

УДК 621.9.01

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАИВЫГОДНЕЙШИХ УСЛОВИЙ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ НА ОПЕРАЦИЯХ КОНЦЕВОГО ФРЕЗЕРОВАНИЯ

© 2018 Д.Л. Скуратов, Д.В. Евдокимов, Д.А. Багрянцев

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Статья поступила в редакцию 23.05.2018

Представлена математическая модель, предназначенная для определения наивыгоднейших условий формообразования деталей на операциях концевого фрезерования, состоящая из линейной целевой функции и линейных ограничений-неравенств и учитывающая кинетику тепловых процессов в зоне резания. В качестве целевой функции использовано уравнение, определяющее машинное время обработки, а в качестве ограничений-неравенств – ограничения, связанные как функциональными параметрами, так параметрами процесса фрезерования, определяющими качество обработки.

Ключевые слова: концевое фрезерование, производительность и качество обработки, линейная математическая модель, наивыгоднейшие условия формообразования.

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в современном производстве наблюдается устойчивая тенденция, направленная на усложнение промышленных изделий и использование материалов, вызывающих определенные сложности при механической обработке. В первую очередь это касается изделий авиационной и космической техники. Данная тенденция во многих случаях приводит к необходимости изготовления высокоточных деталей со сложным фасонным профилем, работающих в условиях знакопеременных нагрузок и высоких температур. Поэтому в технологических процессах изготовления таких деталей значительное место отводится операциям концевого фрезерования. Следует отметить, что максимальная производительность процесса на данных операциях при стабильном обеспечении заданных требований к качеству обработки может быть обеспечена только при научно-обоснованном выборе режимов резания, которые в свою очередь могут быть определены на основе использования математической модели, позволяющей получать рациональные режимы обработки при различных вариантах управляемых параметров.

Представленная в данной работе математическая модель для определения рациональных условий обработки при чистовом концевом фрезеровании включает линейную целевую функцию и линейные технические ограничения-неравенства.

*Скуратов Дмитрий Леонидович, доктор технических наук, профессор кафедры технологий производства двигателей. E-mail: skuratov-sdl56@ya.ru*

*Евдокимов Дмитрий Викторович, аспирант кафедры технологий производства двигателей. E-mail: dmitry.evd.ssau@gmail.com*

*Багрянцев Данила Александрович, студент.*

Наиболее часто в качестве целевой функции при определении рациональных условий резания на операциях механической обработки заготовок принимают себестоимость обработки, которая может быть, например, определена на основе использования зависимости, приведенной в работе [3].

При проектировании технологического процесса изготовления детали определяющее значение для каждой операции имеет правильный выбор периода стойкости режущего инструмента. В условиях современного производства наиболее часто используют либо экономический период стойкости, либо период стойкости, соответствующий наибольшей производительности:

$$T_{\text{эк}} = \frac{1-m}{m} \left( t_c + \frac{\Theta_n}{E} \right); \quad T_{\text{н.пр}} = \frac{1-m}{m} \cdot t_c,$$

где  $m$  – показатель относительной стойкости инструмента.

Работа с максимальной производительностью используется в исключительных случаях, когда не считаясь с затратами необходимо получить наибольшее количество продукции, поэтому в этих условиях не может быть обеспечена минимальная себестоимость обработки. В связи с этим с ранее изложенным определением рационального режима резания должно основываться исключительно на экономическом периоде стойкости. Как отмечено в работе [5], режимы резания, рассчитанные на основе экономических периодов стойкости инструментов и обеспечивающие наименьшее время обработки, будут одновременно и наиболее экономичными. Поэтому в качестве целевой функции при концевом фрезеровании следует использовать уравнение, позволяющее определить машинное время обработки.

### ВЫБОР ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ И ТЕХНИЧЕСКИХ ОГРАНИЧЕНИЙ

Уравнение целевой функции применительно к процессу однопроходного концевой фрезерования будет иметь вид:

$$f_m = \frac{L}{S_m} = \frac{L}{n_\phi S_z z}, \quad (1)$$

где  $L$  – общая длина перемещения фрезы относительно заготовки, мм;  $n_\phi$  – частота вращения фрезы, об/мин;  $S_m$  – минутная подача, мм/мин;  $S_z$  – подача на один зуб фрезы, мм/зуб;  $z$  – число зубьев фрезы.

