

УДК 621.914.1

## УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ ПОЛНОДИСКРЕТНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ВИБРОУСТОЙЧИВОСТИ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ КОНЦЕВЫМИ ФРЕЗАМИ С ПЕРЕХОДНЫМ РАДИУСОМ

© 2019 Г.В. Соколов, Д.А. Гузев, А.Н. Жидяев

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Статья поступила в редакцию 15.05.2019

В данной статье выполнен анализ устойчивости процесса обработки детали из титанового сплава BT22 концевой фрезой с переходным радиусом. Для анализа был взят за основу полnodискретный метод для системы с тремя степенями свободы. С целью повышения точности расчета при низких скоростях резания математическая модель данного метода была улучшена путем добавления усилий, возникающих из-за демпфирующего воздействия регенеративных автоколебаний в процессе обработки. Данные усилия были выражены в уравнении динамики движения системы через коэффициент сопротивления эквивалентного демпфера, значение которого оценивалось по-разному для участков фрезы с радиусной кромкой и без нее. Передаточные функции системы фреза-оснастка были найдены методом конечно-элементного расчета в программе COMSOL Multiphysics. Анализ устойчивости процесса фрезерования по усовершенствованному методу и построение лестчатых диаграмм устойчивости было произведено в программе Matlab. Была выполнена экспериментальное определение уровня вибраций при обработке концевой фрезой с переходным радиусом на 5-тиосевом станке S500L. Сравнение результатов расчета и эксперимента показало частичное несовпадение полученных данных, причинами которого могут быть некоторые неточности в оценке удельного давления и передаточных функций динамической системы.

*Ключевые слова:* концевое фрезерование, регенеративные автоколебания, виброустойчивость, уравнение динамики движения, полnodискретный метод, передаточная функция, диаграммы устойчивости.

### ВВЕДЕНИЕ

Стремление к уменьшению числа и унификации операций технологического процесса и появление станков с числовым программным управлением (ЧПУ), позволяющим вести обработку деталей со сложнопфильными поверхностями, приводит к тому, что существенная часть механической обработки отводится к процессу фрезерования. Основной преградой для повышения производительности фрезерной обработки за счет применения интенсивных режимов резания является, в большей степени, вероятная потеря динамической устойчивости процесса резания, выражающаяся в вибрациях заготовки и/или инструмента и приводящая к снижению качества поверхности и размерной точности детали, уменьшению стойкости инструмента, нарушению регулировки и поломке шпиндельного узла станка и другим негативным последствиям [1]. Поэтому анализ процесса фрезерования на виброустойчивость с целью исключения возможности появления вибраций

либо снижения их амплитуды является важной задачей на этапе проектирования операций механической обработки.

Одним из главных путей решения проблемы вибраций при резании является применение способов расчетного определения безвибрационных режимов обработки. В большинстве из них механическая обработка описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом (ДУЗА). В зависимости от степени упрощения данной системы и вида итоговой математической модели все расчетные методы, можно разбить на три класса: с численными, аналитическими и полuanалитическими моделями.

Численные модели применяются при рассмотрении сложных динамических процессов и учитывают нелинейность изменения глубины и сил резания, взаимное положение инструмента и заготовки, их упругие деформации в процессе резания и многие другие условия. Основная идея данных методов сводится к решению нелинейных или линейных (в случае допущений) ДУЗА относительно переменной времени и анализу полученного решения по выдвинутому критерию [2].

Суть методов с аналитическими моделями заключается в упрощении исходных ДУЗА до линейных дифференциальных или обыкновенных уравнений, содержащих одну или несколько переменных. Примером подобного метода может быть метод нулевого порядка для систе-

*Соколов Григорий Вадимович, магистрант кафедры технологий производства двигателей.*

*E-mail: jocker4@mail.ru*

*Гузев Дмитрий Алексеевич, магистрант кафедры технологий производства двигателей. E-mail: guzevd.a@mail.ru*

*Жидяев Алексей Николаевич, старший преподаватель кафедры технологий производства двигателей.*

*E-mail: a.n.zhidyayev@gmail.com*

мы с двумя степенями свободы [3]. Результатом применения данного метода являются так называемые диаграммы устойчивости, представляющие собой график зависимости одного из параметров резания (глубина или ширина) от частоты вращения шпинделя и отражающие границу устойчивого резания.

