J. on Control and Optim. 1992. V. 30. № 1. P. 167–181.
4. Фурсиков А.В. Оптимальное управление распределенными системам. Теория и приложения. Новосибирск: Науч. кн., 1999. 352 с.
5. Aubin J.-P., Cellina A. // Differential Inclusions. В.: Springer-Verlag, 1984. 344 p.
6. Zvyagin V.G., Turbin M.V. // J. Optim. Theory and Appl. 2011. V. 148. № 1. P. 146–163.
7. Zvyagin V., Obukhovskii V., Zvyagin A. // J. Fixed Point Theory and Appl. 2014. V. 16. P. 27–82.
8. Obukhovskii V.V., Zecca P., Zvyagin V.G. // Topol. Methods in Nonlin. Anal. 2004. V. 23. P. 323–337
9. Звягин А.В. // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49. № 2. С. 245–249.
10. Звягин А.В. // ДАН. 2016. Т. 468. № 3. С. 251–253.
11. Zvyagin A.V. // Appl. Anal. 2013. V. 92. № 6. P. 1157–1168.
12. Звягин А.В. // Сиб. мат. журн. 2013. Т. 54. № 4. С. 807–825.
13. Shelukhin V.V. // J. Math. Fluid Mech. 2002. V. 4. № 2. P. 109–127
14. Дюво Г., Лионс Ж.-Л. Неравенства в механике и физике. М.: Наука, 1980. 384 с.
15. Temam R. Navier-Stokes Equations and Nonlinear Functional Analysis. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995. 141 p.

OPTIMAL FEEDBACK CONTROL PROBLEM FOR BINGHAM MEDIA MOTION WITH PERIODIC BOUNDARY CONDITIONS

V. G. Zvyagin, M. V. Turbin

Presented by Academician of the RAS A.T. Fomenko September 17, 2018

Received October 8, 2018

We study the optimal feedback control problem for the motion of Bingham media with periodic boundary conditions in two- and three-dimensional cases. First, the considered problem is interpreted as an operator inclusion with a multivalued right-hand side. Then, the approximation-topological approach to hydrodynamic problems and the degree theory for a class of multivalued maps are used to prove the existence of solutions of this inclusion. Finally, we prove that, among the solutions of the considered problem, there exists one minimizing the given cost functional.

Keywords: optimal feedback control, Bingham model, weak solution, multivalued map, approximation-topological approach.

УДК 517.91

НАИМЕНЬШЕЕ РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ЭКСТРЕМУМАМИ И МИНИМАЛЬНЫЙ ПЕРИОД РЕШЕНИЙ АВТОНОМНЫХ ВЕКТОРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А. А. Зевин

Представлено академиком РАН В.В. Козловым 05.10.2018 г.

Поступило 22.10.2018 г.

Рассматриваются решения $x(t)$ уравнения $\dot{x} = f(x)$, где $x \in \mathbb{R}^n$, функция $f(x)$ удовлетворяет условию Липшица с произвольной векторной нормой. Доказано, что нижняя граница расстояний между последовательными экстремумами $x_k(t)$, $k = 1, 2, \dots, n$, равна $\frac{\pi}{L}$, где L — константа Липшица. Для непостоянных периодических решений нижняя граница периодов равна $\frac{2\pi}{L}$. Эти оценки являются точными для норм, инвариантных относительно перестановки индексов.

Ключевые слова: автономное уравнение, экстремумы решений, оценка расстояний, минимальный период.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852142-144>

1. Введение. Рассматривается уравнение

$$\dot{x} = f(x), \quad (1)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, функция $f(x)$ удовлетворяет условию Липшица

$$\|f(x') - f(x'')\| \leq L\|x' - x''\| \quad (2)$$

с произвольной векторной нормой.

Пусть $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$ — решение уравнения (1), t_k^i , $i = 1, 2, \dots$, — последовательные экстремумы компоненты $x_k(t)$, $\delta_k^i = t_k^{i+1} - t_k^i$, $k = 1, 2, \dots, n$, — расстояния между ними. Теорема 1 данной работы даёт точную нижнюю границу $\delta_* = \frac{\pi}{L}$ величин δ_k^i .

Заметим, что начиная с классических результатов Штурма имеется обширная литература, посвящённая нулям решений дифференциальных уравнений. При этом обычно рассматриваются уравнения с особой точкой $x = 0$ (так что нули решений характеризуют колебания системы относительно положения равновесия).

Для автономного уравнения (1) при отсутствии особой точки нули решений зависят от произвольного выбора начала координат и поэтому не представляют интереса. Напротив, точки экстремумов t_k^i инвариантны относительно сдвига координат.

*Институт транспортных систем и технологий
Национальной академии наук Украины, Днепр, Украина
E-mail: alexandr.zevin@gmail.com*

Нижняя граница величин δ_k^i указывает наименьшее расстояние между соседними минимумами и максимумами и, таким образом, характеризует колебания решений относительно их средних значений. Тем не менее такая задача, по-видимому, ранее не рассматривалась в литературе.

Во второй части сообщения с помощью указанной выше оценки найден минимальный период решений $x(t) = x(t+T) \neq \text{const}$ системы (1), (2). В отличие от предыдущей такая задача рассматривалась достаточно детально. Первая точная оценка [1]

$$T \geq \frac{2\pi}{L} \quad (3)$$

получена для системы (1), (2) с евклидовой нормой. Для уравнения

$$x^{(r)} = f(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad (4)$$

с той же нормой оценка (3) принимает вид [2]

$$T \geq \frac{2\pi}{L^{1/r}}. \quad (5)$$

Для уравнения (1) в общем банаховом пространстве точная граница периодов равна [3]

$$T \geq \frac{6}{L}. \quad (6)$$

В связи с различием оценок (3) и (6) в [4] поставлена задача о минимальном периоде в пространстве \mathbb{R}^n для норм, отличных от евклидовой. Для уравнения

(4) с чётным r общее решение такой задачи получено в [5], где доказано, что неравенство (5) является точным для любой векторной нормы (там же утверждается, что такой же вывод справедлив и при $r = 1$, однако приведённое доказательство содержит ошибку). Строгое доказательство справедливости оценки (3) для любой нормы в \mathbb{R}^n найдено в [6]; ниже оно получено (теорема 2) как прямое следствие теоремы 1.

2. Основные результаты. Следующая теорема даёт нижнюю оценку расстояний между экстремумами решения $x(t)$.

Теорема 1. В системе (1), (2) величины $\delta_k^i = t_k^{i+1} - t_k^i$ удовлетворяют неравенству

$$\delta_k^i \geq \delta_* = \frac{\pi}{L}. \quad (7)$$

Доказательство. Как известно, функция $y(t) = \dot{x}(t)$ является решением уравнения в вариациях

$$\dot{y} = A(t)y, \quad (8)$$

где $A(t) = f_x(x(t))$. При этом подчинённая норма матрицы $A(t)$

$$\|A(t)\| = \sup_{\|y\|=1} \|A(t)y\| \leq L. \quad (9)$$

Без ограничения общности полагаем в (7) $k = 1$ и $t_1^1 = 0$, тогда

$$y_1(0) = y_1(\delta_1^1) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_1(\delta_1^1) = 0. \quad (10)$$

При фиксированном t представим (8) в виде

$$\dot{y} = Sy, \quad S = \text{diag}[s_k], \quad s_k = \frac{\dot{y}_k}{y_k}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

Так как подчинённая норма матрицы является согласованной, то для любого y

$$\|Sy\| = \|Ay\| \leq \|A\|\|y\| \leq L\|y\|. \quad (12)$$

В силу диагональности матрицы S

$$\|Sy\| \leq s_* \|y\|, \quad s_* = \max_k |s_k|. \quad (13)$$

Пусть $|s_i| = s_*$, тогда равенство в (13) достигается, если $y_k = 0$ при $k \neq i$. При этом $|y_i| = \|y\|$, поэтому из (12) и (11) имеем $s_* \leq L$ и $|s_1(t)| = |\dot{y}_1(t)/y_1(t)| \leq L$. Следовательно,

$$F(y_1) = \frac{\int_0^{\delta_1^1} \dot{y}_1^2(t) dt}{\int_0^{\delta_1^1} y_1^2(t) dt} \leq L^2. \quad (14)$$

Как известно, при условии (10) и $\delta_1^1 = \pi$ минимум функционала $F(y_1)$ равен единице. Поэтому неравенство (7) следует из (14). Теорема доказана.

Равенство в (14) имеет место при $y_1(t) = \sin Lt$. Поэтому оценка (7) достигается на уравнении $\dot{x} = Ax$ с постоянной матрицей A , $\|A\| = L$ и собственным значением $\lambda_1 = iL$. Соответствующий блок в её жордановой форме

$$J = \begin{bmatrix} 0 & L \\ -L & 0 \end{bmatrix}.$$

Ему отвечает уравнение

$$\dot{x} = Jx. \quad (15)$$

Из определения (13) подчинённой нормы следует, что равенство $\|J\| = L$ имеет место, если

$$\left\| \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{bmatrix} \right\| = \left\| \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right\|. \quad (16)$$

При этом оценка (7) достигается на решении $x_1 = \cos Lt$ уравнения (15). Условие (16) выполняется, если норма инвариантна относительно перестановки индексов, что является типичным для общепринятых норм.

Пусть теперь $x(t) \neq \text{const}$ — T -периодическое решение системы (1), (2).

Теорема 2. Период T удовлетворяет неравенству

$$T \geq \frac{2\pi}{L}. \quad (17)$$

Доказательство. Без ограничения общности полагаем

$$\begin{aligned} x_1(0) &= x_1(T) = \min x(t), \\ x_1(\delta_1^1) &= \max x(t), \quad \delta_1^1 \in (0, T). \end{aligned}$$

В силу теоремы 1

$$\delta_1^1 \geq \frac{\pi}{L}, \quad T - \delta_1^1 \geq \frac{\pi}{L},$$

откуда следует неравенство (17). Теорема доказана.

При условии (16) оценка (17) также достигается на решениях уравнения (15).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yorke J. // Proc. Amer. Math. Soc. 1969. V. 22. P. 509–512.
2. Mawhin J., Walter W. // JMAA. 1994. V. 186. P. 778–798.
3. Busenberg S., Fisher D., Martelli M. // Amer. Math. Monthly. 1989. V. 96. P. 5–17.
4. Busenberg S., Fisher D., Martelli M. // Proc. Amer. Math. Soc. 1986. V. 86. P. 376–378.
5. Зевин А.А. // ДАН. 2012. Т. 444. № 6. С. 602–604.
6. Zevin A.A. // arXiv.14124539 [math.DS]. 2014.

THE LEAST DISTANCE BETWEEN EXTREMUMS AND MINIMAL PERIOD OF SOLUTIONS TO AUTONOMOUS VECTOR DIFFERENTIAL EQUATIONS

A. A. Zevin

Presented by Academician of the RAS V.V. Kozlov October 5, 2018

Received October 22, 2018

Solutions $x(t)$ of the Lipschitz equation $\dot{x} = f(x)$ with an arbitrary vector norm are considered. It is proved that the sharp lower bound for the distances between successive extremums of $x_k(t)$ equals π/L where L is the Lipschitz constant. For non-constant periodic solutions, the lower bound for the periods is $2\pi/L$. These estimates are achieved for norms that are invariant with respect to permutation of the indices.

Keywords: autonomous equation, extremums of solutions, bound for distances, minimal period.

УДК 517.518.1+514.7

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТЕЙ-ГРАФИКОВ НА ГРУППАХ КАРНО С СУБЛОРЕНЦЕВОЙ СТРУКТУРОЙ

М. Б. Карманова

Представлено академиком РАН Ю.Г. Решетняком 08.10.2018 г.

Поступило 17.10.2018 г.

Для графиков достаточно гладких отображений нильпотентных градуированных групп доказана формула площади на сублоренцевых структурах произвольной глубины с многомерным временем.

Ключевые слова: нильпотентная градуированная группа, внутренний базис, гёльдерово отображение, сублоренцева структура, многомерное время, отображение-график, площадь поверхности.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852145-148>

Тема исследования — вывод метрических свойств поверхностей-графиков на сублоренцевых структурах произвольной глубины с многомерным временем. Основа для построения таких структур — хорошо известная геометрия Минковского (см., например, [1] и цитируемые авторами литературные источники). Отличительной особенностью является то, что квадрат расстояния вдоль одного из направлений (называемого временным) всегда отрицателен. Работы по исследованиям неголономных обобщений геометрии Минковского и их применениям появились относительно недавно [2–5]. Кроме того, изучаются структуры и с многомерным временем [6, 7]. Недавно были установлены новые результаты для частного случая сублоренцевых структур с многомерным временем: доказана формула площади для графиков, построенных по отображениям двухступенчатых групп, выведены достаточные условия, чтобы поверхность-график была пространственно-подобной, и получены аналитические и геометрические свойства максимальных поверхностей [8, 9]. В данной работе снимается ограничение на глубину образа и прообраза отображения, по которому строится график. Кроме того, сублоренцева структура, как и понятие пространственно-подобной поверхности, описывается в самом общем случае. Основной результат — формула адаптированной площади для пространственно-подобных поверхностей-графиков.

Введём необходимые для формулировки основных результатов определения и перечислим актуальные результаты.

Новосибирский государственный университет
E-mail: maryka@math.nsc.ru

Определение 1 (см., например, [10]). Нильпотентной градуированной группой (Ли) называется связная односвязная стратифицированная группа Ли \mathbb{G} , алгебра Ли \mathcal{V} которой градуирована, т.е. представляется в виде $\mathcal{V} = \bigoplus_{k=1}^M \mathcal{V}_k$, $[\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_k] \subset \mathcal{V}_{k+1}$, $[\mathcal{V}_k, \mathcal{V}_M] = \{0\}$, $k = 1, 2, \dots, M-1$.

Обозначение 1. Обозначим топологическую размерность группы \mathbb{G} символом N , базисные векторные поля — X_1, \dots, X_N , хаусдорфову размерность — ν и положим $n_i = \dim \mathcal{V}_i$, $i = 1, 2, \dots, M$. Для группы $\tilde{\mathbb{G}}$ будем использовать те же обозначения только со знаком “~”.

Определение 2. Если базисное поле X_l принадлежит \mathcal{V}_k , то его степень $\deg X_l$ равна k , $l = 1, 2, \dots, N$, $k = 1, 2, \dots, M$.

Согласованное с субримановой структурой расстояние определяется для $w = \exp\left(\sum_{i=1}^N w_i X_i\right)(v)$ как

$$d_\infty(w, v) = \max_{i=1, \dots, N} \left\{ |w_i|^{\frac{1}{\deg X_i}} \right\}.$$

Определение 3. Пусть $\mathbb{G}, \tilde{\mathbb{G}} \subset \mathbb{U}$, где \mathbb{U} — нильпотентная градуированная группа топологической размерности $N + \tilde{N}$, $\mathbb{G} \cap \tilde{\mathbb{G}} = 0 = (\mathbf{0}, \tilde{\mathbf{0}})$, поля $X_1, \dots, X_N, \tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_{\tilde{N}}$ определены на всей группе \mathbb{U} и составляют её базис, $\Omega \subset \mathbb{G}$ — открытое множество, и $\varphi: \Omega \rightarrow \tilde{\mathbb{G}}$. Отображение-график φ_Γ сопоставляет каждой точке $x \in \Omega$ элемент

$$\varphi_\Gamma(x) = \exp\left(\sum_{j=1}^{\tilde{N}} \varphi_j(x) \tilde{X}_j\right)(x),$$

где $\{\varphi_j\}_{j=1}^{\tilde{N}}$ — координатные функции:

$$\varphi(x) = \exp\left(\sum_{j=1}^{\tilde{N}} \varphi_j(x) \tilde{X}_j\right)(\tilde{\mathbf{0}}).$$

Замечание 1. Случай $\mathbb{U} = \mathbb{G} \times \tilde{\mathbb{G}}$ является частным для описанного в определении 3. Коммутаторы вида $[X_i, \tilde{X}_j]$ могут быть нетривиальными.

Определение 4. Пусть $u \in \mathbb{G}$. Отображение $\theta_u: (w_1, \dots, w_N) \mapsto w = \exp\left(\sum_{i=1}^N w_i X_i\right)(u)$ называется системой нормальных координат относительно u . В этом случае набор (w_1, \dots, w_N) называется нормальными координатами точки w относительно u (в базисе $\{X_i\}_{i=1}^N$).

Определение 5 (см., например, [11]). Пусть \mathbb{G} и $\tilde{\mathbb{G}}$ — нильпотентные градуированные группы Ли, $E \subset \mathbb{G}$, $\psi: E \rightarrow \tilde{\mathbb{G}}$, и функция $\tilde{d}: \psi(E) \times \tilde{\mathbb{G}} \rightarrow \mathbb{R}_+$ равна нулю только на одинаковых элементах и симметрична. Будем говорить, что ψ полиномиально $h c$ -дифференцируемо в (предельной) точке $x \in E$ относительно \tilde{d} , если существует отображение $\mathcal{L}_x: \mathbb{G} \rightarrow \tilde{\mathbb{G}}$ такое, что

- 1) $\tilde{d}(\psi(w), \mathcal{L}_x(w)) = o(d_\infty(x, w))$, $E \ni w \rightarrow x$;
- 2) $\mathcal{L}_x(w) = \theta_{\psi(x)} \circ L_x \circ \theta_x^{-1}(w)$, где L_x полиномиально зависит от w_1, \dots, w_N , а $\exp\left(\sum_{i=1}^N w_i X_i\right)(x) = w$.

Напомним основные результаты статьи [11] о существовании внутренних базисов, которые позволяют переносить субриманову структуру с прообраза на образ нелипшицевых отображений и тем самым сохранять хаусдорфову размерность.

Теорема 1 [11]. Пусть $\mathbb{G}, \tilde{\mathbb{G}} \subset \mathbb{U}$, где \mathbb{U} — нильпотентная градуированная группа топологической размерности $N + \tilde{N}$, $\mathbb{G} \cap \tilde{\mathbb{G}} = 0 = (\mathbf{0}, \tilde{\mathbf{0}})$, а $\Omega \subset \mathbb{G}$ — открытое множество. Пусть ещё $\varphi: \Omega \rightarrow \tilde{\mathbb{G}}$ имеет гладкость $\left[\frac{\max\{M, \tilde{M}\} + p - 1}{p}\right]$ по переменным степени p , $p = 1, 2, \dots, M$. Тогда для любого $x \in \Omega$ существует базис $\{^x X_1, \dots, ^x X_N, ^x \tilde{X}_1, \dots, ^x \tilde{X}_{\tilde{N}}\}$ такой, что множество

$$(\tilde{\theta}_{\varphi(x)} \circ \theta_{\varphi(x)}^{-1})(D_{\text{diag}}(\hat{D}_p \varphi(x))(x)(\text{Box}(x, r)))$$

совпадает с $\hat{D}_p \varphi(x)(\text{Box}(x, r))$. Здесь $\theta_{\varphi(x)}$ — отображение нормальных координат в исходном базисе, $\tilde{\theta}_{\varphi(x)}$ — аналогичное отображение в новом базисе, а для отображения ξ символ $D_{\text{diag}} \xi$ обозначает блочно-диагональную часть дифференциала $D\xi$, состоящую

из блоков размерностей $(n_i + \tilde{n}_i) \times n_i$, $i = 1, 2, \dots, \max\{M, \tilde{M}\}$.

Результат теоремы 1 справедлив для графиков как контактных (т.е. таких, что образ горизонтальных полей горизонтален), так и гёльдеровых отображений (в рассматриваемом случае это класс отображений, удовлетворяющих условиям теоремы 1, которые в общем случае не переводят горизонтальные поля в горизонтальные).

Опишем теперь сублоренцеву структуру на \mathbb{U} . Поскольку на таких структурах существуют направления, квадрат длины вдоль которых отрицателен, то разобьём в описании базисные векторные поля по этому признаку на “положительные” и “отрицательные”. Положим $\{X_1, \dots, X_N, \tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_{\tilde{N}}\} = \{Y_1, \dots, Y_{\hat{N}}\}$, где $\hat{N} = N + \tilde{N}$. Кроме того, пусть алгебра Ли \hat{V} на \mathbb{U} равна $\bigoplus_{k=1}^{\hat{M}} \hat{V}_k$, где $\hat{M} = \max\{M, \tilde{M}\}$, и каждое \hat{V}_k состоит из полей, входящих в V_k и \tilde{V}_k . Далее пусть $\hat{V}_k = \text{span}\{\hat{V}_k^+, \hat{V}_k^-\}$, где \hat{V}_k^- совпадает с линейной оболочкой поднабора или полного набора базисных полей, входящих в \tilde{V}_k , а множества \hat{V}_k^+ и \hat{V}_k^- не пересекаются, $k = 1, 2, \dots, \hat{M}$.

Поскольку во внутреннем базисе дифференциалы полиномиальных субримановых дифференциалов имеют блочно-диагональный вид в силу теоремы 1, где каждый блок состоит из единичной матрицы размерности n_i и либо $(\tilde{n}_i \times n_i)$ -блока $D(\hat{D}_p \varphi)_{\tilde{V}_i, V_i}$ матрицы $D(\hat{D}_p \varphi)$ (здесь и далее, так как рассматривается адаптированный базис, под $D(\hat{D}_p \varphi)$ понимается блочно-диагональная часть дифференциала, т.е. $D_{\text{diag}}(\hat{D}_p \varphi)$), либо $(\tilde{n}_i \times n_i)$ -блока $(\hat{D}\varphi)_{\tilde{V}_i, V_i}$ матрицы $\hat{D}\varphi$, то, перегруппируя при необходимости поля в образе, представим эти блоки как объединение частей $D(\hat{D}_p \varphi^+)_{\tilde{V}_i, V_i}$ и $D(\hat{D}_p \varphi^-)_{\tilde{V}_i, V_i}$ (соответственно $(\hat{D}\varphi^+)_{\tilde{V}_i, V_i}$ и $(\hat{D}\varphi^-)_{\tilde{V}_i, V_i}$), где “минусовые” части состоят из строк, соответствующих полям из \hat{V}_i^- , $i = 1, 2, \dots, \tilde{M}$.

Приведём определения сублоренцевых расстояния и меры сразу для внутреннего базиса. В определениях 5 и 6, свойстве 1, а также лемме 1 и теореме 2, положим $(^x Y_1, \dots, ^x Y_{\hat{N}}) = (^x X_1, \dots, ^x X_N, ^x \tilde{X}_1, \dots, ^x \tilde{X}_{\tilde{N}})$.

Определение 5 (ср. [12]). Пусть $w = \exp\left(\sum_{i=1}^{\hat{N}} w_i^x Y_i\right)(v)$. Определим величину $^x d_2^2(w, v)$ следующим образом:

$${}^x\mathfrak{d}_2^2(w, v) = \max_{k=1, \dots, \hat{M}} \left\{ \operatorname{sgn} \left(\sum_{j: Y_j \in \hat{V}_k^+} y_j^2 - \sum_{j: Y_j \in \hat{V}_k^-} y_j^2 \right) \times \left| \sum_{j: Y_j \in \hat{V}_k^+} y_j^2 - \sum_{j: Y_j \in \hat{V}_k^-} y_j^2 \right|^{1/k} \right\}.$$

Множество $\{w \in \mathbb{U}: {}^x\mathfrak{d}_2^2(w, v) < r^2\}$ называется шаром относительно ${}^x\mathfrak{d}_2^2$ радиуса $r > 0$ с центром в точке v и обозначается символом ${}^x\operatorname{Box}_2^{\mathfrak{d}}(v, r)$.

Замечание 2. При отображении θ_v^{-1} шар ${}^x\operatorname{Box}_2^{\mathfrak{d}}(v, r)$ переходит в декартово произведение множеств

$$\left\{ (y_{s_k+1}, \dots, y_{s_k+n_k+\tilde{n}_k}): \operatorname{sgn} \left(\sum_{j: Y_j \in \hat{V}_k^+} y_j^2 - \sum_{j: Y_j \in \hat{V}_k^-} y_j^2 \right) \times \left| \sum_{j: Y_j \in \hat{V}_k^+} y_j^2 - \sum_{j: Y_j \in \hat{V}_k^-} y_j^2 \right| < r^{2k} \right\}, \quad s_k = \sum_{l=1}^{k-1} n_l + \tilde{n}_l, \quad s_1 = 0, \quad k = 1, 2, \dots, \hat{M}.$$

Прежде чем определить понятие внутренней меры на поверхностях-образах, сформулируем требование на свойства (полиномиального) субриманова дифференциала φ .

Предположение 1. Пусть выполнены условия теоремы 1. Длины строк $D(\hat{D}_P\varphi)_{\tilde{V}_j, V_j}^-$ (для гёльдеровых в субримановом смысле отображений) и $(\hat{D}\varphi)_{\tilde{V}_j, V_j}^-$ (для контактных отображений) не превосходят величину $\frac{1}{\dim V_j} - c$, $c > 0$, $j = 1, 2, \dots, \min\{M, \tilde{M}\}$. Здесь $\hat{D}\varphi$ — h -дифференциал контактного отображения [13].

Свойство 1. Предположение 1 обеспечивает свойство пространственноподобия для поверхности $\varphi_\Gamma(\Omega)$: иными словами, как и в случае двуступенчатых сублоренцевых структур [8], для всех $v \in \varphi_\Gamma(\Omega)$

локально такая поверхность будет лежать вне множества

$$\left\{ w = \exp \left(\sum_{i=1}^{\hat{N}} w_i^x Y_i \right) (v): \sum_{j: Y_j \in \hat{V}_k^+} y_j^2 = \sum_{j: Y_j \in \hat{V}_k^-} y_j^2, \quad k = 1, 2, \dots, \hat{M} \right\}$$

за исключением точки $v \in \varphi_\Gamma(\Omega)$.

Определение 6 (ср. [12, 14]). Пусть $S = \varphi_\Gamma(\Omega)$. Значение адаптированной, или внутренней, меры \mathcal{H}_Γ^V для подмножеств S вычисляется по формуле

$$\mathcal{H}_\Gamma^V(A) = \prod_{j=1}^M \omega_{\dim V_j} \liminf_{\delta \rightarrow 0} \left\{ \sum_{i \in \mathbb{N}} r_i^V: \bigcup_{i \in \mathbb{N}} \varphi_\Gamma^{-1}(x_i) \operatorname{Box}_2^{\mathfrak{d}}(x_i, r_i) \supset A, \quad x_i \in A, \quad r_i < \delta \right\}.$$

Для вывода основного результата важно следующее свойство внутренней меры.

Лемма 1. Функция множества $\Phi: S \rightarrow \mathbb{R}$, заданная как

$$\Phi: A \mapsto \mathcal{H}_\Gamma^V(A), \quad \text{где } A \subset S,$$

обладает следующими свойствами:

- 1) она абсолютно непрерывна относительно \mathcal{H}^V на \mathbb{G} ;
- 2) она аддитивна на удалённых шарах.

Основной результат сообщения — следующая

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1.

Тогда для отображений-графиков и $v = \sum_{k=1}^M n_k k$ справедлива формула площади

$$\int_{\Omega} \mathcal{J}(\varphi_\Gamma, x) d\mathcal{H}^V(x) = \int_{\varphi_\Gamma(\Omega)} d\mathcal{H}_\Gamma^V(y),$$

где якобиан равен

$$\prod_{j=1}^M \sqrt{\det(E_{n_j} + D(\hat{D}_P\varphi^+)_{\tilde{V}_j, V_j}^*(x) D(\hat{D}_P\varphi^+)_{\tilde{V}_j, V_j}(x) - D(\hat{D}_P\varphi^-)_{\tilde{V}_j, V_j}^*(x) D(\hat{D}_P\varphi^-)_{\tilde{V}_j, V_j}(x))}$$

для графиков гёльдеровых отображений и

$$\prod_{j=1}^M \sqrt{\det(E_{n_j} + (\hat{D}\varphi^+)_{\tilde{V}_j, V_j}^*(x) (\hat{D}\varphi^+)_{\tilde{V}_j, V_j}(x) - (\hat{D}\varphi^-)_{\tilde{V}_j, V_j}^*(x) (\hat{D}\varphi^-)_{\tilde{V}_j, V_j}(x))}$$

для графиков контактных отображений.

Источник финансирования. Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (проект № 1.3087.2017/4.6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Миклюков В.М., Клячин А.А., Клячин В.А. Максимальные поверхности в пространстве-времени Минковского. <http://www.uchimsya.info/maxsurf.pdf>
2. Берестовский В.Н., Гичев В.М. // Алгебра и анализ. 1999. Т. 11. В. 4. С. 1–34.
3. Grochowski M. // J. Dyn. Control Syst. 2006. V. 12. № 2. P. 145–160.
4. Korolko A., Markina I. // Complex Anal. Oper. Theory. 2010. V. 4. № 3. P. 589–618.
5. Крым В.Р., Петров Н.Н. // Вестн. СПГУ. Сер. 1. 2008. В. 3. С. 68–80.
6. Craig W., Weinstein S. // Proc. Rog. Soc. A. 2008. V. 465. № 2110. P. 3023–3046.
7. Bars I., Terning J. Extra Dimensions in Space and Time. В.: Springer, 2010.
8. Карманова М.Б. // ДАН. 2017. Т. 474. № 2. С. 151–154.
9. Карманова М.Б. // ДАН. 2018. Т. 480. № 1. С. 16–20.
10. Folland G.B., Stein E.M. Hardy Spaces on Homogeneous Groups. Princeton: Princeton Univ. Press, 1982.
11. Карманова М.Б. // Сиб. мат. журн. 2017. Т. 58. № 2. С. 305–332.
12. Карманова М.Б. // Изв. РАН. Сер. мат. 2014. Т. 78. № 3. С. 53–78.
13. Vodopyanov S. Geometry of Carnot—Carathéodory Spaces and Differentiability of Mappings. The Interaction of Analysis and Geometry // Contemp. Math. 2007. V. 424. P. 247–301.
14. Карманова М.Б. Сиб. мат. журн. 2012. Т. 53. № 4. С. 839–861.

AREA OF GRAPH SURFACES ON CARNOT GROUPS WITH SUB-LORENTZIAN STRUCTURE

M. B. Karmanova

Presented by Academician of the RAS Yu.G. Reshetnyak October 8, 2018

Received October 17, 2018

For graph mappings constructed from sufficiently smooth mappings of nilpotent graded groups, we prove area formula on sub-Lorentzian structures of arbitrary depth with multi-dimensional time.

Keywords: nilpotent graded group, intrinsic basis, Hölder mapping, sub-Lorentzian structure, multi-dimensional time, graph mapping, surface area.

УДК 517.98

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ СУММАМИ РЯДОВ ЭКСПОНЕНТ И ГЛОБАЛЬНАЯ ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ СВЁРТКИ

С. Г. Мерзляков*, С. В. Попенов**

Представлено академиком РАН С.В. Кисляковым 15.10.2018 г.

Поступило 15.10.2018 г.

Изучается проблема кратной интерполяции на бесконечном множестве узлов с помощью сумм абсолютно сходящихся рядов экспонент с заданным множеством показателей. Для целых функций найдены условия на узлы и показатели, при которых эта проблема разрешима. Найден новый подход к проблеме интерполяции, позволяющий для функций, голоморфных в области, получать критерии разрешимости для некоторых классов множеств показателей и специального класса множеств узлов. При этом необходимость доказана в большой общности для произвольных множеств узлов и в ситуации интерполяции функциями, представимыми в виде преобразования Лапласа мер Радона на множестве показателей. Получена разрешимость глобальной задачи Коши для оператора свёртки с данными на множестве узлов в области в виде рядов экспонент, показатели которых принадлежат разреженному подмножеству нулей характеристической функции этого оператора. Это даёт существенное усиление известных результатов по теме.

Ключевые слова: ряд экспонент, кратная интерполяция, оператор свёртки.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852149-152>

ИНТЕРПОЛЯЦИОННАЯ ПРОБЛЕМА

Пусть $M = \{\mu_k\} \subset \mathbb{C}$ — счётное множество узлов, дискретное в \mathbb{C} ; $m_k \in \mathbb{N}$ — кратности узлов μ_k , а $\Lambda \subset \mathbb{C}$ — некоторое неограниченное множество показателей. Обозначим

$$\Sigma(\Lambda, \mathbb{C}) = \left\{ U: U(z) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{\lambda_n z}, \lambda_n \in \Lambda \right\},$$

ряды абсолютно сходятся для $z \in \mathbb{C}$. Известно, что такие ряды сходятся равномерно на всех компактных подмножествах в \mathbb{C} , так что все $U \in \Sigma(\Lambda, \mathbb{C})$ — это целые функции; $\Sigma(\Lambda, \mathbb{C})$ — это линейное подпространство $H(\mathbb{C})$, вообще говоря, не замкнутое.

Наша цель — описать классы множеств M и Λ , которые дают разрешимость следующей проблемы: для любых интерполяционных данных $b_k^j \in \mathbb{C}, k \in \mathbb{N}, j = 1, 2, \dots, m_k - 1$, существует такая сумма ряда $U \in \Sigma(\Lambda, \mathbb{C})$, что $U^{(j)}(\mu_k) = b_k^j$.

Контрпример. В случае $\Lambda = \{2\pi n, n \in \mathbb{N}\}$ все целые функции вида $U(z) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{2\pi n z}$ удовлетворяют разностному уравнению $U(z) = U(z + i)$. Видим,

*Институт математики с вычислительным центром
Уфимского федерального исследовательского центра
Российской Академии наук*

*E-mail: msg2000@mail.ru

**E-mail: spopenov@gmail.com

что для любых двух узлов вида $\mu_1 = \mu, \mu_2 = \mu + i, \mu \in \mathbb{C}$, простая интерполяция $U(\mu_k) = b_k$ невозможна для интерполяционных данных $b_1 \neq b_2$.

Представления для $H(\mathbb{C})$. Классический результат об интерполяции в пространстве $H(\mathbb{C})$ позволяет сделать следующее. Пусть $\psi_M \in H(\mathbb{C})$ — функция с нулевым множеством $M = \{\mu_k\}$ с учётом кратностей m_k . Обозначим через $(\psi_M) = \{h \in H(\mathbb{C}): h = r\psi_M, r \in H(\mathbb{C})\}$ идеал в $H(\mathbb{C})$, порождаемый ψ_M . Для заданного множества узлов M разрешимость проблемы интерполяции рядами экспонент равносильна существованию представления $H(\mathbb{C}) = \Sigma(\Lambda, \mathbb{C}) + (\psi_M)$.

Определение. Обозначим $\mathbb{S} = \{s \in \mathbb{C}: |s| = 1\}$. Пусть $X \subset \mathbb{C}$ — неограниченное множество. Множество $P(X) \subset \mathbb{S}$ предельных направлений в бесконечности состоит из всех таких $s \in \mathbb{S}$, что $s = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{x_k}{|x_k|}$ для некоторой последовательности $\{x_k\} \subset X, x_k \rightarrow \infty$.

Выберем произвольно разреженную последовательность $\{\lambda_n\} \subset \Lambda$, такую что $|\lambda_{n+1}| > 2|\lambda_n|$ и $P(\{\lambda_n\}) = P(\Lambda)$. Она имеет нулевую плотность, а целая функция $G_1(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{\lambda_n}\right)$ имеет минимальный тип при порядке роста 1.

Пусть M_{G_1} — оператор свёртки в $H(\mathbb{C})$, порождаемый G_1 . Результаты А.Ф. Леонтьева [1]

(и О.А. и А.С. Кривошеевых [2–4]) дают фундаментальный принцип для M_{G_1} , т.е. $\text{Ker } M_{G_1} = \Sigma(\{\lambda_n\}, \mathbb{C})$. Итак, следует изучать представления $H(\mathbb{C}) = \text{Ker } M_{G_1} + (\Psi_M)$, так как $\text{Ker } M_{G_1} = \Sigma(\{\lambda_n\}, \mathbb{C}) \subset \Sigma(\Lambda, \mathbb{C})$.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ СВЁРТКИ

Когда M есть дискретное подмножество в угле, В.В. Напалков [5–7] впервые нашёл достаточные условия для существования представлений

$$H(\mathbb{C}) = \text{Ker } M_G + (\Psi_M), \quad (1)$$

где M_G — оператор свёртки, порождаемый целой функцией G экспоненциального типа. Любой элемент $\text{Ker } M_G$ есть предел квазиполиномов с показателями из нулевого множества $\Lambda = Z_G$ функции G , но, вообще говоря, он не представляется в виде какого-либо ряда экспонент. Выше указано, в (1) можно заменить $\text{Ker } M_G$ на $\text{Ker } M_{G_1} = \Sigma(\{\lambda_n\}, \mathbb{C})$, где $\{\lambda_n\} \subset Z_G$, и $\{\lambda_n\}$ — разреженная последовательность.

Вводится класс специальных множеств M , включающий в себя все M , которые изучались ранее. Используется обычная двойственность, порождаемая преобразованием Лапласа в сильно сопряжённом пространстве, и найден метод для изучения естественных двойственных проблем в пространстве целых функций экспоненциального типа. Удалось найти условия разрешимости проблемы интерполяции и, как следствие, разрешимости глобальной задачи Коши с данными на специальных M в виде рядов экспонент, причём мы можем рассматривать голоморфные функции в области. Это усиливает часть результатов В.В. Напалкова и учеников (см., например, [5–8], а также наши результаты в [9–11]).

Оказалось, что для некоторых Λ эти условия необходимы для произвольных M для общей проблемы интерполяции функциями вида $U(z) = \int_{\Lambda} e^{\lambda z} d\sigma$, где $d\sigma$ — произвольная мера Радона на Λ . При этом нахождение необходимых условий для задачи Коши (1) — открытая непростая проблема.

ДЕФЕКТ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

Далее мы используем обозначения $s_{\tau} = e^{i\tau}$ и $s_{\omega} = e^{i\omega}$, $\omega, \tau \in [0, 2\pi)$, для элементов $P(M)$ и $P(\Lambda)$ соответственно.

Условия. Для каждого элемента $s_{\tau} \in P(M)$ выполнено одно из двух условий:

(А) Существуют такой элемент $s_{\omega} \in P(\Lambda)$, что $\text{Re}(s_{\omega} s_{\tau}) > 0$, и число $\kappa(s_{\omega}) \in \mathbb{R}$, что для всех $c > \kappa(s_{\omega})$ каждая прямая $l(s_{\omega}, c) = \{\text{Re}(s_{\omega} z) = c\}$ содержит не более одного узла $\mu_k \in M$;

(В) Существуют такой элемент $s_{\omega} \in P(\Lambda)$, что $\text{Re}(s_{\omega} s_{\tau}) = 0$, и число $\kappa(s_{\omega}) \in \mathbb{R}$, что для всех $c > \kappa(s_{\omega})$ каждая прямая $l(s_{\omega}, c)$ содержит не более одного узла $\mu_k \in M$; для каждой подпоследовательности $\{\mu_{k_j}\} \subset M$, такой что $|\mu_{k_j}| \rightarrow \infty$ и $s_{\tau} = \lim_{k_j \rightarrow \infty} \frac{\mu_{k_j}}{|\mu_{k_j}|}$, существует предел $\lim_{k_j \rightarrow \infty} \text{Re}(s_{\omega} \mu_{k_j}) = +\infty$.

Обозначим через $P_M(\Lambda) \subset P(\Lambda)$ множество всех тех предельных направлений $s_{\omega} \in P(\Lambda)$, которые связаны с $s_{\tau} \in P(M)$ в (А) и (В). Из этих условий следует, что множество $D_M = \bigcap_{s_{\omega} \in P_M(\Lambda)} \{\mu_k \in M: \text{Re}(s_{\omega} \mu_k) \leq \kappa(s_{\omega})\}$ конечное или пустое.

Рассмотрим квазиполиномы $q(z)$, порождаемые мономы $z^j \exp(\mu_k z)$, где $\mu_k \in D_M, j=0, 1, \dots, m_k-1$. Пусть $d_M \in \mathbb{Z}_+$ — размерность подпространства всех q , обращающихся в нуль на $\{\lambda_n\}$. В некоторых случаях $d_M = 0$; если $D_M \neq \emptyset$, это условие означает, что $\{\lambda_n\}$ является множеством единственности для таких q .

Теорема 1. *Предположим, что выполняются условия (А) и (В), тогда для любой последовательности $\{\lambda_n\} \in \Lambda: |\lambda_{n+1}| > 2|\lambda_n|, P(\{\lambda_n\}) = P_M(\Lambda)$,*

1) *подпространство $\text{Ker } M_{G_1} + (\Psi_M)$ замкнутое; если $d_M > 0$, оно имеет конечную коразмерность d_M в $H(\mathbb{C})$; существуют такие $\xi_1, \dots, \xi_{d_M} \in \mathbb{C}$, что $H(\mathbb{C}) = \text{Ker } M_{G_1} + (\Psi_M) + \text{span}\{\exp(\xi_l z)\}_{l=1}^{d_M}$;*

2) *если $d_M = 0$, тогда $H(\mathbb{C}) = \text{Ker } M_{G_1} + (\Psi_M)$;*

3) *подпространство $\text{Ker } M_{G_1} \cap (\Psi_M)$ имеет бесконечную размерность.*

Утверждение 2) даёт разрешимость рассматриваемой проблемы интерполяции в области (как в следствии ниже) и задачи Коши (1) для общего оператора свёртки M_G (в этом случае $\{\lambda_n\} \subset Z_G, \text{Ker } M_{G_1} = \Sigma(\{\lambda_n\}, \mathbb{C}) \subset \text{Ker } M_G$) в случае, когда $D_M = \emptyset$. Если $D_M \neq \emptyset$, несложно привести легко проверяемые признаки для $d_M = 0$. Например, $d_M = 0$, если существует такое направление s_{ω} , что каждая прямая $l(s_{\omega}, z) = \{\text{Re}(s_{\omega} z) = c\}$ содержит не более одного узла $\mu_k \in M$. Утверждение 3) указывает на неединственность интерполяции.

Используя известные результаты (например, [12]) об асимптотическом расположении и локализации нулей квазиполиномов, можно привести более об-

шие признаки как для замкнутости суммы, так и для условия $d_M = 0$.

БОЛЕЕ ОБЩИЙ ПОДХОД К ИНТЕРПОЛЯЦИИ

Покажем, что можно привлекать более общие объекты при изучении проблемы интерполяции. В качестве иллюстрации предположим, что Λ имеет только одно предельное направление s_ω в бесконечности.

Изменим класс рассматриваемых множеств узлов: далее счётные множества $M \subset \mathbb{C}$ могут иметь конечные предельные точки, но не содержат их. Кроме того, расширим определение рядов экспонент, используемых для интерполяции, на основе аналога теоремы Абеля для степенных рядов [13].

Теорема Абеля. Если ряд экспонент с показателями, имеющими только одно предельное направление s_ω , абсолютно сходится в окрестности $z = \mu_k$, он сходится абсолютно в полуплоскости $\Pi(s_\omega, \mu_k) = \{z \in \mathbb{C}: \operatorname{Re}(s_\omega z) < \operatorname{Re}(s_\omega \mu_k)\}$.

Эта теорема позволяет предполагать, что ряды экспонент, привлекаемые для интерполяции, абсолютно сходятся всего лишь в окрестностях $\mu_k \in M$, так что их суммы — это локально аналитические функции на множестве M . Но любой такой ряд сходится абсолютно в области $\Pi = \Pi_{\omega, M} = \{z \in \mathbb{C}: \operatorname{Re}(s_\omega z) < d(s_\omega, M) = \sup_{\mu_k \in M} \operatorname{Re}(s_\omega \mu_k)\}$, а его сумма является голоморфной в ней.

Если $d(s_\omega, M) = +\infty$, область Π есть вся плоскость \mathbb{C} , и, как и ранее, для интерполяции используются суммы рядов из $\Sigma(\Lambda, \mathbb{C})$. Это целые функции. Если $d(s_\omega, M) < \infty$, область Π — полуплоскость $\{z \in \mathbb{C}: \operatorname{Re}(s_\omega z) < d(s_\omega, M)\}$ и используются согласно новому определению суммы рядов из $\Sigma(\Lambda, \Pi)$, абсолютно сходящихся в Π ; это функции, голоморфные в Π . Далее следует изучать представления $H(\Pi) = \Sigma(\Lambda, \Pi) + (\psi_M)_\Pi$, где $\psi_M \in H(\Pi)$, $Z_{\psi_M} = M$.

КРИТЕРИИ ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОГО КЛАССА МНОЖЕСТВ УЗЛОВ

Далее, помимо указанных изменений в постановке проблемы, множества узлов удовлетворяют более сильному условию, чем в (А) и (В) выше: каждая прямая $l(s_\omega, c) = \{\operatorname{Re}(s_\omega z) = c\}$, $c \in \mathbb{R}$, содержит не более одного узла $\mu_k \in M$.

Теорема 2. Предположим, что $P(\Lambda) = \{s_\omega\}$ и пусть $\{\lambda_n\} \subset \Lambda$ — это любая разреженная последовательность.

1. Пусть $d(s_\omega, M) = +\infty$, так что $\Pi = \mathbb{C}$. Проблема интерполяции суммами рядов из $\Sigma(\{\lambda_n\}, \mathbb{C})$ разрешима в $H(\mathbb{C})$ для всех специальных счётных $M \subset \mathbb{C}$, описанных выше, тогда и только тогда, когда существует предел $\lim_{k \rightarrow \infty} \operatorname{Re}(s_\omega \mu_k) = +\infty$.

2. Пусть $d(s_\omega, M) < \infty$, так что Π — это полуплоскость. Проблема интерполяции суммами рядов из $\Sigma(\{\lambda_n\}, \Pi)$ разрешима в $H(\Pi)$ для всех специальных счётных $M \subset \mathbb{C}$, описанных выше, тогда и только тогда, когда $\operatorname{Re}(s_\omega \mu_k) < d(s_\omega, M)$ для всех $\mu_k \in M$, и существует предел $\lim_{k_l \rightarrow \infty} \operatorname{Re}(s_\omega \mu_{k_l}) = d(s_\omega, M)$.

Следствие. Пусть $P(\Lambda) = \{s_\omega\}$, D — произвольная область, а $M \subset D$ — любое специальное множество, дискретное в D . Проблема интерполяции суммами рядов экспонент, абсолютно сходящихся в окрестностях всех $\mu_k \in M$, разрешима в $H(D)$ тогда и только тогда, когда все конечные предельные точки M принадлежат $\partial D \cap \Pi$ и выполнены условия на M в утверждениях 1 и 2 теоремы 2. Интерполяция осуществляется суммами рядов из $\Sigma(\{\lambda_n\}, \Pi) \subset H(D)$ для произвольной разреженной последовательности $\{\lambda_n\} \subset \Lambda$.

Важно, что необходимость удалось доказать для упомянутой проблемы интерполяции образами преобразования Лапласа мер Радона на Λ и для произвольных множеств узлов. Для сокращения обозначений здесь рассмотрены только множества Λ с единственным предельным направлением и специальные множества M . Наши методы позволяют изучать и более общие множества M и Λ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леонтьев А.Ф. Последовательности полиномов из экспонент. М.: Наука, 1980.
2. Кривошеев А.С. // Изв. РАН. Сер. мат. 2004. Т. 68. № 2. С. 71–136.
3. Кривошеева О.А., Кривошеев А.С. // Функциональный анализ и прил. 2012. Т. 46. № 4. С. 14–30.
4. Кривошеев А.С., Кривошеева О.А. // Уфим. мат. журн. 2013. Т. 5. № 3. С. 96–120.
5. Беллман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1967.
6. Напалков В.В., Попенов С.В. // ДАН. 2001. Т. 381. № 2. С. 164–166.
7. Напалков В.В., Нуятов А.А. // Мат. сб. 2012. Т. 203. № 2. С. 77–86.
8. Напалков В.В., Нуятов А.А. // ТМФ. 2014. Т. 180. № 2. С. 264–271.
9. Зименс К.Р., Напалков В.В. // ДАН. 2014. Т. 458. № 4. С. 387–389.
10. Мерзляков С.Г., Попенов С.В. // Уфим. мат. журн. 2013. Т. 5. № 3. С. 130–143.

11. Мерзляков С.Г., Попенов С.В. // Уфим. мат. журн. 2015. Т. 7. № 1. С. 46–58. и ее прил. М.: ВИНТИ РАН, 2017. Т. 143. С. 48–62.
12. Мерзляков С.Г., Попенов С.В. Математический анализ. Итоги науки и техн. Сер. Современ. математика
13. Мерзляков С.Г. // Уфим. мат. журн. 2011. Т. 3. № 2. С. 57–80.

INTERPOLATION BY SUMS OF SERIES OF EXPONENTIALS AND GLOBAL CAUCHY PROBLEM FOR CONVOLUTION OPERATORS

S. G. Merzlyakov, S. V. Popenov

Presented by Academician of the RAS S.V. Kislyakov October 15, 2018

Received October 15, 2018

The study is made of the problem of multiple interpolation on an infinite nodes set by the sums of absolutely convergent series of exponentials whose exponents are from a given set. For entire function conditions on nodes and exponents are obtained that give solubility of the problem. A new approach is demonstrated that enable us, for the case of holomorphic function in a domain, to obtain criteria of solubility of the problem for some class of exponents set and for a special class of nodes set. Moreover the necessity of the conditions is proved in great generality namely for arbitrary nodes sets and in the setting of interpolation by functions that are represented as the Laplace transforms of the Radon measures over the exponents set. Solubility is obtained of the global Cauchy problem for convolution operator with data on the nodes set in domain, in the form of the series of exponentials whose exponents belong to a sparse subset of zero set of characteristic function of the operator. The results substantially strengthen the known results on the theme.

Keywords: series of exponentials, multiple interpolation, convolution operator.

УДК 517.977.1, 517.977.5

УПРАВЛЯЕМОСТЬ И ОПТИМАЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ДЛЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА В (В)-ПРОСТРАНСТВАХ. ПРИМЕРЫ ДЛЯ ОДУ В \mathbb{R}^n

А. И. Прилепко

Представлено академиком РАН В.А. Садовничим 17.10.2018 г.

Поступило 17.10.2018 г.

Рассматриваются задачи управления и наблюдения для операторных уравнений первого рода в банаховых пространствах, для которых приводится критерий управляемости. В случае рефлексивных строго выпуклых (В)-пространств используются ВУМЕ-метод и метод монотонных отображений для нахождения оптимальных управлений, сформулирован также абстрактный принцип максимума. В качестве примера исследуются указанные задачи для систем ОДУ в \mathbb{R}^n .

Ключевые слова: монотонные отображения, ВУМЕ-метод, оптимальное управление, уравнение первого рода, принцип максимума.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852153-157>

1. Всюду в сообщении (В)-пространства считаются вещественными и используются обозначения из [5, 8] и др. Пусть даны (В)-пространства U, E и их сопряжённые U^*, E^* . Задан линейный замкнутый оператор $A: D(A) \rightarrow E, \overline{D(A)} = U$ и его банахово сопряжённый $A^*: D(A^*) \rightarrow U^*, D(A^*) \subset E^*$. Введём на $D(A)$ норму графика, тогда U_A есть (В)-пространство и оператор A рассматривается как ограниченный $A \in \mathcal{L}(U_A, E)$. Для A и A^* рассмотрим уравнения первого рода как задачи управления и наблюдения.

Задача управления. Для данного $e \in E$ найти $u \in D(A)$ из уравнения

$$Au = e. \quad (1)$$

Задача наблюдения. Для данного $e^* \in D(A^*)$ получить обратное неравенство для уравнения

$$A^*e^* = u^*, \quad u^* \in U^*. \quad (1^*)$$

Решение $u_e \in D(A)$ задачи (1) при заданном $e \in E$ называем точным управлением или просто управлением, а через U_e обозначаем множество всех управлений $u_e \in U_e \subset U$. Управление с минимальной нормой называем оптимальным, т.е. $u_e^{\text{opt}} \equiv u_e^o$ — оптимальное управление (1), если

$$\|u_e^o\|_U = \inf\{\|u_e\|_U : \forall u_e \in U_e\}.$$

Задача (1*) называется непрерывно наблюдаемой (см. [8]), если выполняется обратное неравенство наблюдаемости, т.е. $\exists \mu > 0: \|A^*e^*\|_{U^*} \geq \mu \|e^*\|_{E^*} \forall e^* \in D(A^*)$. Последнее неравенство равносильно выполнению двух равенств $R(A^*) = \overline{R(A^*)}, N(A^*) = 0$; число μ называется константой наблюдаемости. Если $N(A^*) = 0$, то задача (1*) называется наблюдаемой.

Задача (1) называется плотно (или аппроксимативно) управляемой, если $\overline{R(A)} = E$.

Сформулируем некоторые теоремы Банаха (см. [5, гл. 3, § 1; 3, гл. 7, § 5] для замкнутых операторов в терминах управления и наблюдения.

Теорема 1 (Критерий управляемости). *Существование точного управления u_e задачи (1) при любом $e \in E \Leftrightarrow R(A) = E \Leftrightarrow$ непрерывной наблюдаемости (1*) $\Leftrightarrow \|(A^*)_{\ell}^{-1}\| \leq \mu^{-1} \Leftrightarrow \{U_e = A_r^{-1}(E)\}, A \in \mathcal{L}(U_A, E)$, здесь $U_e \neq \emptyset$ при $e \neq 0, U_e \subset U; A_r^{-1}$ — правый обратный для A , а $(A^*)_{\ell}^{-1}$ — левый обратный оператор для A^* .*

Теорема 1' (Аппроксимативная управляемость). *Плотная (или аппроксимативная) управляемость (1), т.е. $R(A) = E \Leftrightarrow$ наблюдаемости (1*), т.е. $N(A^*) = 0$.*

2. В данном пункте дополнительно предполагается, что (В)-пространства рефлексивные и строго выпуклые, причём $A \in \mathcal{L}(U, E), A^* \in \mathcal{L}(E^*, U^*)$.

Теорема 2. *Пусть (В)-пространства U, U^*, E, E^* — рефлексивные и строго выпуклые. Критерий*

управляемости (теорема 1) \Leftrightarrow существованию единственного оптимального управления $u_e^o \neq 0$, при $e \neq 0$; $u_e^o \in U_e \subset U$.

Обозначим через $J_U \in (U^* \rightarrow U)$ нелинейное дуальное отображение (см. [1, 4, 8]). Введём главное отображение [8] $\Lambda \in (E^* \rightarrow E)$ по правилу $\Lambda = AJ_U A^*$. Это отображение называем ещё оптимальным отображением для задачи (1).

Рассмотрим нелинейное уравнение

$$\Lambda e^* = e, \tag{2}$$

где элемент $e \in E$ задан, а $e^* \in E^*$ является искомым.

Теорема 3. *Отображение $\Lambda \in (E^* \rightarrow E)$ является биективным (т.е. взаимно однозначным, при этом $\Lambda^{-1} \in (E \rightarrow E^*)$) $\Leftrightarrow \exists \mu > 0: \forall e^* \in E^* \|A^* e^*\|_{U^*} \geq \mu \|e^*\|_{E^*} \Leftrightarrow \langle \Lambda e^*, e^* \rangle_{EE^*} = \|A^* e^*\|_{U^*}^2 \geq \mu^2 \|e^*\|_{E^*}^2 \forall e^* \in E^*$. Здесь $\mu > 0$ — константа непрерывной наблюдаемости.*

Теорема 4. *Критерий управляемости (теорема 1) \Leftrightarrow существованию единственного оптимального управления $u_e^o \in U_e$, $u_e^o = J_U u_e^*$, где $u_e^* = A^* \Lambda^{-1} e \Leftrightarrow \langle u_e, u_e^* \rangle_{UU^*} = \langle u_e^o, u_e^* \rangle_{UU^*} \Leftrightarrow$ абстрактному принципу максимума (см. теоремы 5 и 6 из [8]), кроме того, для $e^* = \Lambda^{-1} e$ справедлива оценка $\|e^*\|_{E^*} = \|\Lambda^{-1} e\|_{E^*} \leq \frac{1}{\mu} \|e\|_E, \|u_e^o\|_U \leq \frac{1}{\mu} \|e\|_E$ с константой $\mu > 0$, причём $U_e = N(A) + u_e^o, u_e^o \in N(A)^\perp$.*

3. В данном пункте для ОДУ в конечномерном пространстве \mathbb{R}^n рассмотрим указанные выше задачи. Фиксируем число $T \in (0, +\infty)$; $\mathcal{I} = (0, T)$ и гильбертовы пространства $E = E^* = \mathbb{R}^n, E_1 = E_1^* = \mathbb{R}^m, 1 \leq m \leq n$. Обозначим (В)-пространства: $L^p(\mathcal{I}; E)$ с нормой $\|g\|_p$ и пространства Соболева $W^{k,p}(\mathcal{I}; E), 1 \leq p \leq \infty, k \geq 0$ — целое число, с нормой

$$\|g\|_{k,p} = \|g\|_p + \|g^{(k)}\|_p.$$

Далее пусть даны (вещественные): $(n \times n)$ -матрица $A(t) \in L^1(\mathcal{I}; n \times n)$ и её транспонированная $A^*(t)$; $(n \times m)$ -матрица $B(t)$ (с ненулевой нормой) и её транспонированная $B^*(t)$, причём $B(t), B^*(t) \in L^q(\mathcal{I}; \cdot), 1 < q < \infty$, либо $B(t), B^*(t) \in L^\infty(\mathcal{I}; \cdot)$. Управление $u(t)$ ищем из пространства $U = L^p(\mathcal{I}; E_1), 1 < p < \infty$, при этом $U^* = L^q(\mathcal{I}; E_1^*), \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. В этих обозначениях рассмотрим следующую задачу.

Задача управления. Найти $u(t) \in U$ и $y(t) \in W^{1,1}(\mathcal{I}; E)$ из условий

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= A(t)y(t) + B(t)u(t), \quad t \in \mathcal{I}, \\ y(0) &= 0, \quad y(T) = e. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $e \in E$ дано, $y(t) = y(t; u)$, при этом $y(t) \in W^{1,1}(\mathcal{I}; E)$ для случая $B(t) \in L^q$ и $y(t) \in W^{1,p}(\mathcal{I}; E)$ для $B(t) \in L^\infty$ в силу известных свойств решения задачи Коши. Решение $u_e(t)$ задачи (3) называем управлением, а $y_e(t)$ — траекторией управления, обозначим $U_e \subset U$ множество всех управлений. Как и выше, управление с минимальной нормой называем оптимальным, т.е. $u_e^{\text{opt}} \equiv u_e^o$ — оптимальное управление (3), если $\|u_e^o\|_U = \inf\{\|u_e\|_U: \forall u_e \in U_e\}$, а $y_e^o(t)$ есть соответствующая оптимальная траектория.

Запишем задачу (3) как операторную задачу управления. Для заданного элемента $e \in E$ найти $u(t) \in U = L^p(\mathcal{I}; E_1), 1 < p < \infty$, из условий

$$A_T u \equiv \int_0^T S_A(T, t) B(t) u(t) dt = e, \tag{4}$$

где $A_T \in \mathcal{L}(U, E), S_A(t, \tau)$ — абсолютно непрерывная эволюционная матрица нестационарной задачи Коши; для постоянной матрицы $A, S_A = e^{A(t-\tau)}$.

Сопряжённая к (4) задача есть задача наблюдения

$$A_T^* e^* = u^*, \quad A_T^* \in \mathcal{L}(E^*, U^*), \tag{5}$$

для которой требуется получить обратное неравенство. Задача (5) может быть записана в виде $B^*(t) z^*(t) = u^*(t)$, где $z^*(t) = S_A^*(T, t) e^*$ — абсолютно непрерывное решение задачи

$$\begin{aligned} \dot{z}^*(t) &= -A^*(t) z^*(t), \quad t \in \mathcal{I}, \\ z^*(T) &= e^*, \end{aligned}$$

причём $u^*(t) \in L^q$ для случая $B^*(t) \in L^q$ и $u^*(t) \in L^\infty \subset L^q$ для $B^*(t) \in L^\infty$.

Теорема 5. *Задача (3) (или (4)) управляема, т.е. существует $u_e \neq 0$ при $e \neq 0 \Leftrightarrow R(A_T) = E \Leftrightarrow$ непрерывной наблюдаемости (5), т.е. существованию числа $\mu(T) > 0$ такого, что $\|A_T^* e^*\|_{U^*} \geq \mu(T) \|e^*\|_{E^*}$ при всех $e^* \in E^* \Leftrightarrow R(A_T^*) = R(A_T^*), N(A_T^*) = 0$.*

Задача (5) называется вполне наблюдаемой, если $N(A_T^*) = 0$. Для общего случая п. 3 $N(A_T^*) = 0 \Leftrightarrow R(A_T^*) = E$, т.е. задача (4) плотно (или аппроксимативно) управляема. Позже покажем, что для случая $B(t) \in L^2(\mathcal{I}; \cdot)$ либо $B(t) \in L^\infty(\mathcal{I}; \cdot)$ условие

$N(A_T^*) = 0$ равносильно точной управляемости задачи (3) (или (4)).

$$= \int_0^T \mathcal{H}(y_e^o(t), u_e^{opt}(t), z_e^*(t)) dt,$$

Введём оператор оптимальности $\Lambda_T = A_T J_U A_T^*$, где $J_U \in (U^* \rightarrow U)$ — дуальное отображение, $U^* = L^q(\mathcal{I}; E_1^*)$, $U = L^p(\mathcal{I}; E_1)$, $1 < p < \infty$, и рассмотрим операторную задачу оптимальности. Требуется найти $e^* \in E^*$ из уравнения

$$\Lambda_T e^* \equiv \int_0^T S_A(T, t) B(t) J_U(t) B^*(t) S_A^*(T, t) e^* dt = e, \quad (10)$$

где $\Lambda_T \in (E^* \rightarrow E)$, а элемент $e \in E$ задан.

Сформулируем обратную задачу оптимальности. Пусть матрица $B(t) \in L^q$, $1 < q < \infty$, либо $B(t) \in L^\infty$, дан элемент $e \in E$, а требуется найти $e^* \in E^*$ и $w(t)$ из условий

$$\begin{aligned} \dot{w}(t) &= A(t)w(t) + G_\Lambda(t)e^*, \quad t \in \mathcal{I}; \\ w(0) &= 0, \quad w(T) = e, \end{aligned} \quad (11)$$

где оператор $G_\Lambda(t) \equiv B(t)J_U B^*(t)S_A^*(T, t)$ дан и такой, что $G_\Lambda \in L^1$ при $B(t) \in L^q$ и $G_\Lambda \in L^p$ при $B(t) \in L^\infty$. Отметим, что при этом решение $w(t)$ будет принадлежать пространству Соболева $W^{1,1}(\mathcal{I}; E)$ для случая $B(t) \in L^q$ и $W^{1,p}(\mathcal{I}; E)$ для $B(t) \in L^\infty$.

Теорема 6. Пусть матрица $B(t) \in L^q(\mathcal{I}; n \times m)$, $1 < q < \infty$, либо $B(t) \in L^\infty(\mathcal{I}; n \times m)$, $U = L^p(\mathcal{I}; E_1)$, $U^* = L^q(\mathcal{I}; E_1^*)$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. Задача (10) \Leftrightarrow задаче (11). В этом случае непрерывная наблюдаемость задачи (5) $\Leftrightarrow \langle \Lambda_T e^*, e^* \rangle_{EE^*} = \|A_T e^*\|_{U^*}^2 \geq \mu^2(T) \|e^*\|_{E^*}^2 \quad \forall e^* \in E^*$, причём $\Lambda_T \in (E^* \rightarrow E)$ есть биективное отображение и для решения $e^* = \Lambda_T^{-1}e$ справедлива оценка $\|e^*\|_{E^*} \leq \frac{1}{\mu_T} \|e\|_E$.