Общая длина перемещения фрезы относительно заготовки определяется по формуле

$$L = l_m + l_1 + l_2,$$

где  $l_m$  – расстояние, пройденное фрезой в направлении подачи, мм;  $l_1$  – величина, соответствующая врезанию фрезы в заготовку, мм;  $l_2$  – величина соответствующая перебегу фрезы, мм.

В свою очередь величина врезания фрезы в заготовку при концевом фрезеровании определяется как [1]:

$$l_1 = 0,5 D_\phi \sin \psi,$$

где  $D_\phi$  – диаметр концевой фрезы, мм;  $\psi = \arccos(1 - 2t_\phi / D_\phi)$ ;  $t_\phi$  – глубина фрезерования, мм.

Величина  $l_2$  составляет 1...5 мм.

### ОГРАНИЧЕНИЕ, СВЯЗАННОЕ С РЕЖУЩИМИ СВОЙСТВАМИ (СТОЙКОСТЬЮ) ИНСТРУМЕНТА

Скорость резания при фрезеровании, в том числе концевом, рассчитывается исходя из условия полного использования режущих свойств инструмента, базируясь на неравенстве:

$$v \leq v_m, \quad (2)$$

где  $v$  – скорость резания, м/мин;  $v_m$  – максимально допустимая скорость резания при заданной величине периода стойкости концевой фрезы, м/мин.

Подставив значения  $v$  и  $v_m$ , рассчитываемые

по формулам  $v = \frac{\pi D_\phi n_\phi}{1000}$  и  $v_m = \frac{C_v D_\phi^{q_v}}{T^m S_z^{y_v} t_\phi^{x_v} B_\phi^{u_v} z^{p_v}}$ ,

в неравенство (2) и решая его относительно  $n_\phi S_z t_\phi$  получим первое техническое ограничение:

$$n_\phi (100 S_z)^{y_v} (100 t_\phi)^{x_v} \leq \frac{318 C_v D_\phi^{(q_v-1)} 100^{(x_v+y_v)}}{T^m B_\phi^{u_v} z^{p_v}}, \quad (3)$$

где  $C_v$  – коэффициент, характеризующий условия обработки;  $T$  – заданный период стойкости фрезы, мин;  $B_\phi$  – ширина фрезерования, мм;

$m, x_v, y_v, q_v, u_v, p_v$  показатели степени, характеризующие соответственно влияние  $T, t_\phi, S_z, D_\phi, B_\phi, z$  на скорость резания.

Значения коэффициента  $C_v$  и показателей степеней  $m, x_v, y_v, q_v, u_v, p_v$  – приведены в справочной литературе по режимам резания, например, в работах [1, 2].

В неравенстве (3) и последующих технических ограничениях для удобства проведения вычислений принято вместо  $S_z \rightarrow 100 S_z$ , а вместо  $t_\phi \rightarrow 100 t_\phi$ , с соответствующими поправками в правой части неравенств.

### ОГРАНИЧЕНИЕ, СВЯЗАННОЕ С МОЩНОСТЬЮ ПРИМЕНЯЕМОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Процесс механической обработки заготовок на металлорежущих станках возможен при условии, когда эффективная мощность резания не превышает мощности подводимой к шпинделю станка, на котором производится обработка. Поэтому при концевом фрезеровании, также как и при других видах механической обработки должно выполняться неравенство [7]:

$$N_{эф} \leq 1,2 N_{шп}, \quad (4)$$

где  $N_{эф}$  – эффективная мощность, затрачиваемая на процесс резания, кВт;  $N_{шп}$  – мощность, подводимая к шпинделю металлорежущего станка, кВт.