Промежуточное место занимают полуаналитические модели, которые, с одной стороны, обладают большей вычислительной скоростью и меньшей трудоемкостью по сравнению с численными и в то же время дают более точный результат в случае сложной геометрии и пространственного положения инструмента по сравнению с аналитическими моделями. В методах с полуаналитическими моделями нелинейные ДУЗА упрощаются до линейных и проверяются на устойчивость на определенном временном интервале. Для фрезерования данный интервал равен периоду прохождения зуба фрезы и зависит от исследуемой частоты вращения шпинделя. Ключевым моментом в методах этого класса является отсутствие явного решения линейных ДУЗА относительно переменной времени и, вместо этого, аппроксимация решения в пределах временного интервала, которая затем применяется в анализе устойчивости.

Одним из наиболее распространенных методов с полуаналитической моделью является полnodискретный метод [4]. На его основе впоследствии были выполнены исследования устойчивости обработки фрезами с разной геометрией, в том числе фрезой с переходным радиусом [5]. Основным недостатком работы [5] является отсутствие в математической модели учета демпфирующего воздействия регенеративных автоколебаний. Исследованиями было установлено, что данный фактор приводит к значительному росту устойчивости резания на низких скоростях [6]. Ввиду этого рассматриваемый метод невозможно с требуемой точностью применять для анализа резания труднообрабатываемых сплавов, из которых, в частности,

выполняются компрессорные лопатки ГТД, для которых вопрос о производительности фрезерования является одним из ключевых.

Объектом данной работы является операция обработки детали из титанового сплава BT22 концевой фрезой с переходным радиусом на 5-тиосевои станке S500L. Цель исследования – усовершенствование и экспериментальная проверка точности полуаналитической модели [5].

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ С УЧЕТОМ ДЕМПИРУЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ РЕГЕНЕРАТИВНЫХ АВТОКОЛЕБАНИЙ

Схема динамической системы показана на рисунке 1, слева. Фреза обладает тремя степенями свободы. Жесткость заготовки считается намного большей относительно жесткости инструмента, поэтому ее степенями свободы можно пренебречь. Масса, сопротивление и жесткость системы в направлениях  $x, y, z$ :  $(m_x, c_x, k_x), (m_y, c_y, k_y), (m_z, c_z, k_z)$ , соответственно.  $V_F$  – скорость подачи,  $n$  – скорость вращения фрезы.  $F_x, F_y, F_z$  – проекции действующих сил на оси системы координат.

Уравнения динамики движения для данной системы имеют вид:

$$m_x x'' + c_x x' + k_x x = -F_x, \tag{1}$$

$$m_y y'' + c_y y' + k_y y = -F_y, \tag{2}$$

$$m_z z'' + c_z z' + k_z z = -F_z, \tag{3}$$

где  $x, y, z$  – координаты инструмента в момент времени  $t$ .

Силы, действующие на зуб фрезы, включают в себя силу давления стружки и силу от демпфирующего воздействия регенеративных автоколебаний. Расчет сил сопротивления резанию производится согласно методике исследования [5] с учетом следа, оставленного на поверхности заготовки после предыдущего прохода инструмента. Силы, возникающие от демпфирующего воздействия регенеративных автоколебаний, именуется усилиями сопротивления