Теорема 7. Пусть матрица $B(t) \in L^q(\mathcal{I}; n \times m)$, $1 < q < \infty$, либо $B(t) \in L^\infty(\mathcal{I}; n \times m)$, $U = L^p(\mathcal{I}; E_1)$, $U^* = L^q(\mathcal{I}; E_1^*)$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. Непрерывная наблюдаемость задачи (5) \Leftrightarrow существованию единственного $u_e^o = J_U u_e^*$, где элемент $u_e^* = A_T^* \Lambda_T^{-1}e$, причём $\|u_e^o\|_U^2 \leq \frac{1}{\mu_T} \|e\|_E^2 \Leftrightarrow \langle u_e, u_e^* \rangle_{UU^*} = \langle u_e^o, u_e^* \rangle_{UU^*} \Leftrightarrow$ выполнению интегрального принципа максимума

$$\max_{u_e \in U_e} \int_0^T \mathcal{H}(y_e^o(t), u_e(t), z_e^*(t)) dt =$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(y_e^o(t), u_e(t), z_e^*(t)) &\equiv \\ &\equiv \langle A(t)y_e^o(t) + B(t)u_e(t), z_e^*(t) \rangle_{EE^*} - |u_e(t)|_{E_1}^p, \end{aligned}$$

а $z_e^*(t) = S_A^*(T, t) \Lambda_T^{-1}e$ с системой оптимальности

$$\begin{aligned} \dot{y}_e^o(t) &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial z_e^*}; y_e^o(0) = 0, y_e^o(T) = e; \dot{z}_e^*(t) = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_e^o}; z_e^*(T) = \\ &= \Lambda_T^{-1}e \Leftrightarrow \text{двухточечной задаче оптимальности} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_e^o(t) \\ z_e^*(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A(t) & B(t)J_U B^*(t) \\ 0 & -A^*(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_e^o(t) \\ z_e^*(t) \end{pmatrix}, \quad t \in \mathcal{I}, \\ y_e^o(0) &= 0, y_e^o(T) = e; z_e^*(T) = \Lambda_T^{-1}e, \end{aligned}$$

в которой $z_e^* \in W^{1,1}(\mathcal{I}; E^*)$, $y_e^o \in W^{1,1}$ при $B \in L^q$; $y_e^o \in W^{1,p}$ при $B \in L^\infty$.

4. Рассмотрим случай $B(t) \in L^2(\mathcal{I}; n \times m)$, $U = U^* = L^2(\mathcal{I}; E_1)$ либо $B(t) \in L^\infty(\mathcal{I}; n \times m)$, $U = L^p(\mathcal{I}; E_1)$, $U^* = L^q(\mathcal{I}; E_1^*)$, $1 < p < \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

При этих условиях введём матрицу $\Gamma_T = A_T A_T^*$ — грамиан управления (3).

Рассмотрим задачу нахождения $e^* \in E^*$ из уравнения

$$\Gamma_T e^* = e, \quad \Gamma_T \in \mathcal{L}(E^*, E) \quad (12)$$

с заданным $e \in E$. Введём обратную задачу управляемости. Для данного элемента $e \in E$ найти $e^* \in E^*$ и функцию $w(t)$ из условий

$$\begin{aligned} \dot{w}(t) &= A(t)w(t) + G_\Gamma(t)e^*, \quad t \in \mathcal{I}; \\ w(0) &= 0, \quad w(T) = e, \end{aligned} \quad (13)$$

где матрица $G_\Gamma(t) \equiv B(t)B^*(t)S_A^*(T, t)$ дана и такова, что $G_\Gamma \in L^1$ при $B(t) \in L^2$ и $G_\Gamma \in L^\infty$ при $B(t) \in L^\infty$. Отметим, что при этом решение $w(t)$ будет принадлежать пространству Соболева $W^{1,1}(\mathcal{I}; E)$ для случая $B(t) \in L^2$ и $W^{1,\infty}(\mathcal{I}; E)$ для $B(t) \in L^\infty$.

Утверждение 1. Задача (12) \Leftrightarrow задаче (13) $\Leftrightarrow \langle \Gamma_T e^*, e^* \rangle_{EE^*} = \|A_T e^*\|_{L^2}^2$.

Теорема 8. Пусть матрица $B(t) \in L^2(\mathcal{I}; n \times m)$ либо $B(t) \in L^\infty(\mathcal{I}; n \times m)$. Вполне наблюдаемость задачи (5), т.е. выполнение равенства $N(A_T^*) = 0 \Leftrightarrow \Gamma_T = \Gamma_T^* > 0; \exists \mu_\Gamma(T) > 0: \langle \Gamma_T e^*, e^* \rangle_{EE^*} \geq \Gamma_T = \Gamma_T^* > 0, \|\Gamma_T^{-1}\| \leq \frac{1}{\mu_\Gamma^2(T)} \Leftrightarrow \exists u_e = u_\Gamma^*, u_\Gamma^* = A_T^* \Gamma_T^{-1}e$,

u_Γ^* — решение задачи (3) или (4), причём справедлива оценка $\|u_\Gamma^*\|_{L^2}^2 \leq \frac{1}{\mu_\Gamma^2(T)} \|e\|_E^2 \Leftrightarrow$ непрерывной наблюдаемости задачи (5) \Leftrightarrow теоремам 6 и 7.

Следствие 1. Пусть $B(t) \in L^2(\mathcal{I}; n \times m)$, $U = U^* = L^2(\mathcal{I}; E_1)$. Условие $N(A_T^*) = 0 \Leftrightarrow$ существованию единственного оптимального решения $u_e^o = A_T^* \Gamma_T^{-1} e$; $\|u_e^o\|_{L^2}^2 \leq \frac{1}{\mu_\Gamma^2(T)} \|e\|_E^2$, $\|\Gamma_T^{-1}\| \leq \frac{1}{\mu_\Gamma(T)}$. Причём при $p = 2$ имеем $J_U = I$ и справедлив принцип максимума теоремы 7. Если дополнительно выполняется оценка $\|e\|^2 \leq M^2 \mu_\Gamma^2$, $M > 0$, то $\|u_e^o\|_{L^2}^2 \leq M^2$.

Следствие 2. Пусть $B(t) \in L^\infty(\mathcal{I}; n \times m)$, $U = L^p(\mathcal{I}; E_1)$, $U^* = L^q(\mathcal{I}; E_1^*)$, $1 < p < \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. Условие $N(A_T^*) = 0 \Leftrightarrow$ существованию единственного оптимального решения $u_e^o = J_U u_e^*$, $u_e^* = A_T^* \Lambda_T^{-1} e$, причём $\|u_e^o\|_{L^p}^2 \leq \frac{1}{\mu^2(T)} \|e\|_E^2$, где $\mu(T) > 0$ — константа непрерывной наблюдаемости. В этом случае для $1 < p \leq 2$ справедлива другая оценка $\|u_e^o\|_{L^p}^2 \leq \frac{1}{\mu_1^2(T)} \|e\|_E^2$, где $\mu_1(T) = T^{1/2-1/q} \mu_\Gamma(T)$, $q = \frac{p}{p-1} \geq 2$; $\|\Gamma_T^{-1}\| \leq \frac{1}{\mu_\Gamma^2(T)}$.

Замечание 1. Обозначим через $KC(\mathcal{I}; \cdot)$ множество кусочно-непрерывных матриц или вектор-функций. Пусть в условии следствия 1 дополнительно $B(t) \in KC(\mathcal{I}; \cdot)$. Тогда оптимальное управление $u_e^o \in L^2(\mathcal{I}, E_1)$. В этом случае справедливы утверждения и оценки следствия 1.

5. Приведём краткое доказательство основных результатов п. 4 для случая $B(t) \in L^2(\mathcal{I}; n \times m)$, $U = U^* = L^2(\mathcal{I}; E_1)$. Будем иметь $\Gamma_T = A_T A_T^* = \Gamma_T^*$, $\langle \Gamma_T e^*, e^* \rangle_{EE^*} = \int_0^T |B^*(t) S_A^*(T, t) e|_E^2 dt = \|A_T^* e^*\|_{L^2}^2$. Поэтому $N(A_T^*) = 0 \Leftrightarrow \Gamma_T = \Gamma_T^* > 0 \Leftrightarrow \exists \mu_\Gamma > 0$: $\langle \Gamma_T e^*, e^* \rangle_{EE^*} \geq \mu_\Gamma^2 \|e^*\|_{E^*}^2 \Leftrightarrow \Gamma_T = \Gamma_T^* \geq 0$, $\det \Gamma_T \neq 0$. При этом $\|\Gamma_T^{-1}\| \leq \frac{1}{\mu_\Gamma^2}$ и $\Lambda_T = \Gamma_T$, поскольку $J_U = I$ в $L^2 \Leftrightarrow u_e(t) = A_T^* \Gamma_T^{-1} e$, решение (3) или (4) $\Leftrightarrow R(A_T^*) = R(A_T)$, $N(A_T^*) = 0$. Пусть u_e — произвольное решение (3), тогда $u_e = u_e^* + u_{e0}$, где $u_e^*(t) = A_T^* \Gamma_T^{-1} e$ — решение (3), $u_{e0} \in N(A_T)$, а так как $R(A_T^*) = R(A_T) = N(A_T)^\perp$ и $u_e^* \in R(A_T^*)$, то $(u_{e0}, u_e^*)_U = 0$. Поэтому $\|u_e\|^2 = \|u_e^*\|^2 + \|u_{e0}\|^2$ и $\|u_e\| \geq \|u_e^*\|$, т.е.

$u_e^*(t) = u_e^o(t)$ — оптимальное управление. Далее $(u_e, u_e^*)_U = (u_e^*, u_e^*)_U$ и

$$\|u_e^o\|^2 = (A_T^* \Gamma_T^{-1} e, A_T^* \Gamma_T^{-1} e)_U = \langle e, \Gamma_T^{-1} e \rangle_{EE^*} \leq \frac{1}{\mu_\Gamma^2} \|e\|^2.$$

Заметим, что $u_e^* = B^*(t) z_e^*(t)$, где $z_e^*(t)$ есть решение задачи $\dot{z}(t) = -A^*(t) z(t)$, $t \in \mathcal{I}$, $z(T) = \Gamma_T^{-1} e$. Поэтому

$$(u_e, u_e^*)_U = (u_e, u_e^o)_U = (u_e, B^*(t) z_e^*(t))_U = \int_0^T \langle B(t) u_e(t), z_e^*(t) \rangle_{EE^*} dt = \int_0^T \langle B(t) u_e^o(t), z_e^*(t) \rangle_{EE^*} dt.$$

Верно равенство

$$\int_0^T \langle A(t) y_e^o(t), z_e^*(t) \rangle_{EE^*} dt = \int_0^T \langle y_e^o(t), A^*(t) z_e^*(t) \rangle_{EE^*} dt.$$

Введём функцию

$$\mathcal{H}(y_e^o(t), u_e(t), z_e^*(t)) \equiv \langle A(t) y_e^o(t) + B(t) u_e(t), z_e^*(t) \rangle_{EE^*} - |u_e(t)|_{E_1}^2,$$

отсюда следует, что

$$\max_{u_e \in U} \int_0^T \mathcal{H}(y_e^o(t), u_e(t), z_e^*(t)) dt = \int_0^T \mathcal{H}(y_e^o(t), u_e^{opt}(t), z_e^*(t)) dt,$$

причём справедливы равенства

$$y_e^o(t) = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial z_e^*}; \quad y_e^o(0) = 0, \quad y_e^o(T) = e, \\ z_e^*(t) = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_e^o}, \quad z_e^*(T) = \Gamma_T^{-1} e,$$

что эквивалентно двухточечной задаче оптимальности

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_e^o(t) \\ z_e^*(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(t) & B(t) B^*(t) \\ 0 & -A^*(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_e^o(t) \\ z_e^*(t) \end{pmatrix}, \quad t \in \mathcal{I}, \\ y_e^o(0) = 0, \quad y_e^o(T) = e, \quad z_e^*(T) = \Gamma_T^{-1} e.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайнберг М.М. Вариационный метод и метод монотонных операторов. М.: Наука, 1972. 416 с.
2. Васильев Ф.П., Куржанский М.А., Потапов М.М., Разгулин А.В. Приближенное решение двойственных задач управления и наблюдения. М.: МАКС Пресс, 2010. 384 с.
3. Иосида К. Функциональный анализ. М.: Мир, 1967. 624 с.

4. Гаевский Х., Грёгер К., Захаруас К. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1978. 336 с.
5. Функциональный анализ / Под ред. С.Г. Крейна. М.: Наука, 1972. 544 с.
6. Фурсиков А.В. Оптимальное управление распределёнными системами. Теория и приложения. Новосибирск: Науч. кн., 1999. 350 с.
7. Prilepko A.I., Orlovsky D.G., Vasin I.A. Methods for Solving Inverse Problems in Mathematical Physics. N.Y.: Marcel Dekker, 2000. 750 p.
8. Прилепко А.И. // ДАН. 2017. Т. 476. № 4. С. 377–380.

**CONTROLLABILITY AND OPTIMAL CONTROLLABILITY
FOR OPERATOR EQUATIONS OF THE FIRST KIND IN (B)-SPACES.
EXAMPLES FOR ODE IN \mathbb{R}^n**

A. I. Prilepko

Presented by Academician of the RAS V.A. Sadovnichiy October 17, 2018

Received October 17, 2018

For control and observation problems considered for operator equations of the first kind in Banach spaces, an controllability criterion is stated. In the case of reflexive strictly convex (B)-spaces, the BUME method and the method of monotone mappings are used to find optimal controls and an abstract maximum principle is formulated. The indicated problems for ODE systems in \mathbb{R}^n are investigated as an example.

Keywords: monotone mappings, BUME method, optimal control, first kind equation, maximum principle.

УДК 539.1.07

ЛАБОРАТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИГАНТСКОГО ГРАВИТАЦИОННОГО СМЕЩЕНИЯ ЧАСТОТЫ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ

Академик РАН В. Е. Форгов, А. Б. Шварцбург*

Поступило 12.11.2018 г.

Показаны контролируемые спектральные сдвиги резонансной частоты излучения под действием пространственно неоднородного и нестационарного центростремительного ускорения, возникающего при перемещении источника по радиусу центрифуги и модуляции частоты вращения. Эти вариации спектра позволяют моделировать эффекты неоднородного и/или нестационарного поля тяготения. Отмечена перспектива гибкого управления смещением спектральных линий для анализа тонкой структуры спектров излучения и поглощения.

Ключевые слова: центрифуга, принцип эквивалентности, моделирование гравитационного смещения частоты, мёссбауэровский резонансный источник, моделирование неоднородного и нестационарного поля тяготения, контролируемая модуляция спектра излучения.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852158-161>

Смещение частоты излучения в гравитационном поле является одним из фундаментальных эффектов, предсказанных общей теорией относительности Эйнштейна. Эти предсказания были подтверждены экспериментами [1, 2], выполненными на основе эффекта Мёссбауэра с помощью источника и детектора гамма-излучения, расположенных соответственно на вершине и у подножья башни высотой 22,5 м; относительное смещение частоты излучения (гравитационное красное смещение, ГКС), измеренное у подножья, составило $\delta\nu/\nu = -2,45 \cdot 10^{-15}$. Позднее ГКС было измерено с помощью атомных часов для источника и детектора, разнесённых по высоте всего на 1 м [3]. В микроволновом диапазоне гравитационное смещение было показано при сравнении частоты водородного мазера, находящегося на спутнике на околоземной орбите, с частотой такого же мазера на Земле (эксперимент Gravity Probe A [4]). В других измерениях ГКС применялась радиоинтерферометрия со сверхдлинной базой, использующая спутники с высокоэллиптической орбитой [5, 6].

Спутниковым гравитационным экспериментам присущи неизбежные помехи, которые следует учитывать при определении ГКС, в частности:

сдвиги частот радиоволн, проходящих через нестационарную космическую плазму;

сдвиг частоты радиоволн из-за возмущения поля тяготения Земли полями тяготения Солнца и Луны;

доплеровский сдвиг, обусловленный движением спутников.

В лабораторных условиях эффект Мёссбауэра во вращающейся системе с неподвижным детектором гамма-излучения, расположенным вне системы, был использован в [7, 8] для исследования поперечного эффекта Доплера, предсказанного частной теорией относительности.

В отличие от этих экспериментов настоящая работа нацелена на моделирование эффекта гравитационного смещения частоты в стационарных и нестационарных условиях, исключая влияние продольного и поперечного эффектов Доплера; при этом поле тяготения имитируется центростремительным ускорением мёссбауэровского источника и детектора, покоящихся в быстро вращающейся системе отсчёта. Согласно принципу эквивалентности Эйнштейна, система отсчёта в однородном поле тяготения неотличима от равноускоренной системы отсчёта. Подходящим устройством для такого моделирования представляются существующие центрифуги с частотой вращения ротора порядка $f \approx 1,5-1,8$ кГц, широко используемые для разделения изотопов [9]. Рассмотрим схему такого устройства, содержащую вращающийся диск, на котором источник S и приёмник P электромагнитного излучения закреплены на одном радиусе этого диска на расстояниях r_s и r_p от оси вращения так, что S и P неподвижны один относительно другого (рис. 1). Полагая $r_s > r_p$, можно показать, что различие в центробежных потенциалах в точках r_s и r_p приводит к относительному смещению частоты излучения, составляющему

Объединенный институт высоких температур
Российской Академии наук, Москва

*E-mail: alex-s-49@yandex.ru

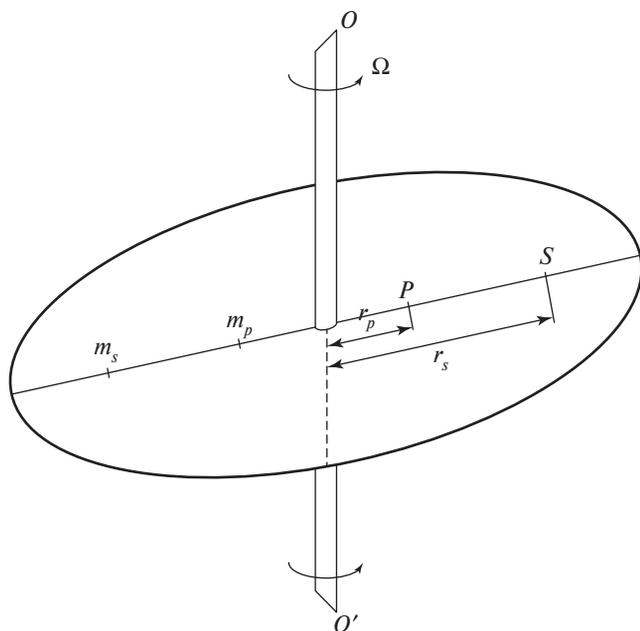


Рис. 1. Схема лабораторной установки для моделирования гравитационного смещения частоты гамма-излучения. На диске центрифуги, вращающейся с угловой частотой Ω вокруг оси OO' , расположены мёссбауэровский источник S и детектор P резонансного гамма-излучения. Массы для баланса m_s и m_p расположены на диске симметрично относительно S и P на расстояниях r_s и r_p от оси OO' .

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\Omega^2(r_s^2 - r_p^2)}{2c^2}. \quad (1)$$

Здесь Ω — угловая частота вращения диска, $\Omega = 2\pi f$, c — скорость света в пустоте. Этот сдвиг может быть зарегистрирован узкополосным резонансным приёмником с резонансной частотой ν_0 и шириной линии $\Delta\nu$. Различные режимы вращения источника на центрифуге приводят к контролируемым спектральным смещениям спектра излучённых частот $\delta\nu$. Выражение (1) справедливо для любого спектрального интервала электромагнитных волн.

Тестирование предлагаемой схемы целесообразно начать с модификации знаменитого опыта Паунда и Ребки [1]. Эксперимент [1] подтвердил гравитационное смещение частоты между источником и приёмником гамма-квантов $\delta\nu/\nu = \mp gH/c^2$, где g — ускорение свободного падения вблизи Земли, знак “минус” (красное смещение) относится к случаю, когда источник S поднят на вершину башни (высота H), а приёмник P находится на земле, знак “плюс” (синее смещение) соответствует перемене позиций. До начала эксперимента спектр неподвижного источника был сдвинут на величину $\delta\nu \neq 0$ по отношению к приёмнику под действием разности гравитационных потенциалов $\Delta U = -gH$; в ходе экс-

перимента спектральные линии были совмещены ($\delta\nu = 0$) благодаря доплеровскому сдвигу, вызванному колебательным движением источника.

В отличие от этого подхода в предлагаемом эксперименте начальные спектры источника и приёмника, находящиеся в одной горизонтальной плоскости, совпадают ($\delta\nu = 0$), а сдвиг $\delta\nu \neq 0$ формируется под действием центробежного потенциала при вращении системы; установка для доплеровского сдвига при этом не нужна. Устройство, основанное на этой схеме, может состоять из двух одинаковых дисков, синхронно вращающихся с угловой частотой Ω в параллельных плоскостях вокруг общей оси. Источником гамма-квантов является тонкая стальная плёнка толщиной 20–30 мкм, содержащая 2% ^{57}Fe ; источник и резонансный приёмник, также содержащий ^{57}Fe , закреплены на параллельных стойках, связанных с дисками (рис. 1). Для стабилизации вращения дисков устройство помещено в вакуумную камеру. Чтобы обеспечить балансировку центробежных сил, вспомогательные массы, равные массам источника и приёмника, располагаются симметрично относительно оси вращения.

Подобно эксперименту [1] предлагаемая схема основана на резонансном взаимодействии гамма-квантов с мёссбауэровским кристаллом. Предполагая использовать мёссбауэровскую спектроскопию, рассмотрим гамма-источник S в виде тонкой плёнки ^{57}Fe , излучающей гамма-кванты с энергией $E = 14,4$ кэВ, соответствующие частоте излучения $\nu = 3,475 \cdot 10^{18}$ Гц, и резонансный приёмник на основе той же плёнки ^{57}Fe . Однако следует подчеркнуть следующие отличия предлагаемой схемы от эксперимента [1]:

а) обсуждаемый эффект на три порядка превосходит результат, полученный в [1]. Чтобы воспроизвести результат [1] $\delta\nu/\nu = -2,45 \cdot 10^{-15}$, можно использовать уравнение (1), полагая там $r_s = 8$ см, $r_p = 2$ см; в этом случае частота вращения Ω , приводящая к указанному значению $\delta\nu/\nu$, составляет 270 рад/с ($f = 43,2$ Гц). Успешная имитация этого гравитационного смещения частоты значением $\delta\nu/\nu$, полученным при вращении источника, открывает путь к экспериментам с гораздо большими смещениями частоты. Так, при том же взаимном расположении источника и приёмника увеличение частоты вращения до $f = 1,4$ кГц приводит к гигантскому росту смещения до $\delta\nu/\nu = 2,55 \cdot 10^{-12}$;

б) центробежный потенциал открывает возможность исследовать частотные сдвиги, обусловленные координатной зависимостью поля ускорений, и та-

ким образом моделировать смещение частоты в неоднородном стационарном поле тяготения;

в) модуляция частоты вращения Ω приводит к зависящим от времени изменениям смещения $\delta\nu$, имитирующим, в частности, преобразование спектра электромагнитных волн в нестационарном поле тяготения.

Таким образом, вращение источника излучения на центрифуге создаёт условия для трёх групп экспериментов:

1. Чтобы исследовать преобразование спектра излучения в поле центробежного потенциала, нужно выбрать режим вращения, обеспечивающий смещение частоты $\delta\nu$ в пределах естественной ширины резонансной линии источника $\Delta\nu$: $|\delta\nu| \leq \Delta\nu$. Естественная ширина линии излучения $\Delta\nu$ для источника ^{57}Fe , характеризуемого временем жизни $\tau = 142$ нс [1], составляет $\Delta\nu = \tau^{-1} = 7$ МГц. Рассмотрим, например, режим $f = 1$ кГц, $r_s = 8$ см, $r_p = 2$ см, приводящий к относительному смещению частоты $\delta\nu/\nu = 1,3 \cdot 10^{-12}$ ($\delta\nu = 4,5$ МГц). Изменения смещения $\delta\nu$ при различных координатах источника r_s при фиксированной частоте вращения Ω и заданном положении детектора r_p будет имитировать эффект спектральных сдвигов электромагнитной волны в неоднородном поле ускорений a , характеризуемом зависимостью r_s : $a = \Omega^2 r_s$. Так, смещения источника из положения $r_s = 8$ см в положения $r_s = 9$ см и $r_s = 7$ см должны привести соответственно к увеличению сдвига от $\delta\nu = 4,5$ МГц до $\delta\nu = 5,77$ МГц и к уменьшению до $\delta\nu = 3,375$ МГц; эти сдвиги, расположенные внутри естественной ширины линии излучения $\Delta\nu = 7$ МГц, могут быть зарегистрированы датчиками поглощения гамма-квантов.

2. Измерения сдвигов $\delta\nu$ при заданной частоте вращения Ω и фиксированном положении источника указывают другой метод демонстрации частотного сдвига в заданной точке ($r = r_s$) неоднородного поля ускорений. Малые вариации частоты $\delta\Omega$ ($|\delta\Omega| \ll \Omega$) могут представить интерес для анализа тонкой структуры линии резонансного поглощения. Следует отметить, что такие модификации эксперимента Паунда—Рибки с помощью вращающихся платформ позволят исследовать применимость принципа эквивалентности к стационарному неоднородному полю ускорений.

3. Периодическая модуляция частоты вращения $\Omega = \Omega_0(1 + a \cos \omega t)$ приводит к непрерывной модуляции сдвигов $\delta\nu$ с частотами ω и 2ω . При таком вращении значения $\delta\nu$ будут осциллировать с частотой ω и амплитудой $(\delta\nu)_\omega = 2a(\delta\nu)_0$ вокруг значения $\delta\nu = (1 + 0,5a^2)(\delta\nu)_0$; величина $(\delta\nu)_0$ соответствует

немодулированной частоте вращения ($a = 0$). В обсуждаемом примере ($f = 1$ кГц, $r_s = 8$ см, $(\delta\nu)_0 = 4,5$ МГц) при глубине модуляции $a = 0,1$ сдвиг частоты будет осциллировать с амплитудой $(\delta\nu)_\omega = 0,9$ МГц между значениями $\delta\nu = 3,6$ МГц и $\delta\nu = 5,4$ МГц; при этом амплитуда колебаний сдвига с частотой 2ω , составляющая $(\delta\nu)_{2\omega} = 0,5a^2(\delta\nu)_0$, будет существенно меньше: $(\delta\nu)_{2\omega} = 22,5$ кГц. Такое непрерывное изменение спектра гамма-квантов в поле осциллирующего центробежного потенциала представляет собой имитацию преобразования спектра электромагнитного излучения в нестационарном поле тяготения. С другой стороны, эти изменения можно рассматривать как модель кроссмодуляции электромагнитной волны высокой частоты ν полем стоячей гравитационной волны низкой частоты $\omega \ll \nu$. Использование различных режимов модуляции, как периодических, так и непериодических, может представить интерес для проверки применимости принципа эквивалентности к нестационарным задачам ОТО.

Следует отметить, что выбор параметров установки Ω , r_s и r_p определяется двумя противоречивыми условиями: с одной стороны, рост центробежного потенциала при возрастании Ω и/или r_s способствует имитации значительных смещений частоты $\delta\nu$; однако рост этих параметров приводит к увеличению центростремительной силы F , действующей на источник массы m : $F = ma$, где a — центростремительное ускорение: $a = \Omega^2 r_s$. Пользуясь, например, теми же значениями ($f = 1$ кГц, $r_s = 8$ см), можно найти $a = 3,2 \cdot 10^5 g$. Даже в случае когда диски и стержни изготовлены из лёгкого твёрдого материала, например из углепластика с пределом разрушения 3 ГПа и удельным весом $1,5 \cdot 10^3$ кг/м³, проблема механической прочности источника может стать критической для выбора режима вращения.

Высокие значения относительного сдвига частоты $\delta\nu/\nu \geq 10^{-12}$ привлекают внимание к перспективе аналогичного эксперимента с центрифугой в оптическом диапазоне на основе узкополосных лазеров и приёмников: так, для He—Ne-лазера ($\lambda = 632,8$ нм) при обсуждаемом значении $\delta\nu/\nu = 1,3 \cdot 10^{-12}$ смещение частоты составит $\delta\nu = 600$ Гц. Однако использование вращающегося лазера ограничивается, как отмечено выше, центробежными силами, пропорциональными массе лазера. Недавно созданные одночастотные волоконные лазеры, характеризующиеся малой массой, могут оказаться перспективными для экспериментов с вращающимися источниками излучения.

Контролируемые малые смещения спектральных линий представляют интерес как для прецизионного анализа узких спектральных переходов (например, влияние ускорений $a \approx 10^5 - 10^6 g$ на тонкую структуру линий), так и для измерений смещений частот электромагнитного излучения различных волновых диапазонов в неоднородных и нестационарных полях внешних сил. Такие смещения, рассматриваемые как проявления релятивистского “сжатия” или “растяжения” времени, привлекают сегодня возрастающее внимание в академических и прикладных исследованиях, связанных с передачей точных сигналов частоты и времени; в частности, смещения частот принимаются во внимание при синхронизации удалённых часов, находящихся на разных высотах над поверхностью Земли. Гравитационное красное смещение в ГГц-диапазоне учитывается при навигации спутниковых систем (Global Positioning System — GPS); оптические атомные часы лежат в основе нового направления геофизики, изучающего тонкую структуру гравитационного потенциала Земли, так называемой релятивистской геодезии [10]. Методы гибкого управления смещением спектральных линий при различных режимах вращения центрифуги открывают сегодня новые перспективы как для анализа тонкой структуры ряда спектров излучения и поглощения, так и для лабораторного моделирования электромагнитных волновых процессов в поле тяготения.

В 2019 г. исполняется 100 лет первого экспериментального подтверждения ОТО — отклонения световых лучей в поле тяготения Солнца, измеренного экспедицией А. Эддингтона. Настоящая работа, описывающая другой возможный оптический эффект ОТО, посвящается этой дате.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pound R.V., Rebka Jr. G.A.* Gravitational Redshift in Nuclear Resonance // *Phys. Rev. Lett.* 1959. V. 3. № 9. P. 439–441.
2. *Pound R.V., Snider J.L.* Effect of Gravity on Nuclear Resonance // *Phys. Rev. Lett.* 1964. V. 13. № 18. P. 539–540.
3. *Chou C.W., Hume D.B., Rosenband T., Wineland D.J.* Optical Clocks and Relativity // *Science.* 2010. V. 329. P. 1630–1633.
4. *Vessot R.F.C., Levine M.W., Mattison E.M., Blomberg E.L., Hoffman T.E., Nystrom G.U., Farrel B.F., Decher R., Eby P.B., Baugher C.R., Watts C.W., Teuber D.L., Wills F.D.* Test of Relativistic Gravitation with a Space — Borne Hydrogen Maser // *Phys. Rev. Lett.* 1980. V. 45. № 26. P. 2081–2084.
5. *Biriukov A.V., Kauts V.L., Kulagin V.V., Litvinov D.A., Rudenko V.N.* Gravitational Redshift Test with the Space Radio Telescope “RadioAstron” // *Astronomy Reps.* 2014. V. 58. № 11. P. 783–795.
6. *Nobili A.M., Anselmi A.* Relevance of the Weak Equivalence Principle and Experiments to Test It: Lessons from the Past and Improvements Expected in Space // *Phys. Lett. A.* 2018. V. 382. Iss. 33. P. 2205–2218.
7. *Hay H.J., Schiffer J.P., Cranshaw T.E., Egelstaff P.A.* Measurement of the Red Shift in an Accelerated System Using the Mossbauer Effect in // *Phys. Rev. Lett.* 1960. V. 4. № 4. P. 165–166.
8. *Kundig W.* Transverse Doppler Effect in an Accelerated System // *Phys. Rev.* 1963. V. 129. № 6. P. 2371–2375.
9. *Borisevich V.D., Levin E.V., Naumochkin V.V.* The Optimal Structure in a Gas Centrifuge for Separating Uranium Isotopes // *Soviet Atomic Energy.* 1991. V. 70. № 1. P. 36–42.
10. *Khabanova K.Yu., Kalganova E.S., Kolachevsky N.N.* Accurate Frequency and Time Dissemination in the Optical Domain // *Physics — Uspekhi.* 2018. V. 61. № 2. P. 221–230.

LABORATORY MODELING OF THE GIANT GRAVITATIONAL SHIFT OF GAMMA-RADIATION FREQUENCY

Academician of the RAS V. E. Fortov, A. B. Shvartsburg

Received November 12, 2018

The control spectral shifts of resonant radiation frequency due to spatially non-uniform and non-stationary centrifugal acceleration, stipulated by the travel of radiation source along the centrifugal radius or modulation of the rotation frequency, are examined. These spectral variations pave the way to modeling of effects of non-uniform and non-stationary gravity field. The perspectives of flexible control of spectral lines shifts for the analysis of fine structure of radiation and absorption spectra are considered.

Keywords: centrifuge, equivalence principle, modeling of gravitational frequency shift, Mossbauer resonant source, modeling of non-uniform and non-stationary gravity field, controlled modulation of radiation spectrum.

УДК 539.3

ОБ ОДНОМ НОВОМ ТИПЕ ТРЕЩИН, ДОПОЛНЯЮЩИХ ТРЕЩИНЫ ГРИФФИТСА—ИРВИНА

Академик РАН В. А. Бабешко^{1,2,*}, О. М. Бабешко², О. В. Евдокимова¹

Поступило 21.11.2018 г.

Выявлены различия в описании условий разрушения трещинами материалов. Для трещин Гриффитса—Ирвина разрушение определяется величиной коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины, в случае трещин нового типа разрушение происходит по причине роста концентраций напряжений, вплоть до сингулярных.

Ключевые слова: метод блочного элемента, граничная задача, трещины нового типа, трещины Гриффитса—Ирвина.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852162-165>

ВВЕДЕНИЕ

Построенная Гриффитсом теория трещин [1], в дальнейшем усовершенствованная Ирвиным [2], получила развитие в ряде работ отечественных и зарубежных исследователей [3–15]. Среди них следует отметить работу [3], в которой исследовалась физическая сторона проблемы трещин, а в работе [4] дана строгая математическая теория этих объектов, открывшая путь к многочисленным приложениям. В условиях оправданно кажущегося исчерпания теоретических проблем в теории трещин при изучении скрытых дефектов в материалах и разломов литосферных плит в сейсмологии [5–7] пришлось столкнуться с ситуацией, которая никак не укладывалась в теорию трещин Гриффитса—Ирвина, хотя и казалась происходящей из неё. А именно в граничных задачах, описывающих поведение скрытых дефектов в материалах с покрытиями, а также в геофизических процессах в зоне разломов литосферных плит [5], было выявлено возникновение сингулярных концентраций контактных напряжений при сближении плит, что приводит к стартовым землетрясениям. То же относится и к скрытым дефектам. В этих граничных задачах изучалось напряжённо-деформированное состояние блочной структуры, состоящей из трёх блоков: двух двумерных, моделируемых полубесконечными пластинами Кирхгофа, которые без трения лежали на третьем, моделируемом трёхмерным упругим слоем. Внешнее воздействие осуществлялось вер-

тикальными усилиями, действующими на плиты, включающими и их вес [5].

Концентрация контактных напряжений на поверхности упругого основания под краями каждой их сближившихся плит была получена в виде

$$\begin{aligned} g_{3\lambda}(x_1, x_2) &\rightarrow \sigma_{2\lambda}(x_1, x_2)x_2^{-1} + \sigma_{3\lambda}(x_1, x_2)\ln|x_2|, \\ g_{3r}(x_1, x_2) &\rightarrow \sigma_{2r}(x_1, x_2)x_2^{-1} + \sigma_{3r}(x_1, x_2)\ln|x_2|. \end{aligned} \quad (1)$$

Функции $\sigma_{nb}(x_1, x_2)$, $b = \lambda, r$, $n = 2, 3$, непрерывны по обоим параметрам. При расширении постановок граничных задач с целью охвата всех типов граничных условий, диктуемых различными типами внешних воздействий на блочные структуры, вновь было обнаружено устойчивое возникновение сингулярных концентраций напряжений в зонах контактов блочных элементов теперь уже и в касательных составляющих векторов контактных напряжений [6]. Это обстоятельство дало повод для поиска единой причины, приводящей к описанным явлениям.

Возникло предположение, что причина состоит в специфике взаимодействия двумерного объекта — покрытия в форме пластины Кирхгофа — с трёхмерным основанием. Однако рассмотрение задачи для трёхмерных покрытий, заменивших двумерные на трёхмерном основании [7], показало, что и в этом случае возникает сингулярная составляющая в контактных напряжениях в зоне взаимодействия сближившихся, но не слипшихся блочных элементов. Объяснение этому феномену, приводящему к однотипным проявлениям свойств контактных напряжений, независимо от характера нагружения полностью сближившихся, но не слипшихся блочных элементов может быть дано, если предположить существование в зоне сближившихся блочных эле-

¹ Южный научный центр Российской Академии наук, Ростов-на-Дону

² Кубанский государственный университет, Краснодар

*E-mail: babeshko41@mail.ru

ментов нового типа трещины. Ранее это не удавалось сделать в связи с отсутствием теории блочных структур и метода блочного элемента, с помощью которых удалось их обнаружить и проводить дальнейшие исследования.

Построение трещин Гриффитса—Ирвина с гладкой границей детально описано в [4] (рис. 1а, который взят из работ Гриффитса). Это достигается путём виртуального деформирования полости в форме эллипса или окружности до сближения противоположных границ полушарий фигур. В случае трещины нового типа рассматривается прямоугольная полость, боковые стороны которой сближаются (рис. 1б). Этот тип трещин, имеющих в плоской задаче вид полости в упругой среде в результате извлечения прямолинейного отрезка, ранее уже изучался [4]. Отмеченные трещины детально исследовались методом интеграла Сохоцкого в энергетических пространствах в работе [4]. Было показано, что концентрация напряжений при приближении к вершинам трещин нарастает в зависимости от расстояния δ до границы трещины в виде $\delta^{-1/2}$.

Введение названия “трещины нового типа” продиктовано необходимостью дистанцироваться от изучавшегося типа трещин той же геометрии в связи с тем, что последние исследуются в неэнергетических пространствах медленно растущих обобщённых функций, диктуемых спецификой корректно поставленных механических задач. Заметим, что построение неэнергетических собственных функций в области, имеющей полость с угловой точкой, детально исследовано Н.Ф. Морозовым в фундаментальной монографии [4]. Определённым требованием выбора иного функционального пространства новые трещины получаются как предел

последовательности полостей с негладкой границей, например прямоугольных, при сближении боковых сторон (рис. 1б), для которых исследование осуществляется в энергетических пространствах, но предельное решение его покидает. Это означает формирование из полостей с негладкой границей уже полостей-трещин в виде прямолинейного отрезка, способных разрушить среду или изменить её реологию в некоторой упругой зоне, содержащей неэнергетическую составляющую концентрации контактных напряжений.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ТРЕЩИН НОВОГО ТИПА

Контактные напряжения под блочными элементами имеют степенную особенность. В случае отсутствия расстояния между берегами трещин контактные напряжения приобретают сингулярную особенность [5–7]. Наличие сингулярности является свидетельством разрушения блоков в зоне контакта берегов трещины или основания либо перехода среды в пластическое состояние. Эта составляющая исчезает, если параметры граничной задачи, включая и параметры внешних воздействий, такие, что коэффициент при сингулярной особенности в контактных напряжениях равен в (1) нулю. Известно, что механическая система с большей возможностью разрушения менее устойчива, нежели с меньшей, и стремится к последней. Поэтому при наличии сингулярной особенности в контактных напряжениях трещина нового типа неустойчива, что приводит к разрушению зоны её вершины, и, таким образом, либо разрушается вся среда, либо при разрушении происходит её трансформация в трещину без нулевого угла, т.е. в трещину Гриффитса—Ирвина.

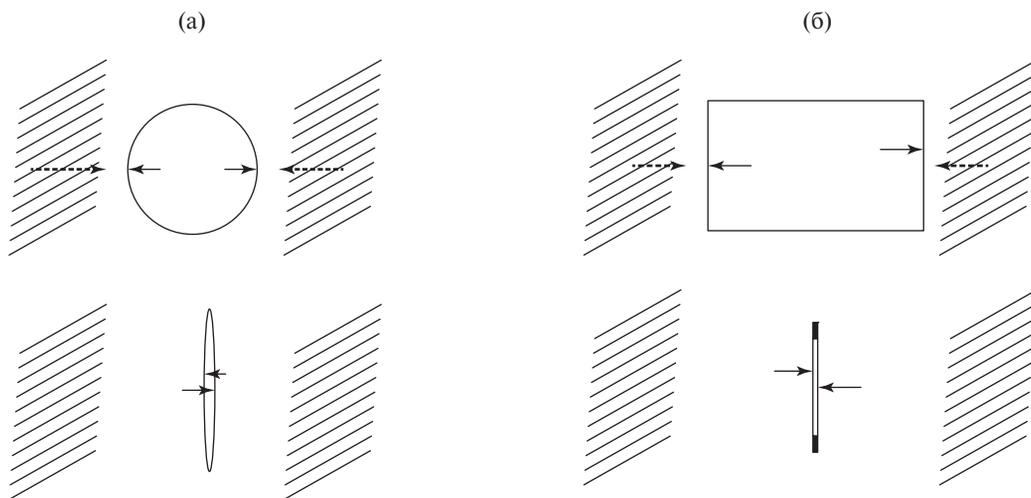


Рис. 1. Формирование трещины Гриффитса—Ирвина (а) и трещины нового типа (б). Сплошные стрелки показывают зону нагрузки полости, штриховые — направления движения границ.

В том же случае, если у трещины нового типа сингулярная составляющая отсутствует, трещина нового типа становится устойчивой до тех пор, пока параметры среды или внешнего воздействия не приведут к возникновению сингулярной составляющей в среде в вершине трещины нового типа.

Трещины нового типа хорошо известны в строительстве. Существует термин “играющий” фундамент, когда он треснул, так как появляется трещина нового типа. В сейсмологии трещины нового типа побуждают возникновение стартовых землетрясений. Такие же процессы разрушения имеют место в материалах с треснувшими покрытиями, когда свойства материалов и внешние воздействия формируют в контактных напряжениях сингулярные особенности. В качестве примера приведём простейший вариант формирования трещины нового типа, основываясь на результатах работы [7], где рассматривалась антиплоская граничная задача для блочной структуры. Возьмём три блочных элемента, состоящих из полупространства с симметрично расположенными на нём прямоугольными неограниченными клиньями [7]. Для простоты рассмотрим в каждом из них граничную задачу для уравнения Гельмгольца [7]:

$$\begin{aligned} &(\partial_{x_2x_2} + \partial_{x_3x_3} + p_\lambda^2)u_\lambda(x_2, x_3) = 0, \\ &\Omega_\lambda(|x_1| \leq \infty, -\infty \leq x_2 \leq b_1, 0 \leq x_3 \leq \infty), \\ &(\partial_{x_2x_2} + \partial_{x_3x_3} + p_r^2)u_r(x_2, x_3) = 0, \\ &\Omega_r(|x_1| \leq \infty, b_2 \leq x_2 \leq \infty), \\ &(\partial_{x_2x_2} + \partial_{x_3x_3} + p_h^2)u_h(x_2, x_3) = 0, \\ &\Omega_h(|x_1| \leq \infty, |x_2| \leq \infty, -\infty \leq x_3 \leq 0), \\ &p_\lambda^2 = \rho_\lambda \omega^2 \mu_\lambda^{-1}, p_r^2 = \rho_r \omega^2 \mu_r^{-1}, p_h^2 = \rho_h \omega^2 \mu_h^{-1}. \end{aligned}$$

Считаем, что на границах задаются напряжения вида

$$\begin{aligned} \sigma_{\lambda x_1 x_3} &= \mu_\lambda f_{\lambda 2}(x_2), \quad \sigma_{rx_1 x_3} = \mu_r f_{r 2}(x_2), \\ \sigma_{\lambda x_1 x_2} &= \mu_\lambda f_{\lambda 1}(x_3), \quad \sigma_{rx_1 x_2} = \mu_r f_{r 1}(x_3), \\ \sigma_{hx_1 x_3} &= \mu_h f_{h 1}(x_2). \end{aligned}$$

Применяя метод блочного элемента, получим

$$\begin{aligned} u_\lambda(x_2, x_3) &= \mathbf{F}_2^{-1}(x_2, x_3) \frac{\omega_\lambda(\alpha_2, \alpha_3)}{(\alpha_2^2 + \alpha_3^2 - p_\lambda^2)}, \\ \omega_\lambda &= \left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_{2\lambda-}}\right) e^{i(\alpha_2 b_1)} \times \\ &\times \left\langle F_{1\lambda}(\alpha_3) - F_{1\lambda}(\alpha_{3\lambda+}) \frac{\alpha_3}{\alpha_{3\lambda+}} \right\rangle + \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_{3\lambda+}} - 1 \right) \times \\ &\times \left\langle F_{2\lambda}(\alpha_2) - F_{2\lambda}(\alpha_{2\lambda-}) e^{-i(\alpha_{2\lambda-} b_1)} e^{i(\alpha_2 b_1)} \frac{\alpha_2}{\alpha_{2\lambda-}} \right\rangle, \\ u_r(x_2, x_3) &= \mathbf{F}_2^{-1}(x_2, x_3) \frac{\omega_r(\alpha_2, \alpha_3)}{(\alpha_2^2 + \alpha_3^2 - p_r^2)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_r &= \left[\frac{\alpha_2}{\alpha_{2r+}} - 1 \right] e^{i(\alpha_2 b_2)} \left\langle F_{1r}(\alpha_3) - F_{1r}(\alpha_{3r+}) \frac{\alpha_3}{\alpha_{3r+}} \right\rangle + \\ &+ \left[\frac{\alpha_3}{\alpha_{3r+}} - 1 \right] \left\langle F_{2r}(\alpha_2) - F_{2r}(\alpha_{2r+}) e^{-i(\alpha_2 b_2)} e^{i(\alpha_{2r+} b_2)} \frac{\alpha_2}{\alpha_{2r+}} \right\rangle, \\ u_h(x_2, x_3) &= \frac{1}{4\pi^2} \times \\ &\times \iint_{R^2} \frac{F_{2h}(\alpha_2)}{(\alpha_2^2 + \alpha_3^2 - p_h^2) \alpha_{3h-}} (\alpha_{3h-} - \alpha_3) e^{-i(\alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3)} d\alpha_2 d\alpha_3. \end{aligned}$$

Положим во всех этих формулах

$$p_h = p_\lambda = p_r.$$

Это означает, что все три блока представлены однотипным материалом, содержащим трещину нового типа, а между верхними блоками и нижним основанием имеется полное сцепление. Тогда в результате сближения клиньев до встречи будет сформирована трещина нового типа, представленная на рис. 1б и продолженная вверх до бесконечности. Контактные напряжения в случае несблизившихся клиновидных блоков описываются вблизи краёв обеспечивающими конечность энергии формулами вида

$$\begin{aligned} \sigma_{13\lambda}(x_2, x_3) &= \sigma_{1\lambda}(x_2, x_3) (-x_2 - \theta)^{-1/2}, \quad x_2 < -\theta, \\ \sigma_{13r}(x_2, x_3) &= \sigma_{1r}(x_2, x_3) (x_2 - \theta)^{-1/2}, \quad x_2 > \theta. \end{aligned}$$

Здесь $\sigma_{1b}(x_2, x_3)$, $b = \lambda, r$, — непрерывные по обеим координатам функции при достаточно гладких f_{bm} , $b = \lambda, r$ [7].

При сблизившихся клиновидных блоках концентрация контактных напряжений в зоне сближения приобретает в общем случае сингулярную особенность вида

$$\begin{aligned} \sigma_{13\lambda}(x_2, x_3) &= \sigma_{2\lambda}(x_2, x_3) x_2^{-1}, \\ \sigma_{13r}(x_2, x_3) &= \sigma_{2r}(x_2, x_3) x_2^{-1}. \end{aligned}$$

Решение оказывается неэнергетическим. В частном случае специальной нагрузки на вертикальные границы клиновидных блоков эта особенность может отсутствовать и решение окажется энергетическим. Этой особенностью трещины нового типа существенно отличаются от трещин Гриффитса—Ирвина. Более глубокий анализ рассматриваемой граничной задачи показал, что в трещинах нового типа характер концентрации напряжений имеет диапазоны изменений в зависимости от некоторых интегральных характеристик нагрузок на берега трещины, этим также они отличаются от трещин Гриффитса—Ирвина. А именно существует линейный непрерывный функционал $v(f_{b2}, \xi)$, строящийся достаточно сложно, зависящий от параметра ξ , определяющий как соотношение с трещинами Гриффитса—Ирвина,

так и поведение концентрации напряжений в сечениях вершины трещины. С его помощью формируются требования на нагрузки берегов трещин для обеспечения определённого состояния блочной структуры. Например, выделяются следующие зоны состояния функционала: для $v(f_{b2}, \xi) = O(\xi^{-\varepsilon})$, $\varepsilon > 1$, трещина нового типа подобна по параметрам трещине Гриффитса—Ирвина, является устойчивой; для $v(f_{b2}, \xi) = O(\xi^{-\varepsilon})$, $0,5 < \varepsilon \leq 1$, возникает высокая концентрация напряжений, но решение остаётся энергетическим; при $v(f_{b2}, \xi) = O(\xi^{-\varepsilon})$, $\varepsilon \leq 0,5$, возникает сингулярная особенность, решение покидает энергетическое пространство, переходит в пространство медленно растущих обобщённых функций (физически это означает возникновение землетрясения).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показано как геометрически, так и аналитически с использованием упакованных блочных элементов существование нового типа трещин, дополняющих трещины Гриффитса—Ирвина.

Расширение класса функций, в котором исследуется трещина-полость, до медленно растущих обобщённых функций позволило выявить особенности напряжённо-деформированного состояния трещин нового типа и с их помощью построить механическую модель подготовки широкого спектра стартовых землетрясений. Существование трещин нового типа позволяет расширить представление о процессах разрушения сред и материалов. В сейсмологии позволяет дать новое объяснение форшокам и афтершокам как результат блужданий приведённого функционала между второй и третьей зонами, возникающих при подвижках литосферных плит.

Источники финансирования. Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Государственного задания Минобрнауки на 2018 г., проект 9.8753.2017/8.9 ЮНЦ РАН на 2018 г., проекта 00—18—04, номер госрегистрации 01201354241, программ Президиума РАН П-16, проект 00—18—21, и П-52, проект 00—18—29, и при поддержке грантов РФФИ 19—41—230003, 19—41—230004, 19—48—230014, 17—08—00323, 18—08—00465, 18—01—00384, 18—05—80008.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Griffith A. The Phenomena of Rupture in Solids // Trans. Roy. Soc. London, 221A. 1920. P. 163–197.
2. Irwin G. Fracture Dynamics. Fracture of Metals. Cleveland: ASM, 1948. P. 147–166.
3. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
4. Морозов Н.Ф. Математические вопросы теории трещин. М.: Наука, 1984. 256 с.
5. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. On the Possibility of Predicting Some Types of Earthquake by a Mechanical Approach // Acta Mech. 2018. V. 229. № 5. P. 2163–2175. <https://doi.org/10.1007/s00707-017-2092-0>
6. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. On a Mechanical Approach to the Prediction of Earthquakes During Horizontal Motion of Lithospheric Plates // Acta Mech. 2018. V. 10. <https://doi.org/10.1007/s00707-018-2255-7>
7. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. О влиянии пространственной модели литосферных плит на стартовое землетрясение // ДАН. 2018. Т. 480. № 2. С. 158–163.
8. Партон В.З., Борисковский В.Г. Динамика хрупкого разрушения. М.: Машиностроение, 1988. 240 с.
9. Александров В.М., Сметанин Б.И., Соболев Б.В. Тонкие концентраторы напряжений в упругих телах. М.: Наука, 1993. 224 с.
10. Kirugulige M.S., Tippur H.V. Mixed-Mode Dynamic Crack Growth in Functionally Graded Glass-Filled Epoxy // Exp. Mech. 2006. V. 46. № 2. P. 269–281.
11. Rangarajan R., Chiaramonte M.M., Hunsweck M.J., Shen Y., Lew A.J. Simulating Curvilinear Crack Propagation in Two Dimensions with Universal Meshes // Int. J. Numer. Meth. Eng. 2015. V. 102. № 3/4. P. 632–670.
12. Huang Y., Gao H. Intersonic Crack Propagation. Pt II. Suddenly Stopping Crack // J. Appl. Mech. 2002. V. 69. P. 76–80.
13. Antipov Y.A., Smirnov A.V. Subsonic Propagation of a Crack Parallel to the Boundary of a Half-Plane // Math. Mech. Solids. 2013. V. 18. P. 153–167.
14. Krueger R. Virtual Crack Closure Technique: History, Approach, and Applications // Appl. Mech. Rev. 2004. V. 57. P. 109–143.
15. Oneida E.K., van der Meulen M.C.H., Ingraffea A.R. Methods for Calculating G, GI and GII to Simulate Crack Growth in 2D // Multiple-Material Struct. Eng. Fract. Mech. 2015. V. 140. P. 106–126.

A NEW TYPE OF CRACKS ADDING TO GRIFFITH—IRWIN CRACKS

Academician of the RAS V. A. Babeshko, O. M. Babeshko, O. V. Evdokimova

Received November 21, 2018

The distinctions in the description of the conditions of cracking of materials are revealed. For Griffith—Irwin cracks, fracture is determined by the magnitude of the stress-intensity factor at the crack tip; in the case of the new type of cracks, fracture occurs due to an increase in the stress concentrations up to singular concentrations.

Keywords: block element method, boundary value problem, cracks of new type, cracks of Griffith—Irwin.

УДК 621.01

**ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ
МАНИПУЛЯТОРОВ В РОБОТОХИРУРГИИ****Е. И. Велиев¹, академик РАН Р. Ф. Ганиев²,
В. А. Глазунов², Г. С. Филиппов^{2,*}**

Поступило 05.10.2018 г.

Рассматриваются проблемы современной робототехники, связанные с требованиями, предъявляемыми к создаваемым устройствам различного назначения. Проведён анализ роботизированной системы хирургического манипулирования daVinci. Приведена разработанная робототехническая система параллельной структуры, предназначенная для различного рода хирургических операций.

Ключевые слова: хирургический робот для лапароскопии, система daVinci, механизм параллельно-последовательной структуры.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852166-170>

Значение малоинвазивной хирургии, направленной на минимизацию области вмешательства в организм и степени травмирования тканей, возросло в последние два десятилетия. По прогнозам экспертов глобальный рынок малоинвазивной хирургии достигнет 50 млрд долл. в 2019 г. [1]. Основными преимуществами операций данного вида для пациента являются уменьшение хирургических надрезов, снижение потерь крови и послеоперационных болей, сокращение времени пребывания в лечебных учреждениях [2]. На сегодняшний день широко применяется ручная и роботизированная лапароскопия. Недостатки ручной лапароскопии во многом связаны с тем, что длительное пребывание в зачастую неудобных положениях повышает сложность работы хирурга и может снизить точность его действий.

Применение ассистирующих роботов в малоинвазивной хирургии снижает многие недостатки ручной лапароскопии: уменьшение громоздкости инструмента, повышение степеней свободы, решает проблему точки опоры, исключает дрожание рук [3].

Первый конструктивный шаг в сфере роботизированной хирургии был сделан около 33 лет назад. Это робот PUMA 200 (Питтсбург, Пенсильвания), использовавшийся при биопсии головного мозга [4]. С тех пор роботизированная хирургия получила стремительное развитие и распространение по всему миру. Причиной этому послужили опции, которые отсутствуют при традиционном хирургическом под-

ходе. Самым главным преимуществом роботизированных операций является быстрый период восстановления пациента после хирургического вмешательства [5]. Одним из пионеров в сфере роботизированной хирургии стала платформа daVinci Intuitive Surgical System. Она применяется в урологии, проктологии, гинекологии, кардиохирургии, эндокринологии и других медицинских специальностях [6]. На сегодняшний день существует третье поколение daVinci Surgical System — Xi. Она является ориентиром для появления новых, уже заявленных и проходящих клиническую апробацию роботических платформ. Согласно ежегодному отчёту за 2017 г., во всём мире установлено более 4 тыс. daVinci Surgical System (за всё время), с её применением проводится около 1 млн операций в год [7]. Стоит отметить, что в России первый робот системы daVinci появился в 2007 г. [8]. DaVinci стала самой распространённой и признанной системой в мире и является весомой альтернативой открытым хирургическим вмешательствам.

К недостаткам daVinci Surgical System, помимо высокой стоимости (1,3–1,7 млн долл. само оборудование, около 150 тыс. долл. годовое обслуживание, а также специальные одноразовые инструменты [9]), необходимо отнести чрезвычайно высокие соотношения массы манипулятора к полезной нагрузке, а также размеров звеньев к размеру рабочей зоны.

Проведём структурный анализ роботизированной хирургической системы daVinci. Для этого рассмотрим один из манипуляторов daVinci S (рис. 1). Механизм содержит девять звеньев (1'–9'), одну поступательную (5) и восемь вращательных (1–4, 6–8) кинематических пар, причём схема имеет по-

¹ Российская медицинская академия непрерывного профессионального образования, Москва

² Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской Академии наук, Москва

*E-mail: Filippov.gleb@gmail.com

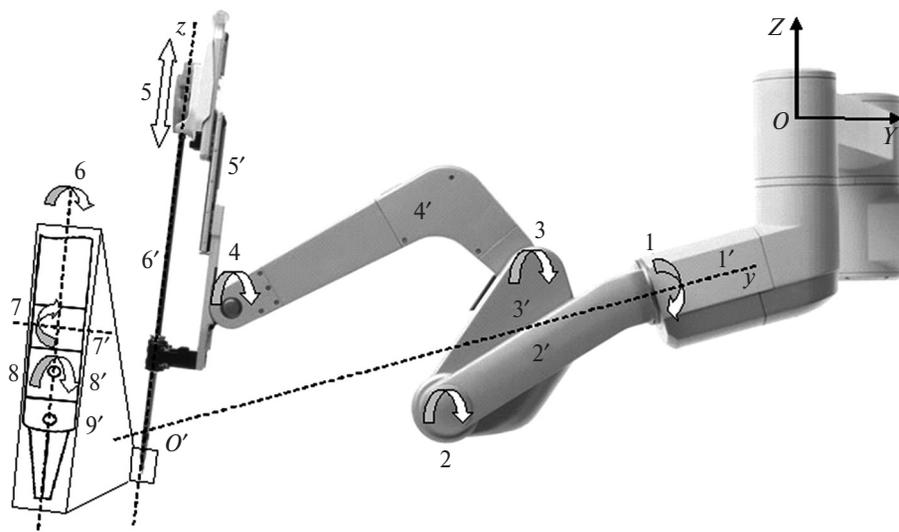


Рис. 1. Один из манипуляторов daVinci S.

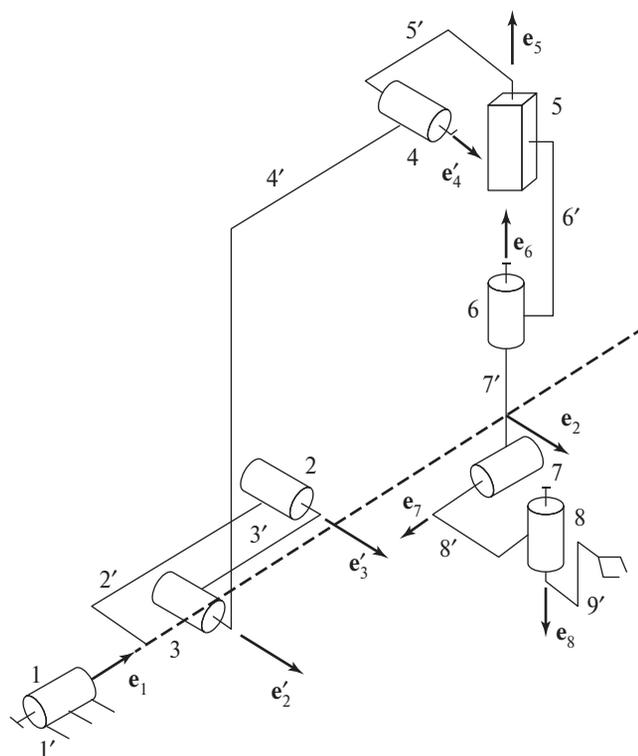


Рис. 2. Кинематическая схема одного из манипуляторов daVinci S.

следовательную структуру (рис. 2). Используя формулу Сомова—Малышева, получим число степеней свободы механизма относительно неподвижного основания:

$$W = 6(n - 1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 6 \cdot (9 - 1) - 5 \cdot 8 = 8, \tag{1}$$

где W — число степеней свободы, n — число звеньев кинематической цепи, p_i — количество кинематических пар i -го класса.

Дополнительные степени свободы необходимы для обеспечения постоянства точки ввода инструмента. Для этого используются вращения 1–4, причём кинематическая пара 1 даёт вращение вокруг оси y , а пары 2–4 — вокруг оси, перпендикулярной ей (оси x), но с постоянной точкой пересечения осей O' (рис. 1).

Покажем избыточность используемых в схеме приводов. Рассмотрим единичные винты, проходящие вдоль осей кинематических пар 2, 3, 4. Плюскеры координаты единичных винтов осей кинематических пар в связанной с основанием неподвижной системе координат $OXYZ$ в начальном положении будут: $e'_2 = (1, 0, 0, 0, y'_2, z'_2)$; $e'_3 = (1, 0, 0, 0, y'_3, z'_3)$; $e'_4 = (1, 0, 0, 0, y'_4, z'_4)$. Зададим единичный винт $e_2 = (1, 0, 0, 0, y_2, z_2)$, где y_2 и z_2 находятся из системы

$$\begin{aligned} \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4 &= 1, \\ \Omega_2 \cdot y_2 + \Omega_3 \cdot y_3 + \Omega_4 \cdot y_4 &= y_2, \\ \Omega_2 \cdot z_2 + \Omega_3 \cdot z_3 + \Omega_4 \cdot z_4 &= z_2, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ — угловые скорости, которые обеспечивают требуемое расположение оси e_2 , в частности на пересечении оси e_1 и оси инструмента.

Нетрудно понять, что при любых y_2 и z_2 решение системы (2) существует, а значит, кинематические пары 2–4 могут быть заменены одной. Таким образом, три кинематические пары с приводами дают только одну степень свободы, следовательно, выходное звено (рабочий орган) имеет 6 степеней свободы.