Для расчета эффективной мощности резания при концевом фрезеровании за основу могут быть приняты формулы, приведенные в [1, 4]. В общем виде эти формулы можно представить как:

$$N_{эф} = C_N 10^{-5} D_\phi^{q_N} S_z^{y_N} t_\phi^{x_N} B z n_\phi^{z_N} k_{N1} k_{N2}, \quad (5)$$

где  $C_N$  – коэффициент, характеризующий условия обработки при концевом фрезеровании, для которых была получена ранее приведенная

эмпирическая зависимость;  $k_{N1} = \left( \frac{\sigma_B}{750} \right)^{0,3}$  – по-

правочный коэффициент, учитывающий прочность обрабатываемого материала на эффективную мощность резания (где  $\sigma_B$  – временное сопротивление (предел прочности при растяжении), МПа);  $k_{N2}$  – поправочный коэффициент, учитывающий влияние величины переднего угла на эффективную мощность резания;  $x_N, y_N, q_N, z_N$  – показатели степени, характеризующие соответственно влияние  $t_\phi, S_z, D_\phi, n_\phi$  на эффективную мощность при ее расчете.

Подставим в неравенство (4) формулу для расчета эффективной мощности (5) и зависимость  $N_{шп} = N_{эд} \eta$ , после решения неравенства относительно  $n_\phi S_z t_\phi$  второе техническое ограничение приобретет вид:

$$n_{\phi}^{z_N} (100S_z)^{y_N} (100t_{\phi})^{x_N} \leq \frac{1,2N_{эд} \eta 100^{(x_N+y_N)}}{C_N 10^{-5} D_{\phi}^{q_N} B_{\phi} z k_{N1} k_{N2}}, \quad (6)$$

где  $N_{эд}$  – мощность электродвигателя механизма главного движения станка или мотор-шпинделя, кВт;  $\eta$  – КПД кинематической цепи механизма главного движения или мотор-шпинделя.

Значения коэффициента  $C_N$  и показателей степеней  $x_N$ ,  $y_N$ ,  $q_N$ ,  $z_N$  для различных условий обработки приведены в работах [1, 2, 4].

**ОБОБЩЕННОЕ ОГРАНИЧЕНИЕ, УЧИТЫВАЮЩЕЕ МАРКУ ОБРАБАТЫВАЕМОГО И ИНСТРУМЕНТАЛЬНОГО МАТЕРИАЛОВ, ЖЕСТКОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ШЕРОХОВАТОСТЬ ОБРАБОТАННОЙ И ФОРМУ ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

При обработке различных групп материалов концевыми фрезами величина подачи, приходящаяся на один зуб инструмента, не должна превышать значения, определяемого из неравенства:

$$S_z \leq \frac{C_s D_{\phi}^{q_s} k_{s1} k_{s2} k_{s3} k_{s4}}{t^{x_s} B_{\phi}^{u_s}}, \quad (7)$$

где  $C_s$  – постоянный коэффициент для данных условий резания, зависящий от физико-механических свойств и структуры обрабатываемого материала и материала режущей части фрезы;  $k_{s1}$  – коэффициент, учитывающий жесткость технологической системы;  $k_{s2}$  – коэффициент, учитывающий марку инструментального материала;  $k_{s3}$  – коэффициент, учитывающий величину шероховатости обработанной поверхности;  $k_{s4}$  – коэффициент, учитывающий форму обрабатываемой поверхности;  $x_s$ ,  $q_s$ ,  $u_s$  – показатели степени, характеризующие соответственно влияние  $t_{\phi}$ ,  $D_{\phi}$ ,  $B$ , на величину подачи на зуб.

После решения (7) относительно  $S_z$ ,  $t_{\phi}$  третье техническое ограничение примет вид:

$$(100S_z)(100t_{\phi})^{x_s} \leq \frac{C_s D_{\phi}^{q_s} (100)^{(1+x_s)} k_{s1} k_{s2} k_{s3} k_{s4}}{B_{\phi}^{u_s}}. \quad (8)$$

Величины коэффициента  $C_s$  и показателей степеней  $x_s$ ,  $q_s$ ,  $u_s$  для различных условий концевой фрезерования представлены в работе [1].