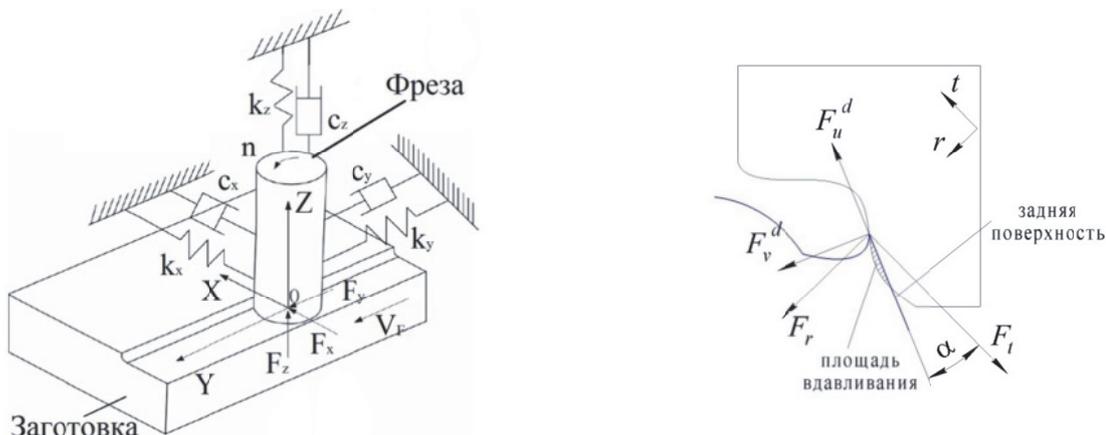


Рис. 1. Схемы динамической системы (слева) и действия сил сопротивления (справа)

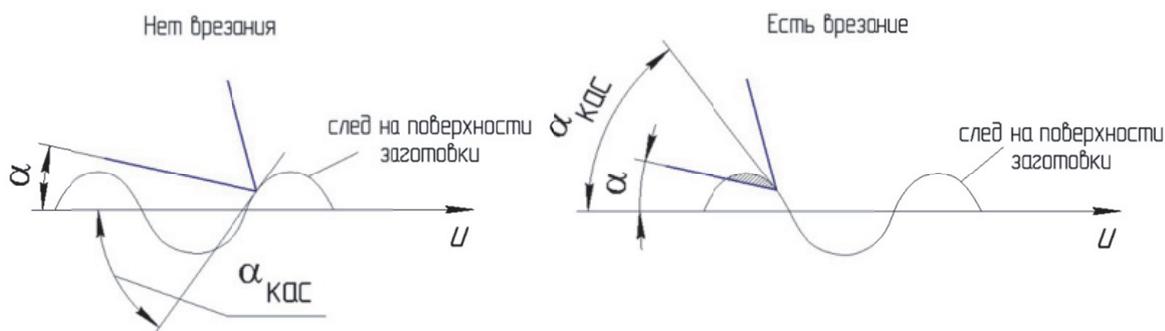


Рис. 2. Определение демпфирующего воздействия

[6] и показаны на рисунке 1, справа. Данные усилия возникают из-за «вдавливания» геометрии режущей части зуба фрезы в волнообразную поверхность заготовки и имеют место при определенном их взаиморасположении.

В случае когда задний угол инструмента превышает угол наклона касательной к поверхности в точке (сравнение ведется от отрицательного направления оси  $u$ ), вдавливания не происходит и усилия сопротивления равны нулю (рисунок 2, слева). В обратном случае (рисунок 2, справа) усилия будут ненулевыми.

Силы сопротивления зависят от коэффициента сопротивления  $K_{sp}$ , коэффициента трения  $\mu$  между поверхностями фрезы и заготовки и объема  $V_{ij}$ :

$$F_u^d = K_{sp} V_{ij}, \quad (4)$$

$$F_v^d = \mu F_u^d. \quad (5)$$

Коэффициент сопротивления  $K_{sp}$  имеет зависимость от свойств материалов заготовки и фрезы и скорости резания. Объем  $V_{ij}$  пропорционален длине режущей кромки  $L$  и площади вдавливания  $S_{ij}$ :

$$V_{ij} = L S_{ij}. \quad (6)$$

В случае концевой фрезы с переходным радиусом длина режущей кромки оценивается отдельно для участков с радиусной кромкой и без нее. Для участка с радиусной кромкой величина  $L$  вычисляется через определенный интеграл:

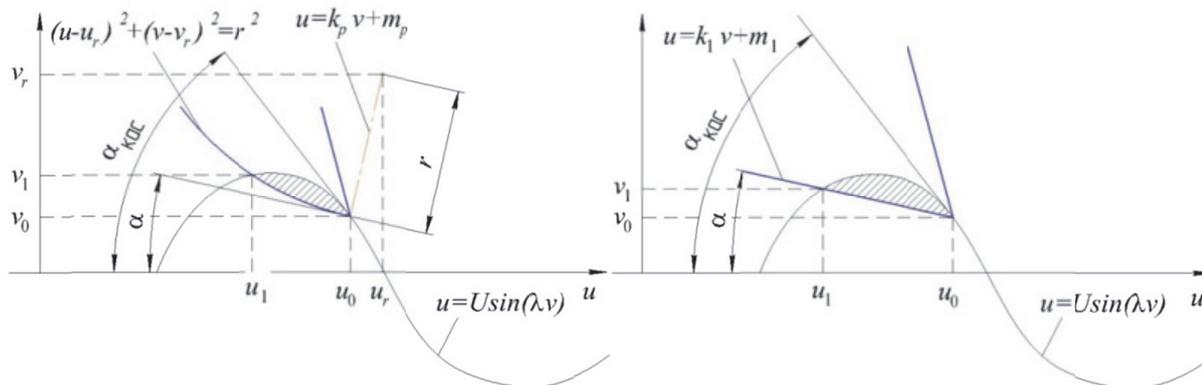


Рис. 3. Оценка площади вдавливания на участках с радиусной кромкой (слева) и без радиусной кромки (справа)

$$L = \int_0^z \sqrt{1 + \left( \sqrt{r^2 + (r-z)^2} \cos \frac{2z \operatorname{tg} \beta}{D} \right)^2 + \left( \sqrt{r^2 + (r-z)^2} \sin \frac{2z \operatorname{tg} \beta}{D} \right)^2} dz, \quad (7)$$

где  $r$  – величина переходного радиуса,  $\beta$  – угол подъема винтовой канавки фрезы,  $D$  – диаметр инструмента.

Для участка без радиусной кромкой величина  $L$  равна:

$$L = \frac{(z-r) \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \beta}}{\operatorname{ctg} \beta}. \quad (8)$$

Площадь вдавливания  $S_{ij}$  также оценивается по-разному для разных участков. Для обоих случаев принимается, что уравнение волнообразной поверхности в простейшем случае имеет виду синусоиды (рисунок 3):

$$u = U \sin 2\pi \lambda v, \quad (9)$$

где  $U$  – амплитуда автоколебаний,  $\lambda$  – длина волны, имеющая зависимость от скорости резания  $V_{рез}$  и частоты автоколебаний  $f_{chatter}$ :

$$\lambda = \frac{f_{chatter}}{V_{рез}}. \quad (10)$$

Определение площади вдавливания, исходя из схемы на рисунке 3, производится через поиск координат  $(u_1, v_1)$  точек пересечения проекции задней поверхности режущего клина со следом, оставляемым им на поверхности заготовки. Расчет выполняется для полного цикла колебания, то есть для диапазона  $v_0 = 0 \dots 1$ .

Очевидно, что значение  $S_{ij}$  зависит от координат волнообразной поверхности, т.е. постоянно изменяется в процессе прохождения зубом фрезы срезаемого слоя. Учет подобной зависимости в применяемой полуаналитической модели приведет к чрезмерной повышению трудоемкости ее описания и падению вычислительной эффективности. Поэтому с целью упрощения описания сил сопротивления требуется воспользоваться распространенным методом замены сил на эквивалентный демпфер [7]. Цель данного метода – поиск коэффициента сопротивления эквивалентного демпфера, выражение для которого в рассматриваемом случае имеет вид:

$$C_{eq} = \left| \frac{60K_{sp}L(\cos)^{\frac{2\pi}{\lambda}}}{\pi^2 DnU} \int_0^{\frac{2\pi}{\lambda}} S_{ij} \cos(\lambda v) dv \right|, \quad (11)$$

где  $n$  – частота вращения фрезы, об/мин.