Следствием выбора последовательной схемы робота daVinci явилась необходимость включения двух дополнительных кинематических цепей с приво-

дами, а принимая во внимание, что каждый следующий привод располагается на конце предшествующего звена и общая длина манипулятора составляет несколько метров (при размере рабочей зоны не более 15 см), общий вес компонентов одной “руки” составил порядка 80 кг (при весе самого инструмента, размещённого на её конце, порядка 20 г), что приводит к снижению позиционной точности [10, 11].

Использование механизмов параллельной структуры сводит к минимуму перечисленные выше недостатки [12, 13]. Указанные манипуляторы, в которых выходное звено связано с основанием несколькими кинематическими цепями, отличаются повышенными показателями по точности и грузоподъёмности в сравнении с обычными роботами, имеющими последовательную структуру и воспринимающими нагрузку как консоль [14, 15].

Альтернативный механизм (рис. 3) имеет параллельную структуру и не требует избыточных приводов. Он включает в себя три кинематические цепи, каждая из которых содержит приводную каретку, расположенную на круглой направляющей, вращательную кинематическую пару и сферическую кинематическую пару, связанную с подвижной платформой, причём оси всех вращательных пар пересекаются в точке O . Кроме того, на подвижной платформе установлен поступательный двигатель, ось которого также проходит через точку O , перемещающий центральную штангу, на конце которой последовательно находятся две вращательные кинематические пары с перпендикулярными друг другу осями и инструмент. Центр O является точкой ввода инструмента.

Проведём структурный анализ представленного механизма. Механизм содержит 11 звеньев (1'–11'), одну поступательную (10), 8 вращательных (1–6, 11–12) и 3 сферических (7–9) кинематических пары (рис. 3). Используя формулу Сомова—Малышева, получим число степеней свободы механизма относительно неподвижного основания:

$$W = 6 \cdot (n - 1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 6 \cdot (11 - 1) - 5 \cdot 9 - 3 \cdot 3 = 6, \quad (3)$$

где W — число степеней свободы, n — число звеньев кинематической цепи, p_i — количество кинематических пар i -го класса.

Покажем, что движения механизма не меняют положения центра O . Для этого рассмотрим единичные винты, проходящие вдоль осей кинематических пар. Свяжем с основанием неподвижную систему координат $OXYZ$, центр которой совпадает с цент-

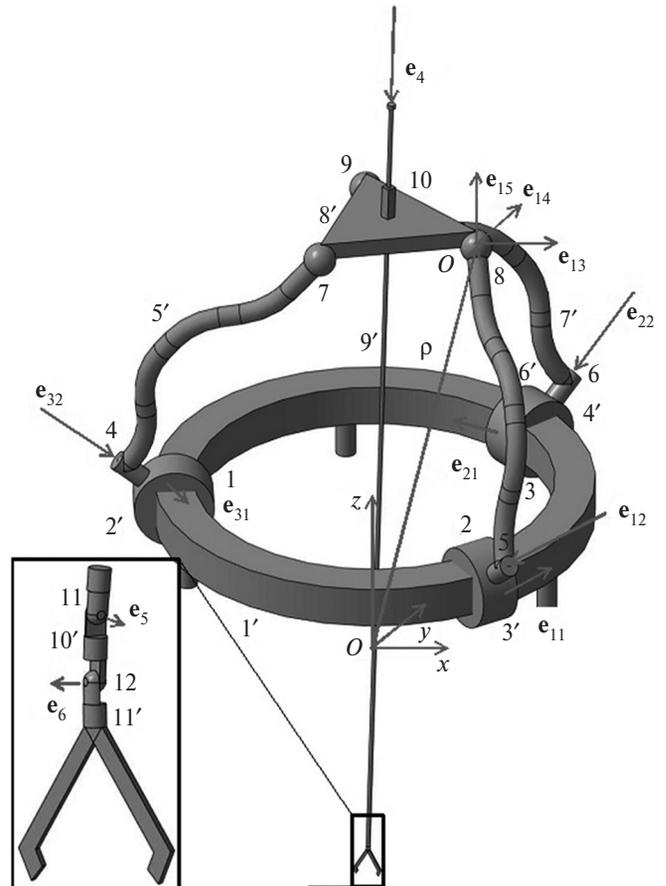


Рис. 3. Схема механизма с шестью степенями свободы для лапароскопических операций.

ром O . Тогда плюккеровы координаты единичных винтов кинематических цепей будут: $\mathbf{e}_{11} = \mathbf{e}_{21} = \mathbf{e}_{31} = (0, 0, 1, 0, 0, 0)$; $\mathbf{e}_{12} = (x_{12}, y_{12}, z_{12}, 0, 0, 0)$; $\mathbf{e}_{13} = (1, 0, 0, 0, y_{13}, z_{13})$; $\mathbf{e}_{14} = (0, 1, 0, x_{14}, 0, z_{14})$; $\mathbf{e}_{15} = (0, 0, 1, x_{15}, y_{15}, 0)$; $\mathbf{e}_{22} = (x_{22}, y_{22}, z_{22}, 0, 0, 0)$; $\mathbf{e}_{23} = (1, 0, 0, 0, y_{23}, z_{23})$; $\mathbf{e}_{24} = (0, 1, 0, x_{23}, 0, z_{23})$; $\mathbf{e}_{25} = (0, 0, 1, x_{23}, y_{23}, 0)$; $\mathbf{e}_{32} = (x_{32}, y_{32}, z_{32}, 0, 0, 0)$; $\mathbf{e}_{33} = (1, 0, 0, 0, y_{33}, z_{33})$; $\mathbf{e}_{34} = (0, 1, 0, x_{33}, 0, z_{33})$; $\mathbf{e}_{35} = (0, 0, 1, x_{33}, y_{33}, 0)$.

Можно показать, что указанные единичные винты обеспечивают движения платформы лишь вокруг точки O (сферические движения). Действительно, оси первых двух кинематических пар каждой цепи ($\mathbf{e}_{11}, \mathbf{e}_{21}, \mathbf{e}_{31}$) проходят через точку O и, следовательно, дают лишь соответствующие вращения, а оси трёх конечных вращательных пар, соответствующих сферическому шарниру, проходят через одну точку (центр сферы) и могут при геометрическом суммировании обусловить одно вращение, ось которого также проходит через центр O .

Пусть вектор ρ соединяет начало координат O и центр рассматриваемого шарнира O_1 . Нетрудно понять, что $y_{13} = \rho_z, z_{13} = \rho_y, x_{14} = \rho_z, y_{14} = \rho_x, x_{15} = \rho_y, y_{15} = \rho_x$. Из этого следует, что имеется скользящий

Таблица 1. Сравнение параметров механизмов

Манипулятор	Количество степеней свободы (без учёта инструмента)	Количество приводов	Вес без учёта основания, кг	Размер рабочей области (см×см×см)	Позиционная точность, мм	Возможность увеличения рабочей нагрузки	Независимость от импортных поставщиков и поддержки	Использование стандартных лапароскопических инструментов
daVinci S	6	8	80	15×15×15	1,05±0,24	Нет	Нет	Нет
Альтернативный механизм	6	6	8	15×15×15	0,13±0,03	Да	Да	Да

вектор, проходящий через центр O — он определяет скорость в сферической паре. Подобные соотношения существуют для всех трёх кинематических цепей. Соответственно, подвижная платформа совершает вращение лишь вокруг точки O — это обуславливает постоянство центра введения инструмента.

Поскольку оси инструмента проходят через точку O , то движения вдоль оси инструмента, осуществляемые поступательным приводом, расположенным на платформе, не меняют положение указанной точки, т.е. данный механизм обеспечивает сохранение центра ввода инструмента без наличия избыточности приводов, что выгодно отличает его от робота daVinci. Кроме того, приводы установлены ближе к основанию, а кинематические цепи могут содержать лишь достаточно лёгкие звенья. Эти обстоятельства обуславливают снижение веса и габаритов примерно в 10 раз.

Данный механизм с 6 степенями свободы может быть весьма полезен в хирургии не только как аналог обычного лапароскопа, но и как устройство для перемещения видеокамеры, а также других вспомогательных инструментов. В Институте машиноведения РАН изготовлен прототип подобного робота (рис. 4).

Каретки сопрягаются с круговой направляющей посредством зубчатой передачи, при этом на каретках установлены двигатели, осуществляющие вращение приводных зубчатых колёс.

В заключение приведём часть сравнительной таблицы манипуляторов daVinci Surgical System и альтернативного механизма, отражающей основные различия, являющиеся следствием применения принципиально разных структурных схем (табл. 1).

Таким образом, проведён структурный анализ daVinci Surgical System. Предложена разработанная схема хирургического робота, лишённого выявленных проблем, и представлен его прототип.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Minimally Invasive Surgery Market — Global Industry Analysis, Size, Share, Growth, Trends & Forecast

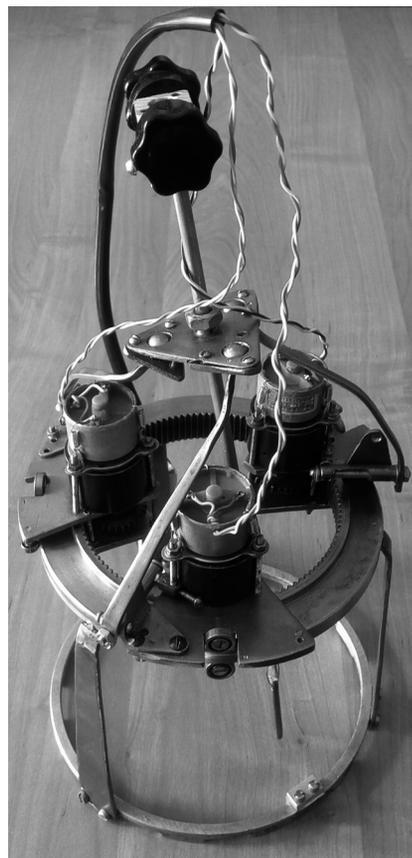


Рис. 4. Прототип механизма параллельной структуры с постоянной точкой входа.

- 2013–2019. Transparency Market Research. Albany (NY), Tech. Rept. 2014.
2. Велиев Е.И., Голубцова Е.Н., Томилов А.А. Возможности малоинвазивной коррекции недержания мочи после радикального лечения рака предстательной железы // Онкоурология. 2013. № 4. С. 37–42.
3. Rosen J., Hannaford B., Satava R.M. Surgical Robotics. Systems Applications and Visions. B.: Springer / Science+Business Media, 2011. 843 p.
4. Kwoh Y.S., Hou J., Jonckheere E.A., Hayati S. A Robot with Improved Absolute Positioning Accuracy for CT Guided Stereotactic Brain Surgery // IEEE Trans. Biomed. Eng. 1988. V. 35. № 2. P. 153–160.

5. *Maeso S., Reza M., Mayol J.A., Blasco J.A., Guerra M., Andradas E., Plana M.N.* Efficacy of the da Vinci Surgical System in Abdominal Surgery Compared with That of Laparoscopy: A Systematic Review and Meta-analysis // *Ann Surg.* 2010. V. 252. № 2. P. 254–262.
6. *Joseph R.A., Salas N.A., Johnson C., Goh A., Cuevas S.P., Donovan M.A., Kaufman M.G., Miles B., Reardon P.R., Bass B.L., Dunkin B.J.* Video. Chopstick Surgery: A Novel Technique Enables Use of the Da Vinci Robot to Perform Single-Incision Laparoscopic Surgery // *Surg Endosc.* 2010. V. 24. № 12. P. 3224.
7. *Ann. Rept.* 2017 (2018) Intuitive Surgical.
8. *Краснопольский В.И., Попов А.А., Мананникова Т.Н., Федоров А.А., Слободянюк Б.А., Коваль А.А., Мироненко К.В.* Робот-ассистированная хирургия в онкогинекологии // *Онкогинекология.* 2014. № 3. С. 23–31.
9. *Prewitt R., Bochkarev V., McBride C.L., Kinney S., Oleynikov D.* The Patterns and Costs of the Da Vinci Robotic Surgery System in a Large Academic Institution // *J. Robot. 2008. Surg. V. 2. P. 17–20.*
10. *Kwartowitz D.M., Herrell S.D., Galloway R.L.* Update: Toward Image-Guided Robotic Surgery: Determining the Intrinsic Accuracy of the DaVinci-S Robot // *Int. J. CARS.* 2007. V. 1. P. 301–304.
11. *Tsuda Sh., Oleynikov D., Gould J., Azagury D., Sandler B., Hutter M., Ross S., Haas E., Brody F., Satava R.* SAGES TAVAC Safety and Effectiveness Analysis: Da Vinci® Surgical System (Intuitive Surgical, Sunnyvale, CA) // *Surgical Endoscopy.* 2015. V. 29. Is. 10. P. 2873–2884.
12. *Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А.* Манипуляционные механизмы параллельной структуры и их приложения в современной технике // *ДАН.* 2014. Т. 459. № 4. С. 428–431.
13. *Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А.* Перспективы теории машин в связи с развитием современного машиностроения // *Инженерный журн. с прил.* 2015. Т. 5. № 218. С. 3–7.
14. *Чунихин А.Ю., Глазунов В.А.* Разработка механизмов параллельной структуры с пятью степенями свободы, предназначенных для технологических роботов // *Пробл. машиностроения и надежности машин.* 2017. № 4. С. 3–11.
15. *Глазунов В.А., Борисов В.А., Левин С.В., Шалюхин К.А., Шаранов И.Б.* Манипулятор параллельной структуры с пятью степенями степени подвижности. Пат. РФ на полезную модель № 169275 // *Бюл.* 2017. № 8.

PARALLEL AND SEQUENTIAL STRUCTURES OF MANIPULATORS IN ROBOTIC SURGERY

**E. I. Veliev, Academician of the RAS R. F. Ganiev,
V. A. Glazunov, G. S. Filippov**

Received October 5, 2018

The problems of modern robotics associated with the requirements for devices designed for various purposes are considered. The daVinci robotic surgical manipulation system is analyzed. The developed robotic system with a parallel structure designed for various kinds of surgical operations is proposed.

Keywords: laparoscopic surgical robot, daVinci Surgical System, parallel-sequential structure mechanism.

УДК 519:529:532

КОНСЕРВАТИВНАЯ ВЕРСИЯ МЕТОДА ХАРАКТЕРИСТИК С ПЛАВАЮЩЕЙ СЕТКОЙ В ЗАДАЧАХ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

Ю. А. Гришин^{1,*}, В. Н. Бакулин^{2,3,**}

Представлено академиком РАН М.Я. Маровым 13.09.2018 г.

Поступило 19.09.2018 г.

С применением разработанной и известных схем с плавающей сеткой были проведены тестовые расчёты движения и отражения отдельных волн в длинной трубе, где в соответствующем эксперименте волны получались с помощью специально изготовленного одноциклового генератора. Показано значительное преимущество по времени счёта представленной версии и перед методом распада разрыва, в котором для получения необходимого фазового и амплитудного соответствия реальной волновой картине требуется существенное увеличение густоты расчётной сетки.

Ключевые слова: метод характеристик с плавающей сеткой, консервативная версия, одноциклового генератор.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852171-175>

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При моделировании нестационарного течения газовой среды в протяжённых каналах численные методы с фиксированной сеткой часто не позволяют получить необходимой точности расчёта волн ни по фазам, ни по амплитудам. Это процессы в магистральных газопроводах, системах пневмоавтоматики, газоздушных трактах поршневого двигателя с участками специально настроенных впускных и выпускных труб. Здесь наибольшую эффективность показывает метод характеристик с плавающей сеткой, позволяющий точно моделировать формирование и движение фронтов волн разрежения и сжатия [1–6]. Однако вследствие неконсервативности метод не всегда обеспечивает необходимую точность определения массы и энергии в потоке. Например, при расчёте динамического наддува двигателя, когда перед закрытием впускного клапана происходит дозарядка цилиндра вполне определённой массой воздуха, или при расчёте энергии импульса перед турбиной [7–10].

Отметим, что в работе [11] описана версия метода характеристик с использованием подвижной сетки и интегральных соотношений, обеспечивающих

консервативность. Однако в ней расчётная сетка фактически “полуподвижна”, так как шаг по времени фиксируется. В итоге реальное движение фронтов волн не отслеживается. Кроме того, необходим пересчёт параметров на каждом расчётном шаге, что значительно увеличивает время счёта.

В данной работе предложена новая безитерационная версия численного метода характеристик с плавающей сеткой, где впервые его достоинства по качественному соответствию волновых процессов реальной физической картине дополняются выполнением интегральных законов сохранения газовой динамики. Этим обеспечивается точное определение массовых и энергетических характеристик нестационарного потока.

Для проверки метода были проведены исследования, где сравнивались результаты расчётов и экспериментов с волнами, выпускаемыми специально построенным одноцикловым генератором. Показано, что даже при ограниченном числе характеристик в расчётной сетке для волн, выпускаемых генератором в длинном трубопроводе, можно получить точное соответствие расчётной и экспериментальной форм волн. Существующие версии метода характеристик с плавающей сеткой также позволяют получить реальную форму волн, но вследствие неконсервативности показывают нарушение балансов массы и энергии. Кроме того, в них при построении узлов сетки, где пересекаются характеристики трёх семейств, требуется проведение итераций, на порядок и более увеличивающих время счёта по сравнению с предложенной версией.

¹ Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

² Институт прикладной механики Российской Академии наук, Москва

³ Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

*E-mail: grishin@power.bmstu.ru

**E-mail: vbak@yandex.ru

Показано, что при соответствующих расчётах известным методом распада разрыва (схема С.К. Годунова) для получения реальной волновой картины требуется значительная густота расчётной сетки, что также приводит к заметному увеличению времени счета по сравнению с предложенной версией метода характеристик.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассмотрим основные принципы расчёта методом характеристик с плавающей сеткой с выполнением свойства консервативности на примере ячейки d , которая будет располагаться выше ячеек a и b , параметры в которых уже известны, известны также координаты узлов M, C, N (рис. 1). Угловые коэффициенты характеристик CA и CB можно определять по параметрам в ячейках a и b — скорости v и скорости звука a : $w_{CA} = v_a - a_a$, $w_{CB} = v_b + a_b$ или с помощью газодинамических функций нестационарного течения [12]. Аналогичным образом определяются угловые коэффициенты отрезков MA и NB . Это позволяет получить координаты t_A, x_A и t_B, x_B . Левая и правая части струйки, ограниченной контактными поверхностями A_vA и B_vB , с соответствующими плотностью ρ и давлением p входят в ячейку d . Обозначим для совершенного газа удельные энергии

$$e_a = \frac{p_a}{(\gamma - 1)\rho_a} + \frac{v_a^2}{2}, \quad e_b = \frac{p_b}{(\gamma - 1)\rho_b} + \frac{v_b^2}{2};$$

здесь γ — показатель адиабаты, $\frac{p}{(\gamma - 1)\rho} = u$ — удельная внутренняя энергия; $m_{CA} = \rho_a a_a$, $m_{CB} = \rho_b a_b$ — расходы, идущие через фронты CA и CB .

Запишем суммарные значения массы M , количества движения K и полной энергии E , которые через фронты CA, CB из a и b попадут в ячейку d :

$$M = m_{CA}(t_A - t_C) + m_{CB}(t_B - t_C); \quad (1)$$

$$K = (m_{CA}v_a + p_a)(t_A - t_C) + (m_{CB}v_b - p_b)(t_B - t_C); \quad (2)$$

$$E = (m_{CA}e_a + p_a v_a)(t_A - t_C) + (m_{CB}e_b - p_b v_b)(t_B - t_C). \quad (3)$$

Система основных интегральных законов сохранения имеет вид

$$\oint \rho dx - \rho v dt = 0, \quad \oint \rho v dx - (p + \rho v^2) dt = 0; \\ \oint \rho \left(u + \frac{v^2}{2} \right) dx - \rho v \left(u + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) dt = 0.$$

Для контура $A_v A D_A D_B B B_v C A_v$, ограниченного горизонталями и отрезками контактных поверхностей, через которые нет потока, запишем соответству-

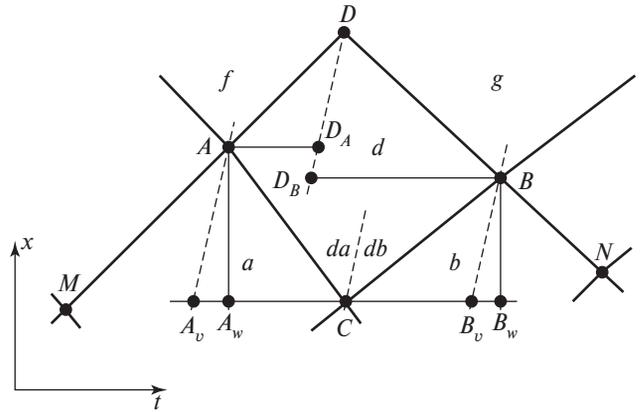


Рис. 1. Элементы расчётной сетки.

ющие конечно-разностные соотношения с учётом импульса и работы на поверхности $D_A D_B$. При этом сумма отрезков AD_A и $D_B B$ составит $\Delta x - v_d \Delta t$, где $\Delta x = x_B - x_A$, $\Delta t = t_B - t_A$. Здесь v_d — пока неизвестная средняя скорость в ячейке d . В результате имеем

$$\rho_d \Delta x = M + \rho_d v_d \Delta t; \quad (4)$$

$$M v_d = K + p_d \Delta t; \quad (5)$$

$$M \left[\frac{p_d}{(\gamma - 1)\rho_d} + \frac{v_d^2}{2} \right] = E + p_d v_d \Delta t, \quad (6)$$

что позволяет определить ρ_d, v_d и p_d в ячейке d . При построении сетки может получиться $\Delta t = 0$ (момент, соответствующий схеме с фиксированной сеткой по Δt). Тогда из (4) сразу определяется ρ_d , из (5) — v_d , затем из (6) — p_d . Для общего случая при $\Delta t \neq 0$ с использованием обозначений $\kappa = K/M$, $\epsilon = E/M$, $\delta = \Delta x/\Delta t$ из этих уравнений получается формула для определения v_d :

$$v_d = \frac{\delta + \gamma \kappa}{\gamma + 1} \pm \sqrt{\left(\frac{\delta + \gamma \kappa}{\gamma + 1} \right)^2 - 2 \frac{(\gamma - 1)\epsilon + \delta \kappa}{\gamma + 1}}. \quad (7)$$

Из двух v_d , вычисляемых по этой формуле, следует выбирать наиболее близкую к контрольной скорости v_{dk} , которая получается из (5) при условном задании $\Delta t = 0$. Зная скорость v_d , из (4) и (5) теперь легко найти средние значения ρ_d и p_d в объёме ячейки d .

Очевидно, что при дальнейшем расчёте масса M , количество движения K и энергия E разделятся на две части и через AD и BD перейдут в ячейки f и g (рис. 1). Для определения угловых коэффициентов характеристик AD, BD , координат x_D, t_D и последующего расчёта ячеек f, g вычисляется и скорость звука $a_d = \sqrt{\gamma p_d / \rho_d}$. Описанная схема обеспечивает абсолютное выполнение интегральных законов сохранения при отражении реальной картины волно-

вых процессов, что подтвердили и соответствующие расчёты на ЭВМ.

При решении практических задач необходимо учитывать трение и теплообмен в уравнениях (2) и (3). Для этого можно воспользоваться соотношениями Дарси–Вейсбаха $dp_{тр} = \frac{\lambda_{\tau} \rho v^2 dx}{2D}$ и Ньютона $dQ = \frac{4\alpha_{\tau}(T - T_c)dt}{\rho D}$. Здесь λ_{τ} , α_{τ} — коэффициенты трения и теплоотдачи в стенке, T_c — температура стенки, D — внутренний диаметр трубы.

РАСЧЁТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДА

С применением предложенной схемы были выполнены тестовые расчёты движения и отражения волн в трубах с $D = 0,022-0,032$ м и длиной 1,5–3 м. Число ячеек по оси x составляет 25. В экспериментах волна испускалась с помощью специального одноциклового генератора импульсов (рис. 2). Датчики P_1 и P_2 записывали исходную и отражённую от открытого конца волны. Расчётные результаты

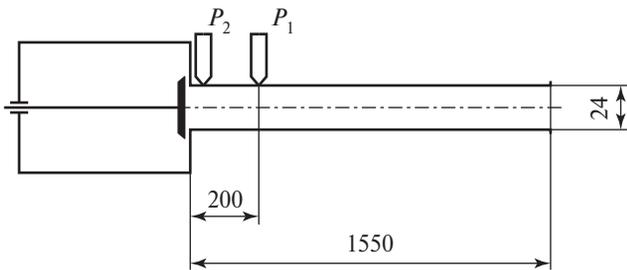


Рис. 2. Генератор импульсов.

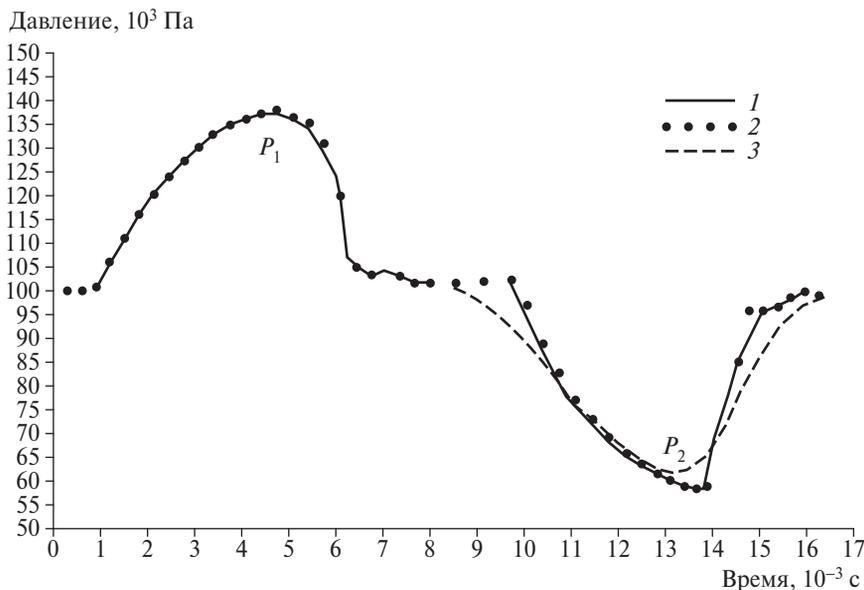


Рис. 3. Моделирование импульса: 1 — эксперимент, расчёты: 2 — методы характеристик с плавающей сеткой; 3 — метод распада разрыва.

даже при указанном небольшом числе ячеек хорошо согласуются с экспериментом и по форме, и амплитуде волн (рис. 3).

Были выполнены также сравнительные расчёты по известной схеме Массо [1, 2], которая базируется на системе дифференциальных уравнений, выражающих изменения инвариантов Римана $r^+ = \frac{2a}{\gamma - 1} + v$, $r^- = \frac{2a}{\gamma - 1} - v$ и удельной энтропии s вдоль характеристических линий C^+ , C^- и C^0 , задаваемых уравнениями

$$\frac{dx}{dt} = v + a, \quad \frac{dx}{dt} = v - a, \quad \frac{dx}{dt} = v.$$

Численная реализация схемы весьма трудоёмка, поскольку приходится проводить многократные сложные итерации по координатам и параметрам в каждом узле расчётной сетки, добиваясь одновременно пересечения в нём характеристик всех трёх семейств. В работе [6] представлена модификация метода, позволяющая выразить производные $\frac{\partial s}{\partial t}$ $\frac{\partial s}{\partial x}$ с помощью записи полной производной $d_l s = \frac{\partial s}{\partial t} d_l t + \frac{\partial s}{\partial x} d_l x$ по направлению l , соединяющему исходные узлы A и B расчётной ячейки. В результате после перехода к конечным разностям можно без итераций вести построение характеристик только C^+ - и C^- -семейств, но учитывать при этом

все особенности изменения газодинамических параметров, обусловленные трением и теплообменом.

Расчёты по схеме Массо [1, 2] и схеме из работы [6] также были выполнены с числом ячеек 25 по оси x . В обоих случаях формы отражённых от открытого конца трубы волн тоже полностью совпадали с экспериментальными.

Отметим, что благодаря отсутствию итераций во втором случае время вычислений сокращалось в 10–15 раз. Однако при хорошем согласовании с экспериментом по форме и фазе волн оба расчёта показали заметное нарушение законов сохранения. По массе и энергии ошибки достигали 4–6%, что для некоторых задач недопустимо.

Для сравнения на рис. 3 приведён также результат расчёта методом распада разрыва [4, 5, 12, 13] с тем же числом ячеек по оси x , который показал значительное искажение формы отражённого импульса, особенно его заднего фронта. По амплитуде ошибка составляла до 20%. С целью получения результата необходимой точности по форме импульса оказалось необходимым увеличивать число расчётных ячеек до 500 и более. При этом время вычислений увеличивается в 5–10 раз по сравнению с изложенной новой версией метода характеристик.

Таким образом, предложена новая полностью консервативная версия метода характеристик с плавающей сеткой, не требующая итераций на расчётном шаге и точно отражающая движение и конфигурацию волновых фронтов даже при построении грубой сетки. Результаты сравнительных расчётов, проведённых на базе известных и новой схем метода, показали преимущество последней, где обеспечивается выполнение законов сохранения при значительном сокращении времени счёта. Уменьшение продолжительности вычислений имеет важное значение при решении практических задач [10, 14, 15].

Указанное преимущество отмечается и по сравнению с методом распада разрыва, где для получения расчётной конфигурации волн, соответствующей реальной, требуется значительное увеличение густоты расчётной сетки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуков А.И. Применение метода характеристик к численному решению одномерных задач газовой динамики // Тр. Мат. ин-та им. Стеклова. 1960. В. 58. 149 с.
2. Березин А.С., Жидков И.П. Методы вычислений. М.: ГИФМЛ, 1962. Т. 2. 436 с.
3. Хоскин Н., Лембурн Б. Расчет общих одномерных нестационарных задач с помощью метода характеристик. В кн.: Численные методы в механике жидкостей. М.: Мир, 1973. С. 83–93.
4. Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений. М.: Наука, 1978. 688 с.
5. Бабкин А.В., Колпаков В.И., Охитин В.Н., Селиванов В.В. Численные методы в задачах физики взрыва и удара. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 516 с.
6. Гришин Ю.А. Версия метода характеристик с плавающей сеткой // Мат. моделирование. 2003. Т. 15. № 8. С. 3–8.
7. Гришин Ю.А. Анализ динамического наддува и повышение экономичности дизелей // Изв. вузов. Машиностроение. 2011. № 10. С. 46–51.
8. Гришин Ю.А., Бакулин В.Н., Зенкин В.А. Численное моделирование продувки впускных окон двухтактного двигателя // Вестн. Моск. авиац. ин-та. 2013. Т. 20. № 1. С. 79–87.
9. Grishin Y. Unsteady Flow Pulses Interaction with a Turbine. 28th CIMAC Congress. Helsinki, June 6–10, 2016. Helsinki, 2016. № 308. P. 1–11.
10. Гришин Ю.А., Зенкин В.А., Хмелев Р.Н. Граничные условия для численного расчета газообмена в поршневых двигателях // Инж.-физ. журн. 2017. Т. 90. № 4. С. 1–6.
11. Алалыкын Г.Б., Годунов С.К., Киреева И.Л. Решение одномерных задач газовой динамики в подвижных сетках. М.: Наука, 1970. 112 с.
12. Гришин Ю.А., Бакулин В.Н., Зенкин В.А. Распад произвольного разрыва и газодинамические функции нестационарного течения. Материалы XX Юбилейной Междунар. конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. ВМСППС'2017. 24–31 мая 2017 г. Алушта. М.: Изд-во МАИ, 2017. С. 426–428.
13. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
14. Grishin Y.A., Zenkin V.A., Bakulin V.N. Implicit Schemes of Method of Large Particles in Problems of Calculating Gas Dynamics. 17th International Conf. on the methods of aerophysical research. June 30 – July 6 2014. Novosibirsk, 2014. P. 76–78.
15. Гришин Ю.А., Бакулин В.Н. Новые расчетные схемы на базе метода крупных частиц для моделирования газодинамических задач // ДАН. 2015. Т. 465. № 5. С. 545–548.

**THE CONSERVATIVE VERSION OF A METHOD
OF THE CHARACTERISTICS WITH A FLOATING GRID
IN PROBLEMS OF GAS DYNAMICS**

Yu. A. Grishin, V. N. Bakulin

Presented by Academician of the RAS M. Ya. Marov September 13, 2018

Received September 19, 2018

Test calculations of the motion and reflection of individual waves in a long tube have been performed applying newly developed and known schemes with a floating grid. Waves in the corresponding experiment were formed using a specially designed single-cycle generator. The version presented is shown to have a significant advantage in calculation time over the discontinuity decay method, in which the computational grid density must be increased significantly to obtain the desired correspondence with the real wave pattern.

Keywords: method of characteristics with a floating grid, conservative version, single-cycle generator.

УДК 531

ОБ ОЦЕНКАХ СРЕДНЕЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПРЕЦЕССИИ ВОЛЧКА ЛАГРАНЖА

Г. М. Розенблат

Представлено академиком РАН В.Ф. Журавлёвым 21.09.2018 г.

Поступило 21.09.2018 г.

Получены гарантированные оценки снизу и сверху приращения угла прецессии за период по углу нутации при невырожденных движениях волчка Лагранжа для произвольных значений начальных условий и параметров тела.

Ключевые слова: волчок Лагранжа, прецессия, оценки.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852176-181>

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, волчком Лагранжа называется тяжёлое твёрдое тело с закреплённой точкой O , центром тяжести в точке G , имеющее динамическую ось симметрии, проходящую через линию OG . Иными словами, эллипсоид инерции тела, построенный для неподвижной точки O , является эллипсоидом вращения, а центр тяжести G тела лежит на оси вращения этого эллипсоида.

Движение тела определяется при помощи трёх углов Эйлера θ , ψ , φ : θ — угол нутации (угол, образуемый динамической осью симметрии тела с восходящей вертикалью в неподвижной точке); ψ — угол прецессии (угол, образуемый подвижной плоскостью, проходящей через ось динамической симметрии тела и восходящую вертикаль в неподвижной точке, и начальным положением этой плоскости); φ — угол собственного вращения твёрдого тела вокруг оси динамической симметрии.

Как известно, любое невырожденное движение такого волчка (вырожденные асимптотические движения были указаны Клейном и Зоммерфельдом в [1]) представляет собой T -периодическое изменение угла нутации $\theta(t)$ в некоторых пределах $\theta_2 \leq \theta(t) \leq \theta_3$. Величины T , θ_2 , θ_3 определяются начальными условиями задачи и значениями параметров тела, а сама функция $\theta(t)$ выражается через эллиптические функции.

Изменение угла прецессии $\psi(t)$ происходит таким образом, что его производная по времени $\dot{\psi}(t)$ является также T -периодической функцией времени и выражается через эллиптические интегралы 3-го рода. Поэтому для произвольного момента времени t , считая $\psi(0) = 0$, можно записать следующие равенства:

$$\begin{aligned}\psi(t) &= \int_0^t \dot{\psi}(s) ds = \int_0^{nT} \dot{\psi}(s) ds + \int_{nT}^t \dot{\psi}(s) ds = \\ &= \int_0^{nT} \dot{\psi}(s) ds + \int_0^{\tau} \dot{\psi}(s) ds = nT \hat{\psi} + \psi(\tau), \\ &\quad t = nT + \tau, \tau \in [0, T), \\ \hat{\psi} &= \frac{1}{T} \int_0^T \dot{\psi}(s) ds = \frac{\psi(T) - \psi(0)}{T} = \frac{\Delta\psi}{T}.\end{aligned}$$

Согласно приведённым соотношениям представляет интерес задача определения приращения $\Delta\psi = \psi(T) - \psi(0)$ угла $\psi(t)$ за указанный период времени T изменения угла нутации $\theta(t)$. Это эквивалентно определению средней (за период времени T) угловой скорости прецессии волчка.

В данной работе для произвольных значений начальных условий и параметров тела получены гарантированные оценки снизу и сверху приращения $\Delta\psi$, выраженные через вещественные корни кубического уравнения, коэффициенты которого определяются параметрами волчка и начальными условиями задачи.

Отметим, что ранее такого рода задача об оценках решалась при исследовании эффекта Магнуса для симметричного гироскопа в подвесе Кардана. В работе [2] были получены гарантированные оценки снизу и сверху для средней угловой скорости пре-

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского
Российской Академии наук, Москва
Московский автомобильно-дорожный
государственный технический университет (МАДИ)
E-mail: gr51@mail.ru

цессии внешней рамки подвеса такого гироскопа. Более подробное обсуждение этой задачи содержится в книге [3, с. 51].

1. ОБОЗНАЧЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЗАДАЧИ

Пусть $O\xi\eta\zeta$ — подвижная жёстко связанная с телом правая система координат, оси которой направлены вдоль главных осей инерции тела. Ось $O\xi$ направлена по оси динамической симметрии тела, проходит через центр тяжести G и ориентирована так, что $OG = \zeta_0 > 0$. Обозначим A, A, C — главные моменты инерции тела относительно соответственно осей $O\xi, O\eta, O\zeta$. Пусть $Oxuz$ — неподвижная правая система координат, ось Oz которой направлена по вертикали вверх, M — масса тела, g — ускорение силы тяжести, θ, ψ, φ — углы Эйлера (см. введение), ω — вектор угловой скорости тела.

Имеют место следующие первые интегралы движения:

1) интеграл энергии

$$A(\omega_\xi^2 + \omega_\eta^2) + C\omega_\zeta^2 + 2Mg\zeta_0 \cos\theta = h = \text{const};$$

2) интеграл момента количества движения относительно оси Oz

$$A \sin\theta(\omega_\xi \sin\varphi + \omega_\eta \cos\varphi) + C\omega_\zeta \cos\theta = K = \text{const};$$

3) интеграл момента количества движения относительно оси $O\xi$

$$C\omega_\zeta = \text{const} \leftrightarrow \omega_\zeta = \text{const}.$$

Константы h, K, ω_ζ первых интегралов определяются начальными условиями задачи.

Вводим следующие параметры:

$$\alpha = (h - C\omega_\zeta^2)/A, \quad \beta = K/A, \quad a = 2Mg\zeta_0/A, \\ b = C/A, \quad u_4 = K/(C\omega_\zeta).$$

Отметим, что параметры a, b , определяемые формой и массовыми характеристиками твёрдого тела, должны удовлетворять условиям физической реализуемости $0 \leq a \leq a_0, 0 \leq b \leq 2$, где a_0 находится из условия Яхьи [4]. В данном случае это условие таково:

$$a_0 = g\sqrt{2M(2-b)/A}.$$

Из приведённых интегралов и кинематических уравнений Эйлера получим следующие дифференциальные соотношения для трёх углов Эйлера θ, ψ, φ :

$$\dot{u}^2 = af(u), \quad \dot{\psi} = b\omega_\zeta \frac{u_4 - u}{1 - u^2}, \quad \dot{\varphi} = \omega_\zeta - u\dot{\psi}, \\ af(u) = (\alpha - au)(1 - u^2) - b^2\omega_\zeta^2(u_4 - u)^2, \quad (1)$$

$$u = \cos\theta \in (-1, 1).$$

Пусть $u_0 = \cos\theta_0, \theta_0 = \theta(0) \in (0, \pi)$ — начальное условие задачи. Тогда кубический полином $f(u)$ в правой части первого уравнения системы (1) обладает свойствами: $f(\pm 1) < 0, f(u_0) > 0, f(+\infty) > 0$ и уравнение $f(u) = 0$ имеет вещественные корни u_1, u_2, u_3 , которые удовлетворяют неравенствам

$$-1 < u_3 \leq u_0 \leq u_2 < 1 < u_1 < +\infty, \\ f(u) > 0 \text{ при } u \in (u_3, u_2), u \in (u_1, +\infty). \quad (2)$$

Из первого уравнения (1) и неравенств (2) следует, что функция $\theta(t) = \arccos u(t)$ изменяется периодическим образом в пределах от $\theta_3 = \arccos u_3$ до $\theta_2 = \arccos u_2$ и находится путём интегрирования дифференциального уравнения первого порядка вида

$$\frac{du}{\sqrt{a(u_1 - u)(u_2 - u)(u - u_3)}} = \pm dt, \quad u \in [u_3, u_2]. \quad (3)$$

В уравнении (3) знак “+” соответствует проходу функции $u(t)$ от меньшего значения u_3 до большего значения u_2 , а знак “-” соответствует обратному проходу функции $u(t)$ от значения u_2 до значения u_3 . Ясно, что по времени эти проходы равны между собой, а полный период функций $u(t)$ и $\theta(t)$ таков:

$$T = 2 \int_{u_3}^{u_2} \frac{du}{\sqrt{a(u_1 - u)(u_2 - u)(u - u_3)}}. \quad (4)$$

Решая уравнение (3) и подставляя результат во второе и третье уравнения системы (1), найдём законы изменения функций $\psi(t), \varphi(t)$.

2. ПОСТАНОВКА И ОБСУЖДЕНИЕ ЗАДАЧИ

В работе рассматривается задача об оценках снизу и сверху приращения $\Delta\psi$ угла прецессии $\psi(t)$ на интервале времени, равном периоду T из формулы (4), т.е. на интервале времени, соответствующем одному полному колебанию угла нутации $\theta(t)$ волчка. Согласно второму уравнению системы (1) эта величина определяется из следующего соотношения:

$$\Delta\psi = b\omega_\zeta \int_0^T \frac{u_4 - u(t)}{1 - u^2(t)} dt. \quad (5)$$

Соотношение (5) можно переписать в следующем виде:

$$\Delta\psi = \frac{b\omega_\zeta}{2} \left[(1 + u_4) \int_0^T \frac{dt}{1 + u(t)} - (1 - u_4) \int_0^T \frac{dt}{1 - u(t)} \right]. \quad (6)$$

Отметим, что ранее функция $\psi(t)$ находилась при помощи квадратур из второго уравнения системы (1) и выражалась через эллиптические интегралы 3-го рода [5, 6]. Соответственно, для получения конкретных оценок приращения этой функции за какой-либо промежуток времени требовались дополнительные исследования эллиптических интегралов. В частности, используя эти формулы, сложно аналитически определить знак рассматриваемой величины $\Delta\psi$ в зависимости от начальных условий.

Адамаром (см. [7]) было дано краткое доказательство того факта, что знак $\Delta\psi$ совпадает со знаком ω_ζ . Для этого были использованы методы контурного интегрирования из теории функций комплексного переменного (теорема Коши и теория вычетов). Более подробно результат Адамара был изложен в известной книге [8]. Качественное объяснение этого факта, использующее теорему об изменении кинетического момента, излагалось, например, в книгах [9, 10].

Полученные в данной работе оценки позволяют, в частности, несложно обосновать результат Адамара о совпадении знака $\Delta\psi$ со знаком ω_ζ в некоторых случаях. Кроме того, в настоящей работе показано, что существуют и такие случаи, когда имеет место противоположный факт, т.е. знак $\Delta\psi$ не совпадает со знаком ω_ζ .

3. ФОРМУЛИРОВКА И ОБОСНОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для интегралов из (6), используя соотношение (3), получим

$$I_1 = \int_0^T \frac{dt}{1+u(t)} = \int_0^{T/2} \frac{dt}{1+u(t)} + \int_{T/2}^T \frac{dt}{1+u(t)} = 2 \int_{u_3}^{u_2} \frac{du}{(1+u)\sqrt{af(u)}}, \tag{7}$$

$$I_2 = \int_0^T \frac{dt}{1-u(t)} = \int_0^{T/2} \frac{dt}{1-u(t)} + \int_{T/2}^T \frac{dt}{1-u(t)} = 2 \int_{u_3}^{u_2} \frac{du}{(1-u)\sqrt{af(u)}}. \tag{8}$$

В (7) и (8) функция $f(u)$ даётся формулой

$$f(u) = (u_1 - u)(u_2 - u)(u - u_3), \quad u \in [u_3, u_2], \tag{9}$$

где u_1, u_2, u_3 — произвольные вещественные числа, удовлетворяющие неравенствам (2).

Делаем в интегралах из (7) и (8) замену переменной $u \rightarrow \gamma$:

$$u = 0,5(u_2 + u_3) + 0,5(u_2 - u_3)\sin \gamma, \quad \gamma \in [-0,5\pi, 0,5\pi]. \tag{10}$$

Тогда, используя (9), получим

$$I_1 = \frac{2}{\sqrt{a}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\gamma}{(1+u)\sqrt{u_1-u}}, \tag{11}$$

$$I_2 = \frac{2}{\sqrt{a}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\gamma}{(1-u)\sqrt{u_1-u}}.$$

В (11) функция $u = u(\gamma)$ даётся выражением из (10). Таким образом, (6) принимает следующий вид:

$$\Delta\psi = \alpha_0 \left[(1+u_4) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\gamma}{(1+u)\sqrt{u_1-u}} - (1-u_4) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\gamma}{(1-u)\sqrt{u_1-u}} \right], \quad \alpha_0 = \frac{b\omega_\zeta}{\sqrt{a}}. \tag{12}$$

В (12) функция $u = u(\gamma)$ также даётся выражением из (10). При $\gamma \in [-0,5\pi, 0,5\pi]$ из (10) имеем $u_3 \leq u(\gamma) \leq u_2$. В (12) необходимо заменить параметр $u_4 = K/(C\omega_\zeta)$ функцией от величин u_1, u_2, u_3 , которую находим из следующего соотношения (см. [8]):

$$\left(\frac{1-u_4}{1+u_4} \right)^2 = \mu, \quad \mu = \lambda_1\lambda_2\lambda_3, \tag{13}$$

$$\lambda_1 = \frac{u_1-1}{u_1+1} > 0, \quad \lambda_2 = \frac{1-u_2}{1+u_2} > 0,$$

$$\lambda_3 = \frac{1-u_3}{1+u_3} > 0.$$

Из уравнения (13) находим два возможных значения u_4

$$u_{41} = (1 - \sqrt{\mu})/(1 + \sqrt{\mu}), \quad u_{42} = 1/u_{41}. \tag{14}$$

Далее несложно показать, что при любых u_1, u_2, u_3 , удовлетворяющих неравенствам (2), выполнены включения:

$$\begin{aligned} &\text{если } u_2 + u_3 > 0, \text{ то } \lambda_0 = \lambda_2\lambda_3 \in (0, 1), \\ &u_{41} \in (u_5, 1); u_{42} \in (1, 1/u_5), u_1 \in (1, +\infty); \\ &\text{если } u_2 + u_3 < 0, \text{ то } \lambda_0 = \lambda_2\lambda_3 \in (1, +\infty), \\ &u_{41} \in (u_5, 1), u_1 \in (1, +\infty); u_{42} \in (1, +\infty), \\ &u_1 \in (1, u_6); u_{42} \in (1/u_5, -1), u_1 \in (u_6, +\infty); \\ &u_5 = (1 - \sqrt{\lambda_0})/(1 + \sqrt{\lambda_0}) \in (u_3, u_2); \\ &u_6 = (\lambda_0 + 1)/(\lambda_0 - 1). \end{aligned} \tag{15}$$

Соотношение (13) получается из условия тождественности кубических многочленов

$$(\alpha - au)(1 - u^2) - b^2\omega_\zeta^2(u_4 - u)^2 = a(u - u_1)(u - u_2)(u - u_3) = af(u),$$

где надо приравнять коэффициенты при одинаковых степенях u . Подробности изложены в книге [8] и здесь опускаются.

Соотношения (12)–(15) с учётом замены (10) являются основными для получения оценок сверху и снизу величины $\Delta\psi$. Ясно, что эти оценки существенно зависят от значений параметра u_4 . Поэтому сформулируем лемму, определяющую все возможные значения параметра u_4 через значения корней u_1, u_2, u_3 .

Лемма. Для произвольных значений корней u_1, u_2, u_3 , удовлетворяющих неравенствам (2), возможные значения параметра u_4 , определяемого из (13), могут находиться в следующих четырёх областях:

- 1) $u_4 = u_{41} \in (u_5, 1), u_1 \in (1, +\infty)$;
- 2) $u_4 = u_{42} \in (1, 1/u_5), u_2 + u_3 > 0, u_1 \in (1, +\infty)$;
- 3) $u_4 = u_{42} \in (1, +\infty), u_2 + u_3 < 0, u_1 \in (1, u_6)$;
- 4) $u_4 = u_{42} \in (-\infty, 1/u_5), u_2 + u_3 < 0, u_1 \in (u_6, +\infty)$.

Здесь u_{41}, u_{42}, u_5, u_6 определены в (13)–(15), причём $u_5 \in (u_3, u_2)$.

Доказательство леммы осуществляется непосредственной проверкой.

Замечание 1. В области 1) параметр u_4 удовлетворяет неравенствам $-1 < u_3 < u_5 < u_4 < 1$, в областях 2) и 3) — неравенству $u_4 > 1$, а в области 4) — неравенствам $-\infty < u_4 < 1/u_5 < -1$. Отсюда, в частности, следует, что $u_4 \neq u_3$.

Замечание 2. Из приведённой леммы следует, что параметр u_4 не может находиться в следующих интервалах:

- 1) $u_4 \notin (-\infty, 1/u_5), u_4 \notin (-1, u_5) (\lambda_0 > 1)$;
- 2) $u_4 \notin (-\infty, u_5), u_4 \notin (1/u_5, +\infty) (\lambda_0 < 1)$.

Теперь сформулируем и докажем теорему об оценках снизу и сверху для величины $\Delta\psi$ из (12). Сначала вычислим интегралы

$$S_1 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\gamma}{1+u(\gamma)}, \quad S_2 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\gamma}{1-u(\gamma)}, \quad (16)$$

где $u(\gamma)$ даётся формулой (10). Для этого воспользуемся неопределённым табличным интегралом

$$\int \frac{d\gamma}{m - n \sin \gamma} = \frac{2}{m\sqrt{1-\lambda^2}} \operatorname{arctg} \left[\frac{\operatorname{tg}(0,5\gamma) - \lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} \right],$$

$$\lambda = \frac{n}{m}, \quad |\lambda| < 1. \quad (17)$$

Тогда для интегралов из (16), используя (17), получим выражения

$$S_1 = \frac{\pi}{\sqrt{(1+u_2)(1+u_3)}}, \quad S_2 = \frac{\pi}{\sqrt{(1-u_2)(1-u_3)}}. \quad (18)$$

Справедлива следующая теорема об оценках величины $\Delta\psi$.

Теорема.

1. В области 1) имеют место оценки

$$\alpha_0 \left(S_1 \frac{1+u_{41}}{\sqrt{u_1-u_3}} - S_2 \frac{1-u_{41}}{\sqrt{u_1-u_2}} \right) < \Delta\psi < \alpha_0 \left(S_1 \frac{1+u_{41}}{\sqrt{u_1-u_2}} - S_2 \frac{1-u_{41}}{\sqrt{u_1-u_3}} \right). \quad (19)$$

2. В областях 2) и 3) имеют место оценки

$$\alpha_0 \frac{1}{\sqrt{u_1-u_3}} [(1+u_{42})S_1 + (-1+u_{42})S_2] < \Delta\psi < \alpha_0 \frac{1}{\sqrt{u_1-u_2}} [(1+u_{42})S_1 + (-1+u_{42})S_2]. \quad (20)$$

3. В области 4) имеют место оценки

$$-\frac{\alpha_0}{\sqrt{u_1-u_2}} [(-1-u_{42})S_1 + (1-u_{42})S_2] < \Delta\psi < -\frac{\alpha_0}{\sqrt{u_1-u_3}} [(-1-u_{42})S_1 + (1-u_{42})S_2]. \quad (21)$$

В формулах (19)–(21) параметр α_0 определён вторым из равенств (12), величины S_1, S_2 — из (18), u_{41}, u_{42} — из (13), (14).

Доказательство теоремы следует непосредственно из формул (12)–(16), (18) и очевидных неравенств

$$\frac{1}{\sqrt{u_1-u_3}} \leq \frac{1}{\sqrt{u_1-u}} \leq \frac{1}{\sqrt{u_1-u_2}} \quad \text{при } u_3 \leq u \leq u_2 < 1 < u_1.$$

Следствие 1. Для п. 1 теоремы выпишем более подробные формулы оценок, используя соотношения (13)–(15) для параметра u_4 и формулы (18) для интегралов S_1, S_2 . Приведём окончательные результаты, опуская промежуточные алгебраические выкладки:

$$\Delta\psi > 2\pi\alpha_0 \frac{\sqrt{(u_1+1)(u_1-u_2)} - \sqrt{(u_1-1)(u_1-u_3)}}{\sqrt{(u_1-u_2)(u_1-u_3)} \left[\sqrt{(u_1+1)(1+u_2)(1+u_3)} + \sqrt{(u_1-1)(1-u_2)(1-u_3)} \right]}, \quad (22)$$

$$\Delta\psi < 2\pi\alpha_0 \frac{\sqrt{(u_1+1)(u_1-u_3)} - \sqrt{(u_1-1)(u_1-u_2)}}{\sqrt{(u_1-u_2)(u_1-u_3)} \left[\sqrt{(u_1+1)(1+u_2)(1+u_3)} + \sqrt{(u_1-1)(1-u_2)(1-u_3)} \right]}. \quad (23)$$

В (22) и (23) параметр α_0 определён вторым из равенств (12), т.е. знак α_0 определяется знаком ω_ζ . Тогда, используя неравенства

$$0 < \sqrt{(u_1+1)(u_1-u_2)} - \sqrt{(u_1-1)(u_1-u_3)} < \sqrt{(u_1+1)(u_1-u_3)} - \sqrt{(u_1-1)(u_1-u_2)},$$

из (22) и (23) получаем результат Адамара [7]: знак приращения угла прецессии за период совпадает со знаком ω_ζ (см. также книгу [8, с. 223]).

Аналогичные выражения могут быть выписаны для п. 2, п. 3 теоремы.

Следствие 2. В п. 3 теоремы знак приращения угла прецессии за период не совпадает со знаком ω_ζ . Действительно, из (21) и неравенства $u_4 = u_{42} < -1$, справедливого для этого пункта, следует, что квадратные скобки в неравенствах (21) положительны, а это означает противоположность знаков $\Delta\psi$ и ω_ζ .

Неравенство $u_4 = K/(C\omega_\zeta) < -1$ для п. 3 теоремы может быть соблюдено при любом ω_ζ за счёт выбора соответствующего K (константа интеграла кинетического момента тела относительно вертикальной оси Oz). Таким образом, установлено, что в некоторых случаях приращение угла прецессии за период может иметь знак и противоположный знаку ω_ζ за счёт выбора соответствующих начальных условий для других компонент вектора ω , т.е. величин $\omega_\zeta(0)$, $\omega_\eta(0)$. Подробно это обосновано в Приложении.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе для произвольных невырожденных движений волчка Лагранжа получены следующие результаты.

Даны простые формулы для гарантированных оценок снизу и сверху средней угловой скорости прецессии, не использующие эллиптические функции и методы теории функций комплексного переменного. Эти оценки выражены через вещественные корни кубического уравнения, коэффициенты которого определяются параметрами волчка и начальными условиями задачи.

Из полученных оценок следует известный результат Адамара о совпадении (в некоторых случаях) знаков средней угловой скорости прецессии и проекции угловой скорости волчка на ось динамической симметрии.

Указаны случаи, когда совпадение знаков средней угловой скорости прецессии и проекции угловой

скорости волчка на ось динамической симметрии не имеет места.

Приложение. Найдём такие начальные условия волчка Лагранжа, при которых проекция его угловой скорости на ось динамической симметрии положительна $\omega_\zeta > 0$, а угловая скорость его прецессии отрицательна $\dot{\psi}(t) < 0$. Это, как показывает соотношение $\dot{\psi} = b\omega_\zeta(u_4 - u)/(1 - u^2)$, заведомо выполнено, если $u_4 = \beta/(b\omega_\zeta) = K/(C\omega_\zeta) < -1$.

Зададимся некоторыми числами u_1, u_2, u_3 , удовлетворяющими неравенствам

$$-1 < u_3 \leq u_0 \leq u_2 < 1 < u_1 < +\infty, \quad u_2 + u_3 < 0. \quad (24)$$

В (24) $u_0 = \cos\theta_0$ — начальное условие задачи. Для того чтобы эти три числа являлись вещественными корнями кубического уравнения $f(u) = 0$, где $f(u)$ определено четвёртым из равенств (1), необходимо и достаточно выполнения следующих трёх соотношений:

$$\begin{aligned} a(u_1 + u_2 + u_3) &= \alpha + k, \\ a(u_1u_2 + u_1u_3 + u_2u_3) &= 2u_4k - a, \\ au_1u_2u_3 &= -\alpha + ku_4^2, \quad k = b^2\omega_\zeta^2 > 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Далее полагаем $u_0 = u_2 = 0 \rightarrow \cos\theta_0 = 0 \rightarrow \theta_0 = \pi/2$. Напомним обозначения в данном случае:

$$\begin{aligned} a &= 2Mg\zeta_0/A \quad (\zeta_0 > 0), \quad b = C/A, \\ \beta &= K/A = \dot{\psi} \sin^2\theta + b\omega_\zeta \cos\theta = \dot{\psi}(0), \\ u_4 &= \beta/(b\omega_\zeta) = \dot{\psi}(0)/(b\omega_\zeta), \\ \omega_\zeta &= \dot{\psi}(0)\cos\theta_0 + \dot{\phi}(0) = \dot{\phi}(0) > 0, \\ \alpha &= (h - C\omega_\zeta^2)/A = \omega_\xi^2(0) + \omega_\eta^2(0) + a\cos\theta_0 = \\ &= \dot{\psi}^2(0) + \dot{\theta}^2(0). \end{aligned} \quad (26)$$

Тогда система (25) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} a(u_1 + u_3) &= \dot{\psi}^2(0) + \dot{\theta}^2(0) + k, \\ au_1u_3 &= 2u_4k - a, \\ 0 &= -[\dot{\psi}^2(0) + \dot{\theta}^2(0)] + ku_4^2, \\ k &= b^2\omega_\zeta^2 = b^2\dot{\phi}^2(0) > 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Из третьего уравнения системы (27) получим

$$\dot{\psi}^2(0) + \dot{\theta}^2(0) = ku_4^2. \quad (28)$$

Подставляя (28) в первое уравнение системы (27), получим систему двух уравнений

$$a(u_1 + u_3) = ku_4^2 + k, \quad au_1u_3 = 2u_4k - a. \quad (29)$$

Нам надо решить систему (29) относительно двух неизвестных u_4, k , причём должны удовлетворяться следующие условия:

$$-\infty < u_4 < -1, k > 0, -1 < u_3 < 0, 1 < u_1 < +\infty. \quad (30)$$

Исключая в (29) k , получим квадратное уравнение

$$u_4^2 - 2u_4\sigma + 1 = 0, \quad \sigma = (u_1 + u_3)/(1 + u_1u_3). \quad (31)$$

Решения уравнения (31) таковы:

$$u_{42} = \frac{u_1 + u_3 + \sqrt{(u_1^2 - 1)(1 - u_3^2)}}{1 + u_1u_3}, \quad u_{41} = \frac{1}{u_{42}}. \quad (32)$$

Будем выбирать параметры u_1, u_3 так, что $u_1 > -1/u_3 > 1, u_3 \in (-1, 0)$. Отсюда следует $1 + u_1u_3 < 0$. Тогда несложно установить, что корень u_{42} , даваемый первым из равенств (32), удовлетворяет неравенству $u_{42} < -1$. Далее из первого уравнения системы (29) находим k по формуле

$$k = a(u_1 + u_3)/(1 + u_{42}^2) > 0. \quad (33)$$

Из последнего уравнения системы (27) находим $\dot{\phi}(0)$ по формуле

$$\dot{\phi}(0) = \sqrt{k}/b > 0, \quad (34)$$

где k даётся формулой (33). Далее из 4-го соотношения системы обозначений (26), используя (34), находим

$$\dot{\psi}(0) = u_{42}b\omega_\zeta = u_{42}b\dot{\phi}(0) = u_{42}\sqrt{k} < 0. \quad (35)$$

Подставляя формулу (35) в соотношение (28), получим $\dot{\theta}(0) = 0$.

Таким образом, мы нашли начальные условия для волчка Лагранжа, при которых проекция угловой скорости на ось его динамической симметрии положительна $\omega_\zeta = \dot{\phi}(0) > 0$, а угловая скорость прецессии отрицательна в силу неравенства

$$\dot{\psi} = b\omega_\zeta(u_{42} - u)/(1 - u^2) < 0,$$

которое заведомо выполнено при $u_{42} < -1, u \in (-1, 1), \omega_\zeta > 0$.

Аналогично производится выбор нужных начальных условий в случае, когда $u_2 \neq 0$ и (или) $u_0 \neq 0$, но только должны быть выполнены неравенства (24).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Klein F., Sommerfeld A. *Über die Theorie des Kreisels*. N.Y.: Johnson, 1965. 966 S.
2. Журавлев В.Ф. К вопросу об оценках эффекта Магнуса // ДАН. 1976. Т. 226. № 3. С. 541–543.
3. Журавлев В.Ф., Розенблат Г.М. Парадоксы, контр-примеры и ошибки в механике. Вступ. сл. Д.М. Климова. М.: Ленанд, 2017. 240 с.
4. Yehia H.M. On the Relation Between the First and Second Moments of Distributions // J. Phys. A. Math. and General. 2002. V. 35. № 30. P. 6505–8.
5. Giovanni Mingari Scarpello, Daniele Ritelli. Motions about a Fixed Point by Hypergeometric Functions: New Non-Complex Analytical Solutions and Integration of the Herpolhode // Celest. Mech. Dyn. Astr. 2018. V. 130. P. 42. <https://doi.org/10.1007/s10569-018-9837-5>
6. Архангельский Ю.А. Аналитическая динамика твердого тела. М.: Наука, 1977. 328 с.
7. Hadamard J. Sur la Precession dans le Movement D'un Corps Pesant de Revolution Fixe Par un Point de Son Axe // Bull. Sci. Math. 1895. V. 19. P. 228–230.
8. Мак-Миллан В.Д. Динамика твердого тела. М.; Л.: Изд-во иностр. лит., 1951. 468 с.
9. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики: Учебник. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГУ, 2000. 719 с.
10. Валле Пуссен Ш.Ж. Лекции по теоретической механике. М.: Изд-во иностр. лит., 1949. Т. 2. 327 с.

ESTIMATES OF THE AVERAGE ANGULAR VELOCITY OF THE PRECESSION OF LAGRANGE'S TOP

G. M. Rozenblat

Presented by Academician of the RAS V.F. Zhuravlev September 21, 2018

Received September 21, 2018

Guaranteed upper and lower estimates of the increment in the precession angle per nutation angle period under nondegenerate motions of a Lagrange top have been obtained in the article.

Keywords: Lagrange top, precession, estimates.

УДК 546.100.02.3:547.15/17

СИНТЕЗ ИЗОТОПНО-МОДИФИЦИРОВАННЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ДОФАМИНА, СЕРОТОНИНА И ДОКСОРУБИЦИНА С Вос-Pro И Вос-[²H]Pro

В. П. Шевченко*, Л. А. Андреева, И. Ю. Нагаев,
академик РАН Н. Ф. Мясоедов

Поступило 04.10.2018 г.