**ОГРАНИЧЕНИЕ, СВЯЗАННОЕ СО СРЕДНЕКОНТАКТНОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ РЕЗАНИЯ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ**

Даже на чистовых операциях концевой фрезерования температура в зоне контакта инструмента с заготовкой может быть достаточной для того, чтобы в поверхностном слое заготовки произошли структурные и фазовые превращения. Поэтому в процессе обработки необходимо

обеспечить условия, при которых температура в зоне контакта фрезы с заготовкой не превышала бы критических значений, то есть выполнялось неравенство:

$$\theta \leq \theta_{кр}, \quad (9)$$

где  $\theta$  – среднеконтактная температура в зоне резания, °C;  $\theta_{кр}$  – критическая температура в зоне резания, °C.

Температура в зоне резания при концевом фрезеровании заготовок может быть определена по эмпирической зависимости:

$$\theta = C_{\theta} v^{z_{\theta}} S_z^{y_{\theta}} B^{u_{\theta}} \left( \frac{t_{\phi}}{D_{\phi}} \right)^{x_{\theta}}, \quad (10)$$

где  $C_{\theta}$  – коэффициент, определяющий влияние условий обработки на температуру в зоне резания при концевом фрезеровании;  $x_{\theta}$ ,  $u_{\theta}$ ,  $y_{\theta}$ ,  $z_{\theta}$  – показатели степени, характеризующие величину влияния соответственно  $t_{\phi}$ ,  $B_{\phi}$ ,  $S_z$  и  $v$  на величину температуры резания.

Значения коэффициента  $C_{\theta}$  и показателей степеней  $x_{\theta}$ ,  $u_{\theta}$ ,  $y_{\theta}$ ,  $z_{\theta}$  при обработке различных групп материалов приведены в таблице 1.

Подставив эмпирическую зависимость (10) и формулу для определения скорости резания при фрезеровании в неравенство (9) и решив его относительно  $n_{\phi} S_z t_{\phi}$ , получим четвертое техническое ограничение, которое имеет вид:

$$n_{\phi}^{z_{\theta}} (100S_z)^{y_{\theta}} (100t_{\phi})^{x_{\theta}} \leq \frac{318^{z_{\theta}} \cdot 100^{(x_{\theta}+y_{\theta})} \theta_{кр}}{C_{\theta} D_{\phi}^{(z_{\theta}-x_{\theta})} B_{\phi}^{u_{\theta}}}. \quad (11)$$

**ОГРАНИЧЕНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ОБОРУДОВАНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМОГО ДЛЯ КОНЦЕВОГО ФРЕЗЕРОВАНИЯ**

При формообразовании детали частота вращения концевой фрезы, установленной в шпиндель или мотор-шпиндель станка, и минутная подача стола станка должны быть ограничены наибольшим и наименьшим числом оборотов шпинделя (мотор-шпинделя) и наибольшей и наименьшей подачами, указанными в руководстве по эксплуатации оборудования. Исходя из ранее изложенного, технические ограничения, связанные с кинематическими возможностями оборудования будут иметь вид:

- пятое техническое ограничение

$$n_{\phi} \geq n_{ст min}, \quad (12)$$

где  $n_{ст min}$  – минимальная частота вращения шпинделя (мотор-шпинделя) станка, об/мин;

- шестое техническое ограничение

$$n_{\phi} \leq n_{ст max}, \quad (13)$$

где  $n_{ст max}$  – максимальная частота вращения шпинделя станка, об/мин;

**Таблица 1.** Значения коэффициента  $C_\theta$  и показателей степеней  $x_\theta, u_\theta, y_\theta, z_\theta$  в формуле (10) [6]