Матрица действующих на инструмент сил имеет вид:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где  $A, B$  – матрицы действующих сил,  $x_t, y_t, z_t$  – колебания инструмента в направлениях  $x, y, z$ , соответственно, представляющие собой разницу между соответствующими координатами  $j$ -го и  $(j-1)$ -го зубьев фрезы:

$$x_t = x(t) - x(t-T), \quad (13)$$

$$y_t = y(t) - y(t-T), \quad (14)$$

$$z_t = z(t) - z(t-T), \quad (15)$$

где  $T$  – период прохождения зуба фрезы, определяемый по выражению:

$$T = \frac{2\pi}{Z}, \quad (16)$$

где  $Z$  – число зубьев фрезы.

Матрицы  $A, B$  находятся, соответственно, по формулам:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где  $a_{qs}$  – коэффициенты силы резания [5],  $b_{qs}$  – коэффициенты силы демпфирующего воздействия автоколебаний, оцениваемые по формуле:

$$b_{qs} = \sum_{j=1}^Z \sum_{i=1}^m -gC_{eq} (\mu T_{q1} H_s + T_{q2} H_s) \frac{dz}{\sin \kappa}, \quad (19)$$

где  $T_{q1}, T_{q2}, H_s$  – коэффициенты направляющих матриц  $T$  и  $H$ , соответственно [5],  $g$  – функция-окно, показывающая, находится ли зуб фрезы в зоне резания [5],  $m$  – число слоев для разбиения геометрии фрезы [5].

Итоговый вид уравнения динамики движения системы:

$$X'(t) = A_0 X(t) + A(t) X(t) + B(t) X(t-T), \quad (20)$$

где  $A_0$  – матрица постоянных,  $A(t), B(t)$  – матрицы периодических функций.

Матрица  $A_0$  состоит из матриц масс  $M$ , сопротивлений  $C$  и жесткостей  $K$  [5]:

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{M^{-1}C}{2} & M^{-1} \\ \frac{CM^{-1}C}{4} - K & -\frac{CM^{-1}}{2} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Матрицы периодических функций оцениваются по выражениям:

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -A + \frac{BM^{-1}C}{2} & -BM^{-1} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A & 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Проверка уравнения (20) на устойчивость с помощью полnodискретного метода [4] приводит к построению диаграмм устойчивости, отражающих зависимость осевой глубины резания  $a_p$  от частоты вращения шпинделя  $n$ . Исходные данные для системы, рассматриваемой в данной работе:

- параметры фрезы:  $D = 6$  мм,  $r = 1,5$  мм,  $\gamma = 9^\circ$ ,  $\alpha = 14^\circ$ ,  $Z = 4$ ;

- коэффициенты при действующих силах: величины давлений при тангенциальной, радиальной и осевой составляющих силы резания, соответственно:  $15,8 \cdot 10^8$  Па,  $5 \cdot 10^8$  Па,  $7 \cdot 10^8$  Па; коэффициент при силе сопротивления  $K_{sp} = 30 \cdot 10^{-12}$  Н/м<sup>3</sup>;

- динамические характеристики:  $m_x = 0,105$  кг,  $m_y = 0,107$  кг,  $m_z = 0,169$  кг,  $c_x = 44,87$  кг/с,  $c_y = 45,52$  кг/с,  $c_z = 488,65$  кг/с,  $k_x = 8,01 \cdot 10^6$  Н/м,  $k_y = 8,11 \cdot 10^6$  Н/м,  $k_z = 559,71 \cdot 10^6$  Н/м.

Необходимо отметить, что массы, сопротивления и жесткости динамической системы по трем направлениям были определены методом конечно-элементного расчета передаточных функций сборки фреза-термозажимной патрон в программе COMSOL Multiphysics. При их оценке учитывалось напряженно-деформированное состояние металла вследствие посадки инструмента с натягом.