Впервые синтезировали Вос-Pro-Dox, Вос-Pro-DOPA, Вос-Pro-Srt и Pro-Dox, Pro-DOPA, Pro-Srt, а также Вос-[²H]Pro-Dox, Вос-[²H]Pro-DOPA, Вос-[²H]Pro-Srt и [²H]Pro-Dox, [²H]Pro-DOPA, [²H]Pro-Srt. Для получения дейтерированных соединений наиболее перспективно использовать Вос-[²H]Pro. Гидрирование Вос-ΔPro в этилацетате на палладиевом катализаторе позволяет ввести в 1,6–1,65 раза больше дейтерия, чем при гидрировании ненасыщенного пролина, связанного с серотонином, и в 3 раза больше, чем при гидрировании ненасыщенного пролина, связанного с дофамином. Из-за неустойчивости доксорубицина в условиях восстановления ненасыщенного пролина его конденсация с Вос-[²H]Pro является единственной возможностью для получения Вос-[²H]Pro-Dox. Масс-спектрометрическими методами определили содержание изотопомеров в дейтерированных продуктах.

Ключевые слова: синтез, пролинпроизводные дофамина, серотонина, доксорубицина, дейтерий.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852182-185>

Проблема разработки дизайна получения меченых изотопами водорода биологически активных соединений всегда является важной для их синтеза [1–3]. Как правило, для этих целей используются ненасыщенные предшественники и оптимизируются условия гидрирования. В случае использования изотопов водорода при гидрировании двойных связей важно, чтобы вещество растворялось в апротонном растворителе (меньшее разбавление подвижными протонами дейтерия или трития), а также желательно, чтобы введение дейтерия или трития происходило на стадии как можно ближе к конечной. С этой точки зрения интересно изучить введение дейтерия или трития в соединения, которые нерастворимы или малорастворимы в апротонных растворителях. Такая ситуация возникает при работе с производными дофамина (DOPA), серотонина (Srt) и доксорубицина (Dox). Известно, что использование DOPA, Srt и Dox в экспериментах *in vivo* имеет ряд негативных последствий, связанных с их деградацией и токсичностью. Улучшить эту ситуацию можно, получая производные этих соединений [4]. В результате образуются соединения, более устойчивые к действию ферментов, которые, обладая большей липофильностью, могут преодолевать гематоэнцефалический барьер и проникать в головной мозг живых организмов при интраназальном введении. В работе [4] в качестве защитной

группы с этой целью использовали Z-защиту. Естественно, в качестве защитной группы можно использовать и другие группы, например Вос-защиту. Исследование этой возможности составило предмет настоящего сообщения.

Для определения, какая из этих двух защитных групп более важна для экспериментов *in vivo*, мы воспользовались программой, разработанной в работах [5, 6]. Использование этой программы позволило оценить, какие из соединений будут иметь большую вероятность проникать из кровотока в головной мозг. Другими словами, эта программа позволила рассчитать отношение $AUC_{\text{мозг}}/AUC_{\text{кровь}}$ (табл. 1).

Как видно из данных таблицы, соединения с Вос-защитой имеют преимущество перед соединениями с Z-защитой для преодоления гематоэнцефалического барьера. Таким образом, можно ожидать, что однотипные соединения с Вос-защитой более перспективны.

Таблица 1. Расчётные данные по распределению производных Dox, DOPA и серотонина между кровью и тканями мозга

Соединение	$AUC_{\text{мозг}}/AUC_{\text{кровь}}$
Вос-Pro-DOPA	0,129
Вос-Pro-Dox	0,025
Вос-Pro-Srt	0,120
Z-Pro-DOPA	0,089
Z-Pro-Dox	0,018
Z-Pro-Srt	0,081

Институт молекулярной генетики
Российской Академии наук, Москва

*E-mail: nagaev@img.ras.ru

Цель настоящей работы — получение производных дофамина, серотонина и доксорубина, содержащих Вос-Pro и Вос-[²H]Pro.

Используемые в работе катализаторы, реагенты и растворители — коммерческие препараты. Исходные соединения и продукты реакций охарактеризованы с использованием метода высокоэффективной жидкостной хроматографии (ВЭЖХ) и масс-спектрометрии. Масс-спектрометрические данные получали на приборе LCQ Advantage MAX (“Thermo Electron Corp.”, США) с ионизацией электрораспылением, прямым вводом раствора образца с концентрацией 10 мкг/мл в 0,1%-й уксусной кислоте и дальнейшей фрагментацией молекулярного пика в анализаторе методом ионных соударений при 35 эВ. Синтез проводили по методикам [7, 8].

Исследование эффективности разных подходов для получения производных дофамина, серотонина и доксорубина с пролином и [²H]пролином проводили с использованием серотонина. Для получения производного серотонина с пролином (Pro-Srt) в качестве пролинового компонента выбрали Вос-Pro. Конденсацию проводили традиционным методом с использованием дициклогексилкарбодиимида (ДЦГК). В раствор 33,3 мг (0,15 ммоль) Вос-Pro, 21,5 мг (0,16 ммоль) 1-оксibenзтриазола, 35 мг (0,17 ммоль) ДЦГК в 2 мл диметилформамида (DMF) и 150 мкл триэтиламина (Et₃N) вносили 30 мг (0,14 ммоль) HCl · Srt. Реакцию проводили в течение 12–17 ч, DMF удаляли лиофилизацией. Анализ реакционной смеси проводили на колонке ProntoSIL-120-5-C18 AQ DB-2003 (“Bishcoff Chromatography”, Германия, размер 2,0 × 75 мм, диаметр частиц 5 мкм), в системе А (0,1% CH₃COOH), в системе В (метанол), градиент В — от 30 до 100% за 12,5 мин, скорость подачи элюента — 0,2 мл/мин. Время удерживания Вос-Pro-Srt — 5,06 мин.

Вос-Pro-Srt выделяли твёрдофазной экстракцией на патроне Диапак С16 (“Гранат”, Россия). Вещество экстрагировали с носителя водным метанолом с 0,05% уксусной кислоты, постепенно увеличивая содержание метанола от 20 до 100% (на 1 г фазы рекомендуется наносить не более 5 мг реакционной смеси). Препаративную хроматографию проводили на колонке Reprosil pur C18aq (“Dr. Maisch GmbH”, Германия, размер 20 × 150 мм, диаметр частиц 10 мкм), в системе 50% метанол + 0,05% уксусной кислоты, скорость подачи элюента — 20 мл/мин, длина волны 280 нм. Выход Вос-Pro-Srt был в пределах 75–80%.

Для введения дейтерия использовали Вос-ΔPro, который хорошо растворим в этилацетате. Гидри-

рование Вос-ΔPro проводили в этом апротонном растворителе. Включение дейтерия в Вос-ΔPro (50 мг) при использовании этилацетата (0,4 мл) и 5% PdO/BaSO₄ (20 мг) достигало 1,94 среднего содержания атомов дейтерия на молекулу пролина. Реакцию вели 1,5–2 ч с газообразным дейтерием под давлением 400 гПа. Содержание изотопомеров, образовавшихся в пролине, представлено в табл. 2.

Конденсацию Вос-ΔPro и Вос-[²H]Pro с серотином проводили по методике, приведённой выше, с той разницей, что реагентов брали в 4 раза меньше при том же соотношении и порядке смешивания. Выходы Вос-ΔPro-Srt и Вос-[²H]Pro-Srt не отличались от выхода Вос-Pro-Srt.

Для получения Вос-[²H]Pro-Srt раствор Вос-ΔPro-Srt (1 мг) в 0,4 мл метанола или DMF обрабатывали газообразным дейтерием в присутствии 5 мг 5% PdO/BaSO₄ в течение 2 ч. Среднее содержание атомов дейтерия в молекуле Вос-[²H]Pro-Srt при использовании метанола было около 1,18; DMF — 1,00.

Защитную группу с Вос-Pro-Srt и Вос-[²H]Pro-Srt снимали в течение 30 мин после растворения соединений в смеси хлороформа с трифторуксусной кислотой (ТФУ) (1:1). ВЭЖХ проводили на колонке ProntoSIL-120-5-C18 AQ DB-2003 (размер 2,0 × 75 мм, диаметр частиц 5 мкм), в системе А — 0,1% CH₃COOH, В — метанол, градиент В от 0 до 50% за 12,5 мин, скорость подачи элюента — 0,2 мл/мин. Время удерживания Pro-Srt 5,93 мин.

С помощью масс-спектрометрического анализа мы обнаружили, что не только количество дейтерия, но и соотношение изотопомеров изменилось при

Таблица 2. Содержание изотопомеров в пролине при разной последовательности введения дейтерия и обработки дейтерированных соединений

Атомов ² H	Содержание изотопомера в гидрированном пролине, %				
	EtOAc*	[² H]Pro**	ТФУ***	CH ₃ OH****	DMF*****
0	7,2	7,2	11,0	20,7	32,4
1	21,3	22,8	23,7	43,6	40,7
2	46,0	46,4	42,5	31,0	22,3
3	22,5	21,5	20,4	3,7	3,8
4	3,2	1,9	2,2	0,4	0,8
5	0,2	0,4	0,2	—	—

Примечание. * содержание изотопомеров в пролине при гидрировании Вос-ΔPro в этилацетате; ** после реакции Вос-[²H]Pro с серотином; *** после удаления защиты [²H]Pro-Srt; **** содержание изотопомеров в пролине при гидрировании Вос-ΔPro-Srt в метаноле; ***** содержание изотопомеров в пролине при гидрировании Вос-ΔPro-Srt в DMF.

гидрировании Δ Pro в составе Вос- Δ Pro и Вос- Δ Pro-Srt (табл. 2).

Как видно из данных табл. 2, содержание дейтерия в Вос- $^{[2]H}$ Pro-Srt и $^{[2]H}$ Pro-Srt при использовании Вос- $^{[2]H}$ Pro по сравнению с исходным его содержанием в Вос- $^{[2]H}$ Pro изменилось незначительно, примерно на 0,1 атома дейтерия. При этом основными изотопомерами были изотопомер с двумя атомами дейтерия и примерно равное количество изотопомеров с одним и тремя атомами дейтерия. При введении дейтерия гидрированием Вос- Δ Pro-Srt жидкофазным методом основным изотопомером стал изотопомер с одним атомом дейтерия. Содержание этого изотопомера в 11–12 раз превосходило содержание изотопомера с тремя атомами дейтерия.

Таким образом, если включение метки является критическим для проведения биологических тестов, то нужно использовать Вос- $^{[2]H}$ Pro, а если достаточно включения менее одного атома изотопа водорода, то лучше провести полный синтез искомого соединения с использованием Δ Pro и ввести изотоп водорода на последней стадии.

Конденсацию DOPA и Dox с Вос-Pro, Вос- $^{[2]H}$ Pro и Вос- Δ Pro проводили аналогично получению соответствующих производных с Srt. Анализ этих соединений, полученных в условиях, при которых синтезированы соответствующие соединения с Srt, показал, что время удерживания Вос- $^{[2]H}$ Pro-DOPA и Вос- $^{[2]H}$ Pro-Dox составляло 4,69 и 9,38 мин соответственно. После снятия Вос-защиты и ВЭЖХ получили $^{[2]H}$ Pro-Dox и $^{[2]H}$ Pro-DOPA (табл. 3).

Таблица 3. Синтез Вос- $^{[2]H}$ Pro-Dox, Вос- $^{[2]H}$ Pro-DOPA, Вос- $^{[2]H}$ Pro-Srt и $^{[2]H}$ Pro-Dox, $^{[2]H}$ Pro-DOPA, $^{[2]H}$ Pro-Srt

Условия реакции	Анализ и идентификация продуктов
0,22 ммоль Вос- $^{[2]H}$ Pro, 0,22 ммоль 1-оксибензтриазола, 0,25 ммоль ДЦГК, 150 мкл Et ₃ N в 0,72 мл DMF. Аликвоты 262, 360 мкл и 98 мкл смешивали с Dox (0,08 ммоль), DOPA (0,11 ммоль), серотонином (0,03 ммоль). Реакцию вели 12 ч, DMF удаляли лиофилизацией. Реакционные смеси очищали твёрдофазной экстракцией на Диапак С16. Защиту снимали ТФУ. Вещества выделяли с помощью ВЭЖХ. Выходы препаратов были в пределах 65–80%	Колонка ProntoSIL-120-5-C18 AQ DB-2003, 2,0 × 75 мм; 5,0 мкм, система А — 0,1% CH ₃ COOH, В — метанол, градиент — от 30 до 100% В или от 0 до 50% В в течение 12,5 мин

Каталитическое дейтерирование Вос- Δ Pro-DOPA и Вос- Δ Pro-Dox проводили аналогично дейтерированию Вос- Δ Pro-Srt (растворитель метанол, катализатор 5% PdO/BaSO₄).

При этом оказалось, что дофамин эту процедуру выдерживал, в то время как выход соединения, содержащего Dox, стал неудовлетворительным. Среднее содержание атомов дейтерия на молекуле пролина в Вос- $^{[2]H}$ Pro-DOPA и Вос- $^{[2]H}$ Pro-Dox при использовании метанола и 5% PdO/BaSO₄ (время реакции 1 ч) — 0,62 и 1,89 соответственно. Соотношение изотопомеров при гидрировании Вос- Δ Pro-DOPA и Вос- Δ Pro-Dox оказалось разным (табл. 4).

Таким образом, можно сделать вывод, что включение дейтерия в Вос- Δ Pro-Srt, Вос- Δ Pro-DOPA и Вос- Δ Pro-Dox происходило с разной скоростью. Чем быстрее включалась метка, тем меньше сказывалось влияние растворителя, содержащего подвижные протоны. Быстрее всего дейтерий включался при гидрировании Вос- Δ Pro-Dox, и если бы исходное вещество сохранялось в этих условиях, то можно было ввести метку в конечный продукт гидрированием соответствующего ненасыщенного предшественника. Медленнее всего включение дейтерия происходило при гидрировании Вос- Δ Pro-DOPA. Это, по-видимому, явилось причиной того, что содержание атомов дейтерия в этом соединении примерно в 3 раза меньше, чем при гидрировании Вос- Δ Pro-Dox. Как видно из данных табл. 2 и 4, изотопомеров с большим содержанием дейтерия в Вос- $^{[2]H}$ Pro-Dox было больше, чем в Вос- $^{[2]H}$ Pro-Srt и в Вос- $^{[2]H}$ Pro-DOPA.

После снятия Вос-защиты с Вос- $^{[2]H}$ Pro-DOPA, как и в случае аналогичной реакции с Вос- $^{[2]H}$ Pro-Srt, соотношение изотопомеров изменилось незначительно.

Таблица 4. Содержание изотопомеров в пролине при гидрировании Δ Pro в Вос- Δ Pro-DOPA и Вос- Δ Pro-Dox и после снятия защиты.

Атомов 2H	Содержание изотопомера в гидрированном пролине, %		
	DOPA*	Dox**	DOPA***
0	52,5	12,4	53,0
1	35,0	25,0	32,9
2	11,1	38,9	12,5
3	1,3	18,2	0,8
4	0,3	8,0	0,3

Примечание. * образование изотопомеров при гидрировании Вос- Δ Pro-DOPA; ** образование изотопомеров при гидрировании Вос- Δ Pro-Dox; *** состав изотопомеров после снятия защитной группы с Вос- $^{[2]H}$ Pro-DOPA.

Таким образом, использование Δ Pro для введения изотопа водорода не всегда возможно на конечной стадии синтеза.

Наше исследование показало, что лучше вводить изотопы водорода в Boc- Δ Pro и только затем проводить конденсацию с биологически активными аминами. Эта схема также удобна при получении меченых соединений, которые кроме пролина должны содержать другие аминокислотные остатки. В этом случае после снятия защитной группы с пролина можно связать атом азота в пролине с необходимым фрагментом.

Источники финансирования. Работу проводили при поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН “Фундаментальные исследования для разработки биомедицинских технологий” и гранта РФФИ КОМФИ 17–00–00104 “Пептид-липидная регуляция рецепторного взаимодействия и активности генов, влияющих на метаболические пути”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шевченко В.П., Нагаев И.Ю., Мясоедов Н.Ф. Меченные тритием липофильные соединения. М.: Наука, 2003. 246 с.
2. Voges R., Heys J.R., Moenius Th. Preparation of Compounds Labeled with Tritium and Carbon-14. Chichester: Wiley, 2009. P. 664.
3. Shevchenko V.P., Nagaev I.Yu., Myasoedov N.F. // J. Label. Comp. Radiopharm. 2010. V. 53. № 11/12. P. 693–703.
4. Huang S., Fang R., Xu J., Qiu Sh., Zhang H., Du J., Cai Sh. // J. Drug Targeting. 2011. V. 19. № 7. P. 487–496.
5. Радченко Е.В., Карпов П.В., Соснин С.Б., Дябина А.С., Соснина Е.А., Палюлин В.А., Зефиров Н.С. // XX Менделеевский съезд по общей и прикладной химии. 26–30 сентября 2016 г. Екатеринбург, 2016. С. 432.
6. Дябина А.С., Радченко Е.В., Палюлин В.А., Зефиров Н.С. // ДАН. 2016. Т. 470. № 6. С. 720–723.
7. Гринштейн Дж., Виниц М. Химия аминокислот и пептидов. М.: Мир, 1965. 826 с.
8. Гершкович А.А., Кибирев В.К. Химический синтез пептидов. Киев: Наук. думка, 1992. 360 с.

**SYNTHESIS OF ISOTOPICALLY MODIFIED DERIVATIVES
OF DOPAMINE, SEROTONIN AND DOXORUBICINE
WITH Boc-Pro AND Boc-[²H]Pro**

V. P. Shevchenko, L. A. Andreeva, I. Yu. Nagaev, Academician of the RAS N. F. Myasoedov

Received October 4, 2018

The synthesis of Boc-Pro-Dox, Boc-Pro-DOPA, Boc-Pro-Srt, Pro-Dox, Pro-DOPA, and Pro-Srt, as well as Boc-[²H]Pro-Dox, Boc-[²H]Pro-DOPA, Boc-[²H]Pro-Srt and [²H]Pro-Dox, [²H]Pro-DOPA, and [²H]Pro-Srt were performed for the first time. It was established that Boc-[²H]Pro is the most promising for obtaining deuterated compounds. It was shown that hydrogenation of Boc- Δ Pro in ethyl acetate on a palladium catalyst allows 1.6–1.65 times more deuterium to be introduced than for hydrogenation of an unsaturated proline bound to serotonin and three times more than hydrogenating an unsaturated proline bound to dopamine. Due to the instability of doxorubicin under the conditions of the reduction of unsaturated proline, its condensation with Boc-[²H]Pro is the only possibility for obtaining Boc-[²H]Pro-Dox. Mass spectrometric methods determined the content of isotopomers in deuterated products.

Keywords: synthesis, proline derivatives of dopamine, serotonin, doxorubicin, deuterium.

УДК 669+541.451-154:539.27

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ
МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ОКСИДНО-ФТОРИДНЫХ РАСПЛАВОВБ. Р. Гельчинский^{1,*}, Э. В. Дюльдина², В. Н. Селиванов²,
академик РАН Л. И. Леонтьев¹

Поступило 22.08.2018 г.

Основываясь на экспериментальных данных о плотности, в приближении модели ионной связи впервые осуществлено молекулярно-динамическое моделирование многокомпонентных оксидно-фторидных расплавов: $\text{SiO}_2\text{—CaO—Al}_2\text{O}_3\text{—MgO—CaF}_2\text{—Na}_2\text{O—K}_2\text{O—FeO}$. Результаты сопоставлены с литературными экспериментальными и расчётными данными. Полученная модель свидетельствует о слабой температурной зависимости структуры исследуемого расплава. Выявлена повышенная диффузионная подвижность ионов фтора, а также ионов щелочных металлов по сравнению с другими элементами. Показано, что компьютерная модель позволяет получить адекватную информацию о структуре расплава определённого химического состава, а также достаточно реалистичную картину атомной структуры шлакового расплава, которая по основным параметрам хорошо согласуется с данными дифракционного эксперимента.

Ключевые слова: оксидно-фторидные расплавы, многокомпонентные, структура, свойства, компьютерное моделирование.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852186-189>

Исследование многокомпонентных оксидных и оксидно-фторидных расплавов методами компьютерного моделирования представляет значительный интерес как для более глубокого понимания фундаментальных основ строения и свойств этих сложных систем, так и для более эффективного их использования в процессе подбора рационального шлакового режима в металлургических технологиях в виде шлакообразующих смесей (ШОС). Для разработки более эффективных ШОС необходимо знать фундаментальные закономерности, определяющие их физико-химические и технологические свойства. Такую информацию могут дать микроскопическая теория расплавов и современные методы компьютерного моделирования.

В данной работе впервые проведено молекулярно-динамическое моделирование расплава многокомпонентной оксидно-фторидной системы $\text{CaO—SiO}_2\text{—Al}_2\text{O}_3\text{—MgO—Na}_2\text{O—K}_2\text{O—CaF}_2\text{—FeO}$, соответствующей составу промышленной ШОС (в мас. %: SiO_2 35,35; CaO 30,79; Al_2O_3 8,58; MgO 1,26; CaF_2 13,73; Na_2O 7,57; K_2O 0,88; FeO 1,82). С учётом этих концентраций проведён пересчёт состава на моль-

ные доли и вычислено соответствующее число ионов в модели для каждого компонента.

По результатам моделирования определена структура субкристаллических группировок атомов, присутствующих в расплаве при температуре начала затвердевания. Проведено обсуждение результатов моделирования и их сопоставление с литературными данными.

Моделирование 8-компонентного оксидно-фторидного расплава размером 2003 иона в основном кубе (длина ребра 31,01 Å) с периодическими граничными условиями провели при экспериментально определённой температуре начала затвердевания (1257 К) и при фиксированном объёме. Кулоновское взаимодействие учитывали методом Эвальда—Хансена (см. [1]). Шаг по времени равнялся $0,05t_0$, где t_0 — внутренняя единица времени, $t_0 = 7,608 \cdot 10^{-14}$ с.

Для получения зависимостей средних квадратов смещения частиц от времени просчитывали 50 000–60 000 шагов. Плотность расплава ($3,04 \text{ г/см}^3$) принимали на основании собственных экспериментальных данных [2].

Потенциалы межчастичного взаимодействия были выбраны в форме Борна—Майера

$$u_{ij}(r) = Z_i Z_j \frac{e^2}{r} + B_{ij} \exp\left(\frac{-r}{\rho_{ij}}\right) + \frac{C_{ij}}{r^6},$$

¹ Институт металлургии Уральского отделения Российской Академии наук, Екатеринбург

² Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова

*E-mail: brg47@list.ru

где r — расстояние между центрами ионов; Z_i — заряд i -го иона в единицах элементарного заряда e ; B_{ij} и r_{ij} — параметры отталкивания ионных оболочек частиц i и j ; C_{ij} — параметры эффективного диполь-дипольного взаимодействия.

Заряды ионов приняли следующими: 4,00 для Si; -2,00 для O; 3,00 для Al; 2,00 для Ca, Mg и Fe; 1,00 для Na и K; -1,00 для F. Параметры B_{ij} для различных пар ионов одинакового знака, кроме пар O—O, приняли равными нулю, поскольку эти пары из-за кулоновского отталкивания находятся на большом расстоянии. Для пары O—O значение B_{ij} взяли из работы [3]. Остальные параметры B_{ij} приведены в обзоре [1]. Все коэффициенты $\rho_{ij} = 0,29 \text{ \AA}$ [1].

Основными структурными характеристиками некристаллических многокомпонентных систем являются парциальные парные корреляционные функции (ППКФ) $g_{ij}(r)$, описывающие вероятность обнаружения пары частиц сортов i и j на расстоянии r . Они нормированы так, что при $r \rightarrow \infty$ все $g_{ij}(r) \rightarrow 1$. Эти функции непосредственно рассчитываются в методе молекулярной динамики. Базовую информацию о структуре моделируемого расплава дают ППКФ для пар Si—O и Al—O, показанные на рис. 1. Они имеют чёткий и высокий пик в интервале радиуса от 1,4 до 2,0 \AA , за которым находится широкая область нулевого значения функции. Это свидетельствует о том, что каждый ион Si^{4+} и Al^{3+} окружён притянутыми к ним ионами O^{2-} , образующими своеобразную оболочку. Такие группировки ионов участвуют в структурообразовании расплава как самостоятельные структурные единицы.

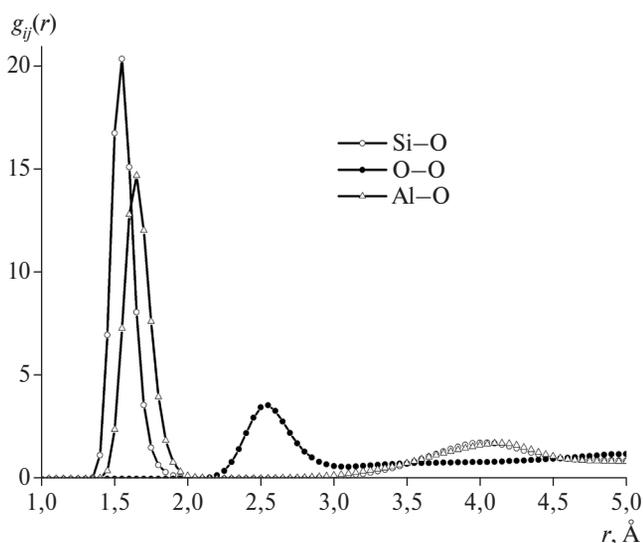


Рис. 1. Парциальные парные корреляционные функции для пар Si—O, Al—O и O—O.

Координаты пиков указывают среднее расстояние между центральными ионами Si^{4+} и Al^{3+} и кислородным окружением, составляющее 1,55 и 1,65 \AA соответственно. Значение 1,55 \AA близко к расстоянию Si—O в природных силикатах, равному 1,6 \AA . Количество ионов O^{2-} , окружающих ионы Si^{4+} и Al^{3+} (так называемое координационное число Z), находится интегрированием ППКФ по ширине пика. Для пиков ППКФ Si^{4+} и Al^{3+} численное интегрирование даёт величину Z , равную 3,75 и 3,23 соответственно. Эти значения близки к 4, т.е. ионы Si^{4+} и Al^{3+} окружены обычно четырьмя ионами O^{2-} и в расплаве присутствуют кремне- и алюмокислородные тетраэдры. Средние размеры тетраэдров (расстояние между центрами ионов кислорода в тетраэдре) определяются по положению максимума ППКФ для пары O—O, составляющему 2,55 \AA (см. рис. 1).

Небольшое отличие координационного числа для кремния 3,75, полученного по результатам моделирования, от значения 4, вероятно, связано с тем, что в некоторых кремнекислородных тетраэдрах ионы O^{2-} замещены практически равновеликими ионами F^{1-} . Более значительное отличие от 4 координационного числа пары Al—O, несомненно, связано с тем, что в алюмосиликатах алюминий находится не только в тетраэдрах, но и вне их, выполняя роль связки, аналогично, например, ионам кальция.

Тип анионных группировок, образовавшихся в моделируемой системе, можно определить по параметрам ППКФ пар Si—Si, Si—Al и Al—Al. На кривых, представленных на рис. 2, имеется по одному пику ППКФ, соответствующему двум ближайшим

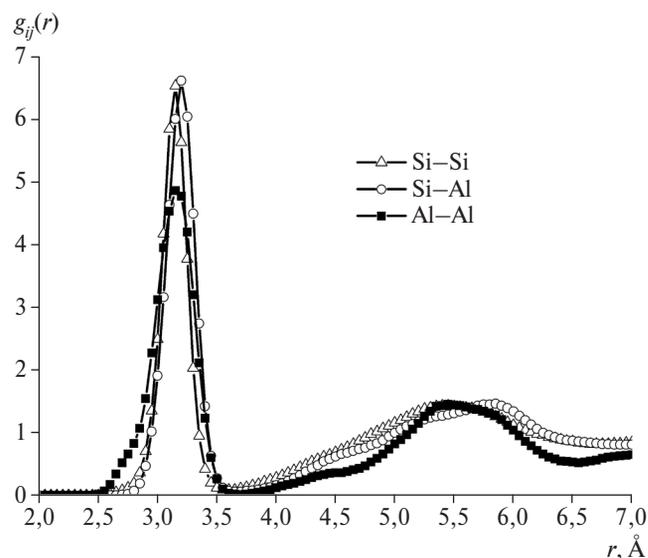


Рис. 2. Парциальные парные корреляционные функции для пар Si—Si, Al—Al и Si—Al.

атомам каждой пары, а также по одному локальному максимуму, соответствующему расположению двух более удалённых атомов пары. Расстояние между двумя ближайшими атомами пар Si–Si, Al–Al и Si–Al в среднем составляет 3,10–3,15 Å, что равно удвоенному расстоянию между ионами этих элементов и кислорода в тетраэдрах. Следовательно, два соседних тетраэдра кремния и алюминия имеют один общий ион кислорода. Расстояние между вторыми максимумами кривых ППРФ рассматриваемых пар атомов составляет 5,5–5,7 Å, что равно удвоенной длине ребра тетраэдров. Следовательно, эти тетраэдры соединены в цепочки, близкие к цепочкам природного минерала волластонита. Цепочечная структура группировок, состоящих из кремне- и алюмокислородных тетраэдров, подтверждается тем, что координационное число для всех пар Si–Si, Al–Al и Si–Al близко к двум. Следует отметить, что положение и высота пиков ППРФ для ряда оксидов, дающих основной вклад в интегральную ПКФ, например SiO₂, CaO, Al₂O₃, MgO, Na₂O, хорошо согласуются с данными дифракционного эксперимента для соответствующих расплавов [4]. Нами определена диффузионная подвижность частиц в модели, которая оказалась очень малой, что затрудняет их количественную оценку. Более или менее надёжные данные для коэффициента самодиффузии можно получить только для ионов натрия ($1,1 \cdot 10^{-5}$ см²/с) и фтора ($2,3 \cdot 10^{-5}$ см²/с), в меньшей степени — для ионов калия, для которых наблюдаются заметные перемещения частиц в МД-прогоне.

Из теории шлаков известно [5–8], что структура расплавов на основе силикатов и алюмосиликатов кальция и магния определяется тем, как кремнекислородные тетраэдры соединены в полимерные анионы. При этом полагают, что при небольших перегревах над температурой ликвидуса в шлаковых расплавах всех силикатных систем в зависимости от отношения O : Si возникают различные субкристаллические анионные группировки, состоящие из кремнекислородных тетраэдров (изолированных и сдвоенных, колец, цепочек, лент, сеток и трёхмерных каркасов), аналогичные природным минералам и во многом определяющие свойства расплава. Эти положения теории хорошо подтверждают данные визуализации ионной структуры, полученные нами по результатам компьютерного моделирования. На рис. 3 представлен фрагмент системы Si–O–Al в форме шаров. На рисунке стрелками показаны примеры отдельных тетраэдров, состоящих из атома Si или атома Al и четырёх атомов кислорода (стрелка 1), тетраэдрические цепочки (стрелка 2),

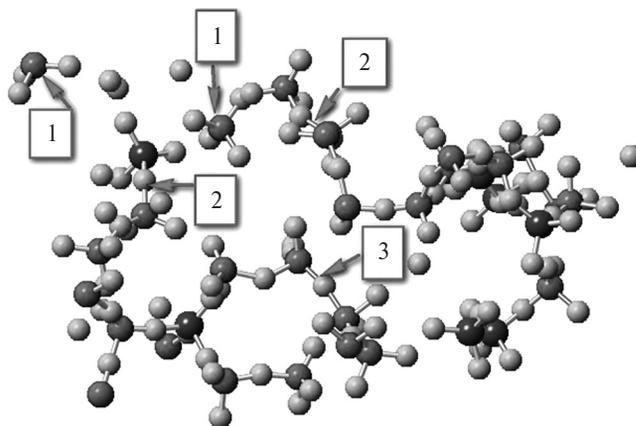


Рис. 3. Фрагмент системы Si–O–Al, где Si — красный, O — голубой и Al — синий шары. Стрелки указывают одиночные тетраэдры (1), цепочки тетраэдров (2) и кольцо из тетраэдров (3).

в которых два соседних тетраэдра кремния и алюминия имеют один общий ион кислорода. Стрелкой 3 отмечено тетраэдрическое кольцо. Используемая нами система визуализации позволяет выявлять в модели тетраэдрические структуры. На рис. 4 представлен тот же фрагмент модели, что на рис. 3, но уже в форме тетраэдров. Здесь отдельные тетраэдры, цепочки и кольцо также отмечены стрелками 1, 2, 3 соответственно.

В заключение следует отметить, что в работе впервые проведено молекулярно-динамическое моделирование 8-компонентного оксидофторидного расплава при температуре ликвидуса. Показано, что компьютерная модель позволяет получить достаточно реалистичную картину атомной структуры указанного расплава, которая по основным параметрам хорошо согласуется с данными дифракционного эксперимента и позволяет получить адекватно

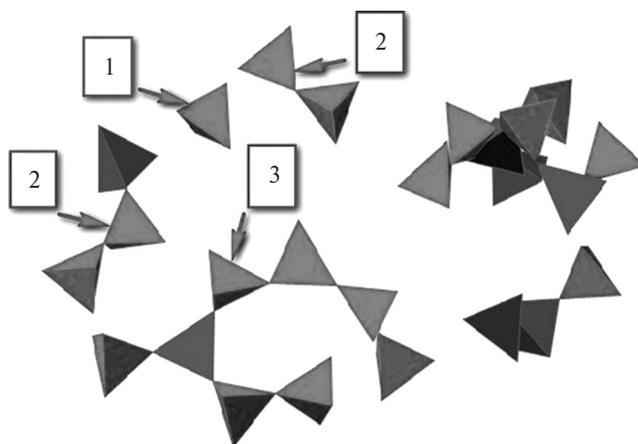


Рис. 4. Фрагмент системы Si–O–Al, где Si–O-тетраэдры — красные и Al–O-тетраэдры — синие. Стрелки указывают одиночные тетраэдры (1), цепочки тетраэдров (2) и кольцо из тетраэдров (3).

ватную информацию о структуре исследованного расплава определённого химического состава.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белащенко Д.К.* Компьютерное моделирование жидких и аморфных веществ. М.: МИСИС, 2005. 408 с.
2. *Дюльдина Э.В., Селиванов В.Н., Лозовский Е.П., Истомин С.А., Рябов В.В., Ченцов В.П.* Физико-химические свойства расплавов шлакообразующих смесей, используемых при непрерывной разливке стали // *Расплавы*. 2009. № 6. С. 3–10.
3. *Белащенко Д.К., Сапожникова С.Ю.* Компьютерное исследование структуры, термодинамических свойств и механизма переноса ионов в криолит-глиноземных расплавах // *ЖФХ*. 1997. Т. 71. № 6. С. 1036–1040.
4. *Пастухов Э.А., Ватолин Н.А., Лисин В.Л. и др.* Дифракционные исследования строения высокотемпературных расплавов. Екатеринбург: УрО РАН, 2003. 355 с.
5. *Есин О.А., Гельд П.В.* Физическая химия пирометаллургических процессов. Ч. 2. М.: Metallurgy, 1966. 702 с.
6. *Masson C.R., Smith I.B., Whiteway S.G.* Activities and Ionic Distribution in Liquid Silicates: Application of Polymer Theory // *Can J. Chem.* 1970. V. 48. P. 1456–1464.
7. *Gaskell D.R.* Activities and Free Energies of Mixing in Binary Silicate Melts // *Met. Trans.* 1977. V. 8B. № 1. P. 131–145.
8. *Новиков В.К.* Развитие полимерной модели силикатных расплавов // *Расплавы*. 1987. Т. 1. В. 6. С. 21–33.

COMPUTER SIMULATION OF THE STRUCTURE OF MULTICOMPONENT OXIDE-FLUORIDE MELTS

B. R. Gelchinski, E. V. Dyul'dina, V. N. Selivanov, Academician of the RAS L. I. Leontiev

Received August 22, 2018

Based on the experimental data on the density, the molecular dynamics simulation of multicomponent oxide-fluoride melts was first carried out in the ionic bond model approximation: $\text{SiO}_2\text{--CaO--Al}_2\text{O}_3\text{--MgO--CaF}_2\text{--Na}_2\text{O--K}_2\text{O--FeO}$. The results are discussed and compared with the experimental and calculated data. An increased diffusion mobility of fluorine ions as well as ions of alkali metals in comparison with other elements has been revealed. It is shown that the computer model allows obtaining adequate information about the structure of the melt of a certain chemical composition, as well as a fairly realistic picture of the atomic structure of the slag melt, which, according to the main parameters, agrees well with the data of the diffraction experiment.

Keywords: oxide-fluoride melts, multicomponent, structure, properties, computer simulation.

УДК 621.762:621.777

САМОРАСПРОСТРАНЯЮЩИЙСЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫЙ СИНТЕЗ
КОМПОЗИТОВ ZrB_2-V_4C С ДИСПЕРСНОЙ ФАЗОЙ
В ВИДЕ ПУСТОТЕЛЫХ ОБОЛОЧЕК

В. А. Щербаков*, А. Н. Грядунов, член-корреспондент РАН М. И. Алымов

Поступило 19.10.2018 г.

Представлены результаты исследования формирования микроструктуры керамических композитов ZrB_2-V_4C , полученных методом СВС-прессования. Показано, что в ходе экзотермического взаимодействия в смеси порошков Zr, V и C формируется равновесный продукт СВС, содержащий ZrB_2 в качестве дисперсной фазы и V_4C в качестве керамической связки. Изучено влияние содержания керамической связки (V_4C) на формирование микроструктуры СВС-композитов.

Ключевые слова: керамические композиты, ZrB_2-V_4C , СВС-прессование, механизм формирования микроструктуры.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852190-193>

Керамические композиты ZrB_2-V_4C обладают уникальным комплексом физико-механических характеристик, сочетающим низкую плотность, высокую тугоплавкость, термостойкость, твёрдость и прочность [1–4]. Они представляют интерес для изготовления лёгкой керамической брони, режущего инструмента, элементов радиационной защиты, износостойких деталей, работающих в агрессивных средах при высоких температурах.

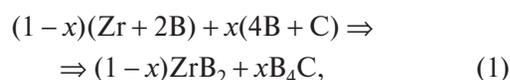
Эффективным способом получения композитов является метод СВС-прессования, в котором в одну технологическую стадию осуществляют самораспространяющийся высокотемпературный синтез (СВС) и консолидацию горячих продуктов [5]. При этом необходимо, чтобы в результате экзотермического синтеза получились композиты с однородной и мелкодисперсной структурой. Накопленный в этой области опыт показал, что физико-механические характеристики СВС-композитов в значительной степени зависят от теплового режима прессования и особенностей формирования микроструктуры целевого продукта.

При получении методом СВС-прессования металллокерамических композитов на основе систем TiC–Me (Me – порошки Ni, Co, Fe, Cu, Ti) в ходе экзотермического синтеза формируются плотные частицы тугоплавких соединений [6–9]. Образование таких частиц объясняется действием меха-

низма “капиллярного растекания” [10], согласно которому взаимодействие титана и сажи начинается после плавления частиц титана и растекания расплава по поверхности частиц сажи. Этот механизм взаимодействия в теории СВС распространяется на гетерогенные системы, в волне горения которых происходит плавление легкоплавкого металлического реагента.

В настоящей работе при исследовании закономерностей формирования микроструктуры керамических СВС-композитов V_4C-ZrB_2 было впервые обнаружено, что при экзотермическом взаимодействии в гетерогенной системе Zr–C–V формируются частицы ZrB_2 в виде пустотелых оболочек. Важно отметить, что механизм “капиллярного растекания” не позволяет объяснить формирование такой структуры.

СВС-композиты получали по следующей схеме:



где x – массовая доля ($4V + C$) в реакционной смеси.

Подготовку образцов для экспериментов, экзотермический синтез и консолидацию композитов осуществляли по методике, описанной в [5]. Микроструктуру композитов изучали с помощью автоэмиссионного сканирующего электронного микроскопа сверхвысокого разрешения Zeiss Ultra plus на базе Ultra 55, Германия (Zeiss Ultra plus Field Emission Scanning Electron Microscope) с одновременным химическим анализом с помощью энергодисперсионной спектроскопии.

*Институт структурной макрокинетики
и проблем материаловедения им. А. Г. Мерджанова
Российской Академии наук, Черноголовка Московской обл.
E-mail: vladimir@ism.ac.ru

Микроструктуры композитов ZrB_2-xB_4C , содержащие 5 и 20 мас.% керамической связки, представлены на рис. 1. Видно, что они имеют качественно разный вид. При содержании связки B_4C 5 мас.% дисперсная фаза ZrB_2 сформировалась в виде плотных частиц размером 10–20 мкм (рис. 1а), а при содержании B_4C 20 мас.% — в виде пустотелых оболочек (рис. 1б). Диаметр пустотелых оболочек соответствует размеру исходных частиц Zr . Минимальный диаметр пустотелых оболочек составляет 3–4 мкм, а толщина оболочки — 1–2 мкм. Важно отметить, что при консолидации синтезированного композита под действием внешней нагрузки пустотелые оболочки не разрушились и сохранили форму, образовавшуюся при экзотермическом взаимодействии исходных частиц циркония с бором. Это указывает на то, что прочность пустотелых оболочек превышает давление горячего прессования.

Для объяснения полученных результатов рассмотрим механизм формирования микроструктуры СВС-композитов, в котором будем учитывать обра-

зование на поверхности металлических частиц слоя тугоплавкого продукта, состоящего из частиц ZrB_2 (рис. 2, 3). Элементарная ячейка исходного образца схематично представлена в виде частицы циркония сферической формы, окружённой пористым слоем, состоящим из сферических частиц бора и сажи. Диаметр металлической частицы значительно превышает диаметр неметаллических частиц, что отражает соотношение размера исходных частиц реагентов в гетерогенной смеси.

В зависимости от соотношения скорости нагрева металлической частицы до температуры плавления и скорости образования слоя тугоплавкого продукта возможны два механизма формирования микроструктуры конечного продукта. Первый механизм реализуется при высокой скорости нагрева, когда металлические частицы плавятся до образования слоя тугоплавкого продукта.

Взаимодействие металлического расплава с бором протекало бы по механизму “капиллярного растекания”, если бы прочность пористого слоя

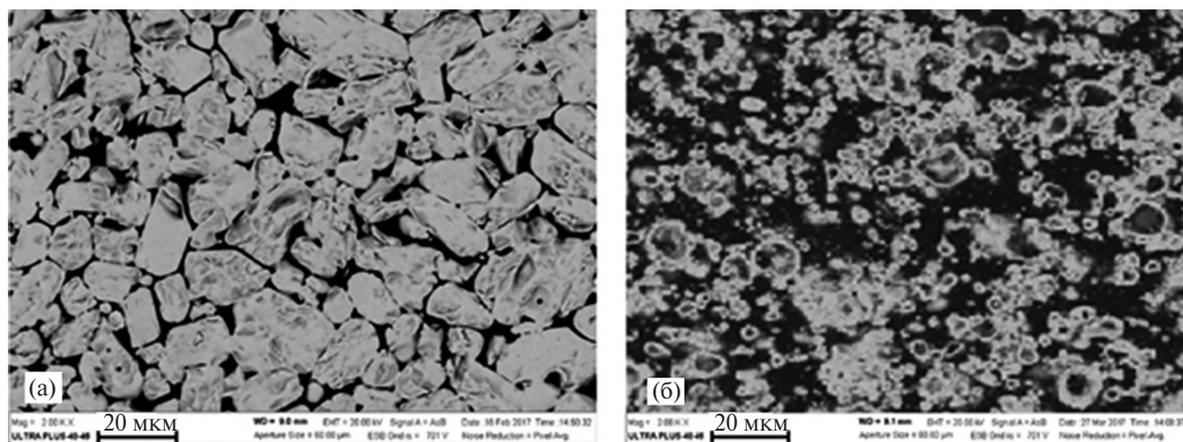


Рис. 1. Микроструктура СВС-композитов ZrB_2-5B_4C (а) и ZrB_2-20B_4C (б) (ZrB_2 — светлая, B_4C — тёмная фаза).

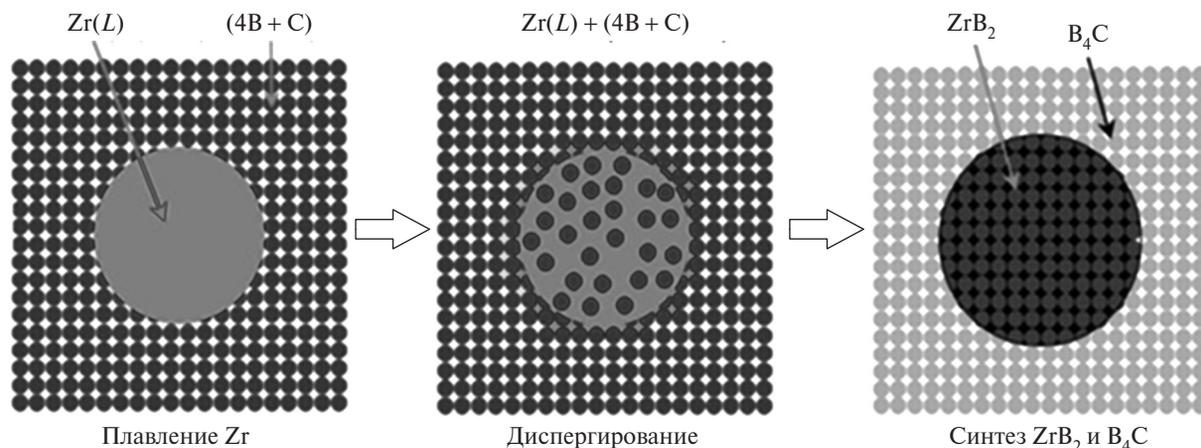


Рис. 2. Схема формирования микроструктуры композитов ZrB_2-B_4C при диспергировании прилегающего слоя из частиц бора и сажи в металлическом расплаве.

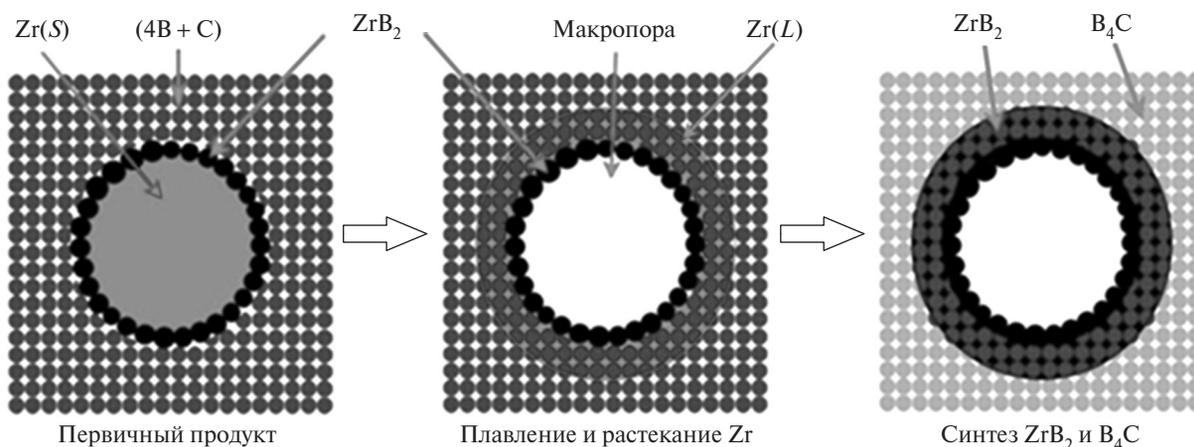


Рис. 3. Схема формирования микроструктуры композитов B_4C-ZrB_2 при образовании слоя первичного продукта на поверхности металлических частиц.

превышала капиллярное давление [11]. При смачивании поверхности частиц бора и сажи расплавом возникает капиллярная сила, под действием которой пористый слой разрушается (диспергирует) на отдельные частицы (рис. 2, стадия диспергирования). В результате частицы бора и сажи втягиваются в металлический расплав, в котором происходит их растворение и формирование плотных частиц ZrB_2 (рис. 2, стадия синтеза).

Второй механизм реализуется при низкой скорости нагрева, когда на поверхности твёрдых металлических частиц образуются слои первичного тугоплавкого продукта ZrB_2 (рис. 3, первичный продукт). Важно отметить, что образовавшийся слой тугоплавкого продукта не является сплошным, а состоит из мелких (меньше 1 мкм) частиц ZrB_2 , которые соединены между собой в точках контакта.

Затем происходит плавление непрореагировавшего ядра частицы циркония. Образовавшийся расплав по открытым порам между первичными тугоплавкими частицами вытекает на наружную поверхность, образуя пустотелые оболочки (рис. 3, плавление и растекание). На завершающей стадии происходит растворение бора в цирконии с образованием тугоплавкого продукта ZrB_2 (рис. 3, синтез).

Таким образом, экспериментально установлено, что на формирование микроструктуры СВС-композитов существенное влияние оказывает твёрдофазное взаимодействие исходных реагентов, в ходе которого на поверхности частиц циркония образуется слой тугоплавкого продукта ZrB_2 . Это приводит к формированию керамического композита, в котором содержатся частицы ZrB_2 в виде пустотелых оболочек. Предложен механизм формирования пустотелых оболочек, в котором последовательно

осуществляются стадии образования слоя тугоплавкого продукта на поверхности твёрдых металлических частиц, плавление непрореагировавшего ядра металлических частиц и растекание расплава на внешней поверхности образовавшегося слоя продукта. Силы смачивания удерживают расплав на поверхности слоя первичного продукта, препятствуя глубокому проникновению в пористый слой. Следует отметить, что расплавленное ядро практически полностью вытекает из оболочки, наружный диаметр которой составляет несколько микрон. Из частиц циркония размером 10–15 мкм расплав вытекает не полностью, что приводит к формированию макропор, форма которых близка к сферической.

Источник финансирования. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 16–08–00705) с использованием оборудования центра коллективного пользования ИСМАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Neuman E.W., Hilmas G.E., Fahrenholtz W.G. Processing, Microstructure, and Mechanical Properties of Zirconium Diboride-Boron Carbide Ceramics // *Ceram. Int.* 2017. V. 43. № 9. P. 6942–6948.
2. He R., Li Jing L., Qu Z., et al. Effects of ZrB_2 Contents on the Mechanical Properties and Thermal Shock Resistance of B_4C-ZrB_2 Ceramics // *Materials and Design.* 2015. V. 71. P. 56–61.
3. Wenbo H., Jiaying G., Jihong Z., et al. Microstructure and Properties of B_4C-ZrB_2 Ceramic Composites // *Int. J. Innov. Res. Sci. Eng. Technol.* 2013. V. 3. P. 163–166.
4. Chakraborty S., Debnath D., Mallick A., Das P. Mechanical, Tribological, and Thermal Properties of Hot-Pressed ZrB_2-B_4C Composite // *Int. J. Appl. Ceram. Technol.* 2015. V. 12. № 3. P. 568–576.

5. *Shcherbakov V.A., Gryadunov A.N., Alymov M.I.* Synthesis and Characteristics of the B_4C-ZrB_2 Composites // *Lett. Materials*. 2017. V. 7. № 4. P. 398–401.
6. *Zhang X., He X., Han J., Qu W., Kvanin V.* // *Mater. Lett.* 2002. V. 56. Iss. 3. P. 183–187.
7. *Zhang X., Xu Q., Han J., Kvanin V.* // *Mater. Sci. Eng. A*. 2003. V. 348. Iss. 1/2. P. 41–46.
8. *Xu Q., Zhang X., Han J., He X., Kvanin V.* // *Mater. Lett.* 2003. V. 57. Iss. 28. P. 4439–4444.
9. *Zhang X., Han J., He X., Kvanin V.* // *J. Mater. Synth. Process*. 2000. V. 8. Iss. 1. P. 29–34.
10. *Розачев А.С., Мукасьян А.С.* Горение для синтеза материалов. Введение в структурную макрокине-тику. М.: Физматлит, 2012. 398 с.
11. *Шербаков В.А.* Диспергирование тугоплавкого реагента в волне безгазового горения // *ДАН*. 1996. Т. 347. № 5. С. 645–648.

SELF-PROPAGATING HIGH-TEMPERATURE SYNTHESIS OF ZrB_2-B_4C COMPOSITES WITH THE DISPERSED PHASE AS HOLLOW SHELLS

V. A. Shcherbakov, A. N. Gryadunov, Corresponding Member of the RAS M. I. Alymov

Received October 19, 2018

The formation of the microstructure of ZrB_2-B_4C ceramic composites produced by SHS pressing has been studied. It has been shown that the exothermic interaction in a mixture of Zr, B, and C powders gives an equilibrium SHS product containing ZrB_2 as a dispersed phase and B_4C — as a ceramic binder. The effect of the ceramic binder (B_4C) content on the formation of the microstructure of SHS composites has been studied. It is shown, at content of B_4C 10–20 wt% homogeneous SHS composites were formed consisting monolithic the ZrB_2 particles with a size of 10–12 μm , and at content of B_4C 20–40 wt% — hollow shells consisting of the ZrB_2 particles.

Keywords: ceramic composites, ZrB_2-B_4C , SHS pressing, microstructure formation.

УДК 551.73:552.3

РАННЕПЕРМСКИЙ ВОЗРАСТ НЕФЕЛИНОВЫХ СИЕНИТОВ КОРГОРЕДАБИНСКОГО МАССИВА (САНГИЛЕНСКОЕ НАГОРЬЕ, ТУВА)

А. В. Никифоров^{1,*}, Е. Б. Сальникова², академик РАН В. В. Ярмолюк¹,
А. Б. Котов², А. М. Сугракова³, И. В. Анисимова²

Поступило 20.06.2018 г.

Выполнены геохронологические U–Pb-исследования бадделеита из нефелиновых сиенитов Коргоредабинского щелочного массива — одного из крупнейших в пределах Сангиленского нагорья (Тува). Установленный возраст пород — 295 ± 1 млн лет — показал, во-первых, что в регионе в ранней перми наряду со щелочно-гранитным (Улуг-Танзек и т.д.) проявился недонасыщенный кремнекислотой магматизм и, во-вторых, что необходимо внести коррективы в представления о петротипе для традиционно выделяемого в регионе девонского сангиленского комплекса. До сих пор в этом качестве фигурировал Коргоредабинский массив.

Ключевые слова: бадделеит, U–Pb-датирование, U–Pb-геохронология, нефелиновые сиениты, Коргоредабинский массив, Сангиленский комплекс.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852194-197>

В геологической истории Центрально-Азиатского складчатого пояса важную роль играли внутриплитные геодинамические процессы, в результате которых произошло образование многочисленных щелочных магматических комплексов, представленных щелочными гранитами, щелочными и нефелиновыми сиенитами. При этом в пределах некоторых территорий Центрально-Азиатского складчатого пояса (ЦАСП), в том числе Джидинского, Кузнецко-Алатауского, Витимского, Восточно-Тувинского сегментов, внутриплитный магматизм был проявлен неоднократно, что привело к формированию разновозрастных ассоциаций щелочных магматических пород. К настоящему времени с помощью геохронологических методов надёжно обоснована многоэтапность проявления щелочного магматизма для Витимского, Кузнецко-Алатауского сегментов ЦАСП [1, 2]. В пределах Восточно-Тувинского сегмента геохронологические исследования выполнены только для щелочно-гранитоидных ассоциаций и роя даек камптонитов. Было показано, что их формирование происходило на разных этапах, начиная с раннего ордовика вплоть до ранней перми [3–6].

Однако при этом сохранилась неопределённость в отношении возраста ассоциаций нефелинсодержащих пород, также широко распространённых на этой территории (рис. 1). Для них в 70–80-е годы XX в. K–Ar-методом были получены оценки возраста 210–488 млн лет, которые не согласуются с геохронологическими данными и противоречат результатам современных геохронологических исследований щелочных комплексов региона. Это осложняет расшифровку истории и выяснение закономерностей проявления щелочного магматизма в палеозойский этап развития Тувино-Монгольской магматической провинции. В нашей работе обсуждены результаты геохронологических U–Pb-исследований бадделеита из нефелиновых сиенитов Коргоредабинского массива — петротипа выделяемого на всех государственных геологических картах раннедевонского сангиленского комплекса.

Коргоредабинский массив нефелиновых сиенитов — площадью ~35 км² — один из крупнейших массивов подобного типа в регионе (рис. 1). Он прорывает биотитовые граниты ранне-среднепалеозойского брельского комплекса и предположительно раннепалеозойские габброиды. С юга по зоне разлома массив граничит с мраморизованными известняками чартысской свиты (рифей).

Основной объём пород массива слагают биотит-гастингситовые нефелиновые сиениты, среди которых выделяются участки, сложенные кварцсодержащими разновидностями пород: нордмаркитами, грано-сиенитами, гранитами [7].

¹ Институте геологии рудных месторождений, петрографии, минералогии и геохимии Российской Академии наук, Москва

² Институт геологии и геохронологии докембрия Российской Академии наук, Санкт-Петербург

³ Институт комплексного освоения природных ресурсов Сибирского отделения Российской Академии наук, Кызыл, Республика Тыва

*E-mail: nikav@igem.ru; usn2007a@yandex.ru

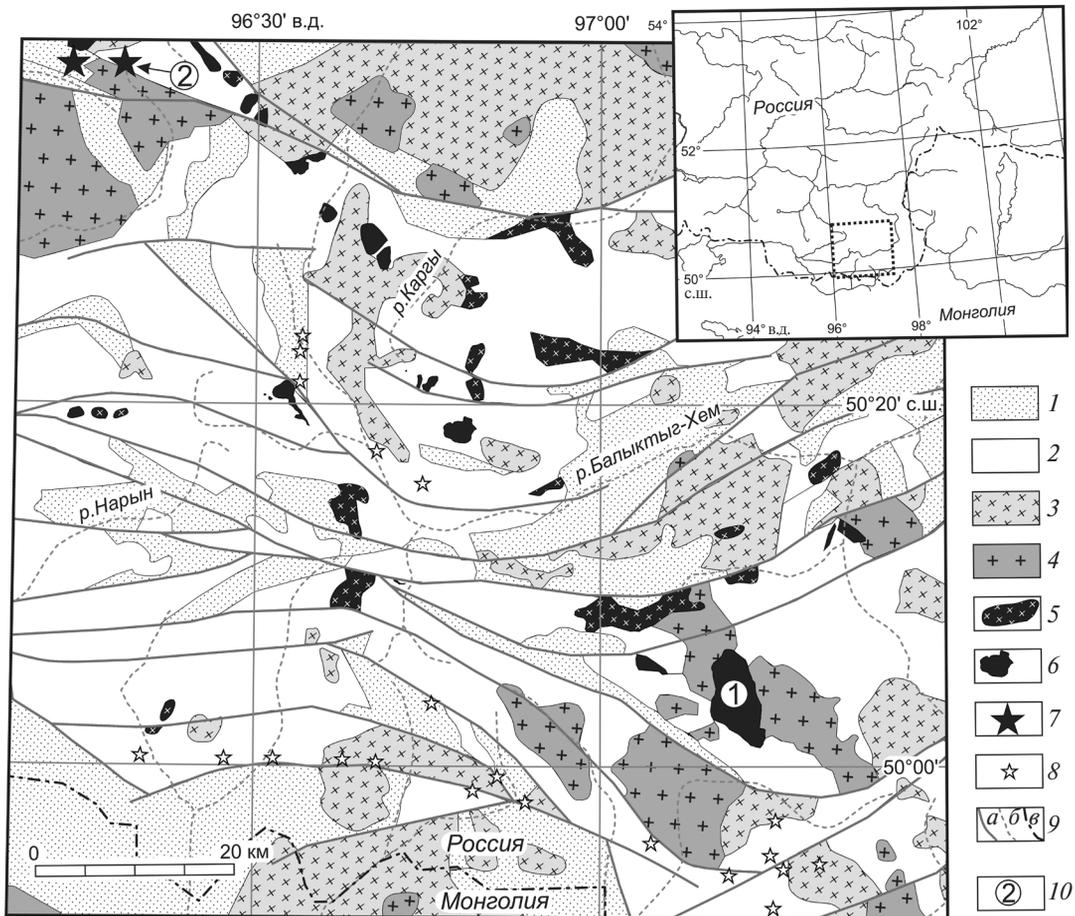


Рис. 1. Положение Коргоредабинского массива (1) на схематической карте распространения магматических комплексов Сангиленского нагорья. 1, 2 — преимущественно силикатные (1) и карбонатные (2) вулканогенные и осадочные толщи, в том числе метаморфизованные, протерозой; 3–7 — магматические комплексы: 3 — габбро-диориты, диориты, гранодиориты, плагииграниты таннуольского комплекса, средний поздний кембрий, 4 — лейкократовые граниты, ордовик—девон (сархойский, кыстарыкский, бреньский комплексы), 5 — сподуменовые пегматиты и граниты кыстарыкского комплекса, ордовик; 6, 7 — Сангиленский комплекс: щелочные, субщелочные сиениты, граносиениты (6) и породы якупирангит-уртитового ряда, ювиты, нефелиновые сиениты (7); 8 — щелочные граниты Улуг-Танзекского комплекса и одноименное редкометальное месторождение (2); 9 — разрывные нарушения (а), реки (б), Государственная граница (в); 10 — Коргоредабинский (1) и Улуг-Танзекский (2) массивы.

Для геохронологических исследований использована проба крупнозернистого трахитоидного биотит-гастингситового нефелинового сиенита (Кг-377-1), представляющая типичную разновидность пород массива. Порода сложена микроклин-пертитом (60), нефелином (15), альбитом (10), гастингситом (10), биотитом (5%) с преобладанием аннитового минала. Аксессуарные минералы представлены апатитом, магнетитом, титаномагнетитом, сфеном. В калиевом полевом шпате и альбите обнаружены мелкие включения (<60 мкм) бадделейта, что свидетельствует о его магматическом происхождении.

Бадделейт из нефелинового сиенита был выделен на концентрационном столе. Химическое разложение бадделейта и выделение U, Pb выполняли по модифицированной методике Т. Кроу [8]. Для изотоп-

ных исследований использовали изотопный индикатор $^{235}\text{U}-^{202}\text{Pb}$. Холостое загрязнение не превышало 10 пг Pb и 1 пг U. Определение изотопного состава Pb, U выполнено на масс-спектрометрах Triton TI, Finnigan MAT-261 в статическом или динамическом режимах (с помощью электронного умножителя). Точность определения U/Pb и содержаний U, Pb 0,5%. Обработку экспериментальных данных проводили при помощи программ "PbDAT" [9], "ISOPLOT" [10]. Поправки на обычный Pb введены в соответствии с модельными величинами [11]. Все ошибки приведены на уровне 2σ.