Обрабатываемый материал и его состояние	$C_\theta$	$x_\theta$	$y_\theta$	$u_\theta$	$z_\theta$
ЭИ766	330	0	0,17	0,07	0,30
ХН70Ю	216	0	0,15	0,09	0,34
ОТ4	282	0	0,17	0,05	0,32
ВТ6	254	0	0,17	0,05	0,32
ВТ14 (отожженное)	228	0,06	0,20	0,06	0,32
ВТ14 (закаленное)	213	0,06	0,20	0,06	0,32
ВТ14 (закаленное и состаренное)	241	0,06	0,20	0,06	0,32
1Х18Н9Т	229	0	0,17	0,06	0,32
1Х21Н5Т	57	0	0,27	0,12	0,72
Х21Г7АН5	255	0	0,16	0,05	0,30
Х15Н5Д2Т	232	0	0,11	0,02	0,28
Сталь 45	53	0	0,58	0,22	0,70

Примечание. В тех случаях, когда влияние отношения  $(t_\phi/D_\phi)$  не исследовалось, показатель степени  $x_\theta$  принимался равным нулю.

- седьмое техническое ограничение

$$S_M \geq S_{M.ст min},$$

где  $S_{M.ст min}$ , – минимальная минутная подача стола станка, мм/мин. Учитывая, что  $S_M = n_\phi S_z z$ , в окончательном виде седьмое техническое ограничение можно представить в следующем виде:

$$n_\phi (100 S_z) \geq \frac{100 S_{M.ст min}}{z}; \quad (14)$$

- восьмое техническое ограничение

$$S_M \leq S_{M.ст max};$$

$$n_\phi (100 S_z) \leq \frac{100 S_{M.ст max}}{z}, \quad (15)$$

где  $S_{M.ст max}$  – максимальная минутная подача стола станка, мм/мин.

### ОГРАНИЧЕНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С ГЛУБИНОЙ РЕЗАНИЯ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ

При концевом фрезеровании глубина резания  $t_\phi$  не может быть меньше некоторой определенной для каждого инструмента и обрабатываемого материала величины  $t_{\phi.min}$ , так как на режущих кромках инструмента имеется некоторый радиус  $\rho$  и, если величина  $\rho$  будет соизмерима с  $t_{\phi.min}$ , то процесс стружкообразования будет затруднен за счет увеличения сил

трения. С другой стороны глубина резания не может быть больше  $t_{\phi.max}$ , которая равна диаметру концевой фрезы. Тогда технические ограничения, связанные с глубиной резания, будут иметь вид:

- девятое техническое ограничение

$$100 t_\phi \geq 100 t_{\phi.min}; \quad (16)$$

- десятое техническое ограничение

$$100 t_\phi \leq 100 t_{\phi.max}. \quad (17)$$

### ОГРАНИЧЕНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ИССЛЕДОВАНИЯ КИНЕТИКИ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РЕЗАНИИ

Возникновение структурных и фазовых превращений в поверхностном слое связано не только с температурой в зоне контакта инструмента с заготовкой, но также со скоростью нагрева и в большей степени со скоростью охлаждения поверхностного слоя.

При концевом фрезеровании скорость охлаждения поверхностного слоя заготовок зависит как от скорости подачи СОЖ в зону резания, так и от скорости резания. Увеличение скорости резания оказывает комплексное влияние на процесс фрезерования. Во-первых, оно приводит к увеличению температуры в зоне резания за счет повышения общего тепловыделения  $Q = P_z v$ , во-вторых, как правило, к небольшому уменьше-

нию главной составляющей силы резания  $P_z$  и, в- третьих, к росту скорости охлаждения.

При неизменном значении скорости подачи СОЖ в зону резания технические ограничения, позволяющие учесть кинетику тепловых процессов в зоне обработки, базируются на использовании диаграмм, связывающих метастабильные диаграммы состояния материалов со скоростью резания [8], исходя из которых производительная обработка материалов при гарантированном отсутствии структурных и фазовых изменений в поверхностном слое заготовок возможна в том случае, если выполняются условия:

$$v \geq v_{\text{пр.наим}}; \quad (18)$$

$$v \leq v_{\text{пр.наиб}}, \quad (19)$$

где  $v_{\text{пр.наим}}$  – наименьшая предельная допустимая скорость резания, м/мин;  $v_{\text{пр.наиб}}$  – наибольшая предельная допустимая скорость резания.