Величины давлений при составляющих силы резания были взяты из исследования [3] и принимались постоянными для любых скоростей резания. Значение коэффициента при силе сопротивления взято из работы [8].

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРОВНЯ ВИБРАЦИЙ

Экспериментальная установка по оценке уровня вибраций при обработке детали из титанового сплава BT22 концевой фрезой с переходным радиусом на станке S500L изображена на рисунке 4.

Основные элементы приспособления – токовихревые датчики 1 и 2, ввернутые в платформу 3. Эти датчики измеряют перемещение посаженного на фрезу при помощи эпоксидного клея медного кольца 7 в направлениях, перпендикулярном и параллельном подаче, соответственно. Кроме того, в системе предусмотрен компенсационный датчик 4, назначение

которого сводится к исключению неточных измерений, возникающих из-за повышения температуры окружающего воздуха. Необходимо отметить, что влияние медного кольца на характеристики динамической системы было учтено при их конечно-элементном расчете. Оно располагается на расстоянии 11 мм от торца фрезы 5, закрепленной в термозажимном патроне 6. Платформа 3 соединена посредством демпфирующих капролоновых колонн 8 с плитой 9.

Направление фрезерования – попутное с подачей 0,08 мм и радиальной глубиной резания 1,5 мм. Оценка уровня вибраций проводилась для четырех значений осевой глубины резания (1,2; 1,3; 1,5; 1,8 мм) и для диапазона скоростей резания 28..45 об/мин. Результаты измерений фиксировались в виде графиков амплитуды колебаний по времени (рисунок 5).

Измерения уровня вибраций были выполнены в 34 точках на диаграмме  $a_c-n$ , после чего были определены средние значения амплитуд колебаний инструмента во взаимно перпенди-

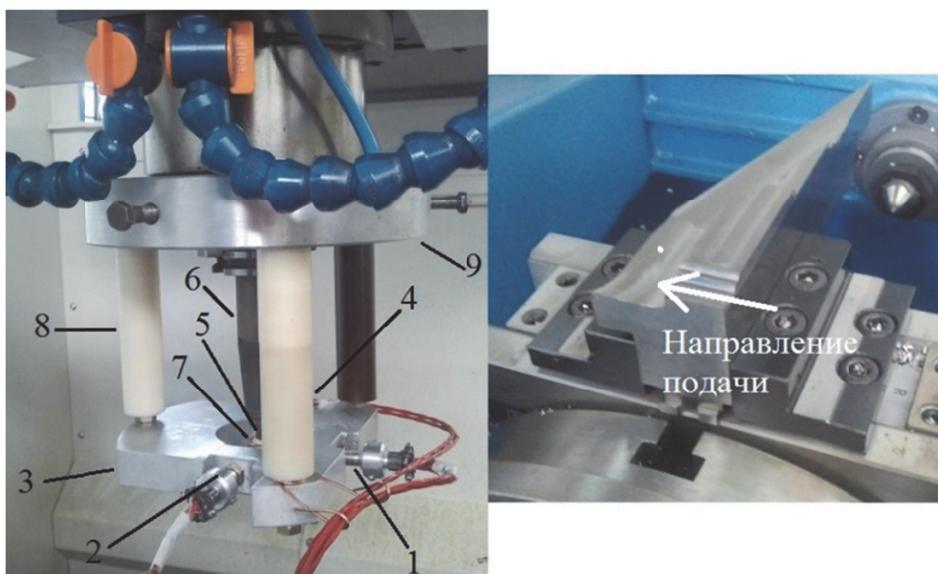


Рис. 4. Вид экспериментальной установки и заготовки:

1, 2 – токовихревые датчики; 3 – платформа; 4 – компенсационный датчик; 5 – фреза; 6 – патрон; 7 – медное кольцо; 8 – колонны; 9 – плита