Аксессуарный бадделейт, выделенный из пробы Кг-377-1, — пластинчатые, псевдопризматические прозрачные, редко полупрозрачные тёмно-коричневые, светло-коричневые кристаллы с однородным

Таблица 1. Результаты изотопных U–Pb-исследований бадделеита (проба КГ-377-1)

№ п/п	Размер фракции (мкм) и её характеристика	U/Pb*	Изотопные отношения				Rho	Возраст, млн лет			
			$^{206}\text{Pb}/^{204}\text{Pb}$	$^{207}\text{Pb}/^{206}\text{Pb}^a$	$^{208}\text{Pb}/^{206}\text{Pb}^a$	$^{207}\text{Pb}/^{235}\text{U}$		$^{206}\text{Pb}/^{238}\text{U}$	$^{207}\text{Pb}/^{235}\text{U}$	$^{207}\text{Pb}/^{206}\text{Pb}$	
1	< 60, 15 зер.	16,68	167	0,0522±3	0,0026±1	0,3359±22	0,0466±1	0,36	294±1	294±2	296±14
2	< 60, 13 зер.	20,48	345	0,0523±2	0,0059±1	0,3297±15	0,0457±1	0,61	288±1	289±1	300±8
3	< 60, 6 зер.	20,24	300	0,0522±5	0,0098±1	0,3371±32	0,0469±2	0,26	295±1	295±3	293±21

Примечание. ^a Изотопные отношения, скорректированные на бланк и обычный Pb; Rho — коэффициент корреляции ошибок отношений $^{207}\text{Pb}/^{235}\text{U}$ – $^{206}\text{Pb}/^{238}\text{U}$; величины ошибок (2σ) соответствуют последним значащим цифрам. * — навеска не определялась.

внутренним строением. Геохронологические U–Pb-исследования выполнены для трёх микронавесок (6–15 кристаллов) бадделеита (табл. 1, № 1–3), для которых получены конкордантные (табл. 1, № 1, 3, рис. 2) или субконкордантные (табл. 1, № 2, рис. 2) оценки возрастов. Конкордантный возраст бадделеита 295 ± 1 млн лет (СКВО = 0,007, вероятность конкордантности 93%) и совпадает с оценкой возраста (рис. 2, 295 ± 7 млн лет), определяемому верхним пересечением дискордии, построенной по изотопным данным для всех проанализированных микронавесок бадделеита (нижнее пересечение — 250 ± 890 млн лет, СКВО = 0,026). Учитывая, что бадделеит из трахитоидного биотит-гастингситового нефелинового сиенита Коргоредабинского массива имеет магматическое происхождение, есть все основания рассматривать полученную для него конкордантную оценку возраста 295 ± 1 млн лет как возраст его становления.

Результаты геохронологических U–Pb-исследований бадделеита из нефелиновых сиенитов Коргоредабинского массива показывают, что он раннепермский (295 ± 1 млн лет).

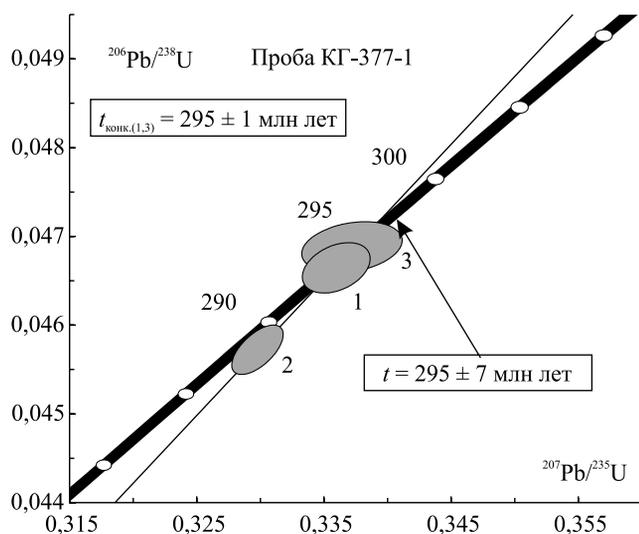


Рис. 2. Диаграмма с конкордией для бадделеита из трахитоидного биотит-гастингситового нефелинового сиенита Коргоредабинского массива. Номера точек на диаграмме соответствуют номерам в табл. 1.

Полученные геохронологические данные имеют два важных следствия. Во-первых, появилась необходимость внести коррективы в представления о петротипе традиционно выделяемом в регионе сангиленского комплекса девонского возраста. Во-вторых, раннепермский возраст Коргоредабинского массива — одного из крупнейших массивов нефелиновых сиенитов западного и северного обрамления Тувино-Монгольского микроконтинента — позволяет расширить масштаб и формационный объём позднепалеозойского магматизма региона, к которому ранее относили лишь менее масштабные массивы щелочных гранитов: Улуг-Танзекский (рис. 1), Улан-Тологойский и т.д. [12].

Источники финансирования. Исследования выполнены при финансовой поддержке РНФ (проект 16–17–10186) и проекта РФФИ 18–05–00671.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дорошкевич А.Г., Рупп Г.С., Сергеев С.А. // ДАН. 2012. Т. 443. № 1. С. 297–301.
2. Врублевский В.В., Гертнер И.Ф., Тишин П.А. и др. // ДАН. 2014. Т. 459. № 5. С. 601–606.
3. Izokh A.E., Polyakov G.V., Shelepaev R.A., et al. // Published on Large Igneous Provinces Commission. May 2008 LIP of the Month. <http://www.largeigneousprovinces.org>
4. Воронцов А.А., Ярмолюк В.В., Федосеев Г.С. и др. // Петрология. 2010. Т. 18. № 6. С. 621–634.
5. Гибшер А.А., Мальковец В.Г., Травин А.В. и др. // Геология и геофизика. 2012. Т. 53. № 8. С. 998–1013.
6. Yarmolyuk V.V., Kuzmin M.I., Ernst R.E. // J. Asian Earth Sci. 2014. V. 93. P. 158–179.
7. Яшина Р.М. Щелочной магматизм складчато-глыбовых областей. М.: Наука, 1982. 274 с.
8. Krogh T.E. // Geochim. et Cosmochim. Acta. 1973. V. 37. P. 485–494
9. Ludwig K.R. // U.S. Geol. Surv. Open File Rept 88-542. 1991. 35 p.
10. Ludwig K.R. // Berkeley Geochronol. Center Spec. Publ. 2012. 72 p.
11. Stacey J.S., Kramers I.D. // Earth and Planet. Sci. Lett. 1975. V. 26. № 2. P. 207–221.
12. Ярмолюк В.В., Лыхин Д.А., Козловский А.М. и др. // Петрология. 2016. Т. 24. № 5. С. 515–536.

EARLY PERMIAN AGE OF NEPHELINE SYENITES OF THE KORGERE—DABA MASSIF (SANGILEN HIGHLANDS, TUVA)

**A. V. Nikiforov, E. B. Salnikova, Academician of the RAS V. V. Yarmolyuk,
A. B. Kotov, A. M. Sugorakova, I. V. Anisimova**

Received June 20, 2018

This paper reports on geochronological U—Pb studies of baddeleyite from nepheline syenite of the Korgere—Daba alkaline massif, which is the largest massif within the Sangilen Highlands (Tyva). The established age of rocks, 295 ± 1 Ma, indicates that, in the Early Permian, undersaturation by silica magmatism occurred in the region in addition to the alkaline-granite magmatism (Ulug—Tanzek, etc.). This age furthermore points to the need to make corrections in the conceptions of a petrophysical type for the Devonian Sangilen complex, which is traditionally distinguished in this region. Until now, the Korgere—Daba massif has been considered in this regard.

Keywords: baddeleyite, U—Pb dating, U—Pb geochronology, nepheline syenite, Korgere—Daba massif, Sangilen complex.

УДК 551.214(265)

СОСТАВ И ГЕНЕЗИС ЛАВ ПОДВОДНОГО ВУЛКАНА МИНАМИ-ХИОСИ (МАРИАНСКАЯ ОСТРОВНАЯ ДУГА)

В. В. Петрова^{1,*}, В. А. Рашидов²

Представлено академиком РАН М.А. Федонкиным 29.11.2016 г.

Поступило 31.10.2016 г.

Работа — звено в цепи исследований позднекайнозойских подводных вулканов островных дуг западной части Тихого океана и первое в русскоязычной литературе подробное описание вещественного состава подводного вулкана Минами-Хиоси, входящего в состав вулканического комплекса Хиоси (северная часть Марианской островной дуги). В основу положен каменный материал, драгированный с привершинной части вулкана в 5-м рейсе нис “Вулканолог”. В результате выполненных исследований получены новые оригинальные данные о структуре, химическом, минеральном составе, генезисе лав вулкана. Показано, что все исследованные лавовые потоки имеют генетическое родство и являются порождением единой магматической камеры, а структурно-петрографические различия в их строении объясняются разной динамикой продвижения расплава к поверхности дна океана.

Ключевые слова: базальты, минералогические исследования, подводный вулкан, Минами-Хиоси, Марианская островная дуга.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852198-201>

В числе актуальных аспектов исследований современной геологии находятся вопросы строения, состава, генезиса вулканогенных пород, слагающих зоны перехода континент—океан. Наша работа продолжает серию работ авторов по изучению вещественного состава позднекайнозойских подводных вулканов островных дуг западной части Тихого океана [1–3] и посвящена изучению активного подводного вулкана Минами-Хиоси.

Подводный вулканический комплекс Хиоси, состоящий из четырёх подводных вулканических построек: Северный Хиоси (Кита-Хиоси), Центральный Хиоси (Нака-Хиоси), Минами-Хиоси (Южный Хиоси, Минами-Хиоси-Кайсан), Ко-Хиоси, входит в состав щелочной провинции Идзу-Бонинской и Марианской островных дуг [4] и, в отличие от вулканитов южной и центральной частей Марианской дуги (до 23° с.ш.), выполненных низко- и среднещелочными толеитовыми базальтами, сложен щелочными лавами, обогащёнными К, Ва, Sr. По химическому (но не минеральному) составу эти породы близки к абсарокитам, шошонитам. В литературе высказаны предположения, с одной стороны, о мантийном плавлении и образовании щё-

лочно-базальтовых лав с последующей внутрикоровой дифференциацией расплавов вплоть до метаморфизации первичных расплавов путём привноса богатых К, Ва флюидов. С другой, не исключали возможность контаминации осадков расплавом и соответственно предлагали ответственность пелагических осадков за обогащение магматических пород несвойственными высокими концентрациями К, Ва. Изотопные исследования редких элементов к настоящему времени не дали однозначного ответа в пользу той или другой концепции [4]. Результаты нашей работы дополняют полученные ранее представления.

Вулканическую активность в пределах подводного вулканического комплекса Хиоси неоднократно отмечали лишь на вулкане Минами-Хиоси [5]. Вулкан поднимается с глубины 1500 м, где размер его основания ~20 × 15 км. Минимальная глубина над вершиной вулкана расположена в интервале 100–30 м. Объём постройки ~95 км³, а на глубине 100–120 м выявлено поднятие с активными фумаролами [1].

Химический состав базальтов комплекса Хиоси впервые опубликован в [6] (табл. 1). Помимо повышенного содержания в породах К было установлено высокое содержание Sr. Наши данные по лавам вулкана Минами-Хиоси, драгированным в 5-м рейсе нис “Вулканолог”, укладываются в эти пределы, но с меньшим разлётом значений. Базальты относятся к слабожелезистым. Проанализированные

¹ Геологический институт

Российской Академии наук, Москва

² Институт вулканологии и сейсмологии

Дальневосточного отделения Российской Академии наук,

Петропавловск-Камчатский

*E-mail: v.petrova.v@gmail.com

породы обогащены K_2O . По K_2O/SiO_2 большая часть анализируемых пород относится к высококалийевым абзарокитам, небольшое количество анализов попадает в поле шшонитов. $K_2O/Na_2O = 0,38-0,92$. Породы вулкана Минами-Хиоси показывают относительно высокие содержания Fe, Mg, Ca. Содержание Ba, Sr также повышено.

В большинстве случаев базальты полнокристаллические с порфировой структурой, практически не содержат свободного стекла и по этому признаку приближаются к долеритам. Все породы имеют близкий минеральный состав. Вкрапленники состоят

Таблица 1. Химический состав драгированных пород вулкана Минами-Хиоси и подводного вулканического комплекса Хиоси

Порода	Базальт, потоки			Туф	Шлак	[6]
	1	2	3			
Содержание, мас. %						Мин.–макс.
SiO ₂	51,53	51,27	53,38	54,37	53,45	45–55
TiO ₂	2,73	2,46	1,98	2,25	1,11	0,03–1,12
Al ₂ O ₃	12,63	13,17	14,25	9,87	17,37	15–20
Fe ₂ O ₃	5,14	4,40	3,07	6,79	10,45	7–12
FeO	6,49	6,40	7,56	1,67		
MnO	0,16	0,16	0,16	0,12	0,18	0,01–0,22
MgO	5,41	5,53	5,08	4,83	3,00	2–9
CaO	7,99	8,26	8,30	5,52	8,91	3–12
Na ₂ O	3,77	3,64	3,60	1,87	3,23	1,5–4
K ₂ O	2,09	2,47	1,37	1,63	1,79	1–4,5
P ₂ O ₅	0,67	0,69	0,39	0,39	0,19	0,03–0,51
п.п.п.	0,68	0,96	<0,1	10,54	0,33	Н/опр
Сумма	99,28	99,29	99,15	99,82	100,01	–
S	0,08	0,42	0,05	0,19	0,19	Н/опр
Содержание, ppm						
Cu	56	50,00	69	37,50	200	49–250
Zn	131	158,75	120	97,00	95	
As	7,4	3,90	<2,0	5,70	–	Н/опр
Pb	5,1	6,53	5,8	8,95	12	
Co	43	47,88	42	35,50	<5	
Ni	249	217,25	212	190,50	20	4–39
Ga	19	20,25	20	15,00	15	Н/опр
Rb	27	41,50	24	42,50	48	23–158
Sr	524	712,63	479	311,50	580	528–1192
Y	27	26,50	25	24,50	25	21–40
Zr	139	221,38	142	202,50	160	34–167
Nb	25	42,00	24	37,00	9	Н/опр
Mo	4,7	2,64	2,8	2,65	4	
Ba	370	626,38	403	541,50	650	622–1377
Th	3,6	6,55	5,1	8,80	14	Н/опр
U	<2,0	2,50	<2,0	<1,0	3	

Примечание. В шлаке присутствуют, мас. %: Cl — 0,12, F — 0,04.

из оливина, плагиоклаза, клинопироксена, титаномагнетита и реже ильменита. Микролиты представлены этими же минералами, но в иных количественных соотношениях.

В оливине содержание Mg (форстеритовой доли) (в формульных единицах) = 1,14–1,29, а Fe (фаялитовой доли) — 0,70–0,86 или соответственно Mg/Fe = 57–64% Fo, или 36–43% Fa. Отличаются включения в оливине. Это титаномагнетит или, реже, хромшпинель. Состав клинопироксена отвечает магнезиальному авгиту ($Mg_{0,73-0,85}Ca_{0,77-1,03}Fe_{0,24-0,38}$)_{2,00}Si₂O₆. Он широко распространён исключительно в виде микролитов. Кроме авгита, но уже во вкрапленниках в сростках с оливином отмечен малокальциевый пижонит. Среди полевых шпатов преобладает лабрадор, но встречаются андезин, битовнит. Изредка встречается санидин и матричный, или зародышевый, цеолит.

Близость химического и минерального составов лав позволяет предполагать их генетическое родство, т.е. считать, что они порождение единого магматического очага, возможно, разных его глубинных зон или отпочковавшихся магматических резервуаров. Однако условия продвижения расплава к поверхности и способы его кристаллизации были разными. По структурам образцов можно выделить по крайней мере три пути формирования лавовых потоков.

Первый предполагает зарождение породы в наиболее глубоких зонах очага, спокойную и достаточно долгую кристаллизацию в этих условиях мегавкрапленников оливина, единичных вкрапленников клинопироксена, плагиоклаза и затем резкий подъём в приповерхностную зону. Свидетельство быстрого подъёма этого лавового потока к поверхности — крипстокристаллическая структура основной массы породы, присутствие в сростках с вкрапленниками оливина редкого пироксена — пижонита — минерала, сохраняющегося до поверхностных температур только в случае стремительного подъёма магматического вещества. Высокотемпературная кристаллизация данной породы подтверждается ещё присутствием в ней высокого (т.е. высокотемпературного) плагиоклаза.

Вторым путём формируются лавовые потоки, структура которых, несмотря на широкий разброс размеров составляющих породу кристаллов (0,4–0,02 мм), кажется афировой, так как существуют все постепенные переходы между вкрапленниками и микролитами. Такая структура может образоваться при медленном изменении параметров кристаллизации в результате медленного продвижения лавовой колонны из магматической камеры (возможно, про-

межучной) в канал и далее в придонную зону разгрузки. Иногда движение кристаллизующегося расплава подчёркивается трахитовой ориентировкой лейст плагиоклаза. Именно в этих базальтах наблюдается максимальное обогащение К, Sr, Ba, Zr и другими элементами.

По третьему пути формируются лавы, по структуре промежуточные между первым и вторым типами. Между вкрапленниками и основной массой также наблюдаются постепенные размерные переходы, но вкрапленники оливина, содержащие включения хромшпинели, могли образовываться только в глубинной магматической камере. Далее при постепенном медленном движении расплава менялись параметры и создавались условия для кристаллизации довольно крупных кристаллов плагиоклаза, клинопироксена, ильменита. При дальнейшем подъёме к поверхности микролитами заполнялись интерстиции между выделившимися ранее разноразмерными кристаллами. Предполагаются, что кристаллизация породы, начавшаяся в пределах очага выпадением вкрапленников оливина, далее, при продвижении расплава в приповерхностную зону, шла непрерывно на фоне меняющихся физико-химических условий.

Основные минералы-индикаторы условий минералообразования для базальтов Минами-Хиоси — оливин и ассоциации оливин + хромшпинель, оливин + пижонит, оливин → плагиоклаз → пироксен и оливин → пироксен → плагиоклаз. Согласно литературным данным, оливин может находиться в равновесии с расплавом при 1890–1290 °С. Температура образования оливина, содержащего 65% Mg и 35% Fe (в оливинах Минами-Хиоси 57–64% Fo, 36–43% Fa), оценивается в пределах 1600 °С и ниже. Диапазон температур кристаллизации хромшпинели, включённой в оливин, 1280–1310 °С, а устойчивое существование пижонита возможно при температуре >1250 °С. Эти данные позволяют определить температуру образования природных минеральных ассоциаций Минами-Хиоси, содержащих оливин, 1250–1600 °С. Давление, необходимое для формирования соответствующих ассоциаций, 2–5 кбар [6, 7]. Перечисленные условия соответствуют параметрам глубинной очаговой зоны.

Обогащение базальтов калием происходило на этапах их становления, когда формировались высокие плагиоклазы, кристаллизовался санидин, формировались альбитовые оторочки вокруг плагиоклаза и матрицы К-цеолитов. Давление столба океанической воды, перекрывающей потоки лавы, затрудняло газовыделение и делало базальт пористым. Газовые пустоты остаются свободными или заполняются поздними окислами, карбонатами или сульфатами, а также плотными оксидами углерода.

Иностранцами коллегами убедительно показано [7], что подводный вулкан Северный Хиоси, входящий в вулканический комплекс Хиоси, питается из единого магматического источника, образованного расплавом, являющимся дериватом первичных толеитовых магм. Наши данные говорят о том, что все исследованные лавовые потоки вулкана Минами-Хиоси имеют генетическое родство и также являются порождением единой магматической камеры.

В результате выполненных исследований получены новые оригинальные данные о структуре, минеральном составе и генезисе лав активного современного подводного вулкана Минами-Хиоси в западной части Тихого океана.

Источник финансирования. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 15–05–02955-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рашидов В.А. // Вулканология и сейсмология. 2001. № 5. С. 55–64.
2. Рашидов В.А., Пилипенко О.В., Петрова В.В. // Вулканология и сейсмология. 2015. № 3. С. 36–51.
3. Рашидов В.А., Пилипенко О.В., Петрова В.В. // Физика Земли. 2016. № 4. С. 84–106.
4. Sun C.-H., Stern R.J., Yoshida T., Kimura J.-I. // The Island Arc. 1998. V. 7. P. 432–442.
5. Siebert L., Simkin T., Kimberly P. Volcanoes of the World. Berkeley: Univ. California Press, 2010. 568 p.
6. Bloomer Sh.H., Stern R.J., Fisk E., Geschwind C.H. // J. Geophys. Res. 1989. V. 94. № B4. P. 4469–4496.
7. Meen J.K., Stern R.J., Bloomer Sh.H. // The Island Arc. 1998. V. 7. P. 443–459.

**COMPOSITION AND ORIGIN OF LAVAS FROM THE MINAMI-HIYOSHI
SUBMARINE VOLCANO (MARIANA ARC)****V. V. Petrova, V. A. Rashidov**

Presented by Academician of the RAS M.A. Fedonkin November 29, 2016

Received October 31, 2016

This work is a link in a series of studies of Late Cenozoic submarine volcanoes of the island arcs in the western part of the Pacific Ocean, representing the first detailed Russian-language description of the material composition of the Minami-Hiyoshi submarine volcano, which is involved in the Hiyoshi volcanic complex (the northern part of the Mariana arc). This study was based on rock material dragged from the volcano during the 5th cruise of the R/V Vulkanolog. New original data on the structure, chemical and mineral compositions, and origin of volcanic lava were obtained. It was shown that all the lava flows studied are genetically linked and originated from the same magma chamber. Structural–petrographic differences in the lava flows are explained by different dynamics in the melt transportation to the surface of the bottom of the ocean.

Keywords: basalts, mineralogic studies, submarine volcano, Minami-Hioshi, Mariana island arc.

УДК 551.733.11(551.248.1)902.66

ОРДОВИКСКИЙ ГАББРО-ТОНАЛИТ-ТРОНДЪЕМИТОВЫЙ КОМПЛЕКС И АССОЦИИРУЮЩИЕ ЭФФУЗИВЫ В СУТУРЕ НА ГРАНИЦЕ ПАЛЕОЗОИД УРАЛА И КАЗАХСТАНА

А. В. Рязанцев

Представлено академиком РАН М.А. Федонкиным 29.11.2016 г.

Поступило 14.11.2016 г.

Получены новые данные о раннеордовикском возрасте гранитоидов габбро-тоналит-трондъемитового комплекса в Денисовской офиолитовой зоне (сутуре) на границе палеозоид Урала и Казахстана. U/Pb-методом (SHRIMP II) по цирконам, выделенным из гранитоидов, установлены значения возраста $482,6 \pm 3,6$ и $486,2 \pm 6,7$ млн лет. Плутонический комплекс ассоциирует с ранне-среднеордовикским эффузивным, представленным дифференцированной серией от базальтов до риолитов. Состав пород вулканоплутонической ассоциации свидетельствует о её формировании в надсубдукционной обстановке.

Ключевые слова: Урал, Зауралье, Казахстан, ордовик, офиолиты, габбро, тоналиты, трондъемиты, U/Pb-возраст, цирконы, SHRIMP.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852202-206>

В Денисовской зоне на востоке Зауралья офиолиты маркируют сутуру на границе палеозоид Урала и Казахстана (рис. 1). На востоке Денисовской зоны распространены плутонические и эффузивные комплексы с породами основного, среднего, кислого составов. Габбро-тоналит-трондъемитовый комплекс (ГТТК) слагает Спиридоновский массив и структурно связан с мафит-ультрамафитовыми комплексами офиолитов. Эффузивы, среди которых преобладают базальты, дациты, риолиты, объединены в ранне-среднеордовикскую денисовскую свиту. В результате проведённых исследований установлен раннеордовикский возраст гранитоидов в составе ГТТК.

Габбро-тоналит-трондъемитовый комплекс обнаружен в ядре антиформы на берегах р. Тобол к востоку от с. Денисовка (рис. 2). Комплекс имеет пологий (10° – 20°) тектонический контакт с перекрывающими вулканитами денисовской свиты. Габбро и тоналиты занимают обширные поля, а поздние жильные микрогаббро и трондъемиты распространены локально. Среди тоналитов наблюдаются жилы магматических брекчий, состоящих из обломков микрогаббро в трондъемитовом матриксе. В поле распространения ГТТК протягиваются тектонические клинья, сложенные серпентинизированными перидотитами, дунитами, породами полосчатого комплекса офиолитов. Вероятно, эти породы рас-

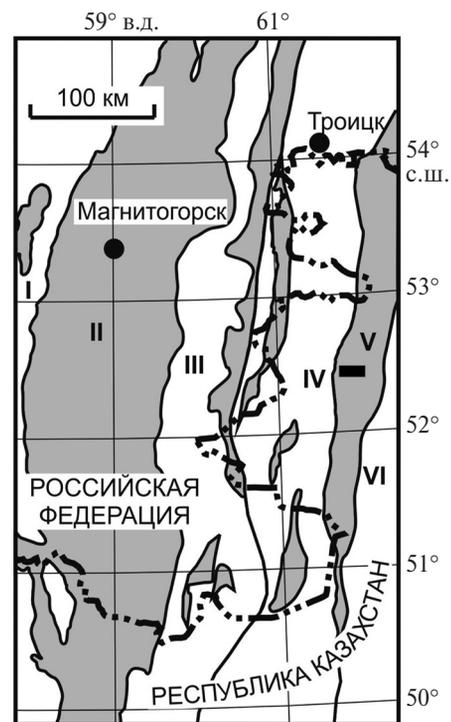


Рис. 1. Обзорная схема расположения основных структурных элементов палеозоид Южного Урала и Северного Казахстана. Серое — площади распространения палеозойских палеокеанических комплексов, белое — палеоконтинентальных комплексов. Структурные элементы: I — Центральнo-Уральская мегазона, II — Магнитогорская мегазона, III — Восточно-Уральская мегазона, IV — Зауральская мегазона, V — Денисовская зона, VI — Западно-Тургайская зона. Чёрный прямоугольник — площадь исследований на рис. 2.

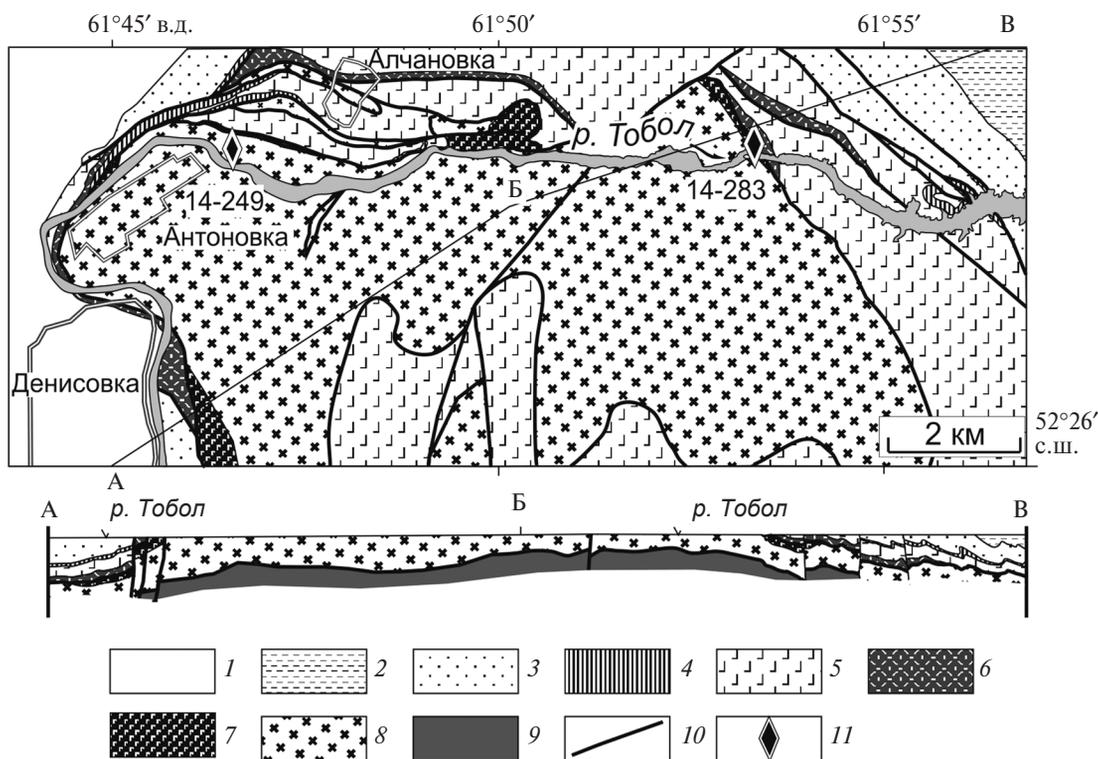


Рис. 2. Схема Денисовской зоны в верховьях р. Тобол и геологический разрез по линии А–Б–В. Составлено с использованием данных [2]. 1 — рыхлые кайнозойские отложения; 2 — толща ритмично переслаивающихся песчаников, алевролитов (S_1); 3 — толща ритмично переслаивающихся полимиктовых и кремнеобломочные песчаников, гравелито-песчаников, кремней (O_3); 4 — толща кремней, кремнистых алевролитов, яшм (O_2); 5, 6 — денисовская свита (O_{1-2}): 5 — базальты подушечные с горизонтами бомбовых туфов, 6 — туфы, туфогенно-осадочные породы кислого состава, фельзиты, плагиоклаз-порфировые флюидалльные риолиты; 7, 8 — спиридоновский габбро-тоналит-трондьемитовый комплекс (O_1): 7 — габбро, габбро-пироксениты с жилами гранофировых гранитов, 8 — тоналиты с подчинённым количеством лейкократовых гранитов; 9 — апогартбургитовые серпентиниты, пироксениты; 10 — тектонические контакты; 11 — точки отбора проб на цирконы и их номера.

пространены на более низких структурных уровнях под габбро-тоналит-трондьемитовым комплексом. Основные обнажения мафит-ультрамафитовых комплексов офиолитов находятся западнее рассматриваемой территории.

Породы ГТТК принадлежат известково-щелочной серии нормальной щёлочности Na-типа. $(La/Yb)_n$ в габбро 0,4–1,1; в тоналитах 2,2; в трондьемитах 6,1; в жильных габбро 1,4–1,9 (рис. 3). На спайдер-диаграммах во всех породах отчётливо проявлен Ta–Nb-минимум. Гранитоиды по составу отвечают пералюминиевым гранитам I типа, а на дискриминационной диаграмме Rb–Y+Nb расположены в поле гранитоидов вулканических дуг.

Для обоснования возраста из тоналитов и трондьемитов были взяты две пробы, из которых выделены цирконы. Возраст определён U/Pb-методом (SHRIMP II, ВСЕГЕИ) (табл. 1, рис. 4). Проба из массивных средне-крупнокристаллических тоналитов взята в т. 14-249 ($52^{\circ}28'33,76''$ с.ш.,

$61^{\circ}46'34,07''$ в.д.). В этой точке получено значение возраста $482,6 \pm 3,6$ млн лет. Проба 14-283 взята на восточном контакте массива ($52^{\circ}28'30,57''$ с.ш., $61^{\circ}53'23,18''$ в.д.) из жилы мелкозернистых гранофировых трондьемитов мощностью 0,2 м, которая прорывает мелкозернистые габбро. В этой точке получено значение возраста $486,2 \pm 6,7$ млн лет.

В разрезе денисовского комплекса в нижней части преобладают риолиты и дациты, сопровождаемые субвулканическими телами аналогичного состава, а в верхней части — базальты, часто подушечного строения, и бомбовые туфы псефитовой размерности. На вулканиках согласно залегают кремнистые породы. Вулканические породы принадлежат известково-щелочной (дифференцированной от базальтов до риолитов) серии нормальной щёлочности Na-, K–Na-типа. В подчинённом количестве присутствуют пикриты, андезиты. Кроме того, отмечены толеитовые базальты нормального типа щёлочности, редко Na-трахибазальты и трахиандезибазальты. $(La/Yb)_n$ в базальтах 0,5–5,3. На спайдер-диаграммах

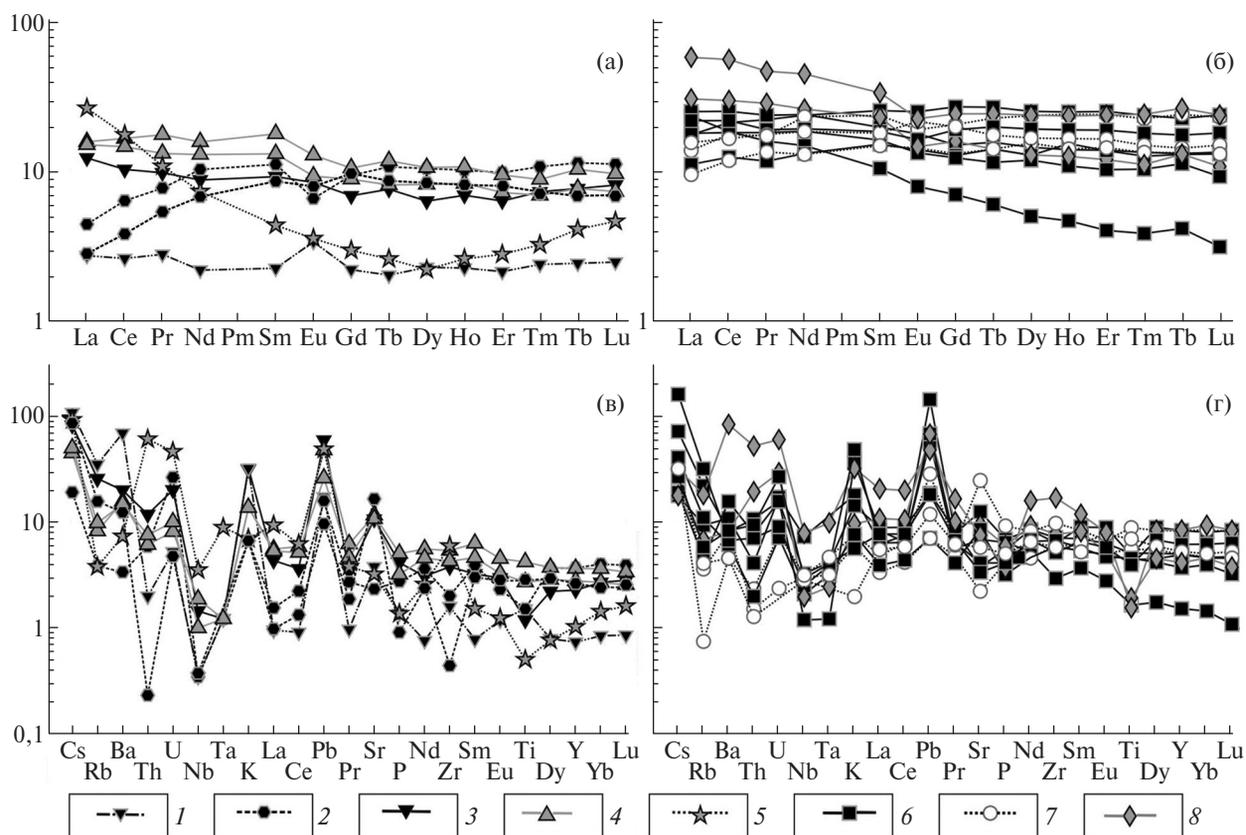


Рис. 3. Хондрит-нормализованные спектры РЗЭ (а, б) и спайдер-диаграммы элементов-примесей, нормированных к примитивной мантии (в, г) по [8] для пород ГТТК (а, в) и эффузивов денисовской свиты (б, г). 1–5 — породы ГТТК: 1 — габбро с $(La/Yb)_n = 1,1$, 2 — габбро с $(La/Yb)_n = 0,4$, 3 — тоналиты, 4 — мелкозернистые габбро, 5 — жильные трондьемиты; 6–8 — эффузивы–базальты: 6 — с содержаниями $TiO_2 < 1,2\%$, 7 — базальты с содержаниями $TiO_2 > 1,2\%$, 8 — дациты, риолиты.

проявлен Ta–Nb-минимум (рис. 3). Преобладает группа низкотитанистых разностей базальтоидов ($TiO_2 = 0,6–1,0\%$). Однако в верхней части разреза в них отмечены содержания $TiO_2 = 1,9–3,6\%$. Большая часть эффузивных пород на дискриминационных диаграммах Th–Hf/3–Ta, Cr–Ce/Sr, Ti/Y–Nb/Y, Zr/Y–Ti/Y расположена в полях островодужных пород, редко — в полях нормальных базальтов СОХ. Высокотитанистые базальты группируются в полях внутриплитных обстановок.

Ранне-среднеордовикский возраст денисовской свиты определён по стратиграфическому положению ниже пачки кремней, из которых известны находки конодонтов дапина-дарривиллия [2]. Мощности пачки кремней ~100 м. Она согласно перекрыта флишоидной толщей терригенных пород верхнего ордовика, силура, девона.

Полученные новые данные позволяют объединять габбро-тоналит-трондьемитовый и базальт-дацит-риолитовый комплексы в вулканоплутоническую ассоциацию. Разновозрастные аналоги этой ассоциации известны на Урале и в Казахстане.

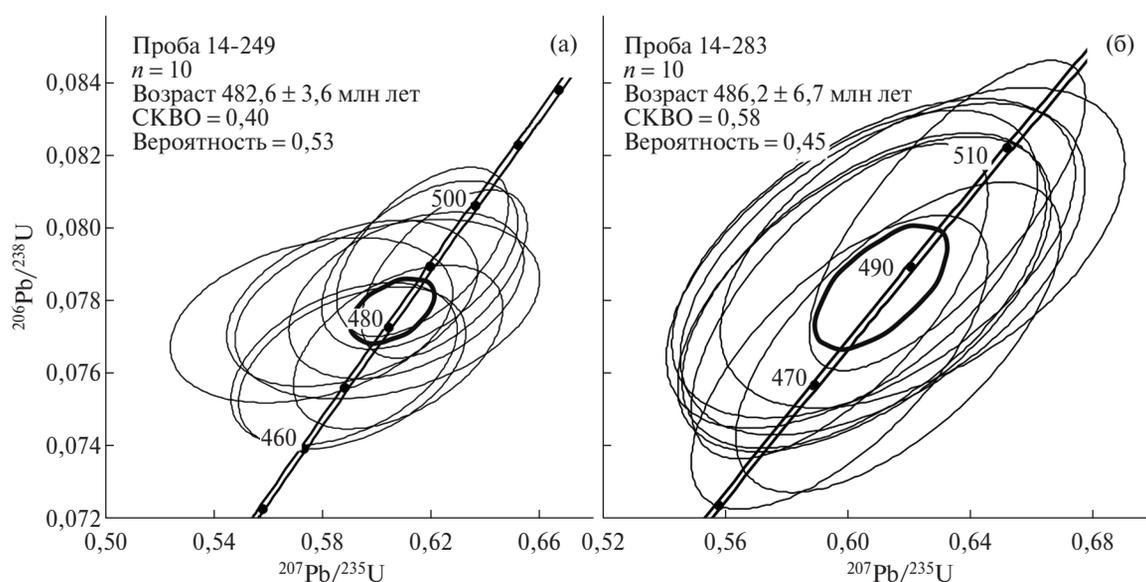
В Сакмарском аллохтоне на юге Центрально-Уральской мегазоны возраст гранитоидов ГТТК в трёх точках равен 456 ± 4 ; 456 ± 6 ; $426,5 \pm 6,7$ млн лет [7]. Там ГТТГ служит субстратом для комплекса параллельных даек, состав которых близок к бонинитам. Залегающий структурно выше базальт-андезит-риолитовый колчеданоносный комплекс в верхней части разреза содержит конодонты катийского яруса верхнего ордовика [5]. В Актау-Таналыкской зоне, на западе Магнитогорской мегазоны, ГТТК находится в скринах даек баймак-бурибайского комплекса, дайки и эффузивы которого близки к бонинитам. Для трондьемитов по цирконам получено значение возраста $423,7 \pm 5,6$ млн лет [6]. В верхней части разреза баймак-бурибайского комплекса залегают колчеданоносные вулканиты контрастной серии, которые вверх сменяются мощным разрезом островодужных вулканогенных и вулканогенно-осадочных пород ранне-среднедевонского возраста [3].

В Казахстане ассоциации, подобные описанным, известны в Бошекулском, в Чу-Илийском регионах,

Таблица 1. Результаты U/Pb (SHRIMP II)-исследований цирконов из тоналитов (проба 14-249) и гранофировых гранитов (проба 14-283) Спиридоновского массива

Точка измерения	$^{206}\text{Pb}_c$, %	U, ppm	Th, ppm	$^{206}\text{Pb}/^{238}\text{U}$ (1)	$^{206}\text{Pb}^*$, ppm	$^{206}\text{Pb}/^{238}\text{U}$ -возраст
14-249-1	0,05	591	256	0,079	40,3	492,4±5,6
14-249-2	0,20	456	174	0,076	29,9	473,3±5,5
14-249-3	0,07	431	138	0,079	29,3	490,3±5,7
14-249-4	0,33	295	75	0,078	19,8	483,2±6
14-249-5	0,12	415	137	0,077	27,4	476,7±5,6
14-249-6	0,42	441	141	0,078	29,5	481,2±5,7
14-249-7	0,17	360	117	0,076	23,6	473,9±5,7
14-249-8	0,21	458	136	0,078	30,9	485,2±5,7
14-249-9	0,07	730	357	0,079	49,4	488,7±5,4
14-249-10	0,19	359	109	0,078	24,1	484±5,8
14-283-1	0,24	85	27	0,079	5,79	490±11
14-283-2	0,08	263	163	0,08	18,2	498±11
14-283-3	0,14	152	65	0,077	10,1	478±10
14-283-4	0,00	140	66	0,078	9,4	484±11
14-283-5	0,07	161	60	0,078	10,8	486±11
14-283-6	0,27	169	91	0,080	11,6	493±11
14-283-7	0,15	143	53	0,079	9,72	490±11
14-283-8	0,00	97	32	0,078	6,53	485±11
14-283-9	0,10	221	101	0,076	14,5	474±10
14-283-10	0,21	106	40	0,079	7,25	491±11

Примечание. Погрешность 1σ ; Pb_c и Pb^* — пропорции обычного и радиогенного свинца соответственно; погрешность в калибровке стандарта для пробы 14-249 0,50%, для пробы 14-283 0,60%. (1) — обычный Pb, скорректированный с использованием измеренного ^{204}Pb .

**Рис. 4.** Диаграммы с конкордиями по результатам SHRIMP II-исследований цирконов. а — из тоналитов (проба 14-249), б — из гранофировых гранитов (проба 14-283).

где для гранитоидов доказан раннекембрийский возраст [1, 4].

Современные аналоги описанных комплексов распространены в структурах Юго-Западной Паци-

фики (бассейн Манус, о-ва Фиджи, Тонга, Кермадек). Сравнение с этими объектами позволяет предполагать, что магматические комплексы Денисовской зоны и сходные комплексы других районов

Урала, Казахстана отражают эволюцию внутриокеанических надсубдукционных структур — островных дуг, задуговых и междуговых прогибов.

Источники финансирования. Выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14–27–00058) и РФФИ (проект № 14–05–00052; 15–05–05109).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дегтярев К.Е., Рязанцев А.В., Котов А.Б. и др. Раннекембрийские офиолиты Бошекульской зоны (Центральный Казахстан): строение разрезов и обоснование возраста // ДАН. 2010. Т. 431. № 4. С. 503–508.
2. Иванов К.С. Основные черты геологической истории (1,6–0,2 млрд лет) и строения Урала. Дис. д-ра геол.-минерал. наук. Екатеринбург, 1998. 252 с.
3. Маслов В.А., Артюшкова О.В. Стратиграфия и корреляция девонских отложений Магнитогорской мегазоны Южного Урала. Уфа: ДизайнПолиграфСервис, 2010. 288 с.
4. Рязанцев А.В., Дегтярев К.Е., Котов А.Б. и др. Офиолиты Джалаир-Найманской зоны (Южный Казахстан): строение разрезов, обоснование возраста // ДАН. 2009. Т. 427. № 3. С. 359–364.
5. Рязанцев А.В., Дубинина С.В., Кузнецов Н.Б., Белова А.А. Ордовикские структурно-формационные комплексы в аллохтонах Южного Урала // Геотектоника. 2008. № 5. С. 49–78
6. Рязанцев А.В., Савельева Г.Н., Разумовский А.А. Дайковые комплексы офиолитов Урала // Геотектоника. 2015. № 3. С. 36–55.
7. Рязанцев А.В., Толмачева Т.Ю. Ордовикские вулканогенные и плутонические комплексы Сакмарского аллохтона на Южном Урале // Геотектоника. 2016. № 6. С. 1–28.
8. Sun S.S., McDonough W.F. Chemical and Isotopic Systematics of Oceanic Basalts; Implications for Mantle Composition and Processes. In: Magmatism in the Ocean Basins. L.: Geol. Soc. London, 1989. V. 42. P. 313–345.

ORDOVICIAN GABBRO-TONALITE-TRONDHJEMITE COMPLEX AND ASSOCIATED VOLCANIC ROCKS IN THE PALEOZOIC SUTURE BETWEEN URALS AND KAZAKHSTAN

A. V. Ryazantsev

Presented by Academician of the RAS M.A. Fedonkin November 29, 2016

Received November 14, 2016

This paper reports new data on the Early Ordovician age established for granitoids of the gabbro-tonalite-trondhjemite complex in the Denisovka ophiolite zone (suture) on the boundary between the Paleozoic structures (Paleozooids) of the Urals and Kazakhstan. The ages of 482.6 ± 3.6 Ma and 486.2 ± 6.7 Ma were established by the U/Pb method (SHRIMP II) on the age data for zircon extracted from granitoids. The plutonic complex associates with the Early–Middle Ordovician effusive complex, composed of a series of rocks differentiated from basalts to rhyolites. The volcano-plutonic association was formed in the supra-subduction settings, as is evidenced by the composition of the rocks.

Keywords: Urals, Transuralian, Kazakhstan, Ordovician, ophiolite, gabbro, tonalite, trondhjemite, U/Pb age, zircon, SHRIMP.

УДК 551.35

СИСТЕМАТИКА Co, Hf, Ce, Cr, Th И РЗЭ В СОВРЕМЕННЫХ ДОННЫХ ОСАДКАХ БАРЕНЦЕВА МОРЯ

Член-корреспондент РАН А. В. Маслов^{1,*}, Н. В. Политова², В. П. Шевченко²,
Н. В. Козина², А. Н. Новигатский², М. Д. Кравчишина²

Поступило 08.06.2018 г.

Проанализирована систематика Co, Hf, Ce, Cr, Th, РЗЭ в пробах современных донных осадков, отобранных в 67-м, 68-м рейсах нис “Академик Мстислав Келдыш” в губах и заливах Баренцева моря. Полученные результаты позволяют считать, что преобладающая часть современных донных осадков Баренцева моря сложена тонкой силикокластикой, поступавшей со взвесью Нордкапского течения, размывающего западный берег Скандинавии за счёт эрозии дна в ряде районов моря и размыва комплексов пород Кольского п-ва, Новой Земли и Земли Франца-Иосифа, выноса р. Печора (локальные источники). Определённую роль играл, вероятно, и материал со Шпицбергена.

Ключевые слова: систематика Co, Hf, Ce, Cr, Th и РЗЭ, современные донные осадки, Баренцево море.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852207-211>

Баренцево море — сравнительно мелководный эпиконтинентальный водоём Северного Ледовитого океана, имеющий хорошие связи с окружающими морями и Атлантическим океаном. Дно моря характеризуется сочетанием изометричных или вытянутых подводных возвышений и разделяющих их желобов, впадин [1]. Основные типы современных донных осадков Баренцева моря — пелитовые илы, занимающие >50% его площади, а также песчаные алевриты, алевритовые пески, алевритовые пелиты, распространённые суммарно на 30–32% дна [2]. Литогенный материал в его акваторию поступает в результате размыва подводных поднятий, береговой солифлюкции, абразии, ледниковой экзарации [3, 4]. Источники его — также твёрдый сток рек, льды, выпадения из атмосферы [5–7].

В Баренцевом море существует сложная система поверхностных течений [8]. Наиболее мощное из них — Нордкапское, входящее со стороны Атлантики вдоль Скандинавского п-ва и разделяющееся восточнее на несколько ветвей. Воды Арктического бассейна направлены к югу от архипелага Земля Франца-Иосифа (ЗФИ) и вдоль востока Шпицбергена. На северо-востоке в Баренцево море входит течение Макарова, а через Карские Ворота — течение Литке. Движение “тяжёлых” придонных рассолов, обогащённых взвесью и возникающих при

отжиме солей во время образования на поверхности моря льдов (явление каскадинга), имеет иную конфигурацию [9].

Водосбор Баренцева моря гетерогенен. Кольский п-ов сложен в основном гранито-гнейсами архея (Балтийский щит), присутствуют здесь также габбро, габбро-нориты, габбро-диабазы [10]. В Тимано-Канинской складчатой системе распространены габброиды, граносиениты, щелочные магматические породы [10]. На архипелаге Шпицберген известны гранитные массивы, сходные с гранитоидами Кольского п-ва, вулканиты среднего, кислого составов, граниты-рапакиви, долериты, габброиды, субщелочные массивы, траппы. На ЗФИ присутствуют юрские, меловые базальты, долериты (траппы) [11]. На Новой Земле, являющейся продолжением Урала, можно видеть долериты, габбро, габбро-диабазы, покриты, пикродиабазы, массивы гранитоидов [10].

В нашей публикации проанализирована систематика Co, Hf, Ce, Cr, Th, РЗЭ — элементов, позволяющих в той или иной мере судить о составе пород — источников тонкозернистого обломочного материала [12] в пробах современных донных осадков (пелитовые, алеврито-пелитовые, песчано-алеврито-пелитовые илы, всего 58 проб), отобранных дночерпателем в 67-м, 68-м рейсах нис “Академик Мстислав Келдыш” [13], и пробах, отобранных в губах и заливах Кольского п-ва, Северного острова Новой Земли, Чёшской губы (рис. 1). Определение содержаний редких и рассеянных элементов проведено методом ICP-MS в ИГГ УрО РАН (аналитики Д.В. Киселева, Н.В. Чердниченко, Л.К. Дерюгина).

¹ Институт геологии и геохимии им. А.Н. Заварицкого
Уральского отделения Российской Академии наук,
Екатеринбург

² Институт океанологии им. П.П. Ширшова
Российской Академии наук, Москва

*E-mail: amas2004@mail.ru

гранитах [15] величина $(La/Yb)_{PAAS}$ соответственно 0,66; 0,30 и 1,85; а параметр $(Eu/Eu^*)_{PAAS}$ равен 1,01; 1,65 и 0,74. Распределение нормированных на хондрит [14] РЗЭ в современных донных осадках ряда районов Баренцева моря на рис. 2.

Для реконструкции состава пород — источников тонкой алюмосиликокластики мы провели сопоставление присущих современным донным осадкам Баренцева моря величин ряда индикаторных отношений редких и рассеянных элементов с их значениями в таких референтных объектах, как граниты архея (предполагаемые источники — Кольский п-ов, Шпицберген), палеозойские андезиты (источники — Урал, Новая Земля), мезозойские—кайнозойские базальты (источник — ЗФИ) (всё по [15]). Кроме того, привлечены данные [11] о распределении Co, Hf, Ce, Cr, Th, РЗЭ в вулканических породах ЗФИ.

На диаграмме Co/Hf—Ce/Cr большинство точек осадков Баренцева моря тяготеют к референтным точкам состава PAAS и палеозойских андезитов (рис. 3). В области составов, характерных для архейской силикокластики, присутствует ряд точек осадков Восточно-, Северо- и Южно-Баренцевоморских впадин и Медвежинского жёлоба. К области составов основных вулканитов ЗФИ тяготеют точки осадков, отобранных в зал. Русская Гавань, прол. Кембридж и районе к северу от о. Белый.

На диаграмме Hf—La/Th практически все фигуративные точки современных донных осадков расположены между областями составов, формирующихся за счёт размыта зрелой континентальной коры и андезитовых (островодужных) источников. Образованное ими поле тяготеет также к расположению референтных точек палеозойских андезитов и мезокайнозойских базальтов.

Несколько по-иному распределены точки баренцевоморских современных донных осадков на графике Eu/Eu^* —Cr/Th. Здесь ни одна из них не попадает в поле основных вулканитов ЗФИ; а в целом образованное ими поле расположено между референтными точками мезозойско-кайнозойских базальтов, с одной стороны, и палеозойских андезитов и PAAS, с другой, ближе к последним.

На диаграмме $\Sigma РЗЭ$ — $(La/Yb)_N$ примерно две трети точек осадков локализовано в области составов, типичных для осадочных образований, тогда как остальные расположены в области перекрытия составов осадочных пород и базальтов. Здесь же присутствуют точки составов PAAS и палеозойских андезитов. Следует отметить, что ни одна из точек осадков, отобранных в 67-м, 68-м рейсах нис “Академик Мстислав Келдыш”, не попала на данном графике в область составов, образующихся за счёт размыта гранитов, в том числе и архейских. Это, как

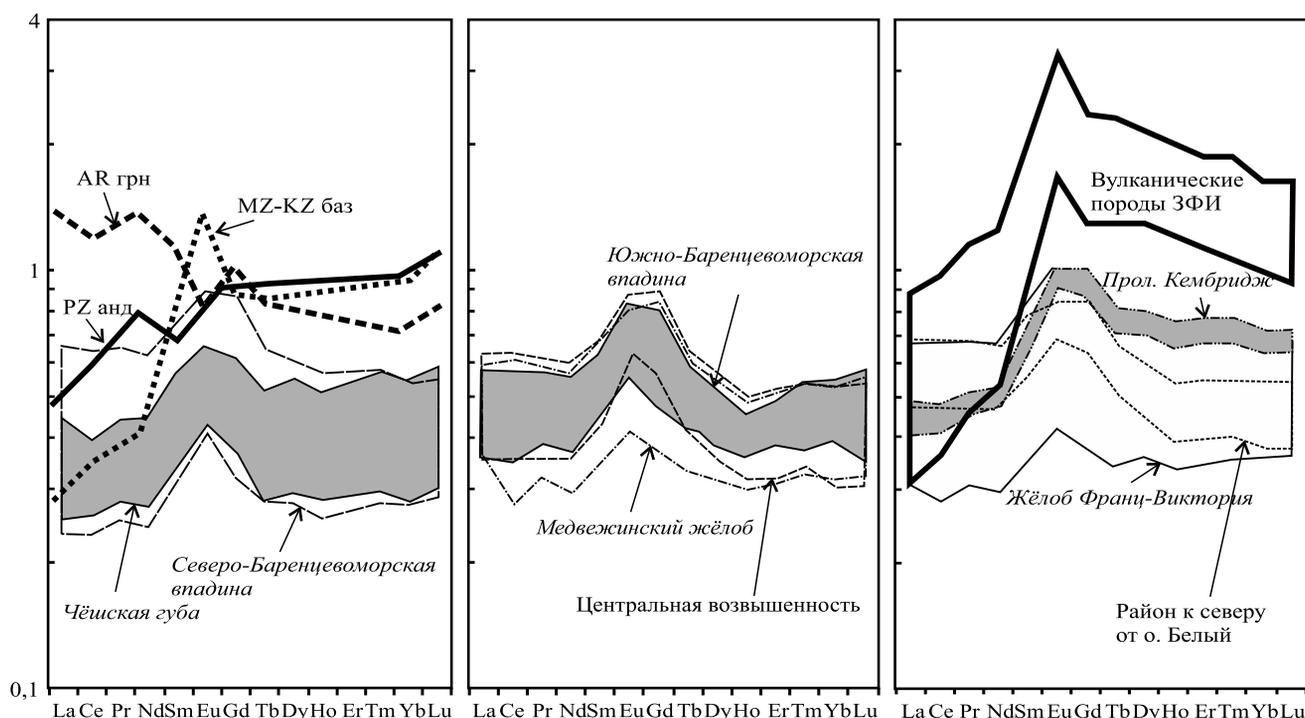


Рис. 2. Распределение нормированных на хондрит РЗЭ в современных донных осадках ряда районов Баренцева моря, референтных объектах и вулканитах ЗФИ. AR грн — архейские граниты; MZ-KZ баз — мезозойские—кайнозойские базальты; PZ анд — палеозойские андезиты, всё по [15].

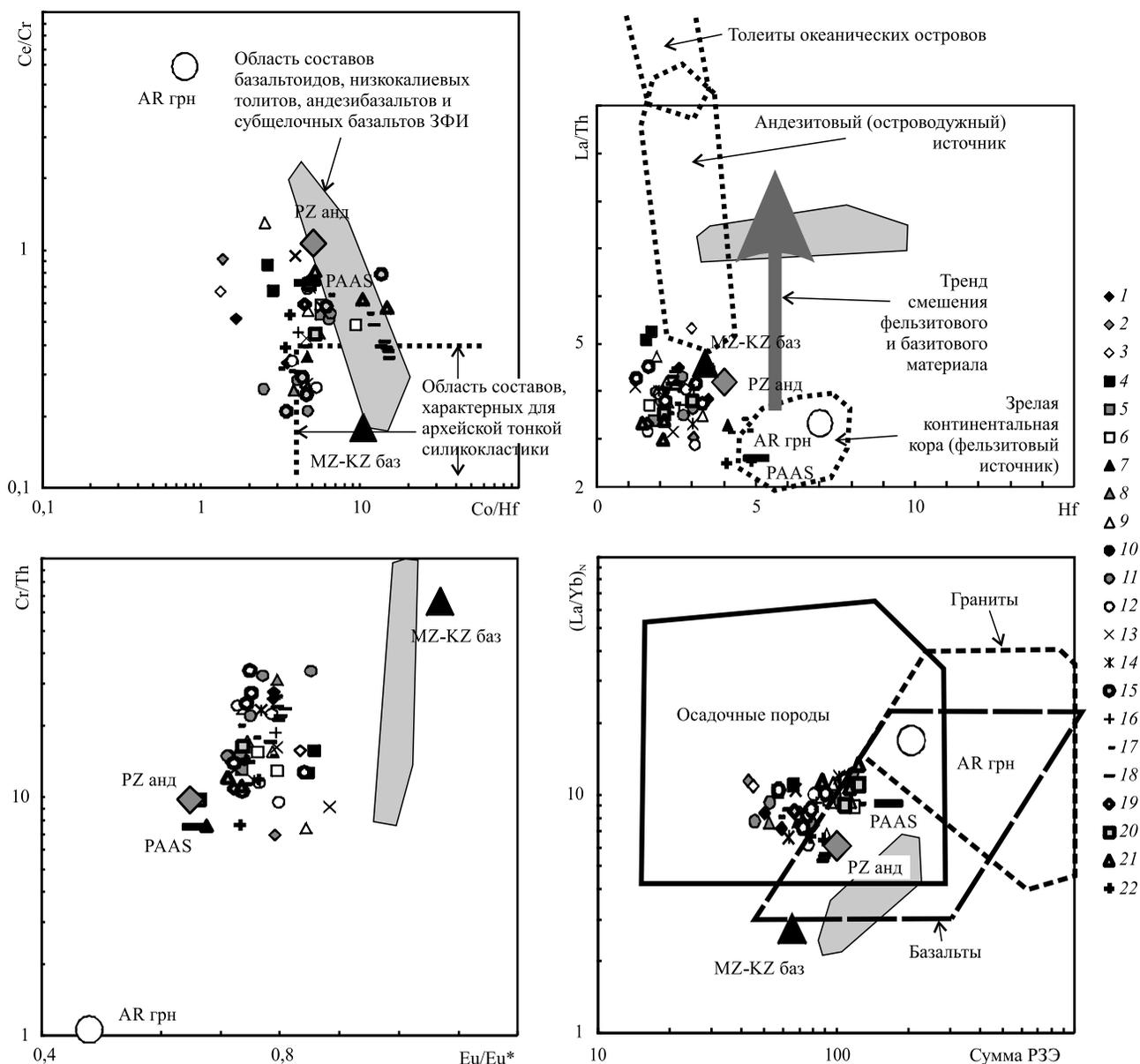


Рис. 3. Распределение точек состава современных донных осадков Баренцева моря на некоторых дискриминантных диаграммах. Районы отбора проб современных донных осадков: 1 — Чёшская губа; 2 — Ярнышная губа; 3 — Дальнезеленецкая губа; 4 — Печорское море; 5 — Канинская банка; 6 — зал. Русская Гавань; 7 — Восточно-Баренцевоморская впадина; 8 — Западно-Новоземельский жёлоб; 9 — Адмиралтейский вал; 10 — жёлоб Седова; 11 — Северо-Баренцевоморская впадина; 12 — Южно-Баренцевоморская впадина; 13 — Центральная возвышенность; 14 — возвышенность Персея; 15 — Медвежинский жёлоб; 16 — Нордкинская банка; 17 — жёлоб Франц-Виктория; 18 — прол. Кембридж; 19 — Шпицбергенская банка; 20 — жёлоб Стур-Фьорд; 21 — район к северу от о. Белый; 22 — северная часть жёлоба Седова. Остальные условные обозначения на рис. 2.

и распределение точек осадков на других диаграммах, даёт основание предполагать, что комплексы пород, слагающие Кольский п-ов, не являются основными источниками тонкой силикокластики для Баренцева моря. На диаграмме $\Sigma PЗЭ-(La/Yb)_N$, как и на графиках $Hf-La/Th$ и $Eu/Eu^*-Cr/Th$, не наблюдается тяготения поля составов современных донных осадков Баренцева моря и к области базальтов, и андезибазальтов ЗФИ, что также, по всей ви-

димости, исключает существенное влияние последних на формирование Co-, Hf-, Ce-, Cr-, Th-, PЗЭ-систематики современных донных отложений. Это подтверждается и характером распределения нормированных на хондрит спектров PЗЭ в современных донных осадках подавляющего большинства районов Баренцева моря. Только пелитовые илы прол. Кембридж, расположенного в непосредственной близости к ЗФИ, характеризуются спект-

рами РЗЭ, сходными со спектрами основных магматических пород, присутствующих на островах этого архипелага.

Приведённые материалы позволяют считать, что преобладающая часть современных донных осадков Баренцева моря сложена достаточно зрелым в геохимическом отношении материалом, представляющим собой, по всей видимости, смесь тонкой силикокластики, поступавшей как со взвесью Нордкапского течения, размывающего западный берег Скандинавии (норвежские каледониды), и за счёт эрозии дна в ряде районов моря, так и за счёт размыва комплексов пород Кольского п-ва, Новой Земли, ЗФИ, а также выноса р. Печорой (локальные источники сноса). Ранее на преимущественно гранитоидный состав питающих провинций Печорского моря обращали внимание авторы [4].

Благодарности. Авторы благодарны экипажу нис “Академик Мстислав Келдыш”, Д.В. Ерошенко, С.М. Исаченко, Г.В. Малафееву, А.В. Булохову за помощь в экспедиции, М.В. Митяеву, И.В. Мискевичу за предоставленные пробы донных осадков, Н.С. Глушковой за подготовку иллюстраций, В.Б. Ершовой за подбор ряда литературных источников и академику РАН А.П. Лисицыну за ценные советы.