Наименьшая предельно допустимая скорость резания при чистовом концевом фрезеровании связана с требованиями, предъявляемыми к производительности и качеству обработки, а наибольшая предельно допустимая скорость резания обусловлена требованиями, предъявляемыми к себестоимости обработки.

Решив неравенства (18) и (19) относительно  $n_{\text{ф}}$ , предварительно представив в них  $v$ , как  $v = \frac{\pi D_{\text{ф}} n_{\text{ф}}}{1000}$ , получим одиннадцатое и двенадцатое технические ограничения:

$$n_{\text{ф}} \geq \frac{1000v_{\text{пр.наим}}}{\pi D_{\text{ф}}}; \quad (20)$$

$$n_{\text{ф}} \leq \frac{1000v_{\text{пр.наиб}}}{\pi D_{\text{ф}}}. \quad (21)$$

Выбранные и описанные ранее технические ограничения, отражающие с определенной степенью точности физический процесс резания при концевом фрезеровании, в совокупности с целевой функцией позволяют построить математическую модель для определения рациональных условий обработки при данном виде фрезерования.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Преобразуем полученные ранее неравенства, связывающие технические ограничения с элементами режима резания при фрезеровании, а также целевую функцию в линейные ограничения-неравенства и линейную целевую функцию. Решение полученной системы линейных уравнений при заданных технологическими определяющих и управляемых параметров позволит на стадии

проектирования технологического процесса определить рациональные условия обработки для операций чистового концевом фрезерования при изготовлении детали и гарантированно обеспечить выполнение технических требований на операцию. Для достижения поставленной задачи прологарифмируем зависимости (3), (6), (8), (11)-(17), (20), (21) и (1), которые после введения обозначений будут иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + y_0 x_2 + x_0 x_3 \leq b_1; \\ z_N x_1 + y_N x_2 + x_N x_3 \leq b_2; \\ x_2 + x_3 x_3 \leq b_3; \\ z_{\theta} x_1 + y_{\theta} x_2 + x_{\theta} x_3 \leq b_4 \\ x_1 \geq b_5; \\ x_1 \leq b_6; \\ x_1 + x_2 \geq b_7; \\ x_1 + x_2 \leq b_8; \\ x_3 \geq b_9; \\ x_3 \leq b_{10}; \\ x_1 \geq b_{11}; \\ x_1 \leq b_{12}. \end{array} \right. \quad (22)$$

$$f_0 = c_0 - x_1 - x_2,$$

где

$$x_1 = \ln n_{\text{ф}}; \quad x_2 = \ln(100S_z); \quad x_3 = \ln(100 t_{\text{ф}})$$

$$b_1 = \ln \frac{318 C_v D_{\text{ф}}^{(q_v-1)} 100^{(x_v+y_v)}}{T^m B_{\text{ф}}^{u_v} z^{p_v}};$$

$$b_2 = \ln \frac{1,2 N_{\text{эд}} \eta 100^{(x_N+y_N)}}{C_N 10^{-5} D_{\text{ф}}^{q_N} B_{\text{ф}} z k_{N1} k_{N2}};$$

$$b_3 = \ln \frac{C_S D_{\text{ф}}^{q_S} (100)^{(1+x_S)} k_{S1} k_{S2} k_{S3} k_{S4}}{B_{\text{ф}}^{u_S}};$$

$$b_4 = \ln \frac{318 z_{\theta} 100^{(x_{\theta}+y_{\theta})} \theta_{\text{кр}}}{C_{\theta} D_{\text{ф}}^{(z_{\theta}-x_{\theta})} B_{\text{ф}}^{u_{\theta}}};$$

$$b_5 = \ln n_{\text{ст min}}; \quad b_6 = \ln n_{\text{ст max}};$$

$$b_7 = \ln \frac{100 S_{\text{м.ст min}}}{z}; \quad b_8 = \ln \frac{100 S_{\text{м.ст max}}}{z};$$

$$b_9 = \ln(100t_{\phi.min}); \quad b_{10} = \ln(100t_{\phi.max});$$

$$b_{11} = \ln \frac{1000v_{\text{пр.наим}}}{\pi D_{\phi}}; \quad b_{12} = \ln \frac{1000v_{\text{пр.наиб}}}{\pi D_{\phi}};$$

$$f_0 = \ln f_m; \quad c_0 = \ln A = \ln \left( \frac{100L}{z} \right).$$

Полученная система линейных ограничений-неравенств (22) и линейная функция представляют собой математическую модель для определения рациональных условий обработки при формообразовании заготовок концевыми фрезами на чистовых операциях.