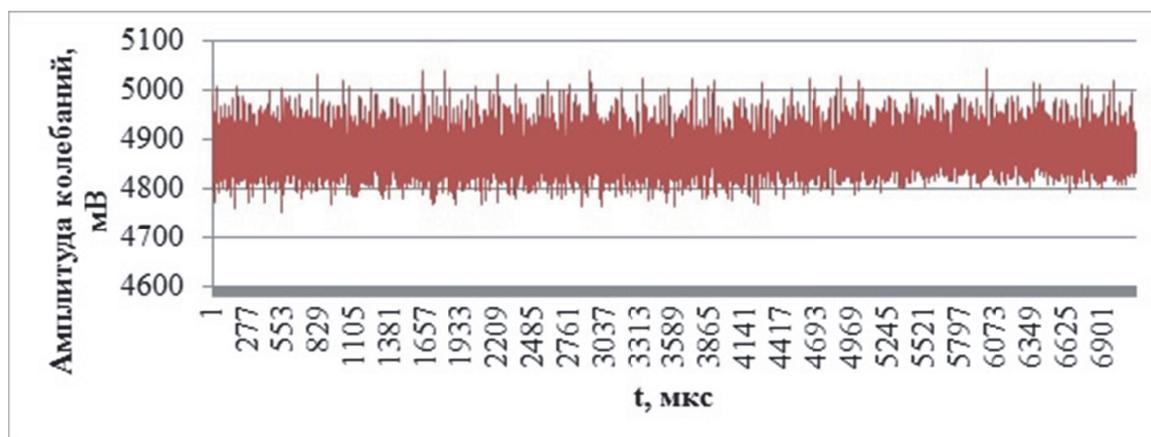


Рис. 5. Результаты измерений при  $a_p = 1,2$  мм и  $n = 940$  об/мин

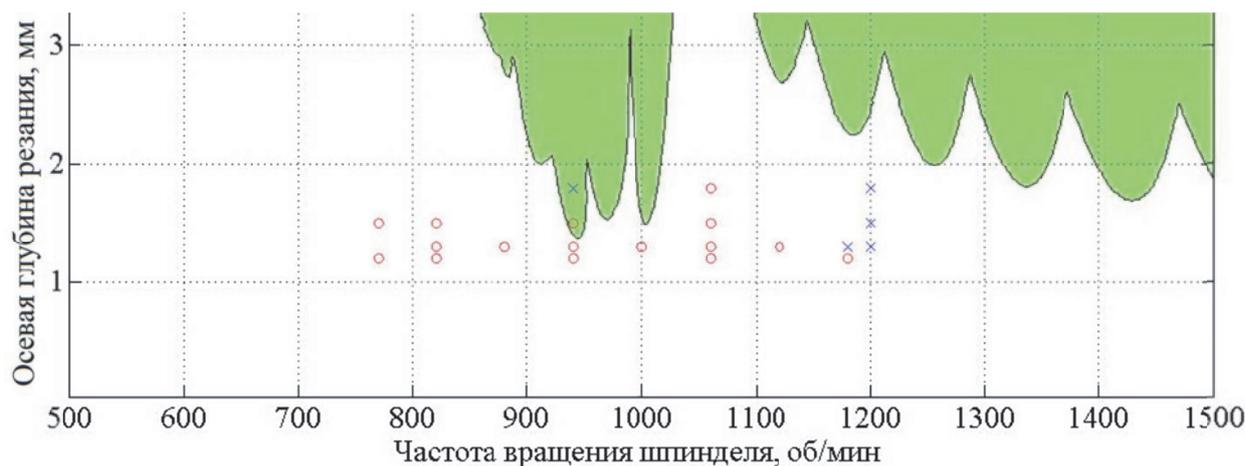


Рис. 6. Сравнение экспериментальных и расчетных данных

кулярных направлениях и на их основе сделан вывод об устойчивости процесса резания.

#### СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА И ЭКСПЕРИМЕНТА

На рисунке 6 отображены диаграммы устойчивости, построенные в программе Matlab, и отмечены точки, в которых производилась оценка вибраций при обработке. Крестами отмечены точки неустойчивого резания, кружками – точки устойчивого резания. Область под лепестками диаграммы – зона устойчивого резания.