Источники финансирования. Исследования проведены при поддержке РНФ (гранты 14–27–00114 и 14–27–00114–П, экспедиция, интерпретация результатов) и проекта УРО РАН 18–9–5–1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сорохтин Н.О., Никифоров С.Л., Кошель С.М., Козлов Н.Е.* // Вестн. МГУ. 2016. Т. 19. № 1/1. С. 123–137.
2. *Гуревич В.И.* Современный седиментогенез и геоэкология западно-арктического шельфа Евразии. М.: Науч. мир, 2002. 135 с.
3. *Elverhoi A., Pfirman S.L., Solheim A., Larssen B.B.* // Marine Geol. 1989. V. 85. P. 225–250.
4. *Левитан М.А., Лаврушин Ю.А., Штайн Р.* Очерки истории седиментации в Северном Ледовитом океане и морях Субарктики в течение последних 130 тыс. лет. М.: Геос, 2007. 404 с.
5. *Шевченко В.П., Виноградова А.А., Иванов Г.И., Лисицын А.П., Серова В.В.* // ДАН. 1997. Т. 355. № 5. С. 673–676.
6. *Айбулатов Н.А., Матюшенко В.А., Шевченко В.П., Политова Н.В., Потехина Е.М.* // Геоэкология. Инж. геология. Гидрогеология. Геокриология. 1999. № 6. С. 526–540.
7. Государственная геологическая карта Российской Федерации. 1:1 000 000 (третье поколение). Сер. Северо-Карско-Баренцевоморская. Лист Т-41–44 — мыс Желания. Объясн. зап. СПб.: Картографическая ВСЕГЕИ, 2013. 200 с.
8. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Т. I / Под ред. Ф.С. Терзиева. Баренцево море. В. 1.
9. *Лисицын А.П.* В кн.: Опыт системных океанологических исследований в Арктике. М.: Науч. мир, 2001. С. 31–75.
10. *Верба М.Л., Кулаков Ю.Н., Виноградов В.А.* Геологическое строение СССР и закономерности размещения полезных ископаемых. Т. 9. Моря Советской Арктики. Л.: Недра, 1984. 280 с.
11. *Чернышева Е.А., Харин Г.С., Столбов Н.М.* // ДАН. 2003. Т. 390. № 2. С. 238–241.
12. Интерпретация геохимических данных / Под ред. Е.В. Склярова. М.: Интермет Инжиниринг, 2001. 288 с.
13. *Политова Н.В., Новигатский А.Н., Козина Н.В., Терпугова С.А.* // Океанология. 2018. Т. 58. № 3. С. 534–536.
14. *Taylor S.R., McLennan S.M.* The Continental Crust: Its Composition and Evolution; an Examination of the Geochemical Record Preserved in Sedimentary Rocks. Oxford: Blackwell, 1985. 312 p.
15. *Condie K.C.* // Chem. Geol. 1993. V. 104. P. 1–37.

Co, Hf, Ce, Cr, Th, AND REE SYSTEMATICS OF MODERN BOTTOM SEDIMENTS OF THE BARENTS SEA

Corresponding Member of the RAS A. V. Maslov, N. V. Politova, V. P. Shevchenko, N. V. Kozina, A. N. Novigatsky, M. D. Kravchishina

Received June 8, 2018

The Co, Hf, Ce, Cr, Th, and REE systematics are analyzed for modern sediments collected by a bottom grab during the 67th and 68th cruises of R/V “Akademik Mstislav Keldysh” and samples taken in the Barents Sea bays and inlets. Our results indicate that most modern bottom sediments are composed of fine silicoclastic material enhanced with a suspended matter of the North Cape current, which erodes the western coast of Scandinavia, and due to bottom erosion of some marine areas, as well as erosion of rock complexes of the Kola Peninsula, Novaya Zemlya, and Franz Josef Land (local provenances). Material from Spitsbergen also probably played a certain role. In the southern part of the Barents Sea, clastic material is supplied by the Pechora River.

Keywords: Co, Hf, Ce, Cr, Th, and REE systematics, modern bottom sediments, Barents Sea.

УДК 621.039.7

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАТРИЦ АКТИНИДОВ С РАССОЛОМ

Член-корреспондент РАН С. В. Юдинцев^{1,2,*}, В. И. Мальковский¹,М. С. Никольский¹, Б. С. Никонов¹

Поступило 06.07.2018 г.

Радиоактивные отходы ядерной энергетики с долгоживущими актинидами предлагается помещать в составе титанатов и цирконатов лантанидов в скважины глубиной до 5 км. Показана низкая скорость выноса имитатора отходов (Nd) из образцов при воздействии на них хлоридного рассола при 200 °С. Элементы в жидкой фазе находятся в основном в растворённом виде, роль их коллоидной формы незначительна. Полученные результаты позволяют обосновать выбор перспективных материалов для иммобилизации актинидов.

Ключевые слова: ядерный топливный цикл, радиоактивные отходы, актиниды, иммобилизация, матрица, титанаты и цирконаты РЗЭ, глубокое скважинное хранилище, нагретый рассол, взаимодействие, выщелачивание.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852212-216>

Одно из условий устойчивого развития ядерной энергетики — удаление радиоактивных отходов из биосферы [1, 2]. Актиниды относятся к числу наиболее токсичных радионуклидов отработавшего ядерного топлива (ОЯТ) и высокорadioактивных отходов (ВАО) его переработки. Трёхвалентные трансплутониевые актиниды (Am, Cm) и лантаниды (Ln) — продукты деления в ходе переработки ОЯТ — могут быть выделены в единую Ln-актинидную фракцию в связи с близостью их свойств [2–4]. Количество этой фракции в ОЯТ и отходах его регенерации зависит от времени облучения топлива в ядерном реакторе (степени выгорания топлива) и срока его предварительной выдержки до переработки.

При обычном выгорании топлива (33–45 ГВт/сут на 1 т) содержание актинидов (Am, Cm) в 1 т ОЯТ через 5–10 лет хранения составит 0,62–0,87 кг, а лантанидов 10,1–13,9 кг [4, 5]. Америций (главные изотопы: ²⁴¹Am, ²⁴³Am) доминирует над кюрием (²⁴⁴Cm, ²⁴⁵Cm). Лантаниды в основном представлены стабильными изотопами, среди них преобладают Nd, La, Ce, Pr, Sm. Данную фракцию элементов предложено включать в устойчивые материалы (матрицы) и размещать в геологическом хранилище [1, 7–9]. Другой способ обращения с актинидами — их трансмутация при облучении быстрыми нейтронами [1–5]. Это очень сложная технология, требующая

отделения актинидов от лантанидов и многократного облучения актинидов в быстрых реакторах или ускорителях с промежуточной переработкой мишеней. Эффективные установки для сжигания трансплутониевых актинидов в настоящее время отсутствуют [2–5]. Несмотря на глубокий теоретический анализ и экспериментальные данные по трансмутации, реализация этого способа в перспективе ближайших десятилетий сомнительна.

Матрица должна прочно фиксировать радионуклиды в течение всего срока их опасности. Он оценивается в 10 периодов полураспада, что отвечает сотням тысяч и миллионам лет для ²³⁷Np, ²³⁹Pu — продуктов распада ^{241,243}Am, ²⁴⁵Cm. Для иммобилизации Ln-актинидной фракции предложены [1, 6–11] титанаты со структурой пироклора, перовскита или цирконолита, фосфат Ln со структурой монацита. Они обладают большой ёмкостью в отношении ВАО (десятки мас.%) и устойчивы в растворе при высоких температурах [11]. Размещение матриц в скважинах на глубинах 3–5 км гарантирует безопасность захоронения актинидов [6]. Низкая проницаемость пород, стратификация вод (увеличение солёности и плотности с глубиной), восстановительная обстановка и задержка породами в результате сорбции исключают возможность миграции актинидов из хранилища [12, 13] и их попадание в биосферу. Подземные воды на больших глубинах представлены хлоридными рассолами [14] с температурами до 200 °С.

Задача работы — изучение поведения матриц с имитаторами отходов в высокоминерализованных растворах при параметрах скважинного хранилища.

¹ Институт геологии рудных месторождений, петрографии, минералогии и геохимии Российской Академии наук, Москва

² Институт физической химии и электрохимии Российской Академии наук, Москва

*E-mail: syud@igem.ru

Для этой цели выбраны изученные ранее [7–9] образцы на основе пирохлора состава $\text{Ln}_2(\text{Zr}, \text{Ti})_2\text{O}_7$, моноклинного ($\text{Ln}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$) или ромбического ($\text{Ln}_4\text{Ti}_9\text{O}_{24}$) титанатов лантанидов (далее — “Пир”, “Мт”, “Рт”). Имитатором отходов в них служили Nd или смесь лантанидов, отвечающая их соотношению в ОЯТ и ВАО. Неодим доминирует в Ln-актинидной фракции, что наряду с близкими ионными радиусами определяет выбор Nd^{3+} как имитатора Am^{3+} , Cm^{3+} . В образец “Рт” вводили U с целью имитации Np, Pu, образующих катионы с более высоким зарядом (4^+ , 5^+ , 6^+). Образцы получены плавлением оксидной смеси заданного состава в “холодном” тигле индукционного нагрева (ИПХТ), их исследовали рентгенофазовым методом (РФА, “Rigaku” D/Max 2200, CuK_α) и на сканирующем электронном микроскопе JSM-5610LV, спектрометр JED-2300 (СЭМ/ЭДС).

Образцы состоят из целевых фаз $\text{Ln}_2(\text{Zr}, \text{Ti})_2\text{O}_{7-x}$ со структурой пирохлора (далее — пирохлор), $\text{Ln}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ (моноклинный титанат), $\text{Ln}_4\text{Ti}_9\text{O}_{24}$ (ромбический титанат). В них имеется примесь других фаз: $(\text{Ca}, \text{Ln})\text{Zr}(\text{Ti}, \text{Al})_2\text{O}_7$ (цирконолит), $(\text{Ln}, \text{U})\text{Ti}_2\text{O}_6$ (браннерит), $(\text{Ln}, \text{U})\text{O}_{2-x}$ (Ln–U-оксид), $(\text{Ca}, \text{Ln})_4\text{Cu}(\text{Ti})_4[\text{Si}_2\text{O}_7]_2\text{O}_8$ (перьерит); причины их появления в образцах рассмотрены ниже.

Шихта образца “Пир” приготовлена исходя из формулы $\text{Nd}_2\text{Zr}_{1,5}\text{Ti}_{0,5}\text{O}_7$. По данным СЭМ/ЭДС-анализа он сложен двумя типами зёрен пирохлора разного состава (рис. 1а, табл. 1). В образце “Мт” стехиометрии $\text{Nd}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ доминирует моноклинный титанат, обнаружены цирконолит и пирохлор (рис. 1в, табл. 2). Появление двух последних фаз вызвано отличием реального состава образца от расчётного (табл. 2) вследствие примеси Al в шихте и применения Zr для инициации плавления. Состав образца “Рт” близок к $\text{Ln}_4\text{Ti}_9\text{O}_{24}$, в него вводили 4 мас.% UO_2 и 1 мас.% CaO для обеспечения изоморфной реакции: $2\text{Ln}^{3+} = \text{Ca}^{2+} + \text{U}^{4+}$. Такой обмен характерен для многих соединений лантанидов, в том числе со структурой пирохлора или монацита. Ромбический титанат — главная фаза в образце “Рт”, имеются браннерит (титанат U, Ln), оксид U и лантанидов, титаносиликат лантанидов со структурой перьерита (рис. 1д, табл. 3). Образование браннерита и Ln–U-оксида обусловлено низкой ёмкостью структуры $\text{Ln}_4\text{Ti}_9\text{O}_{24}$ в отношении U. Появление титано-силикатной фазы и наличие Cu в её составе вызвано загрязнением образца при синтезе на установке ИПХТ (растворение в расплаве огнеупорной обмазки тигля и его стенок, сделанных из медных трубок).

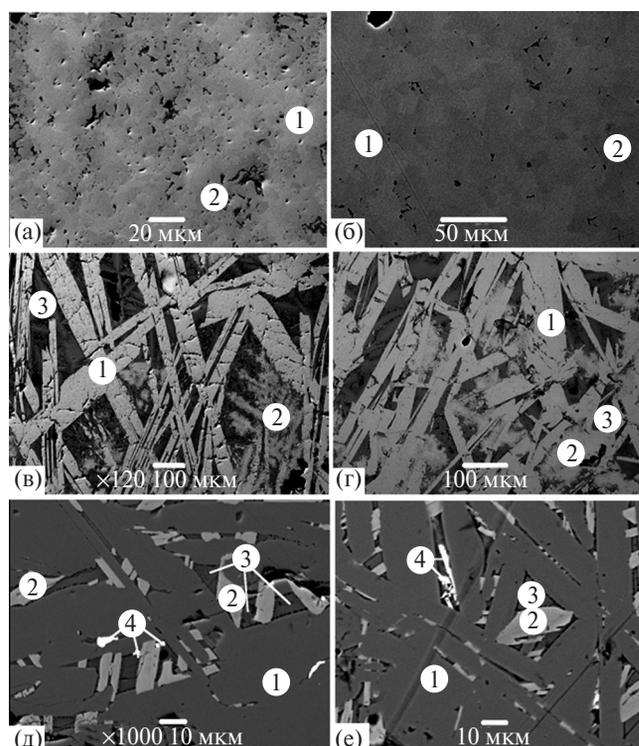


Рис. 1. Снимки образцов до (а, в, д) и после (б, г, е) контакта с рассолом. а, б — образец “Пир” (1, 2 — пирохлор); в, г — образец “Мт” (1 — моноклинный титанат, 2 — цирконолит, 3 — пирохлор); д, е — образец “Рт” (1 — ромбический титанат, 2 — браннерит, 3 — титаносиликат, 4 — (U, Ln)-оксид). Чёрное — поры.

Таблица 1. Составы фаз в образце “Пир” до (1) и после (2) контакта с рассолом

Оксид, мас.%	Расчётный состав образца из формулы $\text{Nd}_2\text{TiZrO}_7$	Пирохлор-1		Пирохлор-2	
		1	2	1	2
TiO_2	7,0	3,7	1,8	8,4	8,1
ZrO_2	33,0	41,5	43,8	36,6	37,4
Nd_2O_3	60,0	54,8	54,4	55,0	54,5

Примечание. Здесь и в табл. 2, 3 сумма оксидов приведена к 100 мас.%.

Таблица 2. Составы фаз в образце “Мт” до (1) и после (2) контакта с рассолом

Оксид, мас.%	Состав образца		Мон. титанат		Цирконолит		Пирохлор	
	а	б	1	2	1	2	1	2
Al_2O_3	Нет	0,8	Н.о.	Н.о.	3,1	3,3	Н.о.	Н.о.
TiO_2	32,3	28,5	31,4	31,1	33,1	34,7	20,6	20,5
ZrO_2	Нет	6,2	0,8	1,6	25,2	23,6	19,4	16,9
Nd_2O_3	67,7	64,5	67,8	67,3	38,6	38,4	60,0	62,6

Примечание. а — расчёт из формулы $\text{Nd}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$, б — реальный состав образца. Н.о. — не обнаружен (меньше предела обнаружения, равного 0,5 мас.%).

Таблица 3. Составы фаз в образце “Рт” до (1) и после (2) контакта с рассолом

Оксид, мас. %	Состав исходной шихты	Ромбический титанат		Браннерит		Ln–U-оксид		Титаносиликат	
		1	2	1	2	1	2**	1	2
SiO ₂ *	—	Н.о.	Н.о.	Н.о.	Н.о.	Н.о.	1,6	24,7	24,0
CaO	0,9	0,9	0,7	Н.о.	Н.о.	0,7	1,4	5,8	5,4
TiO ₂	49,2	51,9	52,9	44,9	44,5	2,8	21,4	15,1	15,4
CuO*	—	Н.о.	Н.о.	Н.о.	Н.о.	Н.о.	Н.о.	9,5	9,2
La ₂ O ₃	6,2	5,8	6,0	1,9	2,1	2,8	6,8	9,8	9,9
Ce ₂ O ₃	11,3	12,6	12,2	11,3	11,0	21,2	18,5	11,8	12,4
Pr ₂ O ₃	5,5	5,2	4,8	2,2	1,9	3,2	3,7	4,5	4,6
Nd ₂ O ₃	18,0	17,0	17,2	8,4	8,4	11,4	12,2	13,6	13,4
Sm ₂ O ₃	3,5	3,3	3,4	2,0	2,1	3,4	2,3	2,2	2,3
Eu ₂ O ₃	0,5	0,8	0,8	0,3	0,7	0,7	0,7	Н.о	0,6
Gd ₂ O ₃	0,8	1,1	1,0	0,9	1,0	1,3	0,9	0,5	0,4
UO ₂	4,1	1,4	1,2	28,1	28,3	52,5	30,5	2,5	2,4

Примечание. Прочерк — нет; Н.о. — не обнаружен (ниже предела обнаружения); * частичное растворение в расплаве материалов плавителя, обмазки (SiO₂) и стенок тигля (CuO); ** при СЭМ/ЭДС-анализе состава вследствие мелкого размера зёрен (Ln, U)-оксида (< 5 мкм) происходит захват окружающих титанатных фаз.

Подземные воды глубоких горизонтов характеризуются минерализацией в десятки и сотни г/л, а основные их элементы представлены Na, Ca, Cl [14]. Опыты проводили при 200 °С в рассоле состава 0,5 М CaCl₂ + 0,5 М NaCl в титановых автоклавах с фторопластовым вкладышем на прямоугольных пластинках с площадью поверхности 636 (“Пир”), 442 (“Мт”) или 190 (“Рт”) мм², объём раствора 25 мл³. Через 10 сут образец извлекали из автоклава, раствор заменяли новой порцией и выдерживали при 200 °С ещё 30 сут. Твёрдые образцы после опыта изучали в электронном микроскопе (рис. 1, табл. 1–3). К раствору добавляли 1–2 мл концентрированной HNO₃ для предотвращения осаждения элементов. Его анализировали на масс-спектрометре с индуктивно-связанной плазмой (XII ICP-MS “Thermo Scientific”) до и после фильтрации через мембраны с диаметром пор 450 и 25 нм (табл. 4), что позволяет оценить долю элементов в форме коллоидов. Для оценки точности измерений анализировали также пробу исходного (“холостого”) хлоридного раствора.

С учётом точности и локальности СЭМ/ЭДС-анализа разницы в строении образцов и составах фаз до и после контакта с раствором не обнаружено. Наиболее существенное отличие проявлено в составах Ln–U-оксида в образце “Рт” до и после эксперимента по взаимодействию. Это скорее всего связано с очень малым размером зёрен оксида (< 5 мкм) в данном образце. Захват окружающего вещества при их анализе приводит к появлению в составе оксида заметного количества Ti с пропорциональным снижением содержаний Ln, U.

С ростом длительности контакта наблюдается снижение или постоянство содержания одних элементов (Nd, Ce) в растворе и возрастание концентрации других (Ti, La, U). Первый случай связан с образованием на поверхности образца тонкой плёнки, затрудняющей переход элементов в раствор. Во втором случае такой плёнки не образуется или её наличие не препятствует выносу элемента из твёрдого образца в жидкую фазу. Это отчётливо проявлено в опытах с образцом “Рт”, в которых содержания La, U в растворах возрастают в опыте большей длительности. Объяснение этому связано с наличием в образце Ln–U-оксида с более высокой растворимостью. Для Ce наблюдается постоянство концентраций, что, вероятно, вызвано нахождением его в этой фазе в виде менее растворимого Ce⁴⁺, а не как

Таблица 4. Содержания элементов (мкг/л) в растворах опытов до (исходный) и после фильтрации через мембраны с диаметром поры 450 и 25 нм

Образец	Ti	La	Ce	Nd	U
“Пир” (исходный)	25 ^(а) /39 ^(б)	Нет	Нет	35/11	Нет
“Пир” (450 нм)	23/36	Нет	Нет	72/14	Нет
“Пир” (25 нм)	20/33	Нет	Нет	52/11	Нет
“Мт” (исходный)	18/37	Нет	Нет	25/10	Нет
“Мт” (450 нм)	18/39	Нет	Нет	18/8	Нет
“Мт” (25 нм)	16/41	Нет	Нет	8 / 8	Нет
“Рт” (исходный)	11/45	138/324	13/20	73/71	18/67
“Рт” (450 нм)	14/42	157/318	15/20	87/72	16/67
“Рт” (25 нм)	22/44	201/281	19/21	106/57	20/54
“Холостой”*	9	2	1	1	0,2

Примечание. Длительность опыта: ^(а) — 10 сут, ^(б) — 30 сут. Нет — не вводился в образец, * среднее значение по результатам анализа трёх проб.

Ce^{3+} . Различие в поведении La, Nd необъяснимо. Фильтрация слабо влияет на содержание элементов в растворе, что указывает на отсутствие их коллоидной формы, характеризующейся наиболее высокой способностью к миграции. Для опыта длительностью 30 сут были рассчитаны скорости выщелачивания (N_L) по формуле $N_L = C \times V / (f \times S \times t)$. Здесь C — содержание элемента в растворе, V — объём раствора, f — масса элемента в твёрдом образце в долях от единицы, S — площадь поверхности образца, t — длительность опыта. Их значения составляют, $\text{г}/(\text{м}^2 \cdot \text{сут})$: $(1-3) \cdot 10^{-2}$ для U, La и $\sim 10^{-3}$ для Ce, Nd в образце “Рт”; $(3-5) \cdot 10^{-5}$ для Nd (“Пир”, “Мт”), а для Ti они меняются от $5 \cdot 10^{-4}$ до $15 \cdot 10^{-4}$ $\text{г}/(\text{м}^2 \cdot \text{сут})$ (“Пир”, “Мт”, “Рт”).

Результаты СЭМ/ЭДС-исследования не выявили изменений в строении образцов после многосуточного взаимодействия с рассолом при 200 °С. Известно [15], что изменения кристаллических матриц в растворах происходят на глубину до 1 мкм, что на несколько порядков меньше области деградации стекломатриц в близких условиях. Изучение устойчивости этих двух типов матриц выявило [6] заметное изменение стеклообразных материалов уже через 7 сут при 200 °С и их полную дезинтеграцию после выдержки 4 сут при 300 °С. Значительная часть радионуклидов в растворе при контакте со стеклообразными матрицами находится в составе высокоподвижной коллоидной формы. Кристаллические образцы проявляют исключительно высокую стабильность в таких условиях. Полученные данные подтверждают возможность их использования в качестве матриц для размещения в скважинном хранилище. Повышенные содержания Ln, U в жидкой фазе связаны с растворением оксида элементов. Для надёжной изоляции отходов следует избегать образования такой фазы в образцах матриц.

Благодарности. Авторы благодарят Б.Р. Таирова за помощь в проведении опытов. Составы растворов определены в ЦКП “ИГЕМ-аналитика” (аналитик Д.Б. Петренко).

Источник финансирования. Работа выполнена за счёт средств гранта РФФИ, проект № 17-05-00030.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лаверов Н.П., Величкин В.И., Омеляненко Б.И., Юдинцев С.В., Петров В.А., Бычков А.В.* Изоляция отработавших ядерных материалов (геолого-геохимические основы). М: ИФЗ РАН, 2008. 280 с.
2. Trends towards Sustainability in the Nuclear Fuel Cycle. P.: NEA, 2011. 183 p.
3. *Копырин А.А., Карелин А.И., Карелин В.А.* Технология производства и радиохимической переработки ядерного топлива. М.: Атомэнергоиздат, 2006. 576 с.
4. State-of-the-Art Report on the Progress of Nuclear Fuel Cycle Chemistry. P.: NEA, 2018. 299 p.
5. Physics and Safety of Transmutation Systems. P.: NEA, 2006. 120 p.
6. *Ringwood A.E.* // Mineral. Mag. 1985. V. 49. P. 159–176.
7. *Юдинцев С.В., Никольский М.С., Никонов Б.С., Мальковский В.И.* // ДАН. 2018. Т. 480. № 2. С. 217–222.
8. *Юдинцев С.В., Стефановский С.В., Каленова М.Ю., Никонов Б.С., Никольский М.С., Кощев А.М., Щепин А.С.* // Радиохимия. 2015. Т. 57. № 3. С. 272–282.
9. *Юдинцев С.В., Стефановский С.В., Стефановская О.И., Никонов Б.С., Никольский М.С.* // Радиохимия. 2015. Т. 57. № 6. С. 547–555.
10. *Gieré R., Lumpkin G.R., Smith K.* In: Highlights in Applied Mineralogy. N.Y.: De Gruyter, 2017. P. 223–244.
11. *Gieré R., Malmström J., Reusser E., Lumpkin G.R., Düggelin M., Mathys D., Guggenheim R., Günther D.* // Mat. Res. Soc. Symp. Proc. 2001. V. 663. P. 267–276.
12. *Gibb F.G.F., Travis K.P., Hesketh K.W.* // Mineral. Mag. 2012. V. 76. P. 3003–3017.
13. *Brady P.V., Freeze G.A., Kuhlman K.L., Hardin E.L., Sassani D.C., MacKinnon R.J.* In: Geological Repository Systems for Safe Disposal of Spent Nuclear Fuels and Radioactive Waste. Woodhead Publishing Series in Energy. 2nd ed. L.: Elsevier, 2017. P. 89–112.
14. *Frape K., Fritz P., McNutt R.H.* // Geochim. et Cosmochim. Acta. 1984. V. 48. P. 1617–1627.
15. *Frankel G.S., Vienna J.D., Lian J., Scully J.R., Gin S., Ryan J.V., Wang J., Kim S.H., Windl W., Du J.* // J. Materials Degradation. 2018. V. 15. P. 1–17.

INTERACTION OF ACTINIDE MATRICES WITH BRINE

**Corresponding Member of the RAS S. V. Yudintsev, V. I. Malkovsky,
M. S. Nikolsky, B. S. Nikonov**

Received July 6, 2018

Radioactive wastes with long-lived actinides derived in the nuclear fuel cycle can be disposed in very deep boreholes (depth up to 5 km) in titanate and zirconate matrices. During their interaction with a hot chloride brine very low release rate of the waste imitator (Nd) is shown. The elements in solution occur in soluble form, role of colloids is insignificant. The data allow selection of matrices for actinide waste immobilization.

Keywords: nuclear fuel cycle, radioactive waste, actinides, immobilization, matrix, titanates and zirconates of REEs, deep well storage, hot brine, interaction, leaching.

УДК 550.372;550.837

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЕСТЕСТВЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ ПОИСКА ГЛУБИННЫХ ПОЛЯРИЗУЮЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ

К. М. Ермохин¹, Ю. А. Копытенко¹, М. С. Петрищев^{1,*},
член-корреспондент РАН А. Л. Собисевич², П. А. Сергушин¹

Поступило 27.08.2018 г.

Экспериментально доказана возможность выделения глубинных поляризуемых объектов в естественных электромагнитных полях на основе синхронных измерений вертикальной составляющей длиннопериодных вариаций магнитного поля Земли. Интерпретация данных вызванной поляризации выполнена методом аналитического продолжения геофизических полей вниз (в сторону источников).

Ключевые слова: вызванная поляризация, фазовый метод, магнитное поле Земли.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852217-220>

Метод вызванной поляризации (ВП), разработанный В.А. Комаровым в СССР в конце 1950-х годов и Г. Сигелом в Канаде, оказался эффективным при поиске неглубокозалегающих рудных месторождений. Для поиска глубинных залежей углеводородов (УВ) метод ВП применяется редко (преимущественно на шельфе [9]), что объясняется его относительно малой глубиной при использовании искусственных источников электромагнитного поля для наземных съёмки.

Естественные источники длиннопериодных вариаций электромагнитного поля позволяют вести поиски глубинных неоднородностей до 10 км и более [1]. В методе магнитотеллурического зондирования (МТЗ), наиболее интенсивно развиваемом в последние годы для поиска залежей УВ с целью повышения результативности сейсморазведки, эффекты ВП только начинают устойчиво выделяться [2]. Геолого-геофизические предпосылки применения метода ВП в задачах поиска залежей УВ рассматривались в [5].

Рассмотрим пути использования эффекта ВП при синхронном магнитовариационном профилировании вертикальной компоненты естественного магнитного поля Земли. Среди предпосылок применения такого подхода можно выделить следующее:

вертикальная составляющая переменного магнитного поля создаётся естественными теллурическими токами, т.е. порождается объектом поиска [6];

¹ Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова Российской Академии наук, Санкт-Петербургский филиал

² Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской Академии наук, Москва

*E-mail: k_m_e@list.ru

измерение магнитного поля проще и технологичнее электрических измерений (отсутствуют поляризация электродов и влияние приповерхностных факторов) [10, 12];

погрешности при измерении магнитной вертикальной составляющей не критичны к ориентации магнитных датчиков [7];

влияние горизонтально-слоистого разреза при измерении вертикальной магнитной компоненты минимально, т.е. предмет поиска — глубинные объекты, в числе которых могут быть и залежи углеводородов, проявляются наиболее отчётливо [13].

Предлагаемая ниже технология является логическим продолжением фазово-градиентного метода [7]. Суть нового подхода следующая: при достаточно большом интервале времени измерений из сигнала могут быть выделены отдельные длиннопериодные гармоники $A_k \exp\left(i\left(\frac{2\pi}{T_k}t + \varphi_k\right)\right)$, где t — время, T_k — период, A_k — амплитуда, а φ_k — фаза гармоники k . Отклик среды на теллурический ток состоит в изменении амплитуд и фаз отдельных гармоник:

$$a_k \exp\left(i\left(\frac{2\pi}{T_k}t + \varphi_k + \varphi_k^{in} + \varphi_k^{ip}\right)\right),$$

где φ_k^{in} — индукционный сдвиг фазы (ИС) k -й гармоники, φ_k^{ip} — сдвиг фазы ВП. Индукционный сдвиг прямо пропорционален частоте [1], т.е. $\varphi_k^{in} = \frac{2\pi}{T_k}\mu$ (где μ — индукционный параметр), а сдвиг фазы ВП φ_k^{ip} в отличие от ИП не зависит от частоты, т.е. $\varphi_k^{ip} = \nu$ (на этом основан принцип фазового измерения кажущейся поляризуемости, реализованный в аппа-

ратуре ВП-Ф с контролируемым источником поля [8]).

Для выделения гармоник, присутствующих в наблюдаемом сигнале, на первом этапе вычисляется его спектр, а затем амплитуда и фаза доминирующих гармоник уточняются с помощью узкополосного симметричного фильтра, не искажающего фазу.

Наиболее перспективным для применения указанного подхода нам представляется диапазон периодов геомагнитных пульсаций $Pc4$ (50–150 с). Квазипериодические пульсации $Pc4$ отличаются высокой устойчивостью в интервале 04–14 ч местного времени на протяжении нескольких дней в восстановительную фазу геомагнитной бури и суббури [11].

Для разделения эффектов индукции и ВП используем разностную схему. Вычислим сдвиг фазы отклика среды в двух точках 1 и 2 — $R_1(t)$, $R_2(t)$, отстоящих недалеко друг от друга (порядка 200–500 м), для некоторой гармоники n . При синхронных измерениях [7] ввиду синфазности сигнала от удалённого источника φ_n — фаза n -й гармоники одинакова.

Разность сдвига фазы между точками 1 и 2:

$$\Delta\varphi_n^{12} = \omega(\mu_2 - \mu_1) + (v_2 - v_1),$$

т.е. ИС и сдвиг фазы ВП разделены в частотной области. Построив кривую $v_{i+1} - v_i$, $i = 0, 1, \dots, N$, по профилю (N — число точек на профиле) и проинтегрировав, получим

$$v_k = \sum_{j=0}^k (v_{j+1} - v_j) + C_v,$$

т.е. кривую кажущейся поляризуемости по профилю с точностью до постоянного множителя и неизвестного слагаемого C_v . Фоновая составляющая C_v может быть выбрана, например, средней по участку или по профилю [3]. Аналогично вычисляется кривая индукционного параметра.

Глубина проникания поля определяется толщиной скин-слоя как $d = \sqrt{10\rho T} / (2\pi)$, км, где ρ — кажущееся электрическое сопротивление в Ом · м; T — период колебаний в секундах (магнитная проницаемость среды полагается равной магнитной проницаемости вакуума $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

Для исследований до глубины H достаточно принять $H = d/4$, где поле меняется не более чем на 30%, т.е. оно квазиоднородно. Глубинность исследований в этом случае (при использовании периодов порядка 100 с) даже в очень низкоомных разрезах, типичных для нефтяных районов ($\rho \approx 10$ Ом · м), составит

около 4 км, что достаточно для эффективных поисков залежей УВ.

При интерпретации данных ВП традиционно используется формула Сигела—Комарова, т.е. определяется сначала распределение удельного сопротивления в разрезе, а затем поляризуемости. Предлагаемый подход не даёт такой возможности, поэтому мы воспользовались методом аналитического продолжения (АП) геофизических полей вниз (в сторону источников) [3, 4].

Экспериментальные работы проведены в Карелии вблизи пос. Лехта в 2017 г. по профилю длиной 5 км с шагом 250–350 м. Этот район характеризуется рядом известных поляризуемых объектов (шунгиты, графиты, сульфидные залежи) [14].

Измерения сдвига фазы производились синхронно с помощью базовой станции и непосредственно между точками, идущими подряд по профилю.

Синхронные 3–6-часовые записи датчиков вертикальной магнитной компоненты с частотой отсчётов 50 Гц первично обрабатывались визуально с целью выбора общих информативных участков (наличия сигнала достаточной интенсивности и стабильности во времени). Таким образом отобраны синхронные записи длиной 1 ч и выделены гармоники, обеспечивающие построение функций $v(x)$ и $\mu(x)$. На интервале 50–150 с выделены три периода с максимальной амплитудой. Полученные разрезы распределения $v(x, z)$ и $\mu(x, z)$ (z — глубина) в нижнем полупространстве представлены на рис. 1. Разрез индукционного параметра $\mu(x, z)$ показал наличие контакта двух геологических блоков пород в области 2000-го пикета (проводящий — слева, непроводящий — справа). Положение контакта в плане и направление падения подтверждаются данными аэромагниторазведки (рис. 2).

В разломной области контакта и пересечения двух разломов (рис. 2) на разрезе $v(x, z)$ выделяется поляризуемый объект на глубине 300 м, что характерно для геологических условий Карелии [14]. Глубинность АП составляет $1/3$ длины профиля [3]. В эксперименте при длине профиля 5 км объекты глубже 1,5 км недоступны для метода АП. Для достижения требуемой глубинности 5 км при поисках залежей углеводородов длина профиля должна составлять не менее 12–15 км.

Проведённый эксперимент показал принципиальную возможность нахождения поляризуемых залежей на основе АП данных синхронных измерений длиннопериодных вариаций магнитного поля.

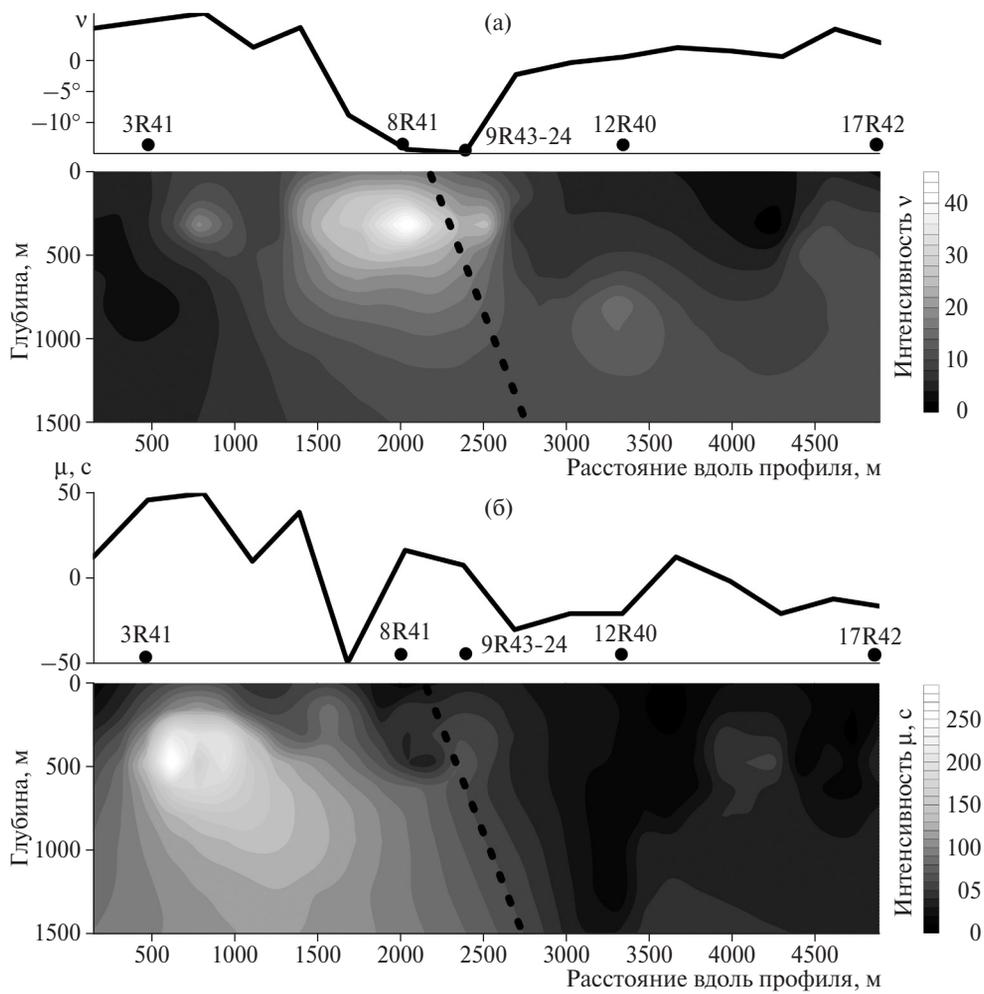


Рис. 1. Результаты аналитического продолжения функций в нижнее полупространство: а — $v(x)$ (сдвиг фазы ВП); б — $\mu(x)$ (индукционный параметр). На верхних панелях выборочно указано положение пунктов измерения по профилю, штриховой линией отмечен контакт блоков.

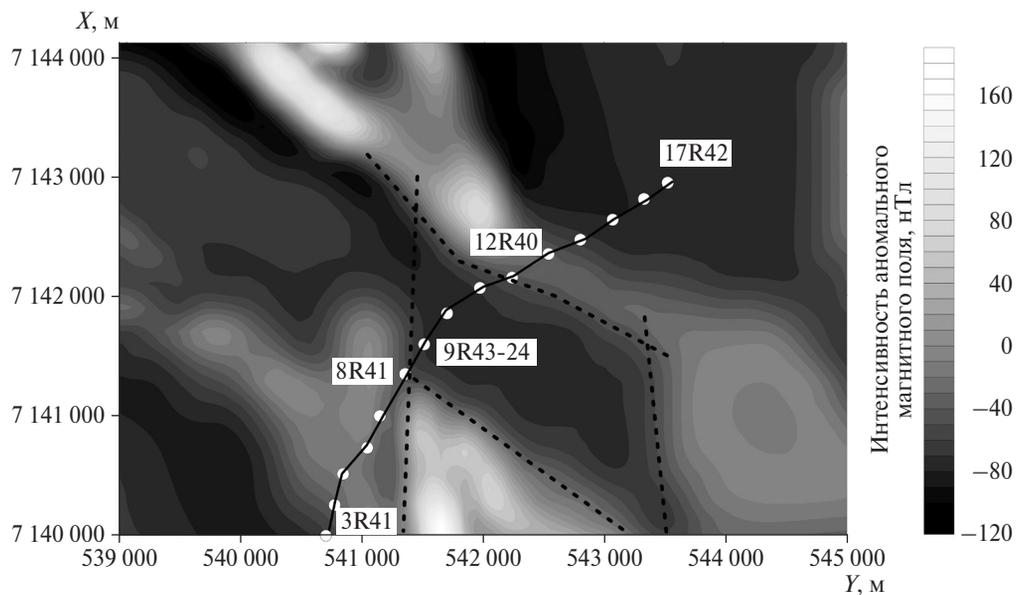


Рис. 2. Фрагмент карты аномального магнитного поля ΔT_a Лехтинской геологической структуры с положением экспериментального профиля. Пункты измерения указаны кружками, штриховой линией обозначены разломы.

Источники финансирования. Работа выполнена в Санкт-Петербургском филиале Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова Российской академии наук (СПбФ ИЗМИРАН) и Институте физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук (ИФЗ РАН), Москва.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Жданов М.С.* Электроразведка. М.: Недра, 1986. 316 с.
2. *Зорин С.И.* Измерение эффекта вызванной поляризации в теллурическом поле. Дис. канд. физ.-мат. наук. М., 2017. 83 с.
3. *Ермохин К.М.* // Геоинформатика. 2010. № 2. С. 51–60.
4. *Ермохин К.М.* // ДАН. 2017. Т. 476. № 1. С. 104–107.
5. *Ермохин К.М.* // Зап. Гор. ин-та. 2017. Т. 227. С. 511–515.
6. *Ингеров А.И., Ингеров И.А., Лозовой А.Л., Мендри Я.В.* // Науч. вестн. Нац. гор. ун-та (Днепропетровск). 2012. № 2. С. 5–10.
7. *Копытенко Ю.А., Исмагилов В.С., Петрищев М.С.* // ДАН. 2015. Т. 462. № 3. С. 352–355.
8. *Комаров В.А.* Электроразведка методом вызванной поляризации. Л.: Недра, 1980. 391 с.
9. *Легейдо П.Ю.* // Геофизика. 2004. № 5. С. 38–41.
10. *Мусеев В.С.* Методы вызванной поляризации и наземно-скважинной электроразведки при поисках и оконтуривании залежей углеводородов западно-сибирской нефтегазоносной провинции. Автореф. дис. д-ра геол.-минерал. наук. Новосибирск: СНИИГГИМС, 2002. 40 с.
11. *Пудовкин М.И., Распопов О.М., Клейменова Н.Г.* Возмущения магнитного поля Земли. Часть II. Короткопериодные колебания геомагнитного поля. Л.: Изд-во ЛГУ, 1976. 271 с.
12. *Собисевич А.Л.* Мониторинг слоистых неоднородных сред. М.: ОИФЗ РАН, 2001. 354 с.
13. *Собисевич Л.Е., Канониди К.Х., Собисевич А.Л.* Изучение ультранизкочастотных электромагнитных возмущений, регистрируемых в районе Эльбрусского вулканического центра. В сб.: Изменение окружающей среды и климата: природные и связанные с ними техногенные катастрофы. М.: ИФА РАН. 2008. Т. 6. С. 157–163.
14. Онежская палеопротерозойская структура (геология, тектоника, глубинное строение и минерагения) / Под ред. Л.В. Глушанина, Н.В. Шарова, В.В. Щипцова. Петрозаводск: КарНЦ РАН, 2011. 431 с.

ON THE USE OF NATURAL ELECTROMAGNETIC FIELDS TO SEARCH FOR DEEP POLARIZED OBJECTS

**K. M. Ermokhin, Yu. A. Kopytenko, M. S. Petrishchev,
Corresponding Member of the RAS A. L. Sobisevich, P. A. Sergushin**

Received August 27, 2018

In article the possibility of detection of the deep polarized objects in natural electromagnetic fields is experimentally proved on the basis of synchronous measurements of a vertical component of long-period variations of magnetic field of Earth. Interpretation of data of the induced polarization is executed by method of analytical continuation of geophysical fields down (towards sources). Experimental works are completed near Lekhta (Karelia) in 2017.

Keywords: induced polarization, phase method, Earth's magnetic field.

УДК 551.896:551.794

ЛИТОЛОГИЯ, БИОСТРАТИГРАФИЯ И ГЕОХРОНОЛОГИЯ ПОЗДНЕПЛЕЙСТОЦЕН-ГОЛОЦЕНОВЫХ ОСАДКОВ НА ПОБЕРЕЖЬЕ ОНЕЖСКОГО ЗАЛИВА БЕЛОГО МОРЯ

В. В. Колька^{1,*}, О. П. Корсакова¹, Н. Б. Лаврова²,
Т. С. Шелехова², Н. Е. Зарецкая³

Представлено академиком РАН А.П. Лисицыным 22.12.2016 г.

Поступило 15.11.2016 г.

Представлены литологические, микропалеонтологические и хронометрические (радиоуглеродное датирование) данные для одного из районов побережья Белого моря, полученные при изучении осадочных последовательностей из современных озёрных котловин, которые в разное время отделились от крупного бассейна, располагавшегося в вершине современного Онежского залива. На их основе было выполнено стратиграфическое расчленение донных осадков и реконструированы палеогеографические обстановки в позднем плейстоцене—голоцене для юго-восточной части Онежского залива.

Ключевые слова: Белое море, побережье Онежского залива, донные осадки, хронология, уровень моря, позднеледниковье, голоцен.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852221-225>

Изучение позднеплейстоценовых и голоценовых осадков Онежского залива Белого моря в контексте восстановления соответствующих палеогеографических обстановок ведут с XX в. [1–7]. Морская часть вершины Онежского залива подробно изучена Южно-Онежским разрезом (I–II на рис. 1А) [5]. Полученные данные показали, что условия седиментации в северном и южном побережье были разными и отличались от таковых в центральной части профиля.

В работе представлены новые данные, полученные при изучении донных осадков пяти малых (площадью 0,02–0,3 км²) озёр, расположенных на Поморском берегу Онежского залива Белого моря в районе с. Малашуйка. Целью проведённых исследований были реконструкции поздне-последнего перемещения береговой линии моря и палеогеографических обстановок на юго-восточном фланге Скандинавского ледникового щита.

Район работ (рис. 1А, Б) находится в тылу лужских краевых гряд (Lg на рис. 1А) [8], ориентированных здесь в восток-юго-восточном направлении, сложенных песком с валунами, гальками. Длина

гряд до 2 км, высота до 10–12 м. Межгрядовые западины заполнены торфом мощностью до 8 м. Изученные озёра расположены на границе краевой зоны и прибрежной болотистой равнины примерно в 5 км от берега Онежского залива.

Изучены керны донных осадков, полученные при ручном бурении в котловинах озёр, расположенных на разных абсолютных отметках (рис. 1). Проведены их литологическое изучение (рис. 1В), радиоуглеродное (¹⁴C) датирование (табл. 1), для донных отложений оз. Тонкое (рис. 1, оз. 2 с абс. отм. 12 м над уровнем моря (н.у.м.)) — палинологический, диатомовый, ботанический анализы (табл. 2).

Все изученные разрезы делятся на нижнюю кластогенную и перекрывающую её с литологическим несогласием органогенную толщи. Кластогенная толща представлена неслоистым разнозернистым песком и алевритом с гравием (рис. 1В). В верхней её части отмечен органический детрит, а в озёрах 1, 2, 4 — прослой торфа мощностью 7–13 см. В торфе встречены плохо разложившиеся остатки древесины ивы, растительный детрит, минеральные частицы, слойки алеврита, песка (табл. 2). В оз. Тонкое (оз. 2 на рис. 1) торф перекрыт слоистым глинистым алевритом с органикой (до 10–15%) (интервал 900–930 см в табл. 2). В озёрах 1 (абс. отм. 10 м н.у.м.) и 4 (абс. отм. 18 м н.у.м.) торф перекрыт слоистой алевритистой гиттией со значительным количеством минеральных частиц. Органогенная толща всех изученных разрезов донных отложений представлена

¹ Геологический институт Кольского научного центра Российской Академии наук, Апатиты Мурманской обл.

² Институт геологии Карельского научного центра Российской Академии наук, Петрозаводск

³ Геологический институт Российской Академии наук, Москва

*E-mail: kolka@geoksc.apatity.ru

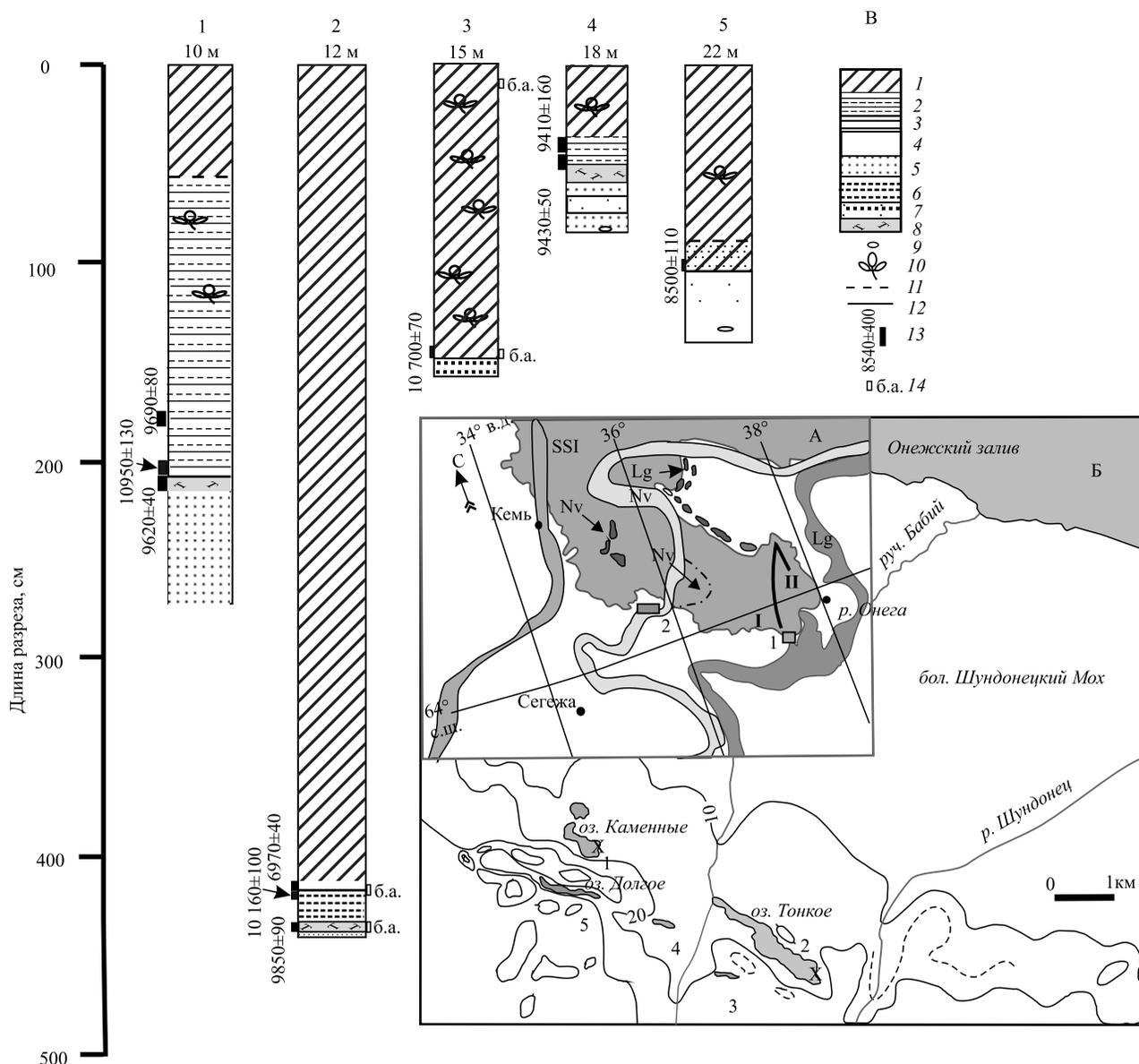


Рис. 1. Положение района работ относительно краевых образований лужской, невской и сальпаусселькя 1 стадий дегляциации (А), схема расположения изученных озёрных котловин (Б), строение разрезов донных осадков исследованных озёр (В). А. 1 — район работ Малошуйка; 2 — район работ Сумский Посад; I–II — положение Южно-Онежского разреза [5], Lg — лужские краевые образования; Nv — невские краевые образования; SSI — краевые образования сальпаусселькя I. Б. 1–5 — положение исследованных озёр. В. 1 — гиттия неслоистая; 2 — гиттия, алевритистая гиттия, слоистая; алеврит; 3 — слоистый, 4 — неслоистый; 5 — песок; 6 — слоистый алеврит с органическим материалом; 7 — неслоистый алеврит с песком и органикой; 8 — погребённый торф; 9 — зёрна гравия; 10 — растительные остатки; контакты: 11 — градиционный, 12 — резкий; 13 — радиоуглеродные датировки; 14 — образцы для ботанического анализа.

гиттией, монотонной, иногда слоистой, с растительным детритом, в озёрах 3 и 5 — с макроостатками растений (рис. 1).

Всего для изученных донных осадков получено 10 ¹⁴C дат (рис. 1Б, табл. 1). Примечательно то, что в колонках с погребённым торфом отмечена инверсия дат, т.е. торф оказывается моложе, чем перекрывающие его отложения. На берегу Онежского залива возрастные инверсии (300–1300 ¹⁴C лет) установ-

лены в донных осадках с погребённым торфом и здесь, и в районе пос. Сумский Посад [9], что может свидетельствовать об их природной обусловленности. Ботанический анализ показал (табл. 2), что торф образован за счёт растений, произраставших в прибрежных болотах и по берегам зараставших озёр. Глинистый и слоистый алеврит с органикой, слоистая алевритистая гиттия, перекрывающие торф, накапливались сначала в условиях обширного

Таблица 1. Данные радиоуглеродного датирования и калиброванный календарный возраст образцов из донных осадков озёр в районе с. Малошуйка

Озёра, высота порога стока (метры н.у.м.)	Координаты места отбора образцов, с.ш., в.д.	Глубина отбора образца (см от поверхности воды)	Лаб. № образца (ГИН)	Возраст, л.н.	
				Радиоуглеродный	Календарный*
Озеро 1 (Каменное) 10 м	63°45'45,3", 37°15'27,9"	830–824	14 800	9620±40	10 848–11 110
		824–817	14 801	10 950±130	1290–13 030
		778–770	14 802	9690±80	10 874–11 180
Озеро 2 (Тонкое) 12 м	63°45'00,0", 37°18'12,3"	940–931	14 795	9850±90	11 215–11 459
		904–900	14 796	10 160±100	11 537–12 033
		900–892	14 797	6970±40	7750–7856
Озеро 3 (безымянное) 15 м	63°45'01,6", 37°17'23,5"	908–898	14 791	10 700±70	12 617–12 743
Озеро 4 (безымянное) 18 м	63°45'19,9", 37°16'22,8"	655–647	14 792	9430±50	10 604–10 722
		647–640	14 793	9410±160	10 450–10 992
Озеро 5 (Долгое) 22 м	63°45'28,7", 37°15'28,3"	700–694	14 803	8500±110	9371–9587

Примечание. *Получен с использованием <http://www.calpal-online.de>.

пресноводного водоёма, существовавшего в депрессии Онежского залива, а затем в изолированных от него небольших озёрах. Содержащаяся в этих осадках аутигенная органика включает и более древнее органическое вещество, поступавшее в водоём с водосбора, что при датировании и привело к их удревнению. Кроме того, удревнение дат можно объяснить и “эффектом жёсткой воды”, т.е. приносом неорганического углерода р. пра-Онега в существовавший обширный пресноводный водоём. В нижнем своём течении р. Онега дренирует Нижне-Онегоречскую депрессию, в пределах которой представлены среднекарбонные карбонатные осадки [10] — возможный источник такого “древнего” углерода.

Торф и подстилающий его алеврит в осадках оз. Тонкое (интервал 930–944 см, табл. 2) содержат единичные пыльцу и створки диатомовых, так как формировались в позднеледниковые—начале голоцена ещё в перигляциальных условиях при задержанной дегляциации Онежского залива и таянии стагнированного льда [11]. При этом в области ледникового и водноледникового рельефа в локальных депрессиях происходило образование низинных болот с торфяниками, образование которых в это время отмечено также и в Северо-Двинской впадине [12]. Судя по датировкам (табл. 1, рис. 1В), торф формировался в конце позднего дриаса—первой половине пребореала на протяжении минимум 400 лет.

В интервале глубин 892–930 см (палинозона (PZ) II, табл. 2) отмечены нарастание и максимум пыльцы *Betula sect. Albae*. При этом с глубины 890–910 см (диатомовая зона (DZ) I, табл. 2) установлена и раз-

витая диатомовая флора с преобладанием пресноводных планктонных форм, количество которых увеличивается вверх по разрезу. Только здесь установлены единичные створки солонатоводных диатомей. Осадки, непосредственно перекрывающие торф, образовывались в пресном водоёме во второй половине пребореала—начале бореала, что согласуется с палинологическими и ¹⁴C-данными (табл. 1, 2). Затопление побережья можно объяснить окончанием дегляциации Онежского залива, когда в придонную его часть из бассейна Белого моря поступала солёная вода, а притекающая в большом объёме более лёгкая талая ледниковая и речная формовала приповерхностную водную толщу.

В интервале глубин 835–892 см на уровне падения кривой *Betula* и нарастания кривой *Pinus* выделена PZ IIIa-b с максимумом пыльцы сосны, соответствующая бореалу; верхняя её граница определена появлением непрерывной кривой широколиственных пород. В нижней части интервала (DZ II–III, табл. 2) планктонные виды рода *Cyclotella spp.* уступили доминирование *Stephanodiscus spp.*, появились характерные для сухого бореального времени образатели рода *Epithemia sp.* Видимо, накопление этой части гиттии происходило уже в отделившемся малом озере, что привело к резкой смене планктонных доминантов. Его отделение связано с регрессией водоёма в Онежском заливе, вызванной неотектоническим поднятием этой части побережья [5].

Интервал глубин 600–835 см (PZ IVa-d, табл. 2), где отмечены непрерывная кривая пыльцы широколиственных пород и нарастание кривой пыльцы ели, соответствует атлантическому оптимуму голоцена. Среди диатомовых (DZ IV–VI, табл. 2), ука-

Таблица 2. Литология разреза озера 2 (Тонкое) и выделенные на основе доминирующих компонентов палино- и диатомовых зон и ботанического анализа — климатические фазы позднего плейстоцена и голоцена

Климатическая фаза	Литология (глубина залегания интервалов, см от уровня воды)	PZ (палинозоны), глубина, см	Основные виды спор и пыльцы; макрофоссилии растений	DZ (диатомовые зоны), глубина, см	Основные диатомовые водоросли	
Субатлантик (SA)	Гиттия неслоистая (480–892)	PZ VI, 480–530	<i>Pinus–Picea</i>	VIII, 480–530	<i>Aulacoseira–Cyclotella–Fragilaria–Tabellaria–Achnanthes–Opephora–Diploneis</i>	
Суббореал (SB)		PZ Vb, 530–582	<i>Pinus–Betula sect. Albae–Picea–Q-mix–Corylus</i>	VII, 530–600	<i>Aulacoseira–Cyclotella–Epithemia–Tabellaria–Fragilaria</i>	
		PZ Va, 582–600	<i>Betula sect. Albae–Pinus–Picea–Polypodiaceae</i>			
Атлантик (At)		PZ IVd, 600–660	<i>Pinus–Picea–Betula sect. Albae–Alnus–Q-mix</i>	VI, 600–650	<i>Aulacoseira–Cyclotella–Stephanodiscus–Tabellaria–Fragilaria</i>	
		PZ IVc, 660–690	<i>Pinus–Picea–Betula sect. Albae–Q-mix–Corylus–Alnus</i>	V, 650–770	<i>Aulacoseira–Cyclotella–Stephanodiscus–Tabellaria–Fragilaria</i>	
		IVb, 690–768	<i>Picea–Pinus–Betula sect. Albae–Q-mix</i>			
		IVa, 768–835	<i>Pinus–Betula sect. Albae–Picea–Q-mix</i>	IV, 770–820	<i>Stephanodiscus–Aulacoseira–Cyclotella</i>	
Бореал (Bo)		IIIb, 835–860	<i>Pinus–Betula sect. Albae–Poaceae–Cyperaceae</i>	III, 820–850	<i>Stephanodiscus–Cyclotella–Fragilaria–Epithemia</i>	
		IIIa, 860–892	<i>Pinus–Betula sect. Albae–Polypodiaceae–Bryales</i>	II, 850–892	<i>Cyclotella–Stephanodiscus–Fragilaria–Navicula</i>	
Пребореал (Pb)	Алевритистая гиттия, плотная (892–898)	PZ II, 892–930	<i>Betula sect. Albae–Cyperaceae–Poaceae</i> ; макрофоссилии (гл. 908–898 см): древесина, кора, иголки, семена <i>Pinus</i> ; древесина и кора <i>Betula</i> ; <i>Carex limosa</i> и эпидермис других осок; <i>Menyanthes trifoliata</i> ; <i>Calla palustris</i> ; <i>Nupha</i> ; гипновые мхи <i>Drepanocladus</i>	I, 892–910	<i>Cyclotella–Fragilaria</i>	
	Переслаивание алеврита и органики (898–900)			(910–946)		Единичные створки <i>Aulacoseira sp.</i> , <i>Pinnularia sp.</i>
	Глинистый алеврит с органикой (до 10%) (900–930)					
Поздний дриас (Dr ₃) (?)	Торф коричневый, (930–940)	PZ I, (930–944)	Единичные пыльца <i>Pinus</i> , <i>Picea</i> , <i>Betula sect. Albae</i> , <i>Poaceae</i> , <i>Cyperaceae</i> , споры <i>Bryales</i> , <i>Sphagnales</i> ; макрофоссилии в торфе: древесина и кора <i>Salix</i> ; остатки <i>Eriophorum sp.</i> , гипновые мхи <i>Calliergon</i> и <i>Tomenthypnum</i>			
	Алеврит с органикой, неслоистый (940–944)					
	Песок к/з с гравием (944–946)					—

зываются на благоприятный климат и залесённость территории, типично болотных видов не установлено, возросло содержание планктонных форм *Aulacoseira–Cyclotella–Stephanodiscus sp.* при участии в качестве содоминантов умеренно тепловодных видов *Tabellaria flocculosa*, *T. fenestrata*, обрастателей *Fragilaria spp.*

В интервале глубин 530–600 см (PZ Va-b, табл. 2) зафиксировано падение кривой пыльцы широколиственных пород (PZ Va), обусловленное резким похолоданием в начале суббореала, а позже — их появление (PZ Vb). Здесь же отмечен и характерный максимум пыльцы ели. Среди диатомовых (DZ VII, табл. 2) преобладают (до 60–70%) холодолюбивые

виды, примечательно участие видов рода *Ephithemia*, донных форм рода *Diploneis sp*, которые присущи диатомовым комплексам сухого и относительно прохладного суббореала, когда возрастала роль подземного питания озёр.

В интервале глубин 480–530 см (PZ VI, табл. 2) установлен максимум ели, а доля пыльцы широколиственных пород уменьшается. В диатомовом комплексе (DZ VIII, табл. 2) возрастает значение планктонных *Aulacoseira*, *Cyclotella*, появляются мелкие обростатели рода *Achnanthes*, что является признаком повышения водности озера при влажном климате. Морских диатомовых в осадках изученных озёр не обнаружено.

Таким образом, в позднеледниковье и начале пребореала на побережье Онежского залива в изученном районе в условиях задержанной дегляциации территория заболачивалась. Во второй половине пребореала—начале бореала, когда отмечался высокий уровень сильно опреснённого Онежского залива, произошло затопление территории. Речной сток р. пра-Онега способствовал проявлению в нём “эффекта жёсткой воды” и удревнению ^{14}C -дат соответствующих осадков. В бореале—атлантике в районе с. Малошуйка из-за неотектонического поднятия побережья началось отделение малых озёр, расположенных на прибрежной равнине. В них накапливались голоценовые органогенные отложения (гиттия).