Решение задачи может быть упрощено за счет приведения линейной системы (22) с тремя неизвестными к линейной системе с двумя неизвестными, в результате чего аналитическое и графическое решение задачи осуществляется в двумерном пространстве. Для проведения математических преобразований выразим  $x_1$  из ограничения-неравенства, связанного с режущими свойствами инструмента, которые в значительной мере определяются его стойкостью:

$$x_1 = b_1 - y_v x_2 - x_v x_3$$

и подставим его значение во все остальные неравенства системы (22). При фрезеровании ограничение, связанное с режущими свойствами инструмента, является одним из основных ограничений. В результате получим новую систему, содержащую два неизвестных  $x_2$  и  $x_3$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} (y_N - y_v z_N)x_2 + (x_N - x_v z_N)x_3 \leq b_2 - z_N b_1; \\ x_2 + x_v x_3 \leq b_3; \\ (y_{\theta} - y_v z_{\theta})x_2 + (x_{\theta} - x_v z_{\theta})x_3 \leq b_4 - z_{\theta} b_1 \\ - y_v x_2 - x_v x_3 \geq b_5 - b_1; \\ - y_v x_2 - x_v x_3 \leq b_6 - b_1; \\ (1 - y_v)x_2 - x_v x_3 \geq b_7 - b_1; \\ (1 - y_v)x_2 - x_v x_3 \leq b_8 - b_1; \\ x_3 \geq b_9; \\ x_3 \leq b_{10}; \\ - y_v x_2 - x_v x_3 \geq b_{11} - b_1 \\ - y_v x_2 - x_v x_3 \leq b_{12} - b_1 \end{array} \right. \quad (23)$$

$$f_0 = (c_0 - b_1) + (y_v - 1)x_2 + x_v x_3$$

Так как в условиях конкретной задачи  $c_0 - b_1$  является величиной постоянной, то целевая функция  $f_0$  достигнет наименьшего значения в том случае, когда неизвестное  $x_2$  примет максимально ( $(y_v - 1)$  – отрицательная величина), а  $x_3$  – минимально допустимые значения, удовлетворяющие системе ограничений (23).

Разработанная математическая модель реализована в программе расчета. В качестве средства разработки программы выбрана среда программирования Delphi в сочетании с СУБД Firebird. Окно ввода данных для вычисления оптимального режима обработки представлено на рис. 1.

Например, расчет режима резания для обработки уступа в корпусной детали из титанового сплава ВТ6 четырехзубой концевой