Как видно из графика, группа точек неустойчивого фрезерования возле частоты 1200 об/мин попадает в устойчивую расчетную область. Это может быть вызвано двумя причинами:

Значение давления при составляющих силы резания непостоянно для всего диапазона скоростей резания и, возможно, имеет нелинейную зависимость от глубины и ширины фрезерования. Увеличение давления приводит к уменьшению нижней границы лепестков диаграммы.

В определении динамических характеристик системы допущены неточности, связанные с невозможностью учесть в конечно-элементном расчете влияние характеристик шпиндельного узла, а также с разбросом свойств материалов заготовки и инструмента. Из-за этих неточностей возможно смещение лепестков диаграммы вдоль горизонтальной оси.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод, что на дальнейших этапах исследования целесообразно провести калибровку зависимости удельного давления от скорости резания, а также выполнить непосредственное измерение динамических функций системы инструмент-оснастка-шпиндель на станке с целью проверки расчетных результатов и возможной корректировки конечно-элементной модели.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом. Л.: Машиностроение, Ленингр. отделение, 1986. – 184 с.
2. Воронов С.А., Непочатов А.В., Киселев И.А. Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования нежестких деталей // Известия Вузов. М.: Машиностроение, 2011. С. 50-62.
3. Altintas Y., Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling // CIRP Annals – Manufacturing Technology. 1995. Vol. 44. P. 357-362.
4. A full-discretization method for prediction of milling stability / Y. Ding, L. Zhu, X. Zhang, H. Ding // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2010. Vol. 50 (5). P. 502-509.
5. Three degrees of freedom stability analysis in the milling with bull-nosed end mills / R. Yan, Y. Gong, F. Peng, X. Tang, H. Li, B. Li // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2016. Vol. 86. P. 71-85.
6. Budak E., Tunc L.T. A new method for identification and modeling of process damping in machining // Trans. of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2009. Vol. 131. P. 1-10.
7. Cao C., Zhang X.M., Ding H. An analytical method in modeling of milling process damping considering cutting edge radius // Procedia CIRP. 2018. Vol. 77. P. 106-109.
8. Modeling, identification and application of process damping in milling of titanium alloy / X. Li, Z. Wei, L. Liang, H. Ning // Journal of Vibroengineering. 2014. Vol. 16. P. 2657-2675.

**MODIFIED FULL-DISCRETIZATION METHOD  
OF BULL-NOSED END MILLING PROCESS STABILITY ANALYSIS**

© 2019 G.V. Sokolov, D.A. Guzev, A.N. Zhidyaev

Samara National Research University named after academician S.P. Korolev

The article deals with the stability analysis of bull-nosed end milling of the titanium alloy workpiece. The full-discretization method for three-degree-of-freedom system is used as a basis for stability investigation. The mathematical model of this method is proposed to be modified by adding the process damping forces occurring due to regenerative chatter. The damping forces are expressed in the equations of the tool motion through the equivalent process damping coefficient which is evaluated differently depending on the part of the bull-nosed end mill geometry. Frequency response function of the end mill and tool clamp system are estimated in COMSOL Multiphysics. The modified full-discretization method stability analysis and stability lobe diagram plotting are carried out in Matlab software. Experimental investigation of vibration during the process of bull-nosed end milling on S500L 5-axis milling center is performed. The experimental and computational results are shown to be partially divergent which may be caused by several possible inaccuracies in evaluation of the cutting force coefficients and the frequency response function.

*Keywords:* end milling, regenerative chatter, vibration stability, equation of motion dynamics, full-discretization method, response function, stability lobe diagrams.

---

*Grigory Sokolov, Master Degree Student at the Engine Production Technology Department. E-mail: jocker4@mail.ru*  
*Dmitry Guzev, Master Degree Student at the Engine Production Technology Department. E-mail: guzevd.a@mail.ru*  
*Alexey Zhidyaev, Senior Lecturer at the Engine Production Technology Department. E-mail: a.n.zhidyaev@gmail.com*