Источник финансирования. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 16–05–00311-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лаврова М.А. К геологии Онежского полуострова Белого моря // Тр. Геолог. музея АН СССР. 1931. Т. 8. 356 с.
2. Вострухина Т.М. // Сов. геология. 1962. № 9. С. 132–140.
3. Кошечкин Б.И., Девятова Э.И., Каган Л.Я., Пунинг К. В кн.: Стратиграфия и палеогеография четвертичного периода севера европейской части СССР. Петрозаводск, 1977. С. 5–16.
4. Полякова Е.И., Новичкова Е.А., Лисицын А.П., Баух Х.А., Рыбалко А.Е. // ДАН. 2014. Т. 454. № 4. С. 467–472.
5. Невеский Е.Н., Медведев В.С., Калинин В.В. Белое море. Седиментогенез и история развития в голоцене. М.: Наука, 1977. 236 с.
6. Субетто Д.А., Шевченко В.П., Лудикова А.В., Кузнецов Д.Д., Сапелко Т.В., Лисицын А.П., Евзеров В.Я., ван Беек П. (van Beek P.), Суо М. (Souhaut M.), Субетто Г.Д. // ДАН. 2012. Т. 446. № 2. С. 183–190.
7. Система Белого моря. Т. 1. Природная среда водосбора Белого моря / Отв. ред. А.П. Лисицын. М.: Науч. мир, 2010. 480 с.
8. Ekman I., Iljin V. In: Eastern Fennoscandian Younger Dryas end Moraines. Helsinki: Geol. Surv. Finland, 1991. P. 73–99.
9. Колька В.В., Корсакова О.П., Лаврова Н.Б. // Тр. Кар. науч. центра РАН. 2015. № 3. С. 70–85.
10. Девятова Э.И. // Тр. Коми фил. АН СССР. 1960. № 10. С. 145–155.
11. Лаврова М.А. В кн.: Неогеновые и четвертичные отложения Западной Сибири. М.: Наука, 1968. С. 140–163.
12. Плешивцева Э.С. // Природа и хозяйство Севера. 1977. В. 6. С. 39–47.

LITHOLOGY, BIOSTRATIGRAPHY, AND GEOCHRONOLOGY OF THE LATE PLEISTOCENE-HOLOCENE SEDIMENTS ON THE COAST OF ONEGA BAY OF THE WHITE SEA

V. V. Kolka, O. P. Korsakova, N. B. Lavrova, T. S. Shelekhova, N. E. Zaretskaya

Presented by Academician of the RAS A.P. Lisitsyn December 22, 2016

Received November 15, 2016

This paper reports on the lithological, micropaleontological, and chronometric data (radiocarbon dating) for one of the areas of the White Sea coast. The sedimentary sequences were studied in the current lake basins, which were separated from the large basin at different times. The basin was situated in the head of the current Onega Bay. On the basis of these data, the bottom sediments were stratified and the Late Pleistocene-Holocene paleogeographic settings were reconstructed for the southeastern part of Onega Bay.

Keywords: White Sea, Onega Bay coast, bottom sediment, chronology, sea level, late Glacial, Holocene.

УДК 577.21

УРОВЕНЬ ЭКСПРЕССИИ БЕЛКА S100A4 ВЛИЯЕТ НА МИГРАЦИОННУЮ АКТИВНОСТЬ КЛЕТОК РАКА МОЛОЧНОЙ ЖЕЛЕЗЫ

Е. А. Духанина, Т. Н. Порцева*, А. П. Котнова,
Е. В. Панкратова, член-корреспондент РАН С. Г. Георгиева

Поступило 29.10.2018 г.

Снижение экспрессии маркера метастазирования белка S100A4 в триплетотрицательных клетках рака молочной железы (РМЖ) MDA-MB-231 приводит к снижению миграционной способности клеток и повышает чувствительность модифицированных клеток к терапии доцетакселом. Клетки, способные к миграции, отличаются от неподвижных клеток по содержанию белка S100A4 внутри клетки, и это отличие сохраняется после обработки клеток агентами, понижающими внутриклеточный уровень S100A4. Присутствие экзогенного белка S100A4 в среде культивирования снижает содержание белка в клетках РМЖ. Результаты проведённых исследований свидетельствуют о том, что способность клеток РМЖ к миграции зависит от концентрации белка S100A4 внутри клетки.

Ключевые слова: триплетотрицательные клетки РМЖ, миграционная активность, S100A4, доцетаксел.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852226-228>

Триплетотрицательный рак молочной железы (РМЖ) составляет порядка 10–20% от вновь диагностированного инвазивного РМЖ [1]. Лечение больных РМЖ с отдалёнными метастазами представляет собой одну из самых больших проблем в современной гинекологической онкологии. Установление механизмов, способствующих развитию метастазов, имеет первостепенное значение [2]. Семейство белков S100 человека включает более чем 20 представителей. Часть из них принимает непосредственное участие в росте опухоли и метастазировании. Получены сведения, что при РМЖ экспрессия белков S100 может повышаться. В частности, белок S100A4 связан с метастазами и активен на переднем крае мигрирующих раковых клеток [3]. Клетки триплетотрицательного РМЖ MDA-MB-231 обладают способностью к инвазии и метастазированию. Частично эту способность можно связать с наличием в этих клетках белка S100A4 [4]. Ранее [5] мы показали, что снижение уровня белка S100A4 в клетках РМЖ линии MDA-MB-231 привело к снижению метастатического потенциала клеток, при этом остаточный уровень белка в клетке не способствовал подвижности клеток в миграционном тесте.

В настоящей работе мы более детально исследовали зависимость метастатического потенциала клеток MDA-MB-231 от внутриклеточного уровня S100A4.

*Институт молекулярной биологии им. В.А. Энгельгардта
Российской Академии наук, Москва*

*E-mail: tanjnil@mail.ru

После обработки клеток РМЖ MDA-MB-231 синтетическим глюкокортикоидом дексаметазоном в концентрации 10^{-6} М в течение 24–48 ч мы зарегистрировали снижение в 2 раза содержания внутриклеточного белка S100A4 в обработанных клетках (рис. 1а). Ранее [6] мы установили, что обработка дексаметазоном в этой концентрации не влияла на содержание внутриклеточного S100A4 в клетках лимфоидной линии Namalwa. Также в работе [6] мы использовали простой и эффективный способ специфического посттранскрипционного краткосрочного (5–7 дней) подавления экспрессии гена с помощью экзогенных малых интерферирующих РНК (siРНК), применяющийся повсеместно с целью нокдауна исследуемых генов [7]. В настоящей работе обработка клеток MDA-MB-231 siРНК также привела к снижению содержания внутриклеточного белка S100A4 в два раза. Параллельно мы наблюдали снижение в два раза подвижности обработанных клеток в миграционном тесте (рис. 1б).

При действии специфического препарата доцетаксела в концентрации 50 мкг/мл выживаемость клеток не претерпела каких-либо заметных изменений в клетках, обработанных дексаметазоном, и на 25% уменьшилась в клетках с нокдауном гена S100A4 (рис. 1в).

Полученные данные указывают на возможность дексаметазона усиливать эффективность химиотерапии, снижая метастатический потенциал раковых клеток. В литературе приводятся данные [8], свидетельствующие о том, что дексаметазон может быть

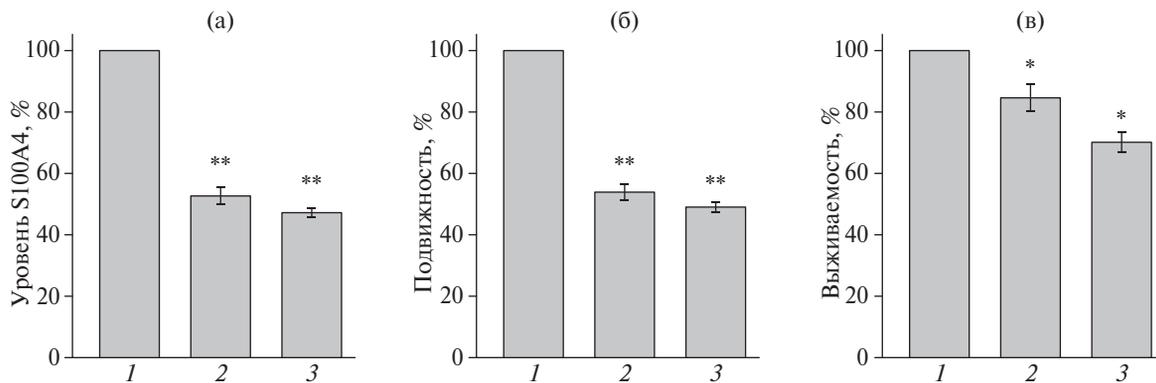


Рис. 1. Содержание белка S100A4 в клетках РМЖ (а), подвижность клеток РМЖ в модифицированной камере Бойдена (б), выживаемость клеток РМЖ под действием доцетаксела (в). Здесь и на рис. 2: 1 — в норме, 2 — после обработки дексаметазоном, 3 — после обработки siРНК. Содержание S100A4 в среде культивирования интактных клеток, подвижность интактных клеток, выживаемость интактных клеток принимали за 100%. Здесь и на рис. 2 и 3 $M \pm m$, $n = 3$. * $p < 0,05$; ** $p < 0,005$ при сравнении с интактными клетками.

полезным для улучшения эффективности ряда лекарственных средств при лечении РМЖ в определённых условиях. Также существуют данные о том, что предварительная обработка дексаметазоном линий клеток РМЖ ингибирует цитотоксичность, вызванную химиотерапией. С учётом широкого клинического применения дексаметазона перед химиотерапией понимание механизмов воздействия глюкокортикоидов на раковые клетки необходимо для достижения оптимальных терапевтических реакций [9].

При разделении клеток, способных к метастазированию, от тех, что остались неподвижными в модифицированной камере Бойдена, мы обнаружили, что содержание S100A4 в разделённых фракциях различается (рис. 2). Во фракциях клеток, обработанных дексаметазоном или siРНК, содержание белка S100A4 отличалось в 2 раза, а в интактных клетках — в 1,5 раза.

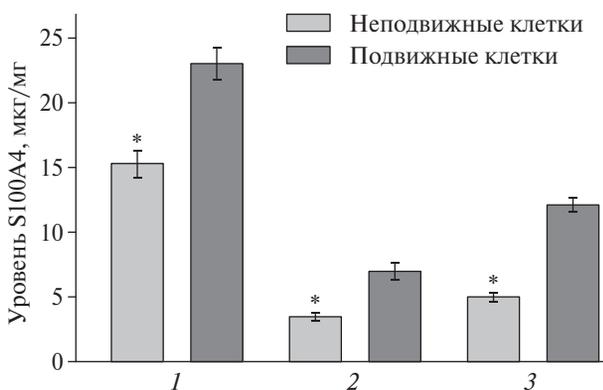


Рис. 2. Содержание белка S100A4 в подвижных и неподвижных клетках РМЖ после разделения в модифицированной камере Бойдена. * $p < 0,05$ при попарном сравнении.

Далее мы исследовали влияние экзогенного белка S100A4 в кондиционной среде на подвижность клеток. Клетки инкубировали в привычной среде роста и в среде с добавлением рекомбинантного S100A4 (10 нг/тыс. клеток). Затем проводили тест на подвижность клеток, добавляя в нижнюю камеру рекомбинантный белок S100A4. В контрольных опытах белок не добавляли. Мы обнаружили, что подвижность клеток не зависела от условий культивирования (рис. 3а, столбцы 1 и 3), но после добавления в нижние камеры белка S100A4 (100 нг/мл среды) клетки, выращенные

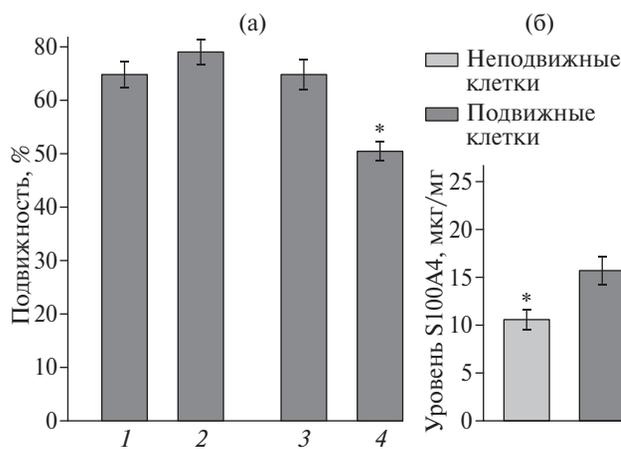


Рис. 3. Подвижность клеток РМЖ в модифицированной камере Бойдена (а), выращенных в обычной среде (1, 2) и в среде с добавлением рекомбинантного белка S100A4 в стандартных условиях (3, 4) и при добавлении в нижнюю камеру белка S100A4 (2, 4). * $p < 0,05$ при попарном сравнении. Содержание белка S100A4 в подвижных и неподвижных клетках РМЖ, выращенных в среде с добавлением рекомбинантного белка S100A4 (10 нг/тыс. клеток), после разделения в модифицированной камере Бойдена — (б). * $p < 0,05$ при попарном сравнении.

в разных условиях, вели себя по-разному. Подвижность клеток, выращенных в привычной среде, увеличилась незначительно, а подвижность клеток, выращенных в присутствии S100A4, достоверно снизилась (рис. 3а, столбцы 2 и 4). Содержание белка S100A4 во фракциях подвижных и неподвижных клеток, культивируемых в присутствии S100A4, было снижено по сравнению с интактными клетками, но соотношение между содержанием белка во фракциях осталось таким же, как в интактных клетках (рис. 3б).

Наши результаты, характеризующие свойства клеток РМЖ, согласуются с литературными данными, полученными при обследовании пациентов с раком прямой кишки. Экспрессия белка S100A4 в клетке при раке толстой кишки может быть показателем прогрессирования опухоли и метастазов в лимфатические узлы и может быть полезна для прогнозирования общей выживаемости пациентов с раком толстой кишки [10].

Источники финансирования. Работа поддержана грантом Российского научного фонда 14–15–01032–П и Программой фундаментальных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы (тема № 01201363822).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Skor M.N., Wonder E.L., Kocherginsky M., Goyal A., Hall B.A., Cai Y., Conzen S.D. // Clin. Cancer Res. 2013. V. 19. P. 6163–6172.
2. Grottko A., Ewald F., Lange T., Nörz D., Herzberger C., Bach J., Grabinski N., Gräser L., Höppner F., Nashan B., Schumacher U., Jücker M. // PLoS One. 2016. V. 11. e0146370.
3. Bresnick A.R., Weber D.J., Zimmer D.B. // Nat. Rev. Cancer. 2015. V. 15. P. 96–109.
4. Chen A., Wang L., Li B.Y., Sherman J., Ryu J.E., Hamamura K., Liu Y., Nakshatri H., Yokota H. // Sci. Rept. 2017. V. 7. P. 3459.
5. Духанина Е.А., Порцева Т.Н., Духанин А.С., Георгиева С.Г. // Бюл. эксперим. биол. 2018. Т. 166. № 7. С. 62–65.
6. Dukhanina E.A., Portseva T.N., Pankratova E.V., Soschnikova N.V., Stepchenko A.G., Dukhanin A.S., Georgieva S.G. // Cell Cycle. 2016. V. 15. P. 1471–1478
7. Вахурева Ю.В., Филатова А.Ю., Кривошеева И.А., Скоблов М.Ю. // Вестн. РГМУ. 2017. Т. 3. С. 18–31.
8. Honorat M., Mesnier A., Di Pietro A., Lin V., Cohen P., Dumontet C., Payen L. // Biochem. Biophys. Res. Commun. 2008. V. 375. P. 308–314
9. Redondo M., Téllez T., Roldan M.J., Serrano A., García-Aranda M., Gleave M.E., Hortas M.L., Morell M. // Breast Cancer Res. 2007. V. 9. R86.
10. Destek S., Gul V.O. // J. Oncol. 2018. 1828791.

THE EXPRESSION LEVEL OF S100A4 PROTEIN AFFECTS THE MIGRATION ACTIVITY OF BREAST CANCER CELLS

E. A. Dukhanina, T. N. Portseva, A. P. Kotnova, E. V. Pankratova,
Corresponding Member of the RAS S. G. Georgieva

Received October 29, 2018

Reduced expression of S100A4 protein metastasis marker in triple negative breast cancer cells (BC) MDA MB 231 leads to a decrease in the migratory ability of cells and increases the sensitivity of modified cells to docetaxel therapy. Cells capable of migration differ from immobile cells in the S100A4 protein content inside the cell, and this difference is preserved after the cells are treated with agents that lower the intracellular level of S100A4. The presence of exogenous protein S100A4 in the culture medium reduces the protein content in breast cancer cells. The results of the research indicate that the ability of BC cells to migrate depends on the concentration of S100A4 protein inside the cell.

Keywords: triple negative breast cancer cells, migration, S100A4, Docetaxel.

УДК 543.94+577.151.03

ПРИНЦИПЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ БИОЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ ФЕРМЕНТНЫХ БИОТЕСТОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА СЛОЖНЫХ СРЕД

В. П. Калябина^{1,2}, Е. Н. Есимбекова^{1,2,*}, И. Г. Торгашина¹,
К. В. Копылова¹, В. А. Кратасюк^{1,2}

Представлено академиком РАН И.И. Гительзоном 16.08.2018 г.

Поступило 19.10.2018 г.

Сформулированы принципы конструирования биолюминесцентных ферментативных тестов для оценки качества сложных сред, которые заключаются в обеспечении максимальной чувствительности к потенциально токсичным веществам при минимальном воздействии незагрязнённых сложных сред. Разработанные принципы легли в основу схемы конструирования, которую применили при создании нового биолюминесцентного метода для интегральной экспресс-оценки химической безопасности овощей и фруктов, основанного на использовании в качестве тест-системы ферментов светящихся бактерий НАД(Ф)Н:ФМН-оксидоредуктазы и люциферазы.

Ключевые слова: биолюминесцентный метод, сложные среды, анализ безопасности пищи, тяжёлые металлы, пестициды, ферменты светящихся бактерий, ферментативные тесты.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852229-233>

Сложные по составу жизненно важные компоненты природной среды, такие как почва и продукты питания растительного происхождения, склонны к аккумуляции потенциально опасных веществ [1–3], поэтому анализ их безопасности является одной из приоритетных задач экологической токсикологии.

Применяемые в настоящее время классические методы анализа, в частности хроматография и масс-спектрометрия, не позволяют в полной мере оценить потенциальную опасность продуктов питания [4–6], являются трудоёмкими и дорогостоящими. Для контроля безопасности и минимизации рисков здоровью потребителей необходимы простые экспресс-методы биотестирования, позволяющие не только выявлять количество загрязняющих соединений в природных средах, но и адекватно оценивать токсическое воздействие, которое они способны оказывать на живые системы [7, 8]. Среди имеющихся биотестов экспрессностью отличаются немногие. Так, длительность процедуры анализа с помощью биотестов на основе лиофилизированных бактерий Lumistox (“Nach”, Великобритания) и Microtox (“Modern water”, США) составляет около часа. Био-

тест, основанный на использовании яиц ракообразных *Thamnocephalus platyurus*, обеспечивает получение результата через 30 мин. К самым быстрым биотестам относятся биолюминесцентные ферментные биотесты для экологического мониторинга [9, 10]. Несмотря на то что данные тесты в основном применяются для биотестирования загрязнения простых сред, таких как вода и водные растворы, показана их потенциальная применимость для оценки безопасности многокомпонентных образцов, таких как почва, биологические жидкости, продукты питания и т.п.

Применение ферментных биотестов для оценки загрязнения гетерогенных и сложных по составу сред, например фруктов и овощей, требует специальной пробоподготовки перед анализом, а присутствие природных органических компонентов в их составе может существенно исказить результаты.

Цель нашего исследования состояла в разработке схемы конструирования новых биотестов, пригодных для оценки безопасности природных и искусственных сред сложного состава.

На рис. 1 представлена разработанная нами блок-схема конструирования ферментативных тестов, согласно которой в первую очередь необходимо установить чувствительность ферментов к действию ряда потенциальных загрязнителей сложной среды. В настоящей работе в модельных экспериментах мы оценили ингибирующее воздействие на параметры

¹Сибирский федеральный университет,
Красноярск

²Институт биофизики Сибирского отделения
Российской Академии наук, Красноярск

*E-mail: esimbekova@yandex.ru

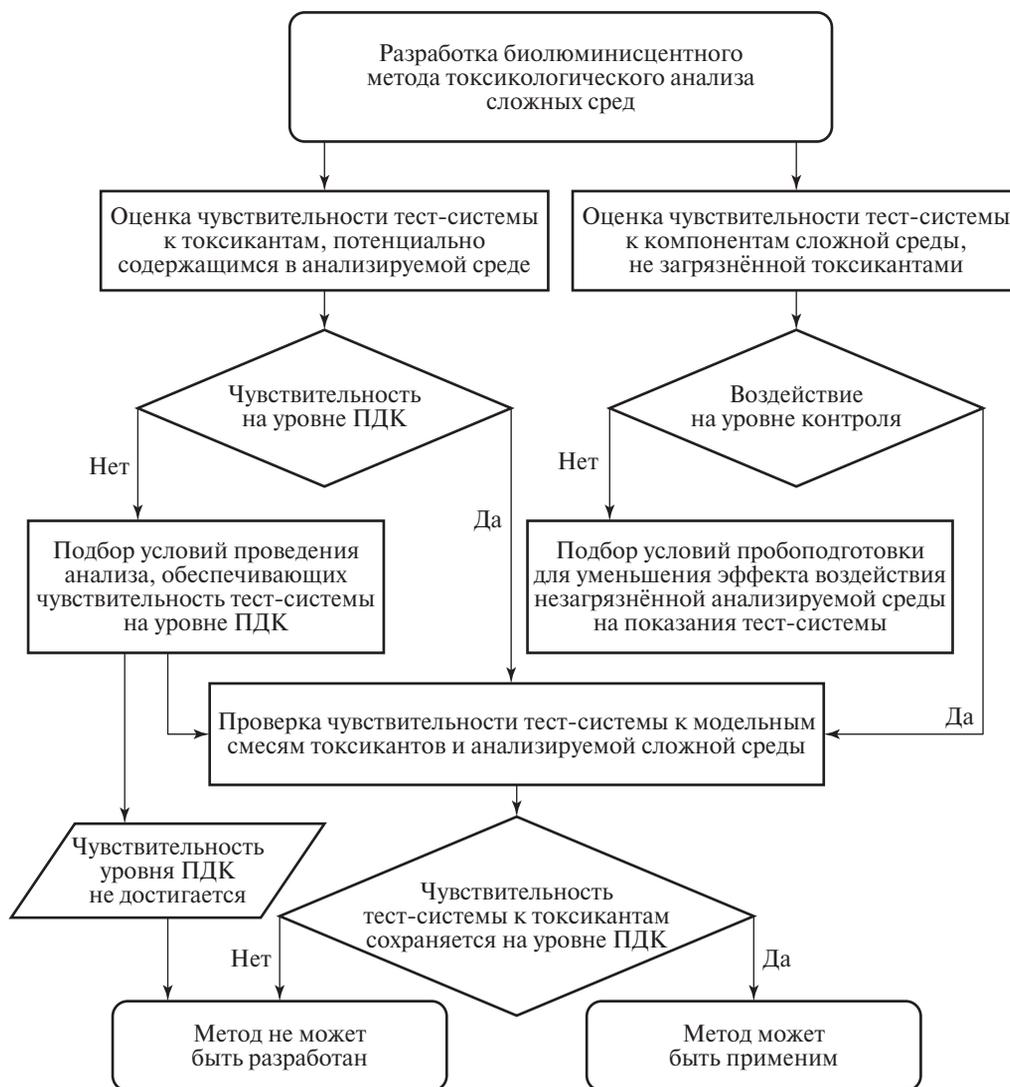


Рис. 1. Блок-схема конструирования ферментативных тестов для токсикологического анализа сложных сред.

биолюминесценции биферментной системы Р + Л тяжёлых металлов и пестицидов как наиболее часто встречающихся загрязнителей почвы и плодоовощных продуктов.

Для оценки безопасности природных компонентов, потенциально содержащих загрязняющие химические соединения, в работе использовали биферментную систему светящихся бактерий НАД(Ф)Н:ФМН-оксидоредуктаза + люцифераза (Р + Л). В основе биолюминесцентного метода лежит обнаружение ингибирующего влияния анализируемых веществ на ферментативные реакции путём регистрации изменения интенсивности испускаемого света [9, 10].

В работе использовали следующие реактивы: ФМН (“Serva”, Германия), НАДН (“Gerbu”, Германия), тетрадеканаль (“Merck”, Германия) и лиофилизованные препараты ферментов (набор реак-

тивов КРАБ производства лаборатории нанобиотехнологии и биолюминесценции Института биофизики СО РАН, Красноярск). Один флакон препарата содержал 0,5 мг люциферазы (КФ 1.14.14.3) из рекомбинантного штамма *E. coli* и НАД(Ф)Н:ФМН-оксидоредуктазу (КФ 1.5.1.29) из *Vibrio fischeri* (активность 3 нкат). Для приготовления растворов ферментов использовали 0,05 М калий-фосфатный буфер, рН 7,0. В качестве модельных токсических веществ использовали коммерчески доступные государственные стандартные образцы растворов солей тяжёлых металлов производства ОАО “Уральский завод химических реактивов” (Россия) и стандартные препараты пестицидов (ООО “НПАЦ Эколан”, Россия).

Образцы плодоовощной продукции для проведения экспериментов с модельным загрязнением проб приобретали в торгово-розничных сетях

г. Красноярск. Образцы после механического разрушения центрифугировали при 10 000 g в течение 5 мин при 25 °С. Полученные супернатанты исследовали в дальнейшей работе.

Активность биферментной системы определяли по величине максимальной интенсивности свечения $I_{\text{макс}}$, выраженной в относительных единицах. О влиянии анализируемых образцов на биолюминесцентную ферментную систему Р + Л судили по остаточному свечению $(I_0/I_k) \cdot 100\%$, где I_0 и I_k — значения максимальной интенсивности свечения биферментной системы Р + Л в присутствии анализируемого образца и контрольного раствора соответственно. В качестве контрольного раствора использовали дистиллированную воду. Степень влияния загрязняющих веществ на активность биферментной системы Р + Л оценивали по величине IC_{20} и IC_{50} (концентрации анализируемых веществ, вызывающих снижение активности системы Р + Л на 20 и 50% соответственно). Измерения биолюминесценции проводили на биолюминометре Lumat LB9507 (“Berthold Technology”, Германия).

При статистической обработке полученных результатов использовали критерий *t* Стьюдента. Достоверными считали различия при $p \leq 0,05$.

Мы обнаружили (табл. 1), что биферментная система Р + Л является чувствительной к ряду металлов, в том числе свинцу, цинку, меди, ртути, алюминию и хрому на уровне и ниже уровня их предельно допустимых концентраций (ПДК) в продуктах питания. Наибольшее ингибирующее воздействие на активность биферментной системы оказывала медь. Степень ингибирующего действия свинца и алюми-

Таблица 1. Значения параметров IC_{20} и IC_{50} , определённые при оценке влияния тяжёлых металлов и пестицидов на активность биферментной системы Р + Л

Токсикант	IC_{50} , мг/л	IC_{20} , мг/л	Допустимые уровни содержания, мг/л
Свинец	0,6	0,6	0,5
Медь	0,03*	0,002*	10,0
Ртуть	0,06*	0,03	0,02
Алюминий	—	0,6*	30,0
Хром	0,3	0,06*	0,2
α -ГХЦГ	0,03*	0,02	0,01
γ -ГХЦГ	0,1*	0,04	0,01
ДДЭ	0,01*	0,002*	0,1
ДДТ	0,01*	0,002*	0,1
Диазинон	6*	0,06*	0,5

Примечание. “—” при исследуемых концентрациях металла не установили величину показателя. * $p < 0,05$ по сравнению с максимально допустимыми уровнями содержания данных веществ в продуктах питания.

ния увеличивалась при уменьшении концентрации ферментов в реакционной смеси. Аналогичным образом исследовали влияние четырёх пестицидов. Предел чувствительности ферментативной системы Р + Л к действию таких пестицидов, как α - и γ -изомеры гексахлорциклогексана (ГХЦГ), 4,4-дихлордифенилэтилен (ДДЭ) и 4,4-дихлордифенилтрихлорметилметан (ДДТ), соответствовал или был ниже их максимально допустимого уровня в продуктах питания.

Преимуществом ферментативных методов токсикологического анализа является возможность увеличения чувствительности ферментативной системы к действию потенциально опасных веществ путём варьирования условий проведения анализа, например изменением концентраций ферментов и/или субстратов в реакционной смеси. Мы обнаружили, что чувствительность биферментной системы Р + Л к действию ряда тяжёлых металлов увеличивается при уменьшении содержания ферментов реакции в реакционной смеси. Так, наибольший ингибирующий эффект ионов свинца на активность системы Р + Л мы зарегистрировали при добавлении в реакционную смесь 0,2 мкг люциферазы (рис. 2).

Согласно предложенной блок-схеме, конструирование ферментативного теста подразумевает также оценку воздействия исследуемых сложных сред на ферментативную реакцию в отсутствие загрязнителей. В случае наличия ингибирующего или стимулирующего действия на ферментную систему пробы, не содержащей токсических веществ, дополнительным этапом в разработке теста может стать подбор условий пробоподготовки для уменьшения

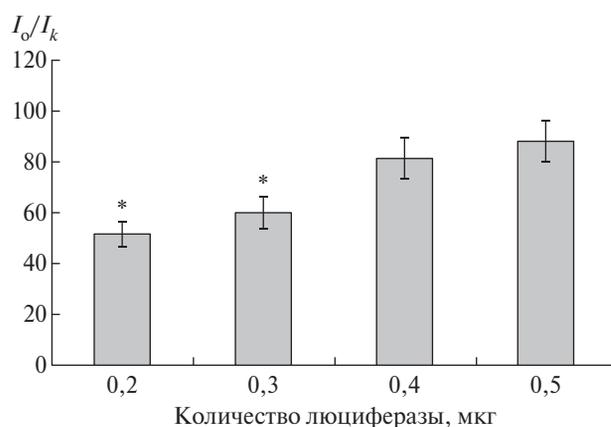


Рис. 2. Зависимость остаточного свечения биферментной системы Р + Л от количества люциферазы в реакционной смеси, содержащей 0,6 мг/л ионов свинца. ПДК содержания свинца в овощах 0,5 мг/л. $M \pm m$, $n = 5$, * $p < 0,05$ по сравнению с 0,5 мкг люциферазы.

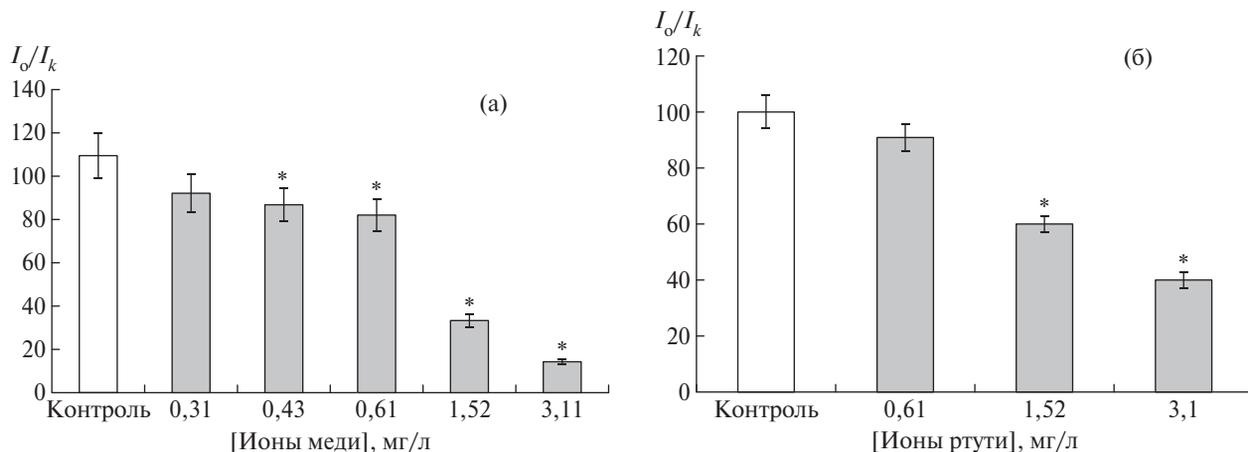


Рис. 3. Зависимость остаточного свечения биферментной системы Р + Л от концентрации ионов меди (а) и ртути (б), предварительно разведённых в супернатанте образца огурца. $M \pm m$, $n = 5$, $*p < 0,05$ по сравнению с остаточным свечением контрольной пробы. ПДК содержания меди в овощах составляет 10,0 мг/л, ртути — 0,02 мг/л.

эффекта воздействия компонентов сложной анализируемой среды.

На заключительном этапе апробации ферментативного теста мы провели модельные эксперименты по оценке чувствительности ферментативной системы к смеси компонентов сложной системы и токсических веществ. Мы обнаружили влияние образцов плодоовощной продукции, загрязнённых рядом пестицидов и тяжёлых металлов, на активность биферментной системы Р + Л. Пестициды и тяжёлые металлы добавляли непосредственно в подготовленные супернатанты овощей (анализируемые образцы). Результаты сравнивали с ранее полученными данными о воздействии на активность системы Р + Л исследуемых загрязнителей, разведённых в дистиллированной воде (контрольные образцы). Мы установили, что при внесении меди и ртути непосредственно в пробу овощей чувствительность системы Р + Л к воздействию тяжёлых металлов сохранилась на уровне их ПДК для продуктов питания, хотя и была меньше чувствительности системы в присутствии солей металлов, разведённых дистиллированной водой (рис. 3). Аналогичные эксперименты мы провели при оценке степени воздействия на активность системы Р + Л инсектицида диазинона. Мы обнаружили, что показатели чувствительности системы Р + Л к данному пестициду не различались при добавлении в реакционную смесь контрольного или анализируемого образца (рис. 4).

Итак, мы впервые разработали схему конструирования биолюминесцентных ферментативных тестов для проведения токсикологического анализа сложных по составу сред и установили, что главными

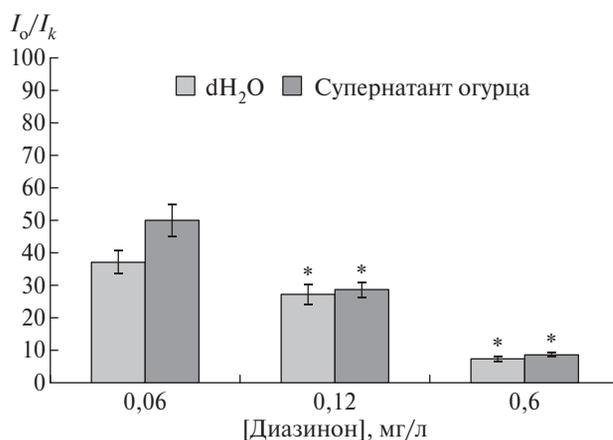


Рис. 4. Зависимость остаточного свечения биферментной системы Р + Л от концентрации диазинона, разведённого в дистиллированной воде (контроль), и в супернатанте образца огурца. Максимально допустимый уровень диазинона в овощах составляет 0,2 мг/л. $M \pm m$, $n = 5$, $*p > 0,05$ при сравнении показателей соответствующих групп.

принципами разработки методов для анализа гетерогенных сред на основе ферментативных систем являются обеспечение максимальной чувствительности к потенциально токсичным веществам и подбор условий, гарантирующих минимальное воздействие незагрязнённых, сложных по составу сред на биферментную систему для корректной интерпретации результатов.

Источники финансирования. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда науки в рамках научного проекта № 18–44–242003.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Antoniadis V., Shaheen S.M., Boersch J., Frohne T., Du Laing G., Rinklebe J. // *J. Environ. Manage.* 2017. V. 186. Pt 2. P. 192–200.
2. Denis N., Zhang H., Leroux A., Trudel R., Bietlot H. // *Food Control.* 2016. V. 67. P. 225–234.
3. Orisakwe O.E., Nduka J.K., Amadi C.N., Dike D.O., Bede O. // *Chem. Cent. J.* 2012. V. 6. P. 77.
4. Lozowicka B., Abzeitova E., Sagitov A., Kaczynski P., Toleubayev K., Li A. // *Environ. Monit. Assess.* 2015. V. 187. № 10. P. 609.
5. Luis G., Hernández C., Rubio C., González-Weller D., Gutiérrez Á., Revert C., Hardisson A. // *Nutricion Hospitalaria.* 2012. V. 27. № 5. P. 1605–1609.
6. Osman K.A., Al-Humaid A.I., Al-Rehiyani S.M., Al-Redhaiman K.N. // *Food Control.* 2011. V. 22. Iss. 6. P. 947–953.
7. Xu T., Close D., Smartt A., Ripp S., Sayler G. // *Bioluminescence: Fundam. and Appl. in Biotechnol.* 2014. V. 1. P. 111–151.
8. Augustsson A., Uddh-Söderberg T., Filipsson M., Helmfrid I., Berglund M., Karlsson H., Hogmalm J., Karlsson A., Alriksson S. // *Environ Int.* 2017. V. 113. P. 269–280.
9. Kratasyuk V.A., Esimbekova E.N. // *Comb. Chem. High Throughput Screen.* 2015. V. 18. № 10. P. 952–959.
10. Esimbekova E.N., Kratasyuk V.A., Shimomura O. // *Adv. Biochem. Eng. Biotechnol.* 2014. V. 144. P. 67–109.

PRINCIPLES FOR CONSTRUCTION OF BIOLUMINESCENT ENZYME BIOTESTS FOR ANALYSIS OF COMPLEX MEDIA**V. P. Kalyabina, E. N. Esimbekova, I. G. Torgashina, K. V. Kopylova, V. A. Kratasyuk**

Presented by Academician of the RAS I.I. Gitel'zon August 16, 2018

Received October 19, 2018

We formulated the principles of designing bioluminescent enzyme tests for assessing the quality of complex media which consist in providing the maximum sensitivity to potentially toxic chemicals at a minimal impact of uncontaminated complex media. The developed principles served as a basis for designing a new bioluminescent method for an integrated rapid assessment of chemical safety of fruits and vegetables which is based on using the luminescent bacterium enzymes (NAD(P)H:FMN oxidoreductase and luciferase) as a test system.

Keywords: bioluminescent method, complex media, food safety analysis, heavy metals, pesticides, luminous bacteria enzymes, enzyme tests.

УДК 577.25

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЯЗЫВАНИЯ ЛИГАНДОВ В “КИСЛОТНОМ КАРМАНЕ” ПРОТОНАКТИВИРУЕМОГО ИОННОГО КАНАЛА ASIC1a

В. С. Коркош, член-корреспондент РАН Д. Б. Тихонов*

Поступило 08.10.2018 г.

Осуществили докинг ряда лигандов ионного канала ASIC1a, оказывающих потенцирующее или ингибирующее действие за счёт стабилизации открытого и закрытого состояний. Впервые показали, как направленность действия может зависеть от трёхмерной структуры лиганда. Потенциаторы и ингибиторы по-разному взаимодействуют с аминокислотными остатками так называемого кислотного кармана, где происходит связывание протонов. Полученные результаты открывают возможность для теоретического дизайна новых фармакологических агентов.

Ключевые слова: гомологическое моделирование, лиганд-рецепторные взаимодействия, потенциация, ингибирование, ионные каналы.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852234-237>

Протонактивируемые ионные каналы семейства ASIC (acid-sensing-ion-channels) можно обнаружить во многих типах нейронов ЦНС позвоночных. Они участвуют в синаптической передаче и синаптической пластичности и вовлечены в реализацию таких системных функций, как память и обучение, страх и депрессия. Их роль обнаруживается также при изучении механизмов наркотической зависимости и при исследовании патогенеза ряда психических заболеваний [1].

Среди модуляторов ионного канала ASIC1a, принадлежащего к указанному семейству, есть синтетические соединения, эндогенные органические вещества и катионы, а также ряд пептидных токсинов из компонентов природных ядов [1]. Основные типы модуляции состоят в блокаде поры канала, в сдвиге зависимости от pH активации и десенситизации в кислотную или основную сторону. Одни и те же соединения могут проявлять несколько типов активности без корреляции между ними, что говорит о наличии нескольких независимых мест связывания.

Несмотря на обширность накопленного экспериментального материала, до последнего времени было невозможно дать наблюдаемым явлениям структурное объяснение, поскольку отсутствовали структуры высокого разрешения для критически важных состояний канала: закрытого, открытого и десенситизированного. Такая возможность появи-

лась лишь в 2018 г. в связи с публикацией последней недостающей структуры — закрытого канала [2].

Ключевым для активации участком является так называемый кислотный карман (acidic pocket) — скопление кислых аминокислот в заглублённом участке внеклеточного домена. Внутри этого “кармана” три пары аминокислот (Асп²³⁸–Асп³⁵⁰, Глу²³⁹–Асп³⁴⁶ и Глу²²⁰–Асп⁴⁰⁸) находятся на близком расстоянии. Электростатическое отталкивание между отрицательными зарядами боковых цепей этих пар аминокислот удерживает “кислотный карман” в развёрнутом состоянии, канал при этом закрыт. При закислении внешней среды между парами карбоксилатов связываются протоны, что приводит к стягиванию кармана в более тесную структуру. Это вызывает конформационные изменения в трансмембранном домене, приводящие к открытию канала. Структуры “кислотного кармана” в открытом и десенситизированном состояниях практически идентичны [3–5]. Таким образом, вероятно связывание в “кислотном кармане” модуляторов активации, но не модуляторов десенситизации.

В настоящей работе на основании описанных выше структур мы разработали гомологические модели канала ASIC1a крыс в открытом и закрытом состояниях (рис. 1), поскольку большинство доступных экспериментальных данных по связыванию лигандов было получено именно на этом объекте. Модели были оптимизированы методом Монте-Карло с минимизацией энергии по методике, описанной в работе [6]. Далее для каждой модели мы произвели докинг (рис. 1) трёх потенциаторов активации (ИЭМ-2044 [7]), гистамина [8], соеди-

*Институт эволюционной физиологии
и биохимии им. И.М. Сеченова
Российской Академии наук, Санкт-Петербург
E-mail: denistikhonov2002@yahoo.com

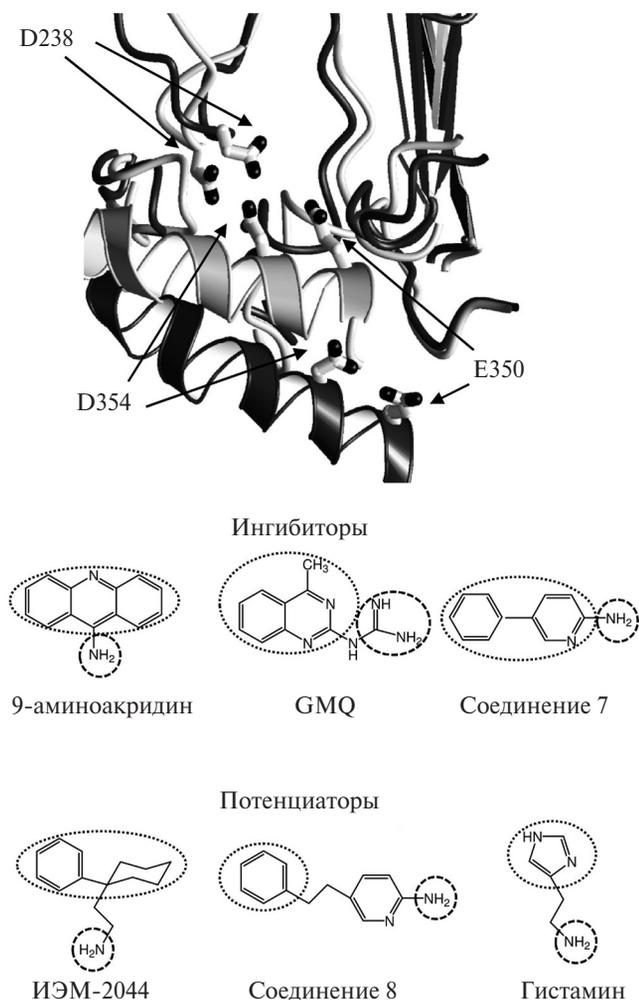


Рис. 1. Молекулярные модели ASIC1a в открытом (субъединицы показаны светлым) и закрытом (субъединицы показаны тёмным) состояниях. В наложении структур “кислотного кармана” видно существенное смещение ряда ключевых аминокислотных остатков. В структурах лигандов показаны заряженные группы и гидрофобные/ароматические группы. В молекулах ингибиторов они соединены непосредственно, а в молекулах потенциаторов — через гибкие линкеры.

нения 8 из работы [9]) и трёх ингибиторов активации (GMQ [10]), 9-аминоакридина [11] и соединения 7 из работы [9]. Проведённый нами структурно-функциональный анализ показал, что в молекулах ингибиторов заряженная группа непосредственно прилегает к плоскому ароматическому ядру, а в молекулах потенциаторов эти группировки соединены гибким линкером (рис. 1). Процедура докинга, выполненная, как описано в работе [6], выявила ансамбли возможных посадок лигандов в “кислотный карман” и соответствующие им наборы аминокислотных остатков, взаимодействующих с лигандами.

Далее мы провели анализ энергетики и частоты встречаемости взаимодействий между лигандами

и отдельными остатками в “кислотном кармане”, который выявил ряд закономерностей. Согласно нашим расчётам, существенное взаимодействие с остатком His174 наблюдается только для потенциаторов и только в модели открытого канала (рис. 2). Этот аминокислотный остаток расположен у входа в “кислотный карман”. Ароматические кольца потенциаторов образуют стэкинг-контакт с боковой цепью гистидина. При этом их аминогруппы связываются с остатками Asp350 и Glu354, принадлежащими соседней субъединице (рис. 3). Требуемая для такой посадки лигандов комплементарность к месту связывания высокоспецифична. В модели закрытого канала расстояние между His174 и парой Asp350 и Glu354 значительно больше, что не позволяет лиганду связываться с ними одновременно. Взаимное расположение His174 и пары Asp350 и Glu354 в открытом канале таково, что для одновременного связывания требуются вполне определённая взаимная ориентация и расстояние между ароматическим кольцом лиганда и его аминогруппой. Такими характеристиками обладают потенциаторы, но не ингибиторы (рис. 1). Необходимо также отметить, что остатки His174 и Asp350 специфичны для ASIC1a, а рассматриваемые потенциаторы обладают селективным действием именно на эти каналы. Таким образом, исходя из сопоставления модельных расчётов с экспериментальными данными можно

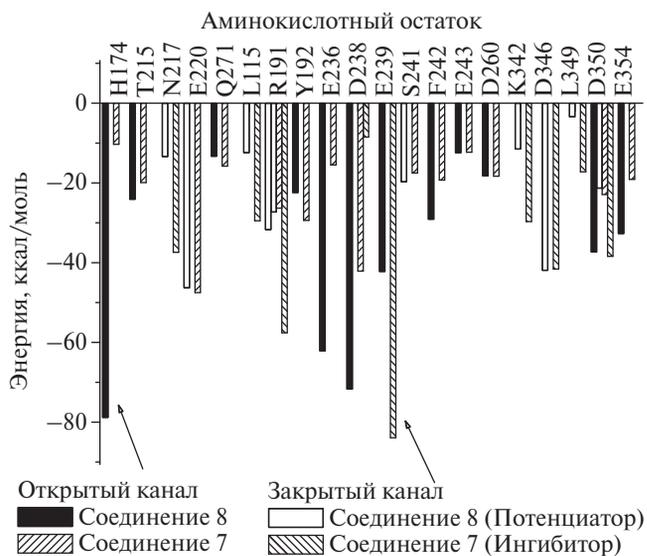


Рис. 2. Примеры профилей взаимодействий потенциаторов и ингибиторов с отдельными аминокислотными остатками в открытом и закрытом канале согласно проведённым расчётам (с учётом частоты встречаемости контакта). Стрелками показаны обнаруженные уникальные точки связывания потенциатора в открытом канале и ингибитора в закрытом канале.

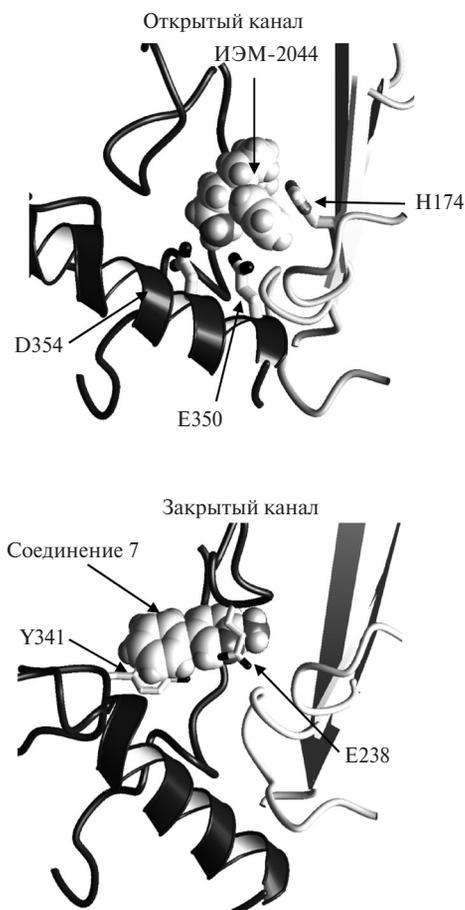


Рис. 3. Предлагаемые моды связывания потенциатора (ИЭМ-2044) и ингибитора (соединение 7) с моделями открытого и закрытого ASIC1a соответственно. Показаны ключевые аминокислотные остатки, участвующие в связывании этих лигандов.

предложить механизм потенцирующего действия, который состоит в стягивании His174 и пары Asp350 и Glu354, что приводит к стабилизации открытого состояния.

При анализе возможных посадок в “кислотный карман” лигандов, оказывающих ингибирующее действие, также удалось найти специфическое связывание, способное стабилизировать закрытое состояние канала (рис. 2). При переходе между закрытым и открытым состояниями меняется конформация петли, в которой находятся остатки Asp238 и Glu239. В закрытом состоянии плоские молекулы антагонистов образуют стэкинг-взаимодействие с остатком Tyr341, в то время как их заряженные группы связываются с Glu239 (рис. 3). Наши расчёты показывают, что такой тип взаимодействия возможен только для закрытого состояния и только для плоских молекул антагонистов. Исходя из результатов расчётов, мы предполагаем, что именно данный тип связывания ответствен за ингибирующее действие.

Характерной чертой действия как потенциаторов, так и ингибиторов ASIC1a рассматриваемого типа является параллельный сдвиг активационной зависимости. Иными словами, при насыщающей концентрации протонов в среде действие лигандов отсутствует. Найденные нами вероятные моды связывания агонистов и антагонистов полностью соответствуют данному механизму. В каждом случае положительно заряженная группа лиганда взаимодействует с отрицательно заряженным аминокислотным остатком. При протонировании этих остатков в условиях низких значений pH лиганды должны вытесняться протонами.

Таким образом, в нашей работе на основании современных данных о строении ASIC1a в разных функциональных состояниях впервые сделано предсказание вероятных мест связывания потенциаторов и ингибиторов этих каналов и предложен конкретный молекулярный механизм их действия. Результаты моделирования создают предпосылки для дальнейшей экспериментальной работы с использованием методов молекулярной биологии (точечные мутации предложенных точек связывания), а также для разработки и тестирования новых химических соединений.

Источник финансирования. Работа поддержана грантом РФФ 16–14–00122.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Baron A., Lingueglia E. // *Neuropharmacology*. 2015. V. 94. P. 19–35.
2. Yoder N., Yoshioka C., Gouaux E. // *Nature*. 2018. V. 55. № 7696. P. 397–401.
3. Gonzales E.B., Kawate T., Gouaux E. // *Nature*. 2009. V. 460. № 7255. P. 599–604.
4. Baconguis I., Gouaux E. // *Nature*. 2012. V. 489. № 7416. P. 400–405.
5. Baconguis I., Bohlen C.J., Goehring A., Julius D., Gouaux E. // *Cell*. 2014. V. 156. № 4. P. 717–729.
6. Tikhonov D.B., Zhorov B.S. // *J. Gen. Physiol.* 2017. V. 149. № 4. P. 465–481.
7. Nagaeva E.I., Potapieva N.N., Nikolaev M.V., Gmiro V.E., Magazanik L.G., Tikhonov D.B. // *Eur. J. Pharmacol.* 2016. V. 788. P. 75–83.
8. Nagaeva E.I., Tikhonova T.B., Magazanik L.G., Tikhonov D.B. // *Neurosci. Lett.* 2016. V. 632. P. 136–140.
9. Alijevic O., Hammoud H., Vaithia A., Trendafilov V., Bollenbach M., Schmitt M., Bihel F., Kellenberger S. // *ACS Chem. Neurosci.* 2018. V. 9. P. 1357–1365.
10. Alijevic O., Kellenberger S. // *J. Biol. Chem.* 2012. V. 287. № 43. P. 36059–36070.
11. Tikhonova T.B., Nagaeva E.I., Barygin O.I., Potapieva N.N., Bolshakov K.V., Tikhonov D.B. // *Neuropharmacology*. 2015. V. 89. P. 1–10.

LIGAND DOCKING TO THE ACIDIC POCKET OF THE PROTON-GATED ION CHANNEL ASIC1a

V. S. Korkosh, Corresponding Member of the RAS D. B. Tikhonov

Received October 8, 2018

Proton-gated ion channels of ASIC family play important role in many physiological and pathological processes and represent a perspective target for pharmacological modulation. Recently, atomic-scale structures of ASICs in closed, open and desensitized states have become available. This opened a possibility to model binding of ligands, which modulate ASIC activation and desensitization and to predict structures of new specifically acting pharmacological agents. In the present work we performed in docking of a series of ligands, which stabilize open or closed state of ASIC1a. For the first time we revealed a correlation between the spatial ligand structure and its mode of action. We revealed specific interactions of these inhibitors and potentiators with amino-acid residues in the acidic pocket of ASIC1a. The results allow predictive design of new drugs.

Keywords: homology modeling, ligand-receptor interactions, potentiation, inhibition, ion channels.

УДК 577.123

**СКОРОСТЬ ЗАГРУЗКИ ЧУЖЕРОДНЫХ И АУТОАНТИГЕННЫХ
ДЕТЕРМИНАНТ НА ГЛАВНЫЙ КОМПЛЕКС ГИСТОСОВМЕСТИМОСТИ
ВТОРОГО КЛАССА ОПОСРЕДУЕТ РЕЗИСТЕНТНОСТЬ
К РАЗВИТИЮ РАССЕЯННОГО СКЛЕРОЗА**

**А. Э. Мамедов^{1,*}, М. Ю. Захарова^{1,2}, О. О. Фаворова², О. Г. Кулакова²,
А. Н. Бойко², В. Д. Кнорре^{1,**}, Н. А. Воробьева³, Е. Н. Хурс⁴, И. С. Киселев²,
Н. М. Баулина², академик РАН А. Г. Габиров^{1,5}, А. А. Белогуров^{1,5}**

Поступило 29.08.2018 г.

В результате генетического анализа тысячи больных рассеянным склерозом (РС) и здоровых доноров русской принадлежности было выявлено, что носительство групп аллелей HLA-DRB1*15 и HLA-DRB1*03 связано с риском РС, в то время как носительство групп аллелей HLA-DRB1*01 и HLA-DRB1*11 является протективным. Рекомбинантный HLA-DRB1*01:01 способен с довольно высокой аффинностью распознавать фрагменты основного белка миелина (МВР), одного из аутоантигенов при РС, однако при сравнении кинетических параметров загрузки пептидов МВР и вирусного НА на HLA-DRB1*01:01, катализируемой HLA-DM, была показана значительно более низкая скорость обмена CLIP на пептиды МВР. Мы предполагаем, что наблюдаемые протективные свойства группы аллелей HLA-DRB1*01 могут быть непосредственно связаны со способностью HLA-DRB1*01:01 кинетически различать пептиды экзогенной и эндогенной природы.

Ключевые слова: основной белок миелина, рассеянный склероз, главный комплекс гистосовместимости класса II, человеческий лейкоцитарный антиген, протективный аллель, библиотека эпитопов, гемоглютинин, генетическая предрасположенность к заболеванию.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852238-241>

Риск развития тяжёлого аутоиммунного нейродегенеративного процесса, каковым является рассеянный склероз (РС), возрастает у лиц, несущих определённые варианты молекул главного комплекса гистосовместимости второго класса (ГКГС II или HLA II). При этом наблюдается выраженная изменчивость риска возникновения РС, зависящая от этнической принадлежности. Некоторые аллели генов HLA могут оказывать и защитное влияние, понижая эпидемиологическую вероятность возникновения этого недуга [1].

Цель настоящего исследования — выяснить возможные причины столь разнонаправленного действия вариантов HLA и проанализировать распределение аллелей высокополиморфного локуса HLA-DRB1 — главной генетической детерминанты развития РС [2].

Исследовали более тысячи больных РС и здоровых лиц русской этнической принадлежности. Изучали аллельное распределение HLA-DRB1 у 565 неродственных пациентов с РС и у 471 здорового донора с использованием двухцифрового генотипирования низкого разрешения на уровне групп аллелей. Наблюдались значительные различия в частоте носительства нескольких групп аллелей HLA-DRB1 (далее — “аллели”). Аллели HLA-DRB1*03 и *15 были высокозначимо ассоциированы с риском РС ($p_{\text{perm}} = 0,0056$; OR = 1,77 [CI: 1,27–2,49] и $p_{\text{perm}} = 5,8 \cdot 10^{-14}$; OR = 2,84 [CI: 2,17–3,72] соответственно). Аллели HLA-DRB1*01, *09, *11 и *12 были достоверно чаще представлены в контрольной группе, однако после коррекции на число сравнений только негативные ассоциации с аллелями HLA-DRB1*01 и *11 сохраняли значимость ($p_{\text{perm}} = 0,00062$; OR = 0,55 [CI: 0,41–0,74] и $p_{\text{perm}} = 0,0011$; OR = 0,56 [CI: 0,42–0,76] соответственно).

¹ Институт биоорганической химии им. М.М. Шемякина и Ю.А. Овчинникова Российской Академии наук, Москва

² Российский национальный исследовательский университет им. Н.И. Пирогова Министерства здравоохранения Российской Федерации, Москва

³ Институт биологии гена Российской Академии наук, Москва

⁴ Институт молекулярной биологии им. В.А. Энгельгардта Российской Академии наук, Москва

⁵ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

*E-mail: bioaz12@gmail.com

**E-mail: vera.knorre@gmail.com

Таким образом, у этнических русских мы обнаружили аллели гена *HLA-DRB1*, ассоциированные с риском РС (*03 и *15), и аллели, обладающие протективным действием (*01 и *11). Аллель *HLA-DRB1*15* широко известен как самый сильный генетический фактор риска РС для большинства европейских популяций (OR = 3,08) [2]. Его ассоциация с РС у русских была показана ранее на независимой ограниченной выборке [1, 3]. Что касается аллеля риска *DRB1*03* и протективных аллелей *01 и *11, ассоциацию которых с РС мы впервые выявили у русских, то их ассоциацию с РС ранее наблюдали для ряда популяций из числа исследованных [3].

По всей видимости, предрасположенность к развитию РС может определяться специфичностью соответствующих молекул ГКГС II к антигенным

пептидным репертуарам. Для проверки этой гипотезы мы решили исследовать связывание пептидов основного белка миеллина (myelin basic protein, MBP), одного из аутоантигенов, характерных для РС, с белками, кодируемыми наиболее значимо, по нашим данным, ассоциированными с РС аллелями гена *DRB1*: протективного аллеля *01 и аллеля риска *15. Мы получили рекомбинантные генетические конструкции, кодирующие аллели *HLA-DRB1*01:01* и *15:01, поскольку эти аллели являются наиболее распространёнными среди соответствующих групп аллелей [http://allelefrequencies.net/hla6006a.asp].

С использованием ранее созданной библиотеки эпитопов MBP [4] мы показали, что рекомбинантный *HLA-DRB1*01:01* распознаёт несколько фрагментов MBP: он специфически связывается (рис. 1)

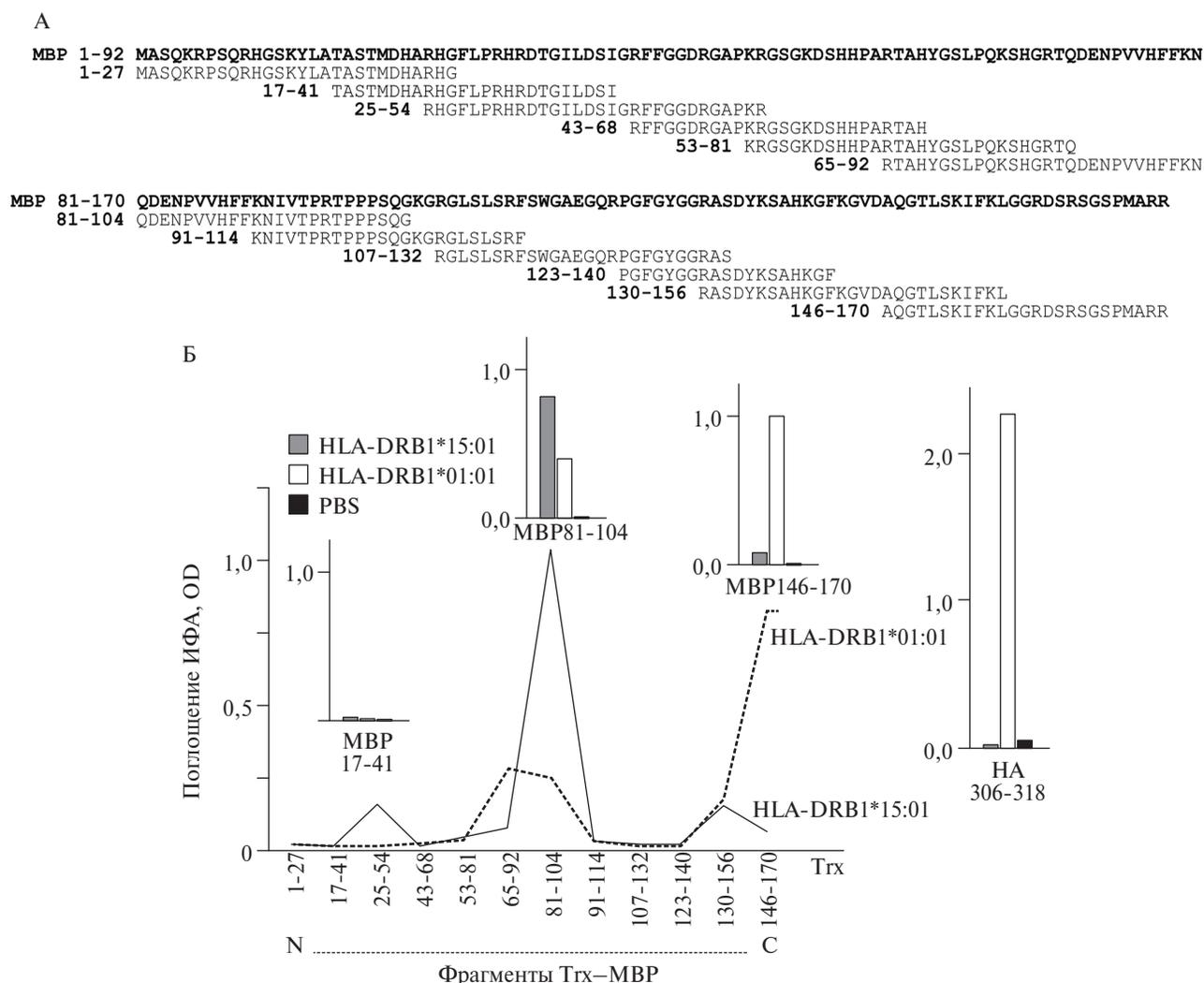


Рис. 1. *HLA-DRB1*01:01* распознаёт энцефалитогенные и С-концевые фрагменты основного белка миеллина. (А) — аминокислотная последовательность MBP. Показаны перекрывающиеся пептиды библиотеки эпитопов. (Б) — анализ связывания *HLA-DRB1*15:01* (серые столбики) и *HLA-DRB1*01:01* (белые столбики) с библиотекой эпитопов MBP. Здесь и на рис. 2 Тгх — тиоредоксин. Отдельно показано узнавание химически синтезированных пептидов, представляющих MBP-фрагменты и пептид HA₃₀₆₋₃₁₈. Чёрные столбики — фоновый сигнал (PBS).