Рис. 1. Окно ввода исходных данных

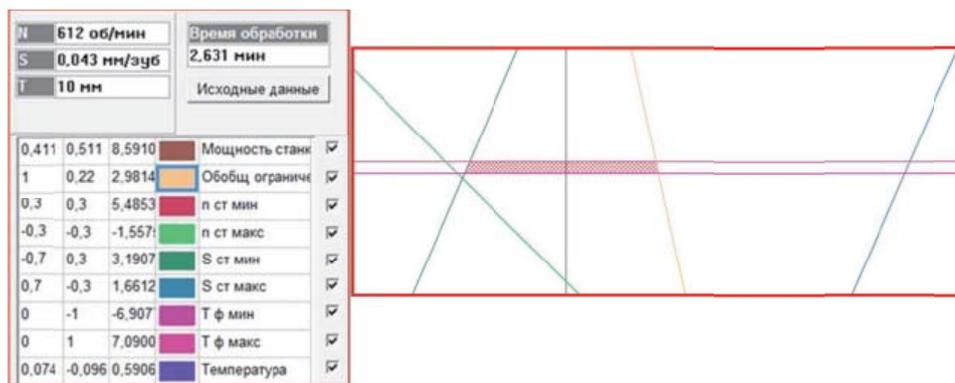


Рис. 2. Графическое отображение результатов решения системы уравнений

твердосплавной фрезой диаметром 12 мм при длине обрабатываемой поверхности равной 70 мм, глубине фрезерования – 10 мм, ширине фрезерования – 2 мм и обеспечении точности размеров по 10 качеству и шероховатости поверхности – Rz20 на станке 6Т82Г-1 показал, что частота вращения фрезы должна быть равна 630 об/мин ( $V = \text{м/мин}$ ), а величина подачи  $S_z = 0,04 \text{ мм/зуб}$ . При этом время обработки составит 2,63 мин. Полученное программой графическое отображение поля величин допустимых  $x_2$  и  $x_3$  представлено на рис. 2.

### ВЫВОД

Таким образом, получена линейная математическая модель, позволяющая определить наиболее выгодные условия обработки на чистовых операциях концевой фрезерования заготовок, реализованная в программе расчета.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранчиков, В.И. Прогрессивные режущие инструменты и режимы резания металлов: Справочник [Текст] / В.И. Баранчиков, А.В. Жаринов, Н.Д.

Юдина [и др.]; Под общ. ред. В.И. Баранчикова. – М.: Машиностроение, 1990. – 400 с.  
 2. Баранчиков, В.И. Обработка специальных материалов в машиностроении: Справочник. Библиотека технолога [Текст] / В.И. Баранчиков, А.С. Тарапанов, Г.А. Харламов. – М.: Машиностроение, 2002. – 264 с.  
 3. Бобров, В.Ф. Основы теории резания металлов [Текст] / В.Ф. Бобров. – М.: Машиностроение, 1975. – 344 с.  
 4. Волков, А.Н. Режимы резания авиационных материалов при фрезеровании: Учебное пособие [Текст] / А.Н. Волков. – Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т, 1994. – 90 с.  
 5. Горанский, Г.К. Расчет режимов резания при помощи электронно-вычислительных машин [Текст] / Г.К. Горанский. – Минск: Госиздательство БССР, 1963. – 192 с.  
 6. Кравченко, Б.А. Обработка и выносливость высокопрочных материалов / Б.А. Кравченко, К.Ф. Митряев. – Куйбышев: Куйбышевск. кн. из-во, 1968. – 132 с.  
 7. Локтев, А.Д. Общемашиностроительные нормативы режимов резания: Справочник: В 2-х т.: Т. 1 [Текст] / А.Д. Локтев, И.Ф. Гущин, В.А. Батуев [и др.]. – М.: Машиностроение, 1991. – 640 с.  
 8. Ласточкин, Д.А. Совершенствование метода определения рациональных условий формообразования поверхностей на окончательных операциях механической обработки заготовок / Д.А. Ласточкин, Д.Л. Скуратов // Вестник Самар. гос. аэрокосм. унта, 2006. – №2 (10). – Ч.1. – С. 197-202.

### MATHEMATICAL MODEL FOR DETERMINING THE MOST FAVORABLE CONDITIONS FOR THE SHAPING OF AEROSPACE ENGINEERING PARTS IN TERMINAL MILLING OPERATIONS

© 2018 D.L. Skuratov, D.V. Evdokimov, D.A. Bagryantsev

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov

A mathematical model is presented for determining the most favorable conditions for the formation of parts in end milling operations, consisting of a linear objective function and constraints of linear inequality and taking into account the kinetics of thermal processes in the cutting zone. As an objective function, an equation is used that determines the machining time, and as inequality constraints, constraints associated with both functional parameters and the parameters of the milling process, which determine the quality of machining.

**Keywords:** end milling, productivity and quality of processing, linear mathematical model, the most favorable conditions for molding.

Dmitry Skuratov, Doctor of Technics, Professor at the Engine Technology Department. E-mail: skuratov-sdl56@ya.ru  
 Dmitry Evdokimov, Graduate Student.  
 E-mail: dmitry.evd.ssau@gmail.com  
 Danila Bagryantsev, Student.