с С-концевым пептидом MBP_{146–170} и менее эффективно с тремя другими фрагментами — MBP_{130–156}, MBP_{81–104} (так называемый энцефалитогенный пептид MBP_{81–104} [4]) и MBP_{65–92}. Константа диссоциации K_D комплекса ГКГСII—пептид может характеризовать силу, которая требуется для удаления полностью связанного пептида из связывающей борозды ГКГС II. Мы измерили K_D для комплексов HLA-DRB1*01:01 с миелиновыми пептидами MBP_{81–104} и MBP_{146–170}, а также с классической антигенной детерминантой HLA-DRB1*01:01 — пептидом 306–318 гемагглютинина (HA) вируса гриппа [5] (рис. 1). Для этой цели мы использовали химически синтезированные пептиды и рекомбинантные пептиды, слитые с белком-носителем, тиоредоксином. Константа диссоциации комплексов MBP_{81–104} и MBP_{146–170} с HLA-DRB1*01:01 сравнима с таковой в случае вирусного пептида HA_{306–318}. На основании этих данных можно предположить, что дискриминация пептидов соответствующими вариантами ГКГС II, по всей видимости, происходит не на термодинамическом уровне.

Известно, что процесс обмена пептида CLIP на антигенные пептиды в случае ГКГС II носит динамический характер и происходит с участием HLA-DM [6, 7]. Наши данные свидетельствуют о том, что во время этого процесса, несмотря на сходную аффинность, синтетический пептид HA вытесняет CLIP, загруженный на HLA-DRB1*01:01, значительно быстрее по сравнению с пептидами MBP_{81–104} и MBP_{146–170}, тогда как HLA-DRB1*15:01 связывает MBP_{81–104} аналогично скорости взаимодействия HLA-DRB1*01:01 и HA (рис. 2). Изучение загрузки этих пептидов в составе белков, слитых с тиоредоксином, на ГКГС II привело к идентичным результатам. Мы предполагаем, что наблюдаемые протективные свойства группы аллелей HLA-DRB1*01 могут быть непосредственно связаны со способностью HLA-DRB1*01:01 кинетически различать пептиды экзогенной и эндогенной природы.

Таким образом, в настоящей работе мы показали, что наиболее распространённый HLA-DRB1*01:01, кодируемый соответствующим протективным аллелем HLA-DRB1, парадоксальным образом связывает

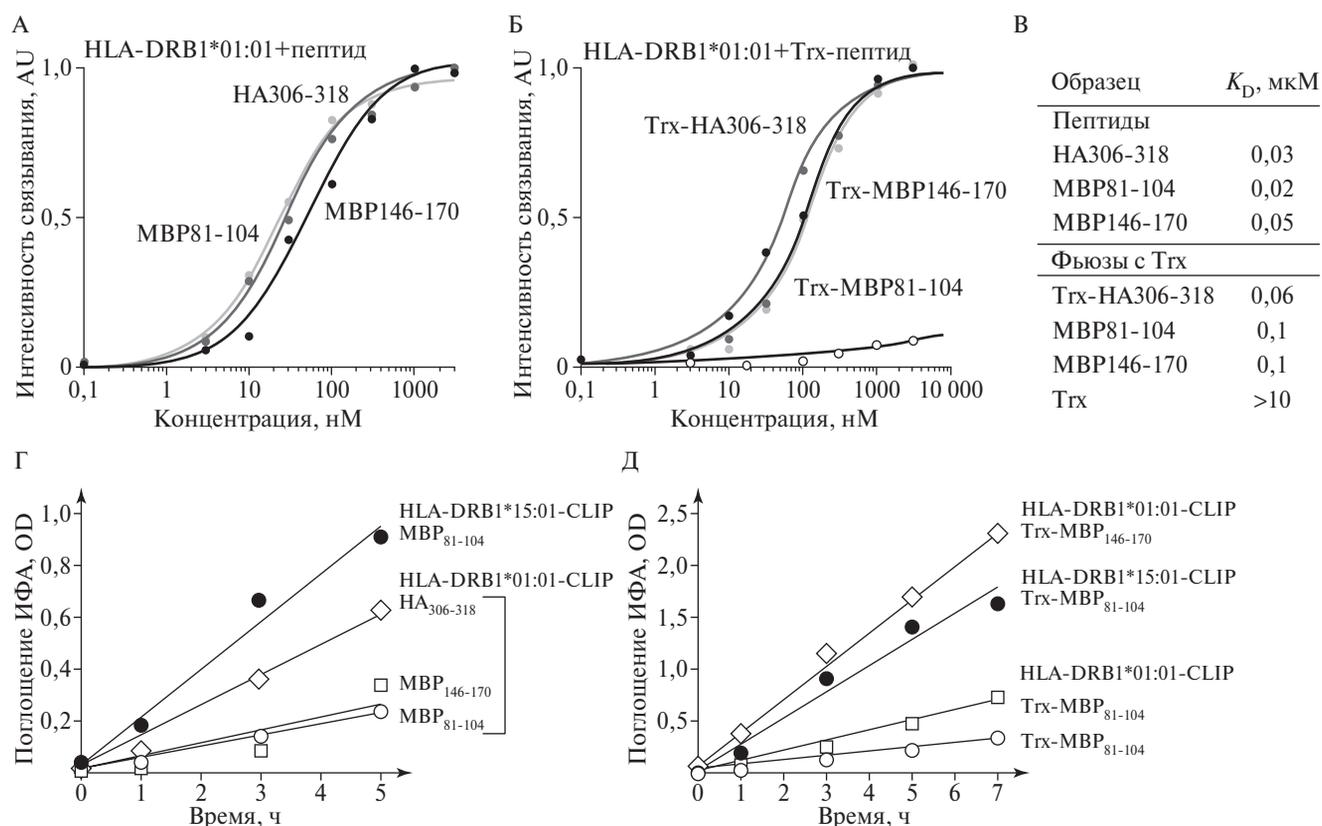


Рис. 2. HLA-DRB1*01:01 кинетически различает пептиды со схожей термодинамической аффинностью. Связывание, измеренное с помощью DELFIA, с HLA-DRB1*01:01 химически синтезированных пептидов HA_{306–318} (серая кривая), MBP_{81–104} (светло-серая кривая) и MBP_{146–170} (чёрная кривая) (А) и их аналогов, слитых с тиоредоксином (Б). Константы диссоциации суммированы в (В). Связывание химически синтезированных пептидов (Г) и их рекомбинантных аналогов, слитых с тиоредоксином (Д), содержащих HA_{306–318} (ромбы), MBP_{81–104} (круги) и MBP_{146–170} (квадраты) и предварительно загруженных CLIP HLA-DRB1*01:01 и HLA-DRB1*15:01 в присутствии HLA-DM.

фрагменты МВР с аффинностью, сравнимой с аффинностью экзогенных антигенов на примере вирусного пептида НА. Высказанная нами гипотеза о превалировании “кинетической компоненты” в процессе распознавания пептидов ГКГС II получила экспериментальное подтверждение. Важным следствием, вытекающим из нашей работы, является наблюдение радикально различающейся скорости загрузки антигенных пептидов на ГКГС II при их сравнимой термодинамической аффинности. Это, в свою очередь, указывает на необходимость проведения кинетических исследований лигандов ГКГС II независимо от их аффинности для более корректной оценки их физиологической значимости. Существует мнение, что время загрузки ГКГС II в поздней эндосоме ограничено несколькими часами [8], поэтому вполне вероятно, что пептиды с высокой аффинностью, но с низкой скоростью связывания будут представлены на поверхности клетки существенно меньше в сравнении с менее аффинными, но кинетически более предпочтительными пептидами. Данное предположение позволяет предсказать ограниченную способность HLA-DRB1*01:01 презентировать миелиновые пептиды на поверхности антигенпрезентирующих клеток. Обнаружение явления “кинетической регуляции” процесса загрузки пептидов на ГКГС II может иметь, на наш взгляд, не только фундаментальное значение. Этот феномен может быть с успехом использован для создания специфических лекарственных соединений на основе пептидов и пептидомиметиков.

Источник финансирования. Работа поддержана грантом РФФ 17–74–30019.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sudomoina M.A., Boiko A.N., Demina T.L., Gusev E.I., Boldyreva M.N., Trofimov D.Y., Alekseev L.P., Favorova O.O.* Association of Multiple Sclerosis in the Russian Population with HLA-DRB1 Gene Alleles // *Mol. Biol.* 1998. V. 32. P. 291–296.
2. *Canto E., Oksenberg J.R.* Multiple Sclerosis Genetics // *Mult. Scler.* 2018. V. 24. P. 75–79.
3. *Ramagopalan S.V., Ebers G.C.* Multiple Sclerosis: Major Histocompatibility Complexity and Antigen Presentation // *Genome Med.* 2009. V. 1. P. 1–5.
4. *Belogurov A.A., Kurkova I.N., Friboulet A., Thomas D., Misikov V.K., Zakharova M.Y., Suchkov S.V., Kotov S.V., Alehin A.I., Avalle B., Souslova E.A., Morse H.C. 3rd, Gabibov A.G., Ponomarenko N.A.* Recognition and Degradation of Myelin Basic Protein Peptides by Serum Autoantibodies: Novel Biomarker for Multiple Sclerosis // *J. Immunol.* 2008. V. 180. P. 1258–1267.
5. *Stern L.J., Brown J.H., Jardetzky T.S., Gorga J.C., Urban R.G., Strominger J.L., Wiley D.C.* Crystal Structure of the Human Class II MHC Protein HLA-DR1 Complexed with an Influenza Virus Peptide // *Nature.* 1994. V. 368. P. 215–221.
6. *Anders A.K., Call M.J., Schulze M.S., Fowler K.D., Schubert D.A., Seth N.P., Sundberg E.J., Wucherpfennig K.W.* HLA-DM Captures Partially Empty HLA-DR Molecules for Catalyzed Removal of Peptide // *Nat. Immunol.* 2011. V. 12. P. 54–61.
7. *Yin L., Maben Z.J., Becerra A., Stern L.J.* Evaluating the Role of HLA-DM in MHC Class II–Peptide Association Reactions // *J. Immunol.* 2015. V. 195. P. 706–716.
8. *Rabinowitz J.D., Vrljic M., Kasson P.M., Liang M.N., Busch R., Boniface J.J., Davis M.M., McConnell H.M.* Formation of a Highly Peptide-Receptive State of Class II MHC // *Immunity.* 1998. V. 9. P. 699–709.

LOADING RATE OF EXOGENOUS AND AUTOANTIGENIC DETERMINANTS ON MAJOR HISTOCOMPATIBILITY COMPLEX CLASS II MEDIATES RESISTANCE TO MULTIPLE SCLEROSIS

A. E. Mamedov, M. Y. Zakharova, O. O. Favorova, O. G. Kulakova, A. N. Boyko, V. D. Knorre, N. A. Vorobieva, E. N. Khurs, I. C. Kiselev, N. M. Baulina, Academician of the RAS A. G. Gabibov, A. A. Belogurov, Jr.

Received August 29, 2018

Genetic analysis of thousands of patients with multiple sclerosis (MS) and healthy Russian donors showed that the carriage of groups of HLA-DRB1*15 and HLA-DRB1*03 alleles is associated with the risk of MS, whereas the carriage of groups of HLA-DRB1*01 and HLA-DRB1*11 alleles is protective. Recombinant HLA-DRB1*01:01 with a high affinity can recognize the fragments of myelin basic protein (MBP), one of the autoantigens in MS. However, the comparison of the kinetic parameters of the load of MBP and viral HA peptides on HLA-DRB1*01:01, which is catalyzed by HLA-DM, showed a significantly lower rate of exchange of CLIP for MBP peptides. We assume that the observed protective properties of the group of HLA-DRB1*01 alleles may be directly associated with the ability of HLA-DRB1*01:01 to kinetically distinguish peptides of exogenous and endogenous nature.

Keywords: myelin basic protein, multiple sclerosis, major histocompatibility complex class II, human leukocyte antigen, protective allele, epitope library, hemagglutinin, genetic predisposition to disease.

УДК 577.218:597.553.2

**ЖИЛЫЕ И ПРОХОДНЫЕ ФОРМЫ АРКТИЧЕСКОГО ГОЛЬЦА
(*Salvelinus alpinus*) ЕВРОПЕЙСКОГО СЕВЕРА РОССИИ —
ПРИМЕР ВЫСОКОЙ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ
БЕЗ ВИДООБРАЗОВАНИЯ**

**А. А. Махров^{1,*}, И. Н. Болотов², В. М. Спицын²,
М. Ю. Гофаров², В. С. Артамонова¹**

Представлено академиком РАН Ю. Ю. Дгебуадзе 30.07.2018 г.

Поступило 01.08.2018 г.

Исследовали выборки из 11 популяций арктического гольца севера европейской части России, относящиеся проходной и к жилой формам, и две выборки из оз. Собачье (Таймыр). У 60 особей определили нуклеотидную последовательность митохондриального гена *COI*. В большинстве популяций был обнаружен один и то же гаплотип *COI*. В отдельных популяциях жилых гольцов обнаружили гаплотипы, отличающиеся от широко распространённого гаплотипа одной нуклеотидной заменой. Полученные генетические данные не дают оснований выделить жилую форму арктического гольца озёр Карелии и Кольского п-ова в отдельный вид *Salvelinus lepechini*. Адаптация арктического гольца к нестабильной среде обитания осуществляется в основном за счёт фенотипической пластичности.

Ключевые слова: эволюция, фенотипическая пластичность, Арктика, послеледниковое заселение, рефугиум, баркодинг.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852242-246>

Арктические гольцы (*Salvelinus*) десятилетиями служат модельными объектами для микроэволюционных исследований [1]. Однако основное внимание ихтиологи и генетики уделяют разным формам вида, симпатрично обитающим в одних и тех же озёрах, в то время как эволюционные взаимоотношения жилых и проходных форм остаются почти неизученными.

Жилые формы гольцов без должного обоснования часто рассматривают как эндемичные виды, хотя, например, сравнение меристических и остеологических признаков пресноводного гольца (палии) Карелии, палии Кольского п-ова, а также проходного арктического гольца Кольского п-ова и Новой Земли не дало оснований считать, что какая-либо из этих группировок является самостоятельным видом, отличным от остальных [2, 3].

Между тем жилую форму арктического гольца (палию), обитающую в озёрах Карелии, Кольского п-ва, Финляндии, Швеции и южной Норвегии, выделяют в некоторых работах в отдельный вид *Salve-*

linus lepechini, в том числе это сделано в последней сводке по рыбам России [4].

Задачей нашей работы стало изучение эволюционных взаимоотношений жилых и проходных форм арктического гольца с помощью ДНК-штрихкодирования, позволяющего разделить близкородственные виды [5]. С этой целью у представителей жилых и проходных форм из одного и того же региона (западной части побережья Северного Ледовитого океана) определяли частичные нуклеотидные последовательности митохондриального гена *COI*, кодирующего субъединицу I цитохромоксидазного комплекса.

Места и время сбора проб, а также объёмы выборок указаны в табл. 1. Методики фиксации проб, определения частичной последовательности гена *COI* и анализа этой последовательности подробно описаны нами в работе [6].

На рис. 1 представлена карта с указанием мест сбора проб, где показано также распределение найденных нами гаплотипов *COI* на изученной части ареала.

Всего в работе выявили пять гаплотипов частичной последовательности *COI*. Они были представлены нами в GenBank, где им присвоили следующие номера: Salv1 (MG951561, MG951564, MG951565, MG951567, MG951568), Salv2

¹Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова Российской Академии наук, Москва

²Федеральный исследовательский центр комплексного изучения Арктики им. Н.П. Лаврова Российской Академии наук, Архангельск

*E-mail: makhrov12@mail.ru

Таблица 1. Характеристика исследуемых выборок

Регион	Водоём	Форма	Обозначение на карте	Дата сбора образцов	Гаплотип и (в скобках) число его носителей
Новая Земля	оз. Верхнее	Проходная	S-01	июль 2017 г.	Salv1 (9)
	оз. Круглое	Жилая	S-02	июль–август 2015 г.	Salv2 (4)
	оз. Северное	Жилая	S-03	июль 2017 г.	Salv1 (2), Salv2 (2)
О-в Вайгач	оз. Святое	Жилая	S-04	июль–август 2015 г.	Salv3 (3)
	оз. Горное	Жилая	S-05	июль–август 2015 г.	Salv3 (4)
	оз. Янгото	Жилая	S-06	август 2010 г.	Salv1 (4)
Север Кольского п-ова	оз. Эрсманаевр	Жилая	S-07	март 2018 г.	Salv1 (3)
Бассейн Белого моря	оз. Топозеро	Жилая	S-08	2000 г. (на Кемском рыбоводном заводе)	Salv1 (3)
	оз. Нижний Нерис	Жилая	S-09	апрель 1994 г.	Salv1 (5)
	Бассейн Балтийского моря	Ладожское озеро	Жилая	S-10	2000 г. (на Кемском рыбоводном заводе)
Онежское озеро		Жилая	S-11	2000 г. (на Кемском рыбоводном заводе)	Salv1 (7)
П-ов Таймыр (Сибирь)	оз. Собачье	Жилая, паляя	S-12	сентябрь 2016 г.	Salv1 (3)
		Жилая, пучеглазка	S-13	сентябрь 2016 г.	Salv1 (5), Salv5 (1)

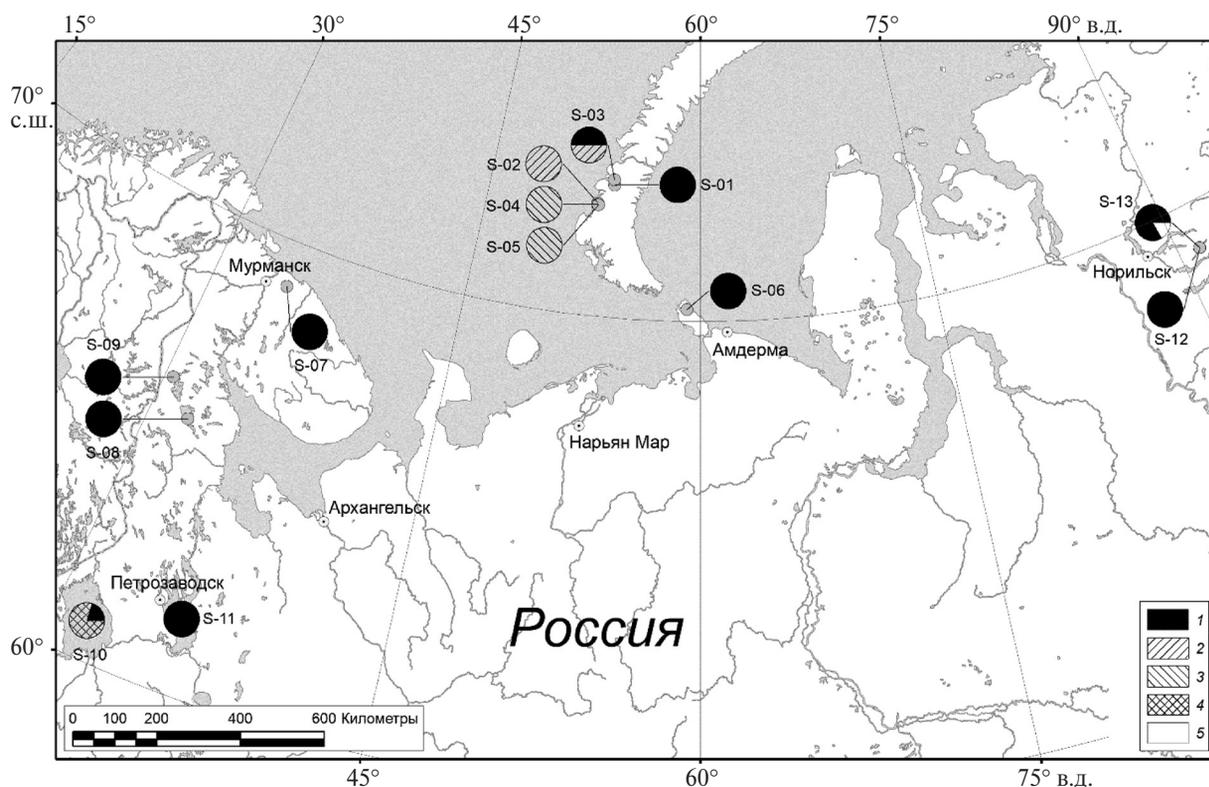


Рис. 1. Места сбора образцов и частота гаплотипов гена COI в выборках арктического гольца.

(MG951562), Salv3 (MG951563), Salv4 (MG951566), Salv5 (MG951569). Каждая из последовательностей Salv2, Salv3, Salv4 и Salv5 отличалась от Salv1 одной нуклеотидной заменой.

Из данных рис. 1 и табл. 1 видно, что гаплотип Salv1 имеет очень широкое распространение. Мы обнаружили его в выборках из Ладожского и Онежского озёр, а также из оз. Эрсманаевр на Кольском

п-ове (табл. 1). Этот же гаплотип найден другими исследователями в оз. Ситасьяуре, расположенном на границе Норвегии и Швеции (номера в GenBank KY122054.1, KY122055.1, KY122056.1, KY122058.1, KY122059.1).

Гаплотип Salv1 мы обнаружили и в популяциях озёр Топозеро и Нижний Нерис, расположенных в бассейне Белого моря. Его также нашли в озёрах на островах Вайгач и Новая Земля (табл. 1) у представителей жилой и проходной форм в тех случаях, когда имелась связь между морем и соответствующим озером (река или ручей, вытекающий из озера и впадающий в море). На Таймыре носителей данного гаплотипа мы обнаружили в оз. Собачье среди особой боганидской палии и среди представителей особой формы гольца, называемого пучеглазкой. Другие исследователи популяций гольца п-ова Таймыр находили гаплотип Salv1 в популяции проходного гольца р. Тессема (KY122049.1), а также в популяции гольца-пучеглазки из оз. Лама (KY122050.1, KY122051.1, KY122052.1, KY122053.1).

Выбор района наших исследований не был случайным. В предыдущих исследованиях [7, 8] было показано, что проходные гольцы западной части российского побережья Северного Ледовитого океана и Шпицбергена относительно однородны и отличаются от гольцов других регионов (западной Европы и восточной Сибири). Изучение разнообразия последовательности контрольного региона митохондриального генома позволило отнести их и жилого гольца оз. Куолимо в бассейне Ладожского озера к Европейско-Сибирской подгруппе Евразийской группы. Таким образом, район наших исследований охватывал территорию, населённую проходным *Salvelinus alpinus* вполне конкретной филогенетической линии.

Наши исследования показали, что для представителей этой линии был характерен гаплотип Salv1 митохондриального гена *COI*, который мы выявили у всех проходных гольцов.

Представители пресноводной формы таким единообразием не отличались. Нуклеотидные последовательности, обозначенные нами как Salv2, Salv3, Salv4 и Salv5, имели весьма ограниченное распространение и до наших исследований не были представлены в GenBank. Не исключено, что гаплотипы Salv2 и Salv3, уникальные для Новой Земли, сохранились в популяции, населявшей небольшой рефугиум, существовавший в этом районе во время последнего оледенения. Более вероятно, что в крайне жёстких климатических условиях Новой Земли отбор поддержал уникальные гаплотипы, возникшие

уже после оледенения. Ранее такая ситуация была описана нами для прудовика *Radix balthica* другого северного острова, Исландии [9].

Гаплотип Salv4 мы обнаружили только в популяции Ладожского озера, но с очень высокой частотой. Интересно, что в ряде популяций атлантического лосося (*Salmo salar*) из бассейна Ладоги близок к фиксации гаплотип АААА митохондриального гена *ND1*, редкий в большинстве других популяций этого вида [10]. Отсюда следует, что гаплотипы Salv4 и АААА маркируют, судя по всему, небольшой рефугиум арктического гольца и атлантического лосося, располагавшийся в бассейне Ладожского озера.

Что же касается гаплотипа Salv5, то он, возможно, относится к другой филогенетической линии арктического гольца, Сибирской (Siberia), которая встречается с Европейско-Сибирской линией как раз в районе Таймыра [8]. Аминокислотная последовательность белка, кодируемого нуклеотидной последовательностью с гаплотипом Salv5, отличается от последовательностей белка, кодируемого другим гаплотипом, выявленным нами, и такие различия, как мы предполагаем [6], могут ограничивать возможности гибридизации между носителями разных гаплотипов и даже вызывать в некоторых случаях постзиготическую репродуктивную изоляцию. На возможность существования такой формы изоляции между разными формами гольцов из оз. Собачье (Таймыр) указывают результаты эксперимента по их гибридизации [11], хотя, конечно, для доказательства связи генетических особенностей и постзиготической репродуктивной изоляции у гольцов необходимы дальнейшие исследования.

Таким образом, результаты нашей работы свидетельствуют об отсутствии принципиальных генетических различий и очень близком родстве между проходным арктическим гольцом западного побережья Северного Ледовитого океана и жилым арктическим гольцом (палией) озёр Карелии и Кольского п-ова. Генетическая неоднородность палии из разных пресноводных водоёмов свидетельствует о независимом происхождении пресноводных форм в каждом из них. Таким образом, представление о том, что палия — это отдельный вид, *Salvelinus lepechini*, не только не подтверждается морфологическими исследованиями, о чём было сказано выше, но и не соответствует генетическим данным.

Полученные нами факты позволяют также высказать гипотезу о путях расселения арктического гольца в зоне распространения гольцов Европейско-Сибирской подгруппы Евразийской группы. Судя по всему, эта филогенетическая линия происходит

из приледникового рефугиума, располагавшегося в восточной части бассейна Балтийского моря. Этот рефугиум выявлен при филогеографических исследованиях ряда других видов рыб [12]. Далее подобно атлантическому лососю, пережившему последний ледниковый период в приледниковом рефугиуме в восточной части бассейна Балтики [13], носители гаплотипа *Salv1* впоследствии вселились из бассейна Онежского озера в бассейн Белого моря и широко расселились по Европейскому Северу России.

По мере ослабления связи озёр с морем гольцы, населявшие их, перешли к пресноводному образу жизни. Пресноводные формы арктического гольца и называют сегодня палией, которая является, по существу, одной из многочисленных экологических форм вида *Salvelinus alpinus*. Возможное наличие на пути расселения линии *Salv1* небольших локальных рефугиумов (например, Ладожского), не оказало принципиального влияния на процесс расселения и образования пресноводных форм и лишь привело к повышению генетического разнообразия в некоторых локалитетах, поскольку рыбы, населявшие эти рефугиумы, не успели заметно дивергировать от представителей линии *Salv1* и беспрепятственно скрещивались с ними.

Отсутствие на Европейском Севере России эндемичных видов рода *Salvelinus* отнюдь не означает, что арктические гольцы этого региона не интересны для биологов. Отмеченное в нашей статье, а также в предыдущей работе [14] низкое генетическое разнообразие этих популяций показывает, что арктический голец адаптируется к очень нестабильным условиям обитания в северных водоёмах в основном за счёт фенотипической пластичности. Высокая фенотипическая пластичность весьма характерна для этого вида [1].

Действительно, арктические гольцы выделяются среди других лососёвых низкой скоростью молекулярной эволюции [6], а весь массив полученных нами данных хорошо согласуется с положениями классической работы [15], где показана обратная зависимость между врождёнными и приобретёнными свойствами организмов.

В современных терминах это означает, что высокая фенотипическая пластичность — это фактор “торможения” молекулярной эволюции. Организм, способный адаптироваться к любому фактору среды обитания за счёт изменения экспрессии уже имеющихся у него вариантов генов, “не нуждается” в дальнейшей эволюции и почти не подвержен действию движущего отбора.

Благодарности. Авторы признательны за помощь в сборе проб Е.А. Боровиковой, Л.А. Глушенко, К.В. Древетняку, Н.В. Ильмасту, А.А. Коновалову, А.Ю. Рольскому.

Источники финансирования. Работа выполнена при поддержке Программы Президиума РАН № 41 “Биоразнообразие природных систем и биологические ресурсы России”, Программы фундаментальных исследований Президиума РАН “Арктика — научные основы новых технологий освоения, сохранения и развития” (И.Н. Болотов), Министерства образования и науки России (проект № 6.2343.2017/4.6) и грантов РФФИ 16–05–00854 и 17–45–290066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Knudsen R., Klemetsen A., Alekseyev S., Adams C.E., Power M.* // *Hydrobiologia*. 2016. V. 783. P. 1–9.
2. *Колошеев А.И.* // *Вопр. ихтиологии*. 1971. Т. 11. В. 4. С. 565–574.
3. *Васильева Е.Д.* // *Вопр. ихтиологии*. 1981. Т. 21. В. 2. С. 232–247.
4. Атлас пресноводных рыб России / Под ред. Ю.С. Решетникова. М.: Наука, 2003. 379 с.
5. *Hebert P.D.H., Cywinska A., Ball S.L., deWaard J.R.* // *Proc. Roy. Soc. London*. В. 2003. V. 270. P. 313–321.
6. *Артамонова В.С., Колмакова О.В., Кириллова Е.А., Махров А.А.* // *Сиб. экол. журн.* 2018. № 3. С. 293–310.
7. *Alekseyev S.S., Bajno R., Gordeeva N.V., Reist J.D., Power M., Kirillov A.F., Samusenok V.P., Matveev A.N.* // *J. Fish Biol.* 2009. V. 75. P. 368–392.
8. *Osinov A.G., Volkov A.A., Alekseyev S.S., Sergeev A.A., Oficerov M.V., Kirillov A.F.* // *Polar Biol.* 2017. V. 40. P. 777–786.
9. *Bolotov I.N., Aksenova O.V., Bepalaya Y.V., Gofarov M.Y., Kondakov A.V., Paltser I.S., Stefansson A., Travina O.V., Vinarski M.V.* // *Hydrobiologia*. 2017. V. 787. P. 73–98.
10. *Nilsson J., Gross R., Asplund T., Dove O., Jansson H., Kelloniemi J., Kohlmann K., Loytynoja A., Nielsen E.E., Paaver T., Primmer C.R., Titov S., Vasemagi A., Veselov A., Ost T., Lumme J.* // *Mol. Ecol.* 2001. V. 10. P. 89–102.
11. *Пичугин М.Ю.* // *Вопр. ихтиол.* 2009. Т. 49. № 2. С. 240–253.
12. *Махров А.А., Болотов И.Н.* // *Генетика*. 2006. Т. 42. № 10. 1319–1334.
13. *Makhrov A.A., Verspoor E., Artamonova V.S., O’Sullivan M.* // *J. Fish Biol.* 2005. V. 67. Suppl. A. P. 68–79.
14. *Salmenkova E.A., Omelchenko V.T., Kolesnikov A.A., Malinina T.V.* // *J. Fish Biol.* 2000. V. 57. Suppl. A. P. 136–157.
15. *Гаузе Г.Ф., Аллатов В.В.* // *ДАН*. 1941. Т. 30. № 3. С. 252–253.

**RESIDENT AND ANADROMOUS FORMS OF ARCTIC CHARR (*Salvelinus alpinus*)
FROM NORTH-EAST EUROPE: AN EXAMPLE OF HIGH ECOLOGICAL
VARIABILITY WITHOUT SPECIATION**

A. A. Makhrov, I. N. Bolotov, V. M. Spitsyn, M. Yu. Gofarov, V. S. Artamonova

Presented by Academician of the RAS Yu.Yu. Dgebuadze July 30, 2018

Received August 1, 2018

Samples from 11 populations of the Arctic char of the North-European part of Russia belonging to the anadromous and resident forms and two samples from Lake Sobach'e (Taimyr) were studied. The nucleotide sequence of the mitochondrial *COI* gene was determined in 60 individuals. In the majority of populations, the same *COI* haplotype was found. In some populations of the resident chars, haplotypes differing from the widespread haplotype in a single nucleotide substitution were found. The obtained genetic data give no reason to distinguish the resident form of the Arctic char from lakes of Karelia and the Kola Peninsula as an independent species, *Salvelinus lepechini*. The adaptation of the Arctic char to the unstable environmental conditions is ensured primarily by its phenotypic plasticity.

Keywords: evolution, phenotypic plasticity, Arctic, post-glacial colonization, refugia, barcoding.

УДК 616-092.9:616-092.12:616.127:616-008:612.7

СООТНОШЕНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ УСТАЛОСТИ И МОРФОФУНКЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ МИОКАРДА ПРИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ХРОНИЧЕСКОМ СТРЕССЕ

М. В. Кондашевская^{1,*}, В. Э. Цейликман², М. В. Комелькова², М. С. Лапшин²,
А. П. Сарапульцев^{3,4}, С. С. Лазуко⁵, О. П. Кужель⁵, Е. Б. Манухина^{2,6,7},
Г. Ф. Дауни (H. F. Downey)^{2,7}, М. В. Черешнева³, академик РАН В. А. Черешнев^{3,4}

Поступило 14.11.2018 г.

Впервые проведён анализ соотношения между развитием специфической разновидности скелетно-мышечной усталости у крыс-самцов Wistar и морфофункциональными изменениями в миокарде при моделировании посттравматического стрессового расстройства (ПТСР). Обнаруженное при ПТСР усиление окислительного стресса в кардиомиоцитах, обусловившее трансформацию их структурных компонентов и элиминацию энергетических ресурсов, определено как одна из основных причин ускорения развития скелетно-мышечной усталости.

Ключевые слова: миокард, окислительный стресс, посттравматическое стрессовое расстройство, ПТСР, сердце, скелетно-мышечная усталость.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524852247-250>

Частота посттравматического стрессового расстройства (ПТСР), развивающегося после перенесённых тяжёлых переживаний и травм, составляет 7–8% в общей популяции, достигая 20% в отдельных группах населения с высокой психофизиологической нагрузкой (военные, спасатели) [1]. При этом ПТСР ассоциируется с повышенным на 53% риском развития различных заболеваний сердечно-сосудистой системы (ССС) [1, 2]. Однако вариабельность ответа ССС в условиях ПТСР очень высока и может проявляться как повышением, так и понижением артериального давления [3–5].

В настоящее время используются экспериментальные модели ПТСР, воспроизводящие комплекс нарушений деятельности ССС, включающий в себя повышенное системное артериальное давление,

высокий тонус коронарных сосудов и замедление коронарного кровотока на фоне повышенного уровня глюкокортикоидов [6]. При этом в когорте больных ПТСР широко распространены случаи пониженного артериального давления в сочетании со сниженным содержанием циркулирующих глюкокортикоидов, что не отражено в экспериментальных моделях [7]. Вследствие этого в 2018 г. нами была предложена модель ПТСР, позволяющая воспроизвести подобный ответ со стороны ССС [8].

Учитывая, что стойкие изменения ССС влияют на уровень физической выносливости, которая в значительной степени зависит от состояния миокарда, в настоящей работе поставлена цель — исследовать взаимосвязь между скоростью развития скелетно-мышечной усталости и морфофункциональными изменениями миокарда в условиях модели ПТСР с пониженным артериальным давлением и уровнем кортикостерона у крыс Wistar.

В экспериментах использовали половозрелых крыс-самцов популяции Wistar с массой тела 210–230 г. Крыс содержали в стандартных условиях при 12-часовом световом периоде. Все экспериментальные процедуры были одобрены Локальным этическим комитетом и проведены в соответствии с регламентом декларации ЕС от 2010 г. об использовании лабораторных животных. Крыс случайно разделили на две группы по 20 голов в каждой: контрольная группа (интактные животные) и опытная группа с ПТСР. Моделировали ПТСР, используя

¹ Научно-исследовательский институт морфологии человека, Москва

² Южно-Уральский государственный университет, Челябинск

³ Институт иммунологии и физиологии Уральского отделения Российской Академии наук, Екатеринбург

⁴ Уральский федеральный университет им. Б.Н. Ельцина, Екатеринбург

⁵ Витебский государственный медицинский университет, Республика Беларусь

⁶ Научно-исследовательский институт общей патологии и патофизиологии, Москва

⁷ University of North Texas Health Science Center, USA

*E-mail: marivladiko@mail.ru

предаторный стресс — 10-минутная экспозиция ежедневно в течение 10 сут в клетке с крысами материала, пропитанного кошачьей мочой, и последующее содержание в течение 14 сут в обычных условиях [8]. Оценку влияния ПТСП на скорость развития скелетно-мышечной усталости осуществляли с помощью ротарода Panlab LE8500 (скорость 30 об./мин, “Panlab, S.L.U.”, Испания).

Животных выводили из опыта передозировкой диэтилового эфира, после чего осуществляли забор органов для гистоморфологического исследования с помощью микроскопа Axioplan 2 imaging и программ AxiVision (“Carl Zeiss”, Германия) и ImageJ (НИН, США). Гистологические срезы толщиной 5–7 мкм готовили по стандартной методике с последующей окраской гематоксилином и эозином. Содержание гликогена определяли по методу А.Л. Шабадша [9]. Общий белок определяли методом окрашивания бромфеноловым синим [9]. В гомогенатах сердца определяли уровень перекисного окисления липидов (ПОЛ) по методике И.А. Волчегорского с соавт. [10], содержание карбонилированных белков на базальном уровне и в присутствии индуктора свободнорадикального окисления Fe^{+2}/H_2O_2 — по методике Е.Е. Дубининой и соавт. [11].

Статистический анализ осуществляли, используя пакет прикладных программ STATISTICA 8.0, непараметрический критерий *U* Вилкоксона–Манна–Уитни и регрессионный анализ. Результаты выражали как $Me (Q_n; Q_v)$ — медиана, нижний и верхний квартили. Различия считали статистически значимыми при $p \leq 0,05$.

Мы установили, что развитие ПТСП привело к достоверному снижению ($p = 0,025$) скелетно-мы-

шечной выносливости крыс: контроль 49,5 (28; 54) с, $n = 10$; опыт 9,0 (7,3; 9,0) с, $n = 10$. У 80% животных это сопровождалось формированием характерного комплекса гистоморфологических изменений в миокарде: нарушение поперечной исчерченности мышечных волокон и гомогенизация хроматина в ядрах на фоне интерстициального отёка (рис. 1). При этом мы зарегистрировали падение содержания гликогена в мышечных волокнах на 33,3% по сравнению с контролем (табл. 1), которое и явилась одной из основных причин снижения выносливости и было связано с нарушением баланса между гликогенолизом и гликогеногенезом [12].

В процессе биохимического исследования у животных с ПТСП мы выявили увеличение на 18,9% содержания растворимых в изопропанолe кетодиенов и сопряжённых триенов (табл. 1), что свидетельствовало об интенсификации процессов ПОЛ. Повышение содержания карбонилированных белков после их инкубации в системе Fe^{2+}/H_2O_2 (табл. 1) — признак повышенной чувствительности белков миокарда к индукторам окислительного стресса. Увеличение на 38% содержания алифатических кетон-динитрофенилгидразонов нейтрального характера (регистрация при $\lambda = 370$ нм) и на 59,5% — алифатических кетон-динитрофенилгидразонов основного характера ($\lambda = 430$ нм) свидетельствовало о деградации белков кардиомиоцитов при ПТСП. Также мы обнаружили увеличение на 23% оптической плотности окраски на общие белки, что свидетельствовало об увеличении структур с большим количеством активных SH-групп (табл. 1) и явилось дополнительным признаком нарушений белковой структуры. Линейная зависимость между этим гистохимическим показателем (y) и содержанием ин-

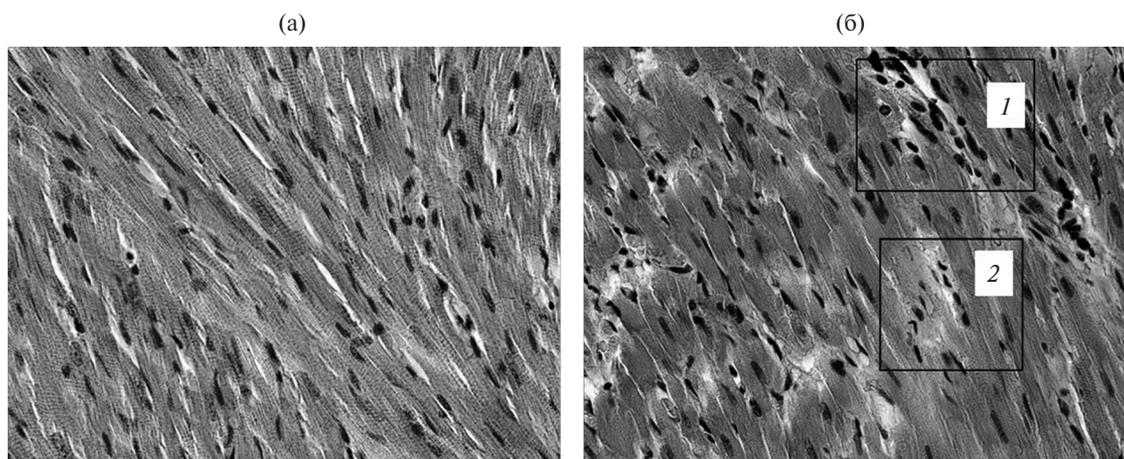


Рис. 1. Миокард интактных животных без структурных изменений (а). (б) — миокард животных с ПТСП: слабовыраженный отёк интерстиция — 1, очаговая миомаляция кардиомиоцитов с фокусами кариопикноза — 2. Окраска гематоксилином и эозином, ув. $\times 400$.

Таблица 1. Показатели морфофункционального состояния миокарда при посттравматическом стрессовом расстройстве

Показатель	Контроль	Опыт (ПТСР)
Оптическая плотность срезов миокарда при окраске на гликоген, усл. ед.	279,8 (241,4; 298,9)	209,98* (208,6; 216,7)
Оптическая плотность срезов миокарда при окраске бромфеноловым синим (окраска на общие белки), усл. ед.	175,7 (170,4; 180,9)	216,2* (207,9; 221,8)
Кетодиены и сопряжённые триены (изопропанольная фаза), е.о.и.	0,422 (0,393; 0,454)	0,502* (0,494; 0,576)
аКДФГ _н , мкмоль/г белка (индукция Fe ²⁺ /H ₂ O ₂)	27,40 (19,93; 32,48)	37,828* (28,05; 43,64)
аКДФГ _{осн} , мкмоль/г белка (индукция Fe ²⁺ /H ₂ O ₂)	19,04 (10,36; 22,79)	30,37* (21,61; 34,62)

Примечание. аКДФГ_н — алифатические кетон-динитрофенилгидразоны нейтрального характера (λ = 370 нм); аКДФГ_{осн} — алифатические кетон-динитрофенилгидразоны основного характера (λ = 430 нм), е.о.и. — единицы окислительного индекса. Me (Q_н; Q_в), n = 10 для каждой группы, *p < 0,05 при сравнении с контролем.

дуцированных карбонилированных белков выражается уравнением регрессии $y = 194,428 + 0,633x$, где x — содержание белков, карбонилированных в системе Fe²⁺/H₂O₂.

Зависимость между содержанием гликогена (y) и показателями окислительного стресса в миокарде животных с ПТСР выражается уравнением множественной линейной регрессии

$$y = 279,491 - 65,951 \cdot x_1 - 0,172 \cdot x_2 - 0,939 \cdot x_3,$$

где x₁ — содержание растворимых в изопропанол кетодиенов и сопряжённых триенов, x₂ — содержание карбонилированных белков, x₃ — содержание индуцированных карбонилированных белков.

В проведённом нами исследовании мы впервые установили, что при ПТСР наблюдается ускорение развития специфической разновидности скелетно-мышечной усталости, развивающейся на фоне истощения энергетических резервов гликогена в миокарде. В условиях физической нагрузки недостаточное обеспечение органа энергетическими ресурсами индуцирует снижение его работоспособности. Ранее выявленное [8] в условиях данной модели ПТСР снижение уровня циркулирующего кортикостерона, сопровождающееся дисфункцией надпочечников, позволило провести аналогию между гипокортикоидными особенностями ПТСР и аддисонизмом, при котором также наблюдалась повышенная скелетно-мышечная утомляемость.

Полученные результаты впервые показали наличие зависимости морфологических изменений миокарда от уровня окислительного стресса в органе в условиях ПТСР. Важно отметить, что у экспериментальных животных было повышено содержание кетодиенов и сопряжённых триенов, считающихся наиболее токсичными среди продуктов ПОЛ. Примечательно, что повышенный уровень этих продуктов ПОЛ был обнаружен в изопропанольной фазе, в которой при экстракции аккумулируются фосфолипиды клеточных мембран [10], что приводит к окислительной деструкции мембранных белков.

Дальнейшее исследование роли ПОЛ в формировании морфофункциональных расстройств миокарда при гипокортикоидных состояниях имеет крайне высокую значимость, так как открывает новые перспективы для разработки патогенетически обоснованной терапии коррекции нарушений ССС при ПТСР.

Источники финансирования. Исследование выполнено в рамках базовой части Государственного задания Минобрнауки России № 17.7255.2017/8.9 и Государственного задания ИИФ УрО РАН (тема № АААА-А18-118020590108-7).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Edmondson D., von Känel R. Post-Traumatic Stress Disorder and Cardiovascular Disease // *Lancet Psych.* 2017. V. 4. P. 320–329.
2. Pitman R.K., Rasmusson A.M., Koenen K.C., et al. Biological Studies of Post-Traumatic Stress Disorder // *Nat. Rev. Neurosci.* 2012. V. 13. P. 769–787.
3. Koenen K.C., Sumner J.A., Gilsanz P., et al. Post-Traumatic Stress Disorder and Cardiometabolic Disease: Improving Causal Inference to Inform Practice // *Psychol. Med.* 2017. V. 47. P. 209–225.
4. Oddone A.E., Dennis P.A., Calhoun P.S., et al. Orthostatic Hypotension in Young Adults with and without Posttraumatic Stress Disorder // *Psychol. Trauma.* 2015. V. 7. P. 229–233.
5. Ebner K., Singewald N. Individual Differences in Stress Susceptibility and Stress Inhibitory Mechanisms // *Curr. Opin. Behav. Sci.* 2017. V. 14. P. 54–64.
6. Zoladz P.R., Park C.R., Fleshner M., et al. Psychosocial Predator-Based Animal Model of PTSD Produces Physiological and Behavioral Sequelae and a Traumatic Memory Four Months Following Stress Onset // *Physiol. Behav.* 2015. V. 147. P. 183–192.
7. Sapolsky R.M., Romero L.M., Munck A.U. How Do Glucocorticoids Influence Stress Responses? Integrating Permissive, Suppressive, Stimulatory, and Preparative Actions // *Endocr. Rev.* 2000. V. 21. P. 55–89.

8. *Lazuko S.S., Kuzhel O.P., Belyaeva L.E., Manukhina E.B., Fred Downey H., Tseilikman O.B., Komelkova M.V., Tseilikman V.E.* Posttraumatic Stress Disorder Disturbs Coronary Tone and Its Regulatory Mechanisms // *Cell. Mol. Neurobiol.* 2018. V. 38. P. 209–217.
9. Клиническая лабораторная аналитика. Т. II. Частные аналитические технологии в клинической лаборатории / Под ред. В.В. Меньшикова. М.: Лабинформ-РАМЛД, 1999. 352 с.
10. *Волчегорский И.А., Долгушин И.И., Колесников О.Л., Цейликман В.Э.* Экспериментальное моделирование и лабораторная оценка адаптационных реакций организма. Челябинск: Изд-во Челяб. гос. пед. ун-та, 2000. 167 с.
11. *Дубинина Е.Е., Бурмистров С.О., Ходов Д.А., Порохов И.Г.* Окислительная модификация белков сыворотки крови человека, метод ее определения // *Вопр. мед. химии.* 1995. Т. 41. № 1. С. 24–26.
12. *Chandramouli C., Varma U., Stevens E.M., et al.* Myocardial Glycogen Dynamics: New Perspectives on Disease Mechanisms // *Clin. Exp. Pharmacol. Physiol.* 2015. V. 42. P. 415–425.

PHYSICAL FATIGUE AND THE MORFOFUNCTIONAL STATE OF MYOCARDIUM IN EXPERIMENTAL CHRONIC STRESS

M. V. Kondashevskaya, V. E. Tseilikman, M. V. Komelkova, M. S. Lapshin, A. P. Sarapultsev, S. S. Lazuko, O. P. Kuzhel, E. B. Manukhina, H. F. Downey, M. V. Chereshneva, Academician of the RAS V. A. Chereshnev

Received November 14, 2018

The relationship between skeletal muscle fatigue and morpho-functional alterations in the myocardium was analyzed for the first time in Wistar male rats exposed to chronic stress. Post traumatic stress disorder (PTSD) was associated with signs of increased oxidative stress, which apparently induced the changes in cardiomyocyte structural components and the acceleration of skeletal and muscular fatigue.

Keywords: myocardium, oxidative stress, post-traumatic stress disorder, PTSD, heart, musculoskeletal fatigue.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

ТЕМАТИКА ЖУРНАЛА

- «Доклады Академии наук» — один из крупнейших в мире научных журналов, орган Президиума РАН. Основное назначение журнала заключается прежде всего в публикации сообщений о крупных научных исследованиях, имеющих приоритетный характер.
- «Доклады Академии наук» (ДАН) публикуют краткие сообщения об оригинальных и нигде не опубликованных исследованиях в области математики, естественных и технических наук, авторами которых являются действительные члены Российской академии наук (академики), члены-корреспонденты и иностранные члены Российской академии наук. Сообщения других авторов должны иметь представление от действительного или иностранного члена РАН по соответствующей специальности, полученное до направления статьи в редакцию.
- Публикация в ДАН не препятствует впоследствии публикации расширенного варианта в другом периодическом издании.
- Журнал переводится на английский язык под названиями:
 - Doklady Biochemistry and Biophysics,
 - Doklady Biological Sciences,
 - Doklady Chemistry,
 - Doklady Mathematics,
 - Doklady Physical Chemistry,
 - Doklady Physics,
 - Doklady Earth Sciences.
- Назначение «Докладов Академии наук» заключается прежде всего в публикации сообщений о крупных научных исследованиях, имеющих приоритетный характер. Предлагаемое сообщение после изложения постановки задачи должно содержать краткую формулировку, суммирующую основной результат статьи, который, по мнению авторов, удовлетворяет указанному условию и определяет целесообразность публикации именно в ДАН.
- В журнале не публикуются: полемические, классификационные и узкоспециальные статьи, содержащие решения стандартных задач; статьи описательные, обзорные и методические (если метод не является принципиально новым); статьи, излагающие обобщения и предположения, непосредственно не вытекающие из публикуемого оригинального фактического материала; статьи серийные и излагающие отдельные этапы исследований, содержащие материал, явным образом разделённый на несколько последовательных публикаций; статьи о рядовых исследованиях, не представляющие общего интереса.
- Статьи, поступившие в редакцию, проходят экспертизу членов редколлегии и при необходимости направляются на внешнее рецензирование. Решением редколлегии рукопись может быть отклонена, если она не удовлетворяет перечисленным выше требованиям.
- Одобрённые редакционной коллегией статьи публикуются по мере поступления. Единственным поводом для внеочередной публикации по решению редколлегии является исключительная важность сообщения или соображения приоритета (журнал выходит каждые 10 дней, т.е. 3 раза в месяц, или 36 раз в год).
- Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что она принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редколлекцией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с исходным вариантом, а также с ответом на все замечания. Датой поступления после доработки считается день получения редакцией окончательного варианта.
- Не принятые к публикации работы авторам не высылаются.
- Статьи, отклонённые редколлекцией, повторно не рассматриваются.

ОБЩИЕ ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Доклады Академии наук» просит авторов руководствоваться приводимыми ниже правилами и надеется, что авторы ознакомятся с ними, прежде чем пришлют рукопись на рассмотрение в редакцию. Рукописи, оформленные и

переданные в редакцию без соблюдения этих правил, могут быть отклонены без детального рассмотрения и рецензирования.

- Все рукописи статей принимаются редакцией в электронном виде: а) через сайт журнала (<https://journals.eco-vector.com/0869-5652>) или б) по электронной почте (dan@eco-vector.com). Для ускорения публикации предпочтителен первый способ. Перед отправкой рукописи через указанный сайт авторам (представителю авторского коллектива) необходимо зарегистрироваться на сайте.
- Авторы должны выбрать раздел журнала, в который следует поместить статью (см. [перечень разделов журнала на сайте](#)).
- Текст статьи должен быть тщательно отредактирован и одобрен всеми авторами перед её подачей в редакцию.
- Редакция обращает внимание авторов на то, что «Доклады Академии наук» являются органом общей научной информации и в связи с этим просит авторов излагать материал в ясной и доступной форме.
- Если материал не может быть изложен в краткой форме, редакция советует авторам направлять его в какой-либо специализированный журнал. Работы, нарушающие эти условия, редакция возвращает авторам для сокращения, не рассматривая их.
- В математических работах желательно избегать доказательств теорем, лемм и т.п.
- При описании методики исследования следует ограничиваться её оригинальной частью, при элементном анализе — приводить только усреднённые данные.
- Транскрипция географических названий должна соответствовать атласу последнего года издания.
- Видовые и родовые названия растений и животных должны быть приведены полностью при первом упоминании, согласно правилам биологической номенклатуры.
- При упоминании иностранных фамилий в тексте в скобках даётся их оригинальное написание (за исключением общеизвестных имён, встречающихся в энциклопедии, и имен, на которые даются ссылки в списке литературы).
- При упоминании иностранных учебных заведений, фирм, фирменных продуктов и т.д. в русской транслитерации в скобках должно быть дано их оригинальное написание.

ФАЙЛЫ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ В РЕДАКЦИЮ

Авторам необходимо направить в редакцию следующие файлы а) через сайт журнала (адрес: <https://journals.eco-vector.com/0869-5652/author/submit>; ниже будут упоминаться некоторые шаги процедуры подачи рукописи через сайт) или б) по электронной почте:

- 1) файл с полным текстом рукописи, подготовленный в программах MS Office или LaTeX (в форматах *.doc, *.docx или *.tex), содержащий всю информацию (включая изображения и таблицы), предназначенную к опубликованию (при подаче через сайт загружается на шаге 2 подачи рукописи);
- 2) файлы изображений в высоком разрешении (не менее 300 DPI) в форматах *.tiff, *.png или *.jpg; векторные изображения следует направлять в формате *.eps; каждый файл должен содержать одну иллюстрацию, если иллюстрация состоит из нескольких частей, все они должны быть сгруппированы в один файл с правильным расположением частей (эти файлы и файлы нижеперечисленных пунктов 3)–7) в случае подачи через сайт журнала загружаются на шаге 4 подачи рукописи);
- 3) файлы с таблицами; каждая таблица в отдельном файле вместе с её заголовком;
- 4) файл с отсканированным сопроводительным письмом от авторов, содержащим подписи каждого члена авторского коллектива (в формате *.pdf);
- 5) файл с отсканированным представлением рукописи от действительного члена РАН или иностранного члена РАН, заверенного его подписью (в формате *.pdf);
- 6) файл текста договора(ов) о передаче авторского права издательству, который автор(ы) должен(ны) сдать в редакцию вместе со статьёй; образец размещён на сайте по адресу <https://journals.eco-vector.com/0869-5652/about/submissions#copyrightNotice>;
- 7) дополнительные файлы.

В число дополнительных файлов могут входить следующие документы:

- Текст рукописи, переведённый на английский язык. Все сообщения, публикуемые в ДАН, одновременно выходят в английском переводе в отдельных сборниках издательства Pleiades Publishing по математике (Doklady Mathematics), физике (Doklady Physics), химии и химической технологии (Doklady Chemistry), физической химии (Doklady Physical Chemistry), биохимии и биофизике (Doklady Biochemistry & Biophysics), биологии (Doklady Biological Sciences) и наукам о Земле (Doklady Earth Sciences). Качество их перевода зависит от ясности и чёткости изложения материала на русском языке, а также использования в переводе адекватной терминологии. Редколлегия будет благодарна авторам, если они приложат к исходной рукописи список английских терминов, которые они считают целесообразным использовать, и другие пояснения переводчику. Авторы могут также приложить свою версию перевода статьи на английский язык.
- Дополнительные материалы к статье, которые редакция может опубликовать отдельно в электронном виде в сети Интернет. Эти материалы будут проиндексированы с указанием того же авторства, что и оригинальная статья, и размещены в открытом доступе на странице опубликованной статьи. Редакция может опубликовать в виде дополнительных материалов таблицы, изображения, медиа-контент (аудио- и видеозаписи).

При загрузке файлов через сайт (на шаге 4 процедуры подачи рукописи) на сайте журнала следует заполнить поле «Комментарий к файлу». Комментарий к файлу должен содержать информацию о файле. Например, «рис. 1».

НЕКОТОРЫЕ ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ РУКОПИСЕЙ (полный текст правил представлен на сайте <https://journals.eco-vector.com/0869-5652>)

ФОРМАТ РУКОПИСИ

- Объём полного текста рукописи. «Доклады Академии наук» публикуют сообщения, занимающие не более 1/4 авторского листа (10 000 знаков с учётом пробелов). В этот объём входят текст, таблицы, библиография (не больше 15 источников). Нормативный объём статьи НЕ УЧИТЫВАЕТ объём текстов на английском языке, указанных ниже в разделе «Структура рукописи».
- Формат текста рукописи. Текст следует набирать через два интервала на страницах стандартного размера А4 с полями с левой стороны, размер шрифта 14 Pt; страницы должны быть пронумерованы. Выделения в тексте НЕЛЬЗЯ проводить подчёркиванием.

СТРУКТУРА РУКОПИСИ

- Код УДК. В самом начале статьи следует указать индекс по Универсальной десятичной классификации (УДК).
- Название статьи. Прописными буквами, полужирным шрифтом, выравнивание по центру, в конце без точки.
- Авторы. Указываются инициалы имени и отчества (с точкой), далее через пробел — фамилия. Курсивом, выравнивание по центру, в конце без точки. Если авторы публикации относятся к разным учреждениям, следует после всех фамилий надстрочко указать номер учреждения. Соответствующий номер ставится в круглых скобках перед названием учреждения.
- Учреждения. Необходимо привести ПОЛНОЕ официальное название учреждений (без сокращений). Перед названием каждого учреждения в верхнем регистре следует указать его номер — для соотнесения с соответствующими авторами. После названия каждого учреждения через запятую необходимо написать его адрес в формате: город, страна.
- Аннотация статьи должна обосновывать целесообразность публикации именно в «Докладах Академии наук». Объём текста аннотации не должен превышать 1000 знаков с учётом пробелов.
- Ключевые слова. Необходимо указать от 3 до 10 ключевых слов, способствующих индексированию статьи в поисковых системах. Рекомендуется использовать общепринятые термины.
- Полный текст на русском языке. Далее необходимо привести грамотный перевод на английский язык ряда перечисленных выше пунктов.
- Article title. Англоязычное название должно быть грамотно с точки зрения английского языка, при этом по смыслу полностью соответствовать русскоязычному названию.

- Author names. Указываются имена, отчества и фамилии в соответствии с их написанием в системе ORCID. Курсивом, выравнивание по центру, в конце без точки. Если авторы публикации относятся к разным учреждениям, следует после всех фамилий надстрочко указать номер учреждения.
- Affiliation. Необходимо указывать ОФИЦИАЛЬНЫЕ АНГЛОЯЗЫЧНЫЕ НАЗВАНИЯ УЧРЕЖДЕНИЙ. Наиболее полный список названий учреждений и их официальной англоязычной версии можно найти на сайте РУНЭБ eLibrary.ru. Перед названием каждого учреждения в верхнем регистре следует указать его номер — для соотнесения с соответствующими авторами. После каждого названия учреждения через запятую необходимо написать его адрес в формате: город, страна.
- Abstract. Англоязычная версия аннотации статьи должна соответствовать русскоязычной и быть грамотной с точки зрения английского языка.
- Keywords. Для верного написания ключевых слов на английском рекомендуется использовать известные тезаурусы (например, тезаурус Национальной медицинской библиотеки США — Medical Subject Headings (MeSH), <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/mesh>).
- Авторы могут приложить список английских терминов, которые они считают необходимым использовать при переводе статьи на английский язык, и пояснения переводчику, а также свою версию перевода (см. выше пункт о подаваемых документах на шаге 4).
- Список литературы. В библиографии каждый источник следует помещать с новой строки под порядковым номером. Подробные правила оформления библиографии можно найти на сайте журнала. Наиболее важные из них следующие.
 - Список литературы приводится на отдельной странице.
 - В списке все работы перечисляются в порядке цитирования, а НЕ в алфавитном порядке.
 - Количество цитируемых работ — до 15 источников. Самоцитирование допускается в минимальном объёме (не более 30%).
 - В тексте статьи ссылки на источники приводятся в квадратных скобках арабскими цифрами без пробела: [1], [1, 2] или [5–7].
 - В библиографическом описании каждого источника приводятся фамилии авторов. В случае, если у публикации более 3-х авторов, то после 3-го автора необходимо поставить запятую (обязательно), затем через пробел сокращение «и др.» или «et al.».
 - Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.
- Информация об авторах. Последовательно указываются все авторы рукописи: ФИО (в этом разделе полностью), учёная степень, учёное звание, должность, место работы (включая город и страну). Отдельно следует выделить автора для связи с авторским коллективом, и только для него указать контактный действующий (!) телефон (только для связи с автором, не печатается в статье). Для КАЖДОГО автора необходимо указать: SPIN-код в e-library (формат: XXXX-XXXX), ORCID iD (XXXX-XXXX-XXXX-XXXX) и контактный email. Полные имена всех авторов на английском языке.
- Дополнительная информация (на русском или на русском и английском языках):
 - Источники финансирования. Возможно указание источников финансирования, как научной работы, так и процесса публикации статьи (фонд и др., без размера финансирования).
 - Соблюдение этических стандартов. Авторам необходимо включить в данную рубрику следующую информацию (если это применимо) — подробнее см. на сайте журнала:
 - * Информация о конфликте интересов. Авторам необходимо раскрыть потенциальные и явные конфликты интересов, связанные с рукописью (подробнее — на сайте). Наличие конфликта интересов у одного или нескольких авторов НЕ является поводом для отказа в публикации статьи.
 - * Информацию о получении разрешения на проведение исследования с участием людей и/или животных (подробнее — на сайте).
 - * Информацию о получении информированного согласия от участников исследования (подробнее — на сайте).
 - Благодарности. Авторы могут выразить благодарность людям, способствовавшим получению результатов и публикации статьи в журнале, но не являющимся её авторами, а также организациям.